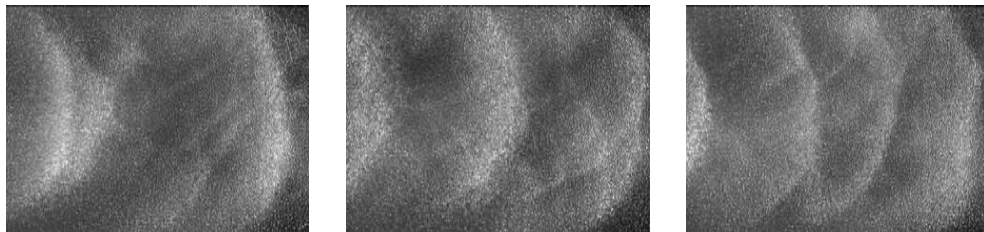


Diagnostik mit Resonanzkegeln,
Partikeleinschluss
und staubakustische Wellen
in
magnetisierten komplexen Plasmen



Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität
zu Kiel

vorgelegt von
Thomas Trottenberg

Kiel
April 2006

Referent:	Prof. Dr. A. Piel
Korreferent:	Prof. Dr. H. Kersten
Tag der mündlichen Prüfung:	7. Juni 2006
Zum Druck genehmigt:	14. Juni 2006

Der Dekan

Kurzfassung

In dieser Dissertation werden zwei Stoßrichtungen verfolgt, die eng miteinander verflochten sind, nämlich die Untersuchung staubakustischer Wellen (DAW) und ein Verständnis des Einschlusses von Staub. Es wird der Versuch unternommen, durch Sondendiagnostik und mit Hilfe eines selbstkonsistenten Modells für das einschließende Plasma zu einer quantitativen Erklärung beider Phänomene zu gelangen. In dem Experiment wird Staub in einem anodischen Plasma gefangen. Aufgrund der hohen elektrischen Feldstärke und des niedrigen Gasdrucks driften die Ionen mit einer schwach überthermischen Geschwindigkeit. Lage und Größe der Staubwolke können durch ein effektives Fallenpotential, das durch die elektrische Feldkraft und die Ionenwindkraft in dem überthermischen Regime definiert wird, gut beschrieben werden. Staubakustische Wellen treten in dem untersuchten Regime spontan auf und breiten sich in Richtung der Ionenströmung aus. Durch Synchronisation der selbsterregten Wellen mit einem externen Signal werden Dispersionsrelationen experimentell bestimmt. Für die Auswertung der mit einer Kamera gemessenen Dichtefluktuationen wird die Singulärwertzerlegung (SVD) benutzt. Systematisch werden unter Zuhilfenahme der SVD-Methode lokale Wellenzahlen und Anwachsraten gemessen. Erstmals werden im überthermischen Regime gemessene DAW-Dispersionsrelationen mit einer ionenkinetischen Theorie verglichen. Es wird gefunden, dass ein Wellenmodell mit Bhatnagar-Gross-Krook-Ionenstößen eine gute Vorhersage der gemessenen mittleren Wellenzahlen ergibt, allerdings werden die Anwachsraten überschätzt. Die Beschreibung der Ionen im Flüssigkeitsbild ist in dem überthermischen Regime nicht gerechtfertigt. Eine neuartige Beobachtung bei staubakustischen Wellen ist eine systematische Veränderung der Wellenlänge in der Staubwolke. Am Rand des anodischen Plasmas werden elektrostatische Ionenzyklotronwellen und eine Potentialrelaxationsinstabilität nachgewiesen. Eine Beeinflussung der staubakustischen Wellen durch die Fluktuationen wird ausgeschlossen, weil diese räumlich von dem Staub getrennt sind und in einem höheren Frequenzbereich auftreten. Weitergehende Untersuchungen machen eine nichtinvasive Diagnostik der Dichte der freien Elektronen im staubigen Plasma erforderlich. Hierfür bieten sich Hochfrequenztechniken an. Eine Methode, die dies leistet, ist die Resonanzkegeldiagnostik, die Whistlerwellen bei Ausbreitung unter einem Winkel zum Magnetfeld benutzt. Es wird gezeigt, dass Resonanzkegel auch im staubigen Plasma angeregt werden können. Es können weder Dämpfung der Strahlung noch Streuung an den Dichteinhomogenitäten in der Umgebung der hoch geladenen Partikel festgestellt werden. Simultane Messungen mit der Resonanzkegelmethode und einer Langmuir-Sonde liefern übereinstimmende Ergebnisse für die Verarmung der Elektronen durch Staub. Der Mechanismus der Elektronenverarmung wird mit der zusätzlichen, inneren Verlustfläche des Staubs erklärt.

Abstract

In this thesis there are two intimately connected lines of attack, which are directed towards the study of dust-acoustic waves (DAW) and towards an understanding of dust confinement. A quantitative explanation for both phenomena is attempted by means of probe diagnostics and with the aid of a self-consistent model for the confining plasma. In the experiment dust is trapped in an anodic plasma. Due to the high electric field strength and the low gas pressure, the ions drift with a slightly superthermal speed. Position and size of the dust cloud are well described by an effective trap potential defined by electric field force and ion drag force in the superthermal regime. Dust-acoustic waves appear spontaneously in the entire investigated regime and propagate in the direction of the streaming ions. Synchronization of the self-excited waves with an external signal allows for an experimental determination of the dispersion relation. Wave analysis of the density fluctuation data obtained by camera observation is performed by means of the singular value decomposition (SVD), which yields local wavenumbers and growth rates. For the first time DAW dispersion relations are measured in the superthermal regime and are compared with an ion-kinetic theory. It is found that a wave model with Bhatnagar-Gross-Krook ion collisions yields good predictions for the measured mean wavenumbers, but overestimates the growth rates. The description of the ions as a fluid is not justified in the superthermal regime. A novel observation for dust-acoustic waves is a systematic variation of the wavelength in the dust cloud. An electrostatic ion-cyclotron instability and a potential relaxation instability are found at the boundaries of the anodic plasma. An influence of the fluctuations on the dust-acoustic waves is ruled out, because the fluctuations are locally separated from the dust and occur in a higher frequency range. Deeper investigations require a non-invasive diagnostic of the free electron density in the dusty plasma. Therefore radio-frequency techniques are suitable. A method with these features is the resonance cone diagnostic, which makes use of whistler wave propagation oblique to the magnetic field. It is shown that resonance cones can be excited in a dusty plasma. Neither damping of the radiation nor scattering by the density inhomogeneities in the vicinity of the highly charged particles is observed. Simultaneous resonance cone and Langmuir probe measurements yield consistent results for the density depletion. The mechanism of electron density depletion is explained by an additional, internal loss surface introduced by the dust.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Experimenteller Aufbau und Diagnostiken	5
2.1	Der experimentelle Aufbau	8
2.2	Die verwendeten Stäube	8
2.3	Resonanzkegel	11
2.4	Staubeingang und staubakustische Wellen	15
2.5	Sondendiagnostiken	18
2.5.1	Passiv kompensierte Sonde	18
2.5.2	Kombinierte Langmuir- und emissive Sonde	19
2.5.3	Beschaltung der Sonden	20
2.5.4	Auswertung der Kennlinien	21
3	Diagnostik mit Resonanzkegeln	25
3.1	Die Resonanzkegelmethode	25
3.2	Anwendung der Theorie im staubigen Plasma	27
3.3	Das Experiment	28
3.4	Messungen im staubigen Plasma	31
3.5	Verunreinigungen	36
3.6	Messungen der Elektronendichteverarmung	37
3.7	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	39
4	Staubeingang in anodischen Plasmen	41
4.1	Das anodische Plasma	41
4.2	Teilcheneingang	43
4.2.1	Sondenmessungen	43
4.2.2	Kräfte und Fallenpotential	46
4.2.3	Kritik des Modells	49
4.3	Stabilität der Falle	50
4.3.1	Diagnostik der Fluktuationen	50

4.3.2	Fluktuationsspektren	50
4.3.3	Ort und Ausbreitung der Fluktuationen	53
4.4	Modellierung des anodischen Plasmas	54
4.4.1	Energiebilanzgleichung	55
4.4.2	Unterschied zum Fireballmodell	55
4.5	Abschließende Bemerkungen	56
5	Modell für das driftende komplexe Plasma	57
5.1	Ionendrift	57
5.2	Ionentemperatur	59
5.2.1	Theoretische und experimentelle Grundlagen	59
5.2.2	Bestimmung der Ionentemperatur	61
5.2.3	Einfluss des Staubs	61
5.3	Staubladung	62
5.3.1	Ströme im driftenden Plasma	63
5.3.2	Gleichgewichtsladung	64
5.3.3	Gültigkeit des OML-Modells	65
5.4	Ionenwindkraft	66
5.4.1	Ioneneinfang	67
5.4.2	Ionenablenkung	68
5.5	Quasineutralität	72
5.6	Einfluss eines Magnetfeldes	72
5.7	Das selbstkonsistente Modell	73
6	Theorien zu staubakustischen Wellen	77
6.1	Flüssigkeitsmodell	77
6.2	Kinetisches Modell	81
6.3	Varianten der Modelle	85
6.4	Abschließende Bemerkungen	85
7	Experimente zu staubakustischen Wellen	87
7.1	Selbsterregte Wellen	87
7.2	Singulärwertzerlegung	89
7.3	Synchronisierte Wellen	93
7.4	Diskussion der Ergebnisse	99
8	Zusammenfassung und Ausblick	101

Kapitel 1

Einleitung

Ein komplexes Plasma ist ein gasförmiges Plasma, das neben Neutralgas, Ionen und Elektronen auch noch mikroskopische, meist negativ geladene Partikel (Staub) enthält. Staubige Plasmen, wie die komplexen Plasmen auch genannt werden, haben seit Mitte der 1990er Jahre eine enorme und ständig wachsende Aufmerksamkeit erfahren. Der Auslöser für die rasche Entwicklung dieses neuen Gebiets war 1994 die experimentelle Entdeckung des Plasmakristalls [1, 2, 3, 4, 5]. Die hoch geladenen Partikel können nämlich ein stark gekoppeltes System bilden, das kristallisiert, wenn die Teilchendichte genügend hoch ist und die Temperatur unter einen kritischen Wert fällt. Das System verhält sich dann ganz ähnlich wie der von Wigner vorhergesagte Elektronenkristall [6], der entsteht, wenn die Coulomb-Wechselwirkungsenergie viel größer ist als die kinetische Energie der Elektronen. Dieses Verhältnis wird durch den Kopplungsparameter $\Gamma = q^2/4\pi\epsilon_0 d k_B T$ beschrieben, der von der Ladung q , dem mittleren Abstand d der Ladungsträger und der Temperatur T abhängt. Ist $\Gamma \geq 1$, so spricht man von starker Kopplung, und bei $\Gamma \approx 170$ findet in zweidimensionalen Coulomb-Systemen der Phasenübergang von fest nach flüssig statt. Solch ein Coulomb-Kristall konnte 1979 an Elektronen nachgewiesen werden [7], die auf der Oberfläche von flüssigem Helium gefangen waren. Im Gegensatz zu dem indirekt nachgewiesenen Elektronenkristall bieten die komplexen Plasmen jedoch die faszinierende Möglichkeit, die makroskopischen Partikel direkt mit Kameras beobachten zu können. Melzer *et al.* [8] konnten auf diese Weise Phasenübergänge zwischen dem festen und dem flüssigen Zustand erstmals auf der Teilchenebene erforschen. Pieper und Goree [9] bestimmten unter anderem die Staubtemperatur durch direkte Geschwindigkeitsmessung der Partikel.

Die elastischen Eigenschaften des komplexen Plasmas sind eng mit der Ausbreitung von Wellen verbunden. Zum einen gibt es die von staubfreien Plasmen bereits bekannten Plasmawellen, die durch die Anwesenheit des Staubs modifiziert werden. So wird beispielsweise eine ionenakustische Welle schneller, wenn sich Staub im Plasma befindet und einen Teil der Elektronen an sich bindet [10, 11, 12]. Hierdurch wird nämlich die Abschirmung zwischen den Ionen geringer, das heißt, die „Federn“, die

die Ionen miteinander koppeln, werden härter.

Zum anderen gibt es ganz neue Wellentypen, die nur in staubigen Plasmen existieren. Dies sind insbesondere in fluiden komplexen Plasmen die staubakustische Welle (DAW, für *dust-acoustic wave*) [13] und in Staubkristallen die Staubgitterwelle (DLW, für *dust-lattice wave*) [14, 15, 16, 17]. Bei diesen Wellen bewegen sich die Staubpartikel selbst. Im Fall der DAW kann die Bewegung als oszillierende Strömung einer Flüssigkeit oder eines Gases beschrieben werden. Bei der DLW oszillieren die Einzelteilchen mit kleiner Amplitude um ihren Gitterplatz im Kristall. Da das Masse-Ladung-Verhältnis viel größer ist als das der Elektronen und Ionen, sind beide Wellen sehr niederfrequent, typischerweise liegen die Frequenzen im Bereich von nur (10...100) Hz. Nicht lange nachdem Chu *et al.* [18] von 12-Hz-Fluktuationen der Anzahldichte der in einer Magnetronentladung gefangenen Partikel berichteten, interpretierten daher D'Angelo *et al.* [19] diese Beobachtung als die theoretisch von Rao *et al.* [13] vorhergesagte staubakustische Welle. Barkan *et al.* [20] veröffentlichten dann als erste ein mit einer Videokamera aufgenommenes Bild einer staubakustischen Welle im komplexen Plasma einer Q-Maschine. Wenig später konnten Thompson *et al.* [21] die Dispersionsrelation einer DAW experimentell bestimmen und so zeigen, dass sich die Welle wirklich akustisch oder dispersionsfrei verhielt.

Trotz dieses Erfolgs blieben verschiedene Fragen offen. In vielen der DAW-Experimente entstehen die Wellen spontan, ohne eine äußere Anregung [20, 22, 23, 24, 25, 26, 27]. Dies kann mit der Theorie von Rao *et al.* [13] nicht erklärt werden. Mittlerweile gibt es eine Vielzahl an theoretischen Arbeiten zu den staubakustischen Wellen, die bereits in Lehrbüchern [28, 29], einer Monographie [30] und einem kürzlich erschienenen Übersichtsartikel [31] zu finden sind. Diese lassen sich grob in Modelle mit hydrodynamischem und Modelle mit kinetischem Ansatz unterteilen. Da die meisten der neueren DAW-Experimente [22, 23, 24, 25, 26, 27] bei Drücken im Bereich von $p = (10...100)$ Pa und elektrischen Feldstärken E von einigen 100 V m^{-1} , und somit bei kleinen Werten von E/p durchgeführt wurden, war die Ionendrift dort subthermisch und rechtfertigte ein Fluidmodell. Im Allgemeinen wurde eine gute Übereinstimmung mit den Beobachtungen gefunden. Zum Beispiel konnte ein Modell, das die strömenden Ionen berücksichtigt, das Einsetzen einer Instabilität bei Unterschreiten eines kritischen Drucks vorhersagen [26, 27]. Die freie Energie der strömenden Ionen wurde somit als die Quelle ausgemacht, aus der die selbsterregte Welle gespeist wird.

Im Gegensatz zum unterthermischen Regime ist das überthermische Regime viel weniger erforscht. Die Physik beider Regime unterscheidet sich grundsätzlich. Bei überthermischen Ionendriften verliert der hydrodynamische Ansatz seine Gültigkeit, und es werden ionenkinetische Effekte für die Anregung und Dispersion der DAW dominant. Daher ist es ein Ziel dieser Arbeit, in das ionenkinetische Regime vorzustoßen, Dispersionsrelationen zu messen und die kinetische Theorie [32] zu testen (Kapitel 6 und 7). Die Experimente müssen dazu deutlich unterhalb des Druck-

bereichs von $p = (10 \dots 100)$ Pa durchgeführt werden, um niedrigere E/p -Werte zu erhalten. Für die Analyse der DAWs werden die traditionellen Methoden der Wellenlängen- und Wellengeschwindigkeitsmessung durch die Singulärwertzerlegung (SVD) [33, 34] ergänzt. Dieses mathematische Hilfsmittel erlaubt, aus den Videofilmen der Dichtefluktuationen in den Partikelwolken die räumliche Wellenfunktion zu extrahieren. Liegt die Wellenfunktion vor, so können daraus Wellenzahl und Anwachsrates bestimmt werden.

Um die sehr niederfrequenten staubakustischen Wellen untersuchen zu können, ist es erforderlich, die Partikel in der Entladung einzufangen. Für den Einschluss von Staubpartikeln in Laborplasmen sind typischerweise vier Kräfte verantwortlich. Es sind dies die Gewichtskraft, die elektrische Feldkraft, die thermophoretische Kraft und die Ionenwindkraft. Die Gewichtskraft ist nützlich, wenn die Erzeugung von ebenen Staubverteilungen gewünscht wird, zum Beispiel für die Plasmakristalle. Wird dagegen eine dreidimensionale Staubverteilung angestrebt, zum Beispiel für Experimente mit staubakustischen Wellen, so ist die Gewichtskraft eher hinderlich. Solche Experimente können unter Schwerelosigkeit durchgeführt werden, etwa auf Parabelflügen [35, 36, 37] oder an Bord der ISS [38, 25, 39] im Weltraum. Eine andere Möglichkeit ist die Kompensation mit der thermophoretischen Kraft [40], die auf Partikel in einem Gas mit einem Temperaturgradienten wirkt. Diese Methode wurde kürzlich zur Erzeugung dreidimensionaler Staubcluster angewendet [41]. In anderen Fällen spielt die Gravitation nur eine untergeordnete Rolle, was an den Skalierungsgesetzen der Kräfte mit dem Partikelradius a liegt. Während die Gewichtskraft wie $F_g \propto a^3$ skaliert, sind die Gesetze bei der elektrischen Feldkraft $F_E \propto a$ und bei der Ionenreibungskraft näherungsweise $F_i \propto a^2$. Die elektrische Feldkraft und die Ionenwindkraft sind also umso dominanter, je kleiner die Partikel sind. Dies war beispielsweise in den Experimenten mit anodischen Plasmen [42, 21] der Fall. Viele theoretische [43, 44, 45, 46, 47, 48] und experimentelle [49, 44, 50, 26, 27, 51, 52] Arbeiten zur Ionenwindkraft sind erst in den letzten Jahren veröffentlicht worden. Aus diesem Grund konnte bei den anodischen Plasmen in den Arbeiten [42, 21] noch keine umfassende Erklärung des Partikeleinschlusses gegeben werden. Zwar wurde abgeschätzt, dass die Partikel wegen der elektrischen Felder nicht aus dem Anodenbereich entkommen können, warum die negativ geladenen Partikel überraschenderweise nicht auf die positive Anode fallen, blieb dagegen offen.

Die vorliegende Dissertation knüpft an diese Experimente mit anodischen Plasmen an (Kapitel 4). Die Partikelfalle ähnelt daher den Fallen, die in der Gruppe von Merlino und Mitarbeitern in Iowa verwendet wurden [42, 21], unterscheidet sich aber von diesen in der Verwendung eines Hochfrequenzplasmas. In dieser Dissertation wird der Versuch unternommen, ein umfassenderes Verständnis des Partikeleinschlusses unter Zuhilfenahme aktueller Erkenntnisse zu erlangen.

Ein wichtiger Aspekt ist dabei die Stabilität der Partikelfalle. Magnetisch eingeschlossene Plasmen mit longitudinaler Geometrie zeigen oft niederfrequente Fluktuationen des Plasmapotentials [53, 54, 55, 56]. Es ist daher zu prüfen, ob es solche

Fluktuationen am Ort des gefangenen Staubs gibt, und ob deren Frequenzen mit denen staubakustischer Wellen vergleichbar sind, so dass es eine Beeinflussung der DAW geben könnte.

Nicht alle Plasmaparameter, die sowohl für den Partikeleinschluss als auch für die Dispersionsmodelle benötigt werden, können direkt aus den Diagnostiken gewonnen werden. Dies trifft insbesondere auf die Partikelladungen, die Ionendriftgeschwindigkeit und die Ionentemperatur zu. Dazu soll in dieser Arbeit ein selbstkonsistentes Plasmamodell entworfen werden, das die nicht durch Messung zugänglichen Parameter aus den Messungen ableitet (Kapitel 5).

Weitergehende Untersuchungen machen eine nichtinvasive Diagnostik der Dichte der freien Elektronen im staubigen Plasma erforderlich. Hierfür bieten sich Hochfrequenztechniken an. Eine universelle Methode, die dies leistet, ist die Resonanzkegeldiagnostik [57, 58], die Whistlerwellen bei Ausbreitung unter einem Winkel zum Magnetfeld benutzt. Sie ist insbesondere für Plasmen mit den niedrigen Dichten geeignet, die für die Experimente mit staubigen Plasmen typisch sind. Bei bestimmten Ausbreitungswinkeln zum Magnetfeld gibt es eine Resonanz, bei der in der Umgebung der Antenne die Amplitude des hochfrequenten Potentials sehr groß wird. Im Fall einer Punktantenne liegen die resonanten Ausbreitungsrichtungen auf der Oberfläche eines Doppelkegels, dessen Spitze die emittierende Antenne ist; wegen dieser Geometrie hat die Methode ihren Namen bekommen. Mit zwei beweglichen Antennen können der Resonanzwinkel und daraus die Elektronendichte bestimmt werden.

Diese Arbeit hat das Ziel (Kapitel 3), erstmals die Resonanzkegeldiagnostik auf ihre Verwendbarkeit in komplexen Plasmen zu prüfen. Bisher gibt es auch keine Theorie zu Resonanzkegeln in komplexen Plasmen. Können überhaupt Resonanzkegel in einem staubigen Plasma angeregt werden? Wenn dies der Fall ist, dann stellt sich die Frage, ob die Form des Strahlungsfeldes und insbesondere der Öffnungswinkel des Kegels durch dieselbe Theorie wie für ein staubfreies Plasma beschrieben werden können. Wird das Strahlungsfeld durch Streuung an den Partikeln oder ihren Abschirmwolken gedämpft oder verändert? Der quantitative Test der Elektronendichtemessung mit Resonanzkegeln soll mit der konventionellen Langmuir-Diagnostik durchgeführt werden. Der besondere Reiz der Resonanzkegeldiagnostik liegt darin, dass sie wenig invasiv ist. Sie misst die gemittelte Elektronendichte auf der Verbindungslinie zwischen den Antennen, das heißt dort, wo die Antennen das Plasma nicht stören. Dies ist für komplexe Plasmen ein großer Vorteil, da die mit Staub gefüllten Volumina in der Regel klein sind und die Partikel schon auf sehr kleine elektrische Felder reagieren [37].

Kapitel 2

Experimenteller Aufbau und Diagnostiken

Dieses Kapitel stellt das experimentelle Instrumentarium vor, mit dessen Hilfe die in der Einleitung aufgeworfenen Fragestellungen angegangen werden sollen. Die Aufbauten, Stäube und Diagnostiken können nach den unterschiedlichen Zielen ausgewählt werden.

Ist beispielsweise eine möglichst große Auswirkung der Staubs auf das einbettende Plasma gewollt, dann bieten sich große Partikel an, weil diese eine größere Kapazität und Oberfläche haben. Für die Experimente mit Resonanzkegeln ist ein möglichst großes Volumen homogenen komplexen Plasmas wünschenswert, also wird hier auf einen Staubeinschluss mit starken elektrischen Feldern verzichtet und stattdessen fallender Staub in einem gleichförmigen Plasma benutzt. Für die Untersuchung von niederfrequenten staubakustischen Wellen ist es dagegen zwingend, den Staub über längere Zeit in der Entladung zu fangen. Dies erfordert kleinere Partikel und starke elektrische Felder, die hier mit Hilfe eines anodischen Plasmas erreicht werden.

Die Diagnostik des Plasmas hat die Aufgabe, die wichtigsten Parameter, nämlich Plasmadichte, Plasmapotential und Elektronentemperatur zu bestimmen, um quantitative Vergleiche mit theoretischen Modellen zu ermöglichen. Im Fall des inhomogenen anodischen Plasmas kommt die Notwendigkeit orts aufgelöster Messungen hinzu, um den Einschlussmechanismus für den Staub quantitativ verstehen zu können. Die Diagnostik des Staubs hat die Aufgabe, die Anzahldichte der Partikel und im Fall der staubakustischen Wellen auch die Dichtefluktuationsen zu messen. Hier bietet sich eine direkte Beobachtung mit einer schnellen Kamera an.

Im Folgenden wird die Realisierung dieser experimentellen Anforderungen durch zwei grundlegende Aufbauten erläutert. Die Tabelle 2.1 fasst die wesentlichen Kenngrößen für die beiden Fälle zusammen.

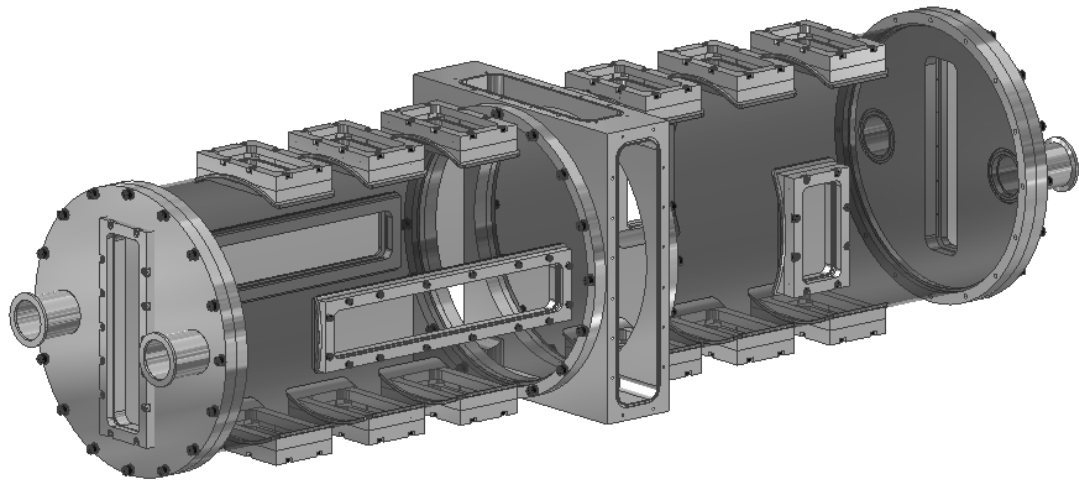
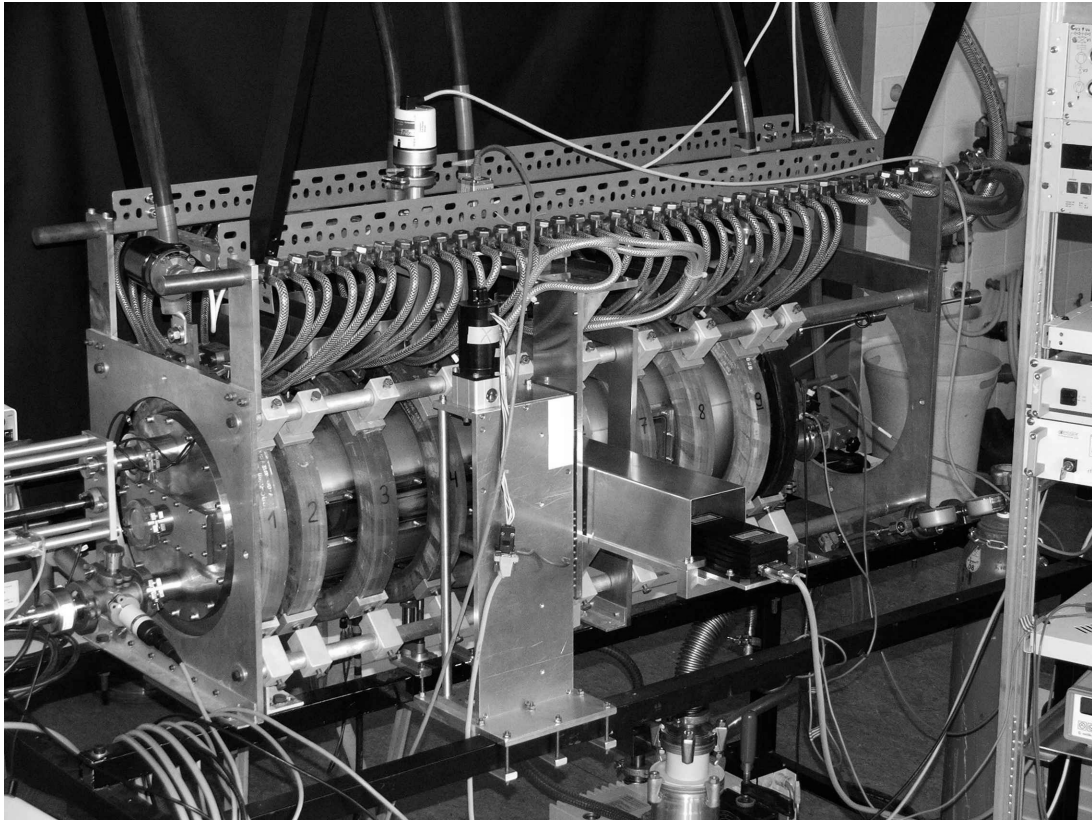


Abbildung 2.1: Matilda-II. Das Foto zeigt den Aufbau für die Untersuchung von staubakustischen Wellen. In der Konstruktionszeichnung des Vakuumgefäßes sind die zahlreichen Flansche und Fenster für Diagnostiken und Kamerabeobachtungen zu erkennen.

Größe	Experiment 1 frei fallende Partikel	Experiment 2 gefangene Partikel
Elektronentemperatur	$(3 \dots 5) \text{ eV}$	$(2,5 \dots 4,5) \text{ eV}$
Ionentemperatur	$0,025 \text{ eV}$	$0,1 \text{ eV}$
Plasmadichte	$(10^{15} \dots 10^{16}) \text{ m}^{-3}$	$\sim 10^{15} \text{ m}^{-3}$
Magnetfeld	$(20 \dots 80) \text{ mT}$	20 mT
Neutralgas	1 Pa, Argon	$(1 \dots 3) \text{ Pa, Argon}$
<u>Staub</u>		
Material	Glashohlkugeln	Melaminkügelchen
Partikeldurchmesser	$(19 \pm 6) \mu\text{m}$	$(0,93 \pm 0,05) \mu\text{m}$
Masse	$\sim 8 \times 10^{-13} \text{ kg}$	$(6,4 \pm 1,0) \times 10^{-16} \text{ kg}$
Anzahldichte	$(0,1 \dots 0,3) \times 10^9 \text{ m}^{-3}$	$\sim 50 \times 10^9 \text{ m}^{-3}$
<u>Elektronen</u>		
Plasmafrequenz	$(300 \dots 900) \text{ MHz}$	$\sim 285 \text{ MHz}$
Zyklotronfrequenz	$(0,6 \dots 2,3) \text{ GHz}$	565 MHz
Thermische Geschwindigkeit	$(1,2 \dots 1,5) \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$	$(1,1 \dots 1,4) \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$
Gyrationsradius	$(50 \dots 270) \mu\text{m}$	$(185 \dots 250) \mu\text{m}$
Debye-Länge	$(0,1 \dots 0,5) \text{ mm}$	$(370 \dots 500) \mu\text{m}$
<u>Ionen</u>		
Plasmafrequenz	$(1 \dots 3) \text{ MHz}$	$\sim 1 \text{ MHz}$
Zyklotronfrequenz	$(8 \dots 31) \text{ kHz}$	$\sim 7,7 \text{ kHz}$
Thermische Geschwindigkeit	$(4,3 \dots 5,5) \text{ km s}^{-1}$	$(3,9 \dots 5,3) \text{ km s}^{-1}$
Gyrationsradius	$(1,3 \dots 5,1) \text{ mm}$	$10,2 \text{ mm}$
Debye-Länge	$(12 \dots 37) \mu\text{m}$	$\sim 74 \mu\text{m}$

Tabelle 2.1: Zusammenfassung einiger charakteristischer Parameter in den beiden Experimenten.

2.1 Der experimentelle Aufbau

Für die Experimente wurde die Anlage MATILDA-II (*Magnetized Linear Discharge Arrangement*) eigens konstruiert. Der Vakuumentank besteht aus einem 104 cm langen Edelstahlzylinder mit 27 cm Durchmesser (Abbildung 2.1). Um einen gleichzeitigen Einsatz von Sonden und Antennen zur Plasmadiagnostik und die Beobachtung des Staubs mit einer Kamera zu ermöglichen, wurde der Rezipient mit zahlreichen Flanschen und Fenstern ausgestattet.

Das Arbeitsgas ist Argon bei Drücken von $p = (1 \dots 3)$ Pa. Diese für Hochfrequenzentladungen niedrigen Drücke sind insbesondere nötig, um die Wellenexperimente im ionenkinetischen Regime durchführen zu können (siehe Kapitel 1). Der Gaseinlass befindet sich nicht wie gewöhnlich an einem der Pumpe gegenüberliegenden Ende des Gefäßes, sondern erfolgt durch denselben Flansch, an dem auch die Turbomolekularpumpe angeschlossen ist. Damit wird vermieden, dass eine Gasströmung durch den Rezipienten die Staubpartikel durch Windkräfte unkontrolliert beeinflusst. Der Gasdruck wird mit einer kombinierten Messröhre aus einem Pirani- und einem Kaltkathodensystem gemessen und automatisch geregelt.

Das longitudinale Magnetfeld mit einer Stärke bis zu $B = 80$ mT wird von zehn Feldspulen mit je 33 Windungen erzeugt. Die berechnete longitudinale Welligkeit des Magnetfeldes beträgt auf der Hauptachse im Bereich der inneren Spulen weniger als 1 %. Die Restwelligkeit des Spulenstromes beträgt ebenfalls weniger als 1 %.

Das Plasma wird in beiden Varianten des Aufbaus mithilfe einer Hochfrequenzentladung (27,12 MHz) zwischen einer massiven Elektrode und einer Gitterelektrode erzeugt. Dieses Quellplasma strömt durch das Gitter hindurch und füllt eine Plasmasäule entlang des Magnetfeldes. Die beiden Aufbauten werden in den Abschnitten 2.3 und 2.4 beschrieben.

2.2 Die verwendeten Stäube

Für die Vergleichbarkeit der Beobachtungen mit Theorien ist es sinnvoll, Partikel mit möglichst sphärischer Geometrie und schmaler Größenverteilung zu verwenden. In dieser Arbeit werden zwei derartige Partikelsorten eingesetzt, die sich in ihrem Durchmesser um mehr als eine Größenordnung unterscheiden.

In den Experimenten mit frei fallendem Staub kommen die Glashohlkugeln Scotchlite S22 [59] zum Einsatz. Diese Hohlkugelchen, die aus alkaliarmem Borsilikatglas hergestellt werden, dienen gewöhnlich in der Bauwirtschaft dazu, Mörteln oder Wandfarben beigemischt zu werden, um deren spezifisches Gewicht oder deren Wärmeleitfähigkeit zu verringern. Abbildung 2.2 zeigt eine mit einem Rasterelektronenmikroskop (REM) erzeugte Aufnahme einiger Glashohlkugeln. Man erkennt darauf die nahezu perfekte sphärische Form. Das Rohmaterial weist allerdings eine

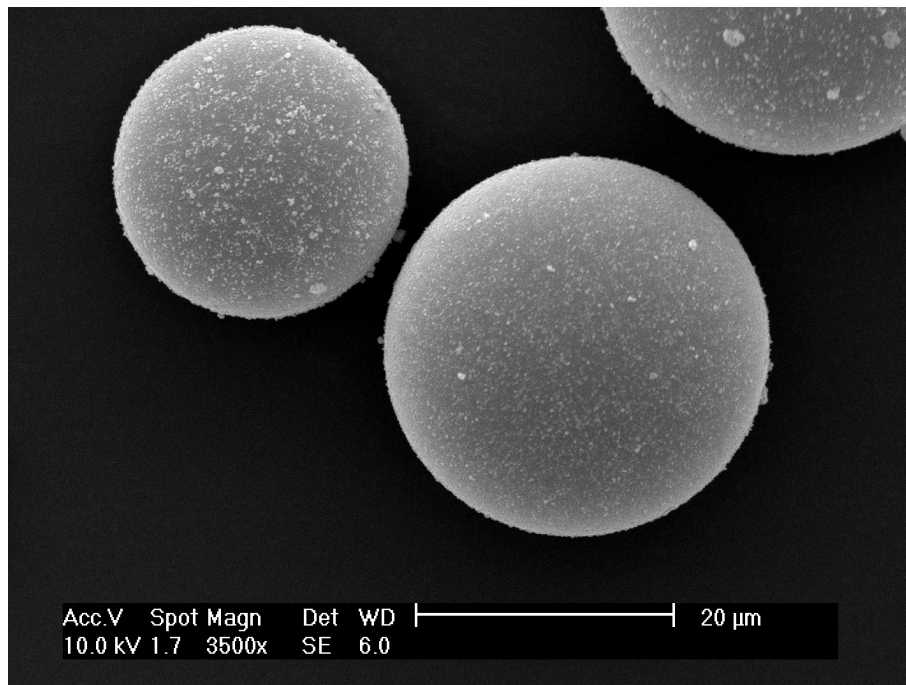


Abbildung 2.2: REM-Aufnahme einiger Glashohlkugeln.

breite Größenverteilung auf, die durch differentielles Sieben eingeschränkt werden muss. Dazu wird eine Siebmaschine mit einem Stapel von Analysesieben abnehmender Maschenweite verwendet. Der nach typischerweise 24 Siebestunden zwischen den Sieben mit den Maschenweiten 20 und $25\ \mu\text{m}$ verbleibende Staub wird in den Experimenten verwendet. Die in Abbildung 2.3 dargestellte Größenverteilung ist das Ergebnis einer lichtmikroskopischen Größenbestimmung; sie entspricht annähernd einer Gauß-Verteilung. Der Partikeldurchmesser des gesiebten Staubs beträgt demnach $2a = (19 \pm 6)\ \mu\text{m}$. Nach den Angaben des Herstellers haben die Wände der Hohlkugeln eine Stärke von etwa $0,3\ \mu\text{m}$, was durch die REM-Aufnahmen von absichtlich zerstoßenen Glashohlkugeln bestätigt wird (Abbildung 2.4). Aus der Dichte des Glases von $\rho = 2400\ \text{kg m}^{-3}$ ergibt sich für die mittlere Teilchengröße eine Partikelmasse von $m_d \approx 8 \times 10^{-13}\ \text{kg}$.

In den Experimenten mit gefangenem Staub werden Melaminkügelchen [60] mit der sehr schmalen Größenverteilung $2a = (0,93 \pm 0,05)\ \mu\text{m}$ verwendet. Die Kunststoffpartikel sind nahezu perfekte Kugeln. Aus ihrer Massendichte $\rho = 1514\ \text{kg m}^{-3}$ ergibt sich die Partikelmasse von $m_d = (6,4 \pm 1,0) \times 10^{-16}\ \text{kg}$.

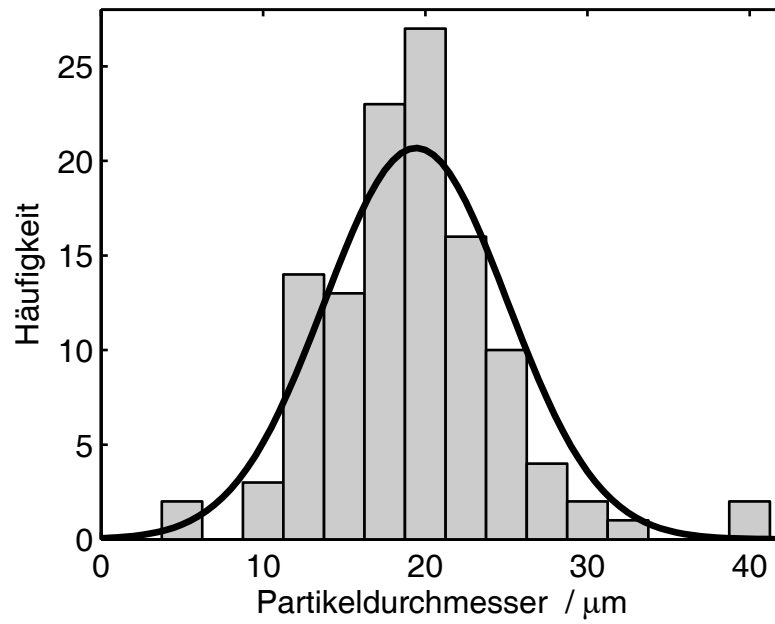


Abbildung 2.3: Größenverteilung der gesiebten Glashohlkugeln.

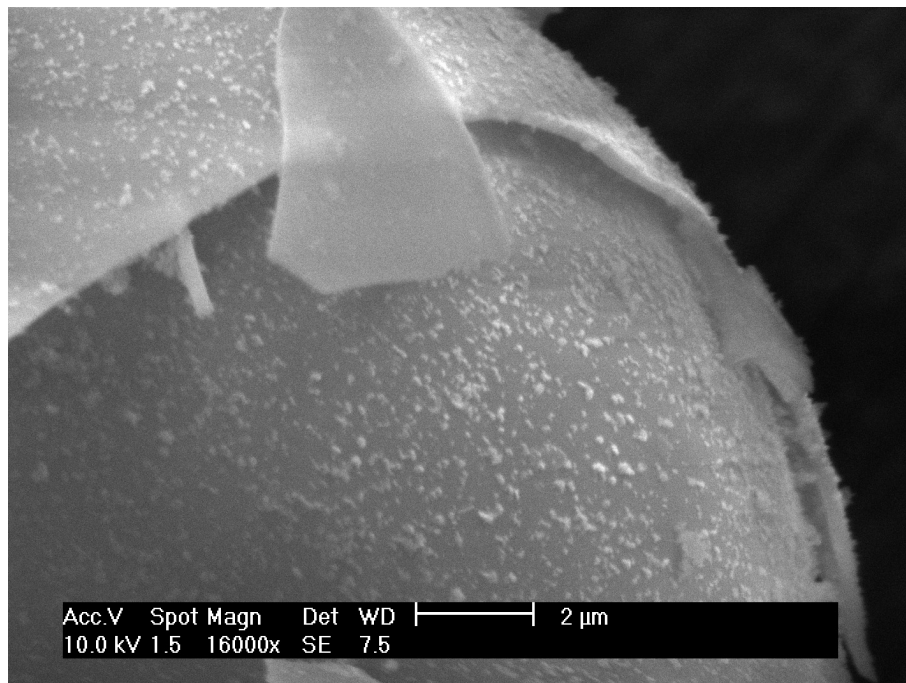


Abbildung 2.4: REM-Aufnahme einer zerbrochenen Glashohlkugel. An der Bruchkante kann man die Wandstärke von etwa $0,3 \mu\text{m}$ erkennen.

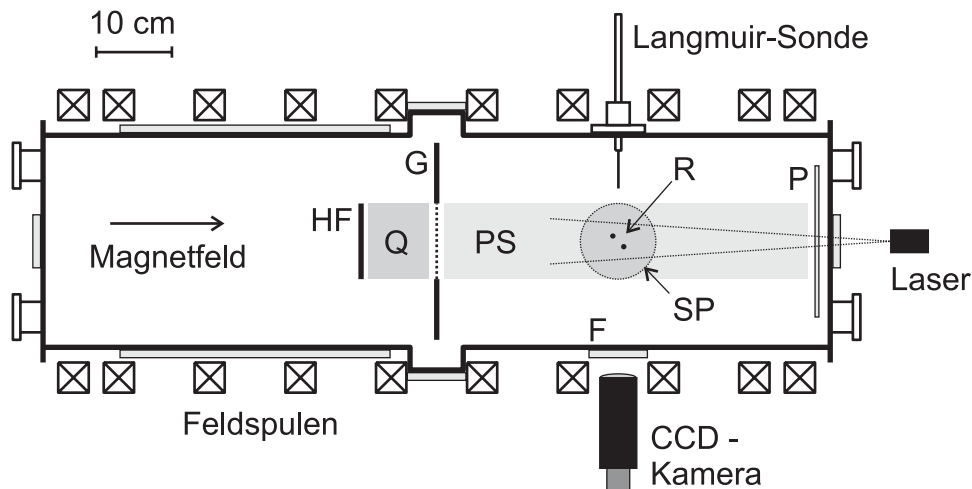


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des Aufbaus für Experimente mit freifallendem Staub und Resonanzkegeln (Draufsicht). (HF) Hochfrequenzelektrode, (G) Gitterelektrode, (Q) Quellplasma, (PS) Plasmasäule, (SP) staubiges Plasma, (P) PlexiglasTM-Platte, (F) Fenster, (R) Resonanzkegellantennen.

2.3 Experiment 1: Resonanzkegel

Der erste experimentelle Aufbau dient der Aufgabe, die Resonanzkegeldiagnostik anzuwenden und den Einfluss des Staubs auf das Plasma zu untersuchen. Dazu ist es nicht erforderlich, den Staub einzufangen, weil die Zeit, die ein Partikel zum Durchqueren der Plasmasäule in freien Fall benötigt, sehr lang ist auf den Zeitskalen, auf denen sich die Staubladung an das Plasma anpasst, und das Plasma auf die Störung durch den Staub reagiert. Deshalb wird in diesem Experiment nahezu freifallender Staub verwendet. Dies hat außerdem den Vorteil, dass die Staubdichte über den Zufluss kontrolliert werden kann.

Für diese Versuche wird das Vakuumgefäß symmetrisch in eine Quell- und eine Zielkammer aufgeteilt (Abbildung 2.5). Eine den Querschnitt des Vakuumgefäßes ausfüllende, geerdete Stahlscheibe, die in ihrer Mitte eine 10 cm weite kreisförmige Öffnung mit einem feinmaschigen Gitter (0,3 mm Maschenweite) hat, trennt die beiden Kammern. In der Quellkammer befindet sich 10 cm vor der Gitterelektrode eine massive, scheibenförmige Stahlelektrode von ebenfalls 10 cm Durchmesser. Das zwischen den Elektroden erzeugte HF-Plasma strömt durch das Gitter hindurch in die Zielkammer, wo es eine Plasmasäule den Magnetfeldlinien entlang füllt. Eine PlexiglasTM-Scheibe begrenzt die Plasmasäule auf eine Länge von 50 cm.

Als Standarddiagnostik werden Langmuir-Sonden verwendet (Abschnitt 2.10). Die Sonden sind auf einer verschiebbaren Sondenstange montiert, die durch einen Seitenflansch vakuumdicht durchgeführt wird. Auf diese Weise kann die Sondenspitze radial durch die Plasmasäule bewegt werden. Die Sonde bewegt sich dabei in

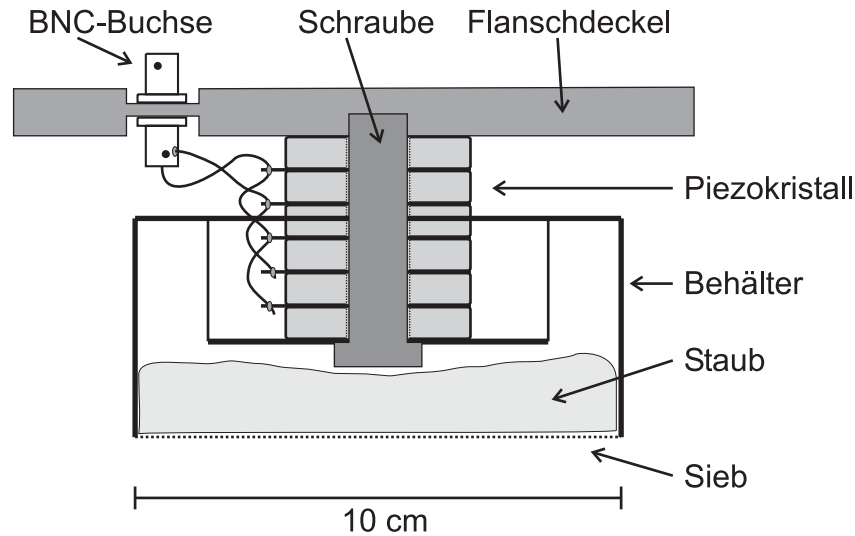


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung des Staubstreuers.

der Mittelebene zwischen Gitterelektrode und PlexiglasTM-Scheibe. Als weitere Diagnostik kommt erstmals in einem staubigen Plasma die Resonanzkegelmethode zur Elektronendichtebestimmung zur Anwendung. Die Beschreibung dieser Technik erfolgt in dem dieser Methode gewidmeten Kapitel 3. An dieser Stelle sei lediglich auf die beiden um eine gemeinsame Achse drehbaren Antennen hingewiesen, die in Abbildung 2.5 eingezeichnet sind. Die Antennen befinden sich wie die Langmuir-Sonde in einem Abstand von etwa 25 cm zu der Gitterelektrode.

