

# Über die Anreize umweltpolitischer Instrumente in saubere Technologien zu investieren bei Unsicherheit über den Verfügbarkeitszeitpunkt zukünftiger Technologien

**Inaugural-Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der  
Wirtschafts- und Sozialwissenschaften der Wirtschafts- und  
Sozialwissenschaftlichen Fakultät der  
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Diplom Mathematiker

**Andreas von Döllen**

aus Neumünster

Kiel, 2007

# Danksagung

Die hier vorliegende Arbeit ist das Ergebnis meiner vierjährigen Forschung in diesem Bereich. Der Weg bis zur Fertigstellung dieses Textes war nicht immer ein einfacher, und ihn zu gehen wäre mir ohne die vielen Menschen, die mich in dieser Zeit begleitet und mich wissenschaftlich wie privat unterstützt haben, nicht möglich gewesen. Allen diesen Menschen, auch wenn Sie nachstehend nicht explizit genannt werden, schulde ich Dank dafür, dass ich eines meiner Lebensziele erreichen und diese Arbeit vollenden konnte.

An dieser Stelle mochte ich mich zunächst herzlich bei meinem Betreuer Till Requate für die zahlreichen konstruktiven Verbesserungsvorschläge und Ideen sowie den Themenvorschlag an sich bedanken. Dank schulde ich ihm auch für die lehrreiche und prägende vierjährige Zusammenarbeit am Lehrstuhl und die finanzielle Unterstützung, durch die es mir möglich gewesen war, an diversen wissenschaftlichen Konferenzen teilzunehmen. Dank schulde ich auch Horst Raff für seine Unterstützung, diverse anregende Diskussionen und die hilfreichen Fragen und Kommentare im Rahmen des Brown-Bag-Seminars.

Besonders hilfreich waren die Kommentare und Anregungen, die ich bei der Präsentation einzelner Teile dieser Arbeit auf Konferenzen wie der EAERE, dem WCERE, der EEA, der SURED, aber auch im Brown-Bag-Seminar unserer Fakultät und nicht zuletzt im kleinen Kreis unseres Lehrstuhlkolloquiums erhalten habe. Daher geht mein Dank an die Teilnehmer dieser Seminare und der Sessions der obigen Konferenzen, in denen ich vorgetragen habe. Insbesondere danke ich meinen alten und neuen Kollegen Gunter Bahr, Albrecht Bläsi, Lena-Katharina Döbke, Thomas Lontzek, Dagmar Nelissen, Johanna Reichenbach, Kirsten Ruckes und Thure Traber. Insbesondere Thomas möchte ich für anregende Diskussionen und zwei sehr schöne gemeinsame Reisen danken. In diesem

Rahmen möchte ich auch den wissenschaftlichen Hilfskräften für diverse Zuarbeiten danken. Insbesondere geht mein Dank an Nils Courvoisier, Kai Lassen, Maximilian Müller, Christoph Richter und Christine Bertram. Des Weiteren schulde ich meinen alten Studiengefährten Walther Paravicini und vor allem Alexander Ullmann Dank für ihre hilfreichen Ideen und Empfehlungen.

Ich möchte zudem meinen Freunden, meiner Familie sowie der Familie meiner Frau, vor allem aber meiner Frau Viola, die es nicht immer einfach mit mir hatte und mir vieles ermöglicht hat, danken.

**Für Julian und Viola**

# Inhaltsverzeichnis

Danksagung	i
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Literaturübersicht</b>	<b>9</b>
2.1 Innovations- und Diffusionsanreize durch umweltpolitische Instrumente . . . . .	9
2.2 Die Theorie realer Optionswerte . . . . .	20
<b>3 Das Grundmodell für zwei Technologien</b>	<b>24</b>
3.1 Grundannahmen . . . . .	25
3.2 Die erwarteten gegenwärtigen Kosten der Investitionsentscheidung . . . . .	26
3.3 Das soziale Optimum . . . . .	27
3.4 Die Investitionsentscheidung der Firmen . . . . .	32
3.4.1 Die allgemeine Entscheidungsregel . . . . .	32
3.4.2 Äquivalenz von handelbaren und auktionierten Zertifikaten . . . . .	34
3.4.3 Langfristige Festlegung einer Emissionssteuer . . . . .	35
3.4.4 Langfristige Festlegung der Menge an Emissionszertifikaten . . . . .	38
3.4.5 Langfristige Festlegung eines Emissionsstandards . . . . .	43
3.5 Das Marktgleichgewicht . . . . .	45
3.5.1 Die zweite Stufe . . . . .	45
3.5.2 Die erste Stufe . . . . .	47
3.6 Wohlfahrtsanalyse für marktbasierende Instrumente . . . . .	48
3.6.1 Der Steuer-Fall . . . . .	49
3.6.2 Der Zertifikate-Fall . . . . .	53

---

3.6.3	Die Allokation bei Nicht-Antizipation von Technologie $b$ . . . . .	56
3.7	Die optimale Politik bei Antizipation der neuen Technologien . . . . .	61
3.8	Die effiziente Allokation bei asymmetrischen Firmen . . . . .	67
3.9	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Outputmärkte und Technologieaustausch</b>	<b>73</b>
4.1	Das Modell . . . . .	74
4.2	Das soziale Optimum . . . . .	76
4.3	Das Marktgleichgewicht . . . . .	83
4.3.1	Die zweite Stufe . . . . .	84
4.3.2	Die erste Stufe . . . . .	86
4.4	Marktgleichgewicht versus effiziente Allokation . . . . .	88
4.4.1	Kompetitiver Inputmarkt . . . . .	89
4.4.2	Monopolistischer Inputmarkt . . . . .	90
4.4.3	Myopische Zertifikatpolitik . . . . .	94
4.5	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Optimales Timing der Investitionsentscheidung</b>	<b>101</b>
5.1	Das Grundmodell . . . . .	102
5.1.1	Die Vermeidungskostenfunktion . . . . .	102
5.1.2	Die Dynamik der fortschrittlichen Technologie . . . . .	103
5.2	Eine Option . . . . .	105
5.2.1	Fortsetzungs- und Ausübungsbereiche . . . . .	105
5.2.2	Die Gleichung im Falle des Poisson-Prozess . . . . .	106
5.2.3	Die Gleichung im Falle des Wiener Prozess . . . . .	107
5.2.4	Der Schwellenwert im Falle eines Poisson-Prozesses . . . . .	108
5.2.5	Die Lösung im Falle des Wiener Prozesses . . . . .	109
5.3	Sequentielle Optionen . . . . .	112
5.4	Das soziale Optimum . . . . .	116
5.4.1	Eigenschaften des sozialen Optimums . . . . .	116
5.4.2	Soziales Optimum versus Pigou-Steuer . . . . .	118

5.4.3	Das soziale Optimum im Falle beliebig vieler Investitions-Optionen . . . . .	123
5.5	Die Wirkung umweltpolitischer Instrumente auf das Investitionstiming . . . . .	124
5.5.1	Die Wirkung einer langfristigen Steuerpolitik . . . . .	124
5.5.2	Der Einfluss einer Regulierung mittels eines Emissionsstandards . . . . .	126
5.5.3	Ein Exkurs: Ein analytischer Beweis der Aussagen von van Soest [2005] . . .	128
5.5.4	Zwei-Steuer-Politiken . . . . .	131
5.5.5	Die Wirkung einer stringenteren Politik bei mehreren, sequentiellen Investi- tionen . . . . .	132
5.6	Der Einfluss der Entwicklungsdynamik . . . . .	134
5.7	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	136
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerungen und Perspektiven für die weitere Forschung</b>	<b>139</b>
6.1	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	139
6.2	Wirtschaftspolitische Schlussfolgerungen . . . . .	141
6.3	Perspektiven für die weitere Forschung . . . . .	143
<b>A</b>	<b>Beweise und mathematische Herleitungen</b>	<b>146</b>
A.1	Beweise zu Kapitel 3 . . . . .	146
A.2	Beweise zu Kapitel 4 . . . . .	170
A.3	Beweise zu Kapitel 5 . . . . .	193
A.4	Eindeutigkeit der Lösung im Falle eines Poisson-Prozesses . . . . .	210
A.5	Das deterministische Modell als Grenzfall des stochastischen Modells . . . . .	211
A.6	Erweiterung: Zertifikate und strategisches Timing der Investition . . . . .	211
<b>B</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>215</b>

# Abbildungsverzeichnis

3.1	Sozial optimale Technologie-Allokation in Abhängigkeit von $(F_a, F_b)$ . . . . .	31
3.2	Verlauf des Schwellenpreises und Marktpreises bei keiner oder vollständiger Adoption in der zweiten Stufe. . . . .	41
3.3	Verlauf des Schwellenpreises und Marktpreises bei partieller Adoption in der zweiten Stufe. . . . .	42
3.4	Vergleich der Allokation bei Besteuerung mit der effizienten, wenn $\Delta C_{ab}$ fällt. . . . .	51
3.5	Vergleich der Allokation bei Besteuerung mit der effizienten, wenn $\Delta C_{ab}$ steigt. . . . .	52
3.6	Vergleich der Allokation bei Ausgabe von Zertifikaten mit der effizienten, wenn $\Delta C_{ab}$ fällt. . . . .	56
3.7	Vergleich der Allokation bei Ausgabe von Zertifikaten mit der effizienten, wenn $\Delta C_{ab}$ steigt. . . . .	57
3.8	Vergleich der Allokation bei Besteuerung mit der effizienten, wenn der Regulator nur Technologie $b$ nicht antizipiert. . . . .	58
3.9	Vergleich der effizienten Allokation mit dem Zertifikate-Regime, bei dem sich der Regulator myopisch verhält und Technologie $b$ nicht antizipiert. Möglichkeit 1. . . . .	59
3.10	Vergleich der effizienten Allokation mit dem Zertifikate-Regime, bei dem sich der Regulator myopisch verhält und Technologie $b$ nicht antizipiert. Möglichkeit 2. . . . .	60
3.11	Ex ante Politik mit dynamischen Zeitpunkt. . . . .	63
3.12	Ex post Politik. . . . .	64
4.1	Effiziente Allokation in Abhängigkeit von $(F_a, F_b)$ . . . . .	82
4.2	Das Marktgleichgewicht bei monopolistischem Inputmarkt im Vergleich zur effizien- ten Allokation. . . . .	93

---

4.3	Das Marktgleichgewicht im Vergleich zur effizienten Allokation, wenn der Regulator beide Technologien nicht antizipiert. . . . .	96
4.4	Das Marktgleichgewicht im Vergleich zur effizienten Allokation, wenn der Regulator Technologie $b$ nicht antizipiert. . . . .	97
5.1	Die Abhängigkeit der sozial optimalen und der bei Technologie-abhängiger Politik gewählten Technologie vom Schadensparameter $d$ . . . . .	120
5.2	Regulierung durch einen Standard bei einem Sprungprozess (Links: $\lambda = 1$ , Rechts: $\lambda = 0.001$ ). . . . .	127
5.3	Regulierung durch einen Standard im Wiener Prozess Fall (Links: $\mu = 2$ und $\rho = 1$ , Rechts: $\mu = 0.002$ und $\rho = 0.001$ ). . . . .	128
A.1	Skizzierter Verlauf der Reaktionsfunktionen. . . . .	213

# Kapitel 1

## Einleitung

Seit der Veröffentlichung des Stern-Reports [2006]<sup>1</sup> und der Vorstellung des IPCC-Summaries for Policymakers einige Monate später Anfang 2007 sind der Klimawandel und seine wirtschaftlichen Folgen in den Fokus der breiten Öffentlichkeit geraten. Dadurch wurde die Politik zum Handeln animiert. So sieht die EU-Initiative zur CO<sub>2</sub>-Reduktion vom 09. März 2007 vor, den CO<sub>2</sub>-Ausstoß um 20 Prozent zu senken. Diese ehrgeizigen Ziele sind jedoch nicht erreichbar ohne Fortschritte bei sauberen Produktionstechnologien und ohne Anreize für die Firmen, in diese zu investieren. Dieses zeigt zum Beispiel die MIT-Studie 'The Future of Coal' [2007], welche prognostiziert, dass unabhängig davon, ob und wie stark weltweit der CO<sub>2</sub>-Ausstoß reguliert und die Kernenergie weiter genutzt wird, der Anteil der durch Kohleverbrennung erzeugten Energie in den nächsten Jahrzehnten zunehmen wird. Bekanntlich ist jedoch die Energiegewinnung aus Kohle, insbesondere Braunkohle, die Art der Energiegewinnung, die mit den größten CO<sub>2</sub>-Emissionen verbunden ist. Darüber hinaus werden bei der Kohleverbrennung auch diverse andere Schadstoffe, wie zum Beispiel SO<sub>2</sub>, frei.