Der Staub wird mithilfe des in Abbildung 2.6 gezeigten Staubstreuers in das Plasma eingebracht. Er besteht im Wesentlichen aus einem kreisförmigen Sieb mit Maschenweite $125\ \mu\text{m}$ und 10 cm Durchmesser, auf dem sich ein Staubvorrat von von etwa 2 cm Höhe befindet. Das Siebgehäuse hängt an einem Stapel von piezoelektrischen Kristallen in Scheibenform genau über der Langmuir-Sonde und den Resonanzkegelantennen. Eine Schwingschaltung liefert eine Wechselspannung von etwa 500 V und 8000 Hz, die an die parallel geschalteten Piezoscheiben angelegt wird. Die Schallschwingungen dieses Piezoaktuators übertragen sich auf das Sieb, so dass mit konstanter Rate Staubpartikel herausrieseln.

Die Messung der Staubdichte geschieht indirekt durch Messungen des Teilchenflusses und der Teilchengeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit wird durch stroboskopische Beleuchtung erhalten. Die Flussmessung besteht dann aus einer Zählung der Partikel, die während der Belichtungszeit eine beleuchtete Ebene passieren.

Abbildung 2.7 zeigt den optischen Aufbau im Detail. Eine Laserdiode (40 mW, 648 nm) mit Linienoptik beleuchtet eine dünne Schicht des fallenden Staubs, die um den Winkel $\alpha = 72^\circ$ gegen die Horizontale gekippt ist. Eine CCD-Kamera (*charge-coupled device*) mit einer Auflösung von 640×480 Pixeln und einem Zoom-Objektiv mit einem Brennweitenbereich von $f = (18 \dots 108)$ mm blickt im rechten Winkel auf

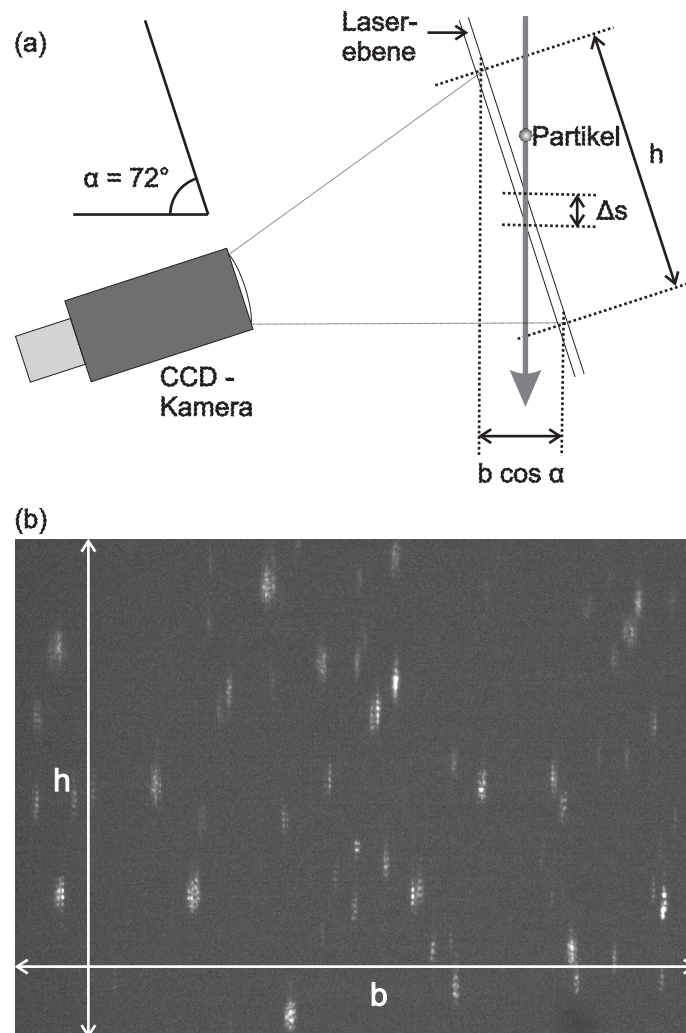


Abbildung 2.7: Optische Bestimmung der Teilchendichte. (a) Seitenansicht in Richtung des Laserstrahls. Die ausgeleuchtete Schicht ist um den Winkel α gegenüber der Horizontalen verkippt. Die Bildbreite b steht senkrecht auf der Zeichenebene, h ist die Bildhöhe. Δs bezeichnet den ausgeleuchteten Abschnitt der Teilchenspur. (b) Bild der stroboskopisch beleuchteten Partikel. Bildbreite $b = 9,7 \text{ mm}$, Bildhöhe $h = 7,2 \text{ mm}$.

diese beleuchtete Schicht und zeichnet die einzelnen Teilchen auf, die die Laserebene durchqueren. Abbildung 2.7 zeigt ein typisches Einzelbild. Das Foto wurde mit einer Belichtungszeit von $T_{\text{exp}} = 10 \text{ ms}$ aufgenommen und bildet eine Fläche von $A = 70 \text{ mm}^2$ ab.

Die Geschwindigkeit der Teilchen wird durch stroboskopische Beleuchtung mit einer Frequenz von $f_{\text{str}} = 10 \text{ kHz}$ gemessen. Auf dem Foto in Abbildung 2.7 erscheint jedes Teilchen als eine Kette von drei oder vier Punkten mit regelmäßigen Abständen. Die Statistik der Abstände ergibt eine mittlere Geschwindigkeit von $v_d = (1,0 \pm 0,1) \text{ m s}^{-1}$.

Diese gemessene Geschwindigkeit ist in Übereinstimmung mit einer theoretischen Abschätzung für die Geschwindigkeit der fallenden Partikel. Die gezeigten Partikel befinden sich etwa $s = (65 \pm 5) \text{ mm}$ unter der Siebfläche im nahezu freien Fall, wie folgende Rechnung zeigt. Die Partikelbewegung wird von der Gravitation und der Stokes-Reibung bestimmt. Die Reibungskraft kann mit der Formel von Epstein [61]

$$F_i = m_d \nu_{\text{dn}} v_d \quad (2.1)$$

berechnet werden, wobei

$$\nu_{\text{dn}} = -\frac{4}{3} \pi a^2 \left(\frac{8 k_B T_n}{\pi m_n} \right)^{1/2} n_n \quad (2.2)$$

die Stoßfrequenz für Impulsübertrag von einem Staubpartikel auf das Neutralgas bedeutet. Sie gilt für kugelförmige Partikel mit einem Radius a , der klein gegen die freie Weglänge der Atome im Neutralgas ist, und spiegelnd an der Teilchenoberfläche reflektierte Gasmoleküle. Es ist n_n die Anzahldichte der Neutralgasatome. Für die Glashohlkugeln ergibt sich eine Stoßfrequenz für Impulsübertrag von $\nu_{\text{dn}} = (3,0 \pm 1,9) \text{ s}^{-1}$. (Der Fehler resultiert aus der Fortpflanzung des Fehlers im Partikelradius.) Damit kann die Bewegung der Partikel aus der Bewegungsgleichung $m_d \ddot{s} = m_d g - m_d \nu_{\text{dn}} \dot{s}$ berechnet werden, wobei s die Fallstrecke und g die Fallbeschleunigung bedeuten. Man erhält die Fallhöhe zur Zeit t nach dem Verlassen des Siebs

$$s(t) = \frac{-g}{\nu_{\text{dn}}} \left[t - \nu_{\text{dn}}^{-1} (1 - \exp[-\nu_{\text{dn}} t]) \right] \quad (2.3)$$

Die Geschwindigkeit $v_d(t) = \dot{s}(t)$ ist dann

$$v_d(t) = \frac{-g}{\nu_{\text{dn}}} (1 - \exp[-\nu_{\text{dn}} t]) \quad (2.4)$$

Unter Berücksichtigung der Fehler in s und ν_{dn} ergibt sich eine Geschwindigkeit von $v_d = (1,0 \pm 0,1) \text{ m s}^{-1}$ an der Stelle $s = (65 \pm 5) \text{ mm}$. Da sich die Partikel nahezu im freien Fall befinden, pflanzt sich der große Fehler von ν_{dn} kaum fort. Das Ergebnis stimmt also mit der Messung überein.

Zur Bestimmung der Anzahldichte sind nun die Teilchenzahlen in den Einzelbildern auszuzählen. Da die Zeit, in der die Partikel die Laserebene durchqueren (etwa

0, 3 ms), viel größer ist als die Dunkelzeit zwischen zwei Laserpulsen ($50 \mu\text{s}$), werden wirklich alle Teilchen gezählt. Das Foto in Abbildung 2.7 zeigt $N = 51$ Partikel. Bei N gezählten Partikeln in einem Einzelbild beträgt der Fehler nach der Poisson-Statistik $N^{1/2}$, in diesem Fall also 14 %. Daher werden üblicherweise zehn oder mehr Bilder ausgewertet, um einen Mittelwert mit kleinerem Fehler zu erhalten. Die Dichte ergibt sich nun aus $n_d = N/v_d A_\perp T_{\text{exp}}$, wobei $A_\perp = A \cos \alpha = 21,7 \text{ mm}^2$ die Projektion der abgebildeten Fläche A auf die Horizontale und T_{exp} die Belichtungszeit bedeuten. Die sich ergebende Staubbichte beträgt $n_d = (2,3 \pm 0,6) \times 10^8 \text{ m}^{-3}$, wobei sich der Fehler aus dem Fehler der Geschwindigkeit und dem Fehler der Teilchenzahl für nur ein Einzelbild ergibt.

Diese optische Messmethode wurde mit einer Langzeitmessung hinsichtlich ihrer Größenordnung überprüft. Dazu wurde mit einem Becher bekannter Öffnung ($A_{\text{cup}} \approx 16 \text{ cm}^2$) während einer Gesamtzeit von $T_{\text{tot}} = 3900 \text{ s}$ Staub aufgefangen. Aus der Füllhöhe von $h \approx 9 \text{ mm}$ und einer Packungsdichte von 60 % (Herstellernangabe) ergibt sich eine Partikelzahl von $N_{\text{tot}} \approx 2 \times 10^9$. Für eine Fallgeschwindigkeit in der Bildebene von $v_d = 1 \text{ m s}^{-1}$ erhält man aus $n_d = N_{\text{tot}}/v_d A_{\text{cup}} T_{\text{tot}}$ die Dichte $n_d \approx 3 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$. Diese Abschätzung bestätigt die mit der Kamera gemessene Größenordnung.

2.4 Experiment 2: Staubeinschluss und staubakustische Wellen

Der zweite experimentelle Aufbau hat den Zweck, Staubpartikel über längere Zeit in der Entladung einzufangen, um die sehr niederfrequenten staubakustischen Wellen untersuchen zu können. Der Einschluss macht sich die starken elektrischen Felder in einem anodischen Plasma zunutze (Kapitel 5).

Dazu wird wiederum eine Plasmasäule nach dem in Abschnitt 2.1 beschriebenen Verfahren erzeugt (Abbildung 2.8). Die geerdete Gitterelektrode besteht hier aus einem kreisförmigen Edelstahlmaschengitter mit Durchmesser 10 cm und einem Edelstahlrahmen mit 2 cm Breite. Die gespeiste Gegenelektrode hat den Durchmesser des Rahmens der Gitterelektrode, das heißt 14 cm, und von dieser einen Abstand von 5 cm. Die Elektroden befinden sich an dem linken Ende des Vakuumgefäßes. Diese Experimente werden typischerweise bei einem Druck von $p = 2 \text{ Pa}$ und einem Magnetfeld von $B = 20 \text{ mT}$ durchgeführt. Die Hochfrequenzleistung beträgt nominell nur $P_{\text{rf}} = 1 \text{ W}$, denn die Plasmasäule dient lediglich als Elektronenquelle für das eingebettete anodische Plasma (Kapitel 4).

Eine zusätzliche kreisförmige Anode aus Edelstahl mit dem Durchmesser $2r_a = 30 \text{ mm}$ wird 40 cm vor der Gitterelektrode in das Plasma eingebracht. Die Rückseite der Anodenscheibe ist durch eine PlexiglasTM-Scheibe desselben Durchmessers isoliert. Die Anode wird von einem geerdeten Edelstahlrohr, das durch den linken End-

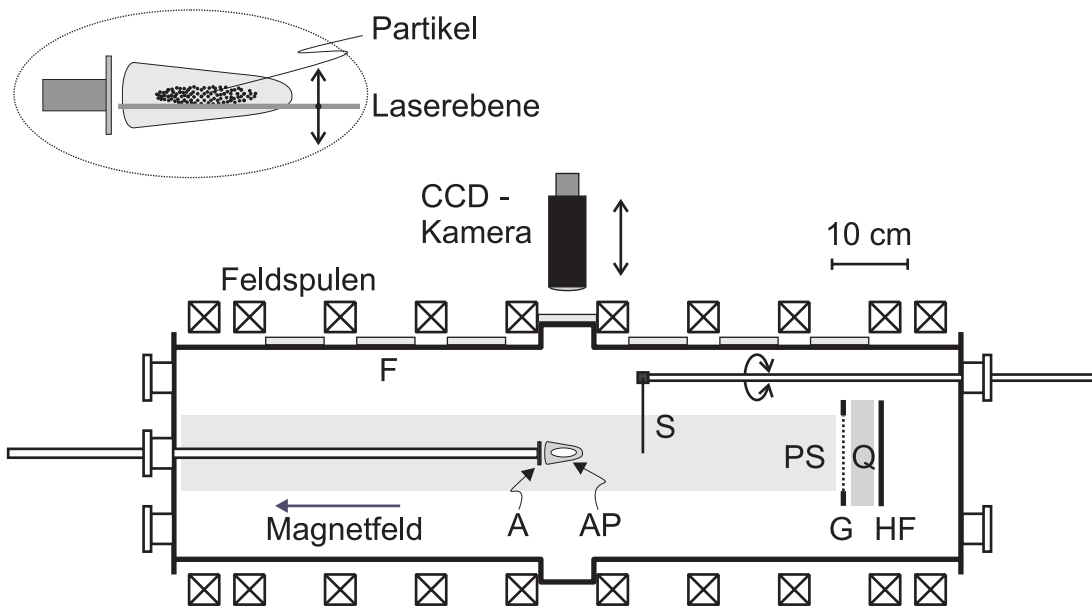


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung des Aufbaus für Experimente mit gefangenem Staub und staubakustischen Wellen (Seitenansicht). (HF) Hochfrequenzelektrode, (G) Gitterelektrode, (Q) Quellplasma, (PS) Plasmasäule, (A) Anode, (AP) anodisches Plasma, (F) Fenster, (S) Sonde. Die kleine Skizze oben links zeigt die Beleuchtung einer dünnen horizontalen Schicht der eingeschlossenen Partikel mit einem horizontal aufgeweiteten Laserstrahl, der senkrecht zur Zeichenebene eingestrahlt wird.

deckel durchgeführt ist, elektrisch isoliert getragen. über eine in dem Rohr verlegte Zuleitung kann eine Anodenspannung von außen vorgegeben und der Anodenstrom gemessen werden.

Die Beschaltung der Anode wird in Abbildung 2.9 dargestellt. Die Anodenspannung wird von einer Verstärkerschaltung bereitgestellt, die von einem Computer mit Digital-Analog-Wandler gesteuert wird. Der Widerstand R_a im Anodenkreis ermöglicht eine Bestimmung des Anodenstroms. Dazu wird der Spannungsabfall an R_a mithilfe eines Isolationsverstärkers gemessen und dann digitalisiert an den PC übergeben. Ein Computerprogramm stabilisiert den gewählten Anodenstrom durch Regelung der Anodenspannung. Die Anodenströme liegen im Bereich von $I_a = (5 \dots 15) \text{ mA}$ bei Anodenspannungen von $U_a = (50 \dots 100) \text{ V}$. Erst bei viel größeren Entladungsströmen ($I_a \approx 1 \text{ A}$) bildet das anodische Plasma einen langgestreckten „Firerod“ [62], der von einer ionisierenden Doppelschicht umgeben ist. Der Mechanismus, der im Gegensatz dazu bei den in dieser Arbeit verwendeten niedrigen Anodenströmen das Plasma erzeugt, wird in Kapitel 4 behandelt. Der hier beschriebene Aufbau hat Ähnlichkeit mit dem Partikeleinschluss vor einer positiven Anode in früheren Experimenten [20, 21], unterscheidet sich jedoch von diesen in der Verwendung eines primären HF-Plasmas.

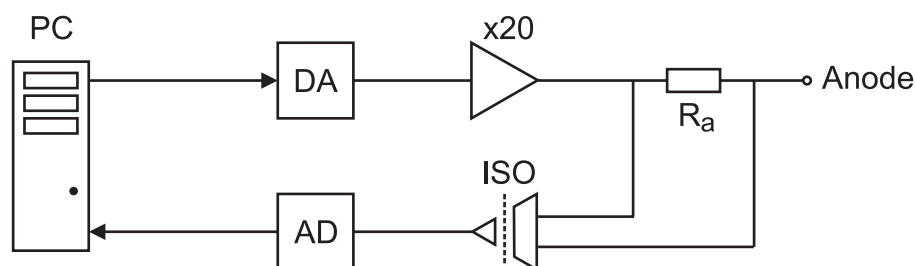


Abbildung 2.9: Beschaltung der Anode zur Stromstabilisierung.

Um den Staub in das anodische Plasma einzubringen, wird ein kleines Tablett mit ein wenig Staub etwa 1,5 cm unter die Anode gefahren. Kurzzeitiges Erhöhen der Anodenspannung auf $U_a = 120 \text{ V}$ erzeugt genügend hohe elektrische Feldstärken, um einige der negativ geladenen Partikel in das anodische Plasma hineinzuziehen. Danach wird das an einer Stange parallel zur Anodenstange befestigte Tablett wieder hinter die Anode gezogen, um die radiale Symmetrie des anodischen Plasmas bei den Messungen nicht zu stören.

Die Diagnostik des Plasmas geschieht mit einer emissiven Sonde und einer Langmuir-Sonde, die zu einer Baugruppe zusammengefasst sind (Abschnitt 2.5.2). Die abgewinkelte Form und die dreh- und verschiebbar durchgeführte Sondenstange erlauben, zweidimensionale Längsschnitte durch die Plasmasäule zu messen.

Die Staubdichtediagnostik erfolgt durch Zählen der Teilchen in einem bekannten beleuchteten Volumen. Dazu wird der Strahl eines frequenzverdoppelten Nd:YAG-Lasers (200 mW, 532 nm) mithilfe einer Linienoptik zu einer gleichmäßigen, 5 cm breiten und sehr dünnen Linie aufgeweitet. Das Intensitätsprofil wurde durch direkte Beleuchtung des CCD-Chips der Kamera bei niedrigster Laserleistung bestimmt. In der vertikalen Richtung hat die Laserlinie bei der Entfernung, in der sich der beleuchtete Staub befindet, ein Gauß-Profil mit einer Halbwertsbreite von $d_L = (254 \pm 20) \mu\text{m}$. Der Laser mit optischem Aufbau und die CCD-Kamera sind gemeinsam auf einer vertikalen Verschiebeeinrichtung montiert, so dass die Kamera von oben stets fokussiert auf eine ausgeleuchtete, horizontale Schicht blickt. Auf diese Weise kann innerhalb weniger Sekunden ein vertikaler Scan mit fünf Bildern je Millimeter durch eine im anodischen Plasma gefangene Staubwolke aufgenommen werden.

Die Kamera ist mit einem Objektiv variabler Brennweite $f = (18 \dots 108) \text{ mm}$ ausgestattet, um auf zwei verschiedene Weisen eingesetzt zu werden. Zur Bestimmung einer absoluten Dichte wird mit der maximalen Brennweite ein kleiner Ausschnitt der Staubwolke betrachtet, auf dem dann einzelne Partikel sichtbar werden. Aus den digitalen Bildern werden mit zu diesem Zweck geschriebenen Programmen die Partikelanzahlen N und die Partikelkoordinaten extrahiert. So ist es möglich, Hunderte von Bildern auszuwerten, um eine gute Statistik zu erreichen. Der Abbildungsmaßstab wird durch Aufnahme einer Millimeterskala bestimmt, die Dichte

ergibt sich dann als $n_d = N/d_L A$, wobei A die abgebildete Fläche bedeutet.

Sollen staubakustische Wellen untersucht werden, dann wird die Objektivbrennweite so eingestellt, dass die ganze Wolke abgebildet wird. Um die erforderliche maximale Bildrate von 120 fps (*frames per second*) zu erreichen, muss die Auflösung auf 320×120 Pixel reduziert werden. Dies reicht aus, um Frequenzen von staubakustischen Wellen bis zu 60 Hz eindeutig zu messen (Nyquist-Grenze). Allerdings können so keine einzelnen Teilchen mehr aufgelöst werden. Die Grauwerte des Bildes dienen dann als relatives Dichtemaß, das mit einer absoluten Dichtemessung bei voller Auflösung kalibriert werden kann.

2.5 Sondendiagnostiken

Zur Plasmadiagnostik werden sowohl Langmuir-Sonden als auch eine emissive Sonde eingesetzt. Langmuir-Sonden liefern die Ionendichte n_i und die Elektronentemperatur T_e . Die emissive Sonde dient der Messung des Plasmapotentials ϕ_p . Die Sonden sind auf beweglichen Sondenstangen montiert, die von außen durch Vakuumdurchführungen in das Entladungsgefäß führen (siehe Abbildungen 2.5 und 2.8). Im Folgenden werden die Sondendesigns, die Sondenbeschaltungen und die Auswertverfahren beschrieben.

2.5.1 Passiv kompensierte Sonde

In den Experimenten mit frei fallendem Staub ist das Plasma zwar durch die geerdete Elektrode von dem hochfrequenten Quellplasma getrennt, dennoch kann von vornherein nicht ausgeschlossen werden, dass das Plasmapotential mit einer kleinen, aber störenden Hochfrequenzamplitude oszilliert. Die gleichrichtende und kapazitive Schicht um die Sonde führt wegen des oszillierenden Plasmapotentials zu verzerrten Kennlinien [63], wenn keine Kompensation vorgenommen wird. Man erhält flachere Kennlinien, so dass zu hohe Elektronentemperaturen gemessen werden, und Floatingpotentiale erscheinen negativer, als sie es in Wirklichkeit sind. Zur Abhilfe können aktive Kompensationsverfahren eingesetzt werden, die der Sondenanspannung eine hochfrequente Wechsellspannung überlagern. So wird der Spannungsabfall über der Sondenanspannung zeitlich konstant gehalten, und es können die für Gleichstromentladungen entwickelten Sondentheorien angewendet werden.

In den Experimenten mit frei fallenden Partikeln wird das Verfahren der passiven Kompensation [64] eingesetzt. Die Funktionsweise soll anhand der Abbildung 2.10 erläutert werden, die eine Skizze der Sonde mit Kompensationsschaltung enthält. In einer PlexiglasTM-Kapsel befindet sich ein Filter, das die hochfrequenten Signale sperrt. Das Filter besteht aus zwei SMD-Induktivitäten (einige μH), die zusammen mit ihren Streukapazitäten gerade Sperrkreise für die Hochfrequenz und ihre

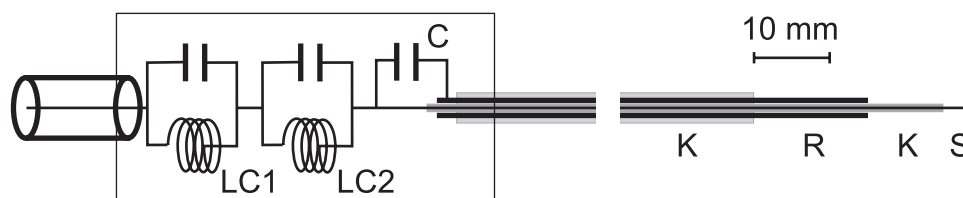


Abbildung 2.10: Skizze der Langmuir-Sonde mit passiver Kompensation. (S) Sondenspitze, (K) Keramikisolierung, (R) Referenzsonde, (C) Kopplungskapazität, (LC1, LC2) Sperrkreise. Am linken Ende wird die Sondenstange mit Zuleitung angedeutet.

erste Harmonische bilden. Die Schaltung schwächt beide Frequenzen um mehr als -40 dB ab. Die Sonde selbst ist kapazitiv ($C = 470$ pF) an eine relativ große Referenzsonde gekoppelt, die ein synchron mit dem Plasma fluktuierendes Potential aufnimmt und dieses dem Sondenpotential überlagert. Diese Sondentechnik wurde von Godyak *et al.* [64] zu Messungen der Elektronenenergieverteilungsfunktion in einer Parallelplattenentladung entwickelt und wird in diesem Institut seit über zehn Jahren eingesetzt [65, 66, 49, 37].

Es wird wahlweise eine zylindrische oder eine ebene Sonde dieser Bauart verwendet. Die Spitze der Zylindersonde besteht aus einem 2,5 mm weit aus dem Keramikröhrchen herausragenden Wolframdraht mit einem Durchmesser von $50 \mu\text{m}$. Die ebene Sonde besteht aus einem 3,5 mm langen und 3,0 mm breiten Wolfram-Blech, das auf der Rückseite mit Keramikkleber isoliert ist.

2.5.2 Kombinierte Langmuir- und emissive Sonde

In den Experimenten mit gefangenen Partikeln wird eine Sondenkonstruktion verwendet, die eine Langmuir-Sonde mit einer emissiven Sonde kombiniert. Eine Hochfrequenzkompensation ist hier nicht erforderlich, weil mit den Sonden das anodische Plasma, also eine Gleichstromentladung, untersucht werden soll.

Abbildung 2.11 zeigt eine Skizze der Sondenkonstruktion. Die Winkelhalterung wird auf die Sondenstange mit Steckkontakten aufgesteckt, so dass die beiden Sondenspitzen mit einem Radius von 10 cm um die Sondenstange gedreht werden können (siehe Abbildung 2.8). Die Langmuir-Sondenspitze ist ein 3,5 mm langer Wolframdraht mit einem Durchmesser von $50 \mu\text{m}$. Die emissive Sonde wird von einer Wolframschleife aus demselben Draht gebildet. Die beiden Drahtenden der Schleife führen in ein Keramikröhrchen mit Doppelbohrung, wo sie über eine Länge von mehreren Zentimetern den Kontakt mit je einem $200 \mu\text{m}$ starken Edelstahl draht herstellen. Dies ermöglicht eine Erneuerung der Schleife und Wiederverwendung der Haltekonstruktion. Die Schleife hat eine Drahtlänge von etwa 7 mm.

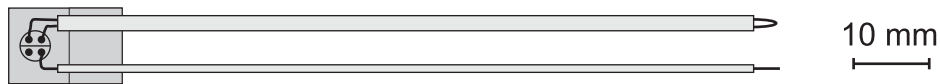


Abbildung 2.11: Skizze der kombinierten Sonde, die aus einer emissiven Sonde (oben) und einer Langmuir-Sonde (unten) besteht. An der linken Seite ist der Winkelstecker zu erkennen, mit dem die Sonde rechtwinklig auf die aus der Zeichenebene herauskommende Sondenstange gesteckt wird.

2.5.3 Beschaltung der Sonden

Die Beschaltung beider Sonden und die automatisierte Aufnahme von Kennlinien und Potentialen wird in Abbildung 2.12 schematisch dargestellt.

Im Fall der Langmuir-Sonde wird ein Hochspannungsverstärker von einem Digital-Analog-Wandler angesteuert, und die Ausgangsspannung wird über einen Messwiderstand von typischerweise $R_p = 10 \text{ k}\Omega$ auf die Sondenspitze geleitet. Der Sondenstrom bewirkt einen Spannungsabfall an dem Messwiderstand, der mit einem Isolationsverstärker und nachgeschaltetem Analog-Digital-Wandler gemessen wird. Das Computerprogramm erzeugt so die Kennlinie, die die funktionale Abhängigkeit des Sondenstroms von der Sondenspannung beschreibt.

Die emissive Sonde wird zur Bestimmung des Plasmapotentials verwendet. Da das Plasmapotential bei einer emissiven Sonde mit dem Floatingpotential nahezu zusammenfällt [67], brauchen keine Kennlinien aufgenommen zu werden, sondern es reicht aus, das sich von selbst an der Sonde einstellende Potential zu messen. Die Idee der emissiven Sonde besteht darin, dass die durch Glühemission freigesetzten Elektronen bei einem Potential nur knapp unter dem Plasmapotential den Elektronenstrom der Plasmaelektronen kompensieren können. Dazu muss der Glühdraht natürlich hinreichend heiß sein, damit genügend Elektronen aus dem Draht austreten können. Ein Heizen über diese Temperatur hinaus bringt keinen weiteren Vorteil, weil dann der die Sonde verlassende Elektronenstrom durch eine sich um die Sonde bildende Elektronenraumladungsschicht begrenzt wird. Außerdem verkürzen höhere Temperaturen unnötig die Lebensdauer der Sondenspitze. Die Heiztemperatur wird auf die von Hershkowitz [68] beschriebene Weise so eingestellt, dass sich ein um das Floatingpotential etwa symmetrischer Kennlinienverlauf ergibt. Die Heizung erfolgt durch einen Heizstrom durch die Sonde (siehe Abbildung 2.12). Als Stromquelle wird ein Bleiakkumulator mit 4 V Spannung verwendet. Der Strom kann mit Hilfe des regelbaren Widerstands eingestellt werden. Der nach dem oben angegebenen Verfahren optimierte Heizstrom beträgt etwa 0,7 A. Da über der Wolframschleife eine Spannung abfällt, wird die Sondenspannung mit einem symmetrischen Spannungsteiler gemessen. Ein weiterer Spannungsteiler teilt die Sondenspannung im Verhältnis 1:100, um sie an den Messbereich des 12-Bit-Analog-Digital-Wandlers anzupassen.

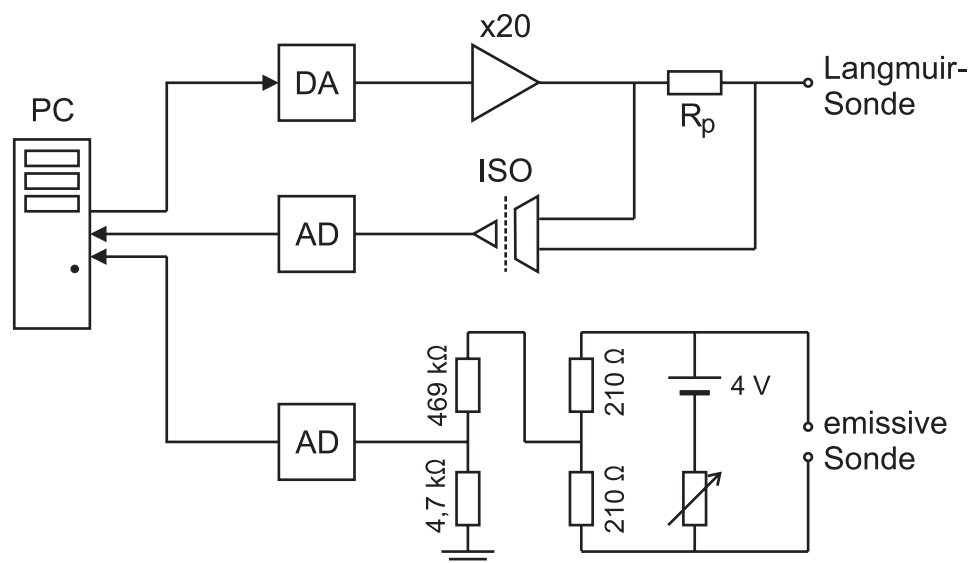


Abbildung 2.12: Beschaltung der Sonden zur automatisierten Aufnahme von Kennlinien.

2.5.4 Auswertung der Kennlinien

Abbildung 2.13 zeigt eine typische Kennlinie, die im anodischen Plasma aufgenommen wurde. Diese Kennlinie unterscheidet sich im Elektronenstrombereich von den in Lehrbüchern [67, 68] gezeigten Kennlinien. Auffällig ist, dass das Plasmapotential nicht durch einen Wendepunkt erkennbar ist. Der Übergang vom Elektronenanlauf zum Elektronensättigungsbereich ist hier fließend. Dies kann jedoch verstanden werden, wenn man berücksichtigt, dass die Elektronen bei dem Magnetfeld von $B = (20 \dots 50)\text{ mT}$ bereits magnetisiert sind. Die Elektronen können sich senkrecht zum Magnetfeld nur durch Diffusion bewegen, so dass eine stark positive Sonde die „Flussröhre“, in der die Sondenspitze liegt, durch den Sondenstrom entleeren kann [67]. Der Elektronenstrom wird dann durch den Diffusionsstrom senkrecht zum Magnetfeld begrenzt, durch den Elektronen in die Flussröhre nachfließen. Eine rechnerische Behandlung dieses Problems ist offensichtlich schwierig, weil das Plasma entlang der Feldlinien im kurzen anodischen Plasma sehr inhomogen ist. Dies ist der Grund, warum in den Experimenten mit gefangenen Partikeln das Plasmapotential nicht mit einer Langmuir-Sonde sondern mit einer Glühsonde gemessen wird. Die Plasmen dagegen, die zur Untersuchung der frei fallenden Partikel verwendet werden, haben über eine wesentlich größere Länge eine um einen Faktor zwei bis drei höhere Dichte. Dies erklärt, warum in der Kennlinie, die in Abbildung 3.9 in Kapitel 3 gezeigt wird, ein Wendepunkt erkennbar ist. In jedem Fall können aber die niedrigen Elektronenströme noch durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden [67], auch wenn der Elektronenanlaufbereich bei den höheren Strömen langsamer als exponentiell ansteigt. In den Experimenten unterscheiden sich ab einem Sondenstrom von etwa $3\ \mu\text{A}$ die gemessenen Ströme von den mit einem exponentiell-

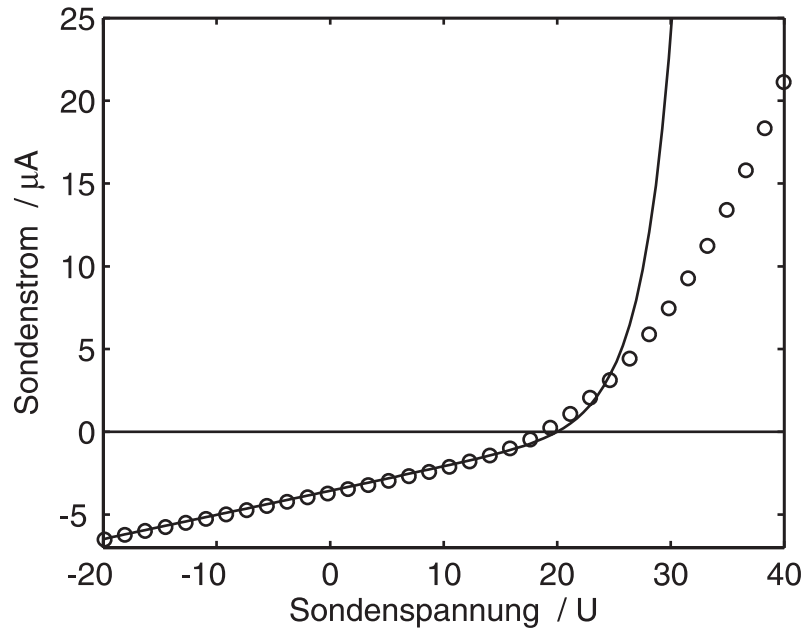


Abbildung 2.13: Eine typische Langmuir-Sondenkennlinie aus dem anodischen Plasma. Die durchgezogene Linie zeigt den Sondenstrom, der sich aus dem Ionenstrom nach der vereinfachten ABR-Theorie für die Ionendichte $n_i = 8,5 \times 10^{14} \text{m}^{-3}$ und einen Elektronenstrom für $k_B T_e = 2,8 \text{ eV}$ zusammensetzt. Zur besseren Sichtbarkeit wird nur jeder dritte Messwert gezeigt.

len Elektronenstrom angepassten Gesamtströmen. Deshalb wird für die Auswertung der Kennlinie nur der Bereich niedrigerer Ströme verwendet.

Da also eine verlässliche Elektronendichtebestimmung aus dem Elektronenstrom nicht möglich ist, muss diese aus dem Ionensättigungsstrom abgeleitet werden. Die Ionen sind von dem schwachen Magnetfeld aufgrund ihrer viel größeren Masse kaum betroffen. Der Berechnung des Ionenstroms liegt die Theorie von Allen, Boyd und Reynolds (ABR) [69] zugrunde, die in dem vorliegenden Druckbereich anwendbar ist. Für die Ionen werden dabei stoßfreie, rein radiale Bahnen angenommen. Die Beschränkung auf radiale Bewegung (daher die ebenfalls gebräuchliche Bezeichnung *radial motion theory*) wird durch die niedrigen kinetischen, das heißt thermischen, Energien der Ionen gerechtfertigt, die sie vor der Annäherung an die Sonde haben. Die Potentialverteilung in der Umgebung der Sonde wird in der ABR-Theorie selbstkonsistent aus der Poisson-Gleichung in Verbindung mit der Kontinuitätsgleichung für die Ionen berechnet. Es stellt sich heraus, dass es eine die Sonde umgebende Schicht gibt, in der die im Plasma geltende Quasineutralität nicht mehr erfüllt wird. An der Oberfläche der Schicht ist das Potential $\phi_s = k_B T_e / 2e$, und die Ionen erreichen die Geschwindigkeit $c_{si} = (k_B T_e / m_i)^{1/2}$, die auch Bohm-Geschwindigkeit genannt wird. Hat die Schicht die Oberfläche A_s , dann lässt sich der Ionenstrom

offensichtlich mit der sogenannten Bohm-Formel berechnen:

$$I_i = \underbrace{\exp\left(-\frac{2e\phi_s}{k_B T_e}\right)}_{0,61} A_s n_i \left(\frac{k_B T_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} . \quad (2.5)$$

Der Zahlenfaktor 0,61 folgt aus der Kenntnis des Potentials ϕ_s an der Schichtkante, er beschreibt die Verdünnung des an der Schichtkante noch quasineutralen Plasmas.

Es bleibt die Aufgabe, die Oberfläche A_s der Schicht zu bestimmen. Der exakte Verlauf des Potentials kann zwar durch Lösung der Poisson-Gleichung numerisch berechnet werden [69]. Hier wird allerdings eine vereinfachte Theorie [70] verwendet, um eine aufwändige numerische Anpassung tabellierter, normierter Charakteristiken zu umgehen. Die vereinfachte, aber in der Praxis brauchbare Lösung, geht davon aus, dass in der Schicht die Elektronendichte vernachlässigbar ist, und an der Schichtkante das elektrische Feld verschwindet. Diese Vereinfachung kennt also keine Vorschicht, in der die Ionen auf die Bohm-Geschwindigkeit beschleunigt werden, die Bohm-Geschwindigkeit wird vielmehr als Randbedingung vorausgesetzt. Unter diesen Voraussetzungen findet man für die Schichtbreite den analytischen Ausdruck

$$x_s = \underbrace{\frac{2}{3} \left[\frac{2}{\exp(-1)} \right]}_{1,02}^{\frac{1}{4}} \left[\left(\frac{-e\phi_p}{k_B T_e} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{-e\phi_p}{k_B T_e} \right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} \right] \lambda_D , \quad (2.6)$$

in der λ_D die linearisierte Debye- oder Abschirmlänge und ϕ_p das Sondenpotential bedeuten. Anhand dieses Ausdrucks wird deutlich, dass das Anwachsen des Ionenstroms mit zunehmend negativer Sondenspannung seine Ursache in der Ausdehnung der Ionen einsammelnden Randschicht hat. Liegt die Sondenspannung weit unter dem Plasmapotential, das heißt $-e\phi_p \gg k_B T_e$, wird demnach $x_s \approx -e\phi_p \lambda_D / k_B T_e$, hat also die Größenordnung von einigen Debye-Längen und ist näherungsweise proportional zum Sondenpotential. Für Zylinder- und Kugelsonden ergeben sich unterschiedliche Schichtoberflächen A_s . Es gilt

$$A_s = A_p \left(1 + \frac{x_s}{r_p} \right)^n , \quad (2.7)$$

wobei $A_p = 4\pi r_p^2$, $n = 2$ für eine Kugelsonde und $A_p = 2\pi r_p l$, $n = 1$ für eine Zylindersonde der Länge l zu verwenden sind. Bei kurzen Zylindersonden wird die Schicht allerdings mit zunehmender Breite immer kugelhähnlicher. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird die Schicht um die Zylindersonde als Kombination einer zylindrischen Schicht der Länge l und einer halbkugelförmigen Schicht um den Endpunkt modelliert. Das keramikseitige Ende wird vernachlässigt, da die Keramik aufgrund ihres negativen Floatingpotentials ebenfalls von einer Schicht, wenn auch von anderer Größe, umgeben ist. Damit ergibt sich die Schichtoberfläche

$$A_s \approx 2\pi(r_p + x_s)l + 2\pi(r_p + x_s)^2 , \quad (2.8)$$

die nun in die Bohm-Formel (Gleichung 2.5) einzusetzen ist.

Die eigentliche Auswertung der Kennlinie geschieht mit einem Iterationsverfahren. Es wird mit den Schätzwerten $k_B T_e = 3 \text{ eV}$ und $\lambda_D = 100 \mu\text{m}$ begonnen. Bei der ersten Iteration wird die Bohm-Formel an den negativen Teil der Kennlinie ($I < 0$) angepasst, da die Aufteilung in Elektronen- und Ionenstrom noch nicht erfolgt ist. Die Anpassung liefert einen angepassten Ionenstrom I'_i und insbesondere eine Ionendichte n_i . Daraus wird der reine Elektronenstrom $I_e = I - I'_i$ berechnet. An diesen wird nun im Bereich niedriger Ströme eine Exponentialfunktion angepasst (siehe oben), und die Elektronentemperatur T_e bestimmt. Aus dem Exponentialfit I'_e wird jetzt umgekehrt der reine Ionenstrom $I_i = I - I'_e$ berechnet, an den I'_i mit den verbesserten Parametern T_e und λ_D erneut angepasst wird. Wenn λ_D und T_e stabil sind, wird die Iteration abgebrochen.

Kapitel 3

Diagnostik mit Resonanzkegeln

In diesem Kapitel wird zunächst die der Resonanzkegeldiagnostik zugrundeliegende Theorie für staubfreie Plasmen beschrieben. Da es bislang keine Theorie der Resonanzkegel für komplexe Plasmen gibt, werden die Fragen aufgeworfen, die der Einsatz der Methode im staubigen Plasma mit sich bringt. Die Klärung erfolgt dann durch das Experiment. Dabei wird ein komplexes Plasma mit verschiedenen Staubdichten verwendet, um die Elektronendichte, die von der Methode gemessen wird, beeinflussen zu können. Als Referenz dient eine Langmuir-Sonde. Zum Schluss wird der physikalische Mechanismus identifiziert, der für den Einfluss der Staubdichte auf die Elektronendichte verantwortlich ist.

3.1 Die Resonanzkegelmethode

Es ist gut bekannt, dass ein äußeres Magnetfeld eine anisotrope Ausbreitung von Wellen in Plasmen bewirkt [71]. Dieser Effekt wird in der Elektrodynamik mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen beschrieben. Wenn man nur an dem Nahfeld interessiert ist, das heißt, es sollen nur Abstände \vec{r} von der Antenne betrachtet werden, die kürzer als die elektromagnetischen Wellenlängen sind, dann kann eine elektrostatische Approximation verwendet werden. Das bedeutet, dass die Störung des Magnetfeldes vernachlässigt werden kann, also weder das Induktions- noch das Durchflutungsgesetz der Maxwell'schen Gleichungen berücksichtigt werden müssen. Diese Näherung ist auch nahe der Hybridresonanz zulässig [57]. Unter dieser Annahme ist das elektrische Feld wirbelfrei und kann durch ein elektrisches Potential ϕ in der Form $\vec{E} = -\nabla\phi$ beschrieben werden. Für das Potential gilt die Poisson-Gleichung

$$\nabla^2\phi(\vec{r}, t) = -\frac{\rho(\vec{r}, t)}{\epsilon} . \quad (3.1)$$

Die darin auftretende zeitabhängige Raumladung

$$\rho(\vec{r}, t) = q \delta(\vec{r}) \exp(-i\omega t) \quad (3.2)$$

stellt die in den Ursprung des Koordinatensystems gelegte punktförmige Antenne dar, die mit der Kreisfrequenz ω und der Ladungsamplitude q periodisch umgeladen wird. Weil das Plasma aufgrund des Magnetfeldes anisotrop ist, tritt in Gleichung (3.1) an die Stelle einer skalaren Dielektrizitätskonstanten ϵ der Dielektrizitätstensor

$$\boldsymbol{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} S & -iD & 0 \\ iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} . \quad (3.3)$$

Dabei wurde die z -Richtung parallel zum Magnetfeld \vec{B} gewählt, das heißt $\vec{B} = (0, 0, B)$. Das Element P entspricht der skalaren Dielektrizitätskonstanten für den Fall $B = 0$. Die nicht verschwindenden Tensorelemente, die auch Stix-Parameter genannt werden, haben für ein kaltes, stoßfreies Plasma die Form

$$S = 1 - \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{ce}}^2} - \frac{\omega_{\text{pi}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{ci}}^2} , \quad (3.4)$$

$$D = \frac{\omega_{\text{pi}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{ci}}^2} \frac{\omega_{\text{ci}}}{\omega} - \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{ce}}^2} \frac{\omega_{\text{ce}}}{\omega} , \quad (3.5)$$

$$P = 1 - \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{\text{pi}}^2}{\omega^2} . \quad (3.6)$$

In dem uns interessierenden Fall $\omega \gg \omega_{\text{pi}}$ dürfen die Ionenterme in den drei Gleichungen vernachlässigt werden. Nun kann die Poisson-Gleichung (3.1) gelöst werden. Man erhält in Kugelkoordinaten

$$\phi(r, \vartheta, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp(-i\omega t) (P \sin^2 \vartheta + S \cos^2 \vartheta)^{-\frac{1}{2}} . \quad (3.7)$$

Die Lösung unterscheidet sich also von dem Vakuumpotential, das sind die ersten beiden Faktoren, durch einen zusätzlichen winkelabhängigen Faktor. Der Betrag dieses dritten Faktors wird in Abbildung 3.1 für verschiedene Frequenzen ω bei einem festen $\omega_{\text{ce}}/\omega_{\text{pi}}$ -Verhältnis dargestellt.

Entscheidend für die Anwendung als Diagnostik ist, dass das Potential für $P \sin^2 \vartheta = -S \cos^2 \vartheta$ eine Polstelle hat. Dies kann der Fall sein, wenn entweder P oder S negativ ist. Aus den Gleichungen (3.4) und (3.6) ergibt sich damit, dass Polstellen nur in den Frequenzbereichen $\omega < \min(\omega_{\text{pe}}, \omega_{\text{ce}})$, dem *lower branch*, und $\max(\omega_{\text{pe}}, \omega_{\text{ce}}) < \omega < (\omega_{\text{pe}}^2 + \omega_{\text{ce}}^2)^{1/2}$, dem *upper branch*, auftreten können. Der Winkel, bei dem die Polstelle des Potentials auftritt, ist offensichtlich durch

$$\tan^2 \vartheta_C = -\frac{S}{P} \quad (3.8)$$

gegeben. Der Resonanzwinkel kann auch direkt durch die Frequenzen ω_{pe} , ω_{ce} und ω , ausgedrückt werden [57]:

$$\sin^2 \vartheta_C = \frac{\omega^2(\omega_{\text{pe}}^2 + \omega_{\text{ce}}^2 - \omega^2)}{\omega_{\text{pe}}^2 \omega_{\text{ce}}^2} . \quad (3.9)$$

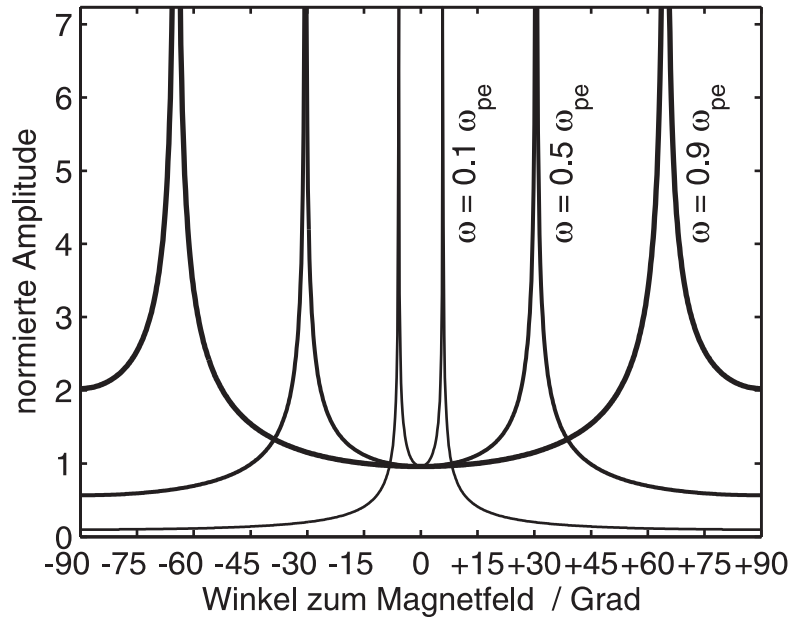


Abbildung 3.1: Winkelabhängigkeit des Potentials um eine Punktantenne, berechnet für $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 5$.

Dieser Zusammenhang bietet die Möglichkeit einer einfachen experimentellen Bestimmung der Elektronendichte. Mit der Definition für die Plasmafrequenz ergibt sich aus Gleichung (3.9) die Elektronendichte

$$n_e = \frac{(\omega_{ce}^2 - \omega^2)\omega^2\epsilon_0 m_e}{(\omega_{ce}^2 \sin^2 \vartheta_C - \omega^2)e^2}, \quad (3.10)$$

zu deren Bestimmung bei einer geeignet gewählten Sendefrequenz ω der Öffnungswinkel des Resonanzkegels ϑ_C gemessen werden muss.

3.2 Anwendung der Theorie im staubigen Plasma

Die Situation in einem staubigen Plasma unterscheidet sich in zwei Punkten von dem staubfreien Fall.

Erstens tragen nur die freien Elektronen zum Dielektrizitätstensor ϵ bei [Gleichung (3.3)]. Die Elektronen auf den geladenen Staubpartikeln können nämlich aufgrund des hohen m_d/q_d -Verhältnisses nicht auf das hochfrequente elektrische Feld reagieren. In einem staubigen Plasma liefert die Resonanzkegelmethode daher nicht die Plasmadichte eines quasineutralen Plasmas, sondern die Dichte der freien Elektronen, die sich von der Ionendichte unterscheiden kann.

Zweitens stellen die Abschirmwolken eine Inhomogenität der Elektronendichte dar. Die Streuung von elektromagnetischen Wellen an Dichteeinhomogenitäten ist

theoretisch diskutiert worden und vermutlich bedeutsam in ausgedehnten staubigen Plasmen im Weltraum [72]. Bellan und Wong haben herausgefunden, dass räumlich periodische Elektronendichteveränderungen Resonanzkegel ablenken können [73], und erklärten dies mit einer einfachen Theorie, die von Wellenbrechung ausgeht. Brechung setzt voraus, dass die Dichteinhomogenitäten eine Skalenlänge haben, die größer als die Wellenlänge oder zumindest vergleichbar mit dieser sind. In deren Experiment wurden die Inhomogenitäten durch Driftwellen hervorgerufen, das heißt, die Skalenlänge der Inhomogenität betrug ein paar Zentimeter. Im vorliegenden Experiment sind die Abschirmwolken um die Staubpartikel zwar deutlich kleiner als 1 mm, allerdings kann deshalb ein ähnlicher Effekt noch nicht ausgeschlossen werden. Bei der quasistatischen Näherung des kalten stoßfreien Plasmas wird von sehr großen Wellenlängen ausgegangen, weshalb auch in Gleichung (3.7) die Wellenlänge gar nicht vorkommt. Die Theorie kann diese Frage daher nicht auf einfache Weise klären.

Da es nicht von vornherein klar ist, ob die durch den Staub verursachten Inhomogenitäten zu einer messbaren Dämpfung oder Streuung führen können und die Resonanzkegeldiagnostik beeinträchtigen, soll diese Frage experimentell geklärt werden.

3.3 Das Experiment

Die hier beschriebenen Experimente werden mit der bereits in Kapitel 2.3 vorgestellten Variante des Aufbaus durchgeführt. Eine der beiden Antennen dient als Sendeantenne und wird von einem Frequenzgenerator mit einem HF-Signal (20 mW) gespeist. Das von der anderen Antenne aufgefangene Signal wird mit einem abstimmbaren Empfänger gemessen.

Die Antennen (Abbildung 3.2) bestehen aus einem kurzen freien Stück des Innenleiters eines dünnen Koaxialkabels. Dazu wurden der starre Außenleiter und die Isolierung auf 10 mm Länge von der Kabelspitze entfernt. Im Verhältnis zur Vakuumwellenlänge $\lambda \approx (1 \dots 3) \text{ m}$ können diese kurzen Antennen als punktförmig angesehen werden. Sie sind im Abstand von 4 cm parallel zueinander montiert und können mithilfe eines Schrittmotors um eine Achse senkrecht zur magnetischen Feldrichtung gedreht werden.

Die beiden Antennen bewegen sich im Zentrum der Plasmasäule, wo das mit einer Langmuir-Sonde gemessene radiale Dichteprofil einen flachen Verlauf hat (Abbildung 3.3). Somit breiten sich die Wellen zwischen den Antennen in einem Plasma homogener Dichte aus. Dies ist wichtig, weil die Resonanzkegelmethode gemittelte Dichten für die Verbindungslinie zwischen den Antennen ergibt. Außerdem müssen die Antennen einen im Verhältnis zum Elektronengyrationsradius hinreichend großen Abstand r voneinander haben, damit die Theorie, in der der Gyrationradius r_{ce} nicht vorkommt, anwendbar ist. Dies ist der Fall, wenn $R = r/r_{ce} \gtrsim 150$

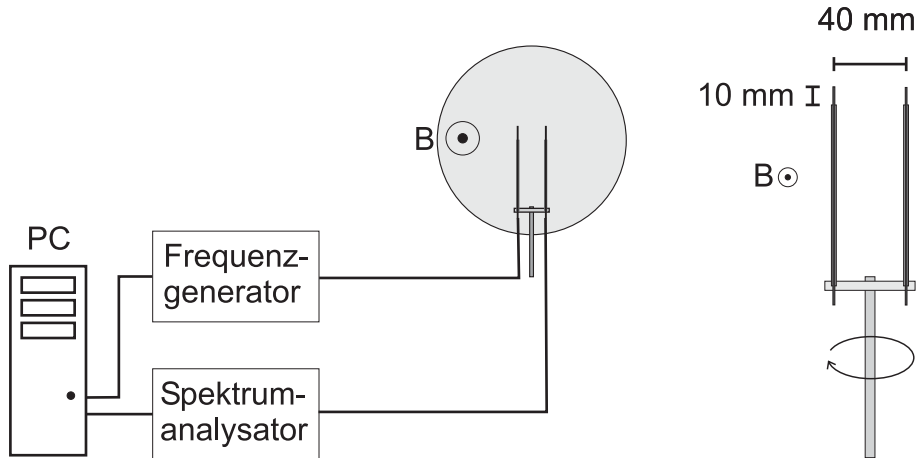


Abbildung 3.2: Beschaltung der Resonanzkegelantennen (links) und Skizze der Antennen (rechts). Die Orientierung zum Magnetfeld wird jeweils angedeutet.

erfüllt ist [57, 58]. Mit dem Antennenabstand von 4 cm ist diese Bedingung bereits bei den schwächsten Magnetfeldstärken von $B = 20$ mT erfüllt (siehe Tabelle 2.1).

Für eine Resonanzkegelmessung werden die beiden Antennen um die gemeinsame Achse gedreht, und dabei wird das empfangene Signal bei der Sendefrequenz gemessen. Abbildung 3.4 zeigt exemplarisch die empfangene Leistung als Funktion des Winkels ϑ bei der Sendefrequenz $\omega/2\pi = 176$ MHz. Die Spitzen geben den Öffnungswinkel $\vartheta_C = 19,6^\circ \pm 0,5^\circ$ des Resonanzkegel an. Die Maxima haben im Gegensatz zu den theoretischen Polstellen aus der Theorie des kalten, stoßfreien Plasmas eine endliche Höhe. Dieser Unterschied kann durch Modelle, die auch die Elektronentemperatur berücksichtigen, erklärt werden [74]. Im Inneren des Kegels sind außerdem kleine Nebenstrukturen erkennbar, die als Interferenz des Nahfeld-Potentials des kalten Plasmas mit einer langsamen Plasmawelle erklärt werden können [75].

Gleichung (3.9) ergibt in dem vorliegenden Fall die Elektronenplasmafrequenz $\omega_{pe}/2\pi = (550 \pm 17)$ MHz und Gleichung (3.10) die Elektronendichte $n_e = (3,7 \pm 0,3) \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$. Bemerkenswert ist, dass im Inneren des Kegels ($|\vartheta| < \vartheta_C$) mehr Strahlungsleistung als außerhalb ($|\vartheta| > \vartheta_C$) gefunden wird. Dieser Befund stimmt mit der Theorie für das kalte Plasma für diesen Öffnungswinkel überein (siehe Abbildung 3.1).

Abbildung 3.5 zeigt die gemessenen Öffnungswinkel in Abhängigkeit von der Sendefrequenz für drei verschiedene Plasmadichten (Entladungsleistungen). Die eingezeichneten Ausgleichskurven liefert Gleichung (3.9) für die Dichten $n_e = 1,1 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ (25 W), $2,2 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ (40 W) und $6,6 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ (70 W). Wiederholungsmessungen haben ergeben, dass die Öffnungswinkel ϑ_C mit einer Genauigkeit von mindestens $\pm 2^\circ$ reproduzierbar sind. Die Einzelmessungen stimmen daher im Rahmen der Messgenauigkeit mit den Ausgleichskurven überein.

Abschließend soll überprüft werden, ob die Resonanzkegelmethode und die von

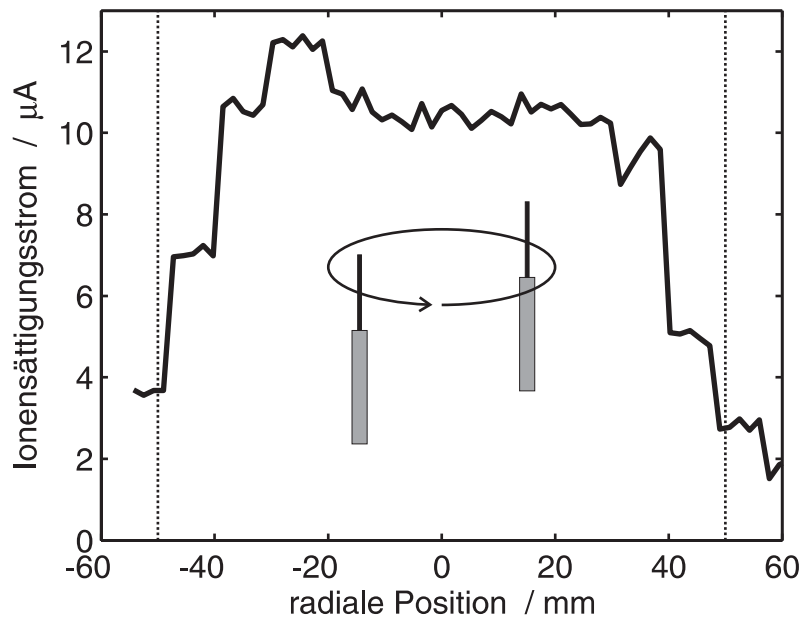


Abbildung 3.3: Radiales Profil des Ionensättigungsstroms, gemessen mit einer ebenen Sonde. Der Bereich, in dem sich die Antennen bewegen, wird durch die Zeichnung angedeutet. ($p = 0,8 \text{ Pa}$, $P_{\text{rf}} = 80 \text{ W}$.)

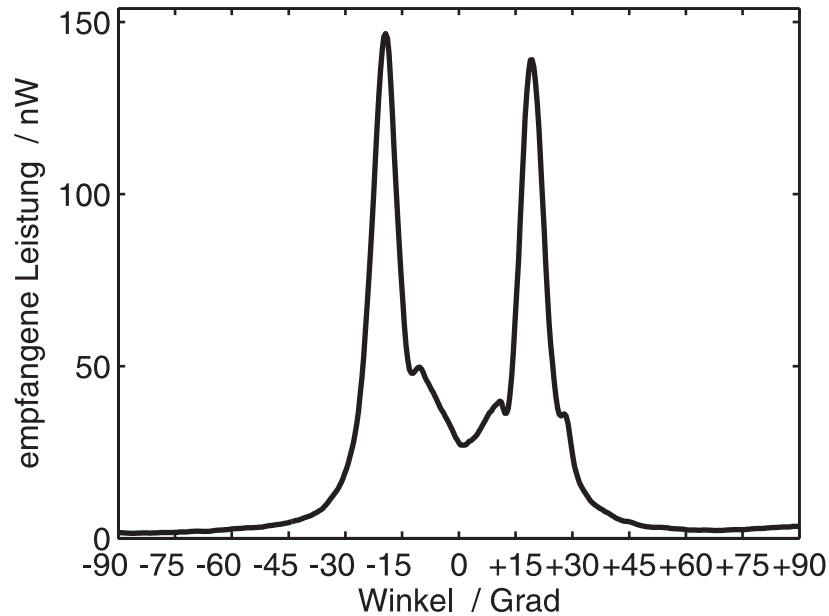


Abbildung 3.4: Typisches Resonanzkegelsignal. Die Kurve zeigt die von der Sende- zur Empfangsantenne übertragene Leistung aufgetragen gegen den Winkel zwischen Ausbreitungsrichtung und Magnetfeld. Die Spitzen zeigen den Öffnungswinkel des Resonanzkegels an. ($P_{\text{rf}} = 44 \text{ W}$, $\omega/2\pi = 176 \text{ MHz}$.)

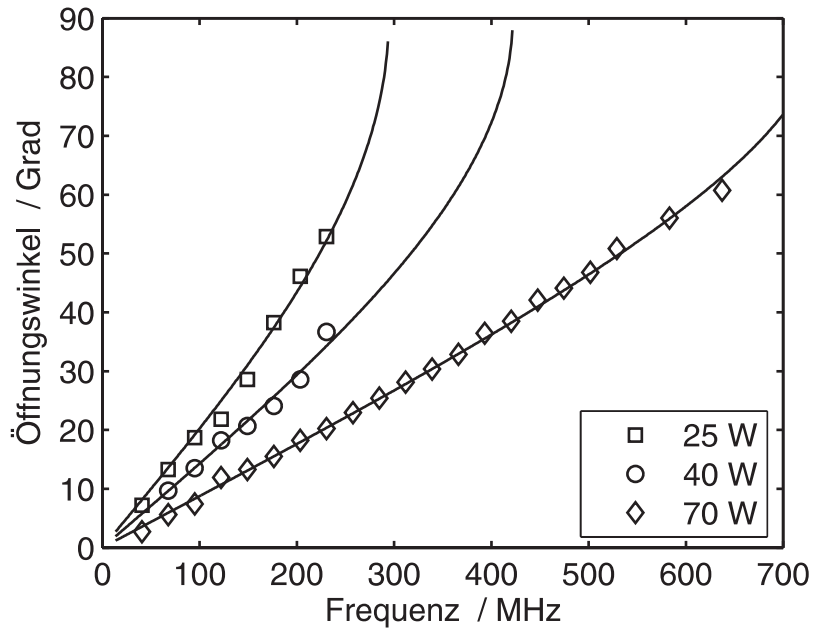


Abbildung 3.5: Gemessene Öffnungswinkel der Resonanzkegel für verschiedene Frequenzen und Plasmadichten (HF-Leistungen). Die Kurven sind optimierte Anpassungen gemäß Gleichung (3.9).

ihr unabhängige Sondendiagnostik übereinstimmende Ergebnisse liefern. Dazu werden in Abbildung 3.6 bei verschiedenen Entladungsleistungen die Ergebnisse beider Methoden gegenübergestellt. Die Fehlerbalken folgen im Fall der Resonanzkegelmessungen aus der Winkelungenauigkeit. Bei größeren Öffnungswinkeln gemessene Dichten weisen daher einen größeren Fehler auf. Der Fehler der Langmuir-Sondenmessung beträgt typischerweise 20%. Abbildung 3.7 zeigt eine direkte Gegenüberstellung der Einzelmessungen. Jeder Messpunkt bedeutet dabei ein Messwertepaar korrespondierender Messungen. Der Abstand der Messpunkte von der Winkelhalbierenden ist stets kleiner als die horizontalen und vertikalen Fehlerbalken. Im Rahmen ihrer Genauigkeiten stimmen die Resonanzkegel- und Langmuir-Sondendiagnostik also gut überein.

3.4 Messungen im staubigen Plasma

Als Erstes wird gezeigt, dass Resonanzkegel auch im staubigen Plasma angeregt werden können. Dazu werden Entladungsbedingungen gewählt, unter denen im staubfreien Plasma Resonanzkegel existieren, um die Messung dann mit Staub zu wiederholen. Abbildung 3.8 zeigt das Strahlungsfeld bei einer Staubbichte von $n_d = 1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ im Vergleich zu der Messung ohne Staub. Auch mit Staub ist ein Resonanzkegel klar an den zwei Maxima zu erkennen, die allerdings bei größeren Winkeln liegen und kleinere Amplituden haben. Auf diese Weise können Resonanzke-

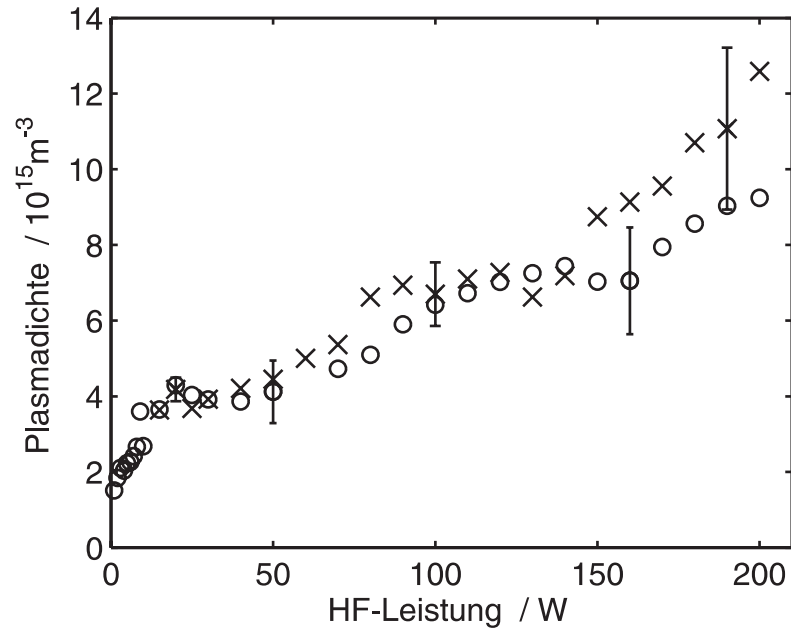


Abbildung 3.6: Plasmadichtemessungen mit Resonanzkegelmethode (\times) und Langmuir-Sonde (\circ) bei verschiedenen HF-Leistungen und einem Druck von 1 Pa.

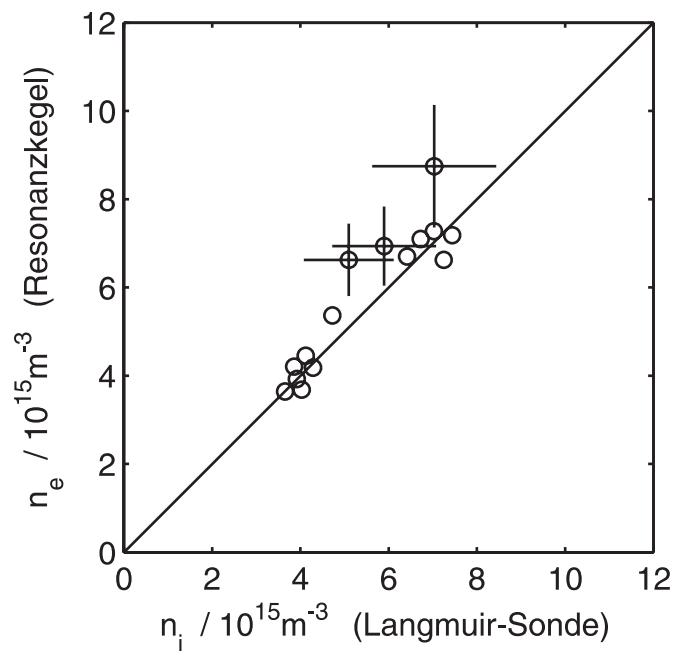


Abbildung 3.7: Gegenüberstellung der beiden Diagnostiken.

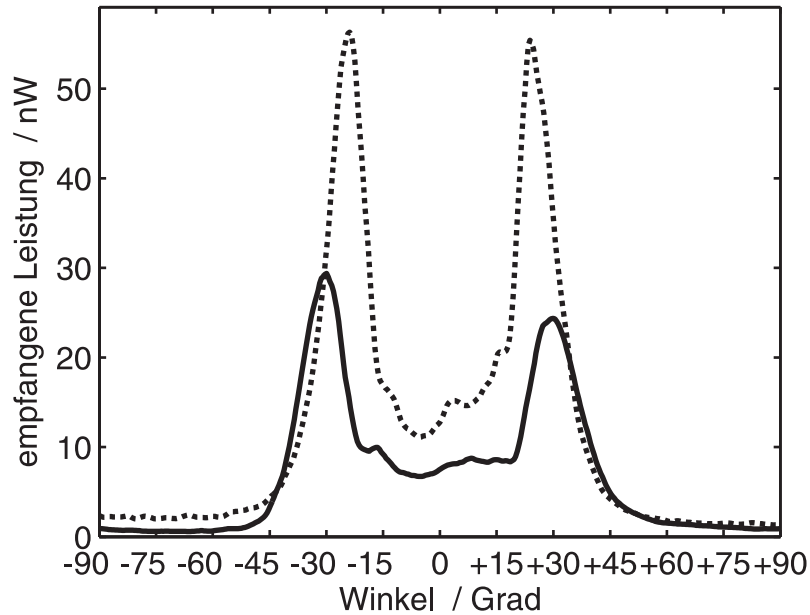


Abbildung 3.8: Analoge Darstellung zu Abbildung 3.4 für ein staubiges Plasma (durchgezogen) im Vergleich zum staubfreien Plasma (gepunktet). $P_{\text{rf}} = 35 \text{ W}$, $f = 176 \text{ MHz}$, $n_{\text{d}} = 1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$.

gel bis zur höchsten erzeugbaren Staubbichte von $n_{\text{d}} = 5 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ gemessen werden. Dies zeigt, dass Resonanzkegel in staubigen Plasmen angeregt werden können.

Als Zweites soll überprüft werden, ob die Gleichung (3.9) auch im staubigen Plasma bei geeigneter Wahl von ω_{pe} die gemessene Abhängigkeit des Öffnungswinkels ϑ_{C} von der Sendefrequenz ω beschreibt. Dazu werden Messungen analog zu denen aus Abbildung 3.5 bei der Staubbichte $n_{\text{d}} = 1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ durchgeführt. Die Abbildung 3.9 zeigt die gemessenen Öffnungswinkel in Abhängigkeit von der Sendefrequenz für die drei Entladungsleistungen $P_{\text{rf}} = 25, 40$ und 70 W . Die sich ergebenden Dichten sind $n_{\text{e}} = 0,9 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$, $2,0 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ und $5,5 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$. Im Vergleich zu Abbildung 3.5 sind die Messpunkte zu höheren Öffnungswinkeln ϑ_{C} verschoben. Dies bedeutet niedrigere Elektronendichten im Fall des staubigen Plasmas, was vernünftig erscheint, da sich ein Teil der Elektronen auf dem negativ geladenen Staub befindet und daher an den hochfrequenten Oszillationen nicht teilnehmen kann, und Elektronen durch Rekombination auf den Partikeln verloren gehen. Das wichtige Ergebnis ist aber zunächst, dass auch im staubigen Plasma Gleichung (3.9) den richtigen funktionalen Zusammenhang beschreibt.

Als Drittes wird untersucht, ob die Signale durch Streuung an den Dichteinhomogenitäten um die Partikel abgeschwächt werden. Der Vergleich der zwei Strahlungsfelder in Abbildung 3.8 ergibt nicht nur einen größeren Öffnungswinkel ϑ_{C} für das staubige Plasma, sondern die Amplitude ist auch kleiner. Für eine sinnvolle Aussage über den Einfluss des Staubs auf die Amplituden ist es jedoch erforderlich,

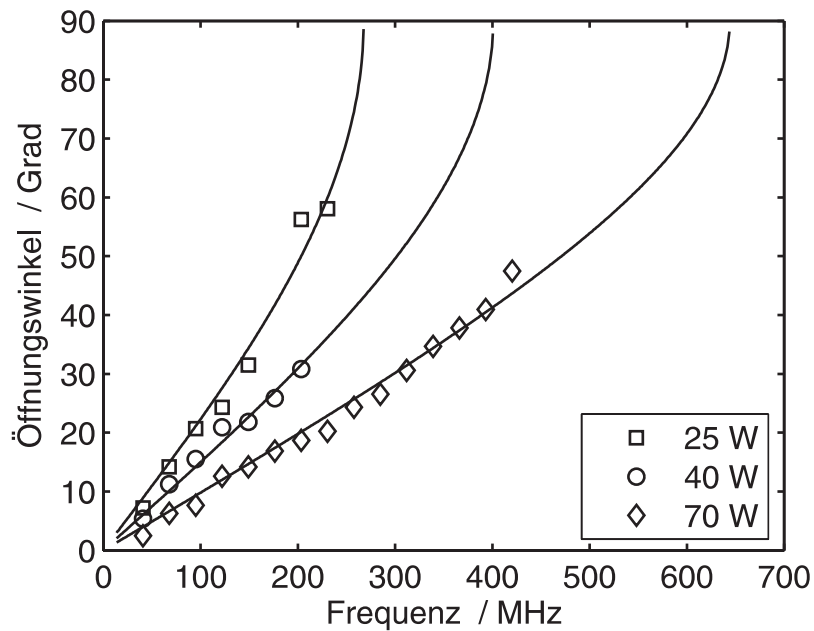


Abbildung 3.9: Analoge Darstellung zu Abbildung 3.5 für ein staubiges Plasma.

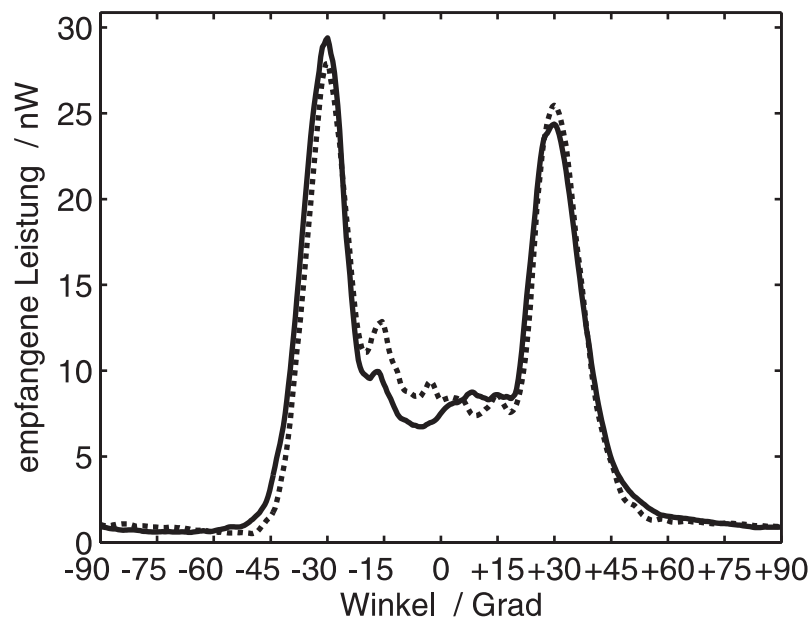


Abbildung 3.10: übertragene Leistung aufgetragen gegen den Winkel wie in Abbildungen 3.4 und 3.8 für zwei Resonanzkegel bei der gleichen Elektrodendichte. Die durchgezogene Linie wurde in einem staubigen Plasma bei $P_{\text{rf}} = 35 \text{ W}$ gemessen, die gepunktete Linie in einem staubfreien Plasma bei $P_{\text{rf}} = 30 \text{ W}$.

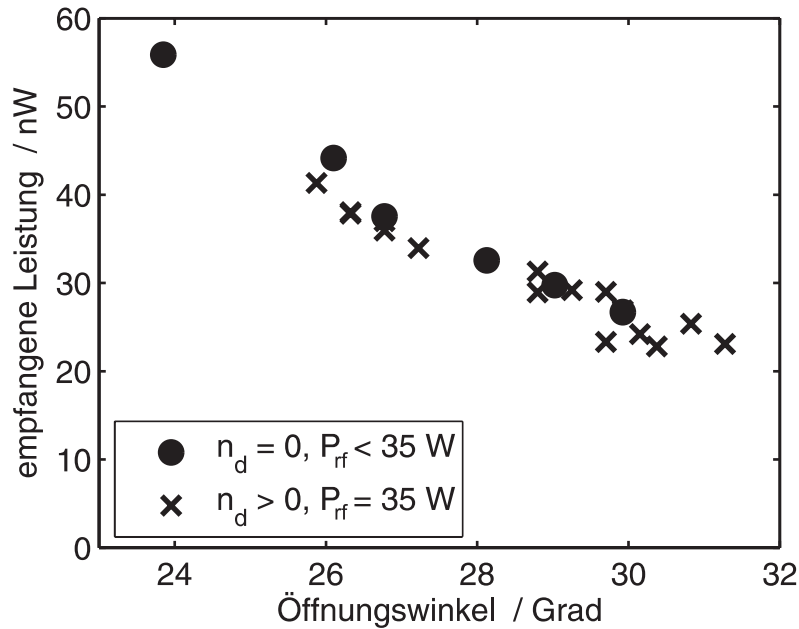


Abbildung 3.11: Empfangene Leistung auf den Resonanzkegeln bei verschiedenen HF-Leistungen und Staubdichten.

Resonanzkegel mit und ohne Staub bei derselben Elektronendichte zu vergleichen. Zu dem Zweck wird die HF-Entladungsleistung ein wenig verringert, bis der gleiche Öffnungswinkel ϑ_C wie im staubigen Plasma erreicht ist. In Abbildung 3.10 wird der Resonanzkegel des staubigen Plasmas, der bei $P_{rf} = 35$ W entstand, dem Resonanzkegel des staubfreien Plasmas bei der um 5 W verringerten Leistung gegenübergestellt. Würden Streu- oder Dämpfungseffekte eine Rolle spielen, dann sollte dies an einer Resonanzverbreiterung und einer kleineren Resonanzamplitude zu erkennen sein. Dagegen kann kein signifikanter Unterschied der beiden Kurven, weder in der Form, noch in der Amplitude, erkannt werden.

Dieser an einem Einzelfall gezeigte Befund bestätigt sich mit Resonanzkegeln anderer Staubdichten und Entladungsleistungen. In Abbildung 3.11 werden die Leistungen der empfangenen Signale gegen den Resonanzkegelöffnungswinkel aufgetragen. Die Resonanzkegel sowohl im staubfreien als auch im staubigen Plasma zeigen dabei die gleiche Abhängigkeit, nämlich dass die Amplitude mit zunehmendem Öffnungswinkel ϑ_C immer kleiner wird. Die Amplitude hängt demnach nicht direkt von der Staubdichte ab, sondern nur von der Elektronendichte. Dies gilt zumindest für die untersuchten Staubdichten von $n_d \leq 5 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$, bei denen jedes Partikel nach dem OML-Modell (siehe Abschnitt 5.3) eine Ladung von etwa $q_d \approx -60\,000e$ trägt. Zusammenfassend bedeutet dies für die untersuchten staubigen Plasmen, dass Dämpfung oder Streuung aufgrund der Dichteinhomogenitäten in der Nähe der hochgeladenen Partikel die Resonanzkegelstruktur nicht beeinträchtigen.

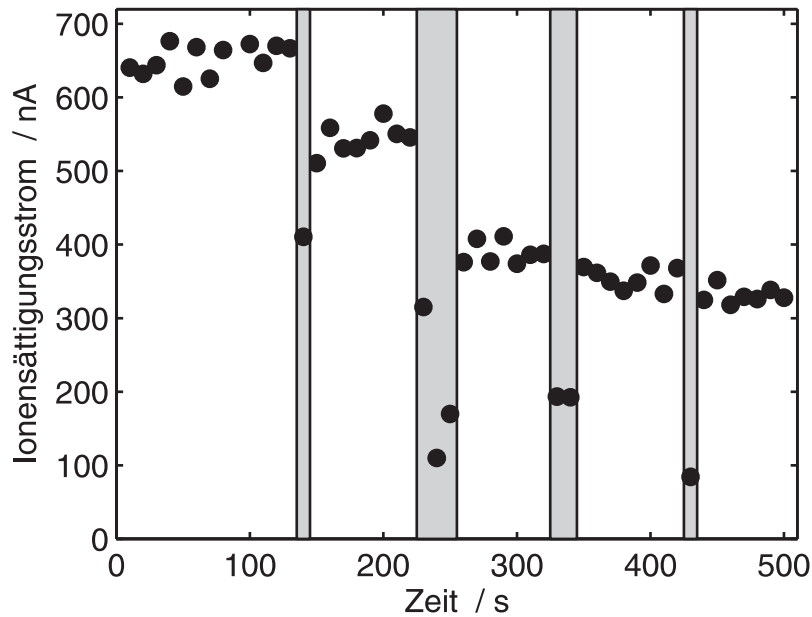


Abbildung 3.12: Serie von aufeinanderfolgend gemessenen Ionensättigungsströmen. Die grauen Balken kennzeichnen die Zeiten, in denen sich die Sonde im staubigen Plasma befindet. HF-Leistung $P_{\text{rf}} = 35 \text{ W}$.

3.5 Verunreinigungen

Obwohl die Resonanzkegelantennen direkt dem fallenden Staub ausgesetzt sind, konnte für die kontaminierten Antennen kein Unterschied zu den gemessenen Signalen mit „sauberen“ Antennen gemessen werden. Dies ist zu verstehen, wenn man den Staubbelaag auf der Antenne als eine zusätzliche Kapazität ansieht, die zu der Kapazität der Plasmarandschicht, welche die Antenne umgibt, in Reihe geschaltet ist. Die Kapazität der Sondenrandschicht ist, wenn man von der Anisotropie und der Resonanz absieht, in erster Näherung die eines Zylinderkondensators im Vakuum, dessen innerer Radius der Antennendraht ist und dessen äußerer Radius um eine Elektronen-Debye-Länge größer ist. Der Belaag auf der Antenne ist sehr viel dünner als die Elektronen-Debye-Länge, und hat daher eine sehr viel größere Kapazität. In der Reihenschaltung fällt er nicht ins Gewicht. Auch mit verunreinigten Antennen wird also die Gesamtkapazität durch das Plasma bestimmt. Daher sind der hochfrequente Strom, der auf die Antenne fließt, und die Potentialverteilung um die Antenne in beiden Fällen die gleichen.

Ganz anders wirkt eine Verunreinigung auf Langmuir-Sonden. Abbildung 3.12 zeigt etwa 50 nacheinander über einen Zeitraum von 500 s aufgenommene Ionensättigungsströme. Die Reihe wurde mit einer noch nicht kontaminierten Sonde begonnen. Viermal wurde während der Messungen für jeweils 10 bis 30 s der Staubbreuer eingeschaltet ($n_d > 1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$). In der Abbildung sind diese Staubyklen grau

unterlegt. Die Messung zeigt, dass in jedem Staubzyklus der Ionenstrom deutlich niedriger ist als davor. Nach einem Staubzyklus erholt sich der Strom wieder, bleibt allerdings unterhalb des Wertes, den er vor dem Beginn des Staubzyklus hatte. Diese irreversible Verringerung des Stroms muss der Verunreinigung der Sondenspitze mit Staubpartikeln zugeschrieben werden, die fest an der Sonde haften. Nach dem vierten Einschalten scheint eine Sättigung der Verunreinigung eingetreten zu sein, das heißt, es können keine weiteren Partikel an der Sonde haften bleiben.

3.6 Messungen der Elektronendichteverarmung

Die Resonanzkegelmessung wurde bereits in Abbildung 3.8 gezeigt. Der Öffnungswinkel vergrößert sich von $\vartheta_C = 24^\circ \pm 2^\circ$ im staubfreien Plasma auf $\vartheta'_C = 30^\circ \pm 2^\circ$ im staubigen Plasma. Die entsprechenden Elektronendichten sind $n_e = (2,5 \pm 0,4) \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ und $n'_e = (1,6 \pm 0,2) \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$, was eine Elektronenverarmung von $(n_e - n'_e)/n_e \approx 36\%$ ergibt.

Dieses Ergebnis soll nun mit einer entsprechenden Langmuir-Sondenmessung verglichen werden. Der unbekannte und zeitlich variable Grad der Verunreinigung einer Langmuir-Sonde in einem staubigen Plasma lässt ihre Verwendung zur absoluten Dichtebestimmung zunächst zweifelhaft erscheinen. In manchen experimentellen Situationen können Vorkehrungen getroffen werden, die vermeiden, dass der Staub mit der Sonde in Kontakt kommt. Klindworth *et al.* erreichen dies mithilfe eines im zeitlichen Mittel stets negativ gehaltenen Sondenpotentials [76, 77]. Bei Aufnahme einer Kennlinie wird die Sonde dabei nur für so kurze Zeiten positiv gegenüber dem Plasma, dass die Partikel aufgrund ihrer Trägheit nicht darauf reagieren können. Frei fallende Partikel mit der Geschwindigkeit $v_d = 1 \text{ m s}^{-1}$, wie in dem vorliegenden Experiment, legen jedoch selbst in einem kurzen Zeitfenster von $\Delta t \approx 1 \text{ ms}$, in denen die Sonde staubanziehend oder schutzlos ist, eine Strecke von mehr als der Debye-Länge zurück.

Jedoch kann auch eine kontaminierte Langmuir-Sonde noch für relative Dichtemessungen eingesetzt werden [78, 79], wenn der Grad der Verunreinigung während der Messungen nicht verändert wird. Experimentell lässt sich dies durch folgendes Vorgehen erreichen. Zunächst wird die Kennlinie im staubigen Plasma aufgenommen, unmittelbar danach werden der Staubstreuer abgeschaltet und dann sofort die Referenzkennlinie aufgenommen. In Abbildung 3.13 sind zwei auf diese Weise mit einer Langmuir-Sonde ($l_p = 2,5 \text{ mm}$, $2r_p = 50 \mu\text{m}$) aufgenommene Kennlinien zu sehen. Der Vergleich zeigt, dass die Staubdichte $n_d = 1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$ sowohl den Elektronen- als auch den Ionenstrom deutlich verringert. Bei den jeweiligen Plasmapotentialen betragen die Elektronenströme $I_e = 2,6 \mu\text{A}$ und $1,8 \mu\text{A}$. Für einen Vergleich der Elektronendichten müssen grundsätzlich auch die Elektronentemperaturen berücksichtigt werden, denn es gilt $n_e \propto I_e T_e^{-1/2}$. Im vorliegenden Fall unterscheiden sich die beiden Temperaturen im Rahmen der Messgenauigkeit

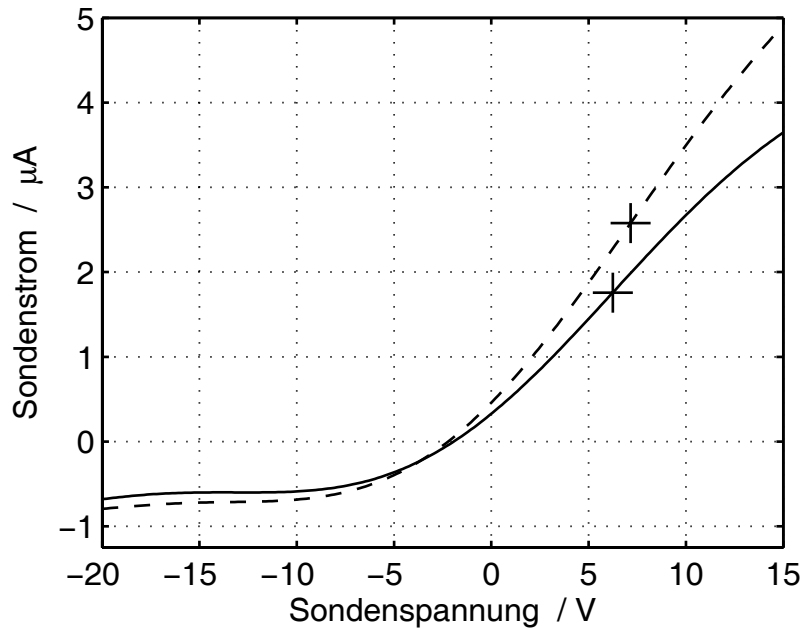


Abbildung 3.13: Langmuir-Kennlinien für ein staubfreies (gestrichelt) und ein staubiges (durchgezogen) Plasma mit Staubdichte $n_d = 1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$. Die Kreuze zeigen die jeweiligen Plasmapotentiale an. HF-Leistung $P_{\text{rf}} = 35 \text{ W}$, Zylindersonde mit Radius $r_p = 0,025 \text{ mm}$ und Länge $l_p = 2,5 \text{ mm}$.

nicht, es werden $k_B T_e = (4,3 \pm 0,3) \text{ eV}$ ohne Staub und $k_B T_e = (4,0 \pm 0,3) \text{ eV}$ mit Staub gemessen. Die Elektronendichteverringerung beträgt damit etwa 30%. Die gemessene Verringerung des Ionensättigungsstroms beträgt etwa 15%, was aber keinen Widerspruch zur Elektronenstromverringerung darstellt. Der Wert kann verstanden werden, wenn man berücksichtigt, dass eine kleinere Ionendichte auch eine größere Schicht um die Sonde bedeutet. Es gilt näherungsweise für den Radius r_s einer zylindrischen Schicht $r_s \propto \lambda_D \propto n_i^{-1/2}$ und für die Schichtoberfläche A_s , durch die die Ionen mit der Bohm-Geschwindigkeit hindurchtreten, $A_s \approx 2\pi r_s \propto n_i^{-1/2}$ (Kapitel 2.5.4). Der Ionenstrom ist dann $I_i \propto n_i^{1/2}$, hängt also nicht linear von der Dichte ab. Dies erklärt, dass bei einer Verarmung der Ionendichte von 30% nur eine Verringerung des Ionenstroms um etwa 15% gemessen wird.

Zusammenfassend kann hinsichtlich der relativen Dichtemessungen festgestellt werden, dass beide Diagnostiken übereinstimmend eine Elektronendichteverarmung von etwa 1/3 ergeben.

3.7 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Es konnte gezeigt werden, dass Resonanzkegel in staubigen Plasmen angeregt werden können. Der Zusammenhang von Öffnungswinkel, Elektronenzyklotronfrequenz, Elektronenplasmafrequenz und Anregungsfrequenz wird durch die Theorie eines kalten, stoßfreien und staubfreien Plasmas gut beschrieben. Es konnte keine Störung des Strahlungsfeldes durch den Staub nachgewiesen werden. Weder auf dem Resonanzkegel noch in anderen Raumrichtungen wurden Dämpfung oder Streuung beobachtet.

Es wurde eine Verringerung der Elektronendichte durch den Staub mit der Resonanzkegeldiagnostik gemessen, die durch relative Langmuir-Sondenmessungen bestätigt werden konnte. Die Resonanzkegelmethode misst also die Dichte der freien Elektronen im Plasma, wogegen die auf dem Staub gebundenen und an einer hochfrequenten Bewegung gehinderten Elektronen in die Diagnostik nicht eingehen.

Verunreinigungen der Antennenoberflächen haben keinen messbaren Einfluss auf die Signale ergeben. Das macht die Resonanzkegeldiagnostik besonders geeignet für den Einsatz in komplexen Plasmen. Der Einsatz der Langmuir-Sonde im staubigen Plasma zeigte dagegen, dass die effektive Sondenfläche durch Kontamination stark verkleinert wird. Relative Dichtemessungen mit einer kontaminierten Sonde liefern dennoch Ergebnisse, die mit der Resonanzkegelmethode konsistent sind, wenn darauf geachtet wird, dass der Grad der Verunreinigung während der Messung unverändert bleibt.

Die Resonanzkegelmethode ist auch deswegen eine interessante Diagnostik staubiger Plasmen, weil sie das Plasma weniger stört als eine Langmuir-Sonde. Sie misst nämlich die gemittelte Elektronendichte zwischen den Antennen, das heißt dort, wo das Plasma durch die Antennen nicht gestört wird.

Ein Hinweis auf den Mechanismus der Elektronenverarmung durch den Staub kann aus der getrennten Auswertung des Elektronen- und Ionensättigungsstroms der Langmuir-Kennlinien gewonnen werden. Die Elektronendichte ist nämlich ein Parameter, der durch zwei Mechanismen wesentlich beeinflusst wird, die es nur in staubigen Plasmen gibt. Erstens stellen die Partikel eine Verlustfläche dar und wirken wie eine zusätzliche innere Berandung. Die resultierenden Elektronen- und Ionenströme auf die Teilchen reduzieren daher die Plasmadichte insgesamt. Von diesem Effekt sind also Elektronen und Ionen in gleichem Maße betroffen. Zweitens kann in dichtgepackten Staubwolken [80, 81, 82], bei denen sich die Debye-Kugeln der Partikel überlappen, die Elektronendichte geringer sein als die Ionendichte, weil das Potential zwischen den Partikeln negativer ist als das Plasmapotential außerhalb der Staubwolke (Boltzmann-Faktor). Die Quasineutralität $n_i e - n_e e + n_d q_d = 0$ gilt auch in diesem Fall und ist konsistent mit der Ungleichung $n_e < n_i$. Da die Sondenmessung aber gleichgroße Elektronen- und Ionendichteverarmungen ergeben hat, kann dieser Fall ausgeschlossen werden. Dies ist in Übereinstimmung mit den genannten

Theorien. Eine wichtige Rolle spielt bei diesem Effekt der dimensionslose Parameter $P = 4\pi\lambda_{De}^2 a n_d$, der oft nach seinem Entdecker Havnes [83] benannt wird. Im Fall der Glashohlkugeln ist $P < 0,01$. Erst bei $P \gtrsim 1$ wäre eine merkliche Absenkung des Staubwolkenpotentials und damit der Elektronendichte zu erwarten. Damit ist als Ursache der Elektronenverarmung die innere Verlustfläche des Staubs identifiziert.

Kapitel 4

Staubeinschluss in anodischen Plasmen

In diesem Kapitel wird der Einschluss der Staubwolken im anodischen Plasma behandelt. Das Ziel dieser Untersuchungen ist zunächst ein Verständnis des Einschlussmechanismus, also der Kräfte, die auf die Partikel wirken. Darüber hinaus wird die Stabilität der Teilchenfalle untersucht. Diese Frage ist von besonderer Bedeutung für die staubakustischen Wellen, die an dem eingefangenen Staub untersucht werden (Kapitel 7).

4.1 Das anodische Plasma

Das anodische Plasma kann mit bloßem Auge an seiner kräftigen Leuchterscheinung erkannt werden. Es hat typischerweise eine Länge von etwa 5 bis 7 cm und erstreckt sich bis zum Radius der Anodenscheibe, wobei die Berandung diffus ist. Die Intensität des Leuchtens und seine Länge nehmen mit dem Entladungsstrom zu.

Das anodische Plasma ist im Wesentlichen eine Gleichstromentladung. Die Rolle der Kathode übernimmt hier das umgebende HF-Plasma. Aus ihm stammen die Primärelektronen, die entlang des Magnetfeldes zur Anode beschleunigt werden und dabei ionisierende Stöße mit neutralen Gasatomen ausführen. Die mit der Ionisierung einhergehende atomare Anregung bewirkt die Leuchterscheinung. Dies wird durch Langmuir-Sondenmessungen bestätigt, denn die drei in Abbildung 4.1 gezeigten Dichteprofile bedeuten, dass in dem Bereich starken Leuchtens die Ionendichten und deren Erzeugung besonders hoch sind. Außerdem findet bei höheren Anodenströmen mehr Ionisierung statt, was der Vergleich der drei Kurven miteinander ergibt.

Abbildung 4.2 zeigt eine Entladungskennlinie. Sie weist drei Bereiche auf, die auch von Gleichstromentladungen mit emittierenden Kathoden wie Filamententladungen und Q-Maschinen bekannt sind. Im Unterschied zu vielen Gleichstromentla-

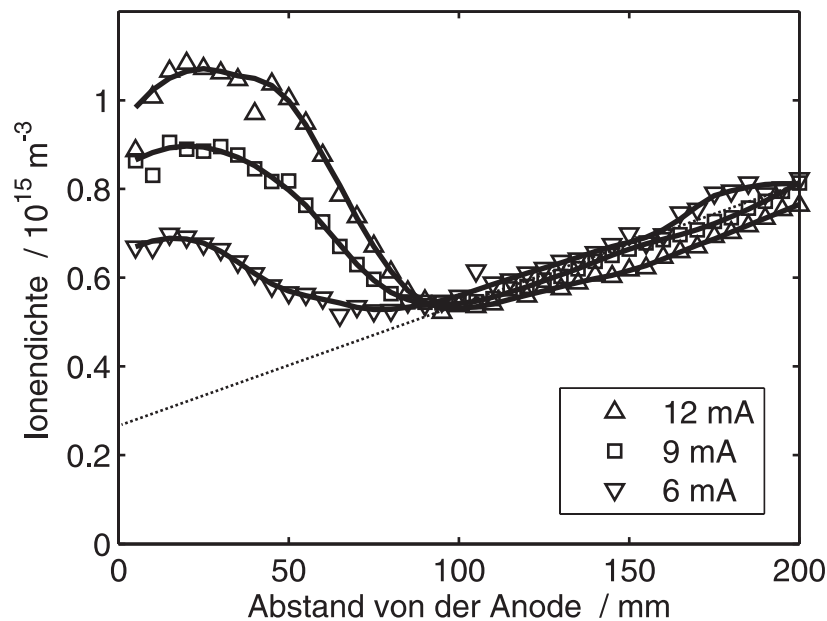


Abbildung 4.1: Dichteprofile vor der Anode bei verschiedenen Anodenströmen.

dungen zeigt die Kennlinie allerdings keine ausgeprägte Hysterese. Die verschiedenen Entladungszustände wurden von Malter, Johnson und Webster untersucht und benannt [84, 85]:

- *Anode-glow mode* (AGM). Bis zu einer Anodenspannung von etwa $U_a = 25$ V wird nur ein kleiner Anodenstrom I_a gemessen. In diesem Entladungszustand gibt es noch keine ausgedehnte Leuchterscheinung, es kann lediglich ein sehr schwaches Leuchten aus der Randschicht vor der Anodenoberfläche gesehen werden. Das Leuchten stammt von der Ionisierung der Argonatome durch die Elektronen, die erst in dem elektrischen Feld der Randschicht bis zur Ionisierungsenergie beschleunigt werden.
- *Ball-of-fire mode* (BFM). Dies ist der Zustand, in dem das anodische Plasma untersucht wird. Die Kennlinie hat in diesem Zustand einen deutlich steileren Verlauf, was mit der höheren Leitfähigkeit des dichteren Plasmas erklärt werden kann. Die Bezeichnung *ball-of-fire* stammt von unmagnetisierten anodischen Plasmen, bei denen die Leuchterscheinung kugelförmig ist.
- *Temperature-limited mode* (TLM). In diesem Zustand hat der Anodenstrom einen Sättigungswert erreicht, der durch die Dichte des umgebenden HF-Plasmas bestimmt wird, welches die Primärelektronen liefert. Der Begriff *temperature-limited* stammt von den Glühkathodenentladungen, bei denen der Primärelektronenstrom durch die Temperatur des emittierenden Materials begrenzt wird (Richardson-Gleichung).