Die Voraussagen der MIT-Studie implizieren somit, dass, ermöglicht durch den technischen Fortschritt bei Vermeidungstechnologien, zukünftige Kohlekraftwerke deutlich weniger CO<sub>2</sub> emittieren werden, da in einigen der betrachteten Szenarien unterstellt wurde, dass in Zukunft der CO<sub>2</sub>-Ausstoß in den wichtigsten Industrieländern begrenzt wird. Dieser Fortschritt sowie der Anreiz, diese neuen Technologien zu adoptieren, muss dementsprechend auch durch die Regulierung

---

<sup>1</sup>Der Stern-Report ist in einigen wissenschaftlichen Kreisen höchst umstritten. Tol [2006] zum Beispiel nannte den Report 'alarmistic and incompetent'. Dennoch stimmt Tol wie auch weite Teile der Wissenschaft der Grundthese zu, dass der Klimawandel enorme ökonomische Kosten mit sich bringen wird.

---

der Emissionen induziert werden.

Als Instrumente zur Regulierung kommen dabei eine Pigousche Steuer auf Emissionen, ein Emissionsstandard, wobei dieser entweder in Form eines absoluten Standards oder eines relativen Emissionen/Output-Standard implementiert werden kann, oder die Ausgabe handelbarer Zertifikate in Betracht. In den letzten Jahrzehnten gewann dabei die Ausgabe von handelbaren Zertifikaten mehr und mehr an Bedeutung, insbesondere durch das Kyoto Protokoll im Jahre 1997, in dem ein internationaler Zertifikatehandel als ein Mittel zur Einhaltung der Emissionsziele vereinbart wurde. Gleichwohl wurden diese Vorhaben bislang nur in geringem Umfang umgesetzt. So haben die USA als momentan noch größter CO<sub>2</sub>-Emittent, das Protokoll bis heute nicht ratifiziert, ebenso Australien.

Dabei waren die USA bezüglich handelbarer Emissionszertifikate Vorreiter. Im Jahr 1990 wurde in den Vereinigten Staaten der 'Clean Air Act' verabschiedet. Der so genannte 'Title IV' des Gesetzes beinhaltete die Einrichtung eines Marktes für Schwefeldioxid-Zertifikate. Innerhalb der ersten Phase dieser Verordnung (1995-1999) mussten 263 Kraftwerke, zum größten Teil Kohlekraftwerke, teilnehmen (vergleiche Keohane [2003]). Diese konnten ihre SO<sub>2</sub>-Emissionen entweder durch den Zukauf von Zertifikaten oder durch Vermeidungsmaßnahmen decken. Die beiden wesentlichen Maßnahmen für Kohlekraftwerke, die dabei in Frage kommen, sind die Substitution der bisher eingesetzten stark schwefelhaltigen Kohle durch teurere, schwefelarme Kohle und die Installation so genannter 'Scrubber', einer End-of-the-pipe-Technologie, die die heißen Abgase vom SO<sub>2</sub> reinigt. Es zeigte sich, dass nur 28 Kraftwerke Scrubber installierten. Der Großteil der Kraftwerke verwendete also entweder verstärkt schwefelarme Kohle oder erwarb einfach genügend Zertifikate (siehe Keohane [2003]). In der Realität zeigt sich also, dass nicht alle mittels Zertifikate regulierten Firmen neue Technologie adoptieren. Keohane [2003] ermittelt zudem mit Hilfe seines ökonometrischen Modells, dass die Setzung eines aus Sicht der Gesamtemissionen äquivalenten Standards dazu geführt hätte, dass mehr Firmen Scrubber installiert hätten. Keohane [2002] selbst findet jedoch auch empirische Hinweise dafür, dass handelbare Zertifikate stärkere Anreize zur Adoption sauberer Technologien als ein Standard setzen.

Gagelmann und Frondel [2005] stellen vor dem Hintergrund der anlaufenden ersten Phase des europäischen Zertifikatehandels 2005-2007 sogar die kritische Frage, ob es sich bei den Innovationsanreizen umweltpolitischer Instrumente nicht nur um 'Science Fiction' handelt. Diese recht

---

reißerische Aussage fußt auf den Beobachtungen, die bei bereits bestehenden Systemen und politischen Programmen in den USA wie zum Beispiel dem 'Acid Rain Programm' gemacht und von Gagelmann und Frondel zusammengefasst wurden. Diese zeigen mehrheitlich, dass bisher relativ wenig in neue Technologien investiert wurde. Beide Autoren halten wie Kemp [2000] (S.42) jedoch die Einführung eines Emissionshandels für *eine elegante Lösung des politischen Trade-Off zwischen strengeren Zielen und der Mehrbelastung von Firmen*.

Auch andere umweltpolitische Instrumente, wie Steuern und Standards tauchen in der Realität vielfach auf: Eine Reihe von Ländern, zum Beispiel Dänemark, Frankreich, Japan, Norwegen und Schweden, erheben eine Steuer auf  $\text{SO}_2$ <sup>2</sup>.

In der theoretischen Literatur ist die Frage, welche Instrumente die größten Innovations- beziehungsweise Diffusionsanreize liefern, Gegenstand einer seit langen Jahren geführten Debatte. Als Innovationsanreiz versteht man dabei den (erwarteten) Ertrag, der für ein Unternehmen mit der Durchführung eines Entwicklungsprojekts verbunden ist. Der Ertrag kann dabei sowohl daraus resultieren, dass das Unternehmen durch das Projekt seine Produktionskosten senkt und damit profitabler wird oder sogar zum Alleinanbieter aufsteigt, als auch daraus, dass das Unternehmen diese Technologie lizenziert. Unter einem Adoptions- oder Diffusionsanreiz versteht man hingegen die Kostenersparnis/den Mehrgewinn, die/den ein Unternehmen realisiert, wenn es eine sauberere Technologie erwirbt und nutzt. In gewisser Weise handelt es sich bei Innovations- und Adoptionsanreizen um die zwei Seiten einer Medaille. Der Adoptionsanreiz, also die Zahlungsbereitschaft der marginalen Firma, legt nämlich den Preis fest, den ein Anbieter einer neuen Technologie verlangen kann (vergleiche Requate [2005]). Damit determiniert er im Grunde den Innovationsanreiz. In einigen Modellen führt jede Firma ihr eigenes, individuelles Innovationsprojekt durch. In diesem Fall entspricht der Innovationsanreiz gerade der Zahlungsbereitschaft, die die Firma hätte, wenn sie diese Technologie extern erwerben müsste.

Milliman und Prince [1989] waren die ersten, die verschiedene umweltpolitische Instrumente bezüglich der induzierten Diffusionsanreize in eine Reihenfolge brachten. Sie fanden heraus, dass auktionierte Zertifikate den größten, ein Standard den geringsten Anreiz induziert, Dieses Ergebnis wurde von Jung et al. [1996] bestätigt. Beide Autoren unterstellten dabei, dass ex post alle Firmen die neue Technologie nutzen.

---

<sup>2</sup>Allerdings gibt es keine 'reinen' Steuersysteme: So werden zum Beispiel in den skandinavischen Ländern anderweitige Vermeidungskosten angerechnet (vergleiche Unold [2000]).

---

Empirisch konnte das Ergebnis jedoch in späteren Jahren nicht belegt werden. Zum Beispiel findet Keohane [2003] in seiner oben zitierten Untersuchung Anhaltspunkte dafür, dass ein Standard höhere Anreize setzt.

In den vergangenen Jahren wurde dieses Ranking auch theoretisch in Frage gestellt. Unter anderem Kennedy und Laplante [1999], Feess [2001] und Requate und Unold [2001], [2003] kamen zum Ergebnis, dass eine Emissionssteuer die größten Anreize induziert, wohingegen bei einer Regulierung mittels eines Standards oder zugeteilten Zertifikaten die Anreize zur Technologieadoption am niedrigsten sind. Diese Veränderung des Rankings ist bei allen Arbeiten darauf zurückzuführen, dass die Veränderung der Anreize, die sich ergibt, wenn eine Zahl an Firmen die neue Technologie bereits adoptiert hat, berücksichtigt wurde. Zudem konnten zum Beispiel Requate und Unold [2003] zeigen, dass ein Regulator, der die neue Technologie antizipiert und zum Beispiel die Menge der herausgegebenen Zertifikate optimal anpasst, erreicht, dass die gesellschaftlich optimale Anzahl an Firmen in die neue Technologie investiert. Montero [2002a] hat zudem gezeigt, dass Marktmacht auf dem Zertifikatemarkt bewirken kann, dass ein Standard sogar stärkere Anreize induziert als auktionierte Zertifikate.

Alle diese Arbeiten beschränken sich darauf, nur eine Technologie zu betrachten. Die Tatsache, dass in absehbarer Zukunft eine effizientere Technologie zur Verfügung steht, könnte jedoch einen entscheidenden Einfluss auf die Investitionsentscheidung haben, da zum Beispiel die Nachrüstung eines Kraftwerks mit einer Vermeidungstechnologie mit erheblichen Kosten verbunden und daher langfristiger Natur ist. Es könnte somit aus Sicht einiger Kraftwerksbetreiber optimal sein, für einen gewissen Zeitraum Zertifikate zu erwerben oder andere Maßnahmen zur Emissionsreduzierung, zum Beispiel einen Umstieg auf schwefelarme Kohle um  $\text{SO}_2$ -Emissionen zu reduzieren, durchzuführen, um später eine effizientere Technologie zu erwerben.

Zudem sind End-of-the-pipe Technologien zur Reduzierung der  $\text{CO}_2$ -Emissionen noch in der Entwicklungsphase (vergleiche MIT [2007]). Es ist ebenfalls vorstellbar, dass zunächst nur ein Teil der Anlagen mit einer solchen Technologie ausgestattet wird, während bei anderen Anlagen später investiert wird. Bei dieser Art der Entscheidung spielt das Konzept des realen Optionswerts eine zentrale Rolle, auf das wir nachfolgend kurz eingehen wollen.

In jedem Zeitpunkt des Lebens besitzen wir Optionen. Zum Beispiel die Option unsere Anstellung zu kündigen, um eine Neue zu suchen, aber auch einfach die Option, nichts zu tun. Wenn wir

---

uns entscheiden, eine Option auszuüben, so tun wir dies, wenn wir eine gewisse Rationalität bei der Entscheidung unterstellen, weil uns der Verzicht darauf, also das 'Halten' der Option, unser Einschätzung nach weniger nützt, als die Ausübung. Diese Optionen können dabei verschiedenster Natur sein. Manche Optionen, wie die Option ein Angebot anzunehmen, sind befristeter Natur und verfallen, wenn wir sie nicht ausüben. Andere Optionen sind dadurch charakterisiert, dass es sich im Prinzip lohnt, sie jederzeit auszuüben, sich aber die Frage stellt, wann wir es tun wollen.

Der wirtschaftswissenschaftliche Begriff der Option tauchte zunächst vor allem in der finanzwirtschaftlichen und finanzmathematischen Literatur auf. Dabei war vor allem die Frage von Interesse, welchen Preis eine Institution, die einen Optionsschein herausgibt, für diesen verlangen sollte, also wie eine Option zu bewerten ist. Bahnbrechend war dabei die Arbeit von Black und Scholes [1973], in der die Bewertungsformel für sogenannte europäische Calls unter Annahme perfekter Märkte ohne Arbitragemöglichkeit entwickelt wurde. Eine europäische Option ist dabei ein Ausübungsrecht, das dem Inhaber erlaubt, zu einem ex ante festgelegten Zeitpunkt (Ausübungszeitpunkt) zu einem festgelegten Preis (Ausübungspreis) ein Wertpapier zu kaufen (Call) oder zu verkaufen (Put).

Neben den europäischen Optionen gibt es eine Vielfalt an anderen, meist sehr speziellen Derivaten (vergleiche zum Beispiel Irle [2003]). Für die Theorie des realen Optionswerts ist dabei vor allem die amerikanische Option von Interesse. Der Inhaber einer solchen Option hat das Recht, innerhalb einer vorgegebenen Laufzeit jederzeit diese Option zu den vereinbarten Konditionen auszuüben, also zum Beispiel eine Aktie zu einem festgelegten Kurs zu kaufen (amerikanischer Call). Um eine solche Option zu bewerten, muss damit die optimale Ausübungsstrategie bestimmt werden (Lund [1991], Dixit and Pindyck [1994]).

Die Theorie des realen Optionswerts überträgt diese Konzepte auf realwirtschaftliches Handeln. Dies sei an zwei Beispielen illustriert.

Als erstes Beispiel wollen wir die Managementstrategie eines Kraftwerks als Abfolge europäischer Optionen darstellen und illustrieren, welche Auswirkungen das auf die Bewertung des Kraftwerks und damit die Investitionsentscheidung eines Energieversorgers haben kann (vergleiche dazu Frayer and Uludere [2001]). Dazu unterstellen wir vereinfachend, dass der Manager jede Periode die Option hat, das Kraftwerk produzieren oder nicht produzieren zu lassen. In beiden Fällen ist die Entscheidung nicht widerrufbar und im Falle der Entscheidung, das Kraftwerk produzieren zu lassen, ist sie verbunden mit festen Kosten, die zum Beispiel aus der Beschaffung des Brennstoffs resultieren.