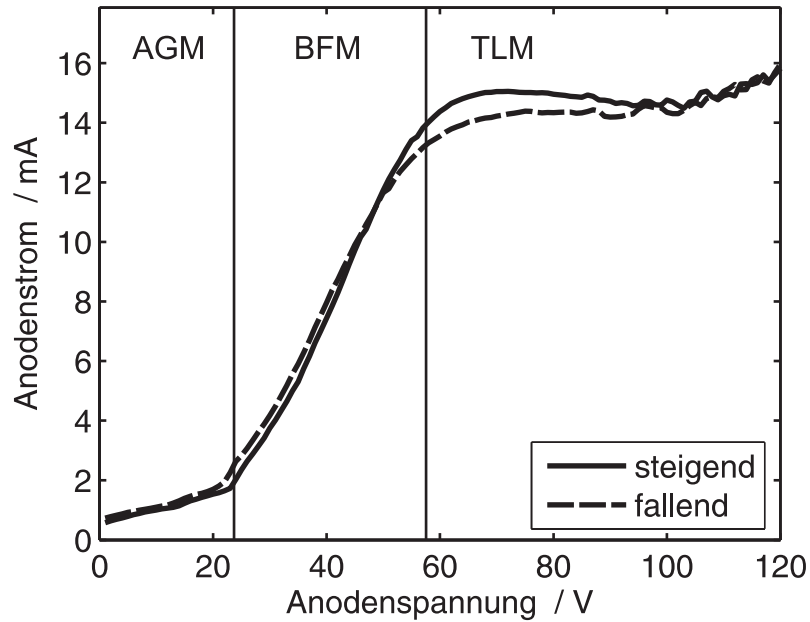


Abbildung 4.2: Strom-Spannungs-Kennlinie des anodischen Plasmas.

4.2 Teilcheneinschluss

Auf die Staubteilchen wirken im Wesentlichen drei Kräfte, nämlich die elektrische Feldkraft F_E , die Ionenreibungskraft F_i und die Gewichtskraft F_g . Die Gewichtskraft ist von vornherein bekannt (siehe Kapitel 2.2). Um die anderen beiden Kräfte zu berechnen, müssen die elektrischen Feldstärken und die Ionendichten in der Falle gemessen werden. Aus diesen beiden Profilen können mithilfe des in Kapitel 5 noch zu beschreibenden Modells die außerdem benötigten Größen Partikelladung, Ionendriftgeschwindigkeit und Iontemperatur bestimmt werden, aus denen sich schließlich die Kräfte berechnen lassen.

4.2.1 Sondenmessungen

Abbildung 4.3(a) zeigt das Potential vor der Anode. Das den Linien unterlegte Kamerabild deutet die Lage der Staubwolke an. Die Äquipotentiallinien stammen aus einer Vielzahl von Glühsondenmessungen in der horizontalen Mittelebene vor der Anode. Die Ebene wurde dazu mit einer Auflösung von $\Delta z = 3$ mm in der Längsrichtung und $\Delta r = 3.5$ mm in radialer Richtung ausgemessen. Die Konturlinien wurden mittels bilinearer Interpolation aus den Daten abgeleitet. Die Äquipotentiallinien sind U-förmig und ergeben typische elektrische Feldstärken von $E_z \approx 200$ V m $^{-1}$ in axialer Richtung und bis zu $E_r \approx 1000$ V m $^{-1}$ in radialer Richtung beim Radius der Anodenscheibe. Bei kleineren Radien sind die radialen Feldstärken viel geringer, so dass in der radialen Schnittebene ein Potentialtopf mit flachem Boden und steilen

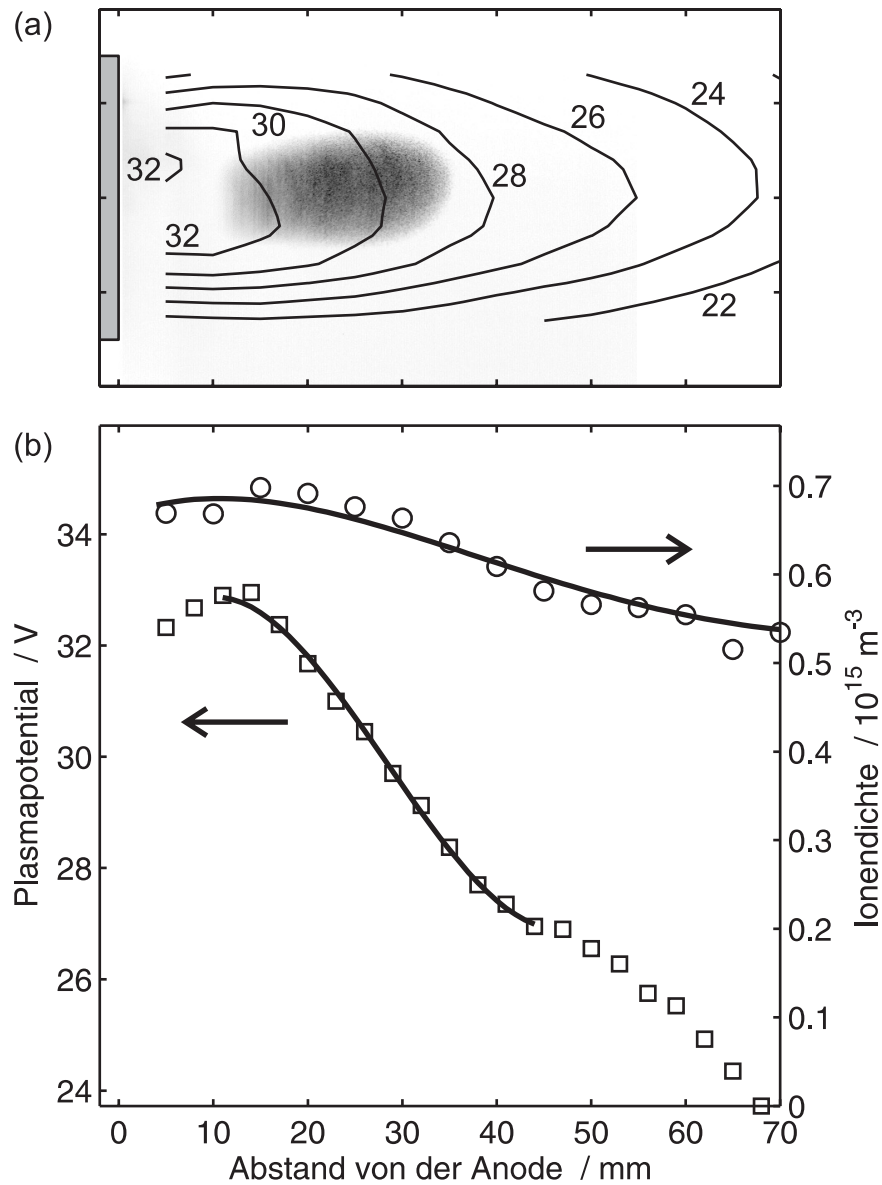


Abbildung 4.3: Das anodische Plasma mit gefangenem Staub. (a) Potentialkonturen in der horizontalen Mittelebene des anodischen Plasmas. Der graue Balken deutet die Anodenscheibe an. Die Zahlenwerte an den Konturlinien bedeuten das Potential in Volt bezogen auf das geerdete Vakuumgefäß. Form und Lage der Staubwolke werden durch das unterlegte Kamerabild angedeutet. (b) Auf der Längsachse gemessene Profile des Plasmapotentials und der Ionendichte. Die Ausgleichskurven wurden mit Polynomen angepasst. ($B = 20 \text{ mT}$, $p = 2 \text{ Pa}$, $I_a = 6 \text{ mA}$.)

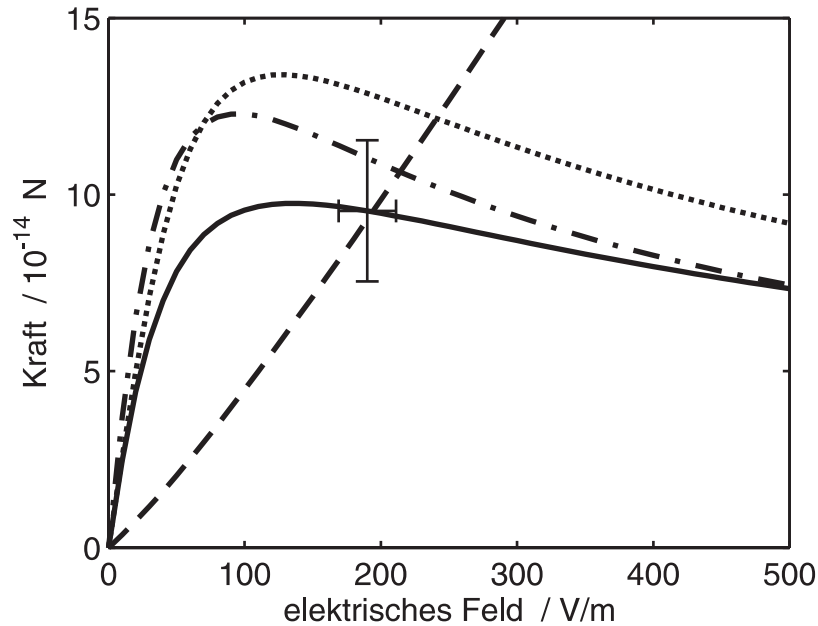


Abbildung 4.4: Ionenreibungskraft (durchgezogen) und elektrische Feldkraft (gestrichelt) als Funktion des elektrischen Feldes bei der mittleren Ionendichte $\bar{n}_i = 6,7 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$. Die Fehlerbalken beziehen sich auf den Gleichgewichtspunkt und ergeben sich aus den statistischen Fehlern für ϕ_p , n_i und T_e . Die gepunktete Linie ist die Ionenreibungskraft, die mit einer effektiven Debye-Länge [86] berechnet wurde. Die gestrichelt-gepunktete Kurve ist die Ionenreibungskraft, die statt der Abschirmlänge die dichte Packung des Staubs berücksichtigt. ($p = 2 \text{ Pa.}$)

Wänden entsteht.

Die Abbildung 4.3(b) zeigt die Konturen des Potentials und der Ionendichte auf der Längsachse. Die für die weitere Diskussion wichtigen Merkmale können wie folgt zusammengefasst werden. Die Ionendichte im Bereich des eingefangenen Staubs verändert sich nur um weniger als 10 % um den Mittelwert von $\bar{n}_i = 6,7 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$ und kann mit einem Polynom angepasst werden. Das aus dem Potential abgeleitete elektrische Feld ist dagegen stark ortsabhängig. Bei etwa $z = 10 \text{ mm}$ vor der Anode verschwindet das elektrische Feld. Diese Beobachtung ist in Übereinstimmung mit den Messungen von Song *et al.* [62] und ist in thermionischen Entladungen typisch für den *ball-of-fire mode* [85]. Dieser negative Potentialwall stellt für die Elektronen eine Barriere dar, die den Elektronenstrom auf die Anode reguliert. In der Staubwolke steigt das elektrische Feld bis 220 V m^{-1} an, ein Wert, der auf einer Länge von etwa 10 mm nahezu konstant bleibt. Danach wird das Feld allmählich wieder schwächer. Diese Merkmale des Potentials können durch ein Polynom dritten Grades bereits beschrieben werden [Ausgleichskurve in Abbildung 4.3(b)].

4.2.2 Kräfte und Fallenpotential

Um nun aus diesem Befund die Kräfte bestimmen zu können, werden mithilfe des Modells für das driftende Plasma (Kapitel 5) die Ionenreibungskraft und die elektrische Feldkraft bestimmt. Die Gewichtskraft steht senkrecht auf der betrachteten z -Achse und hat daher keine Komponente in der zunächst betrachteten Richtung. Abbildung 4.4 zeigt die beiden feldabhängigen Kräfte für die mittlere Ionendichte. Der Schnittpunkt der Kurven für die Ionenreibungskraft und die elektrische Feldkraft bedeutet das Kraftgleichgewicht, es liegt bei knapp unter 200 V m^{-1} .

Eine solche Bestimmung der Kräfte wird nun für die lokalen elektrischen Feldstärken und die lokalen Ionendichten auf der z -Achse durchgeführt. Um glattere Verläufe zu erhalten, werden dazu die bereits erwähnten Polynomnäherungen verwendet. Abbildung 4.5 zeigt die sich ergebenden lokalen Kräfte. Die beiden Schnittpunkte bedeuten die Gleichgewichtslagen, wobei nur das Gleichgewicht bei etwa $z = 20 \text{ mm}$ stabil ist. Um dieses stabile Gleichgewicht herum kann ein effektives Potential (durchgezogene Kurve) bestimmt werden, dessen negativer Gradient gerade die Summe der beiden Kräfte $F = F_i + F_E$ ergibt. Die maximale Füllung wird durch die Schraffur angedeutet. Sie stimmt gut mit der axialen Ausdehnung der Staubwolke überein. Damit ist das effektive Potential eine gute Beschreibung für den axialen Staubeinschluss und die Länge der Staubwolke.

Beim radialen Einschluss ist zusätzlich die Gewichtskraft zu berücksichtigen. Die radiale elektrische Feldstärke erreicht Werte bis $E_r \approx 1000 \text{ V m}^{-1}$. Bei diesen höchsten Feldstärken verlaufen die Feldlinien nahezu radial. Die nur schwach magnetisierten Ionen strömen deshalb auch näherungsweise radial aus dem anodischen Plasma aus. Der große Gyrationradius, der für Ionen der Energie $0,1 \text{ eV}$ bereits $r_{ci} = 10,2 \text{ mm}$ beträgt (siehe Tabelle 2.1), bedeutet, dass die Bahnen der Ionen nur geringfügig von der Lorentz-Kraft beeinträchtigt werden. Die elektrische Feldkraft beträgt bei $E_r \approx 1000 \text{ V m}^{-1}$ nicht nur ein Vielfaches der Ionenreibungskraft (vergleiche Abbildung 4.4), sondern ist außerdem etwa zwei Zehnerpotenzen größer als die Gewichtskraft ($F_g = 6,4 \times 10^{-15} \text{ N}$, $|q_d| \approx 3000e$, $|F_E| = |q_d E_r| \approx 4,8 \times 10^{-13} \text{ N}$). Diese hohen elektrischen Felder sind daher eine unüberwindbare Barriere für die Partikel.

Eine Berechnung des dreidimensionalen Fallenpotentials liegt jenseits der Messgenauigkeit der elektrischen Felder. Es kann jedoch direkt mit der Kamera die Gestalt der Staubwolke und damit der Falle bestimmt werden. Abbildung 4.6 zeigt eine Staubwolke mit sehr großer longitudinaler Ausdehnung, die bei anderen Plasmabedingungen als den zuvor betrachteten beobachtet wurde. Sie wurde mit einem vertikalen Scan aufgenommen (siehe Kapitel 2.4). Man erkennt, dass an dem der Anode abgewandten Ende die Partikel an etwas tieferen Positionen gefangen sind. Die Ursache dafür liegt in den dort schwächeren radialen elektrischen Feldern. Die Gewichtskraft ist dann nicht mehr vernachlässigbar und führt zu dieser Verschiebung der Gleichgewichtslage nach unten.

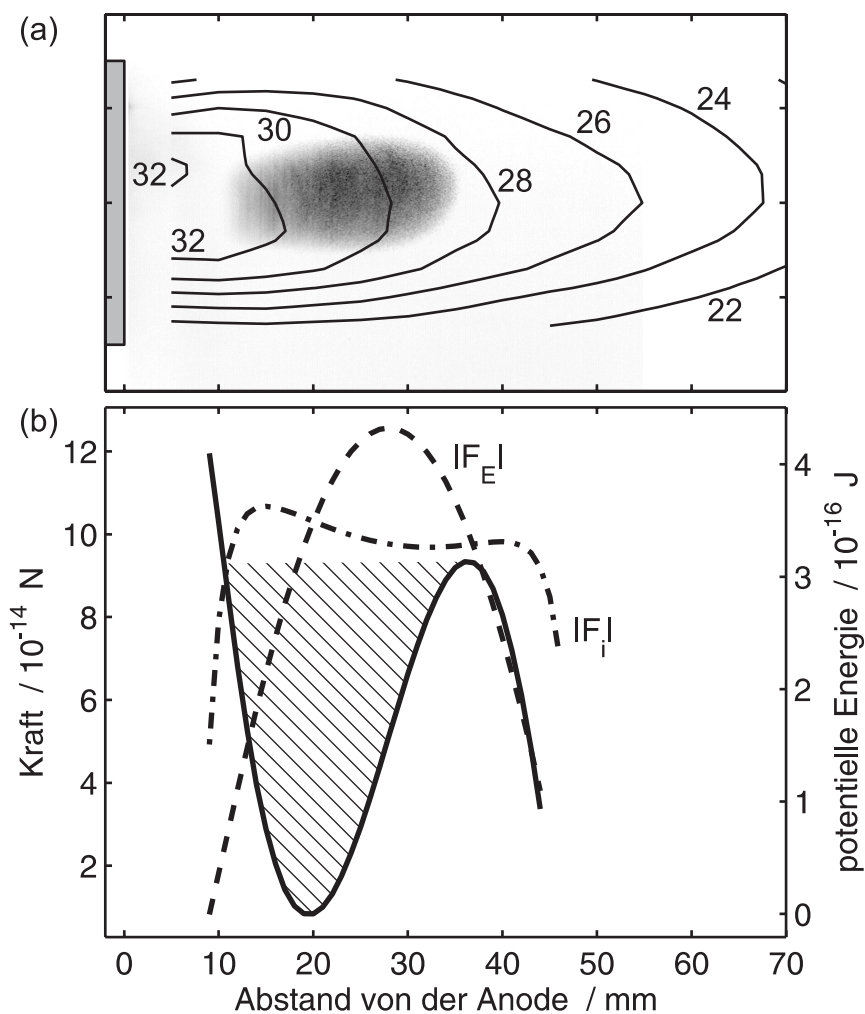


Abbildung 4.5: Die Partikelfalle. (a) Lage der Staubwolke, wie in Abbildung 4.3. (b) Das effektive Fallenpotential (durchgezogene Linie) und die beiden wichtigsten Kräfte.

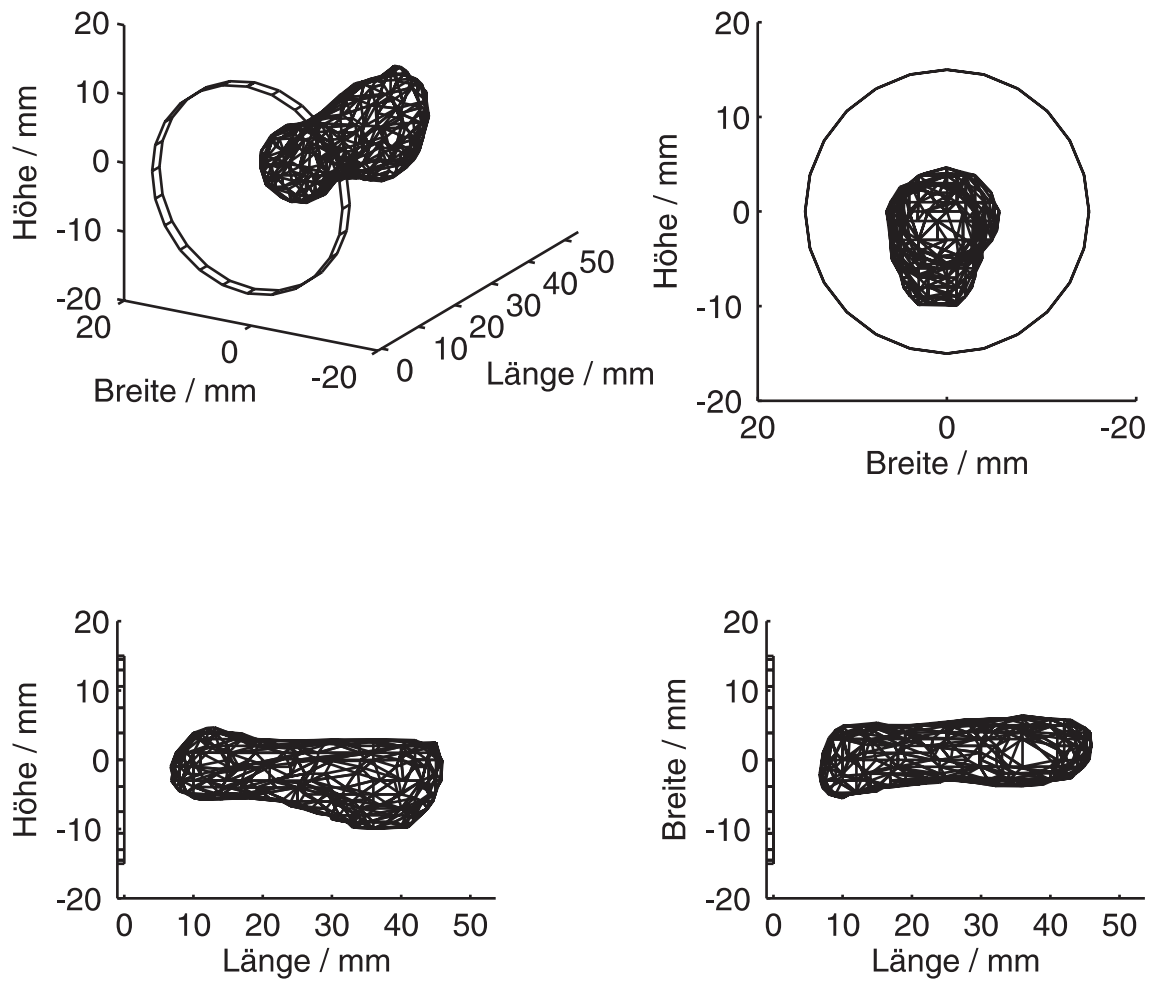


Abbildung 4.6: Staubwolke in dreidimensionaler Ansicht.

4.2.3 Kritik des Modells

Zum Schluss sollen die aus der Sondendiagnostik stammenden Messfehler und einige Annahmen diskutiert werden. Die Unsicherheit der berechneten Lage der tiefsten Stelle des Fallenpotentials wird durch die Unsicherheit des in Abbildung 4.4 dargestellten Kraftgleichgewichts bestimmt. Dort sind zwei Fehlerbalken eingezeichnet, die sich auf den Gleichgewichtspunkt beziehen. Der horizontale Fehler resultiert aus dem statistischen Fehler der Plasmapotentialmessung (für die Einzelmessung beträgt der Fehler ± 100 mV). Der vertikale Fehlerbalken ist der Fehler der Ionenreibungskraft aufgrund der Fehler der Mittelwerte von Elektronentemperatur $\sigma_M(k_B T_e) = 0,25$ eV und Ionendichte $\sigma_M(n_i)/n_i = 20$ %.

Abgesehen von diesen statistischen Fehlern bleibt ein kürzlich von Khrapak *et al.* [86] diskutierter Effekt unberücksichtigt. In einem mit der Geschwindigkeit $v_{i0} > v_{Ti}$ driftenden Plasma, wobei $v_{Ti} = (k_B T_i / m_i)^{1/2}$ die Breite der Geschwindigkeitsverteilung bedeutet, wird die Debye-Abschirmwolke unsymmetrisch verformt und kann durch eine effektive Debye-Länge

$$\lambda_{D,\text{eff}} = \left[\lambda_{Di}^{-2} \left(1 + \frac{v_{i0}^2}{v_{Ti}^2} \right) + \lambda_{De}^{-2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (4.1)$$

ersetzt werden. Diese effektive Debye-Länge ist von der bereits berücksichtigten vergrößerten Debye-Länge zu unterscheiden, die aus der drifterhöhten Ionentemperatur resultiert (Kapitel 5.2). Berücksichtigt man diesen Effekt bei der Berechnung der Ionenreibungskraft, dann ergibt sich die durch die gepunktete Linie in Abbildung 4.4 dargestellte Kraft. Sie ist größer, weil nun Ionen mit größeren Stoßparametern zusätzlich zur Kraft beitragen. Hutchinson [48] hat in numerischen Simulationen ebenfalls eine durch die veränderte Abschirmung größere Kraft gefunden, wobei bei höheren Geschwindigkeiten eine Diskrepanz zu ersterer Arbeit [86] besteht. Allerdings ist aus zwei Gründen nicht klar, ob diese Trends zu höheren Kräften wirklich zutreffen. Erstens berücksichtigt die der Gleichung (4.1) zugrundeliegende Theorie keine Stöße. Das Gleiche gilt für die Simulationen [48]. Ebenfalls erst kürzlich ist nämlich ein genau entgegengesetzter Effekt beschrieben worden, der gerade durch Stöße bewirkt wird [46]. Die Ursache dafür ist die Abweichung der Ionengeschwindigkeitsverteilungsfunktion von einer verschobenen Maxwell-Verteilung. Zweitens gelten alle diese Ergebnisse nur für isolierte Staubpartikel. Mit der effektiven Debye-Länge $\lambda_{D,\text{eff}} \approx 150$ μm wären die Partikel aber nicht mehr als isoliert zu betrachten. Die Partikel haben einen Abstand von $d \approx 270$ μm , so dass sich die Debye-Kugeln überschneiden würden. Außerdem fänden viele Stöße mit Stoßparametern $b \geq \lambda_{D,\text{eff}}$ statt [Gleichung (5.20) in Kapitel 5.4.2]. Die Verwendung der effektiven Debye-Länge führt daher zur Überschätzung der Ionenreibungskraft, weil Ionen mehrfach gezählt werden. Um dieses Problem zu umgehen, kann der einfache Coulomb-Logarithmus [Gleichung (5.19)], der als Abschneidestoßparameter den halben Teilchenabstand $d/2$ benutzt, verwendet werden. Die gestrichelt-gepunktete Kurve in Abbildung 4.4

repräsentiert diesen Fall. Das sich ergebende Kraftgleichgewicht liegt dann innerhalb der angegebenen Fehlerbalken.

4.3 Stabilität der Falle

Magnetisch eingeschlossene Plasmen zeigen oft niederfrequente Potentialfluktuationen. Für die Untersuchung von Wellen und Instabilitäten auf der staubakustischen Zeitskala ist es daher wichtig, zu wissen, ob solche Potentialfluktuationen die staubakustischen Wellen beeinflussen können. Beispielsweise wurden elektrostatische Ionenzyklotronwellen (EIC-Wellen) in anodischen Plasmen [56] und den frühen Experimenten in Q-Maschinen [53, 54, 55] beobachtet. Manchmal tritt zusätzlich eine Instabilität mit niedrigerer Frequenz auf, die als Potentialrelaxationsinstabilität (PRI) bezeichnet wird [54]. Sie wird mit Ionenbewegungen senkrecht zum magnetischen Feld in Verbindung gebracht. Alle erwähnten Arbeiten sind dadurch gekennzeichnet, dass ein axialer Strom durch die Entladung fließt und starke radiale Potentialgradienten vorhanden sind. Dies sind auch wesentliche Merkmale des anodischen Plasmas in der vorliegenden Dissertation. Eine dritte Instabilität mit axialen Ionenbewegungen und sich bewegenden Doppelschichten ist von Fireballs [62] und Glühkathodenentladungen [87] bekannt.

4.3.1 Diagnostik der Fluktuationen

Zur Messung der Potentialfluktuationen werden die emissive Sonde, die Langmuir-Sonde (Kapitel 2.5) und drei weitere spezielle Sonden an festen Positionen eingesetzt. Die Spannungssignale werden entweder mit einem Spektrumanalysator ausgewertet oder mit einem Zweikanaldigitaloszilloskop aufgezeichnet.

Um eine azimutale Ausbreitung der Fluktuation nachweisen zu können, werden drei floatende Sonden verwendet, deren Spitzen beim Anodenradius jeweils um 45° versetzt messen (Abbildung 4.7). Die Zeitreihen von jeweils zwei Sonden werden simultan mit einer Abtastfrequenz von 1 MHz aufgezeichnet, um Kreuzkorrelationen berechnen und Filterungen auf einzelnen Modenfrequenzen durchführen zu können. Für die Suche nach axialer Propagation werden die Zeitreihen der verschiebbaren Langmuir-Sonde und einer der drei zusätzlichen Sonden als Referenz ausgewertet.

4.3.2 Fluktuationsspektren

Abbildung 4.8 zeigt die Spektren für verschiedene Entladungsströme I_a . Die emissive Sonde ist dabei etwa 20 mm vor dem Rand der Anode positioniert, das heißt dort, wo die Fluktuationen am stärksten sind. Die Spektren weisen zwei Frequenzspitzen auf, eine niedrigere bei $f_1 = (2 \dots 3)$ kHz und eine höhere bei $f_2 = (7 \dots 10)$ kHz.

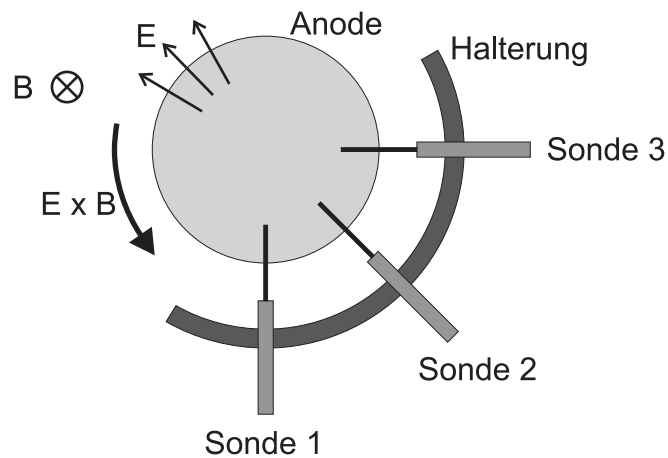


Abbildung 4.7: Skizze der drei Sonden zur Bestimmung der azimuthalen Ausbreitung der Fluktuationen. Der Betrachter blickt auf die Anodenfläche.

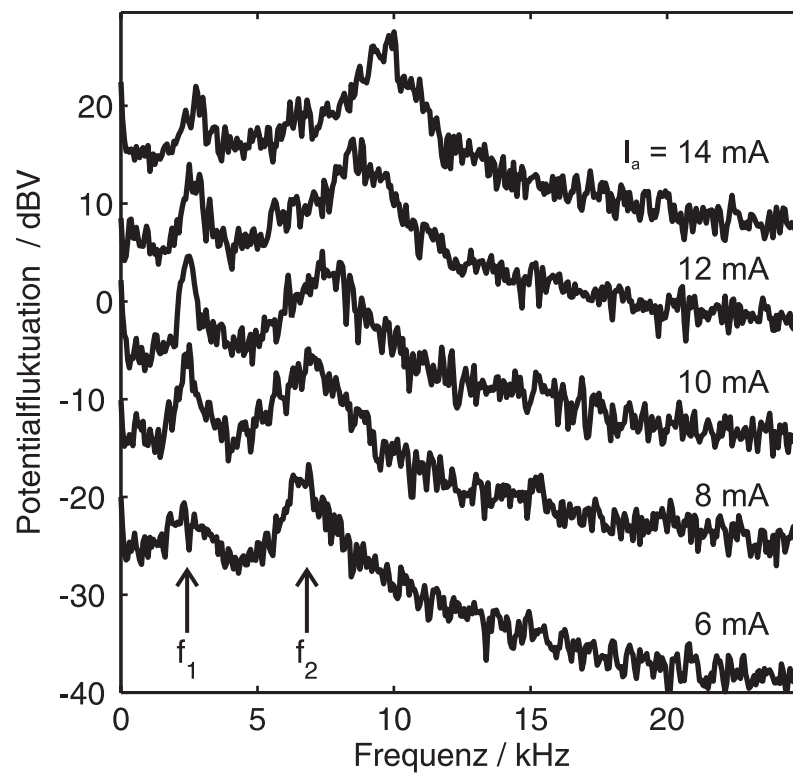


Abbildung 4.8: Leistungsspektren des mit der emissiven Sonde gemessenen Plasmapotentials bei $z = 20$ mm, $r = 20$ mm für verschiedene Anodenströme. Auffällig sind die zwei mit f_1 und f_2 bezeichneten Spitzen in jedem Spektrum. ($B = 20$ mT, $p = 1$ Pa.)

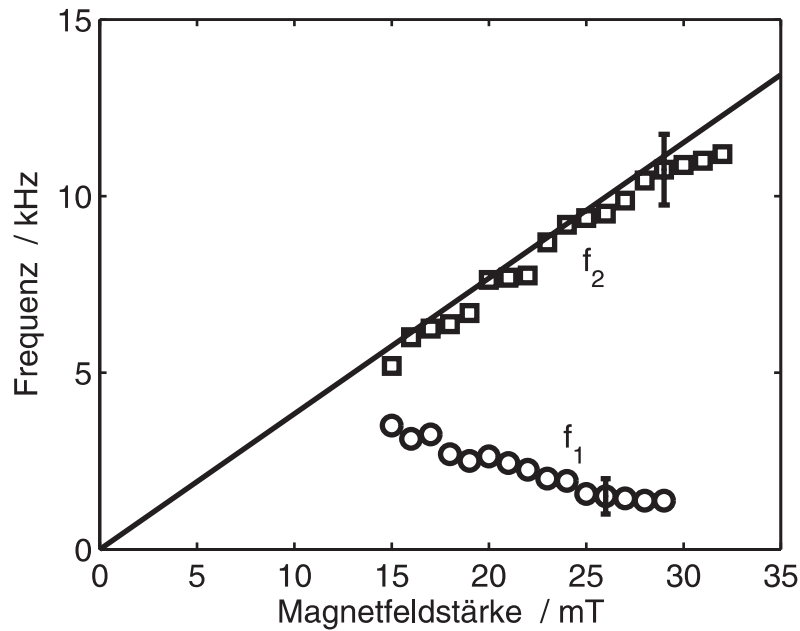


Abbildung 4.9: Die beiden Frequenzen aus Abbildung 4.8 in Abhängigkeit vom Magnetfeld für einen festen Anodenstrom $I_a = 9$ mA. Die höhere Frequenz f_2 skaliert wie die Ionenzyklotronfrequenz f_{ci} (Linie) und ist mit dieser bei dem ausgewählten Strom nahezu identisch.

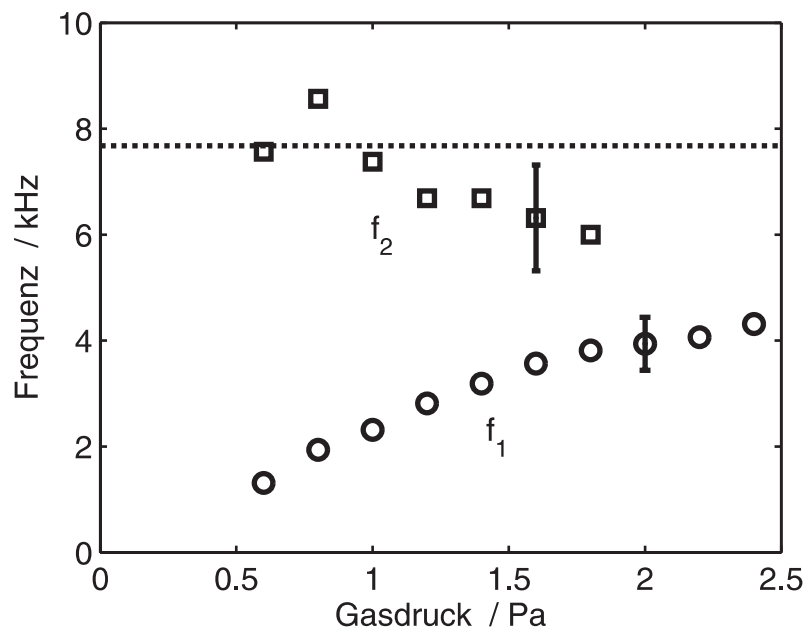


Abbildung 4.10: Die beiden Frequenzen aus Abbildung 4.8 in Abhängigkeit vom Neutralgasdruck. Die gepunktete Linie markiert die Ionenzyklotronfrequenz f_{ci} . Magnetfeld $B = 20$ mT und Anodenstrom $I_a = 9$ mA sind konstant bei dieser Messung.

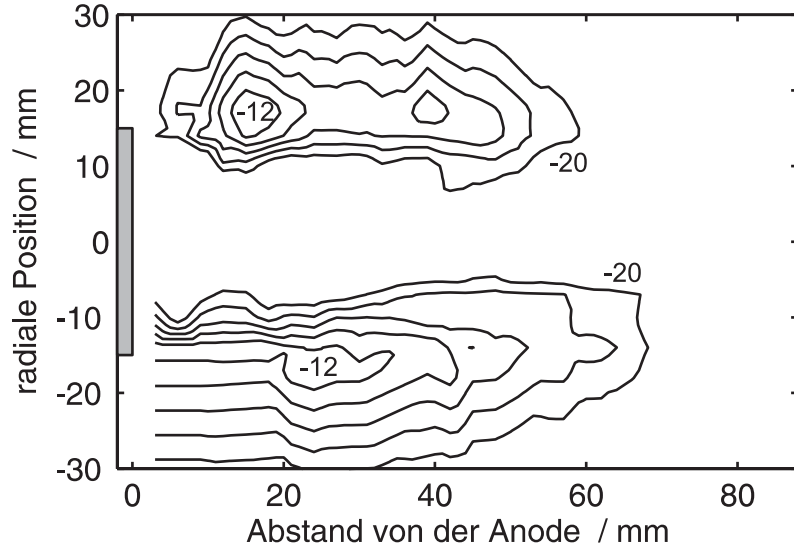


Abbildung 4.11: Fluktuationsprofil bei der Filterfrequenz f_2 . Die Zahlenwerte an den Konturlinien stehen für die Signalleistung in dBV. Die Fluktuationen sind bei kleinen Radien sehr schwach. ($B = 20$ mT, $p = 1$ Pa, $I_a = 9$ mA.)

Dieser Befund lässt bereits vermuten, dass es sich bei den beiden Moden um die EIC-Welle und eine Potentialrelaxation handelt. Die kleinere Mode bei f_1 hängt nur schwach von I_a ab, wogegen die höhere bei f_2 mit dem Strom I_a zunimmt. In Abbildung 4.9 wird die Abhängigkeit der beiden Moden vom Magnetfeld B bei einem mittleren Anodenstrom $I_a = 9$ mA dargestellt. Die Frequenz f_2 verhält sich proportional zur Ionenzyklotronfrequenz $f_{ci} = 7,7$ kHz, ist bei dem gewählten Strom sogar nahezu identisch mit dieser. Dies identifiziert die höherfrequente Mode als EIC-Welle. Abbildung 4.10 zeigt die beiden Frequenzen bei Variation des Drucks. Hier fällt auf, dass sich die kleinere Frequenz f_1 in etwa proportional zum Druck verhält, wogegen die höhere Frequenz f_2 zwar eine leicht fallende Tendenz hat, aber in der Größenordnung der Ionenzyklotronfrequenz bleibt.

4.3.3 Ort und Ausbreitung der Fluktuationen

Abbildung 4.11 zeigt die räumliche Leistungsverteilung der Fluktuation bei f_2 . Man erkennt, dass diese Mode beim Radius des Anodenrands am stärksten ausgeprägt ist. Sie nimmt hier Werte bis zu -12 dBV oder $0,25$ V an. In dem Zylinder um die Achse mit einem Radius von 5 mm, also dort, wo der Staub eingefangen wird, sind die Fluktuation deutlich schwächer als -20 dBV oder $0,1$ V.

Die Untersuchung der azimuthalen Ausbreitung geschieht mit Hilfe der drei zusätzlichen Sonden. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.12 zu sehen. Die auf der Frequenz f_2 gefilterten Signale zeigen deutlich an, dass die Fluktuation in $E_r \times B$ -Richtung propagiert. Die Umpolung des Magnetfeldes bewirkt eine Invertierung des

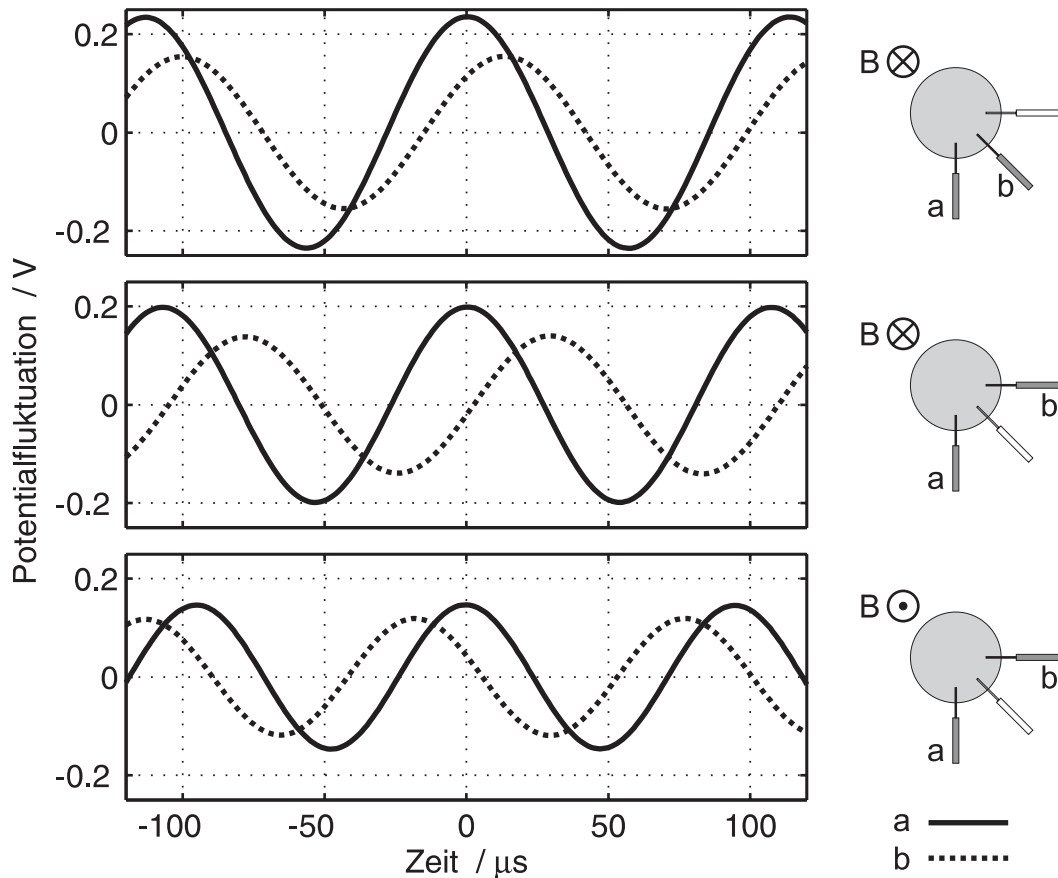


Abbildung 4.12: Azimutale Ausbreitung der Fluktuation. Die Signale wurden mit jeweils zwei azimuthal versetzten Sonden gemessen und auf der Frequenz f_2 gefiltert. Der Abstand der Sonden beträgt entweder 45° oder 90° . Die Skizzen rechts neben den Diagrammen geben an, welche Sonden verwendet wurden, und welche Richtung das Magnetfeld hat. ($B = 20 \text{ mT}$, $p = 1 \text{ Pa}$, $I_a = 12 \text{ mA}$.)

Umlaufsinn. Die Phasenverschiebungen entsprechen dem Winkelabstand der Sonden, was die Modenzahl $m = 1$ identifiziert. Dagegen konnte eine Ausbreitung in axialer oder radialer Richtung mit der schwenk- und verschiebbaren Langmuir-Sonde nicht nachgewiesen werden.

4.4 Modellierung des anodischen Plasmas

In diesem Abschnitt soll eine einfache, neue Modellierung des anodischen Plasmas vorgestellt werden. Danach wird der Unterschied zum Modell von Song *et al.* [62] für Fireballs im Regime hoher Ströme diskutiert.

4.4.1 Energiebilanzgleichung

Ausgangspunkt des Modells sind vereinfachte Vorstellungen von den Elektronen und Ionenbewegungen. Die stark magnetisierten Elektronen bewegen sich danach nur entlang der magnetischen Feldlinien auf die Anode zu. Es sind also die Elektronen, die den Anodenstrom I_a ausmachen. Die kaum magnetisierten Ionen bewegen sich dagegen in dem Modell rein radial nach außen. Das anodische Plasma wird als zylindrisches Volumen mit dem Anodenradius r_a und der Länge L angenommen. Das Plasma erhält sich selbst durch die Ionisierung in seinem Volumen, das heißt, dass ebenso viele Ionen im Inneren entstehen wie durch die Zylinderoberfläche ausströmen. Dieses Gleichgewicht lässt sich durch folgende Energiebilanz ausdrücken:

$$I_a \bar{E}_z L = n_i \mu_i E_r(r_a) 2\pi r_a L \left(W_i + \frac{3}{2} k_B T_e \right). \quad (4.2)$$

Die linke Seite bedeutet die Ohmsche Leistung, die durch den Elektronenstrom in dem Volumen deponiert wird. Auf der rechten Seite stehen die Verluste. Dabei bedeutet $n_i \mu_i E_r(r_a)$ die Dichte des Ionenteilchenstroms, der das Plasma durch die Oberfläche $2\pi r_a L$ verlässt. Für jedes Ion wurden die Ionisierungsenergie $W_i = 15,8 \text{ eV}$ und die mittlere Energie $\frac{3}{2} k_B T_e$ für die Erwärmung des ebenfalls entstandenen Elektrons auf die Elektronentemperatur aufgewendet.

Benutzt man die Bilanzgleichung, um eine Abschätzung der Dichte n_i vorzunehmen, so ergibt sich für die typischen Parameter Anodenstrom $I_a = 6 \text{ mA}$, Elektronentemperatur $k_B T_e = 3 \text{ eV}$, radiales elektrisches Feld an der Zylinderoberfläche $E_r(r_a) = 1000 \text{ V m}^{-1}$ und mittleres axiales elektrisches Feld im Inneren des Plasmas $\bar{E}_z \approx 100 \text{ V m}^{-1}$ die Dichte $n_i = 0,9 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$. Dieser Wert steht in vernünftiger Übereinstimmung mit den gemessenen Dichten.

Das hier vorgestellte Modell hat eine starke Ähnlichkeit mit einfachen Modellierung der positiven Säule in Gleichstromentladungen (zum Beispiel [88]). Auch dort ist der Elektronenstrom rein axial. Die Ionen bewegen sich ebenfalls radial nach außen, allerdings nicht wegen eines elektrischen Feldes, sondern durch Diffusion aufgrund des Dichteprofiles in der positiven Säule.

4.4.2 Unterschied zum Fireballmodell

Für anodische Plasmen mit erheblich höheren Anodenströmen von $I_a \approx 0,8 \text{ A}$ haben Song *et al.* [62] ein ganz anderes Modell zur Energie- und Teilchenbilanz vorgestellt. In deren Experiment bildet sich vor der Anode ein nahezu kugelförmiger Fireball. Die Leuchterscheinung ist nicht wie in dieser Dissertation diffus berandet, sondern hat eine klar erkennbare Oberfläche. Die Langmuir-Sondenmessungen ergaben an der Oberfläche einen Potentialsprung von (15...20) V, der als Doppelschicht identifiziert wurde. Das Innere des Fireballs ist dagegen nahezu feldfrei. Das Teilchenbilanzmodell geht davon aus, dass Elektronen von außen radial in die Doppel-

schicht einströmen und dort bis auf die Ionisierungsenergie des Argons beschleunigt werden. Nun hängt es von der Größe des Fireballs ab, mit welcher Wahrscheinlichkeit im Inneren eine Ionisation durch Elektron-Neutralatom-Stöße stattfindet. Die Wahrscheinlichkeit wird in dem Modell durch $d_{\text{FB}}/\lambda_{\text{iz}}$ abgeschätzt, wobei λ_{iz} die freie Weglänge der Elektronen für einen Ionierungsstoß und d_{FB} der Durchmesser des Fireballs ist, den die Elektronen radial durchqueren. Dann lässt sich die Rate bestimmen, mit der Ionen im Inneren des Fireballs erzeugt werden. Die Ionenverluste durch die Doppelschicht sind mit dem Fluss der einströmenden Elektronen durch das Elektronen-Ionen-Massenverhältnis (Langmuir-Bedingung) verknüpft. Die Idee des Modells ist nun, dass sich der Durchmesser des Fireballs so einstellt, dass die Teilchenbilanz ausgeglichen ist.

Der Unterschied zum Modell in dieser Dissertation besteht also in der Notwendigkeit einer Doppelschicht mit einem Potentialgefälle von der Höhe der Ionisierungsenergie. Bei den kleinen Anodenströmen $I_a = (5 \dots 15)$ mA konnten dagegen keine Doppelschichten mit der Sondendiagnostik nachgewiesen werden. Diese Messung ist in Übereinstimmung mit der optischen Beobachtung einer diffusen Berandung der Leuchterscheinung. Das Innere des anodischen Plasmas ist im Gegensatz zu einem Fireball auch nicht feldfrei. Die Elektronen gewinnen daher im gesamten Volumen des anodischen Plasmas Energie aus dem elektrischen Feld.

4.5 Abschließende Bemerkungen

In diesem Kapitel wurde gezeigt, dass die Staubpartikel in dem anodischen Plasma im Wesentlichen durch die Ionenreibungskraft und die entgegengesetzt gerichtete elektrische Feldkraft eingeschlossen werden. Dabei konnte ein effektives Fallenpotential bestimmt werden, das sowohl die Lage der Teilchenwolke als auch deren Größe erklärt. Das niederfrequente Fluktuationsspektrum des Potentials in der Teilchenfalle wurde auf seine Relevanz für die staubakustischen Wellen untersucht. Die gefundenen Fluktuationen konnten als elektrostatische Ionenzyklotronwellen und Potentialrelaxationen identifiziert werden. Die Fluktuationen sind von viel höherer Frequenz als die staubakustischen Wellen und auf den Rand des anodischen Plasmas beschränkt. Diese beiden Gründe führen zu dem Schluss, dass die Fluktuationen die staubakustischen Wellen nicht beeinflussen können.

Kapitel 5

Modell für das driftende komplexe Plasma

Viele der Parameter, die die Dispersionsrelation staubakustischer Wellen bestimmen, sind nicht direkt durch die Diagnostiken zugänglich. Die Sondenmessungen verschaffen nur eine Kenntnis über die Ionendichte, die Elektronentemperatur und die elektrische Feldstärke mittels orts aufgelöster Plasmapotentialmessungen, und die Kameradiagnostik liefert die Staubdichte. Für eine Anwendung der Wellenmodelle werden jedoch außerdem die Staubladung, die Iontemperatur, die Driftgeschwindigkeiten und Stoßfrequenzen von Elektronen und Ionen benötigt. Das Gleiche gilt für ein Verständnis des Staubeinschlusses. Um die beiden dominierenden Kräfte, nämlich die Ionenwindkraft und die elektrische Feldkraft bestimmen zu können, werden ebenfalls die Staubladung, die Iontemperatur und die Driftgeschwindigkeiten benötigt. Da diese Größen untereinander und mit den gemessenen Größen verknüpft sind, besteht die Möglichkeit, die nicht gemessenen Größen indirekt aus den Messgrößen abzuleiten. Dazu werden in diesem Kapitel zunächst die gegenseitigen Abhängigkeiten verschiedener Parameter dargestellt, um sie dann zu einem selbstkonsistenten Modell zusammenzusetzen.

5.1 Ionendrift

Die Anwesenheit eines elektrischen Feldes E bewirkt eine Drift der Ionen mit der Geschwindigkeit

$$v_{i0}(E) = \mu_i(E)E \quad . \quad (5.1)$$

Die Ionenbeweglichkeit $\mu_i(E)$ ist dabei selbst vom elektrischen Feld abhängig, wobei folgende Grenzfälle auftreten. Bei sehr langsam driftenden Ionen ($v_{i0} \ll v_{th,n}$) wird die Stoßfrequenz ν_{in} hauptsächlich durch die thermische Geschwindigkeit der Neutralgasatome $v_{th,n} = (8k_B T_n / \pi m_n)^{1/2}$ bestimmt und hängt nur schwach von der Driftgeschwindigkeit ab. Dagegen bestimmt bei einer sehr hohen Driftgeschwindigkeit

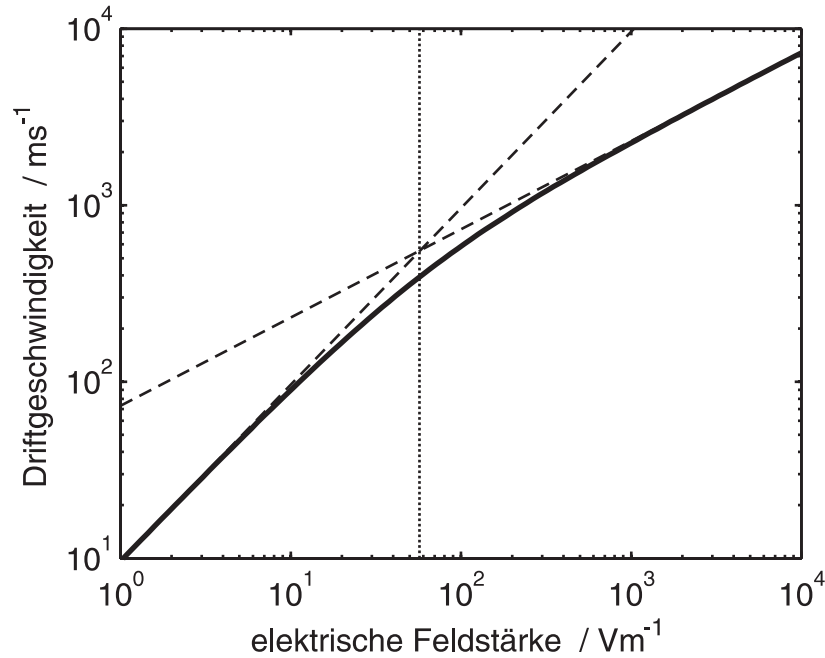


Abbildung 5.1: Ionendriftgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke für einen Argondruck von 2 Pa, berechnet nach der empirischen Driftformel von Frost [89]. Die vertikale Linie kennzeichnet die Grenze zwischen unter- und überthermischen Ionen, die Asymptoten sind gestrichelt eingezeichnet.

keit der Ionen ($v_{i0} \gg v_{th,n}$) diese selbst die Häufigkeit der Stöße, die dann nur noch wenig von der Geschwindigkeit der Neutralatome abhängt. Frost gibt folgende Fit-Formel für experimentell gewonnene Ionenbeweglichkeiten an [89]:

$$\mu_i(E) = \mu_{i0} \frac{p_0}{p} \left[1 + A \frac{E}{p} \right]^{-\frac{1}{2}} . \quad (5.2)$$

Dabei sind für Argon die Koeffizienten $\mu_{i0} = 0,146 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $p_0 = 133 \text{ Pa}$ und $A = 0,035 \text{ Pa m V}^{-1}$ zu verwenden. Abbildung 5.1 zeigt die so aus Gleichung (5.2) berechneten Driftgeschwindigkeiten für den Druck $p = 2 \text{ Pa}$. Deutlich zu erkennen ist der Knick bei etwa $E \approx 60 \text{ V m}^{-1}$. Er entspricht der Bedingung $A \cdot E/p = 1$ oder $E/p \approx 30 \text{ V m}^{-1} \text{ Pa}^{-1}$, die den Übergangsbereich von $v_{i0} \propto E$ zu $v_{i0} \propto E^{1/2}$ festlegt.

Bei Anwesenheit von Staub stoßen die Ionen außerdem mit den Staubpartikeln, so dass sich die Stoßfrequenzen für Impulsübertrag addieren. Entsprechend sinkt die Gesamtbeweglichkeit

$$\mu_i = \frac{e}{m_i(\nu_{in} + \nu_{id})} . \quad (5.3)$$

Die Stoßfrequenz für Ion-Neutralatom-Stöße ν_{in} erhält man durch einfache Umrechnung aus $\nu_{in} = e/m_i \mu_{in}$. Die Stoßfrequenz für Ion-Staub-Stöße ν_{id} wird aus der

Ionenwindkraft F_i abgeleitet, die in Abschnitt 5.4.2 behandelt wird und hier für die folgende Überlegung als bekannt vorausgesetzt wird.

Bewegen sich die Ionen mit der Geschwindigkeit v_{i0} durch die Staubwolke, dann wirkt je Volumenelement die Kraft $F_i(v_{i0})n_d$ auf den Staub. Umgekehrt wirkt je Volumenelement die gleich große Kraft $v_{i0}m_i n_i \nu_{id}$ in entgegengesetzter Richtung auf die Ionen. Daraus folgt die Stoßfrequenz

$$\nu_{id} = \frac{F_i(v_{i0})n_d}{v_{i0}m_i n_i} . \quad (5.4)$$

Wie sich herausstellen wird, können die Ion-Staub-Stöße die Gesamtstoßfrequenz für die Ionen merklich erhöhen (Tabelle 5.3).

5.2 Ionentemperatur

Das elektrische Feld leistet an den driftenden Ionen je Zeiteinheit die Arbeit eEv_{i0} . Die aufgenommene Energie wird im Energiegleichgewicht durch die Stöße mit dem Neutralgas wieder dissipiert. Der Energieaustausch zwischen Gas und Ionen hängt von den beiden Temperaturen ab, so dass das Energiegleichgewicht durch die Ionentemperatur eingestellt wird, wenn man die Neutralgastemperatur wegen der guten Wärmeleitung zu den Wänden als konstant voraussetzt. In diesem Abschnitt wird die Theorie, die eine Bestimmung der gegenüber dem Neutralgas erhöhten Ionentemperatur erlaubt, kurz erläutert.

5.2.1 Theoretische und experimentelle Grundlagen

Die Frage nach der mittleren kinetischen Energie der driftenden Ionen ist bereits sehr früh theoretisch [90, 91] und zum Teil auch experimentell [92] behandelt worden. Bei den theoretischen Behandlungen wurde jeweils ein Stoßmodell zugrunde gelegt, das entweder eine konstante Stoßfrequenz [90, 91] oder eine konstante freie Weglänge [91] voraussetzte.

Konstante Stoßfrequenzen ν_{in} treten zunächst bei unterthermischen Ionendriften auf, wie bereits in Abschnitt 5.1 bemerkt wurde. Darüber hinaus haben reine Polarisationsstöße (Langevin-Modell) [88] die Eigenschaft, konstante Stoßfrequenzen zu erzeugen. Bei Polarisationsstößen ist nämlich der Wirkungsquerschnitt $\sigma_L \propto 1/v_{in}$ umgekehrt proportional zur Relativgeschwindigkeit der Stoßpartner, so dass sich die konstante Stoßfrequenz $\nu_{in} = n_n \sigma_L v_{in}$ ergibt. Polarisationsstöße sind bei Relativgeschwindigkeiten von thermischen Stoßpartnern (Raumtemperatur) vorherrschend [88]. Diesen Fall hat Wannier (zitiert in [92]) untersucht und er findet den Zusammenhang $\frac{1}{2}m_i \langle v_i^2 \rangle = m_i v_{i0}^2 + \frac{3}{2}k_B T_n$ zwischen Driftgeschwindigkeit, Neutralgastemperatur und mittlerer Ionenenergie.

Konstante freie Weglängen treten näherungsweise bei Ladungsaustauschstößen auf. Die Wirkungsquerschnitte σ_{cx} von Ladungsaustauschstößen zeigen nur eine sehr schwache Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit der Stoßpartner [93], weshalb in diesem Fall die freie Weglänge $\lambda_{\text{mfp},i} = (n_n \sigma_{\text{cx}})^{-1}$ konstant ist. Dieses Modell reiner Ladungsaustauschstöße ist bei hohen Geschwindigkeiten der Ionen im eigenen Gas anwendbar, weil diese Stöße dann dominieren. Heimerl *et al.* [92] geben für diesen Fall und unter Vernachlässigung der Neutralgastemperatur eine mittlere Ionenenergie von $\frac{1}{2}m_i \langle v_i^2 \rangle = \frac{\pi}{4}m_i v_{i0}^2$ an.

In dem in dieser Arbeit wichtigen Fall von Ionen mit leicht überthermischer Drift, bei der sowohl Polarisationsstöße als auch Ladungsaustauschstöße zu berücksichtigen sind, könnte man daher vermuten, dass die mittlere Ionenenergie durch die Formel von Wannier etwas überschätzt wird, aber mit einem Faktor ($\frac{\pi}{4} \dots 1$) vor dem Driftterm $m_i v_{i0}^2$ korrigiert werden könnte.

Auf der experimentellen Seite ist die Arbeit von Heimerl *et al.* [92] von Bedeutung. Die Autoren waren eigentlich an der Bestimmung von Ion-Molekül-Reaktionsgeschwindigkeiten bei verschiedenen Ionentemperaturen interessiert. Dazu verwendeten sie eine Driftröhre, wie sie zur Bestimmung von Ionenbeweglichkeiten üblich war. Die Ionenenergie wurde dabei über das elektrische Feld eingestellt, von dem sowohl die Ionendriftgeschwindigkeit (siehe Abschnitt 5.1) als auch die Ionentemperatur abhängen. Heimerl *et al.* haben zwar Wanniers Formel für eine konstante Stoßfrequenz angewendet, aber darauf hingewiesen, dass dies bei überthermischen Ionendriften vermutlich zu einer Überschätzung der mittleren Ionenenergie führen würde. Das Experiment erlaubte jedoch aufgrund der Messgenauigkeit keine Beantwortung dieser Frage. Robertson und Sternovski [94] haben kürzlich die Formel

$$\frac{1}{2}m_i \langle v_i^2 \rangle = \frac{\pi}{4}m_i v_{i0}^2 + \frac{3}{2}k_B T_n \quad (5.5)$$

für reine Ladungsaustauschstöße und endliche Neutralgastemperatur angegeben, die auch in der vorliegenden Arbeit verwendet wird. In [94] wurden dagegen Monte-Carlo Simulationen mit komplexeren Stoßmodellen vorgestellt. Diese beschreiben die Stöße als Mischungen aus idealisierten Ladungsaustauschstößen, bei denen das Ion nach einem Stoß die anfängliche Geschwindigkeit des Neutralatoms bekommt, und Hard-Sphere-Stößen, bei denen die Ionengeschwindigkeiten eine gleichverteilt zufällige Richtung im Schwerpunktsystem annehmen. Die Simulationen liefern etwa 13% kleinere Werte für $\langle v_i^2 \rangle$ im Vergleich zu Gleichung (5.5). Diese Korrektur ist klein, wenn man bedenkt, dass es gegenwärtig keine Möglichkeit der experimentellen Überprüfung dieses Ergebnisses mit der nötigen Genauigkeit gibt. Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit Gleichung (5.5) für den Zusammenhang zwischen Ionendriftgeschwindigkeit und mittlerer Ionenenergie verwendet.

5.2.2 Bestimmung der Iontemperatur

Um nun aus der mittleren Ionenenergie eine Temperatur zu erhalten, wird die Ionenverteilungsfunktion als eine um die Driftgeschwindigkeit v_{i0} verschobene Maxwell-Verteilung mit der Temperatur T_i angenommen:

$$f_i(v_{ir}, v_{iz}) = \left(\frac{1}{2\pi v_{Ti}^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{v_{ir}^2 + (v_{iz} - v_{i0})^2}{2v_{Ti}^2} \right). \quad (5.6)$$

Hier werden zweckmäßigerweise Zylinderkoordinaten $\vec{v}_i = (v_{iz}, v_{ir}, \varphi)$ verwendet, wobei die z -Achse in die Richtung der Drift gelegt wird. Die Geschwindigkeit $v_{Ti} = (k_B T_i / m_i)^{1/2}$ bedeutet die Breite der Verteilung. Da die Verteilungsfunktion senkrecht zur Drift keine Vorzugsrichtung aufweist, kommt der Winkel φ in ihrer Definition nicht vor. Die Annahme einer verschobenen Maxwell-Verteilung ist vernünftig, wenn die Drift nur schwach überthermisch ist [91]. Erst bei höheren Verhältnissen v_{i0}/v_{Ti} wird die Ionengeschwindigkeitsverteilungsfunktion stark asymmetrisch in der z -Komponente.

Jetzt wird die mittlere Ionenenergie in einen Drift- und einen isotropen Temperaturanteil zerlegt:

$$\frac{1}{2} m_i \langle v_i^2 \rangle = \frac{1}{2} m_i v_{i0}^2 + \frac{3}{2} k_B T_i \quad . \quad (5.7)$$

Aus den Gleichungen (5.5) und (5.7) erhält man dann die Iontemperatur

$$T_i(v_{i0}) = T_n + \frac{\pi - 2}{6} \frac{1}{k_B} m_i v_{i0}^2 \quad . \quad (5.8)$$

Danach haben nicht driftende Ionen die Temperatur des Muttergases, und driftende Ionen haben eine linear mit der gerichteten kinetischen Ionenenergie erhöhte Iontemperatur. Drückt man in Gleichung (5.8) die Iontemperatur durch die Breite der Verteilungsfunktion $v_{Ti} = (k_B T_i / m_i)^{1/2}$ aus, so findet man, dass die thermische Machzahl $\mathcal{M} = v_{i0}/v_{Ti}$ eine obere Grenze hat, da mit zunehmender Drift auch die Breite der Verteilung zunimmt. Es gilt stets $\mathcal{M} \leq 2,29$ bzw. $v_{i0}/v_{th,i} \leq 1,44$ mit $v_{th,i} = (8k_B T_i / \pi m_i)^{1/2}$. Dies unterscheidet die Ionendrift deutlich von einem Ionenstrahl, bei dem die Verteilungsfunktion sehr schmal im Vergleich zur Strahlgeschwindigkeit ist.

5.2.3 Einfluss des Staubs

An dieser Stelle kommt die Frage nach dem Einfluss des Staubs auf die Iontemperatur auf. Bei einem Coulomb-Stoß wird Ionenimpuls auf den Staub übertragen, was zur Ionenwindkraft (Abschnitt 5.4.2) und einer verringerten Ionenbeweglichkeit (Abschnitt 5.1) führt. Die Ionenenergie verändert sich bei einem Coulomb-Stoß mit einem sehr viel massereicheren Staubpartikel nicht. Es wird allerdings Energie aus

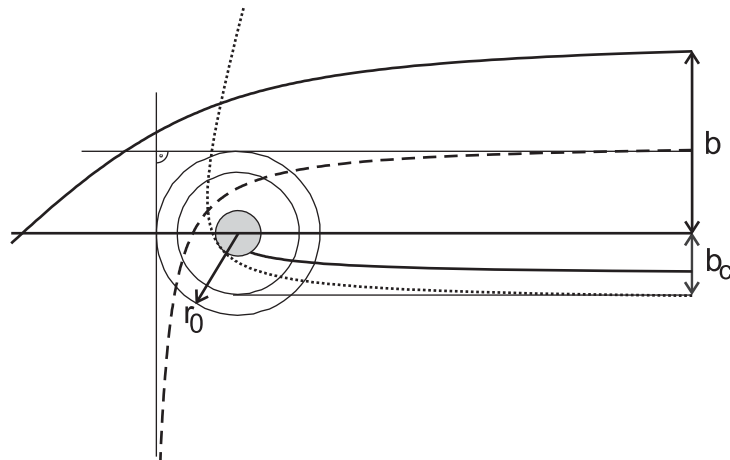


Abbildung 5.2: Die Ionen beschreiben Hyperbelbahnen um ein Staubpartikel. Ionen mit einem Stoßparameter $b < b_c$ treffen das Partikel und tragen zum Ionenstrom bei. Die Kreisscheibe mit Radius b_c bedeutet den Wirkungsquerschnitt für Einfang. Ionen mit dem Stoßparameter $b = r_0$ werden um 90° abgelenkt.

der Richtungskomponente der Drift in die Komponenten senkrecht dazu übertragen. Inwieweit damit eine weitere Erhöhung der Iontemperatur zu Lasten der gerichteten Energie verbunden ist, bleibt zukünftigen theoretischen Untersuchungen vorbehalten. Es kann aber aufgrund des typischerweise sehr kleinen Coulomb-Radius der Staubteilchen (siehe Abschnitt 5.3.1), der bei nur einigen zehn Mikrometern liegt und damit viel kleiner als der Teilchenabstand ist, gesagt werden, dass nur sehr wenige Ionen Großwinkelstöße machen. Daher wird nur ein geringer Anteil der Energie aus der Driftbewegung zu einer Temperaturerhöhung durch Staubstöße beitragen können. Gleichung (5.8) bleibt also auch bei den zu erwartenden Staubdichten gültig.

5.3 Staubleadung

Grundlage der Berechnung der zu erwartenden Ladung auf den Staubpartikeln ist die *Orbital-Motion-Limited* (OML)-Theorie [95] für sphärische Kollektoren in Plasmen. Die OML-Theorie beschreibt die Ströme der Ionen und Elektronen auf das Partikel durch die stoßfreien Bahnen der Plasmaspezies. Bahnen, welche auf die Oberfläche des Partikels führen, tragen zum Strom bei.

5.3.1 Ströme im driftenden Plasma

Zunächst werden Ionen betrachtet. Eine Bahn wird durch die Energie $\frac{1}{2}m_i v_i^2$ des aus dem Unendlichen kommenden Ions und seinen Stoßparameter b in der Ebene der Bewegung eindeutig bestimmt. In Abbildung 5.2 sind Bahnen mit vier verschiedenen Stoßparametern dargestellt. Nur Ionen mit $b < b_c$ erreichen die Oberfläche des Partikels. Die Kreisscheibe mit Radius b_c ist der ionengeschwindigkeitsabhängige Wirkungsquerschnitt des geladenen Partikels für Ioneneinfang $\sigma_c = \pi b_c^2$. Eine besondere Bedeutung hat die Bahn für $b = r_0$, bei der der Streuwinkel gerade $\chi = \pi/2$ beträgt. Die Größe r_0 wird Coulomb-Radius genannt. Es gelten

$$r_0 = \frac{e|q_d|}{4\pi\epsilon_0 m_i v_i^2} \quad (5.9)$$

und

$$b_c = a \left(1 + 2\frac{r_0}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.10)$$

Der vorliegende Fall unterscheidet sich von dem ursprünglich in der OML-Theorie behandelten Fall eines isotropen Plasmas [95] durch die überthermische Ionendrift (Abschnitt 5.1). Um den gesamten Ionenstrom zu berechnen, ist für eine verschobene Maxwell-Verteilung der Ionengeschwindigkeiten das Integral

$$I_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} \pi b_c^2(v_i) n_i f_i(\vec{v}_i) |v_i| e 2\pi v_{ir} dv_{ir} dv_{iz} \quad (5.11)$$

auszuwerten, das hier zweckmäßigerweise wieder in Zylinderkoordinaten angegeben wird. Es kann analytisch gelöst werden [96]:

$$I_i = \pi a^2 n_i e v_{i0} \left[\left(1 + \frac{v_{Ti}^2}{v_{i0}^2} - \frac{eq_d}{2\pi\epsilon_0 a m_i v_{i0}^2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{v_{i0}}{\sqrt{2}v_{Ti}}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v_{Ti}}{v_{i0}} \exp\left(-\frac{v_{i0}^2}{2v_{Ti}^2}\right) \right] \quad .$$

Nun sind noch die Elektronen zu betrachten. Im Vergleich mit den Ionen haben Elektronen wegen ihrer sehr viel kleineren Masse und wegen ihrer in Hochfrequenzplasmen sehr viel höheren Temperatur eine sehr viel höhere thermische Geschwindigkeit $v_{\text{th},e} = (8k_B T_e / \pi m_e)^{1/2}$. So ist bei einer Elektronentemperatur, die $k_B T_e = 3 \text{ eV}$ entspricht, $v_{\text{th},e} = 1,2 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$. Die Elektronendriftgeschwindigkeit kann mit der Beweglichkeit $\mu_e = (\text{Pa}/p) 4390 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ abgeschätzt werden [97]. Für die typischen Parameter $p = 2 \text{ Pa}$ und $E = 250 \text{ V m}^{-1}$ ergibt sich die Driftgeschwindigkeit $v_{e0} = \mu_e E$ von $v_{e0} = 5,5 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$. Damit kann die Elektronendrift vernachlässigt werden und es gilt für den Elektronenstrom die gewöhnlich verwendete OML-Formel für eine isotrope Elektronengeschwindigkeitsverteilung:

$$I_e = -\pi a^2 e n_e \left(\frac{8 k_B T_e}{\pi m_e}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{eq_d}{4\pi\epsilon_0 a k_B T_e}\right) \quad (5.12)$$

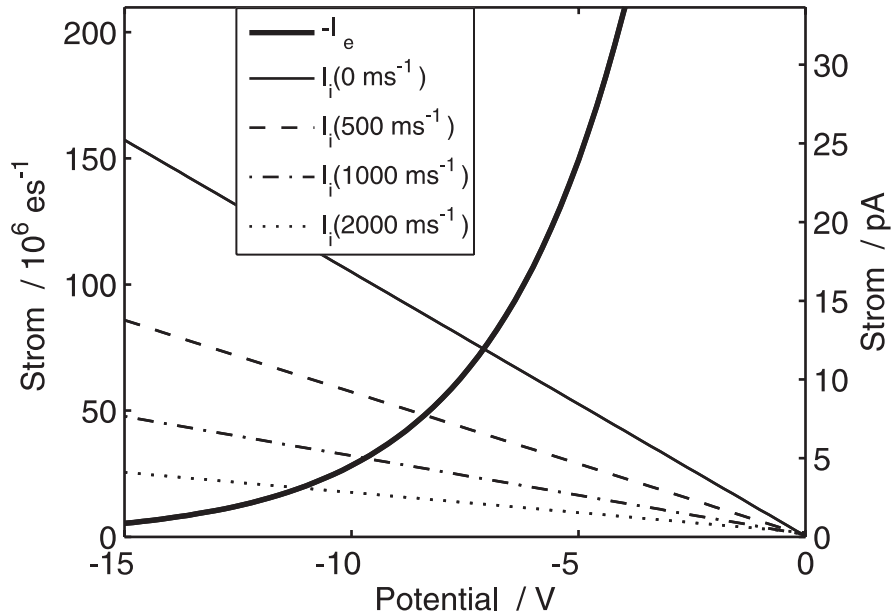


Abbildung 5.3: OML-Ströme auf ein kugelförmiges Teilchen vom Durchmesser $0,93 \mu\text{m}$ bei verschiedenen Ionendriftgeschwindigkeiten. Die Drift verringert den Ionenstrom und führt zu negativeren Floatingpotentialen. (Berechnet für $n_i = n_e = 1 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$, $k_B T_e = 3 \text{ eV}$.)

5.3.2 Gleichgewichtsladung

Aus den zuvor bestimmten ladungsabhängigen Ionen- und Elektronenströmen kann nun die Staublading berechnet werden. Ein vollständig aufgeladenes Staubpartikel hat gerade die Ladung, bei der kein weiterer Nettostrom mehr auf das Partikel fließt:

$$I_i + I_e = 0 \quad . \quad (5.13)$$

Diese Bilanzgleichung enthält die Partikelladung nur implizit und muss daher numerisch gelöst werden. Bemerkenswerterweise kommt der Partikelradius a in Gleichung (5.13) nicht vor, da wegen $q_d \propto a$ sowohl $I_i \propto a^2$ als auch $I_e \propto a^2$ skalieren. Wenn man den Partikelradius nicht kennt, oder es sich um Staub mit Größenverteilung handelt, kann man daher immer noch das Staupotential ϕ_d bestimmen, das mit der Ladung durch die Partikelkapazität $C = 4\pi\epsilon_0 a$ verknüpft ist:

$$q_d = 4\pi\epsilon_0 a \phi_d \quad . \quad (5.14)$$

Abbildung 5.3 zeigt die Ströme für verschiedene Driften in Abhängigkeit von der Staublading für ein Beispielpartikel. Ionendrift verringert den Ionenstrom, wogegen der Elektronenstrom unverändert bleibt, und als Folge stellt sich ein Gleichgewicht bei höheren (negativeren) Staubladingen ein. In Abbildung 5.4 kann man die Abhängigkeit der Staublading von der Drift explizit sehen. Bei Driften bis zur

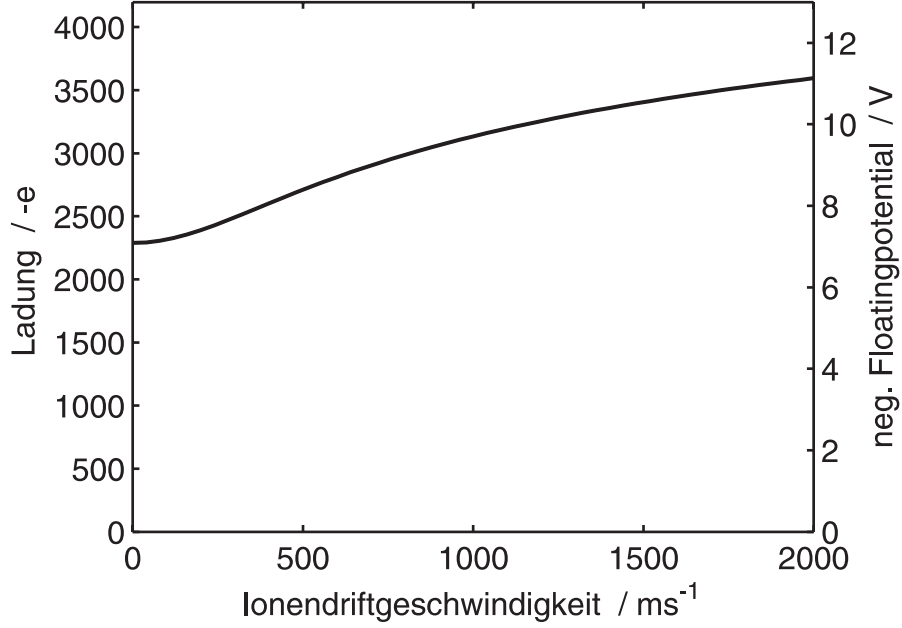


Abbildung 5.4: Driftende Ionen bewirken eine erhöhte negative Staubladung.

v_{i0} / m s^{-1}	q_d / $-e$	$k_B T_i$ / meV	λ_D / μm	r_0 / μm	$\lambda_{\text{mfp},i}$ / mm	b_c / μm	Λ	Λ'	P
0	2289	26	38	50	1,0	6,8	0,55	0,21	0,048
100	2317	27	38	46	1,0	6,6	0,59	0,25	0,048
500	2710	46	50	18	1,3	4,1	1,3	1,07	0,048
1000	3133	105	75	6.6	1,6	2,5	2,4	2,36	0,048
2000	3594	341	130	2.1	1,8	1,5	4,0	3,95	0,048

Tabelle 5.1: Einfluss der Ionendrift auf zahlreiche Parameter.

fünffachen mittleren thermischen Geschwindigkeit des Neutralgases $v_{\text{th},n} = 400 \text{ m}^{-1}$ ist die Erhöhung der Ladung nicht dramatisch, erreicht aber immerhin bis zu 57%. Bei einer Drift von $v_{i0} = 1000 \text{ m}^{-1}$ beträgt die Ladung $q_d \approx -3100e$, ohne Drift dagegen nur $q_d \approx -2300e$; die Drift erhöht die Ladung also um 36% (siehe hierzu auch Tabelle 5.1).

5.3.3 Gültigkeit des OML-Modells

Eine Grenze des OML-Modells ergibt sich durch hohe Staubdichten. Das Modell von Havnes *et al.* [83] beschreibt, welchen Einfluss hohe Staubdichten auf das Potential zwischen den Staubteilchen und die Staubladung haben. Danach ist der Parameter $P = 4\pi\lambda_{De}^2 a n_d$ entscheidend für die Abweichung von dem Fall isolierter Partikel. Ist $P \ll 1$, dann ist keine Veränderung der Staubladung und des Potentials in der Wolke zu erwarten. Bei den typischen Staubdichten von $n_d = 50 \text{ mm}^{-3}$ und $k_B T_e = 3 \text{ eV}$

ergeben sich die in Tabelle 5.1 aufgeführten Werte von $P \approx 0,05$, so dass der hier betrachtete Effekt ebenfalls keine Bedeutung hat.

Khrapak *et al.* [47] haben kürzlich den Einfluss von Ion-Neutralatom-Stößen untersucht und gezeigt, dass in stoßbestimmten Plasmen die Staubladungen wesentlich kleiner sind, als es das OML-Modell vorhersagt. Ursache ist der aus molekulardynamischen Simulationen bekannte Effekt [98, 99], dass Ladungsaustauschstöße in der Nähe des Partikels neue Ionen mit niedrigeren kinetischen Energien und Drehimpulsen erzeugen, die mit höherer Wahrscheinlichkeit auf das Partikel fallen, als es die erzeugenden Ionen selbst gekonnt hätten. Stöße erhöhen dann den Ionenstrom, was die Staubgleichgewichtsladung zu weniger negativen Ladungen verschiebt. Wenn die Neutralgasdichte allerdings so hoch ist, dass die Ionen sehr häufig in der Nähe des Staubpartikels stoßen, dann wird der Ionenstrom durch die Ionenbeweglichkeit bestimmt und nimmt mit zunehmendem Druck wieder ab.

Als entscheidender Parameter stellte sich der Quotient $\lambda_D/\lambda_{\text{mfp},i}$ aus Abschirmlänge $\lambda_D \approx (\epsilon_0 k_B T_i / e^2 n_i)^{1/2}$ und mittlerer freier Weglänge der Ionen $\lambda_{\text{mfp},i} = (n_n \sigma_{\text{in}})^{-1}$ heraus. In den Experimenten [27, 47] bei wesentlich höheren Drücken $p = (20 \dots 150)$ Pa, aber mit vergleichbaren Partikeln wurden für $\lambda_D/\lambda_{\text{mfp},i} = (0,3 \dots 2)$ Ladungen gemessen, die nur noch bis herab zu einem Fünftel der OML-Ladung betrugen. Bei dem niedrigsten Druck $p = 20$ Pa allerdings hätte die Ladungsdifferenz auch mit dem oben beschriebenen Effekt [83] der Elektronenverarmung durch dichte Staubpackung erklärt werden können. In der vorliegenden Arbeit ist der Druck noch einmal eine Größenordnung kleiner, was bereits die Vernachlässigung der Stöße rechtfertigt.

Dennoch soll der Parameter $\lambda_D/\lambda_{\text{mfp},i}$ auch für dieses Experiment abgeschätzt werden. Dazu werden in Tabelle 5.1 für verschiedene realistische Driften die Parameter λ_D und $\lambda_{\text{mfp},i}$ angegeben. Die mittlere freie Weglänge $\lambda_{\text{mfp},i} = (n_n \sigma_{\text{in}})^{-1}$ wird dabei für eine Relativgeschwindigkeit $v_{\text{in}} = v_{\text{th},i}$ angegeben. Zur Berechnung wurde der energieabhängige Wirkungsquerschnitt für Impulsübertrag [100] $\sigma_{\text{in}} = 1,15 \times 10^{-18} \epsilon^{-0,1} (1 + 0,015/\epsilon)^{0,6} \text{ m}^2$ verwendet, in dem ϵ die Energie in eV bedeutet. In Wirklichkeit sind die freien Weglängen noch etwas größer, da der Wirkungsquerschnitt für Ionen mit Raumtemperatur ($k_B T_i = 0,026 \text{ eV}$, $p = 2 \text{ Pa}$) von $\sigma_{\text{in}} = 218 \text{ \AA}$ bis auf $\sigma_{\text{in}} = 91 \text{ \AA}$ für Ionen, die beim Fall auf ein Staubpartikel bis auf 10 eV beschleunigt wurden, monoton abfällt. Auf jeden Fall ist $\lambda_D/\lambda_{\text{mfp},i} < 0,1$, also deutlich kleiner als die in [47] betrachteten Quotienten.

5.4 Ionenwindkraft

Wenn ein sich stoßfrei bewegendes Ion in die Nähe eines negativ geladenen Staubpartikels kommt, dann wird es entweder auf die Oberfläche des Partikels fallen oder seinen Einflussbereich wieder verlassen können. Im ersten Fall trägt das Ion nicht nur zum Ladungsstrom bei (Abschnitt 5.3.1), sondern überträgt zudem seinen ge-

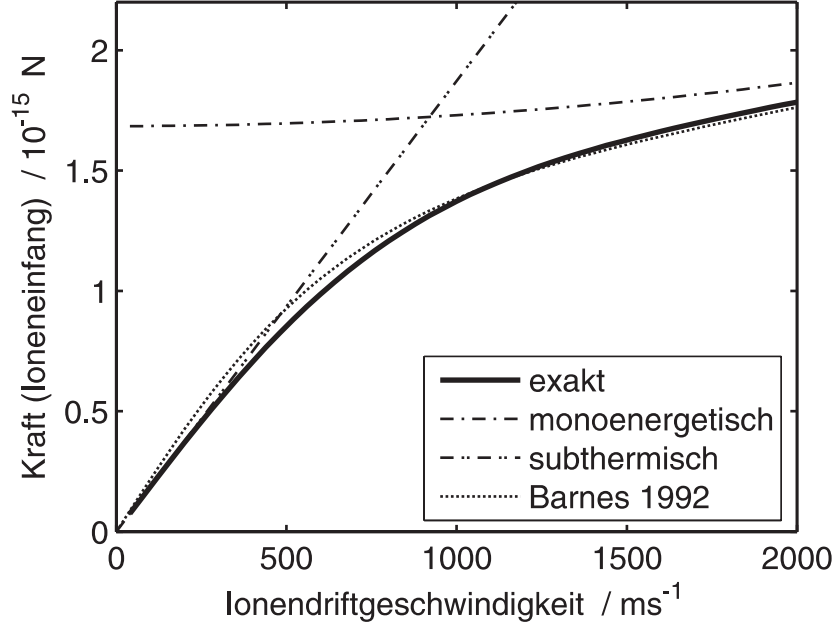


Abbildung 5.5: Ionenwindkraft durch Ioneneinfang auf ein kugelförmiges Teilchen vom Durchmesser $0,93 \mu\text{m}$ bei verschiedenen Ionendriftgeschwindigkeiten. (Berechnet für $q_d = 2500e$, $n_i = 1 \times 10^{15} \text{m}^{-3}$, $k_B T_e = 3 \text{eV}$, $k_B T_i = 0,1 \text{eV}$.)

samtens Impuls auf das Staubpartikel. Im zweiten Fall wird genau der Impuls auf den Staub übertragen, um den sich der Impuls des abgelenkten Ions geändert hat. In diesem Abschnitt werden die beiden Fälle behandelt, um die aus Ioneneinfang (*collision*) und Ionenablenkung (*orbit*) zusammengesetzte Ionenwindkraft (*ion drag*) $F_i = F_{\text{col}} + F_{\text{orb}}$ berechnen zu können.

5.4.1 Ioneneinfang

Die Berechnung der Ionenwindkraft durch Ioneneinfang erfolgt analog zur Berechnung des Ionenstroms. In Gleichung (5.11), in der das Integral der Ladungen gebildet wird, die das Staubpartikel erreichen, ist dazu die Ladung e durch den Impuls $m_i \vec{v}_i$ zu ersetzen, den jedes Partikel mitbringt. Weil die Ionenverteilungsfunktion symmetrisch um die z -Achse ist, heben sich die radialen Komponenten gegenseitig auf, so dass nur die Komponente in Driftrichtung $m_i v_{iz}$ berücksichtigt werden muss. Die Einfangkraft ist dann in Zylinderkoordinaten durch

$$F_{\text{col}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} \pi b_c^2(v_i) n_i f_i(\vec{v}_i) |v_i| m_i v_{iz} 2\pi v_{ir} dv_{ir} dv_{iz} \quad (5.15)$$

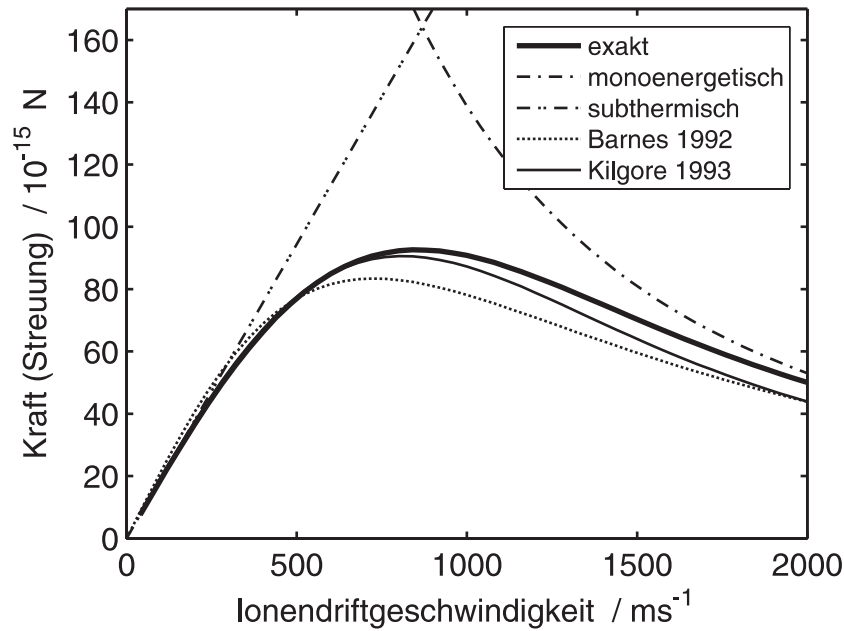


Abbildung 5.6: Ionenwindkraft durch Ionenstreuung auf ein kugelförmiges Teilchen vom Durchmesser $0,93 \mu\text{m}$ bei verschiedenen Ionendriftgeschwindigkeiten. (Parameter wie in Abbildung 5.5.)

gegeben und kann numerisch ausgewertet werden. Dieses Integral kann nicht in einen vereinfachten analytischen Ausdruck umgeformt werden, es kann jedoch ersatzweise der heuristische Ansatz von Barnes *et al.* [101] verwendet werden, der die „mittlere“ Geschwindigkeit $v_{is} = (8k_B T_i / \pi m_i + v_{i0}^2)^{1/2}$ in

$$F_{\text{col}} = \pi a^2 \left(1 - \frac{eq_d}{2\pi\epsilon_0 a m_i v_{is}^2} \right) n_i v_{is} m_i v_{i0} \quad (5.16)$$

verwendet. Diese Gleichung stimmt für den unterthermischen ($v_{is} \rightarrow v_{\text{th},i}$) und für den monoenergetischen ($v_{is} \rightarrow v_{i0}$) Fall asymptotisch mit der exakten Lösung überein.

In Abbildung 5.5 wird die Ionenwindkraft durch Ioneneinfang in Abhängigkeit von der Driftgeschwindigkeit gezeigt. Dazu werden sowohl die Ladung als auch die Iontemperatur konstant gehalten, um den Einfluss der Drift von anderen Effekten getrennt zu zeigen. Vergleicht man die erhaltenen Kräfte mit der Gewichtskraft desselben Teilchens von $F_g = 6,2 \times 10^{-15} \text{ N}$, so ist letztere zwar von derselben Größenordnung, aber doch deutlich größer.

5.4.2 Ionenablenkung

Ionen mit Stoßparametern $b > b_c$ erreichen die Oberfläche des Partikels nicht, sondern sie werden im elektrischen Feld des negativ geladenen Staubpartikels abgelenkt.

Mit Hilfe der Ionenbahnen, die sich wie im Fall der Rutherford-Streuung bestimmen lassen, kann der Impulsübertrag berechnet werden.

Zunächst soll gezeigt werden, dass man das Streuproblem vereinfacht als Summe vieler unabhängiger Zweikörperstöße von Ionen mit einem geladenen und unbeweglichen Staubpartikel behandeln kann. Obwohl sich viele Ionen gleichzeitig in der Debye-Kugel um das Partikel befinden, werden die Ion-Ion-Stöße vernachlässigt. Zwar ist die Ionendichte mehr als fünf Größenordnungen kleiner als die Neutralgasdichte, dennoch könnte man aufgrund eines durch die Coulomb-Kraft erhöhten Wirkungsquerschnittes eine gegenseitige Störung vermuten. Eine Abschätzung der Ion-Ion-Coulomb-Stöße (zum Beispiel [71]) ergibt jedoch Stoßfrequenzen, die mehrere Größenordnungen unter den Ion-Neutralatom-Stoßfrequenzen liegen, deren Vernachlässigbarkeit bereits begründet wurde. Das rührt im Wesentlichen daher, dass der Wirkungsquerschnitt mit steigender Geschwindigkeit stark abfällt ($\sigma_{ii} \propto v_{ii}^{-4}$), und die auf das Staubpartikel stürzenden Ionen sehr hohe Geschwindigkeiten haben. Da die Melaminpartikel im Vergleich zu den Ionen sehr massereich sind ($m_d \approx 10^{10} m_i$), ist das Schwerpunktsystem außerdem das Ruhesystem des Partikels. Das Streuproblem lässt sich also durch Zweikörperstöße von Ionen mit geladenen und unbeweglichen Staubpartikeln beschreiben.

Während eines Stoßes ändert ein Ion seinen anfänglichen Impuls $\vec{p}_0 = m_i \vec{v}_{i0}$ um $\Delta\vec{p}$ und überträgt $-\Delta\vec{p}$ auf das Staubpartikel. Der Betrag des Impulses ist zwar nach dem Stoß der gleiche wie zuvor, jedoch hat sich die Richtung geändert. Während man beim Rutherford'schen Streuproblem an den Streuwinkeln selbst interessiert ist, sind hier die mit den Winkeln verbundenen Impulsänderungen von Bedeutung. Man kann zeigen [44], dass $\Delta p_{\parallel} = 2/(1 + (b/r_0)^2 m_i v_{i0}^2)$ in der Richtung parallel zu \vec{v}_{i0} auf das Partikel übertragen wird. Die dazu senkrechte Komponente Δp_{\perp} ist uninteressant, weil sich diese Beiträge bei der um die z -Achse symmetrischen Verteilungsfunktion gegenseitig aufheben. Der geschwindigkeitsabhängige Wirkungsquerschnitt für Impulsübertrag durch Coulomb-Streuung ergibt sich durch Summation über alle Stoßparameter von b_{\min} bis b_{\max} :

$$\sigma_{\text{orb}}(v_i) = \int_{b_{\min}(v_i)}^{b_{\max}(v_i)} \frac{2}{1 + (b/r_0(v_i))^2} 2\pi b \, db \quad . \quad (5.17)$$

Dieses Integral kann durch die Definition des Coulomb-Logarithmus vereinfacht geschrieben werden:

$$\sigma_{\text{orb}}(v_i) = 4\pi r_0^2(v_i) \Lambda(v_i), \quad \Lambda(v_i) = \ln \left(\frac{r_0^2(v_i) + b_{\max}^2(v_i)}{r_0^2(v_i) + b_{\min}^2(v_i)} \right)^{1/2} \quad . \quad (5.18)$$

Die Integration hat offensichtlich bei $b_{\min} = b_c$ zu beginnen, um nur die Ionen zu berücksichtigen, die nicht vom Partikel absorbiert werden. Dagegen ist die Wahl der oberen Grenze b_{\max} eher willkürlich. Sie kann aus zwei Gründen nicht ins Unendliche

gelegt werden: Erstens ist für $b > \lambda_D$ das Coulomb-Potential bereits wesentlich abgeschirmt, so dass die verwendete Streutheorie nicht mehr gültig wäre, und zweitens würde das Integral in Gleichung (5.17) nicht konvergieren.