---

Die Strategie des Managers entspricht also einer Abfolge von Optionen, die jeweils eine Laufzeit von einer Periode haben. Unsicherheiten können dabei sowohl auf der Einnahmeseite bezüglich des Strompreises als auch auf der Ausgabenseite bezüglich des Preises für Gas und Kohle auftreten. Wenn man auf diese Art und Weise die Möglichkeit des Management berücksichtigt, so ändert sich die Bewertung eines Kraftwerkprojekts im Vergleich zu dem Wert, der bei Anwendung der Methode des erwarteten gegenwärtigen Nettowerts ergibt, dramatisch. Bei der letztgenannten Methode wird für jede Periode der erwartete Ertrag berechnet, wobei angenommen wird, dass das Kraftwerk produziert, und diese Erträge dann abdiskontiert aufaddiert. Frayer and Uludere [2001] zeigen, dass der Wert eines flexibleren Gaskraftwerks gegenüber dem eines an sich billigeren Kohlekraftwerk dramatisch ansteigen kann, wenn man bei der Bewertung diese Optionen berücksichtigt.

Für diese Arbeit ist das zweite Beispiel zentral: Die Bewertung eines Investitionsprojekts, bei dem der Entscheider eine große, langfristige Investition tätigt und den dafür optimalen Zeitpunkt wählt. Es kann aus vielen Gründen optimal sein, nicht sofort zu investieren: So kann es bei Unsicherheit bezüglich des Outputpreises sinnvoll sein, eine Investition, die getätigt werden muss, um in den Markt einzutreten (vergleiche Dixit [1989]) aufzuschieben, wenn der Preis niedrig, ein Preisanstieg aber zu erwarten ist. Es ist unmittelbar klar, dass sich der Wert des Projekts erhöht, wenn die Möglichkeit besteht, den Zeitpunkt des Eintritts (optimal) festzulegen.

Analog verändert sich die Bewertung eines Investitionsprojekts, das den Erwerb einer neuen Produktionstechnologie beinhaltet, wenn man diese Option berücksichtigt: Investiert das Unternehmen nicht sofort (vergleiche zum Beispiel Farzin [1998], Huisman [2001], Bulte und van Soest [2001]), sondern wartet es, so besteht die Möglichkeit, eine bessere Technologie zu adoptieren. Dabei ist der optimale Zeitpunkt dadurch charakterisiert, dass die Auszahlung, die aus der Investition resultiert, dem Wert der Option, der bei 'fairer Bewertung' genau den Nutzen der zukünftigen Möglichkeiten widerspiegelt, entspricht. Die Methodik, um diesen Wert zu bestimmen, entspricht der Methodik, die für die Bewertung finanzieller Optionen entwickelt wurde (vergleiche Lund [1991], Dixit und Pyndick [1994]).

In unserem Beispiel handelt es sich bei der Produktionstechnologie, in die investiert werden soll, um eine sauberere Technologie. Die Anreize, diese zu adoptieren, werden dabei durch ein umweltpolitisches Instrument induziert. Daher ist es klar, dass die Berücksichtigung zukünftiger Verbesserungen der Technologie und der Option, auf diese zu warten, eine Auswirkung auf die

---

optimale Umweltpolitik hat. Umgekehrt hat die Setzung und Art des Instruments einen Einfluss auf die Bewertung des Investitionsprojekts, wobei die Art des Einflusses auf das Investitionsverhalten ex ante nicht klar ist: Betrachten wir beispielsweise eine langfristig konstante Steuer, so führt deren Erhöhung auf der einen Seite ceteris paribus zu höheren Kosten vor dem Zeitpunkt der Investition, auf der anderen Seite aber ceteris paribus auch zu höheren Kosten nach der Investition. Der erste Effekt induziert einen Anreiz, früher zu investieren, der zweite Effekt hingegen induziert, auf eine bessere Technologie zu warten und später zu investieren. Es stellt sich also die Frage, welcher der beiden Effekte dominiert. Van Soest [2005] kam mittels Betrachtung numerischer Beispiele zu dem Ergebnis, dass das Unternehmen später investieren wird. In dieser Arbeit sollen diese Ergebnisse aufgegriffen und ihre Allgemeingültigkeit überprüft werden.

Wenn wir nur zwei neue Technologien unterstellen, vereinfacht sich die Frage darauf, ob die Firmen in die erste neue Technologie investieren oder auf die Zweite warten. Sind die Anreize dynamisch<sup>3</sup>, wie es bei Zertifikaten der Fall ist, so verändert sich auch der Optionswert. Daher stellt sich sowohl die Frage, ob im Gleichgewicht verschiedene Firmen verschiedene Technologien adoptieren werden, als auch die Frage, ob dies gesamtwirtschaftlich effizient sein kann. Aus Sicht des Staats ist es zudem von Interesse, ob sich die effiziente Allokation wie im Fall einer neuen Technologie (vergleiche Requate und Unold [2003]) durch Anpassung der Instrumente erreichen lässt.

Diese Fragestellungen sollen in der nachfolgenden Arbeit analysiert und, soweit dies möglich ist, theoretisch beantwortet werden.

Die Arbeit ist dabei wie folgt organisiert: Im nachfolgenden zweiten Kapitel soll ein Überblick über die bisherige Literatur, die sich mit durch umweltpolitische Instrumente induzierten Innovations- und Diffusionsanreizen und realen Optionswerten beschäftigt, gegeben werden. Im dritten Kapitel wird das Grundmodell vorgestellt, dass in einem Kostenminimierungsmodell eine Entweder-Oder-Entscheidung zwischen zwei neuen Technologien bei unsicherem Verfügbarkeitszeitpunkt der zweiten Technologie studiert. Im vierten Kapitel soll dieses Modell erweitert werden, indem wir zum einen einen Outputmarkt modellieren, zum anderen zulassen, dass Firmen auch nacheinander beide Technologien adoptieren können. Im fünften Kapitel betrachten wir sowohl eine Sequenz aufeinander folgender Technologien, welche wir mit Hilfe eines Poisson-Prozesses mo-

---

<sup>3</sup>Das heißt, der Preis der Emission sinkt, je mehr Firmen bereits investiert haben.

dellieren, als auch einen stetigen, aber stochastischen Fortschritt, welchen wir mittels eines Wiener Prozesses modellieren. Dabei sollen die Fragen beantwortet werden, wie umweltpolitische Instrumente das Timing der Investition einer einzelnen Firma beeinflusst, und wie das effiziente Timing der Investitionen einer Industrie bestehend aus  $n$  Firmen generell aussieht. Im sechsten Kapitel sollen die Ergebnisse zusammengefasst werden. Darauf aufbauend werden zum einen wirtschaftspolitische Schlussfolgerungen gezogen, zum anderen sollen die Perspektiven und Möglichkeiten für die weitere Forschung illustriert werden. Im Anhang finden sich die mathematischen Beweise der Aussagen (Abschnitte A.1 - A.3), eine kurze Darstellung der Bedingungen, unter denen die Lösung in einem Poisson-Prozess-Modell eindeutig ist (Abschnitt A.4), eine Darstellung des Zusammenhangs zwischen dem deterministischen und dem stochastischen Modell im fünften Kapitel (Abschnitt A.5), sowie eine Erweiterung des Modell im fünften Kapitel, die strategisches Verhalten bezüglich des Investitionszeitpunkts berücksichtigt (Abschnitt A.6).

# Kapitel 2

## Literaturübersicht

### 2.1 Innovations- und Diffusionsanreize durch umweltpolitische Instrumente

In einer frühen Arbeit untersuchte Magat [1978] sowohl mit Hilfe eines statischen als auch eines dynamischen Modells die Auswirkungen, die eine Emissionssteuer und ein Emissionsstandard auf eine verschmutzende Firma hat, wenn diese die Möglichkeit besitzt, ihre Technologie sowohl bezüglich der Emissionen als auch bezüglich der Produktivität weiter zu entwickeln. Magats Arbeit berücksichtigt damit also die Richtung des technischen Fortschritts. Er kommt zu dem Ergebnis, dass es zwischen einer Steuer und einem Standard aufgrund ihrer statischen Äquivalenz kurzfristig keinen Unterschied gibt. Hingegen ist unbestimmt, welches Instrument langfristig die größeren R&D - Anreize induziert. Allerdings können bei einer langfristig konstanten Steuer die Emissionen pro Outputeinheit sogar ansteigen.

Als Erste versuchten Downing und White [1986] ein Ranking aller Instrumente zu erstellen. Downing und White analysieren dazu mittels einer grafischen Analyse die Kostenersparnisse einer neuen Technologie bei unterschiedlichen Regulierungsszenarien. Die Autoren kommen dabei zu dem Ergebnis, dass ein optimaler Anreiz nur dann von den marktbasierteren Instrumenten, also Steuern, Subventionen und Zertifikaten, ausgeübt wird, wenn die Grenzvermeidungskosten der neuen Technologie den Grenzvermeidungskosten der alten Technologie entspricht. Ist das nicht der Fall, so ist der Anreiz bei Steuern immer ineffizient hoch, und zwar unabhängig davon, ob der Regulator sein Niveau anpasst oder nicht. Bei Subventionen und Zertifikaten ist dieser entweder zu gering, oder es

---

ist unbestimmt, ob dieser größer oder kleiner ist. Ein Standard induziert in allen Fällen einen zu geringen Anreiz. Wiederum mit Hilfe einer grafischen Analyse des Innovationsanreizes einer einzelnen Firma ergänzte Malueg [1989], dass handelbare Zertifikate nicht immer einen größeren Anreiz als ein Standard induzieren. Vielmehr hängt es von der Stellung der Firma auf dem Zertifikatemarkt ab, ob der Anreiz größer ist oder nicht. Ist die Firma ein Nettokäufer, so ist der Innovationsanreiz bei handelbaren Zertifikaten geringer als bei einem Standard.

Im gleichen Jahr veröffentlichten Milliman und Prince [1989] einen Beitrag, in welchem sie ein Ranking von fünf unterschiedlichen Instrumenten bezüglich der induzierten Innovations- und Diffusionsanreize erstellten. Betrachtet wurden dabei eine Emissionssteuer, eine Subvention, ein Standard und auktionierte sowie zugeteilte handelbare Zertifikate. Millimans und Princes Arbeit beschränkt sich dabei wie die beiden vorherigen Artikel im Wesentlichen auf eine grafische komparative Statik. Im Gegensatz zu Downing und White betrachten sie allerdings explizit eine Industrie, die aus mehreren Firmen besteht, wobei sie unterstellen, dass alle Firmen die Technologie adoptieren und die Anzahl der Firmen exogen ist. Milliman und Prince ignorieren damit sowohl die Möglichkeit, dass nur ein Teil der Industrie die neue Technologie adoptiert, als auch die Möglichkeit, dass es zu Ein- und Austritten von Firmen kommt. Nach Milliman und Prince induzieren auktionierte Zertifikate den höchsten Diffusionsanreiz, gefolgt von der Steuer und der Subvention, die in dieser Hinsicht gleichwertig sind. In Hinblick auf zugeteilte Zertifikate und den Emissionsstandard sind die Ergebnisse nicht in allen Fällen eindeutig, im Gesamtergebnis induzieren jedoch die zugeteilten Zertifikate den größeren Anreiz.

Marin [1991] kritisierte die Annahmen von Milliman und Prince. Seiner Meinung nach blendet die Annahme homogener Firmen einen wichtigen Aspekt aus, der für Zertifikate sprechen würde. Zudem zeigt sich Marin skeptisch bezüglich der Überlegenheit auktionierter Zertifikate. Seine Zweifel begründet er mit möglichen Kosten und Ineffizienzen des Auktionsmechanismus, sowie mit dem Anreiz der Firmen, bei einer Auktion ihre wahre Zahlungsbereitschaft zu verschleiern. Deswegen, so Marin, sei es auch nicht sicher, ob bei auktionierten Zertifikaten nach der Adoption einer neuen Technologie der Zertifikatpreis überhaupt sinken würde. Weiterhin weist Marin darauf hin, dass Marktmacht von verschmutzenden Unternehmen bei einer Regulierung mittels zugeteilten Zertifikaten die Anreize verzerren könnte. Allerdings wird Marins Kritik nicht durch ein Modell untermauert. In ihrer Antwort legen Milliman und Prince [1991] da, dass sich bei heterogenen Firmen das Ran-

---

king im Prinzip nicht ändern würde. Zwar sei bei einem Standard der Einfluss der Heterogenität auf die Anreize unbestimmt, auktionierte Zertifikate und die Steuer beziehungsweise die Subvention würden aber auch in diesem Fall die größten Diffusionsanreize induzieren.

Requate [1995] hebt gleich zwei Annahmen auf, die Milliman und Prince treffen, indem er eine kompetitive Industrie, die aus Firmen mit konventioneller und mit neuer Technologie bestehen kann, betrachtet und freien Zugang zum Markt erlaubt. Zudem berücksichtigt er den Outputmarkt. Requate zeigt, dass eine langfristige Steuerpolitik dazu führt, dass entweder nur konventionelle oder innovative Firmen produzieren, wohingegen bei Ausgabe von Zertifikaten für ein Intervall an Zertifikatemenen beide Typen von Firmen im Markt auftreten. In Abhängigkeit von einem Parameter, der die Bedeutung des sozialen Schadens widerspiegelt, kann es für beide Instrumente sowohl dazu kommen, dass sich zu viele innovative Firmen im Markt befinden, als auch dazu, dass zu wenige innovative Firmen produzieren. Aus dieser Sicht kann beides der Fall sein: Das Zertifikate höhere als auch niedrigere Innovationsanreize als eine Steuer induzieren. Zudem zeigt Requate, dass im Allgemeinen weder Zertifikate noch die Steuer zu der effizienten Allokation führen.

Biglaiser et al. [1995] vergleichen Zertifikate und Steuern in einem einfachen, dynamischen Modell, in dem es den Firmen möglich ist, intertemporär einen Kapitalstock an Vermeidungstechnologie aufzubauen. Sie unterstellen einen Flow Pollutant mit konstanten Grenzscha-den und zeigen, dass Zertifikate, im Gegensatz zu Steuern, nicht zeitkonsistent sind, wenn keine Ex-ante-Festlegung der Zertifikatepolitik möglich ist.

Biglaiser und Horowitz [1995] wiederum betrachten ein einfaches  $n$ -Firmen Modell mit kompetitiven Outputmarkt und linearer Schadensfunktion. Jede Firma kann ein Entwicklungsprojekt durchführen, wobei die Effektivität der entwickelten Technologie ex ante unbekannt und stochastisch ist. Die Autoren zeigen, dass eine Ex-post-Steuer die effizienten Output- und Emissionsniveaus implementiert, wenn diese auf das Niveau des effizienten Grenzscha-dens gesetzt wird, und die Politik durch folgende Vorschrift ergänzt wird: Alle Firmen müssen bei gegebener F&E-Entscheidung der Firmen die Technologie mit der höchsten Effizienz adoptieren, sofern die von ihnen selbst entwickelte Technologie unterhalb eines gewissen Technologiestandards liegt. Um zu erreichen, dass die effiziente Zahl an Firmen ein F&E-Projekt durchführt, schlagen Biglaiser und Horowitz zudem eine Subvention oder einen Preis für die beste Innovation vor. Da Biglaiser und Horowitz im Wesentlichen nur eine Steuer untersuchen, liefert der Beitrag jedoch keine Erkenntnisse

---

bezüglich des Rankings der Instrumente.

Im gleichen Jahr untersuchte Perry [1995] die Wirkung einer Emissionssteuer auf ein Patentrennen bezüglich einer saubereren Technologie und auf die Innovationstätigkeit eines Monopolisten, wobei er die Möglichkeit einer Imitation der Technologie berücksichtigt. Er kommt zu dem Ergebnis, dass die optimale Steuer je nach Szenario oberhalb oder unterhalb des Grenzschadensniveaus liegen kann. Allerdings liefert auch Perry keine neuen Erkenntnisse bezüglich des Rankings, da er sich nur auf die Steuer konzentriert.

Jung et al. [1996] bestätigten ein Jahr später das Ranking von Milliman und Prince, indem sie den Ansatz von Milliman und Prince formal auf heterogene Firmen ausweiteten. Damit entsprechen sie Marins [1991] Kritik. Die Autoren zeigen, dass auktionierte Zertifikate die größten Anreize induzieren, gefolgt von Steuern und Subventionen, die sich wiederum diesbezüglich als gleichwertig erweisen. An dritter Stelle folgen zugeteilte Zertifikate. Die geringsten Anreize induziert ein differenzierter Standard.

Laffont und Tirole [1996a], [1996b] wählen einen etwas anderen Zugang. Laffont und Tirole [1996a] betrachten ein Zwei-Perioden-Spiel, bei dem jede Firma in der ersten Periode in eine emissionsfreie Alternativtechnologie investieren kann, dabei aber nicht weiß, ob sich die Technologie wirklich auszahlen wird, da sie nicht den zukünftigen Wert des von ihr produzierten Gutes kennt. Ohne die neue Technologie produziert die Firma dieses Gut auf Kosten einer Einheit Verschmutzung. Jede Firma kennt allerdings die bedingte Verteilung des zukünftigen Werts des Guts. Diese ist derart, dass ein hoher Wert des Guts um so wahrscheinlicher wird, je höher der Wert bereits in der ersten Periode ist. Mit Hilfe dieses Ansatzes untersuchen die Autoren die Investitionsanreize, die ein Zertifikatehandel induziert. Sie kommen dabei zu dem Ergebnis, dass eine Zertifikatepolitik im Allgemeinen nicht zeitkonsistent ist. Zudem hat der Regulator einen Anreiz, die Politik so zu wählen, dass der Preis einer Einheit Emissionen in der zweiten Periode sinkt, um den Anreiz zur Innovation abzuschwächen. Dieses Ergebnis ist damit zu begründen, dass Laffont und Tirole den Erwerb von Zertifikaten und die Durchführung eines Innovationsprojekts quasi als Substitute sehen. Jede Firma kann also entweder Innovator sein, wodurch sie in der zweiten Periode aus dem Zertifikatehandel ausscheidet, oder die Firma verzichtet auf die Durchführung des Projekts und nimmt dann in der zweiten Periode am Handel teil. Dementsprechend ist es das Ziel des Regulators, es zu vermeiden, dass ineffizient viele Firmen das Innovationsprojekt durchführen. Das wäre aber zum

---

Beispiel der Fall, wenn der Regulator ex ante in beiden Perioden die Marktpreise für Emissionen auf das gleiche Niveau festlegen würde, was de facto einer langfristigen Steuerpolitik entspräche. Aus Sicht von Laffont und Tirole [1996a] führen Zertifikate, die auf einem Spot Markt gehandelt werden, somit zu einer Überinvestition. Allerdings liefern die gleichen Autoren in Laffont und Tirole [1996b] auch Argumente dafür, dass ein Zertifikatehandel Innovation verhindern kann, da es sich um eine 'konkurrierende Technologie'<sup>4</sup> handelt. Dazu betrachten sie einen einzelnen Innovator, der seine Technologie lizenziert. In diesem Fall kommt es aber zu keiner Innovation, wenn die Zertifikate auf einem Spot Markt verkauft werden, da der Innovator den Zertifikatepreis mit dem Preis für die Lizenz unterbieten würde. Dadurch drückt er den Zertifikatepreis effektiv auf Null, wodurch aber auch der Innovationsanreiz wegfällt. In beiden Beiträgen stellen die Autoren Lösungsansätze vor, die auf der Theorie des 'Mechanism Design' beruhen.

In Hinblick auf die Auswirkungen einer Steuerpolitik ist die Arbeit von Requate [1997] zu erwähnen. Dieser beschäftigt sich schwerpunktmäßig mit der Setzung einer Emissionssteuer im Cournot-Oligopol bei endogener Firmenanzahl. Dabei zeigt er, dass es nur einen Steuersatz geben kann, bei dem sowohl Firmen mit neuer als auch alter Technologie produzieren. Ansonsten wird die neue Technologie entweder nicht eingeführt, oder die konventionellen Firmen werden verdrängt.

Requate [1998] betrachtet nicht nur eine Emissionssteuer als Instrument zur Regulierung, sondern auch die Ausgabe von Zertifikaten. In seinem Modell unterstellt er dabei eine Industrie bestehend aus endlich vielen Firmen und einem Innovator, die auf dem Outputmarkt im Bertrand-Wettbewerb miteinander stehen. Der Innovator verfügt über eine sauberere Technologie, die zwar weniger Emissionen pro Einheit Output verursacht, zugleich aber auch höhere konstante Grenzkosten der Produktion aufweist. Requate zeigt, dass eine unveränderte Steuer dazu führen kann, dass der Innovator alleine den Markt bedient, obwohl es effizient wäre, dass ein Teil des Markts von den Firmen mit der alten Technologie bedient wird. Dadurch kann die Wohlfahrt sogar sinken. Bei einer Regulierung mittels Zertifikaten kann hingegen das Gegenteil der Fall sein: Der Wert der Innovation<sup>5</sup> ist aus Sicht des Innovators gleich Null, obwohl es effizient wäre, dass ein Teil oder sogar der ganze Output mit der sauberen Technologie hergestellt wird. Generell ist es jedoch unbestimmt, ob der Wert der Innovation bei einer Steuerpolitik oder bei einer Zertifikatepolitik höher ist. Als zentrales Resultat zeigt Requate, dass abhängig vom Schadensparameter, der die soziale

---

<sup>4</sup>Laffont und Tirole [1996b], S.139

<sup>5</sup>I.e. die Kosten, die er bereit wäre, für die Innovation zu zahlen.

---

Bedeutung des Umweltproblems widerspiegelt, sowohl das eine als auch das andere der Fall sein kann. Requates Arbeit belegte also, dass das Ranking von Milliman und Prince nicht allgemein gültig sein kann. Ein interessanter Aspekt, der bereits in Requate [1995] angesprochen wurde, ist die Tatsache, dass anders als bei Zertifikaten bei einer Steuer die Einführung der neuen Technologie zu Wohlfahrtsverlusten führen kann.

Im gleichen Jahr veröffentlichte Perry [1998] ein Modell, mit Hilfe dessen er die R&D-Anreize, die eine Steuer, Zertifikate und ein relativer Standard induzieren, untersucht. Dazu betrachtet er zwei Sektoren, in denen jeweils eine große Zahl an Firmen existiert: Einen verschmutzenden Produktionssektor, der die neue Technologie adoptiert, und einen R&D-Sektor, in dem die Firmen um das Patent der neuen Technologie konkurrieren. Des Weiteren berücksichtigt er wie Perry [1995] die Möglichkeit einer Imitation der Technologie, wodurch der Ertrag des Patenthalters gemindert wird. Indem er konkrete funktionale Formen unterstellt, kommt Perry zu dem Ergebnis, dass die Steuer jeweils höhere R&D-Anreize induziert als Zertifikate oder ein relativer Standard, sofern eine Ex-Post-Anpassung des Niveaus der Instrumente nicht möglich ist. Die Unterschiede zwischen den Anreizen, so Perry, hängen dabei entscheidend von der Größe der Innovation ab. Je größer die Innovation ist, desto größer sind auch die Unterschiede. Ist eine Ex-Post-Anpassung hingegen möglich, so werden laut Perry die Unterschiede zwischen den Instrumenten mehr oder weniger eliminiert.

Kennedy und Laplante [1999] heben die Annahme auf, dass alle Firmen investieren, und untersuchten die Zeitkonsistenz einer Zertifikate- und einer Steuerpolitik. Dabei betrachten sie sowohl eine einzelne Firma, endlich viele Firmen und ein Kontinuum an Firmen. Zudem unterscheiden die Autoren zwischen einer Schadensfunktion mit konstantem Grenzscha den und einer streng konvexen Schadensfunktion. Sie unterstellen zudem, dass der Regulator die neue Technologie antizipiert und das Niveau des gewählten Instruments anpasst. Ist die Schadensfunktion strikt konvex, so ist eine Emissionssteuer, die ex ante auf das effiziente Niveau unter Berücksichtigung der neuen Technologie gesetzt wird, bei endlich vielen Firmen in diesem Modell nicht zeitkonsistent, da auch dann alle Firmen investieren, wenn nur partielle Adoption effizient wäre. Eine Zeitkonsistenz ist hingegen nur bei linearem Schaden gegeben, da es in diesem Fall effizient ist, dass entweder jede oder keine Firma investiert. Eine ex post Anpassung versagt bei endlich vielen Firmen in Kennedy und Laplantes Modell, da die Firmen in diesem Fall den Steuersatz strategisch beeinflussen. Unterstellt

---

man hingegen ein Kontinuum an Firmen, so ist die Steuerpolitik bei ex post Anpassung zeitkonsistent, da nun der strategische Effekt wegfällt. Des Weiteren zeigen Kennedy und Laplante, dass eine Regulierung mittels Ausgabe von Zertifikaten im Allgemeinen ebenfalls nur zeitkonsistent ist, wenn die Schadensfunktion linear ist. Ist die Schadensfunktion streng konvex, so ist diese Art der Regulierung nur zeitkonsistent, wenn es ein Kontinuum an Firmen gibt, und die Firmen so keinen Einfluss auf den Marktpreis nehmen können. Zudem zeigen Kennedy und Laplante, dass eine Zertifikatepolitik tendenziell zu Unterinvestitionen und eine Steuerpolitik tendenziell zu Überinvestitionen führt. Auch wenn die Autoren kein explizites Ranking bezüglich der durch die Instrumente induzierten Anreize erstellen, widerlegen sie implizit das bisherige Ranking. Auch weisen Kennedy und Laplante darauf hin, dass auktionierte und zugeteilte handelbare Zertifikate äquivalent sind, wenn man die Annahme aufhebt, dass alle Firmen investieren. Allerdings vertiefen sie diese Aspekt nicht weiter.

Denicolò [1999a] geht anhand eines einfachen Innovationsanreiz-Modells mit Patentierung in der Tradition von Arrow [1962] und Dasgupta und Stiglitz [1980] schwerpunktmäßig auf das Timing der Politik ein. Dabei betrachtet er nur die Ausgabe von Zertifikaten und eine Steuer. Kündigt der Regulator ex ante nicht an, auf welches Niveau er sein Instrument setzt, was bedeutet, dass er sein Instrument ex post optimal anpasst, so sind nach Denicolò die Steuer und die Ausgabe von Zertifikaten äquivalent. Im Falle einer Ankündigung der Politik (*Ex Ante Commitment*) ist eine Steuerpolitik besser als eine Zertifikatepolitik, wenn der Schaden, der durch die Emissionen verursacht wird, klein ist. Ist er groß, so ist eine Zertifikatepolitik besser.