In früher Literatur zur Ionenwindkraft [101] war es üblich, $b_{\max} = \lambda_D$ zu wählen. Damit ergibt sich der Coulomb-Logarithmus zu

$$\Lambda'(v_i) = \ln \left(\frac{r_0^2(v_i) + \lambda_D^2}{r_0^2(v_i) + b_c^2(v_i)} \right)^{1/2} . \quad (5.19)$$

Numerische Rechnungen [102] haben jedoch ergeben, dass die Wahl $b_{\max} = \lambda_D$ die Ionenwindkraft unterschätzt, insbesondere, wenn $r_0 > \lambda_D$. Dann finden nämlich viele der Großwinkelstöße außerhalb der Integrationsgrenzen statt, so dass die Ionenwindkraft unterschätzt wird. Khrapak *et al.* [44] schlagen zur Heilung dieser Unzulänglichkeit die angehobene, geschwindigkeitsabhängige obere Integrationsgrenze

$$b_{\max}(v_i) = \lambda_D \left(1 + 2 \frac{r_0(v_i)}{\lambda_D} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.20)$$

vor. In Analogie zur Gleichung (5.10) werden nun all die Bahnen berücksichtigt, welche die Debye-Kugel schneiden. Es ergibt sich dann der modifizierte Coulomb-Logarithmus

$$\Lambda(v_i) = \ln \left(\frac{r_0(v_i) + \lambda_D}{r_0(v_i) + a} \right) . \quad (5.21)$$

Man beachte, dass die Werte für Λ und Λ' in Tabelle 5.1 nur bei den beiden höchsten Driftgeschwindigkeiten gut übereinstimmen. In den zuvor genannten Arbeiten [102, 44] wird dem Parameter $\beta = r_0/\lambda_D$ eine besondere Bedeutung beigegeben. Danach führt der Abschneideparameter $b_{\max} = \lambda_D$ für $\beta > 0,1$ bereits zu unterschätzten Wirkungsquerschnitten $\sigma_{\text{orb}} \propto \Lambda'$. Dagegen werden für den angehobenen Abschneideparameter nach Gleichung (5.20) noch bis $\beta \lesssim 5$ gültige Wirkungsquerschnitte erwartet. In der Tabelle 5.1 ist für alle Driften $\beta < 1,3$.

Um nun die Kraft auf das Partikel zu erhalten, ist analog zu Gleichung (5.15) die Kraft für alle Geschwindigkeiten der Verteilungsfunktion zu integrieren:

$$F_{\text{orb}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} 4\pi r_0^2(v_i) \Lambda(v_i) n_i f_i(\vec{v}_i) |v_i| m_i v_{iz} 2\pi v_{ir} dv_{ir} dv_{iz} . \quad (5.22)$$

Dieses dreidimensionale Integral kann zwar numerisch ausgewertet werden, es ist allerdings praktischer, das für eine um v_{i0} verschobene Maxwell-Verteilung äquivalente eindimensionale Integral [103]

$$F_{\text{orb}} = \frac{2n_i m_i}{v_{i0} v_{\text{th},i} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \sigma_{\text{orb}}(v) v^3 \exp \frac{v^2 + v_{i0}^2}{2v_{\text{th},i}^2} \left[\cosh \frac{v_{i0}v}{v_{\text{th},i}^2} - \frac{v_{\text{th},i}^2}{v_{i0}v} \sinh \frac{v_{i0}v}{v_{\text{th},i}^2} \right] dv \quad (5.23)$$

zu benutzen, weil dies hinsichtlich der Rechenzeit günstiger ist.

Barnes *et al.* [101] vermeiden die Integration ganz und verwenden, wie schon in Gleichung (5.16), die „mittlere“ Geschwindigkeit $v_{is} = (8k_B T_i / \pi m_i + v_{i0}^2)^{1/2}$ und schlagen heuristisch die Lösung

$$F_{\text{orb}}(v_{i0}) = 4\pi r_0^2(v_{is}) n_i v_{is} m_i v_{i0} \Lambda(v_{is}) \quad (5.24)$$

vor. Aus den in Abbildung 5.6 gezeigten Kräften geht allerdings hervor, dass diese Lösung bei einigen Driften bis zu 16% kleinere Ionenwindkräfte liefert. In dieser Arbeit wird Gleichung (5.24) daher nicht verwendet.

Kilgore *et al.* [102], deren Arbeit bereits erwähnt wurde, haben die Wirkungsquerschnitte in einer Simulationsrechnung bestimmt. Anstelle eines abgeschnittenen Coulomb-Potentials haben die Autoren das Potential selbstkonsistent aus einem Poisson-Vlasov-Modell gewonnen. Die Ergebnisse wurden in folgender Fit-Formel zusammengefasst:

$$\sigma_{\text{orb}} = 0,9369 \ln \left(1 + \frac{61,32}{(r_0/\lambda_D)^2} \right) r_0^2 \quad . \quad (5.25)$$

In Abbildung 5.6 stimmt das Ergebnis für Driftgeschwindigkeiten $v_{i0} < 1000 \text{ m s}^{-1}$ gut mit Gleichung (5.23) überein.

In der Literatur wird sehr oft das Modell von Khrapak *et al.* [43] verwendet. Dieses Modell wurde allerdings für den Sonderfall von unterthermischen Ionen ($v_i \ll v_{\text{th},i}$) entwickelt. Nach ihm ergibt sich

$$F_{\text{orb}} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3} r_0^2(v_{\text{th},i}) n_i v_{\text{th},i} m_i v_{i0} \bar{\Lambda} \quad , \quad (5.26)$$

wobei der gemittelte Coulomb-Logarithmus

$$\bar{\Lambda} = 2 \int_0^\infty \exp(-x) \ln \left(\frac{2\lambda_D x + r_0(v_{Ti})}{2ax + r_0(v_{Ti})} \right) dx \quad (5.27)$$

zu verwenden ist. In diesem Fall ist $F_{\text{orb}}(v_{i0}) \propto v_{i0}$. Die Formel kann hier nicht verwendet werden, weil die Bedingung unterthermischer Ionen nicht erfüllt ist. Je höher die Ionendriftgeschwindigkeiten werden, desto kleiner werden die Coulomb-Radien ($r_0 \propto v_i^{-2}$) und damit auch die Wirkungsquerschnitte. Im zu Gleichung (5.26) genau entgegengesetzten Grenzfall eines monoenergetischen Ionenstrahls wäre sogar $F_{\text{orb}}(v_{i0}) \propto v_{i0}^{-2}$ (siehe Abbildung 5.6).

Aus Abbildung 5.6 wird außerdem ersichtlich, dass die Ionenablenkungskraft für ein Mikrometerpartikel bis zu $F_{\text{orb}} \approx 100 \times 10^{-15} \text{ N}$ erreichen kann. Sie liegt also fast zwei Größenordnungen über der Ioneneinfangkraft und außerdem mehr als eine Größenordnung über der Gewichtskraft. Deshalb darf der Ioneneinfang im vorliegenden Fall bei der Berechnung der Ionenwindkraft vernachlässigt werden. Im Folgenden wird daher vereinfachend $F_i = F_{\text{orb}}$ verwendet.

Spezies	$k_B T_j$	$v_{th,j}$	ω_{cj}	r_{cj}
Elektronen	3 eV	1165 km s ⁻¹	3,6 GHz	0,2 mm
Argon-Ionen	0,026 eV	400 m s ⁻¹	48 kHz	5,2 mm
	0,1 eV	784 m s ⁻¹	48 kHz	10,2 mm
Partikel (1 μm, MF)	0,026 eV	4,0 mm s ⁻¹	0,01 Hz	234 mm

Tabelle 5.2: Charakteristische Größen der Einzelteilchenbewegung für die drei Plasmakomponenten bei einem Magnetfeld von $B = 20$ mT. Bei dem Partikel handelt es sich um ein sphärisches Melaminpartikel mit einem Durchmesser von $0,93 \mu\text{m}$ und einer Ladung $q_d = -2200e$.

5.5 Quasineutralität

Aufgrund der hohen Staubladungen von einigen tausend Elementarladungen können schon im Verhältnis zur Elektronen- und Ionendichte niedrige Staabdichten zu einer nicht vernachlässigbaren Raumladung beitragen. Die Quasineutralität des komplexen Plasmas lautet daher

$$n_i e - n_e e + n_d q_d = 0 \quad . \quad (5.28)$$

Die Tatsache, dass nun $n_e \neq n_i$ ist, wirkt sich unmittelbar auf die Ladungsströme und damit auf die Staubladung aus.

5.6 Einfluss eines Magnetfeldes

In diesem Abschnitt soll diskutiert werden, ob das Überlagern eines Magnetfeldes eine besondere Berücksichtigung erfordert. Auf die Plasmaspezies Elektronen, Ionen und Staubpartikel wirkt aufgrund ihrer Bewegungen im Magnetfeld die Lorentz-Kraft, welche eine Gyrationbewegung um die Magnetfeldrichtung bewirkt. Wegen der sehr unterschiedlichen Massen, Ladungen und Geschwindigkeiten der drei Spezies kommen jedoch sehr verschiedene Bahnkurven, insbesondere Gyrationenradien, zustande.

In Tabelle 5.2 werden für ein in dieser Arbeit typisches Plasma die Zyklotronfrequenzen $\omega_{cj} = q_j B / m_j$ und die Gyrationenradien $r_{cj} = (v_{Tj} / \omega_{cj})$ angegeben. Für die Ionen sind zwei Zeilen mit unterschiedlichen Temperaturen eingetragen, nämlich einmal mit der Neutralgastemperatur, die dem Fall ohne Drift entspricht, und einmal mit einer durch Drift erhöhten Temperatur.

Man erkennt, dass die Ionen schon bei Neutralgastemperatur Gyrationenradien r_{ci} haben, die etwa von der Größenordnung der Staubböden in Laborplasmen sind. Drifterhöhte Ionentemperaturen vergrößern zusätzlich die Gyrationenradien. Bedenkt man, dass die freien Weglängen im Bereich von wenigen Millimetern liegen, so werden die Ionen keine ganzen Gyrationen ausführen können. Da die Debye-Längen

E /V m ⁻¹	n_d /m ⁻³	v_{i0} /m s ⁻¹	$k_B T_i$ /meV	q_d /-e	ν_i /10 ⁵ s ⁻¹	n_e/n_i	F_E /10 ⁻¹⁵ N	F_i /10 ⁻¹⁵ N
0	50	0	26	2210	2,5	0,89	0	0
0	0	0	26	2289	2,5	1,00	0	0
200	50	747	92	2864	6,5	0,86	-92	+116
200	0	914	92	3074	5,3	1,00	-98	+130
250	50	894	112	2965	6,7	0,85	-119	+116
250	0	1046	112	3163	5,8	1,00	-127	+126
300	50	1026	133	3045	7,1	0,85	-146	+113
300	0	1164	133	3235	6,2	1,00	-156	+121

Tabelle 5.3: Selbstkonsistente Parameter zu den Randbedingungen $n_i = 10^{15} \text{ m}^{-3}$, $2a = 0,93 \text{ } \mu\text{m}$, $p = 2 \text{ Pa}$, $k_B T_e = 3 \text{ eV}$ und verschiedenen E und n_d .

($\lambda_{Di} = 74 \text{ } \mu\text{m}$ bei $k_B T_i = 0,1 \text{ eV}$) und insbesondere die noch kleineren Coulomb-Radien r_0 , die die Größenskala für das OML-Modell festlegen, viel kleiner als die Gyrationradien sind, kann ein Magnetfeld von $B = 20 \text{ mT}$ keine vom OML-Modell abweichenden Ionenströme ergeben.

Die Elektronen haben Gyrationradien, die zwar deutlich kleiner als die typischen Abmessungen von staubigen Plasmen sind, andererseits aber immer noch größer als die Debye-Länge sind. Aus diesem Grund sind die Elektronen zwar hinsichtlich der Entladung als magnetisiert zu betrachten, hinsichtlich der Aufladung des Staubs kann das Magnetfeld aber vernachlässigt werden.

Der Staub hat so große Gyrationradien und so kleine Zyklotronfrequenzen, dass er vom Magnetfeld überhaupt nicht direkt beeinflusst wird.

5.7 Das selbstkonsistente Modell

Nachdem nun die funktionalen Abhängigkeiten der zu bestimmenden Größen Ionen-drift, Ionentemperatur, Staubladung und Ionenwindkraft beschrieben worden sind, werden diese nun zu einem selbstkonsistenten Modell zusammengesetzt. Die Randbedingungen sind durch die gemessenen Größen festgelegt, nämlich Ionendichte, Staubdichte, Elektronentemperatur und elektrische Feldkraft.

Das Modell kann am besten anhand der Abbildung 5.7 beschrieben werden. Die Pfeile zeigen von einer Ausgangsgröße auf eine oder mehrere Zielgrößen, die von der Ausgangsgröße beeinflusst werden. Der Algorithmus zur selbstkonsistenten Lösung geht dabei entlang dieser Pfeile vor, wobei solange iteriert wird, bis die variablen Größen stabile Werte angenommen haben.

Es muss beispielsweise die Staubladung mit der Quasineutralität konsistent sein. Die Staubladung beeinflusst nämlich die Elektronendichte und damit den Elektro-

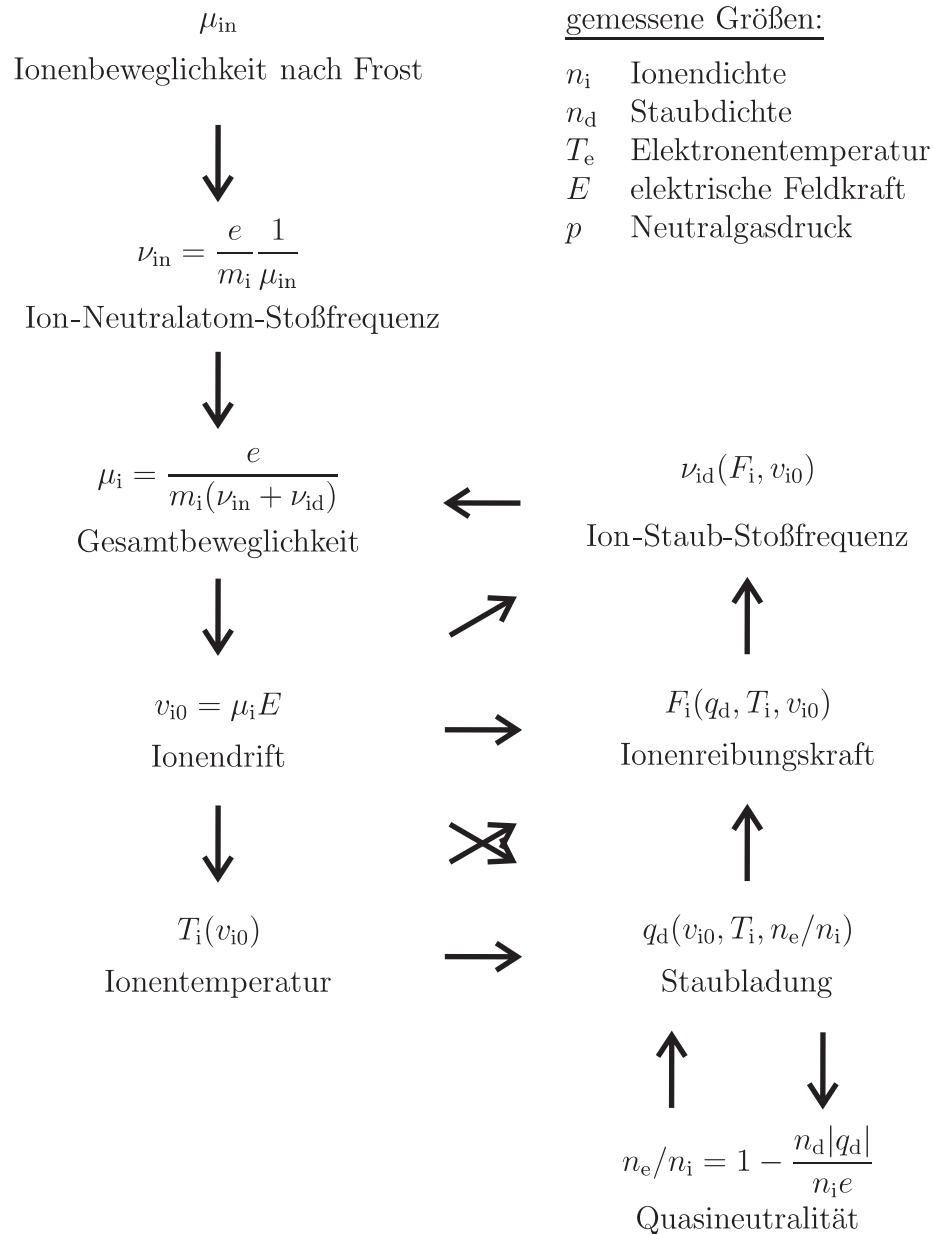


Abbildung 5.7: Skizze der Abhängigkeiten der Parameter im driftenden komplexen Plasma. Die Pfeile sind zu lesen wie „hat Auswirkungen auf“.

nenstrom, welcher wiederum zusammen mit dem Ionenstrom (die Ionendichte ist kein freier Parameter, sondern wird gemessen) die Staubladung bestimmt. In der Tabelle 5.3, die ausgewählte Parameter aus selbstkonsistenten Parametersätzen zeigt, kann der Zusammenhang zwischen Teilchenladung und n_e/n_i -Verhältnis gesehen werden. Je größer die Staubladung ist, desto stärker wird das Elektronen-Ionen-Gleichgewicht gestört.

Die Staubladung hat auch Einfluss auf die Ionenbeweglichkeit und umgekehrt, wobei die Abhängigkeiten mittelbar über zahlreiche freie Parameter erfolgen. Die Tabelle 5.3 zeigt nicht nur die Zunahme der Ionendriftgeschwindigkeit und der Ionentemperatur mit wachsendem elektrischen Feld, sondern auch eine Zunahme der Ionenstoßfrequenz. Diese ist auf die Erhöhung der mittleren kinetischen Energie der Ionen nach Gleichung (5.7) zurückzuführen.

Von besonderer Bedeutung sind die letzten beiden Spalten aus Tabelle 5.3, in denen zwei entgegengesetzte Kräfte angegeben werden. Die Staubpartikel im Plasma mit elektrischem Feld sind nicht nur der Ionenwindkraft ausgesetzt, sondern auch der in entgegengesetzter Richtung unmittelbar auf sie wirkenden Coulomb-Kraft

$$F_E = q_d E \quad . \quad (5.29)$$

Die elektrischen Feldstärken aus der Tabelle sind so gewählt worden, dass sie den Gleichgewichtsfall bei etwa $E \approx 250 \text{ V m}^{-1}$ und seine Umgebung zeigt. Dieses Ergebnis ist sehr wichtig für das Verständnis des Staubeinschlusses in dieser Arbeit (Kapitel 4).

Abbildung 5.8(a) zeigt für verschiedene elektrische Feldstärken erneut die Kräfte als selbstkonsistente Lösung des Modellsystems. Bei der Betrachtung der Kräfte fällt auf, dass die elektrische Feldkraft nicht exakt proportional zum elektrischen Feld ist. Der Grund dafür ist die nicht konstante, selbstkonsistente Staubladung, die zum Vergleich in Abbildung 5.8(b) gezeigt wird.

Bei etwa $E = 245 \text{ V m}^{-1}$ schneiden sich die beiden Kurven, das heißt, elektrische Feldkraft F_E und Ionenwindkraft F_i halten sich die Waage. Der Schnittwinkel ist hinreichend groß, so dass eine parallel zum elektrischen Feld gerichtete Gewichtskraft die Gleichgewichtsfeldstärke nur um wenige V m^{-1} verändert ($F_g = 6,4 \times 10^{-15} \text{ N}$ für das betrachtete Partikel). Das Kraftgleichgewicht ist stabil, wenn in dem Plasma das elektrische Feld außerdem in Feldrichtung einen positiven Gradienten hat. Dann nämlich ist bei einer Auslenkung aus der Gleichgewichtslage in Feldrichtung $|F_E| > |F_i|$, womit das negativ geladene Partikel eine Rückstellkraft erfährt. Umgekehrt gilt bei Auslenkung gegen die Feldrichtung $|F_E| < |F_i|$, was ebenfalls eine rückstellende Kraft bedeutet.

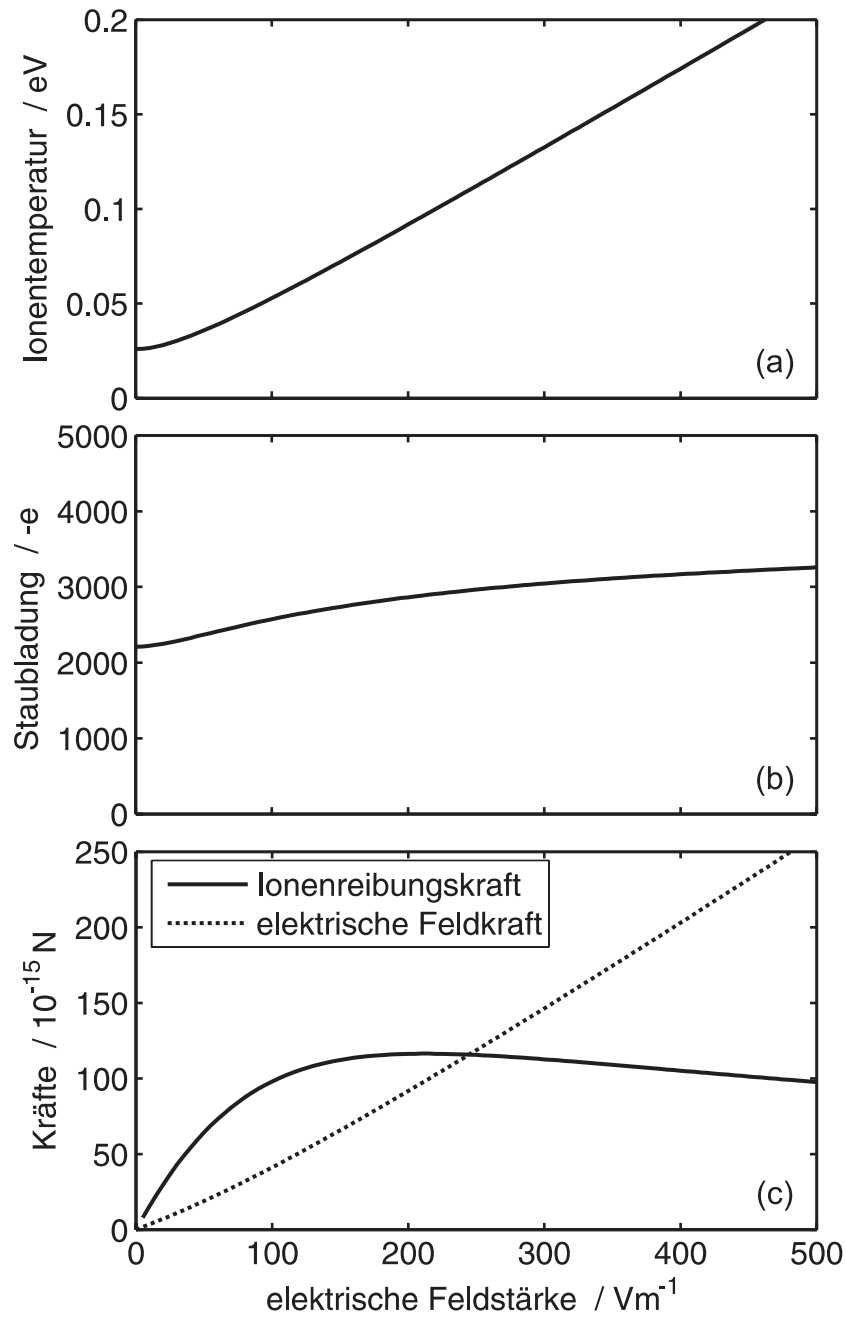


Abbildung 5.8: (a) Iontemperatur, (b) Staubladung und (c) die wesentlichen Kräfte jeweils bei verschiedenen elektrischen Feldstärken nach dem selbstkonsistenten Modell. ($n_i = 10^{15} \text{ m}^{-3}$, $n_d = 50 \text{ mm}^{-3}$, $2a = 0,93 \text{ } \mu\text{m}$, $p = 2 \text{ Pa}$, $k_B T_e = 3 \text{ eV}$.)

Kapitel 6

Theorien zu staubakustischen Wellen

Nachdem nun das staubeinschließende Plasma durch Diagnostik und ein ergänzendes, selbstkonsistentes Modell charakterisiert worden ist, wird sich dieses Kapitel mit der Theorie der staubakustischen Wellen befassen, um das nachfolgende Kapitel über die Wellenexperimente vorzubereiten. Die Theorie soll nicht nur die Wellendispersion richtig vorhersagen, sondern auch erklären, warum die Wellen spontan, auch ohne externe Anregung, auftreten. Das Kapitel 5 hat gezeigt, dass die Ionen aufgrund des elektrischen Feldes mit überthermischen Geschwindigkeiten driften. Eine naheliegende Vermutung ist daher, dass die driftenden Ionen die Quelle freier Energie darstellen, aus der die selbsterregten Wellen gespeist werden. Die Driften sollten also in den Modellen Berücksichtigung finden. Es werden nacheinander der hydrodynamische und der kinetische Ansatz vorgestellt und dann hinsichtlich ihrer Eignung für das vorliegende System diskutiert.

6.1 Flüssigkeitsmodell

Das Flüssigkeitsmodell besteht aus drei sich durchdringenden Flüssigkeiten, nämlich für Elektronen, Ionen und Staub (Indizes $j = e, i, d$). Das System wird durch die folgenden sieben Flüssigkeitsgleichungen beschrieben:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_j + \nabla \cdot (n_j \vec{v}_j) = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{v}_j + \vec{v}_j \cdot \nabla \vec{v}_j = -\frac{q_j}{m_j} \nabla \phi - \frac{1}{n_j m_j} \nabla \underbrace{(n_j k_B T_j)}_{p_j} - \nu_j \vec{v}_j \quad (6.2)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{n_i e - n_e e + n_d q_d}{\epsilon_0} \quad (6.3)$$

Die Gleichungen (6.1) sind die drei Kontinuitätsgleichungen. Sie drücken aus, dass weder Staub noch Plasma verloren gehen oder erzeugt werden, sondern lediglich strömen. Die Impulsbilanzgleichungen (6.2) beschreiben drei Kräfte, die auf die Flüssigkeitselemente wirken. Für jede Spezies sind dies auf der rechten Seite der Gleichung zunächst die elektrischen Feldkräfte, die durch das gestörte Potential entstehen (erster Term), dann die $-\nabla p_j$ -Druckterme mit den temperaturabhängigen Partialdrücken $p_j = n_j k_B T_j$ (zweiter Term) und schließlich die Stokes-Reibungen mit den Stoßfrequenzen ν_j (dritter Term). Die Poisson-Gleichung (6.3) koppelt die drei Flüssigkeiten über das elektrische Feld miteinander.

Mit Hilfe der Störungsrechnung werden die räumlich und zeitlich veränderlichen Größen y nun nach dem Muster $y = y_0 + \tilde{y}$ in einen konstanten Anteil und eine hinreichend kleine Störung zerlegt, so dass sich das Gleichungssystem linearisieren lässt. Im Folgenden wird eine Beschränkung auf ebene Wellen, die sich in z -Richtung ausbreiten, vorgenommen. Mit dem harmonischen Wellenansatz für alle gestörten Größen

$$y = y_0 + y_1 \exp(ikz - i\omega t) \quad , \quad (6.4)$$

wobei y_1 die im Allgemeinen komplexe Amplitude, und k bzw. ω die Wellenzahl bzw. Kreisfrequenz der Welle bezeichnen, erhält man das Gleichungssystem in Fourier-Darstellung:

$$-i\omega n_{j1} + n_{j0} ikv_{j1} + v_{j0} ikn_{j1} = 0 \quad , \quad (6.5)$$

$$-i\omega v_{j1} + iv_{j0} kv_{j1} = -\frac{q_j}{m_j} ik\phi_1 - \frac{1}{n_{j0} m_j} ik(n_{j1} k_B T_j) - \nu_j v_{j1} \quad , \quad (6.6)$$

$$-k^2 \phi_1 = -\frac{en_{i1} - en_{e1} + q_d n_{d1}}{\epsilon_0} \quad . \quad (6.7)$$

Die Lösung des Gleichungssystems kann als Dispersionsrelation in der Form

$$0 = 1 + \chi_i + \chi_e + \chi_d \quad (6.8)$$

mit den Suszeptibilitäten

$$\chi_j = \frac{\omega_{pj}^2}{k^2 v_{Tj}^2 - (\omega - kv_{j0} + i\nu_j)(\omega - kv_{j0})} \quad (6.9)$$

der drei Flüssigkeiten geschrieben werden. Dabei wurde die Abkürzung $v_{Tj}^2 = k_B T_j / m_j$ verwendet. In den Suszeptibilitäten der Elektronen und Ionen [Gleichungen (6.9)] darf die Frequenz ω vernachlässigt werden, weil sie sehr klein gegen die jeweiligen Plasmafrequenzen ist ($\omega \ll \omega_{pe}, \omega_{pi}$). Dies hat den Vorteil, dass die Dispersionsrelation als quadratische Gleichung nach $\omega(k)$ auflösbar wird.

Da die Dispersionsrelation komplex ist, sind im Allgemeinen auch die Frequenzen komplex, das heißt $\omega(k) = \omega_r(k) + i\omega_i(k)$. Die imaginäre Komponente $\omega_i(k)$ hat dabei die Bedeutung einer Anwachs- bzw. Abklingkonstanten. Ist $\omega_i(k) < 0$ für alle Wellenzahlen k , dann ist das System stabil, da jede Störung, die in Fourier-Komponenten nach Gleichung (6.4) zerlegt werden kann, zeitlich abklingt. Dagegen

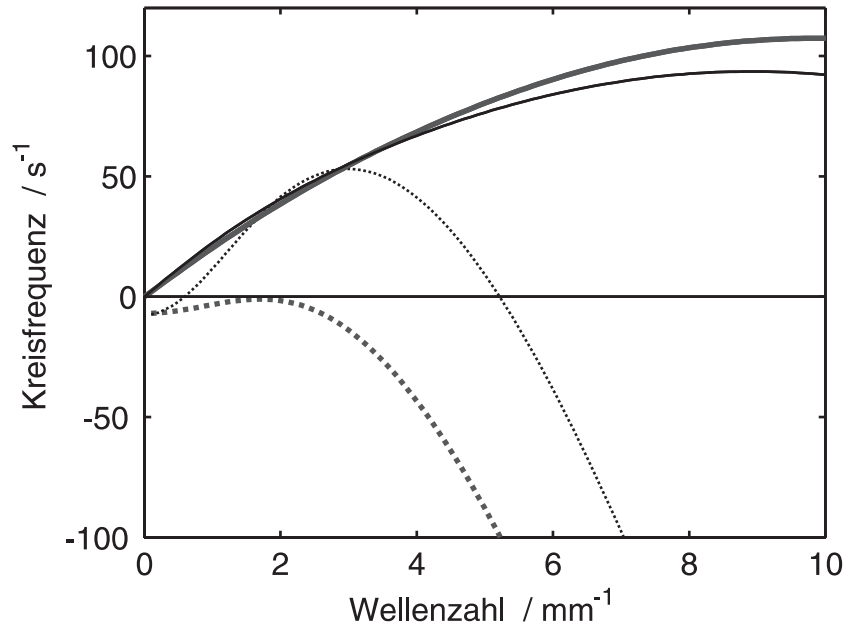


Abbildung 6.1: Dispersionen nach dem erweiterten Flüssigkeitsmodell bei zwei verschiedenen Drücken $p = 67$ Pa (dicke Linien) und $p = 62$ Pa (dünne Linien). Es werden die realen (durchgezogen) und die imaginären (gepunktet) Komponenten gezeigt. ($q_d = 1400e$, $a = 0,6 \mu\text{m}$, $E = 100 \text{ V m}^{-1}$, $n_e = 2,5 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$, $n_i = 5,7 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$.)

ist das System instabil, wenn es Wellenzahlen k mit $\omega_i(k) > 0$ gibt, denn jede Störung mit einer solchen Wellenzahl wächst immer weiter an.

Dieses Modell konnte erfolgreich zur Erklärung des Einsetzens einer Staubin­stabilität in einer Gleichstromentladung in Neon angewendet werden [27]. Der in der positiven Säule driftende Staub zeigte bei Unterschreiten eines kritischen Drucks einen Übergang von einem gleichmäßigen Fließen zu einem sich ausbreitenden Wellenmuster. In der Dispersionsrelation wurden „warme“ Elektronen und Ionen ($T_e, T_i > 0$) und „kalter“ Staub ($T_d = 0$) angenommen. Abbildung 6.1 zeigt die komplexe Dispersionsrelation für zwei Drücke knapp unter und über der Stabilitätsgrenze. Bei dem niedrigeren Druck gibt es einen Wellenzahlbereich, in dem die Welle instabil ist, bei dem etwas höheren Druck sind alle Wellen zeitlich abklingend.

Um den Antriebsmechanismus der selbsterregten Welle physikalisch zu verstehen, ist es sinnvoll, die Phasenlagen der Dichten und des Potentials zu betrachten. Aus den linearisierten Flüssigkeitsgleichungen ergibt sich

$$n_{j1} = -\frac{\epsilon_0 \chi_j}{q_j} k^2 \phi_1 \quad . \quad (6.10)$$

Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 6.2 dargestellt (Parameter wie in Abbildung 6.1). Die Staubdichtestörung läuft der sich von links nach rechts ausbreitenden Potentialstörung hinterher. Man kann dies so verstehen, dass die Bereiche erhöhter

		Elektronen	Ionen	Staub
$p = 67$ Pa stabil	ω_p	$9,0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$7,1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	978 s^{-1}
	v_0	-57 km s^{-1}	76 m s^{-1}	$-34,6 \text{ mm s}^{-1}$
	ν	$3,1 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$6,4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	334 s^{-1}
	$k_B T$	7 eV	30 meV	–
	v_T	1115 km s^{-1}	380 m s^{-1}	–
	v_0/v_T	0,05	0,20	–
$p = 62$ Pa instabil	ω_p	$9,0 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$7,1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	978 s^{-1}
	v_0	-62 km s^{-1}	81 m s^{-1}	$-36,4 \text{ mm s}^{-1}$
	ν	$2,9 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$	$6,0 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	309 s^{-1}
	$k_B T$	7 eV	30 meV	–
	v_T	1115 km s^{-1}	380 m s^{-1}	–
	v_0/v_T	0,06	0,21	–

Tabelle 6.1: Größen, die in die Dispersionsrelationen aus Abbildung 6.1 eingehen. Den Zahlenwerten liegen die Angaben aus [26] und [27] zugrunde.

Staubdichte von der vorauseilenden positiven Raumladung gezogen werden. Der umgekehrte Fall gilt für die Ionenflüssigkeit. Deren Dichte läuft der positiven Raumladung hinterher, die Ionen erfahren durch das Potential also eine verzögernde Kraft, das heißt, sie schieben die Welle an. Die Elektronendichte befindet sich dagegen mit dem Potential nahezu in Phase, weshalb auf die Elektronenflüssigkeit keine nennenswerte elektrostatische Kraft wirkt. Damit sind die strömenden Ionen die Quelle der freien Energie, und die Neutralgasreibung des Staubs ist die Senke der Energie. Bemerkenswert ist die Rolle, die die Ionenstöße dabei spielen. Ohne die Stöße ($\nu_i = 0$) wäre die Ionenssuszeptibilität χ_i rein reell. Dann wären n_i und ϕ gegenphasig, und die Ionen könnten ihre Energie nicht an die Welle übertragen.

Zum Schluss soll auf den Zusammenhang mit der von Rao *et al.* [13] gefundenen Dispersionsrelation hingewiesen werden. In dem dort zugrunde liegenden Modell werden die Elektronen und Ionen nicht durch Flüssigkeiten, sondern durch Boltzmann-Faktoren beschrieben. Damit fehlen drei wesentliche Aspekte, die das hier vorgestellte Modell aufweist, nämlich die Stöße, die Driften und die Trägheit der Ionen und Elektronen. Die Dispersionsrelationen sind rein reell, so dass es in dem Modell keine Instabilität gibt. Die Theorie von Rao *et al.* ist der Grenzfall der hier vorgestellten Theorie für $\nu_j \rightarrow 0$ und $v_{j0} \rightarrow 0$. Die Dispersionsrelation lautet daher

$$0 = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2}, \quad (6.11)$$

wenn man die Definitionen für die Debye-Längen $\lambda_{Dj} = (\epsilon_0 k_B T_j / e^2 n_{j0})^{1/2}$ für Elektronen ($j = e$) und Ionen ($j = i$), und die Staubplasmafrequenz $\omega_{pd} =$

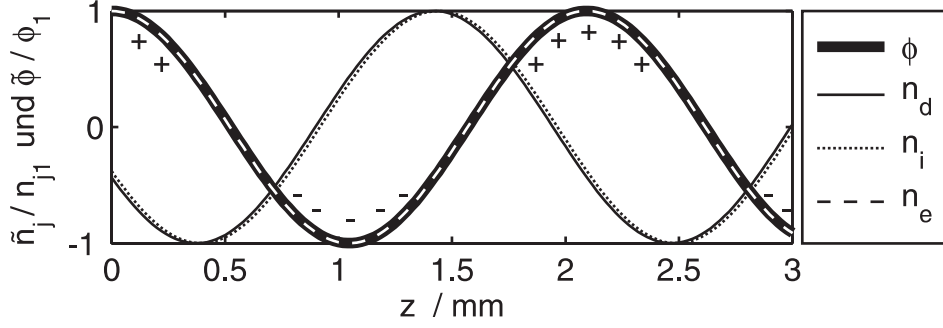


Abbildung 6.2: Phasenbeziehungen von Potential- und Dichtestörungen.

$(q_d^2 n_d / \epsilon_0 m_d)^{1/2}$ verwendet. Zweckmäßig ist die Schreibweise

$$\omega(k) = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_D^2}} \omega_{pd} \lambda_D k, \quad (6.12)$$

die in Abbildung 6.3 mit ihren Asymptoten dargestellt ist. Für sehr große $k\lambda_D \gg 1$ wird $\omega(k) \approx \omega_{pd}$. Für $k\lambda_D \ll 1$ dagegen reduziert sich Gleichung (6.12) auf $\omega(k) \approx \omega_{pd} \lambda_D k$, zeigt also in dem Bereich kleiner Wellenzahlen keine Dispersion. Es kann daher die staubakustische Geschwindigkeit

$$c_{DAW} = \omega_{pd} \lambda_D \quad (6.13)$$

definiert werden.

6.2 Kinetisches Modell

Während im Fall subthermischer Elektronen- und Ionendriften (siehe Tabelle 6.1) das vorgestellte Flüssigkeitsmodell eine gute Beschreibung der Experimente bietet, gilt der hydrodynamische Ansatz nicht mehr, wenn die Driftgeschwindigkeit einer Spezies vergleichbar mit ihrer thermischen Geschwindigkeit ist. Dann ist insbesondere die Annahme eines isotropen, skalaren, nur von der Temperatur abhängigen Drucks nicht mehr zutreffend. In solch einem Fall ist eine kinetische Beschreibung erforderlich, die die Geschwindigkeitsverteilungsfunktionen $f_j(\vec{r}, \vec{v}, t)$ berücksichtigt. Im Folgenden wird daher ein kinetisches Modell vorgestellt und daraufhin untersucht, ob es zu einer anderen Vorhersage der Wellendispersion als das hydrodynamische Modell führt.

Das Modell wurde von Rosenberg *et al.* [32, 104] entwickelt. Ausgangspunkt ist die kinetische Gleichung [105] für die drei Spezies $j = e, i, d$

$$\frac{\partial}{\partial t} f_j + \vec{v}_j \cdot \nabla f_j = -\frac{q_j}{m_j} \nabla \phi \cdot \nabla_v f_j - \nu_j \left(f_j - \frac{n_j}{n_{j0}} f_{j0} \right) \quad (6.14)$$

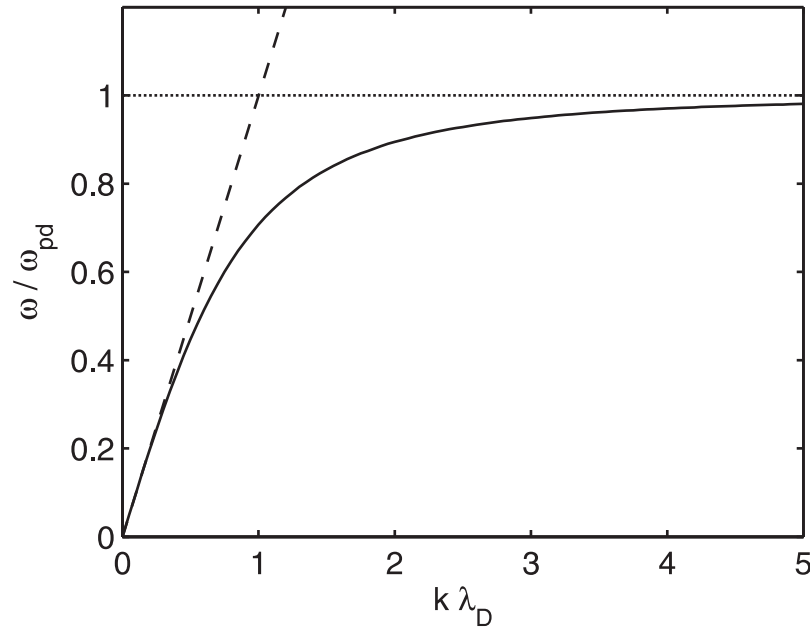


Abbildung 6.3: Dispersion der staubakustischen Welle ohne Driften und Stöße. Die gestrichelte Linie entspricht der staubakustischen Geschwindigkeit. Bei großen Wellenzahlen nähert sich die Kreisfrequenz asymptotisch der Staubplasmafrequenz (gepunktet).

mit dem Bhatnagar-Gross-Krook(BGK)-Stoßterm [106] (zweiter Term auf der rechten Seite). Die Dichten n_j ergeben sich als Integral über die Geschwindigkeitsverteilungen $n_j = \int f_j d^3v$. Die ungestörte Verteilungsfunktion f_{j0} wird als um die Drift v_{j0} verschobene Maxwell-Verteilung angenommen:

$$f_{j0}(\vec{r}, \vec{v}) = n_j(\vec{r}) \left(\frac{1}{2\pi v_{Tj}^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{(\vec{v} - \vec{v}_{j0})^2}{2v_{Tj}^2} \right). \quad (6.15)$$

Die Poisson-Gleichung schließt auch hier das Gleichungssystem. Der Störungsansatz wird für die Verteilungsfunktionen in der Weise $f_j = f_{j0} + \tilde{f}_j$ gemacht, wobei f_{j0} homogen und stationär ist.

Die Dispersionsrelation lässt sich mit Hilfe der Suszeptibilitäten ausdrücken:

$$\chi_j = \frac{1}{k^2 \lambda_{Dj}^2} \frac{1 + \zeta_j Z(\zeta_j)}{1 + (i\nu_j / \sqrt{2} k v_j) Z(\zeta_j)}. \quad (6.16)$$

Dabei sind jeweils

$$\zeta_j = \frac{\omega - k|v_{j0}| + i\nu_j}{\sqrt{2} k v_{Tj}}, \quad (6.17)$$

wobei Z die Plasmadispersionsfunktion [107] bedeutet.

	Elektronen	Ionen	Staub
ω_p	$1,7 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$6,6 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	1411 s^{-1}
v_0	-538 km s^{-1}	880 m s^{-1}	–
ν	$8,1 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$	$6,7 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$	$18,2 \text{ s}^{-1}$
$k_B T$	3 eV	110 meV	–
v_T	730 km s^{-1}	515 m s^{-1}	–
v_0/v_T	0,74	1,7	–

Tabelle 6.2: Größen, die in die Dispersionsrelationen aus Abbildung 6.4 eingehen. Den Werten liegt das in Kapitel 5 beschriebene selbstkonsistente Plasmodell zugrunde.

Für niedrige Driftgeschwindigkeiten $v_{i0} \ll v_{Ti}$ geht das kinetische Modell in das Flüssigkeitsmodell über. In dem für diese Arbeit interessanten Regime niedriger Stoßraten führen das Flüssigkeitsmodell und das kinetische Modell dagegen zu unterschiedlichen Dispersionsrelationen. Dies kann anhand des in Tabelle 6.2 verwendeten selbstkonsistenten Datensatzes (siehe Kapitel 5) gezeigt werden. Die Stoßfrequenzen aller Spezies liegen jetzt ein bis zwei Größenordnungen unter den Plasmafrequenzen. Dementsprechend hoch sind die Driftgeschwindigkeiten der Elektronen und Ionen, insbesondere die Ionen haben nun eine überthermische Geschwindigkeit.

In Abbildung 6.4 wird für diesen Parametersatz die kinetische Dispersionsrelation mit den Dispersionen des einfachen Fluidmodells von Rao *et al.* und dem 3-Flüssigkeiten-Modell verglichen. In Abbildung 6.4(a) werden die Realteile und in Abbildung 6.4(b) die Imaginärteile der Kreisfrequenzen gezeigt. Die kinetische Dispersionsrelation hat einen monoton steigenden Verlauf, wobei das asymptotische Verhalten für große Wellenzahlen der Dispersion des einfachen Flüssigkeitsmodells ähnelt. Dagegen zeigt das erweiterte Flüssigkeitsmodell ein stark abweichendes Verhalten. Bis etwa $k \approx 0,5/\lambda_D$ bleiben die Frequenzen sehr niedrig, steigen dann jedoch plötzlich bis auf $\omega \approx 2\omega_{pd}$ an, um sich danach fallend asymptotisch gegen ω_{pd} zu entwickeln. Da die kinetische Theorie die allgemeinere ist, bestätigt diese Diskrepanz noch einmal, dass die Flüssigkeitstheorie eine im betrachteten Regime unzulässige Näherung ist.

Anhand von Abbildung 6.4(c) wird ersichtlich, was in der Flüssigkeitsbeschreibung das abweichende Verhalten verursacht. Für Wellenzahlen um $k \approx 0,7/\lambda_D$, wo die Spitze auftritt, ist die Ionenssuszeptibilität etwa $\chi_i \approx -1$, die Elektronenssuszeptibilität ist dagegen vernachlässigbar klein. Damit wird $1 + \chi_e + \chi_i \approx 0$. Der Ausdruck $1 + \chi_e + \chi_i$ kann als Dielektrizitätskonstante für das Plasma (ohne Beteiligung des Staubs) interpretiert werden. Die Dielektrizitätskonstante des Mediums zwischen den Partikeln sinkt also unter den Vakuumwert und verschwindet fast gänzlich. Dies führt nach dem Coulomb-Gesetz zu stärkeren elektrischen Kräften und damit zu einer schnelleren Ausbreitungsgeschwindigkeit und Kreisfrequenz.

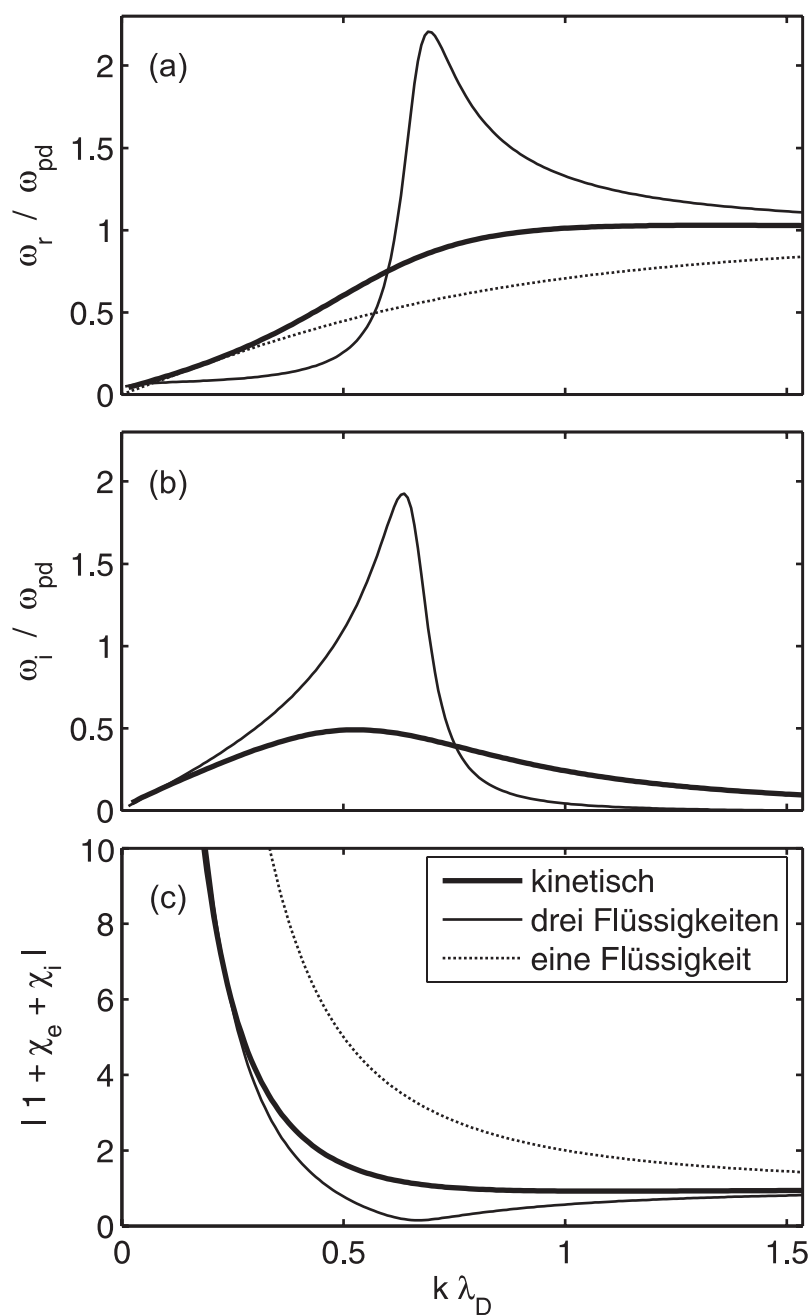


Abbildung 6.4: Dispersionen bei niedrigem Druck nach den drei Modellen. ($q_d = -2956e$, $2a = 0,93 \mu\text{m}$, $E = 245 \text{ V m}^{-1}$, $n_e = 0,85 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$, $n_i = 1,0 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$.)