Im gleichen Jahr studierten Gersbach und Glazer [1999], inwieweit bei einer Zertifikatepolitik ein Hold-up Problem im Zusammenhang mit technologischem Fortschritt vermieden werden kann. Sie kommen zum Ergebnis, dass die effiziente Lösung unter gewissen Voraussetzungen implementierbar ist.

Montero [2002a] stellt ebenfalls das Ranking von Milliman und Prince in Frage. In einem Zwei-Firmen-Modell betrachtet er insgesamt vier verschiedene Instrumente: Einen relativen Standard bezüglich des Input/Outputverhältnisses, einen absoluten Standard, sowie zugeteilte und auktionierte Zertifikate. Außerdem berücksichtigt er eventuelles strategisches Verhalten der Firmen auf dem Output- und dem Zertifikatemarkt. Dieses strategische Verhalten aber, so Montero, ist der Grund, warum ein absoluter Standard unter Umständen sogar höhere R&D-Anreize als auktionier-

---

te Zertifikate induziert. Sind beide Märkte nicht kompetitiv, so induziert der Standard stärkere Anreize als zugeteilte Zertifikate, und diese induzieren wiederum mehr Anreize als auktionierte Zertifikate. Der Grund dafür ist, dass bei einer Regulierung mittels Ausgabe von handelbaren Zertifikaten der Konkurrent des Innovators ebenfalls durch das Absinken des Zertifikatpreises profitiert, und zwar zunächst unabhängig davon, ob die Zertifikate auktioniert oder zugeteilt werden. Das wird aber von den Firmen bei ihrer Entscheidung strategisch berücksichtigt, wobei die Stärke dieses Effekts davon beeinflusst wird, ob die Zertifikate auktioniert oder zugeteilt werden. Bei einem Standard profitiert hingegen nur die innovative Firma. Dieser direkte Effekt ist bei einem absoluten Standard genauso groß wie für Zertifikate. Für einen relativen Standard zeigt Montero, dass dieser kleiner ist. Ist der Zertifikatemarkt hingegen kompetitiv, so sind auktionierte und zugeteilte Zertifikate äquivalent. Ist zudem auch der Outputmarkt kompetitiv, so ergibt sich für symmetrische Firmen und einen uniformen absoluten Standard, dass der R&D-Anreiz genauso groß ist wie bei Zertifikaten. Bei einem nicht-kompetitiven Outputmarkt induziert der Standard hingegen größere Anreize. Ein relativer Standard kann in allen Fällen größere, aber auch kleinere Anreize induzieren als ein absoluter Standard.

Montero [2002b] betrachtet ebenfalls ein Zwei-Firmen-Modell, wobei der Fokus des Modells auf dem Spillover-Effekt bezüglich der Entwicklung der neuen Technologie liegt. Die beiden Firmen können in dem Modell sowohl im Cournot- als auch im Bertrand-Wettbewerb stehen. Des Weiteren betrachtet Montero neben zugeteilten und auktionierten Zertifikaten als Instrumente noch eine Steuer und einen Standard. Im Falle eines Cournot-Wettbewerb zeigt Montero, dass auktionierte Zertifikate größere R&D-Anreize induzieren als zugeteilte Zertifikate. Allerdings ist das Ranking bezüglich der auktionierten Zertifikate, der Steuer und dem Standard unbestimmt. Im Falle eines Bertrand-Wettbewerbs ist das Ranking hingegen eindeutiger: (i) Steuer, (ii) Standard, (iii) zugeteilte Zertifikate. Es ist allerdings unklar, ob auktionierte Zertifikate einen größeren, kleineren oder den gleichen R&D-Anreiz induzieren wie eine Steuer. Nichtsdestotrotz relativieren die beiden Beiträge Monteros implizit das Ranking von Milliman und Prince.

Im gleichen Jahr analysieren Dijkstra und van Soest [2002] den Einfluss von Unsicherheit bezüglich des Grenzschatens auf die Investitionsentscheidung von Firmen, wenn diese unumkehrbar ist. In ihrem Zwei-Perioden-Modell untersuchen sie sowohl eine Steuer als auch Zertifikate. Im Wesentlichen betrachten sie dabei den Effekt, den der Anstieg der niedrigeren Schätzung des

---

Grenzschadens hat. Dabei kommen sie zu dem Ergebnis, dass bei einer homogenen Industrie sowohl die Steuer als auch der Zertifikatepreis in der ersten Periode sinkt.

Phaneuf und Requates [2002] Beitrag im gleichen Jahr thematisiert den Einfluss, den das Banking von Zertifikaten, also die Möglichkeit, nicht verbrauchte Zertifikate zu einem späteren Zeitpunkt einzusetzen, auf die Investitionsentscheidung hat. Die Autoren zeigen, dass die Möglichkeit des Bankings den Anreiz zu investieren reduziert und damit zu ineffizient geringen Investitionen führt.

Ebenfalls auf die Unterschiede zwischen einer Zertifikate- und einer Steuerpolitik zielt Zhao [2003] ab. Er untersucht die Technologieadoption bei unsicheren Vermeidungskosten und vorgegebener Politik. Unter recht umfangreichen Annahmen zeigt er, dass unter Unsicherheit die Wahl einer Zertifikatepolitik den Innovationsanreiz weniger schwächt als die Wahl einer Steuerpolitik.

Fischer et al. [2003] betrachten eine  $n$ -Firmen Industrie mit einem Innovator, der die Technologie an die anderen Firmen lizenziert. Diese haben zudem die alternative Möglichkeit, auf eine ineffizientere Innovation zurückzugreifen. Wie Milliman und Prince [1989] und Jung et al. [1996] unterstellen die Autoren, dass alle Firmen die neue Technologie adoptieren. Das ist in diesem Fall gleichbedeutend damit, dass der Innovator seine Lizenzgebühr so wählt, dass die letzte Firma gerade indifferent ist, die innovative Technologie zu erwerben. Fischer et al. vergleichen in diesem Modell eine Steuer mit auktionierten und zugeteilten Zertifikaten, wobei sie sowohl eine Ex-Ante-Festlegung als auch eine Ex-Post-Anpassung betrachten. Sie unterscheiden zudem wie Kennedy und Laplante [1999] zwischen einer linearen und einer streng konvexen Schadensfunktion. Diese Faktoren, insbesondere aber die Möglichkeit zur Imitation, führen dazu, dass auch in dieser Arbeit das Ranking von Milliman und Prince im Allgemeinen nicht bestätigt wird. Je nach Szenario induzieren die Steuer oder auktionierte Zertifikate größere Anreize zur Innovation. Bei zugeteilten Zertifikaten sind die Anreize im Allgemeinen immer kleiner oder gleich denen bei auktionierten Zertifikaten. In gewissen Fällen können die Anreize zudem auch für zugeteilte Zertifikate größer sein als bei der Steuer.

Im gleichen Jahr zeigte Perry [2003] in seinem Modell anhand einer grafischen Analyse und der Ergebnisse von Perry [1998], dass eine Steuer einen größeren Anreiz zur Innovation induzieren kann als Zertifikate. Allerdings muss dies nicht der Fall sein. Bei einem Joint Venture im Forschungssektor können, so Perry, Zertifikate die größeren Anreize induzieren. Perry vertritt aber insgesamt

---

die Meinung, dass der Innovationsanreiz nicht das herausragende Entscheidungskriterium bei der Wahl des Instruments sein sollte. Stattdessen spricht er sich wie Biglaiser und Horowitz [1995] und Laffont und Tirole [1996a], [1996b] dafür aus, den Verzerrungen im Forschungssektor mit anderen Instrumenten wie zum Beispiel Subventionen oder Belohnungen zu begegnen. Ein Pigousches Instrument ist aus seiner Sicht ungeeignet, diese Probleme allein zu beseitigen.

Im gleichen Jahr erstellten Requate und Unold [2003] ein neues Ranking der Instrumente bezüglich der induzierten Innovationsanreize. Das Ranking von Milliman und Prince wird durch dieses neue Ranking explizit widerlegt, da Requate und Unold wie Kennedy und Laplante die Annahme, dass alle Firmen die neue Technologie adoptieren, aufheben. Stattdessen betrachten sie ein Marktgleichgewicht, bei dem die strategische Entscheidung der Firmen zu investieren explizit berücksichtigt wird. Dadurch kommen Requate und Unold zu dem Ergebnis, dass zugeteilte und auktionierte Zertifikate äquivalent sind und die gleichen Investitionsanreize induzieren. Weiterhin zeigen sie, dass, wenn man die Annahme aufhebt, dass alle Firmen investieren, auktionierte Zertifikate geringere Anreize induzieren als Steuern. Das ist damit zu begründen, dass der Zertifikatspreis mit der Anzahl der Firmen, die investieren, fällt, wodurch der Investitionsanreiz für die verbleibenden Firmen ebenfalls kleiner wird. Solche dynamischen Anreize waren bis dahin nicht explizit betrachtet worden. Zudem bestätigen die Autoren Maluegs [1989] Erkenntnis, dass es im Allgemeinen nicht klar ist, ob Zertifikate oder ein Emissionsstandard größere Adoptionsanreize induzieren. Dies hängt entscheidend von den Installationskosten ab. Insgesamt ergibt sich tendenziell folgendes Ranking: (i) Steuer, (ii) Emissionsstandard, (iii) auktionierte/zugeteilte Zertifikate. Allerdings weisen Requate und Unold darauf hin, dass sich im Allgemeinen kein verbindliches Ranking erstellen lässt, da dieses entscheidend von den Umständen abhängt. Dass zum Beispiel eine Steuer nicht zwangsläufig Zertifikaten vorzuziehen ist, zeigen die Autoren für den Fall, dass der Regulator die neuen Technologien antizipiert und das Niveau des Instruments anpasst. Geschieht dies ex post, so lässt sich mit beiden Instrumenten die effiziente Allokation implementieren. In diesem Fall sind beide Instrumente gleichwertig. Kündigt der Regulator jedoch ex ante an, auf welches Niveau er das Instrument nach der Investitionsentscheidung der Firmen setzen wird, so implementieren nur Zertifikate ohne Weiteres die effiziente Allokation. Bei einer Steuer gibt es hingegen unter Umständen ein Kontinuum an möglichen Marktgleichgewichten. Somit wäre in diesem Fall eine Regulierung durch Zertifikate klar vorteilhaft. Ein differenzierter Standard, dessen Niveau ex post angepasst wird,

---

erweist sich hingegen immer als ineffizient, sofern es sozial optimal ist, dass nur ein Teil der Firmen investiert. Diese Ergebnisse wurden unabhängig von Feess und Gleaves [2001] bestätigt. Requate und Unold [2001] bestätigen ihre Resultate in einem zwar früher veröffentlichten, wissenschaftlich aber später einzuordnenden Beitrag für asymmetrische Firmen.

Aufbauend darauf veröffentlichte Requate [2005] einen Beitrag, der die Auswirkungen dieser Erkenntnisse auf die Erforschung und Entwicklung einer Vermeidungstechnologie untersucht. Als Instrumente betrachtet er dabei nur eine Emissionssteuer und Zertifikate. Requate unterstellt, ähnlich wie in Requate und Unold [2001], eine Industrie mit asymmetrischer Vermeidungskostenstruktur und erweitert das Modell durch Hinzunahme eines Monopolisten, der die Vermeidungstechnologie entwickelt und verkauft. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Technologie entwickelt wird, hängt dabei vom gewählten Aufwand des Monopolisten ab. Requate zeigt, dass eine Ex-ante-Steuerpolitik, bei der das Steuerniveau vom Erfolg oder Misserfolg der Entwicklung abhängt, aus Sicht der Wohlfahrt die beste Wahl, im Sinne von Second-Best, ist. Sie dominiert sowohl eine Ex-post-Regulierung, in dem Fall sind Zertifikate und die Steuer äquivalent, als auch eine Ex-ante-Regulierung mittels Zertifikaten. Zudem kommt er zu dem Ergebnis, dass eine Ex-ante-Politik, unabhängig davon, ob der Regulator als Instrument eine Steuer oder Zertifikate wählt, immer die größeren Innovationsanreize induziert. Damit ergänzt Requate die vorherigen Ergebnisse, indem er zeigt, dass bei Anpassung der Niveaus der Instrumente eine Steuer einen größeren Anreiz zur Innovation als Zertifikate induziert. Des Weiteren ist ein Ex-ante-Commitment anderen Timings vorzuziehen, wohingegen bei Requate und Unold [2003], wenn man diesbezüglich eine Empfehlung ableiten wollte, ein Ex Post-Regulierung vorteilhafter erscheint.

In eine ähnliche Richtung wie Requate und Unold [2003] geht der Beitrag Keohanes [2006]. Er betrachtet ein Menu an Vermeidungstechnologien, die unterschiedlich effizient und teuer sind. Des Weiteren unterstellt er eine Industrie von  $n$  Firmen. Entscheidet sich eine Firma für die Adoption einer Technologie, so fallen noch firmen- und technologiespezifische Kosten an. Bei gleicher Technologie sind also die absoluten Installationskosten zweier unterschiedlicher Firmen im Allgemeinen verschieden. Diese Kosten sind stochastisch, allerdings sind sie der Firma selbst zum Zeitpunkt der Investition bekannt. Das Ziel Keohanes ist es, die für verschiedene Instrumente resultierenden Technologieverteilungen zu vergleichen. Dazu legt er eine Benchmarktechnologie fest. Er kommt zu dem Ergebnis, dass bei einer Regulierung durch eine Steuer die Firmen stärker vom Benchmark ab-

---

weichen als bei einem Standard. Vom Benchmark abweichen heißt dabei, dass eine Firma entweder eine ineffizientere und billigere oder eine effizientere und teurere Technologie als die Benchmark-technologie adoptiert. Ebenso weichen die Firmen bei einer Regulierung mittels Zertifikate stärker vom Benchmark ab als bei einem Standard. Hingegen ist es unklar, ob Zertifikate oder die Steuer eine breitere Streuung induzieren. Aus Sicht Keohanes induzieren also die Steuer und Zertifikate die größten Anreize, vom Benchmark abzuweichen. Wichtig ist dabei, wie Keohane selbst betont, dass eine breitere Streuung/stärkere Abweichung nicht mit einer höheren Diversifizierung gleichzusetzen ist.

Einen Überblick über die Literatur, die sich mit der Adoption emissionsvermeidender Technologien und den Diffusions- und Innovationsanreizen beschäftigt, geben die Surveys von Jaffee [1999], Nelissen und Requate [2007] und zum Teil auch Requate [2006], wobei letzterer schwerpunktmäßig auf die Literatur zu Umweltpolitik bei nicht-kompetitiven Märkten eingeht. In diesen Survey wird auch auf weitere Artikel eingegangen, die hier nicht oder nicht weiter erwähnt worden sind.

## 2.2 Die Theorie realer Optionswerte

Das Konzept des realen Optionswertes ist ursprünglich der Theorie der Optionsbewertung aus der Finanzmathematik und der Theorie der Finanzmärkte entlehnt wurden. In diesen Bereichen gibt es eine große Anzahl an mathematischer und wirtschaftswissenschaftlicher Literatur, die sich mit Optionwerten auseinandersetzt. Stellvertretend dafür sollen die beiden Bücher von Øksendal [1992] und Irle [2003] genannt werden, die eine sehr gute Einführung in die zugrunde liegende Theorie geben.

Als einer der ersten Autoren wies Myers [1977] auf die Möglichkeit hin, Investitionen als eine Abfolge von Optionen, so genannter Wachstumsoptionen, zu betrachten. Myers wird zudem auch der Begriff der 'realen Option' zugeschrieben. Die Idee des realen Optionswerts beinhaltet, wie in der Einleitung beschrieben, den Wert einer Firma zu bestimmen, wobei diese Handlungsoptionen berücksichtigt werden.

Frühe Modelle wie die von Pindyck [1982] und Abel [1983] betrachteten Unsicherheit bezüglich des Outputpreises. Diese wurde mittels eines Wiener Prozesses modelliert. Dabei stand die optimale Steuerung der Investitionen im Vordergrund. Investitionen wurden dazu als Abfolge von Call-Optionen aufgefasst. MacDonald und Siegel [1985] betrachten in ihrem Modell eine Firma,

---

die die Option, die Produktion zu stoppen, hält. Auch MacDonald und Siegel betrachten dabei einen dynamischen, stochastischen Outputpreis. MacDonald und Siegel [1986] berechnen zudem als Erste den ökonomischen Wert einer Firma mit der Option, bei Preisunsicherheit die Investition aufzuschieben und den optimalen Investitionszeitpunkt zu wählen.

Pindyck [1988] bestimmt den Wert einer Firma, indem er die Irreversibilität der Investitionsentscheidung berücksichtigt. Auch in diesem Modell wird Unsicherheit bezüglich des Preises betrachtet, die mittels eines Wiener Prozesses modelliert wird. Die gleiche Art von Unsicherheit untersucht Dixit [1989]. In seinem Modell besitzt eine Firma die beiden Optionen in den Markt ein- und später auszutreten. Pindyck [1991] analysiert ausführlich den Einfluss von Unsicherheit und Irreversibilität auf die Investitionsentscheidung.

Dixits [1993] Übersichtsartikel fasst die wichtigsten Methoden und Ergebnisse zusammen. Darauf aufbauend gibt Dixit und Pindycks [1994] klassisches Lehrbuch einen bis heute gültigen Überblick über die elementaren Konzepte und Lösungsmethoden. Dabei gehen sie sowohl auf allgemeine Itó-Prozesse, als auch auf Sprungprozesse und Kombinationen aus beiden ein.

Grenadiers und Weiss [1997] Modell ist eines der ersten Modelle, das die Theorie des realen Optionswerts auf Investitionsentscheidungen bei Unsicherheit bezüglich des technologischen Fortschritts anwendet. Die Autoren betrachten zwei Technologien. Die erste ist verfügbar, die zweite wird verfügbar, wenn ein geometrischer Wiener Prozess, der den Fortschritt beschreibt, zum ersten Mal eine gewisse Schwelle erreicht. Grenadier und Weiss wenden dieses Modell an, um die optimale Ausübestrategie der Option, in die verfügbare Technologie zu investieren, zu bestimmen.

Im folgenden Jahr veröffentlichten Farzin et al. [1998] als Erste ein Modell, bei dem sich die Unsicherheit direkt auf die Entwicklung des Effektivitätsparameters einer Produktionstechnologie bezieht. Sie betrachten ein Sprungprozess Modell mit konstanter Ankunftsrate und stochastischer, auf einem Intervall gleichverteilter Sprunghöhe und bestimmen mit Hilfe dieses Modells den optimalen Investitionszeitpunkt. Dazu berechnen sie einen Schwellenwert des Effektivitätsparameters. Sobald dieser überschritten wird, ist es optimal zu investieren. Das Modell erweitern sie zudem, indem sie eine endliche Anzahl an Optionen zulassen, die die Firma nacheinander zum optimalen Zeitpunkt ausübt. Farzin et. al behaupten in diesem Artikel jedoch fälschlicherweise, dass die Net Present Value (NPV)-Methode und die Optionswert-Methode für so eine Abfolge von Entscheidungen bei allen bis auf die letzte Entscheidung zum gleichen Investitionszeitpunkt führt. Dieser Fehler

---

wurde von Doraszelski [2001] korrigiert.

Huisman [2001] greift das Modell von Farzin et al. auf und betrachtet sowohl konstante als auch stochastische Sprunghöhen. Des Weiteren illustriert er, dass es nicht möglich ist, in einem solchen Modell die optimale Investitionsstrategie analytisch zu bestimmen, wenn die Firma mehr als eine Option hält. Dieses hängt mit der Unstetigkeit des Prozesses zusammen, wodurch der theoretische Schwellenwert, ab dem sich die Investition lohnt, nicht identisch ist mit dem Effizienzparameter der effektiv adoptierten Technologie. Des Weiteren betrachtet er auch ein Modell mit fallenden Investitionskosten. In diesem besitzt die Firma jederzeit die Option, eine der bisherigen Technologien zu deren momentanen Investitionskosten zu adoptieren. Zusätzlich studiert Huisman diverse spieltheoretische Modellansätze, bei denen die Investitionsentscheidung einer Firma von der Entscheidung anderer Firmen abhängt.

Bethuyne [2002] verfolgt einen anderen Ansatz als die bisherigen Autoren, indem er die Entwicklung der Technologie im Gegensatz zu Grenadier und Weiss [1997] direkt mittels eines Wiener Prozesses modelliert. Anders als Farzin et al. [1998] und Huisman [2001] lässt sich dadurch auch der Multi-Optionen Ansatz lösen, da der zugrunde liegende Prozess stetig ist. Das führt dazu, dass immer genau die Schwellentechnologie adoptiert wird. Bethuyne nimmt in seinem Modell allerdings konkrete funktionale Formen an, um diese Technologieniveaus explizit berechnen zu können.

Doraszelski [2004] entwickelt das Modell von Farzin et al. weiter, indem er das Konzept kleiner Verbesserungen dadurch einführt, dass er einen Sprungprozess betrachtet, bei dem es zwischen den Hauptsprüngen zu kleineren Sprüngen kommt. Er unterstellt zudem für beide Sprunghöhen allgemeine Verteilungsfunktionen.

Pindyck [2000] war einer der Ersten, der Timing Probleme im Zusammenhang mit umweltökonomischen Fragen untersucht hat. Seine Arbeit untersucht den optimalen Zeitpunkt, eine Umweltpolitik einzuführen, sowie deren Design. Unsicherheit herrscht in seinem Modell entweder über die zukünftigen Kosten und den zukünftigen Nutzen der Politik oder die zukünftige Entwicklung der Umwelt.

Van Soest und Bulte [2001] sind die Ersten, die einen Bezug zwischen der Theorie des realen Optionswerts und der Adoption einer neuen Technologie unter umweltpolitischen Gesichtspunkten herstellen. Anhand eines einfachen Sprungprozess-Modells mit konstanter und gleichverteilter Sprunghöhe und einer einzelnen Option zu investieren beantworten sie die Frage, warum Firmen

---

nicht sofort in ein profitable Technologie investieren. Die Antwort lautet, dass die Firmen die Möglichkeit, durch Aufschieben der Entscheidung eine bessere Technologie zu adoptieren, berücksichtigen. Dadurch kann es sein, dass die Investition in eine Technologie, welche nach der NPV-Methode lohnenswert wäre, nicht optimal ist.

Pindyck [2002] analysiert wie Pindyck [2000] das optimale Timing bezüglich der Adoption einer Umweltpolitik. Interessant bei Pindycks Modell ist die Betrachtung zweier stochastischer Prozesse. Im Wesentlichen betrachtet er aber ein Zwei-Perioden-Modell, da, wie er illustriert, ein Stopp-Problem mit mehreren Prozessen im Allgemeinen nicht analytisch lösbar ist.

Eine etwas andere Perspektive wählt Lundgren [2003], der ebenfalls das Timing einer Investition in eine Vermeidungstechnologie untersucht. Bei ihm ist jedoch nicht die technologische Entwicklung, sondern die Entwicklung der ökologischen Einstellung<sup>6</sup> unsicher. Diese wird mittels eines geometrischen Wiener Prozesses modelliert.

Van Soest [2005] untersucht als erster den Einfluss von verschiedenen Instrumenten auf das Timing der Investition. Auch er benutzt ein einfaches Sprungprozess-Modell mit gleich-verteilter Sprunghöhe und betrachtet wie van Soest und Bulte [2001] nur eine Option. Er betrachtet die Investition in eine energie-effizientere Technologie und betrachtet als Instrumente eine Steuer und einen Verbrauchsstandard. Mittels einer numerischen Analyse kommt er zu dem Ergebnis, dass ein stringenterer Standard und eine höhere Steuer jeweils eine spätere Investition induzieren. Zudem zeigt er anhand einer repräsentativen Simulation, dass bei einem niedrigen Steuerniveau später investiert wird als bei dem äquivalenten Niveau des Standards. Bei einem hohen Steuersatz wird hingegen später investiert als beim äquivalenten Standard. Äquivalent heißt dabei, dass die Instrumente bezüglich der alten Technologie zum gleichen Energieverbrauch führen. Van Soest selbst wie auch Requate und Nelissen [2007] bezeichnen das Ergebnis dabei als überraschend.

---

<sup>6</sup>Ökologische Einstellung ist eine freie Übersetzung des englischen Begriffs 'green goodwill'.

## Kapitel 3

# Das Grundmodell für zwei Technologien

Das in diesem Kapitel vorgestellte Modell baut unmittelbar auf das Modell von Requate und Unold [2003] auf. Wie in jenem Modell wollen wir unter der Annahme, dass wir eine symmetrische Industrie vorliegen haben, die Adoptionsanreize auf Firmenebene studieren. In der Tradition der Patentrennenliteratur (vergleiche zum Beispiel Dasgupta und Stiglitz [1980], Reingarnum [1985], Denicolò [1999b]) und der Wachstumsmodelle von Aghion und Howitt [1998] nehmen wir an, dass eine verbesserte Version der Vermeidungstechnologie zu einem unsicheren exponential-verteilten Zeitpunkt  $t$  verfügbar wird. Die erste Technologie verschwindet dabei vom Markt, sobald die zweite verfügbar ist. Das Modell lässt sich somit auch als eine auf zwei Technologien reduzierte Version des Modells von Farzin et al. [1998] mit sicherer Sprunghöhe auffassen. Dieses Kapitel ist dabei wie folgt gegliedert: Im ersten Abschnitt stellen wir die Grundannahmen des Modells vor. Im zweiten Abschnitt leiten wir allgemein die erwarteten Kosten einer Strategie her. Anschließend studieren wir die effiziente Allokation. Im vierten Abschnitt betrachten wir die dezentrale Entscheidung, wobei wir zunächst allgemein im ersten Unterabschnitt die verschiedenen Strategien der Firmen analysieren, im zweiten Unterabschnitt die Äquivalenz von auktionierten und zugeteilten Zertifikaten zeigen, im dritten Abschnitt eine konstante Steuer, im vierten eine Regulierung mittels Ausgabe einer konstanten Menge von Zertifikaten und im fünften Abschnitt eine Regulierung durch Setzung eines Emissionsstandards analysieren. Im fünften Hauptabschnitt untersuchen wir das Marktgleichgewicht bei dezentraler Entscheidung. Im sechsten Abschnitt vergleichen wir die Allokation, die sich

bei verschiedenen langfristige Regulierungen ergibt, mit der effizienten Allokation. Im siebten Abschnitt leiten wir die optimale Steuer- und Zertifikatpolitik für den Fall her, dass der Regulator beide Technologien antizipiert. Im achten Abschnitt betrachten wir den Fall asymmetrischer Firmen. Der neunte Abschnitt beendet das Kapitel mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse.