6.3 Varianten der Modelle

Über die vorgestellten Modelle hinaus gibt es eine Reihe von Abwandlungen, die in der vielfältigen theoretischen Literatur zu staubakustischen Wellen und Instabilitäten erschienen sind. Die meisten Artikel lassen sich in drei Bereiche einteilen.

Der erste Bereich umfasst die Behandlung nichtlinearer Effekte [108, 109, 110], die bei endlichen Wellenamplituden auftreten. Dabei wird insbesondere die Möglichkeit von Solitonen diskutiert. Der zweite Bereich betrachtet auch die Staublading als eine dynamische Variable [111, 112, 113, 114, 115]. Das Ergebnis dieser Untersuchungen ist, dass in isotropen Plasmen die variable Staublading zu einer zusätzlichen Dämpfung der Wellen führt, wogegen Inhomogenitäten der Ladung, Plasmadichte oder des elektrischen Feldes die Welle instabil machen können. Zobnin *et al.* [22] benutzen ein Dispersionsmodell mit variabler Staublading zur Erklärung der beobachteten Instabilität. In diesem Modell wird die Ionenströmung interessanterweise vernachlässigt, stattdessen wird ein elektrisches Feld berücksichtigt, aus dem die variablen Ladungen Energie aufnehmen. Rosenberg [104] zeigt allerdings, dass die beobachtete Instabilität auch mit dem kinetischen Modell mit konstanter Staublading, dafür aber mit Berücksichtigung der Ionenströmung erklärt werden kann. Artikel aus dem dritten Bereich beschäftigen sich mit berandeten komplexen Plasmen. Eine radiale Begrenzung eines isotropen Plasmas [116, 117] führt zum Beispiel zu Wellenleiter-Dispersionsrelationen. Longitudinale Begrenzungen mit einem Ionenstrahl in Längsrichtung [118] führen zu Instabilitäten, die Ähnlichkeit mit Buneman- und Pierce-Instabilitäten in Plasmadioden haben. Allerdings wird erwartet, dass zu deren Beobachtung größere staubige Plasmen erforderlich sind als in den gegenwärtig üblichen Experimenten. Der vierte Bereich betrachtet komplexe Plasmen mit starker Kopplung [119, 120, 121, 122, 123, 124], in denen der Übergang von staubakustischen Wellen zu Staubbitterwellen stattfindet.

6.4 Abschließende Bemerkungen

In diesem Kapitel wurden zwei grundlegende Modelle zur Beschreibung von staubakustischen Wellen vorgestellt. Das Flüssigkeitsmodell betrachtet Elektronen, Ionen und Staub als drei sich durchdringende driftende Flüssigkeiten, die durch Stöße Wellenenergie dissipieren. Dieses Modell hat sich in Experimenten mit stoßbestimmten Plasmen bestätigt und kann insbesondere das Einsetzen der Instabilität bei einem kritischen Druck vorhersagen. Als zweites wurde ein kinetisches Modell vorgestellt, welches Elektronen, Ionen und Staub durch gestörte verschobene Maxwell-Verteilungen beschreibt und deren Reibungen durch BGK-Stoßterme in den kinetischen Gleichungen berücksichtigt.

Der Vergleich von kinetischem und erweitertem Flüssigkeitsmodell ergibt für ein stoßarmes Plasma mit leicht überthermischer Ionendrift stark voneinander abwei-

chende Dispersionsrelationen. Das Flüssigkeitsmodell zeigt außerhalb seines Gültigkeitsbereiches bei thermischen Ionendriften, also „kinetischen“ Ionen, eine unphysikalische Spitze in der Dispersionsrelation, wogegen die kinetische Dispersionsrelation an dieser Stelle unauffällig monoton steigend verläuft.

Das in dieser Arbeit durchgeführte Experiment bei niedrigen Drücken und hohen E/p -Verhältnissen ist daher ein interessanter Test für die kinetische Theorie.

Kapitel 7

Experimente zu staubakustischen Wellen

Die staubakustischen Wellen treten selbsterregt in dem gesamten untersuchten Parameterbereich auf. Die Wellen entstehen auf der der Anode zugewandten Seite der Teilchenwolke und breiten sich in Richtung der Ionenströmung entlang der Wolke aus. In einem ersten Schritt werden diese selbsterregten Wellen untersucht. Dazu werden zunächst die klassischen Methoden der Wellenanalyse angewendet, die aus der Messung der Wellenlänge, der Frequenz und der Ausbreitungsgeschwindigkeit bestehen. Danach wird die Singulärwertzerlegung (SVD) als mathematisches Hilfsmittel zur Analyse der Wellen vorgestellt. In einem zweiten Schritt werden die Wellen mit einem externen Signal fester Frequenz synchronisiert. Mithilfe der SVD werden dann die Wellenzahlen und die Anwachsraten der kohärenten Wellen bestimmt und mit der kinetischen Theorie verglichen.

7.1 Selbsterregte Wellen

Abbildung 7.1(a) zeigt ein Einzelbild einer Partikelwolke mit selbsterregter Welle. Die klassische Methode der Analyse besteht aus der direkten Messung der Wellenlänge λ und der Wellenperiode $T = 1/f$ [20]. Als Wellenlänge wird der Abstand zwischen zwei Wellenkämmen genommen. Dazu wird aus dem Bildbereich der Kamera ein schmaler Streifen entlang der Ausbreitungsrichtung der Welle herausgeschnitten (ROI, für *region of interest*). Die Pixelwerte entsprechen dem an den Partikeln gestreuten Licht und sind somit ein Maß für die Staubdichte n_d (siehe Kapitel 2.4).

Die Wellenkämme sind in Abbildung 7.1(b) durch vertikale Linien gekennzeichnet. Die Abstände Δz zwischen den Linien sind am linken Rand der Wolke ($\Delta z = 2,4; 2,5$ mm) deutlich kleiner als in der Mitte ($\Delta z = 4,6; 4,3; 4,0$ mm). Wenn man von den Randeffekten absieht, kann also eine mittlere Wellenlänge aus den Abstandsmessungen im Inneren der Wolke gewonnen werden. Die Frequenz f der

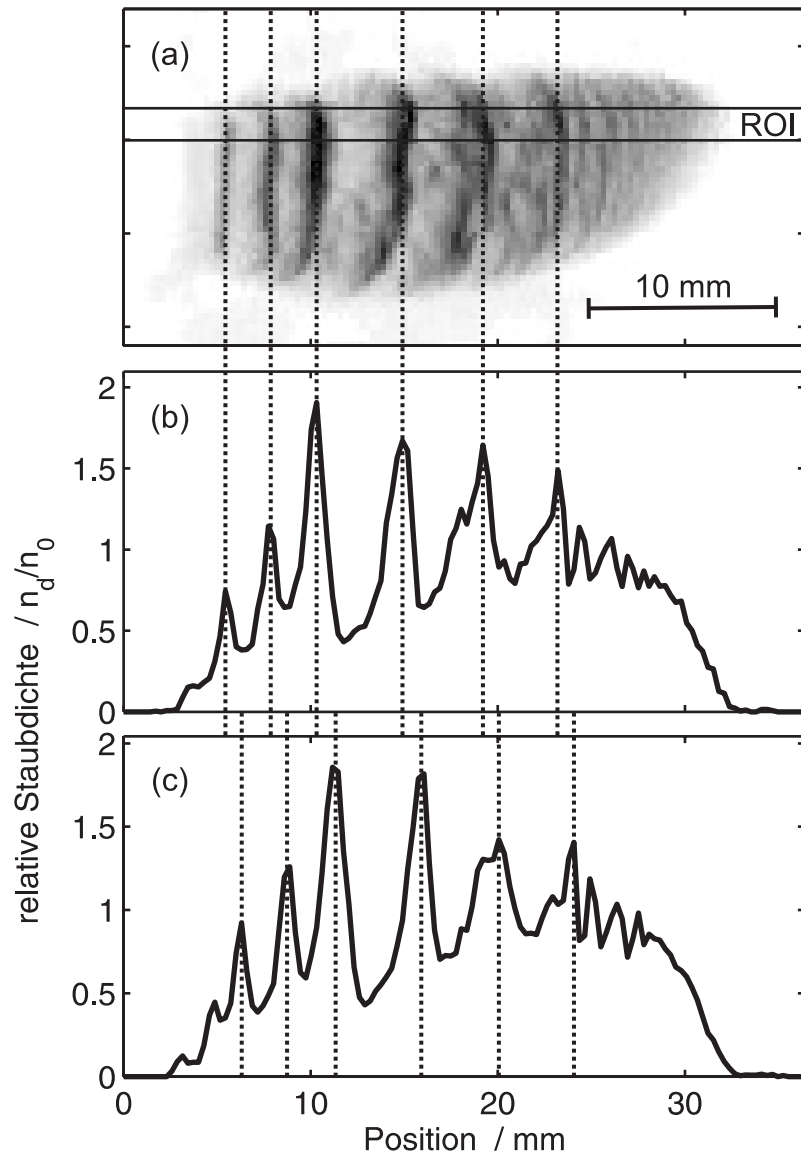


Abbildung 7.1: Klassische Auswertung des Wellenmusters einer staubakustischen Welle. (a) Staubdichteverteilung abgeleitet aus einem Einzelbild eines Films mit 120 Bildern pro Sekunde. Die dunklen Bereiche kennzeichnen hohe Staubdichten. Die horizontalen Linien geben den ausgewerteten Bereich (ROI) an. (b) Momentanes Dichteprofil zu dem Einzelbild. Die Intensität des gestreuten Lichts wird als Maß für die Staubdichte genommen. Die Spitzen der Wellenberge sind mit gepunkteten Linien gekennzeichnet. (c) Momentanes Dichteprofil für das nachfolgende Einzelbild. Der Versatz der Spitzen zeigt die Ausbreitung der Welle an. ($B = 20 \text{ mT}$, $p = 2,5 \text{ Pa}$, $I_a = 10 \text{ mA}$.)

Welle ergibt sich aus der Anzahl der Dichtespitzen, die in einem Zeitintervall einen Referenzpunkt passieren.

Die Wellengeschwindigkeit kann auf zwei Weisen bestimmt werden. Sie kann entweder unter Verwendung von $v = \lambda f$ ausgerechnet werden oder direkt als der Versatz eines Wellenkamms in zwei nacheinander aufgenommenen Bildern gemessen werden. Der Vergleich der beiden Bilder ($\Delta t = 1/120$ s) in den Abbildungen 7.1(b) und 7.1(c) zeigt deutlich die Wanderung der Dichtespitzen von links nach rechts. Aus dem Versatz Δz ergibt sich so die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = \Delta z / \Delta t$.

7.2 Singulärwertzerlegung

Die klassische Methode der Wellenanalyse bringt eine gewisse Willkür bei der Identifizierung der Wellenkämme mit sich, da sie nicht zwischen kohärenten und zufälligen Fluktuationen unterscheiden kann. Die Singulärwertzerlegung [125, 33] ist ein mathematisches Werkzeug, das auf eine objektive Weise die sich ausbreitenden Wellen als raumzeitliche Strukturen aus den Daten extrahieren kann.

Anhand des Beispiels der im vorangegangenen Abschnitt betrachteten Welle soll nun die Singulärwertzerlegung knapp beschrieben und angewendet werden. Mathematisch ist die SVD die Zerlegung einer komplexen Matrix \mathbf{Y} in drei komplexe Matrizen \mathbf{U} , \mathbf{S} und \mathbf{V} , so dass $\mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^*$ gilt. Dabei sind die Spaltenvektoren von \mathbf{U} und \mathbf{V} orthonormal, das heißt $\mathbf{U}\mathbf{U}^* = \mathbf{U}^*\mathbf{U} = \mathbf{I}$ und $\mathbf{V}\mathbf{V}^* = \mathbf{V}^*\mathbf{V} = \mathbf{I}$, wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix ist. Wenn \mathbf{Y} rein reell ist, was bei der Anwendung in diesem Kapitel der Fall ist, dann sind die adjungierten Matrizen \mathbf{U}^* und \mathbf{V}^* einfach die transponierten Matrizen \mathbf{U}^T und \mathbf{V}^T . Die Matrix \mathbf{S} ist diagonal und besteht nur aus nichtnegativen Elementen. Die Diagonalelemente werden die Singulärwerte genannt. Die Anzahl der von Null verschiedenen Singulärwerte entspricht dem Rang der Matrix \mathbf{Y} . Ist \mathbf{Y} eine $N \times M$ -Matrix, dann gibt es also maximal $K = \min(M, N)$ Singulärwerte. Der SVD-Algorithmus ordnet die Singulärwerte außerdem nach fallender Größe.

Die Matrix \mathbf{Y} enthält die gemessenen Daten. Dazu wird die ROI in $M = 128$ axiale, gleichgroße Felder mit den Positionen $z_j, j = 1 \dots M$ eingeteilt. Die Zeitreihen jeden Feldes zu den Zeitpunkten $t_i, i = 1 \dots N$ ergeben, nach der Subtraktion des zeitlichen Mittelwertes, die Spalten der Datenmatrix \mathbf{Y} . Ein Matrixelement \mathbf{Y}_{ij} enthält also die Dichtefluktuation zum Zeitpunkt t_i am Ort z_j , das heißt $\tilde{n}_d(z_j, t_i)$.

Der SVD-Algorithmus findet nun einen Satz von $K = \min(M, N)$ biorthogonalen Moden ϕ_k und $\psi_k, k = 1 \dots K$, so dass gilt:

$$\mathbf{Y}_{ij} = \sum_{k=1}^K A_k \phi_k(z_j) \psi_k(t_i) \quad . \quad (7.1)$$

Die in diesem Zusammenhang Moden genannten Funktionen $\phi_k(z_j)$ und $\psi_k(t_i)$ ent-

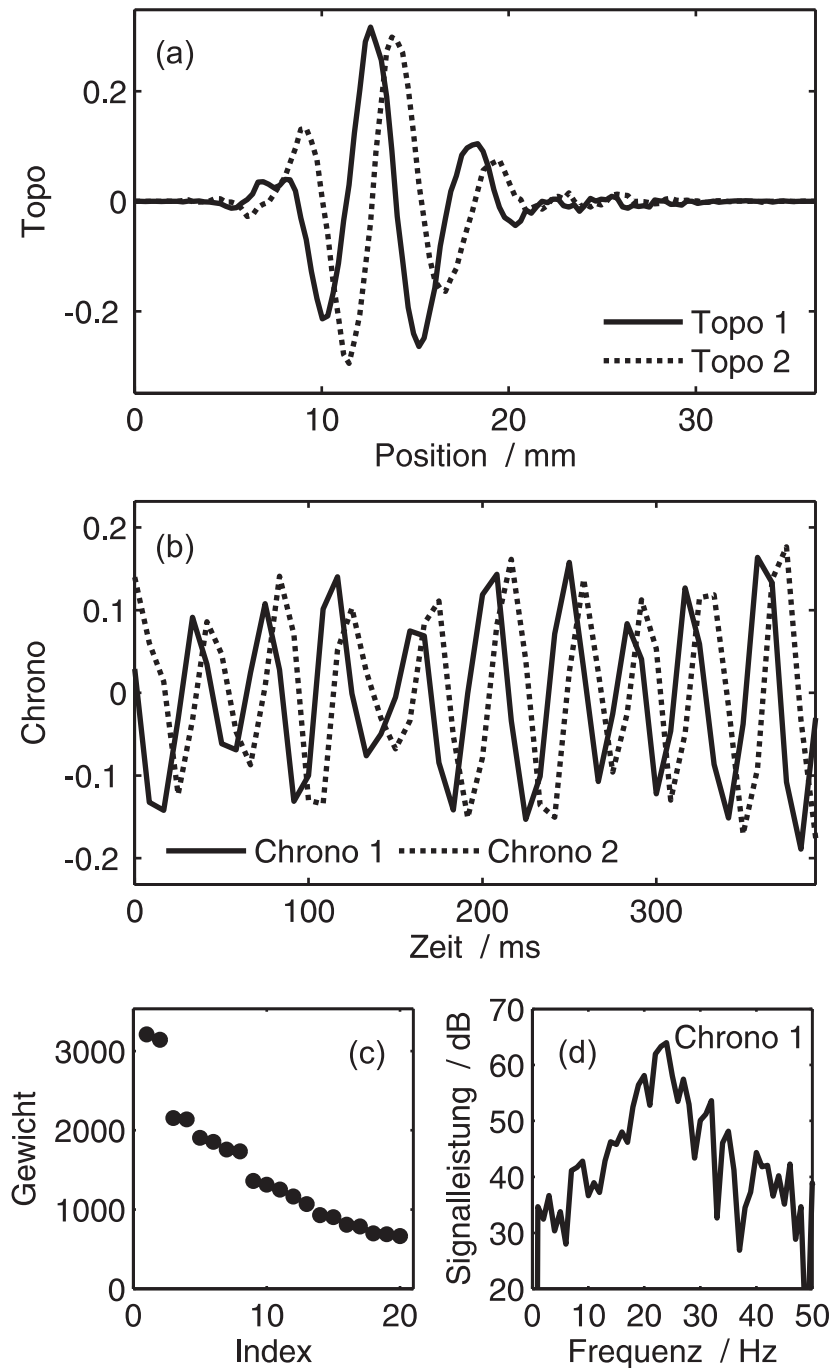


Abbildung 7.2: Singulärwertzerlegung einer selbsterregten Welle (Daten wie in Abbildung 7.1). (a), (b) Das erste Topo- und Chrono-Paar. (c) Die Gewichte der ersten acht Singulärwerte sind paarweise von nahezu gleicher Größe. Die Gewichte des ersten Modenpaares sind deutlich größer als die nachfolgenden. (d) Das Leistungsspektrum des gewichteten ersten Chrono zeigt eine Spitze bei der Frequenz $f_0 = 24$ Hz.

sprechen den Spaltenvektoren der Matrizen \mathbf{V} und \mathbf{U} . Diese räumlichen und zeitlichen Moden werden „Topos“ und „Chronos“ genannt. Die Chronosmode gibt die zeitliche Entwicklung der korrespondierenden räumlichen Toposmode an. Die Singulärwerte A_k entsprechen den Diagonalelementen der Matrix \mathbf{S} und werden hier Gewichte der Moden genannt.

In den Abbildungen 7.2(a)–7.2(c) werden die ersten beiden Topos und Chronos dargestellt ($k = 1, 2$) und die Gewichte für $k = 1 \dots 20$ gezeigt. Es ist ein typisches Ergebnis, dass die ersten beiden Gewichte sehr ähnliche Werte haben und deutlich größer als die nachfolgenden Gewichte sind. Dies ist gerade das Kriterium für das Vorhandensein einer sich ausbreitenden Welle [126]. Wären die Spalten der Datenmatrix \mathbf{Y} nicht von ihren Mittelwerten befreit worden, dann würde die führende Mode aus den Mittelwerten der Spalten bestehen und ein ungewöhnlich großes Gewicht haben. Sie entspräche dem zeitlich konstanten Hintergrund.

Die ersten beiden Moden enthalten bereits 34 % der gesamten Signalenergie, die für jede Mode als das Quadrat ihres Gewichts definiert ist. Es liegt nahe, die gemessenen Dichtemuster mit den Mustern zu vergleichen, die sich nur aus diesen beiden Moden ergeben. Der Vergleich der gemessenen Dichten mit der Rekonstruktion der Dichtefluktuation aus den ersten beiden Moden

$$\mathbf{Y}'_{ij} = A_1 \phi_1(z_j) \psi_1(t_i) + A_2 \phi_2(z_j) \psi_2(t_i) \quad (7.2)$$

wird in Abbildung 7.3 gezeigt. Man erkennt dabei, dass die wesentlichen Merkmale der Welle, insbesondere die Positionen und die Ausbreitung der Wellenberge und Wellentäler, bereits in den ersten beiden Moden enthalten sind. Die Reduktion der Daten auf die führenden beiden Moden kann daher als Methode zur Rauschunterdrückung betrachtet werden.

Die in Abbildung 7.2(b) gezeigten Chronos haben beide die Frequenz der Welle von $f_0 = 24$ Hz. Die Phasenverschiebung beider Signale beträgt etwa eine Viertel Periode oder 90° . Damit verhält sich das Chronospaar, abgesehen von den statistischen Fluktuationen, wie ein Sinus-Cosinus-Paar. Diese Eigenschaft des biorthogonalen Modenpaares ermöglicht, die beiden Chronos durch entsprechende Kreisfunktionen zu ersetzen. Wählt man die komplexe Schreibweise, dann lassen sich die beiden Topos zur komplexen Wellenfunktion

$$\phi(z_j) = A_1 \phi_1(z_j) + i A_2 \phi_2(z_j). \quad (7.3)$$

zusammensetzen. Eine Transformation in Polarkoordinaten

$$\phi(z_j) = A(z_j) \exp i\varphi(z_j) \quad (7.4)$$

ergibt dann die räumlichen Phasen- und Amplitudenfunktionen $\varphi(z_j)$ und $A(z_j)$, die in Abbildung 7.4 dargestellt sind.

In dem gezeigten Fall ist die räumliche Phasenentwicklung in dem durch vertikale Linien markierten Bereich der Länge L nahezu linear. Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ in

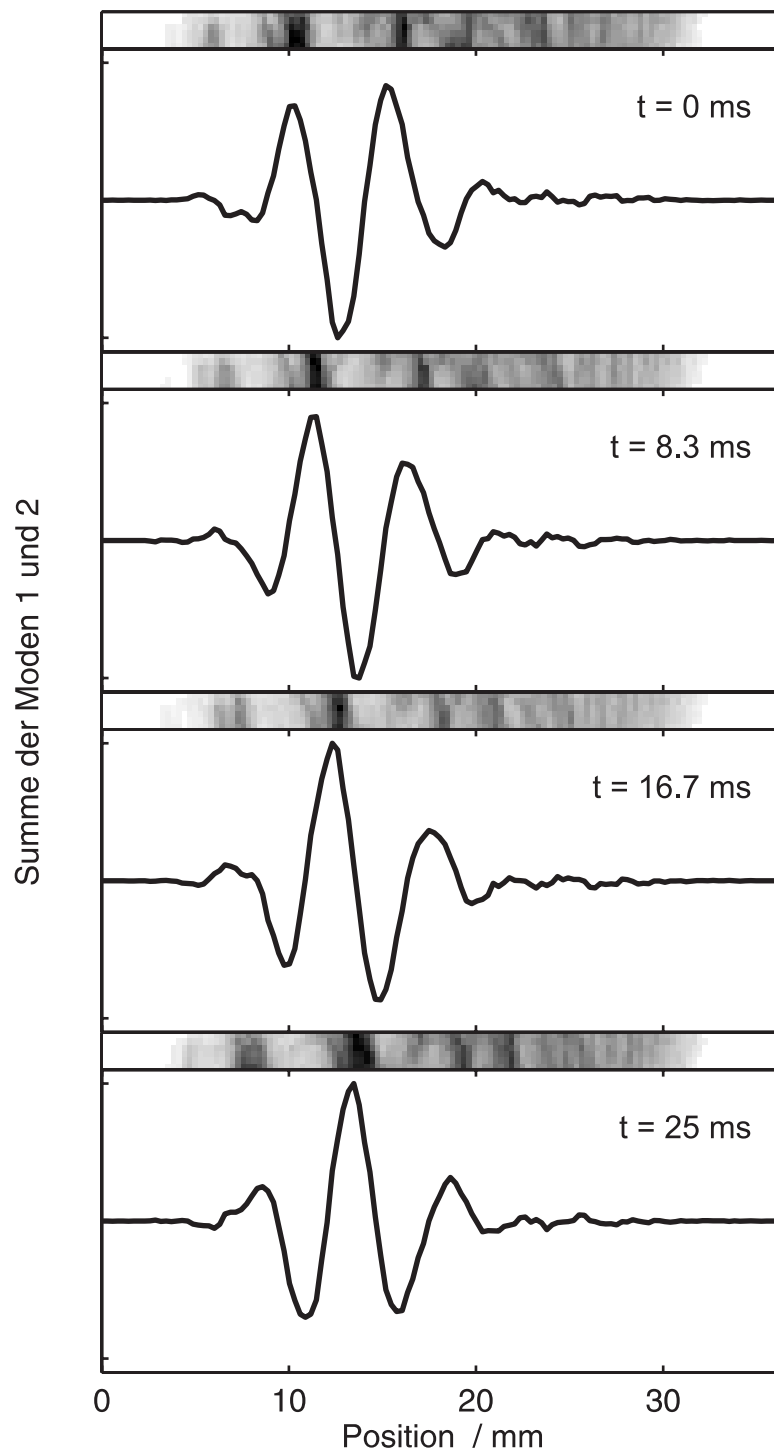


Abbildung 7.3: Die SVD extrahiert die Welle als raumzeitlich kohärentes Muster aus den Daten. Die wesentlichen Merkmale der Welle sind in der hier dargestellten Summe der ersten beiden Moden enthalten.

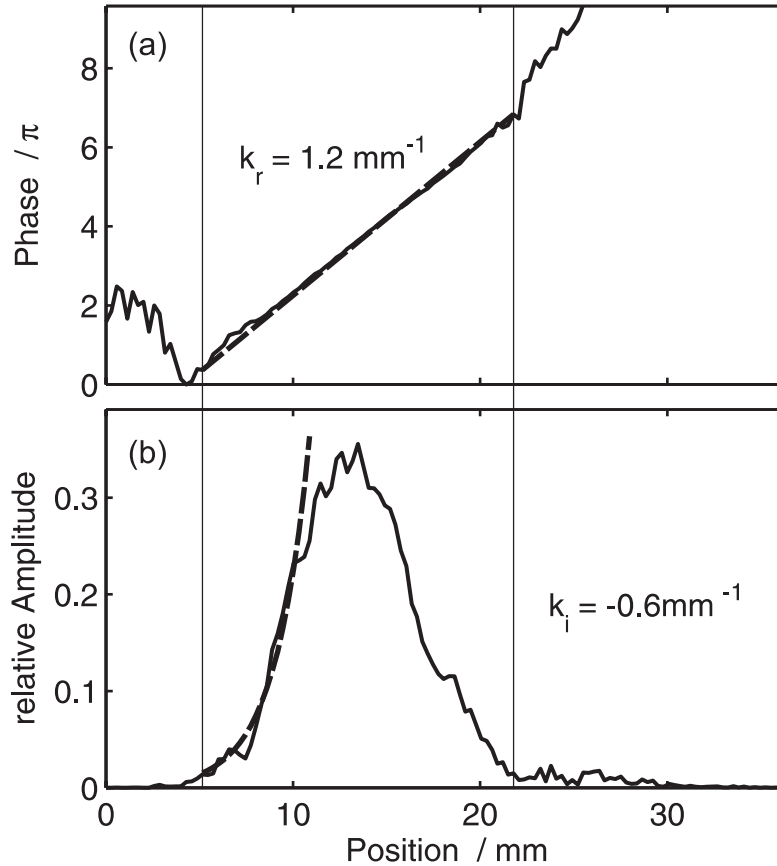


Abbildung 7.4: (a) Phase und (b) Amplitude der Welle können aus der komplexen Wellenfunktion abgeleitet werden.

diesem Bereich kann daher zur Bestimmung einer mittleren Wellenzahl $\bar{k}_r = \Delta\varphi/L$ herangezogen werden. Im Allgemeinen gibt es keinen solchen linearen Bereich (ein solcher Fall wird später diskutiert). Dann kann jedoch eine lokale Wellenzahl mittels $k_r(z) = d\varphi(z)/dz$ definiert werden.

Die Anwachsrate wird aus der logarithmischen Ableitung der Amplitudenfunktion gewonnen. Sie ist der negative Imaginärteil der Wellenzahl, also $-k_i$. Im Bereich kleiner Amplituden ($\tilde{n}_d/n_{d0} < 0,2$) ist das Wachstum nahezu exponentiell mit einer Anwachsrate von $-k_i = 0,6 \text{ mm}^{-1}$. Bei höheren Amplituden verlangsamt sich das Wachstum und erreicht bei etwa $\tilde{n}_d/n_{d0} = 0,3$ die Sättigung. Im hinteren Teil der Staubwolke fällt die Amplitude wieder bis auf Null ab.

7.3 Synchronisierte Wellen

Für die Experimente mit synchronisierten Wellen wird die Anodenspannung mit einem kleinen sinusförmigen Spannungssignal $\tilde{U}_a = 1 V_{pp}$ der Frequenz f moduliert

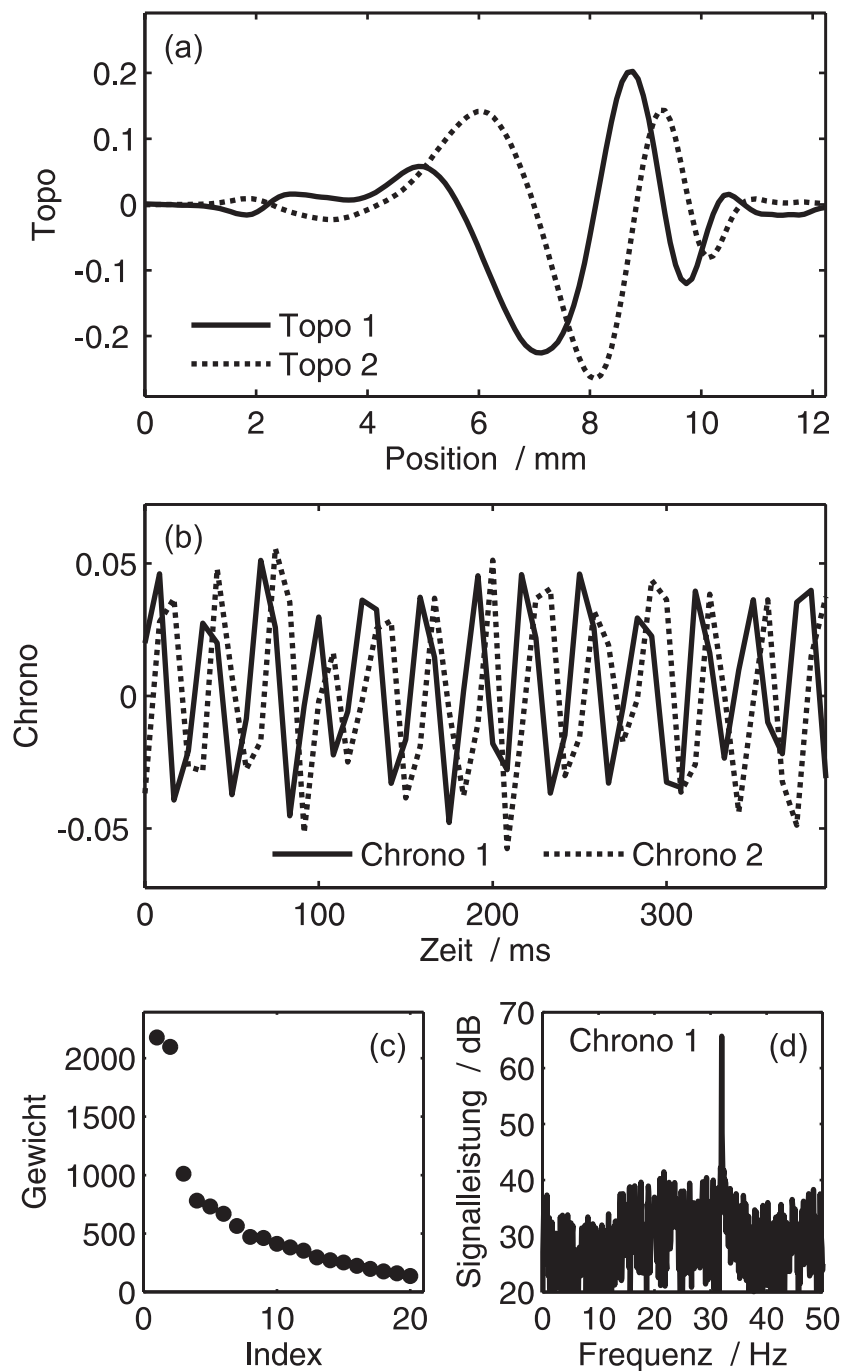


Abbildung 7.5: Singulärwertzerlegung einer synchronisierten Welle. (a), (b) Das erste Topo- und Chrono-Paar. (c) Die Gewichte des ersten Modenpaares sind sehr viel größer als die nachfolgenden. (d) Die ausgeprägte, enge Spitze im Leistungsspektrum des gewichteten ersten Chrono liegt bei $f_0 = 32$ Hz.

(Kapitel 2.4). Diese Technik wurde bereits von Thompson *et al.* [21] zur Untersuchung staubakustischer Wellen verwendet. Die oben beschriebenen selbsterregten Wellen, die bei den hier gewählten Parametern mit einem breiten Frequenzspektrum um $f_0 = 16$ Hz auftreten, können auf diese Weise mit der Modulationsfrequenz synchronisiert werden. Die in diesem Abschnitt beschriebenen synchronisierten Wellen wurden bei im Vergleich zur zuvor beschriebenen selbsterregten Welle leicht veränderten Parametern beobachtet ($B = 20$ mT, $p = 2$ Pa, $I_a = 9$ mA, $n_d = 50$ mm⁻³).

Die SVD-Analyse für eine bei $f = 32$ Hz synchronisierte Welle wird in Abbildung 7.5 gezeigt. Im Vergleich mit der selbsterregten Welle ist die Signalenergie des ersten Modenpaares viel höher, sie beträgt hier 68 % der Gesamtenergie. Auch zeigt das Leistungsspektrum des ersten Chrono eine sehr ausgeprägte Spitze von 25 dB über dem Rauschen. Auf die erkennbare Inhomogenität der Wellenlänge wird später in diesem Abschnitt eingegangen.

Mit Hilfe der Modulationstechnik ist es möglich, die Welle im Frequenzbereich von etwa $f = (20 \dots 35)$ Hz zu synchronisieren. Auf diese Weise kann die Dispersionsrelation experimentell bestimmt werden. Abbildung 7.6 zeigt die Dispersionsrelation zusammen mit der in Abschnitt 7.1 beschriebenen klassischen Analyse. Abbildung 7.7 zeigt die Phasengeschwindigkeiten nach der SVD-Methode und zum Vergleich die Geschwindigkeitsmessung aus der direkten Messung der Geschwindigkeit der Wellenspitzen. Die Kreuze mit den Fehlerbalken stammen aus der Wellenlängenauswertung. Die offenen Kreise stehen für das SVD-Ergebnis für die selbsterregte Welle, wogegen die gefüllten Kreise die SVD-Analyse der synchronisierten Wellen angeben.

Zunächst ist festzustellen, dass die SVD-Ergebnisse (Kreise) in vernünftiger Weise mit denen der klassischen Analyse (Kreuze) übereinstimmen. Die Streuung der Datenpunkte ist bei der SVD geringer. Die gepunktete Linie zeigt die Dispersionsrelation nach Rao *et al.* [13], das heißt für Boltzmann-verteilte Ionen und ohne Berücksichtigung von Driften und Stößen (Kapitel 6.1). Dabei wurden die aus der Diagnostik und dem Plasmamodell stammenden Werte für die Staubplasmafrequenz $\omega_{pd} = (q_d^2 n_d / \epsilon_0 m_d)^{1/2}$ und die linearisierte Debye-Länge $\lambda_D = (\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2})^{-1/2}$ verwendet. Obwohl dieses Modell mit den gemessenen Wellenzahlen in recht guter Übereinstimmung ist, kann es die Anwachsrate der Welle nicht erklären, da das Modell keine Instabilität kennt. Die Übereinstimmung mit dem Realteil der gemessenen Dispersionsrelation überrascht daher, wurde aber ebenfalls schon bei den Messungen von Thompson *et al.* [21] gefunden. Ein Vergleich mit dem hydrodynamischen Modell, das Driften und Stöße berücksichtigt, und deshalb prinzipiell auch die Anwachsrate erklären könnte, erübrigt sich, da aufgrund der bereits in Kapitel 6.1 genannten Gründe die Flüssigkeitsnäherung hier nicht gerechtfertigt ist.

Die durchgezogene Linie in Abbildung 7.6 repräsentiert den Realteil der Kreisfrequenz ω_r nach dem kinetischen Modell [32] mit BGK-Ionenstößen. Das Modell liefert

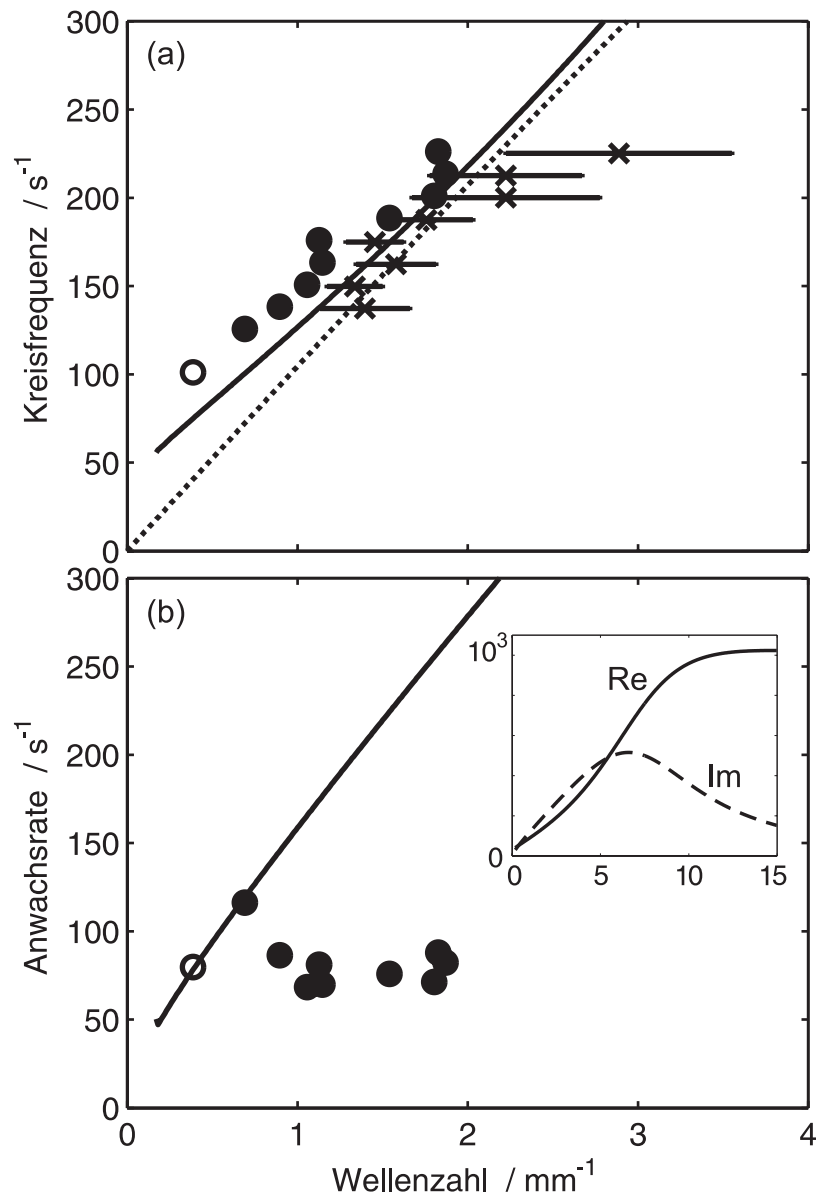


Abbildung 7.6: (a) Gemessene und theoretische Dispersionsrelationen. Die Kreuze stehen für die klassische Wellenanalyse und die Kreise für die SVD-Methode. Die offenen Kreise werden für die selbsterregten Wellen benutzt, die ausgefüllten Kreise dagegen für die synchronisierten Wellen. Das Modell von Rao *et al.* [13] wird durch die gepunktete Linie angegeben, das kinetische Modell [32] durch die durchgezogene Linie. (b) Vergleich der gemessenen Anwachsrate mit der kinetischen Theorie. Die Einblendung zeigt zur Übersicht einen größeren Wellenzahlbereich.

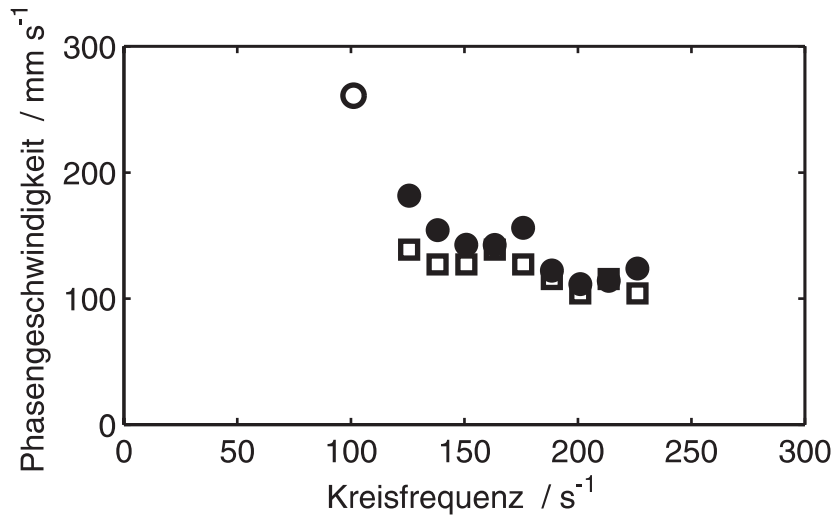


Abbildung 7.7: Vergleich der Phasengeschwindigkeiten nach der SVD-Methode (Kreise) und nach der klassischen Methode (Quadrate).

etwas höhere Werte als das einfache Modell [13] und stimmt deshalb noch etwas besser mit den experimentellen Daten nach der SVD-Analyse überein. Die gemessenen Anwachsraten können ebenfalls mit der Vorhersage nach dem kinetischen Modell verglichen werden [Abbildung 7.6(b)]. Da die Theorie eine komplexe Frequenz für eine reelle Wellenzahl liefert, werden die gemessenen räumlichen Anwachsraten $-k_i$ in zeitliche Anwachsraten mittels der Näherung $\omega_i \approx -k_i v_{\text{ph}}$ umgerechnet, wobei die Phasengeschwindigkeit v_{ph} aus dem Realteil der Dispersionsrelation berechnet wird. Die Messpunkte für die beiden kleinsten Wellenzahlen stimmen mit der Theorie überein, für höhere Wellenzahlen bleibt die Anwachsraten allerdings auf demselben Wert stehen, während die Theorie einen steilen Anstieg angibt. Obwohl hier keine Übereinstimmung mit der kinetischen Theorie bei größeren Wellenzahlen vorliegt, sind die experimentellen Daten selbst wiederum konsistent. Nach der Theorie sollte nämlich die Wellenzahl mit der höchsten Anwachsraten bei $k_r = 6 \text{ mm}^{-1}$ liegen. Bei dieser Wellenzahl würde man also auch die selbsterregte Welle erwarten, tatsächlich liegt diese aber bei der viel kleineren Wellenzahl $k_r = 0,4 \text{ mm}^{-1}$. Dies bestätigt das mit der SVD-Analyse gefundene Resultat, dass die Anwachsraten bei den höheren Wellenzahlen nicht größer sind als bei den kleineren. Bei Wellenexperimenten in stoßbestimmten staubigen Plasmen wurde dagegen eine Übereinstimmung der selbsterregten Welle mit der am schnellsten wachsenden Mode gefunden [22, 27].

Abbildung 7.8 zeigt den Fall einer sehr inhomogenen Wellenausbreitung in einer kurzen Staubwolke. Die Welle hat auf der rechten Seite der Wolke eine dreimal so große Wellenzahl wie auf der linken Seite. Dies ist zwar ein Beispiel, bei dem die Variabilität der Wellenlänge besonders stark ausgeprägt ist, im Allgemeinen sind die untersuchten Wellen aber inhomogen.

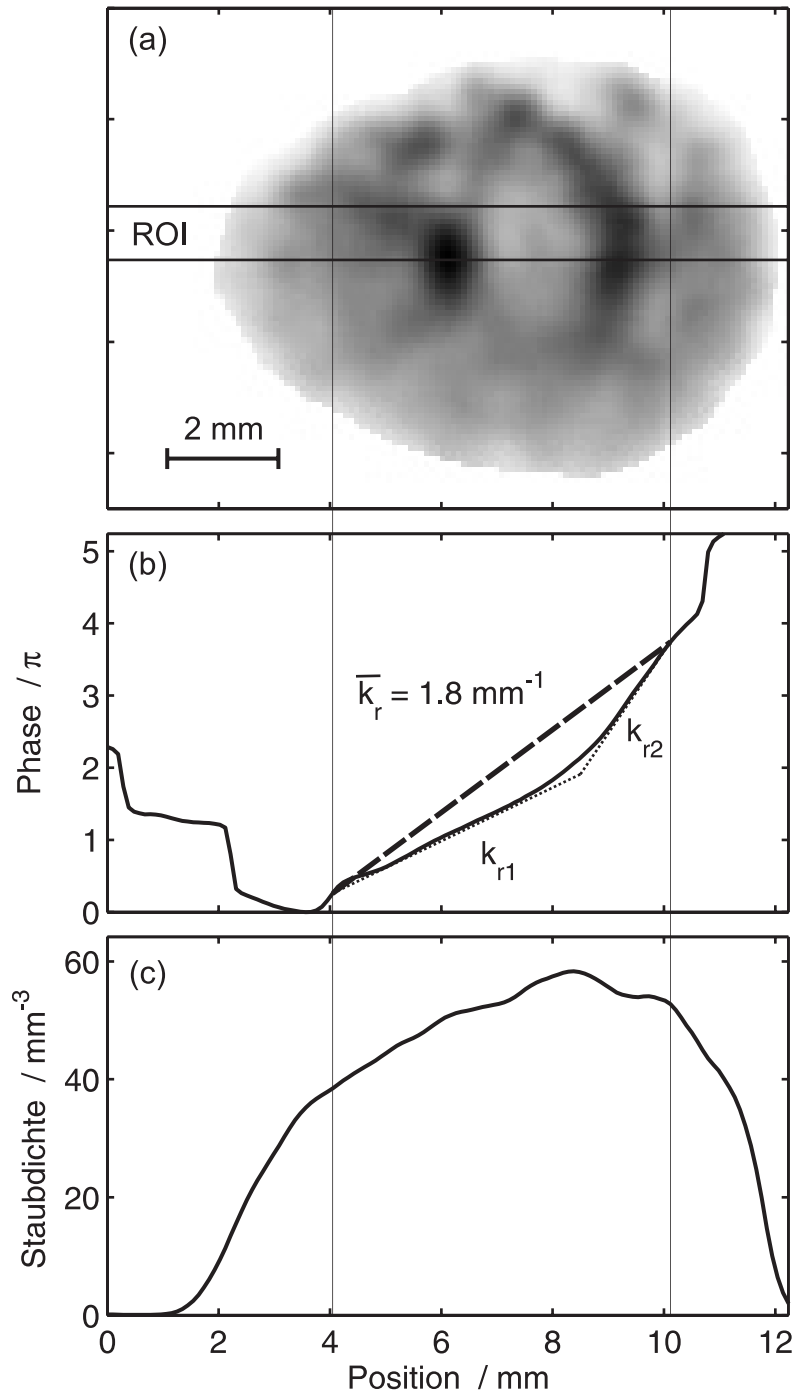


Abbildung 7.8: Inhomogenität in kurzen Partikelwolken. (a) Einzelbild der Wolke mit ROI. (b) Unterschiedliche Wellenzahlen im vorderen ($k_{r1} = 1,2 \text{ mm}^{-1}$) und hinteren ($k_{r2} = 3,6 \text{ mm}^{-1}$) Teil der Wolke. Die mittlere Wellenzahl beträgt $\bar{k}_r = 1,8 \text{ mm}^{-1}$. (c) Dichteprofil in der ROI.

7.4 Diskussion der Ergebnisse

Die gemessene Dispersionsrelation wurde mit einem kinetischen Modell verglichen, und es konnte eine gute Übereinstimmung für den Realteil der Frequenz gefunden werden. Abweichungen gab es bei den Anwachsraten und damit verbunden auch bei der Vorhersage der Frequenz der selbsterregten Welle.

Die Diskrepanzen sollten jedoch nicht überraschen, da sich die experimentelle Situation in verschiedenen Punkten von den Voraussetzungen des Modells unterscheidet. Das Modell geht von ebenen Wellen in einem unendlich ausgedehnten Medium aus, im Experiment gibt es dagegen eine radiale und eine axiale Berandung, und die Größe des Systems beträgt nur wenige Wellenlängen. Außerdem ist die gemittelte Staubdichte nicht homogen in der Wolke. In Abbildung 7.8(c) variiert die Dichte in dem durch die vertikalen Linien markierten Bereich um etwas weniger als $\pm 20\%$. Da die staubakustische Geschwindigkeit $c_{\text{DAW}} = \omega_{\text{pd}} \lambda_{\text{D}}$ von der Staubplasmafrequenz $\omega_{\text{pd}} = (q_{\text{d}}^2 n_{\text{d}} / \epsilon_0 m_{\text{d}})^{1/2}$ und damit auch von der Dichte n_{d} abhängt, wäre eine veränderliche Wellenzahl zu erwarten. Geht man von einer homogenen Elektrentemperatur aus, dann sollten λ_{D} und q_{d} ebenfalls homogen in der Wolke sein, so dass $c_{\text{DAW}} \propto n_{\text{d}}^{1/2}$ gilt. Allerdings dürften die Veränderungen von staubakustischer Geschwindigkeit und Wellenzahl dann nur etwa 10% betragen. Die Dichteinhomogenität allein kann also nicht die Erklärung für die variable Wellenzahl sein.