### 3.1 Grundannahmen

Wir unterstellen eine ex ante symmetrische, kompetitive Industrie, die durch das Intervall  $[0, 1]$  dargestellt wird. Jede dieser Firmen emittiere einen homogenen, nicht-akkumulierenden Schadstoff, wobei die Möglichkeit der Vermeidung gegeben sei. Es sollen nur die Opportunitätskosten der Vermeidung betrachtet werden. Dementsprechend wird jedes Unternehmen durch seine Vermeidungskostenfunktion  $C(e, \theta)$  repräsentiert, wobei  $e$  das vom Unternehmen gewählte Emissionslevel und  $\theta$  der Effizienzparameter der eingesetzten Technologie sei. Wir treffen folgende Annahmen bezüglich  $C$ :

- Annahme 3.1.1.** i) Für jedes  $\theta$  existiere eine Laizer-Faire Emissionslevel  $e^{max}(\theta)$ , welches durch  $\frac{\partial C}{\partial e}(e^{max}(\theta), \theta) = 0$  gegeben sei. Des Weiteren nehmen wir  $C(e, \theta) > 0$ ,  $-\frac{\partial C}{\partial e} > 0$  und  $\frac{\partial^2 C}{\partial e^2} > 0$  für alle  $e < e^{max}(\theta)$  an. Das heißt, sowohl die Vermeidungskosten als auch die Grenzvermeidungskosten sind positiv auf ihrem Definitionsbereich, und die Grenzvermeidungskosten steigen zudem mit dem Vermeidungsniveau.
- ii) Bezüglich des Effizienzparameters gelte  $\frac{\partial C}{\partial \theta} < 0$  und  $-\frac{\partial^2 C}{\partial e \partial \theta} < 0$  für alle  $\theta$ ,  $e \leq e^{max}(\theta)$ . Eine höhere Effizienz der Technologie, das heißt ein höheres  $\theta$ , senkt also sowohl die Vermeidungskosten als auch die Grenzvermeidungskosten. Des Weiteren gelte  $\frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} > 0$  für alle  $\theta$ ,  $e \leq e^{max}(\theta)$ . Die Vermeidungskosten fallen somit in einem zunehmenden Maße bei steigender Effizienz der Technologie.

Im Grundmodell nehmen wir an, dass es drei exogen gegebene Technologien  $0, a, b$  mit Effizienzparameter  $\theta_0, \theta_a$  und  $\theta_b$  gibt, wobei  $\theta_0 < \theta_a < \theta_b$  gelte. Am Anfang nutzen alle Unternehmen Technologie 0, die wir im Folgenden auch als die *konventionelle Technologie* bezeichnen. Technologie  $a$ , die *fortgeschrittene Technologie*, ist bereits am Anfang verfügbar, wird aber noch von keiner Firma bis dato eingesetzt. Jede Firma, die diese Technologie kauft und installiert, muss einmalige Fixkosten in Höhe von  $F_a$  aufwenden. Technologie  $b$ , die *verbesserte Technologie*, wird erst an einem

unsicherem zukünftigen Zeitpunkt verfügbar sein. Dieser Zeitpunkt ist poissonverteilt mit exogener Ankunftsrate  $\lambda$ . Der Kauf und die Installation dieser Technologie ist verbunden mit einmaligen Fixkosten in Höhe von  $F_b$ . Zur Vereinfachung werden wir für  $i = 0, a, b$  im Folgenden  $C_i(\cdot)$  anstatt  $C(\cdot, \theta_i)$  schreiben. Des Weiteren werden wir den Zeitraum, in dem nur Technologie  $a$  zur Verfügung steht im Folgenden als *erste Stufe* bezeichnen. Der Zeitraum ab dem Zeitpunkt, an dem Technologie  $b$  verfügbar wird, bezeichnen wir dann als *zweite Stufe*.

Die Investition in eine der Technologien sei unumkehrbar. Des Weiteren nehmen wir an, dass jedes Unternehmen nur die Möglichkeit hat, eine der beiden Technologien zu adoptieren. Ein Grund dafür könnte zum Beispiel sein, dass zusätzliche Austausch- und Umstellungskosten anfallen, die die Strategie, in beide Technologien zu investieren, zu teuer werden lässt.<sup>7</sup>

Als nächstes wollen wir Annahmen bezüglich des Schadens treffen, den die Emissionen verursachen. Der Schaden soll von den aggregierten Emissionen der Industrie abhängen. Diese sind gegeben als  $E = \int_0^1 e_i di$ , wobei  $e_i$  das Emissionslevel des Unternehmens  $i$  sei. Für die gesellschaftliche Schadensfunktion  $D(E)$  nehmen wir an, dass diese steigend und konvex ist. Es gelte also  $D'(E) > 0$  und  $D''(E) > 0$ .

Abschließend nehmen wir an, dass sowohl der soziale Planer als auch alle Unternehmen den gleichen, über die Zeit konstanten Zinssatz  $r$  unterstellen. Aufgrund dieser Tatsache und dem Umstand, dass die Installationskosten konstant und zeitunabhängig sind, werden alle Unternehmen, die sich entscheiden, Technologie  $a$  zu adoptieren, die Entscheidung zum Zeitpunkt 0 umsetzen und alle Unternehmen, die Technologie  $b$  wählen, werden diese sofort adoptieren, wenn sie verfügbar wird<sup>8</sup>.

## 3.2 Die erwarteten gegenwärtigen Kosten der Investitionsentscheidung

Zunächst soll eine grundlegende Formel hergeleitet werden, die die gegenwärtigen Kosten einer Entscheidung angibt. Dafür nehmen wir für den Moment an, dass das Wirtschaftssubjekt, das die

<sup>7</sup>Im nächsten Kapitel werden wir diese Annahme aufheben und zulassen, dass Firmen beide Technologien adoptieren.

<sup>8</sup>Götz [1999] Modell betrachtet die Adoption einer die Grenzkosten senkenden Technologie bei monopolistischem Wettbewerb. Er modelliert dabei explizit fallende Kosten.

Entscheidung trifft, auch zweimal investieren kann; zum Zeitpunkt 0 und zum - stochastischen - Zeitpunkt  $t$ , an dem die verbesserte Technologie  $b$  verfügbar wird.

Folgendes Resultat ist allgemein formuliert und gibt einen generellen Zusammenhang wieder.

**Lemma 3.2.1.** *Gegeben seien einmalige Installationskosten  $F_a$  und  $F_b$  für die Technologien  $a$ ,  $b$  und mit den Technologien 0,  $a$ ,  $b$  verbundene Kosten  $C_0$ ,  $C_a$  und  $C_b$ , die zu jedem Zeitpunkt anfallen. Dann errechnen sich die erwarteten gegenwärtigen Kosten, wenn der ökonomische Agent zum Zeitpunkt 0 Technologie  $a$  und zu einem mit Erwartungswert  $1/\lambda$  exponential-verteilten Zeitpunkt  $t$  die Technologie  $b$  adoptiert, als:*

$$\begin{aligned} & F_a + \int_0^\infty \left( \int_0^t C_a \cdot e^{-rs} ds + \int_t^\infty C_b \cdot e^{-rs} ds + F_b \cdot e^{-rt} \right) \lambda e^{-\lambda t} dt \\ & = F_a + \frac{1}{r + \lambda} C_a + \frac{\lambda}{r + \lambda} \left( \frac{C_b}{r} + F_b \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Für den Fall, dass der Agent die Technologie  $a$  überspringt, aber Technologie  $b$  adoptiert, sind die erwarteten Kosten geben durch

$$\frac{1}{r + \lambda} C_0 + \frac{\lambda}{r + \lambda} \left( \frac{C_b}{r} + F_b \right). \quad (3.2)$$

### 3.3 Das soziale Optimum

Als erstes soll als Vergleichswert für die weitere Analyse die sozial optimale Allokation hergeleitet werden. Das Problem des sozialen Planers besteht dabei darin, die erwarteten sozialen Kosten zu minimieren. Diese beinhalten sowohl die Vermeidungs- und Installationskosten als auch den durch das gewählte Gesamtemissionsniveau entstandenen Schaden. Seine Zielvariablen sind dabei die Emissionslevel aller Firmen, sowie der Anteil  $n_a$  bzw.  $n_b$  der Firmen, die die fortgeschrittene Technologie  $a$  bzw. die verbesserte Technologie  $b$  adoptieren. Da die Installationskosten zeitunabhängig sind, wird der soziale Planer alle Firmen Technologie  $a$  beziehungsweise  $b$  zum Anfang der ersten bzw. zweiten Stufe adoptieren lassen, so dass die sozialen Kosten über den Rest der Zeit konstant sind. Also minimiert der soziale Planer gemäß Lemma 3.2.1:

$$\begin{aligned} & \min_{\{e_{i,j}, n_0, n_a, n_b\}} \left\{ \frac{1}{\lambda + r} [(1 - n_a)C_0(e_{0,1}) + n_a C_1(e_{a,1}) + D((1 - n_a)e_{0,1} + n_a e_{a,1})] + n_a F_a \right. \\ & \left. + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} [n_0 C_0(e_{0,2}) + n_a C_a(e_{a,2}) + n_b C_b(e_{b,2}) + D((n_0 e_{0,2} + n_a e_{a,2} + n_b e_{b,2})) + n_b F_b] \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

wobei  $n_0 = 1 - n_a - n_b$  gilt.

Ziel des verbleibenden Abschnitts ist es, zu zeigen, dass jedes mögliche Adoptionsszenario für geeignete Paare  $(F_a, F_b)$  sozial optimal sein kann. Dafür werden wir die optimale ex-post Verteilung der Technologien in Abhängigkeit der Installationskosten  $F_a$  und  $F_b$  bestimmen.

Wir lösen das Problem per Rückwärtsinduktion. Daher analysieren wir im ersten Schritt die sozial optimale Entscheidung in der zweiten Stufe, gegeben den Anteil  $n_a$  an Firmen, die Technologie  $a$  benutzen. Der soziale Planer bestimmt somit den Anteil  $n_b$  der Firmen, die Technologie  $b$  adoptieren sollen, sowie die Emissionsniveaus  $e_{0,2}$ ,  $e_{a,2}$  und  $e_{b,2}$  der Firmen mit Technologie 0,  $a$  und  $b$ . Das zugehörige Minimierungsproblem des sozialen Planers lautet daher:

$$\min_{\{n_b, e_{0,2}, e_{a,2}, e_{b,2}\}} \left\{ \frac{1}{r} [(1 - n_a - n_b)C_0(e_{0,2}) + n_a C_a(e_{a,2}) + n_b C_b(e_{b,2})] + D((1 - n_a - n_b)e_{0,2} + n_a e_{a,2} + n_b e_{b,2}) + n_b F_b \right\} \quad (3.4)$$

Wir erhalten folgendes Resultat:

**Proposition 3.3.1.** Es sei der Anteil  $n_a$  an Firmen, die die fortgeschrittene Technologie  $a$  adoptiert haben, gegeben. Dann existiert ein Intervall  $[\underline{F}_b(n_a), \overline{F}_b(n_a)]$  so, dass gilt:

1. Keine Firma soll Technologie  $b$  adoptieren, wenn  $F_b > \overline{F}_b(n_a)$ .
2. Alle  $(1 - n_a)$  verbleibenden Firmen sollen Technologie  $b$  adoptieren, wenn  $F_b < \underline{F}_b(n_a)$ .
3. Für  $F_b \in [\underline{F}_b(n_a), \overline{F}_b(n_a)]$  ist partielle Adoption sozial optimal. Das heißt, eine Anzahl  $0 < n_b < 1 - n_a$  der verbleibenden Firmen adoptiert Technologie  $b$ .  $n_b$  sinkt mit steigendem  $F_b$ , wohingegen das effiziente Grenzschadensniveau in der zweiten Stufe größer wird, wenn  $F_b$  steigt.
4. Wenn  $n_a$  ansteigt, steigt die untere Grenze  $\underline{F}_b(n_a)$ , wohingegen die obere Grenze  $\overline{F}_b(n_a)$  fällt. Beide konvergieren gegen ein Kostenniveau  $F_M$ , wenn  $n_a$  gegen 1 geht. Darüberhinaus sinkt die optimale Zahl an Unternehmen  $n_b^*(n_a)$ , die Technologie  $b$  adoptieren sollen, bei steigendem  $n_a$ .
5. Für alle  $F_b$ , für die ein  $n_a$  existiert so, dass  $F_b \in (\underline{F}_b(n_a), \overline{F}_b(n_a))$  gilt, sind sowohl die sozial optimalen Emissionsniveaus  $e_{i,2}$  der Unternehmen, die Technologie  $i = 0, a, b$  nutzen, als auch der sozial optimale Grenzschaden unabhängig von  $n_a$ , solange partielle Adoption effizient ist.