Shukla und Rosenberg [116] haben radiale Berandungen eines komplexen Plasmas betrachtet und Wellenleitermoden gefunden. Das Experiment hat jedoch kein Modenspektrum ergeben. Die Frage nach der variablen Wellenzahl bedarf also zur Klärung weiterer Untersuchungen.

In der theoretischen Literatur zu staubakustischen Wellen werden auch Effekte durch stark gekoppelten Staub diskutiert. Von starker Kopplung wird bei einem komplexen Plasma gesprochen, wenn

$$\Gamma' = \frac{q_{\text{d}}^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{WS}} k_{\text{B}} T_{\text{d}}} \exp\left(-\frac{r_{\text{WS}}}{\lambda_{\text{D}}}\right) = \Gamma \exp(-\kappa) > 1 \quad , \quad (7.5)$$

wobei der Wigner-Seitz-Radius $r_{\text{WS}} = \left(\frac{4}{3}\pi n_{\text{d}}\right)^{-\frac{1}{3}}$ den „Abstand“ der Partikel definiert, Γ der Kopplungsparameter und $\kappa = r_{\text{WS}}/\lambda_{\text{D}}$ der Abschirmparameter ist. Modelle sagen aus, dass bei großen Werten von Γ' die Wellendispersion erheblich von einer gasartigen DAW abweichen kann, auch wenn sich das stark gekoppelte komplexe Plasma noch in der flüssigen Phase befindet. Dabei gibt es mindestens drei verschiedene theoretische Ansätze, um Wellen in stark gekoppelten komplexen Plasmen zu beschreiben. Erstens das Modell quasilokalisierter Ladungen (QLCA, *quasilocalized charge approximation*) [119, 123] von Rosenberg und Kalman, zweitens das mehrkomponentige kinetische Modell (MKA, *multicomponent kinetic approach*) [121] von Murillo und drittens das verallgemeinerte hydrodynamische Modell (GHA, *generalized hydrodynamic approach*) [120, 124] von Kaw und Sen. Letztendlich haben

diese Modelle zum Ergebnis, dass sich die Staubflüssigkeit auf kurzen Zeitskalen wie ein elastischer Körper verhält, und damit auch transversale Wellen möglich werden. Tatsächlich konnte dies in Experimenten bestätigt werden [127, 128]. Das bedeutet, dass mit zunehmender Kopplung und einem Phasenübergang von flüssig nach fest kein abrupter Übergang von DAW zu DLW einhergeht, sondern dass die Effekte starker Kopplung schon in der flüssigen Phase beginnen und allmählich immer bedeutender werden.

Diese Modelle können jedoch nicht direkt auf das Experiment übertragen werden. So ist die GHA nicht zutreffend, weil sie ein Flüssigkeitsmodell ist (Kapitel 6). Das Modell nach der MKA ist ebenfalls nur für den hydrodynamischen Sonderfall explizit angegeben worden. Die Arbeiten zur QLCA stützen sich auf eine Näherung, die nur für $\kappa \leq 1$ gilt. Im Experiment dieser Arbeit ist aber der Teilchenabstand auf jeden Fall größer als die Abschirmlänge, und damit $\kappa > 1$. Außerdem wird in letzteren Arbeiten keine Drift berücksichtigt. Wendet man dennoch das QLCA-Modell [119, 123] an, so ergibt sich eine Verringerung der Phasengeschwindigkeit von nur etwa 4%. Auch nach dem GHA-Modell [120] sind Abweichungen von der Dispersion im Staubgas erst für $k\lambda_D \gtrsim 1$ zu erwarten, also bei Wellenlängen, die von der Größenordnung der Debye-Länge oder kürzer sind.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Dissertation wurden zwei eng miteinander verknüpfte Stoßrichtungen verfolgt, nämlich zu einem besseren Verständnis des Staubeinschlusses in anodischen Plasmen zu gelangen, und staubakustische Wellen im Regime überthermischer Ionen zu studieren. Außerdem wurde die in magnetisierten komplexen Plasmen neuartige Resonanzkegeldiagnostik untersucht. Im Folgenden werden die Ergebnisse kurz zusammengefasst und Ausblicke auf weiterführende Untersuchungen gegeben.

Diagnostik mit Resonanzkegeln. Es wurde erstmals gezeigt, dass Resonanzkegel in staubigen Plasmen angeregt werden können. Dazu wurde das Strahlungsfeld um eine punktförmige Antenne zunächst im staubfreien und dann im staubigen Plasma mit verschiedenen Staubdichten ausgemessen. Es konnte nachgewiesen werden, dass die Abhängigkeit des Öffnungswinkels von Anregungsfrequenz, Elektronenplasmafrequenz und Elektronenzyklotronfrequenz durch die Theorie für ein kaltes, staubfreies Plasma [57] gut beschrieben wird. Es konnten weder Dämpfung des Strahlungsfeldes noch Streuung an den Dichteinhomogenitäten in der Umgebung der hoch geladenen Partikel festgestellt werden. Diese hätten anhand unterschiedlicher Strahlungsprofile für Plasmen gleicher Elektronendichte, aber unterschiedlicher Staubdichte nachgewiesen werden können. Die Dichten, die die Resonanzkegelmethode im staubigen Plasma liefert, wurden mit Langmuir-Sondenmessungen verglichen. Eine Elektronenverarmung durch den Staub wurde mit beiden Methoden übereinstimmend nachgewiesen. Dies zeigt, dass die Resonanzkegelmethode als Diagnostik staubiger Plasmen eingesetzt werden kann, und dass die Auswertung mit der Theorie kalter, stoßfreier Plasmen die Dichte der freien Elektronen ergibt. Die Resonanzkegelmethode hat sich darüber hinaus unempfindlich hinsichtlich der Verunreinigungen der Antennen durch den Staub gezeigt. Dies entspricht der theoretischen Erwartung, nach der die verunreinigende Schicht zu dünn ist, um die dielektrischen Eigenschaften der Antennenumgebung zu verändern. Da die Methode eine integrierende Methode längs der Strecke zwischen den Antennen ist, fallen außerdem die Störungen durch die Antennen in deren unmittelbarer Umgebung kaum ins Gewicht. Die Resonanzkegeltechnik ist als ein nichtinvasives diagnostisches Instrument für die Untersuchung

komplexer magnetisierter Plasmen besonders geeignet, weil Sonden die Partikeldichte in ihrer Umgebung massiv stören [37].

Elektronenverarmung durch Staub. Die Resonanzkegeldiagnostik wurde verwendet, um die Elektronenverarmung durch die Gegenwart des Staubs zu messen. Dazu wurden Messungen bei verschiedener Staubdichte, aber ansonsten gleichen Entladungsbedingungen durchgeführt. Bei hohen Staubdichten wurde eine Verarmung der Elektronen um etwa 30 % gegenüber dem staubfreien Plasma festgestellt. Durch einen Vergleich mit der Langmuir-Sondenmessung konnte nachgewiesen werden, dass auch die Ionendichte um den gleichen Anteil zurückgeht. Damit unterscheidet sich der vorliegende Fall deutlich von der durch Goertz *et al.* [80, 82] und Havnes *et al.* [81] untersuchten Situation, die zum Beispiel bei den Ringen des Saturn vorliegt. Dort befindet sich eine Staubregion im thermischen Gleichgewicht mit dem umgebenden Plasma. Innerhalb und außerhalb der Staubwolke herrschen unterschiedliche Potentiale, welche durch Boltzmann-Faktoren mit den Elektronen- und Ionendichten außerhalb und innerhalb verknüpft sind. Dagegen befindet sich im Experiment dieser Arbeit das komplexe Plasma nicht im thermischen Gleichgewicht. Vielmehr handelt es sich um ein Fließgleichgewicht von Plasmaerzeugung durch Ionisierung und Vernichtung durch Rekombination auf den Staubpartikeln. Das heißt, die Plasmaströme auf die $20\ \mu\text{m}$ großen Staubpartikel zehren das Plasma soweit auf, bis sich ein Gleichgewicht aus Erzeugung und Vernichtung einstellt.

Das anodische Plasma. Es wurden die als Partikelfalle dienenden anodischen Plasmen untersucht. Die Anode wurde dabei im *ball-of-fire mode* mit sehr niedrigen Strömen von etwa (5...15) mA betrieben. Plasmapotentialmessungen mit einer emissiven Sonde ergaben U-förmige Potentialkonturen um die Anode. Am Rand des anodischen Plasmas wurden elektrostatische Ionenzyklotronwellen und eine Potentialrelaxationsinstabilität nachgewiesen. Eine Beeinflussung der staubakustischen Wellen durch die Fluktuationen kann aber ausgeschlossen werden, weil diese räumlich von dem Staub getrennt sind und in einem höheren Frequenzbereich auftreten. Eine Doppelschicht mit steilen Potentialgradienten wie in den Fireballs [62] konnte nicht gefunden werden. Im Gegensatz zu Letzteren ist das Innere des anodischen Plasmas nicht feldfrei, und es gibt keinen der Ionisierungsenergie entsprechenden Potentialsprung an seiner Berandung. Damit muss es in diesem Fall einen anderen Mechanismus geben, der das anodische Plasma aufrechterhält, denn bei den Firerods ist es die Doppelschicht, die die Elektronen bis auf die Ionisierungsenergie beschleunigt, so dass sie im Inneren des Fireballs ionisieren können. Stattdessen konnte die Existenz des anodischen Plasmas durch eine einfache Energiebilanz erklärt werden, die dem Gleichgewicht in positiven Säulen ähnelt.

Selbstkonsistentes Modell für das driftende Plasma. Nicht alle Parameter, die für das Verständnis der Partikelfalle erforderlich sind, können direkt durch die Sondendiagnostik erhalten werden. Deshalb wurde ein selbstkonsistentes Modell für das im elektrischen Feld driftende komplexe Plasma entwickelt. Das Modell liefert die Parameter, die durch die Sondendiagnostik nicht direkt erhalten werden, und

zwar auf eindeutige Weise, das heißt ohne weitere freie, anpassbare Parameter. Die berechneten Parameter stellen die Grundlage für das Verständnis der Partikelfalle und die Dispersionsrelation der staubakustischen Welle dar. Die wesentlichen quantitativen Ergebnisse des Modells sind eine überthermische Ionendrift und eine durch die Drift auf etwa $0,1 \text{ eV}$ erhöhte Iontemperatur. Indirekt sind davon die Staubladung, die Abschirmlänge und die Kräfte auf die Partikel betroffen.

Partikeleinschluss. Mit Hilfe des selbstkonsistenten Plasmamodells konnten die Lage und die Ausdehnung der Staubwolke auf der Längsachse quantitativ erklärt werden. Die Partikel werden in einem effektiven Potentialtopf eingeschlossen, der von elektrischer Feldkraft und Ionenwindkraft gebildet wird. Der radiale Einschluss geschieht in ähnlicher Weise, jedoch unter Berücksichtigung der verhältnismäßig kleinen Gewichtskraft.

Staubakustische Wellen. Im gesamten untersuchten Parameterregime treten aufgrund der niedrigen Neutralgasreibung selbsterregte staubakustische Wellen auf. Die Wellen beginnen an der Anodenseite der Partikelwolke und breiten sich in Richtung der Ionenströmung aus. Die Amplitude wächst bis zur Mitte der Wolke auf eine Sättigungsamplitude von 30 % der Dichte an, und im hinteren Drittel fällt die Amplitude wieder bis auf Null ab. Die Dispersions-eigenschaften der Wellen wurden durch Synchronisation mit einem externen Signal untersucht, das der Anodenspannung überlagert wurde. Die Synchronisation führt zu einem engeren Frequenzspektrum, das heißt zu höherer Kohärenz. Die Singulärwertzerlegung für die Wellenanalyse stellte sich als geeignetes Mittel zur Rauschunterdrückung heraus, da diese Methode Wellen als zeitlich kohärente Muster erkennt. Die mittels SVD extrahierten Wellenfunktionen erlauben eine Bestimmung lokaler Wellenzahlen und Anwachsraten. Dies ermöglicht nicht nur die experimentelle Bestimmung der komplexen Dispersionsrelation, sondern auch eine Berücksichtigung der Inhomogenität, wie sie besonders bei kurzen Systemen auftritt. In diesem Zusammenhang wurde erstmals eine systematische Veränderung der Wellenzahl in der Staubwolke bemerkt. Der Vergleich der SVD-Auswertung mit der klassischen Methode, die Wellenlängen, Frequenzen und Ausbreitungsgeschwindigkeiten direkt misst, ergab eine zufriedenstellende Übereinstimmung, wenn statt einer lokalen Wellenzahl die gemittelte Wellenzahl verwendet wird. Die Messwerte der SVD-Methode streuten weniger als die der traditionellen Methode.

Kinetische Theorie. Der Vergleich mit den Theorien wurde mit den Parametern aus dem selbstkonsistenten Plasmamodell durchgeführt. So erübrigte sich eine Anpassung der Theorie an die Messung, stattdessen wurden die Theorien unabhängig von der Dispersionsmessung gerechnet. Überraschenderweise stimmte die Dispersion gut mit dem driftfreien Flüssigkeitsmodell von Rao *et al.* [129] überein. Der Vergleich mit Flüssigkeitsmodellen, die Ionendrift und Stöße berücksichtigen, machte keinen Sinn, da diese aufgrund der überthermischen Ionendrift keine Gültigkeit in diesem Regime haben. Der Vergleich mit dem kinetischen Modell [32] mit Bhatnagar-Gross-Krook-Ionenstößen ergab eine noch bessere Übereinstimmung im Realteil als

das drifffreie Flüssigkeitsmodell. Für die selbsterregte Welle und Wellen mit kleiner Wellenzahl stimmte auch der Imaginärteil der Theorie mit den gemessenen Anwachsraten überein, bei größeren Wellenzahlen überschätzte die Theorie allerdings die Messungen. Während die Theorie die Wellenzahl der selbsterregten Welle bei der instabilsten Wellenzahl erwarten lässt, wird diese tatsächlich bei viel niedrigeren Wellenzahlen gefunden. Diese Beobachtung konnte zwar nicht erklärt werden, ist aber immerhin in Übereinstimmung mit dem Befund, dass die gemessenen Anwachsraten bei den größeren Wellenzahlen nicht größer als die der selbsterregten Welle sind.

Die Dissertation hat verschiedene Aspekte der komplexen Plasmen und der Gasentladungsphysik zusammengeführt, um den Einschluss von Partikeln in anodischen Plasmen und die beobachteten Wellenphänomene erklären zu können. Dies hat im Wesentlichen ein konsistentes Bild der Physik des betrachteten Systems ergeben. Insofern zeigt die Arbeit, dass die theoretischen Modellvorstellungen, die in dem noch jungen Forschungsgebiet in weniger als 15 Jahren entwickelt wurden, tragfähig sind.

Dennoch sind auch einige Beobachtungen ungeklärt geblieben, insbesondere die systematische Veränderung der Wellenzahl in der Wolke und die Überschätzung des Imaginärteils der Dispersionsrelation. Zukünftige Untersuchungen könnten eine Klärung dieser Fragen zum Ziel haben.

Auf der theoretischen Seite könnte dies die Entwicklung von Modellen für endliche und inhomogene Partikelwolken bedeuten. Eine andere Stoßrichtung könnte in der Berücksichtigung von starker Kopplung der Staubpartikel, wie etwa in den Modellen [120, 119, 123], im Rahmen der kinetischen Theorie und unter Berücksichtigung der Ionendrift bestehen.

Auf der experimentellen Seite ist jetzt der Einsatz der nichtinvasiven Resonanzkegeldiagnostik zur Untersuchung von staubakustischen Wellen der naheliegende Schritt. Dies war in dieser Arbeit noch nicht möglich, weil das anodische Plasma kleiner als der kleinste notwendige Antennenabstand war. Um das Kriterium $R = r/r_{ce} \gtrsim 150$ zu erfüllen, können möglicherweise stärkere Magnetfelder und größere Anoden gewählt werden.

Die Resonanzkegelexperimente waren ein erster Schritt, hochfrequente Wellen auf der Elektronenzeitskala in staubigen Plasmen experimentell zu untersuchen. Naheliegende nächste Schritte könnten die Untersuchung von Whistlerwellen parallel zum Magnetfeld im staubigen Plasma sein [130]. Diese Untersuchungen hätten direkten Bezug zu Whistlerwellen in der Mesosphäre, Mesopause und Ionosphäre. Dort gibt es nämlich Staub zum Beispiel durch verglühende Meteoriten [131, 132]. Die nachleuchtenden Wolken (*noctilucent clouds*), die in der polaren Sommermesosphäre beobachtet werden können, bestehen nach der aktuellen Erkenntnis aus mikrometergroßen Eisteilchen [132], und bilden letztendlich auch ein magnetisiertes komplexes Plasma.

Literaturverzeichnis

- [1] J. H. Chu und Lin I. Direct observation of Coulomb crystals and liquids in strongly coupled rf dusty plasmas. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4009 (1994).
- [2] H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher und D. Möhlmann. Plasma Crystal: Coulomb Crystallization in a Dusty Plasma. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 652 (1994).
- [3] Y. Hayashi und K. Tachibana. Observation of Coulomb-Crystal Formation from Carbon Particles Grown in a Methane Plasma. *Jpn. J. Appl. Phys.* **33**, L804 (1994).
- [4] A. Melzer, T. Trottenberg und A. Piel. Experimental determination of the charge on dust particles forming Coulomb lattices. *Phys. Lett. A* **191**, 301 (1994).
- [5] J. Maddox. Plasma Dust as Model Crystals. *Nature* **370**, 411 (1994).
- [6] E. Wigner. On the Interaction of Electrons in Metals. *Phys. Rev.* **46**, 1002 (1934).
- [7] C. C. Grimes und G. Adams. Evidence for a Liquid-to-Crystal Phase Transition in a Classical, Two-Dimensional Sheet of Electrons. *Phys. Rev. Lett.* **42**, 795 (1979).
- [8] A. Melzer, A. Homann und A. Piel. Experimental investigation of the melting transition of the plasma crystal. *Phys. Rev. E* **53**, 2757 (1996).
- [9] J. B. Pieper und J. Goree. Dispersion of Plasma Dust Acoustic Waves in the Strong-Coupling Regime. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3137 (1996).
- [10] Jin-Xiu Ma und M. Y. Yu. Self-consistent theory of ion acoustic waves in a dusty plasma. *Phys. Plasmas* **1**, 3520 (1994).
- [11] A. Barkan, N. D'Angelo und R. L. Merlino. Potential relaxation instability and ion acoustic waves in a single-ended Q-machine dusty plasma. *Phys. Lett. A* **222**, 329 (1996).

- [12] A. Barkan, N. D'Angelo und R. L. Merlino. Experiments on ion-acoustic waves in dusty plasmas. *Planet. Space Sci.* **44**, 239 (1996).
- [13] N. N. Rao, P. K. Shukla und M. Y. Yu. Dust-acoustic waves in dusty plasmas. *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [14] A. Homann, A. Melzer, S. Peters, R. Madani und A. Piel. Laser-excited dust lattice waves in plasma crystals. *Phys. Lett. A* **242**, 173 (1998).
- [15] T. Misawa, S. Nunomura, N. Ohno und S. Takamura. Observation of Transverse Dust Lattice Wave Excited by Unstable Vertical Oscillations of Dust Particles in an Ion Sheath with Low Gas Pressure. *Jpn. J. Appl. Phys.* **39**, L551 (2000).
- [16] M. S. Murillo. Critical Wave Vectors for Transverse Modes in Strongly Coupled Dusty Plasmas. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2514 (2000).
- [17] S. Nunomura, D. Samsonov und J. Goree. Transverse Waves in a Two-Dimensional Screened-Coulomb Crystal (Dusty Plasma). *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5141 (2000).
- [18] J. H. Chu, Ji-Bin Du und Lin I. Coulomb solids and low-frequency fluctuations in RF dusty plasmas. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **27**, 296 (1994).
- [19] N. D'Angelo. Coulomb solids and low-frequency fluctuations in RF dusty plasmas. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **28**, 1009 (1995).
- [20] A. Barkan, R. L. Merlino und N. D'Angelo. Laboratory observation of the dust-acoustic wave mode. *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [21] C. Thompson, A. Barkan, N. D'Angelo und R. L. Merlino. Dust acoustic waves in a direct current glow discharge. *Phys. Plasmas* **4**, 2331 (1997).
- [22] A. V. Zobnin, A. D. Usachev, O. F. Petrov und V. E. Fortov. Dust-Acoustic Instability in an Inductive Gas-Discharge Plasma. *JETP* **95**, 429 (2002).
- [23] V. E. Fortov, A. D. Usachev, A. V. Zobnin, V. I. Molotkov und O. F. Petrov. Dust-acoustic wave instability at the diffuse edge of radio frequency inductive low-pressure gas discharge plasma. *Phys. Plasmas* **10**, 1199 (2003).
- [24] E. Thomas, Jr. und R. L. Merlino. Dust Particle Motion in the Vicinity of Dust Acoustic Waves. *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29**, 152 (2001).
- [25] S. Khrapak, D. Samsonov, G. Morfill, H. Thomas, V. Yaroshenko, H. Rothmel, T. Hagl, V. Fortov, A. Nefedov, V. Molotkov, O. Petrov, A. Lipaev, A. Ivanov und Y. Baturin. Compressional waves in complex (dusty) plasmas under microgravity conditions. *Phys. Plasmas* **10**, 1 (2003).

- [26] S. Ratynskaia, M. Kretschmer, S. Khrapak, R. A. Quinn, M. H. Thoma, G. E. Morfill, A. Zobnin, A. Usachev, O. Petrov und V. Fortov. Dust Mode in Collisionally Dominated Complex Plasmas with Particle Drift. *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32**, 613 (2004).
- [27] S. Ratynskaia, S. Khrapak, A. Zobnin, M. H. Thoma, M. Kretschmer, A. Usachev, V. Yaroshenko, R. A. Quinn, G. E. Morfill, O. Petrov und V. Fortov. Experimental Determination of Dust-Particle Charge in a Discharge Plasma at Elevated Pressures. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 085001 (2004).
- [28] P. K. Shukla und A. A. Mamun. *Introduction to Dusty Plasma Physics*. IOP Publishing, Bristol, 2002.
- [29] F. Verheest. *Waves in Dusty Space Plasmas*. Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 2000.
- [30] P. K. Shukla. A survey of dusty plasma physics. *Phys. Plasmas* **8**, 1791 (2001).
- [31] V.E. Fortov, A.V. Ivlev, S.A. Khrapak, A.G. Khrapak und G.E. Morfill. Complex (dusty) plasmas: Current status, open issues, perspectives. *Physics Reports* **421**, 1 (2005).
- [32] M. Rosenberg. A note on ion-dust streaming instability in a collisional dusty plasma. *J. Plasma Phys.* **67**, 235 (2002).
- [33] N. Aubry, R. Guyonnet und R. Lima. Spatiotemporal analysis of complex signals: Theory and applications. *J. Stat. Phys.* **64**, 683 (1991).
- [34] T. Dudok de Wit, A.-L. Pecquet, J.-C. Vallet und R. Lima. The biorthogonal decomposition as a tool for investigating fluctuations in plasmas. *Phys. Plasmas* **1**, 3288 (1994).
- [35] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka, H. Rothermel, M. Zuzic, A. Ivlev und J. Goree. Condensed Plasmas under Microgravity. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1598 (1999).
- [36] H. M. Thomas, D. D. Goldbeck, T. Hagl, A. V. Ivlev, U. Konopka, G. E. Morfill, H. Rothermel, R. Sütterlin und M. Zuzic. Complex Plasmas under Microgravity Conditions: Parabolic Flights. *Physica Scripta* **T89**, 16 (2001).
- [37] M. Klindworth, A. Piel, A. Melzer, U. Konopka, H. Rothermel, K. Tarantik und G. E. Morfill. Dust-free regions around Langmuir probes in complex plasmas under microgravity. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 195002 (2004).
- [38] V. E. Fortov, O. S. Vaulina, O. F. Petrov, V. I. Molotkov, A. V. Chernyshev, A. M. Lipaev, G. Morfill, H. Thomas, H. Rothermel, S. A. Khrapak, Y. P. Semenov, A. I. Ivanov, S. K. Krikalev und Y. P. Gidzenko. Dynamics

- of macroparticles in a dusty plasma under microgravity conditions (First experiments on board the ISS). *JETP* **96**, 704 (2003).
- [39] M. Mikikian, L. Boufendi, A. Bouchoule, H. M. Thomas, G. E. Morfill, A. P. Nefedov, V. E. Fortov und das PKE-Nefedov-Team. Formation and behaviour of dust particle clouds in a radio-frequency discharge: results in the laboratory and under microgravity conditions. *New J. Phys.* **5**, 19 (2003).
- [40] H. Rothermel, T. Hagl, G. E. Morfill, M. H. Thoma und H. M. Thomas. Gravity Compensation in Complex Plasmas by Application of a Temperature Gradient. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 175001 (2002).
- [41] O. Arp, D. Block und A. Piel. Dust Coulomb Balls: Three-Dimensional Plasma Crystals. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 165004 (2004).
- [42] A. Barkan und R. L. Merlino. Confinement of dust particles in a double layer. *Phys. Plasmas* **2**, 3261 (1995).
- [43] S. A. Khrapak und G. E. Morfill. Dust diffusion across a magnetic field due to random charge fluctuations. *Phys. Plasmas* **9**, 619 (2002).
- [44] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, G. E. Morfill und H. M. Thomas. Ion drag force in complex plasmas. *Phys. Rev. E* **66**, 046414 (2002).
- [45] A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, S. K. Zhdanov, G. E. Morfill und G. Joyce. Force on a charged test particle in a collisional flowing plasma. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 205007 (2004).
- [46] A. V. Ivlev, S. K. Zhdanov, S. A. Khrapak und G. E. Morfill. Kinetic approach for the ion drag force in a collisional plasma. *Phys. Rev. E* **71**, 016405 (2005).
- [47] S. A. Khrapak, S. V. Ratynskaia, A. V. Zobnin, A. D. Usachev, V. V. Yaroshenko, M. H. Thoma, M. Kretschmer, H. Höfner, G. E. Morfill, O. F. Petrov und V. E. Fortov. Particle charge in the bulk of gas discharges. *Phys. Rev. E* **72**, 016406 (2005).
- [48] I. H. Hutchinson. Ion collection by a sphere in a flowing plasma: 3. Floating potential and drag force. *Plasma Phys. Control. Fusion* **47**, 71 (2005).
- [49] C. Zafiu, A. Melzer und A. Piel. Ion drag and thermophoretic forces acting on free falling charged particles in an rf-driven complex plasma. *Phys. Plasmas* **9**, 4794 (2002).
- [50] C. Zafiu, A. Melzer und A. Piel. Measurement of the ion drag force on falling dust particles and its relation to the void formation in complex (dusty) plasmas. *Phys. Plasmas* **10**, 1278 (2003).

- [51] M. Hirt, D. Block und A. Piel. Measurements of the ion drag force on micrometer sized particles in the double plasma device DODO. *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32**, 582 (2004).
- [52] M. Hirt, D. Block und A. Piel. Measurement of the ion drag force on free falling microspheres in a plasma. *Phys. Plasmas* **11**, 5690 (2004).
- [53] N. Sato, M. Nakamura und R. Hatakeyama. Three-Dimensional Double Layers Inducing Ion-Cyclotron Oscillations in a Collisionless Plasma. *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1227 (1986).
- [54] G. Popa, E. Mravlag und R. Schrittwieser. On the mechanism of the electrostatic ion cyclotron instability. *Plasma Phys. Control. Fusion* **31**, 1863 (1989).
- [55] J. J. Rasmussen und R. W. Schrittwieser. On the Current-Driven Electrostatic Ion-Cyclotron Instability: A Review. *IEEE Trans. Plasma Sci.* **19**, 457 (1991).
- [56] A. Barkan, N. D'Angelo und R. L. Merlino. Laboratory experiments on electrostatic ion cyclotron waves in a dusty plasma. *Planet. Space Sci.* **43**, 905 (1995).
- [57] R. K. Fisher und R. W. Gould. Resonance cones in the field pattern of a short antenna in an anisotropic plasma. *Phys. Rev. Lett.* **22**, 1093 (1969).
- [58] A. Piel. *Die Resonanzkegelmethode zur Diagnostik magnetisierter Plasmen*. Habilitationsschrift, Ruhr-Universität Bochum, 1986.
- [59] 3M Deutschland GmbH. Industriestraße 8, D-55743 Idar-Oberstein, <http://www.fritsch.de/>.
- [60] Microparticles GmbH. Volmerstr. 9A, D-12489 Berlin, <http://www.microparticles.de/>.
- [61] P. S. Epstein. On the Resistance Experienced by Spheres in their Motion through Gases. *Phys. Rev.* **23**, 710 (1924).
- [62] Bin Song, N. D'Angelo und R. Merlino. On anode spots, double layers and plasma contactors. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24**, 1789 (1991).
- [63] R. R. J. Gagné und A. Cantin. Investigation of an rf Plasma with Symmetrical and Asymmetrical Electrostatic Probes. *J. Appl. Phys.* **43**, 2639 (1972).
- [64] V.A. Godyak, R.B. Piejak und B.M. Alexandrovich. Measurement of electron energy distribution in low-pressure RF discharges. *Plasma Sources Sci. Technol.* **1**, 36 (1992).
- [65] R. Flohr, A. Melzer und A. Piel. On the influence of secondary electrons in RF discharges in helium. *Plasma Sources Sci. Technol.* **3**, 206 (1994).

- [66] T. Trottenberg, A. Melzer und A. Piel. Measurement of the electric charge on particulates forming Coulomb crystals in the sheath of a radiofrequency plasma. *Plasma Sources Sci. Technol.* **4**, 450 (1995).
- [67] F. F. Chen. Electric Probes, in *Plasma Diagnostic Techniques*. Academic Press, New York, 1965.
- [68] N. Hershkovitz. How Langmuir probes work, in *Plasma Diagnostics*, Band 1. Academic Press, New York, 1989.
- [69] J. E. Allen, R. L. F. Boyd und P. Reynolds. The Collection of Positive Ions by a Probe Immersed in a Plasma. *Proc. Roy. Soc. B (London)* **70**, 297 (1957).
- [70] I. H. Hutchinson. *Principles of plasma diagnostics*. Cambridge University Press, Cambridge, second edition, 2002.
- [71] R. J. Goldston und P. H. Rutherford. *Plasmaphysik - Eine Einführung*. Vieweg Verlag, Braunschweig und Wiesbaden, 1998.
- [72] U. de Angelis, A. Forlani, V. N. Tsytovich und R. Bingham. Scattering of electromagnetic waves by a distribution of charged dust particles in space plasmas. *J. Geophys. Res.* **97**, 6261 (1992).
- [73] P. M. Bellan und K. L. Wong. Effect of density fluctuations on lower hybrid resonance cone propagation. *Phys. Fluids* **21**, 592 (1978).
- [74] R. K. Fisher und R. W. Gould. Resonance Cones in the Field Pattern of a Radio Frequency Probe in a Warm Anisotropic Plasma. *Phys. Fluids* **14**, 857 (1971).
- [75] H. H. Kuehl. Interference structure near the resonance cone. *Phys. Fluids* **16**, 1311 (1973).
- [76] M. Klindworth. *Fundamentals and Applications of Langmuir Probe Diagnostics in Complex Plasmas*. Dissertation, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 2004.
- [77] M. Klindworth, O. Arp und A. Piel. Langmuir probe diagnostics in the IMPF device and comparison with simulations and tracer particle experiments. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39**, 1095 (2006).
- [78] A. Barkan, N. D'Angelo und R. L. Merlino. Charging of Dust Grains in a Plasma. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3093 (1994).
- [79] E. Thomas, Jr. und M. Watson. Charging of silica particles in an argon dusty plasma. *Phys. Plasmas* **7**, 3194 (2000).

- [80] C. K. Goertz und W. H. Ip. Limitation of electrostatic charging of dust particles in a plasma. *Geophys. Res. Lett.* **11**, 349 (1984).
- [81] O. Havnes, G. E. Morfill und C. K. Goertz. Plasma potential and grain charges in a dust cloud embedded in a plasma. *J. Geophys. Res.* **89**, 10999 (1984).
- [82] C. K. Goertz. Dusty plasmas in the solar system. *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [83] O. Havnes, C. K. Goertz, G. E. Morfill, E. Grün und W. Ip. Dust charges, cloud potential, and instabilities in a dust cloud embedded in a plasma. *J. Geophys. Res.* **92**, 2281 (1987).
- [84] L. Malter, E. O. Johnson und W. M. Webster. Studies of externally heated hot cathode arcs, part i – modes of the discharge. *RCA Rev.* **12**, 415 (1951).
- [85] E. O. Johnson. Studies of externally heated hot cathode arcs, part iv – the low-voltage form of the ball-of-fire mode. *RCA Rev.* **16**, 498 (1955).
- [86] S. A. Khrapak, A.V. Ivlev, S. K. Zhdanov und G. E. Morfill. Hybrid approach to the ion drag force. *Phys. Plasmas* **12**, 042308 (2005).
- [87] F. Greiner, T. Klinger, H. Klostermann und A. Piel. Experiments and particle-in-cell simulation on self-oscillations and period doubling in thermionic discharges at low pressure. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3071 (1993).
- [88] M. A. Lieberman und A. J. Lichtenberg. *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*. John Wiley and Sons Inc., New York, 1994.
- [89] L. S. Frost. Effect of Variable Ionic Mobility on Ambipolar Diffusion. *Phys. Rev.* **105**, 354 (1957).
- [90] G. H. Wannier. On the Motion of Gaseous Ions in a Strong Electric Field. I. *Phys. Rev.* **83**, 281 (1951).
- [91] H. Fahr und K. G. Müller. Ionenbewegung unter dem Einfluß von Umladungsstößen. *Z. Phys.* **200**, 343 (1967).
- [92] J. Heimerl, R. Johnsen und M. A. Biondi. Ion-Molecule Reactions, $\text{He}^+ + \text{O}_2$ and $\text{He}^+ + \text{N}_2$, at Thermal Energies and Above. *J. Chem. Phys.* **51**, 5041 (1969).
- [93] D. Rapp und W. E. Francis. Charge Exchange between Gaseous Ions and Atoms. *J. Chem. Phys.* **37**, 2631 (1962).
- [94] S. Robertson und Z. Sternovsky. Monte Carlo model of ion mobility and diffusion for low and high electric fields. *Phys. Rev. E* **67**, 046405 (2003).

- [95] H. M. Mott-Smith und I. Langmuir. The Theory of Collectors in Gaseous Discharges. *Phys. Rev.* **28**, 727 (1926).
- [96] E. C. Whipple. Potentials of surfaces in space. *Rep. Prog. Phys.* **44**, 1197 (1981).
- [97] Y. P. Raizer. *Gas Discharge Physics*. Springer-Verlag, Berlin und Heidelberg, 1991.
- [98] A. V. Zobnin, A. P. Nefedov, V. A. Sinel'shchikov und V. E. Fortov. On the Charge of Dust Particles in a Low-Pressure Gas Discharge Plasma. *JETP* **91**, 483 (2000).
- [99] M. Lampe, R. Goswami, Z. Sternovsky, S. Robertson, V. Gavrishchaka, G. Ganguli und G. Joyce. Trapped ion effect on shielding, current flow and charging of a small object in a plasma. *Phys. Plasmas* **10**, 1500 (2003).
- [100] A. V. Phelps. The application of scattering cross sections to ion flux models in discharge sheaths. *J. Appl. Phys.* **76**, 747 (1994).
- [101] M. S. Barnes, J. H. Keller, J. C. Forster, J. A. O'Neill und D. K. Coultas. Transport of Dust Particles in Glow-Discharge Plasmas. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 313 (1992).
- [102] M. D. Kilgore, J. E. Daugherty, R. K. Porteous und D. B. Graves. Ion drag on an isolated particulate in a low-pressure discharge. *J. Appl. Phys.* **73**, 7195 (1993).
- [103] J. E. Daugherty und D. B. Graves. Derivation and experimental verification of a particulate transport model for a glow discharge. *J. Appl. Phys.* **78**, 2279 (1995).
- [104] M. Rosenberg und P. K. Shukla. A note on dust-acoustic instability in an inductive gas discharge plasma. *Plasma Phys. Control. Fusion* **45**, L31 (2003).
- [105] S. L. Ossakow, K. Papadopoulos, J. Orens und T. Coffey. Parallel Propagation Effects on the Type 1 Electrojet Instability. *J. Geophys. Res.* **80**, 141 (1975).
- [106] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross und M. Krook. A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems. *Phys. Rev.* **94**, 511 (1954).
- [107] B. D. Fried und S. D. Conte. *The Plasma Dispersion Function*. Academic Press, New York, 1961.
- [108] N. N. Rao, D. J. Kaup und P. K. Shukla. Nonlinear acoustic waves in partially ionized collisional plasmas. *J. Plasma Phys.* **45**, 285 (1991).

- [109] F. Verheest. Nonlinear dust-acoustic waves in multispecies dusty plasmas. *Planet. Space Sci.* **40**, 1 (1992).
- [110] S. V. Lakshmi, R. Bharuthram, N. N. Rao und P. K. Shukla. Kinetic theory of nonlinear dust-acoustic waves in a dusty plasma. *Planet. Space Sci.* **45**, 355 (1997).
- [111] R. K. Varma, P. K. Shukla und V. Krishan. Electrostatic oscillations in the presence of grain-charge perturbations in dusty plasmas. *Phys. Rev. E* **47**, 3612 (1993).
- [112] F. Melandsø, T. Aslaksen und O. Havnes. A new damping effect for the dust-acoustic wave. *Planet. Space Sci.* **41**, 321 (1993).
- [113] N. N. Rao und P. K. Shukla. Nonlinear dust-acoustic waves with dust charge fluctuations. *Planet. Space Sci.* **42**, 221 (1994).
- [114] F. Verheest, G. Jacobs und T. Cattaert. Dust-acoustic modes in plasmas with dust distributions and charge fluctuations. *New J. Phys.* **5**, 21 (2003).
- [115] V. V. Yaroshenko, F. Verheest und M. A. Hellberg. Dust-acoustic instability in inhomogeneous complex plasmas. *Phys. Plasmas* **10**, 3834 (2003).
- [116] P. K. Shukla und M. Rosenberg. Boundary effects on dust-ion-acoustic and dust-acoustic waves in collisional dusty plasmas. *Phys. Plasmas* **6**, 1038 (1999).
- [117] V. Yaroshenko und F. Verheest. Nonlinear Low-Frequency Modes in a Cylindrical Dusty Plasma Waveguide. *Physica Scripta* **T89**, 195 (2001).
- [118] M. Rosenberg und P. K. Shukla. Instability of ion flows in bounded dusty plasma systems. *Phys. Plasmas* **5**, 3786 (1998).
- [119] M. Rosenberg und G. Kalman. Dust acoustic waves in strongly coupled dusty plasmas. *Phys. Rev. E* **56**, 7166 (1997).
- [120] P.K. Kaw und A. Sen. Low frequency modes in strongly coupled dusty plasmas. *Phys. Plasmas* **5**, 3552 (1998).
- [121] M. S. Murillo. Static local field correction description of acoustic waves in strongly coupling dusty plasmas. *Phys. Plasmas* **5**, 3116 (1998).
- [122] D. Winske, M. S. Murillo und M. Rosenberg. Numerical simulation of dust-acoustic waves. *Phys. Rev. E* **59**, 2263 (1999).
- [123] G. Kalman, M. Rosenberg und H. E. DeWitt. Collective Modes in Strongly Correlated Yukawa Liquids: Waves in Dusty Plasmas. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6030 (2000).

- [124] P. K. Kaw. Collective modes in a strongly coupled dusty plasma. *Phys. Plasmas* **8**, 1870 (2001).
- [125] T. Dudok de Wit. Enhancement of multichannel data in plasma physics by biorthogonal decomposition. *Plasma Phys. Control. Fusion* **37**, 117 (1995).
- [126] N. Aubry und R. Lima. Spatiotemporal and statistical symmetries. *J. Stat. Phys.* **81**, 793 (1995).
- [127] J. Pramanik, G. Prasad, A. Sen und P. K. Kaw. Experimental Observations of Transverse Shear Waves in Strongly Coupled Dusty Plasmas. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 175001 (2002).
- [128] A. Piel, V. Nosenko und J. Goree. Laser-excited shear waves in solid and liquid two-dimensional dusty plasmas. *Phys. Plasmas* **13**, 042104 (2006).
- [129] N. N. Rao. Dust-Coulomb and dust-acoustic wave propagation in dense dusty plasmas with high fugacity. *Phys. Plasmas* **7**, 795 (2000).
- [130] B. V. Lundin und C. Krafft. Modified electron whistler dispersion law. *J. Plasma Phys.* **67**, 149 (2002).
- [131] W. J. McNeil, S. T. lai und E. Murad. A model for meteoric magnesium in the ionosphere. *J. Geophys. Res.* **101**, 5251 (1996).
- [132] O. Havnes, T. Aslaksen und A. Brattli. Charged Dust in the Earth's Middle Atmosphere. *Physica Scripta* **T89**, 133 (2001).

Publikationsliste

Teile der vorliegenden Dissertation wurden aus Aktualitätsgründen bereits als wissenschaftliche Publikationen veröffentlicht.

Beiträge in wissenschaftlichen Fachzeitschriften

1. T. Trottenberg, B. Brede, D. Block und A. Piel.
„Resonance cones in a dusty magnetized plasma“,
Phys. Plasmas **10**, 4627–4632 (2003).
2. T. Trottenberg, B. Brede, D. Block und A. Piel.
„Electron Density Measurements in Magnetized Complex Plasmas“,
IEEE Trans. Plasma Sci. **32**, 742–745 (2004).
3. T. Trottenberg, D. Block und A. Piel.
„Dust confinement and dust-acoustic waves in weakly magnetized
anodic plasmas“,
Phys. Plasmas **13**, 042105:1–10 (2006).

Beiträge auf internationalen Konferenzen

1. T. Trottenberg, B. Brede, D. Block und A. Piel. „Measurement of the Electron Density Reduction in a Magnetized Complex Plasma with the Resonance Cone Method“ in *Proceedings of the 26th International Conference on Phenomena in Ionized Gases, Greifswald, 2003*, herausgegeben von J. Meichsner, D. Loffhagen und H.-E. Wagner, Band 1, Seiten 245–246.
2. T. Trottenberg, D. Block und A. Piel. „Experimental Study of Dust-Dynamics in Magnetized Complex Plasmas“ in *Proceedings of the 31st EPS Conference on Plasma Physics, London, 2004* (European Physical Society, London, 2004), Europhysics Conference Abstracts, Band 28G, Beitrag P-1.010.
3. A. Piel, T. Trottenberg und D. Block. „Dust confinement in anodic plasmas“ in *NEW VISTAS IN DUSTY PLASMAS: Fourth International Conference on the Physics of Dusty Plasmas, Orléans, 2005*, herausgegeben von L. Boufendi, M. Mikikian und P. K. Shukla, AIP Conference Proceedings, Band 799, Seiten 193–196.
4. T. Trottenberg, D. Block und A. Piel. „Dust-acoustic waves in a magnetized anodic plasma“ in *NEW VISTAS IN DUSTY PLASMAS: Fourth International Conference on the Physics of Dusty Plasmas, Orléans, 2005*, herausgegeben von L. Boufendi, M. Mikikian und P. K. Shukla, AIP Conference Proceedings, Band 799, Seiten 510–513.

Danksagung

Zuerst möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. A. Piel dafür bedanken, dass er mir nach einigen Jahren anderer Tätigkeiten die Rückkehr in seine Arbeitsgruppe und zu den staubigen Plasmen ermöglicht hat. In vielen Gesprächen über die anfangs oft überraschenden und verwirrenden Messungen und Beobachtungen habe ich einiges darüber gelernt, was es bedeutet, danach zu ringen, die Physik eines Phänomens wirklich zu verstehen. Ebenso bin ich Herrn Dr. Dietmar Block dankbar für die gute und fruchtbare Zusammenarbeit in den letzten vier Jahren. Seine hilfreichen Anmerkungen beim Korrekturlesen haben sicherlich auch zur Klarheit dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Dipl.-Phys. Björn Brede sei gedankt für die Zusammenarbeit in den ersten Monaten meiner Tätigkeit am Experiment. Björn hat im Rahmen seiner Diplomarbeit das Experiment zusammen mit Dr. Markus Hirt aufgebaut und mit mir zusammen die ersten Resonanzkegelexperimente gemacht. Der Arbeitsgruppe, insbesondere meinen langjährigen Kollegen Dipl.-Phys. Oliver Arp, Dr. Franko Greiner, Dr. Markus Hirt, Dr. Markus Klindworth und Dipl.-Phys. Iulian Teliban, möchte ich für die angenehme Atmosphäre und die vielen interessanten Kaffeerunden danken. Den neuen Diplomanden im Labor, Frau Imke Goertz und Frau Iris Pilch danke ich für die gute Zusammenarbeit und die Ordnung im Labor. Iris führt die Experimente zur Synchronisation staubakustischer Wellen fort. Unserem Techniker Volker Rohwer und unserem Elektronikingenieur Michael Poser sei für die schnelle und solide Lösung vieler Aufgaben gedankt. Den Sekretärinnen Frau M. Seeger und Frau S. Thiedemann möchte ich für die reibungslose und freundliche Unterstützung danken. Dem Werkstattleiter Herrn M. Brix habe ich für die schnelle Anfertigung vieler feinmechanischer Teile zu danken, die stets auch jene Details enthalten haben, die in meinen Skizzen nicht vorkamen. Nicht vergessen möchte ich Frau Dipl.-Min. Marlies Schwitzke von der Technischen Fakultät, die zahlreiche Elektronenmikroskopaufnahmen von Stäuben machte.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) danke ich für die Förderung des Projekts „Dynamische Vorgänge in magnetisierten komplexen Plasmen“ (Pi185/23).

Meinen Eltern danke ich dafür, dass sie mir das Physikstudium ermöglicht haben. Meiner lieben Frau Michelle und meinem kleinen Sohn David gebührt großer Dank für das entgegengebrachte Verständnis, wenn ich auch zu Hause nicht von der Plasmaphysik loskam. Die Freude, die sie mir täglich bereiteten, spürte ich besonders, wenn die Experimente dies nicht taten. Vor allem aber will ich meine Dankbarkeit gegenüber meinem Gott Jehova ausdrücken, dem ich ein spannendes Leben mit Einblicken in verschiedene Bereiche seiner Schöpfung verdanke.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Thomas Trottenberg
 Geburt: 13.04.1968 in Kiel
 Familienstand: verheiratet, ein Kind
 Nationalität: deutsch

Schulbildung

1974 – 1978 Grund- und Hauptschule Flintbek
 1978 – 1987 Hans-Geiger-Gymnasium in Kiel
 05/1987 Abschluss der Schulbildung mit dem Abitur

Wissenschaftliche Ausbildung

10/1989 Beginn des Physikstudiums in Kiel
 12/1991 Diplom-Vorprüfung in Physik
 11/1992 Diplom-Vorprüfung in Mathematik
 12/1993 – 12/1994 Anfertigung der Diplomarbeit „Ladungsmessung von Staubpartikeln und Beobachtung von Coulomb-Kristallen in einer Hochfrequenzentladung“ in der Arbeitsgruppe von Prof. Piel
 01/1995 Abschluss des Physikstudiums mit der Diplom-Prüfung
 07/2002 Rückkehr in die Arbeitsgruppe Plasmadynamik von Prof. Piel als Wissenschaftlicher Mitarbeiter
 07/2002 – 06/2006 Promotion mit dem Thema „Diagnostik mit Resonanzkegeln, Partikeleinschluss und staubakustische Wellen in magnetisierten komplexen Plasmen“

Sonstige Zeiten

1987 – 1989 Reserveoffizierslaufbahn bei der Panzertruppe, Lüneburg
 1995 – 2002 Ehrenamtlicher Missionardienst in der Dominikanischen Republik
 1999 – 2002 Softwareentwicklung bei der O³-Software GmbH, Schönberg

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich an Eides Statt, dass die vorliegende Dissertation, abgesehen von der Beratung durch meinen wissenschaftlichen Lehrer und der Verwendung der angegebenen Hilfsmittel, nach Inhalt und Form meine eigene ist. Sie hat weder ganz noch teilweise an einer anderen Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegen. Die Arbeit ist unter Einhaltung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis entstanden.

Kiel, den 26. April 2006