Die Teile 1. - 3. der vorangegangenen Proposition entsprechen den Resultaten von Requate and Unold [2003]. Für  $n_a = 0$  ergeben sich die Ergebnisse des Modells als Spezialfall.

4 besagt, dass das Kostenintervall, in dem der soziale Planer partielle Adoption bevorzugt, auf einen Punkt zusammenschrumpft, wenn  $n_a$  gegen 1 strebt. Die Intuition dahinter ist wie folgt: Zum einen sinkt der Anreiz für den sozialen Planer, Firmen die verbesserte Technologie  $b$  adoptieren zu lassen, da mehr Firmen bereits die fortgeschrittene Technologie  $a$  benutzen und dadurch bereits mehr Emissionen vermieden wird. Das ist der Grund, weshalb die obere Grenze, bei der überhaupt erst Adoption der verbesserten Technologie  $b$  in Frage kommt, sinkt. Zum anderen wird aber in Szenarien, wo alle verbleibenden Firmen die verbesserte Technologie  $b$  adoptieren, durch den Anstieg von  $n_a$  die verbesserte Technologie durch die ineffizientere Technologie  $a$  verdrängt. Das heißt, die Vermeidungsniveau sinkt und der Anreiz, Technologie  $b$  zu adoptieren, steigt für den sozialen Planer. In dieser Situation befinden wir uns an der unteren Grenze  $\underline{F}_b(n_a)$ , denn diese ist für gegebenes  $n_a$  das höchste Installationskostenniveau, an dem der soziale Planer alle verbleibenden Firmen investieren lässt. Steigt  $n_a$ , kann das Kostenniveau, bei dem der soziale Planer noch so entscheidet, aus den oben genannten Gründen noch etwas höher ausfallen. Da der verbleibende Entscheidungsspielraum des sozialen Planers mit steigendem  $n_a$  sinkt, ist es zudem intuitiv, dass sich das Intervall, in dem partielle Adoption effizient ist, verkleinert.

Resultat 5 ist vor allem darin begründet, dass im Optimum jedes Unternehmen die Durchschnittskosten minimiert, wobei der vollständige soziale Schaden mit eingeht. Deshalb kann im Falle partieller Adoption, wo noch Spielräume verbleiben, der soziale Planer eine Veränderung von  $n_a$  kompensieren, indem er die Zahl  $n_b^*$  der Unternehmen, die in Technologie  $b$  investieren sollen, variiert. Dabei verändern sich weder die optimalen Emissionsniveaus noch das optimale Grenzscha-densniveau.

Mit diesem Wissen lässt sich das Optimierungsproblem der ersten Stufe nun lösen. Dabei ergibt sich analog zum Resultat der zweiten Stufe, dass in einem gewissen Intervall partielle Adoption von Technologie  $a$  optimal ist.

**Proposition 3.3.2.** Es seien die Installationskosten  $F_b$  der verbesserten Technologie  $b$  gegeben. Dann existiert ein Intervall  $[\underline{F}_a(F_b), \overline{F}_a(F_b)]$  an Installationskosten von Technologie  $a$  so, dass gilt:

1. Für  $F_a \geq \overline{F}_a(F_b)$  soll kein Unternehmen Technologie  $a$  adoptieren.
2. Für  $F_a \leq \underline{F}_a(F_b)$  sollen alle Unternehmen Technologie  $a$  adoptieren.

3. Für  $F_a \in ]\underline{F}_a(F_b), \overline{F}_a(F_b)[$  soll eine Anzahl  $0 < n_a^* < 1$  von Unternehmen Technologie  $a$  adoptieren. Dabei sinkt  $n_a^*$  und steigt das effiziente Grenzschadensniveau in der ersten Stufe, wenn  $F_a$  größer wird.
4. Für alle Werte  $F_a \in ]\underline{F}_a, \overline{F}_a[$ , für die für das zugehörige  $n_a$  partielle oder vollständige Adoption von Technologie  $b$  optimal ist, gilt  $\frac{\partial n_a^*}{\partial \lambda} < 0$  und  $\frac{\partial n_a^*}{\partial F_b} > 0$ .
5. Ist  $F_b < \underline{F}_b(0)$ , so gilt  $\frac{\partial F_a}{\partial F_b} = \frac{\partial \overline{F}_a}{\partial F_b} > 0$ , wohingegen im Falle  $\underline{F}_b(0) < F_b < F_M$  der Zusammenhang  $\frac{\partial F_a}{\partial F_b} > \frac{\partial \overline{F}_a}{\partial F_b} > 0$  gilt. Für den Fall, dass  $F_M < F_b < \overline{F}_b(0)$ , folgt  $\frac{\partial F_a}{\partial F_b} = 0$  und  $\frac{\partial \overline{F}_a}{\partial F_b} > 0$ . Im Falle von  $F_M < F_b < \overline{F}_b(0)$  folgt  $\frac{\partial F_a}{\partial F_b} = \frac{\partial \overline{F}_a}{\partial F_b} = 0$ .

Die Intuition des Resultates ist einfach. Je niedriger die Installationskosten von Technologie  $a$  relativ zu denen von Technologie  $b$  sind, desto effizienter ist es aus Sicht des sozialen Planers, dass mehr Unternehmen Technologie  $a$  adoptieren. Sind die Installationskosten der fortgeschrittenen Technologie  $a$  zum einen niedrig und zum anderen deutlich geringer als die der verbesserten Technologie  $b$ , kann es sogar sein, dass der soziale Planer alle Firmen Technologie  $a$  adoptiert lässt.

Die Ergebnisse der komparativen Statik bezüglich  $\lambda$  sind ebenfalls intuitiv einsichtig. Je schneller die verbesserte Technologie zu erwarten ist, je höher also die Ankunftsrate  $\lambda$  ist, desto weniger Firmen möchte der soziale Planer mit Technologie  $a$  ausstatten, und desto mehr Unternehmen sollen auf die verbesserte Technologie  $b$  warten. Wird Technologie  $b$  jedoch teurer, reagiert der soziale Planer, indem er mehr Firmen mit der relativ gesehen billiger gewordenen Technologie  $a$  ausstattet, sofern Technologie  $a$  nicht weiterhin absolut gesehen zu teuer ist. Dementsprechend wird das Kostenintervall nach rechts verschoben.

Proposition 3.3.1 lässt sich auch so interpretieren, dass für ein gegebenes  $n_a$  sich ein Wert  $F_b$  finden lässt, für das es sozial optimal ist, dass ein vorgegebener Anteil  $n_b < 1 - n_a$  der Firmen Technologie  $b$  adoptiert. Erachten wir dieses  $F_b$  als gegeben, so erlaubt uns Proposition 3.3.2, ein  $F_a$  zu bestimmen, für das es sozial optimal ist, dass ein Anteil  $n_a$  der Unternehmen Technologie  $a$  adoptiert. Also erhalten wir folgendes Korollar:

**Korollar 3.3.3.** *Für alle  $n_a, n_b$ , für die  $n_a + n_b \leq 1$  gilt, finden wir ein Paar  $(F_a, F_b)$  so, dass  $n_a$  und  $n_b$  der sozial optimalen Zahl an Unternehmen entspricht, die Technologie  $a$  bzw. Technologie  $b$  adoptieren.*

Um die Quintessenz dieser Resultate zu verdeutlichen, wollen wir sie anhand von Abbildung



hingegen rechts von  $\overline{BH}$  alle Firmen auf Technologie  $b$  warten sollen. Oberhalb der Kurve  $\overline{CGZ''}$  soll, unabhängig davon wie groß  $F_a$  ist, keine Firma Technologie  $b$  adoptieren. In dem Bereich links von  $\overline{GB'}$  ist es effizient, dass einige Firmen Technologie  $a$  adoptieren, wohingegen es rechts von  $\overline{GB'}$  effizient ist, dass keine der beiden neuen Technologien adoptiert werden, da die Installationskosten beider Technologien zu hoch sind. Entlang der Strecke  $\overline{GH}$  ist es immer effizient, dass einige der Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Rechts von dieser Strecke ist es zudem effizient, dass keine Firma Technologie  $a$  adoptiert, wohingegen links von ihr  $n_a^* > 0$  effizient ist.  $\overline{GH}$  ist steigend, da ein größeres  $F_b$  durch eine höheres  $F_a$  kompensiert werden muss, wenn weiterhin für den sozialen Planer kein Anreiz dafür bestehen soll, dass einige Firmen Technologie  $a$  adoptieren. Das Teilstück  $\overline{CH}$  wiederum ist die obere Grenze des Bereichs an Kostenpaaren, für die es effizient ist, dass einige Firmen Technologie  $a$  adoptieren, während die anderen Firmen auf Technologie  $b$  warten. Dabei sei festgehalten, dass durch ein höheres  $F_a$  Technologie  $a$  weniger attraktiv wird. Daher sinkt die Zahl der Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren sollen. Für den sozialen Planer bestehen bezüglich dieser Firmen zwei Alternativen: Die Technologie  $b$  adoptieren zu lassen oder sie überhaupt nicht investieren zu lassen. Damit er sich dafür entscheidet, die Firmen Technologie  $b$  adoptieren zu lassen, muss, wenn  $F_a$  größer wird,  $F_b$  kleiner werden. Das Gegenteil ist der Fall auf der Strecke  $\overline{CG}$ . Oberhalb dieser Strecke sollen einige, aber nicht alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren, aber keine Technologie  $b$ . Hier ist für ein höheres  $F_a$  ein höheres  $F_b$  nötig, damit es für den sozialen Planer unattraktiv bleibt, dass Firmen Technologie  $b$  adoptieren.

## 3.4 Die Investitionsentscheidung der Firmen

### 3.4.1 Die allgemeine Entscheidungsregel

In diesem Abschnitt wollen wir die grundlegenden Zusammenhänge darstellen, die bei der dezentralen Entscheidung der Firmen eine Rolle spielen. Wir betrachten dabei zunächst nur eine Regulierung der Emissionen mittels einer Steuer und auktionierter Zertifikate. Dabei spielen generelle Entscheidungsregeln eine Rolle, die darauf beruhen, dass in beiden Regimes eine Einheit an Emissionen in beiden Stufen einen spezifischen Preis hat. Dieser sei  $\sigma_1$  in der ersten and  $\sigma_2$  in der zweiten Stufe und kann entweder dem Zertifikatepreis oder der Steuer entsprechen. Bei einer über die Zeit konstanten Steuer gilt dann als Spezialfall  $\sigma_1 = \sigma_2$ .

Das Emissionsniveau  $e(\theta_j, \sigma_i)$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 0, a, b$ , eines Unternehmens ist gegeben durch die bekannte Bedingung erster Ordnung

$$-\frac{\partial C_j}{\partial e}(e) = \sigma_i. \quad (3.5)$$

Die Firmen wählen also das Emissionsniveau, bei dem das Grenzvermeidungskostenniveau gleich dem Preis der Emissionen ist.

Im Folgenden wollen wir verkürzend  $e_{j,i}$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 0, a, b$  schreiben.

Wenn wir die Möglichkeit, beide Technologien nacheinander zu adoptieren ausschließen, so bleiben für jede Firma drei relevante Strategien übrig:

- Strategie 00: Technologie 0 wird über den ganzen Zeitraum genutzt.
- Strategie aa: Technologie  $a$  wird sofort adoptiert.
- Strategie 0b: Technologie 0 wird in der ersten Stufe genutzt und Technologie  $b$  adoptiert, sobald sie verfügbar ist.

Wir schließen also aus, dass die Firma zunächst Technologie  $a$  und dann  $b$  adoptieren können.

Zunächst bestimmen wir den erwarteten gegenwärtigen Nettowert der obigen Strategien. Gemäß Lemma 3.2.1 ergibt sich dieser als:

$$\frac{1}{r + \lambda} [C_j(e_{j,1}) + \sigma_1 e_{j,1}] + \delta_{ja} F_a + \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r} [C_k(e_{k,2}) + \sigma_2 e_{k,2}] + \delta_{kb} \frac{\lambda}{\lambda + r} F_b \quad (3.6)$$

wobei  $j = 0, a$ ,  $k = 0, a, b$ ,  $\delta_{lm} = 1$ , wenn  $l = m$  und  $\delta_{lm} = 0$  ansonsten.  $j = k = 0$  entspricht dabei Strategie 00 (nie investieren),  $j = k = a$  entspricht Strategie aa (sofort die fortgeschrittene Technologie adoptieren) und  $j = 0$ ,  $k = b$  entspricht Strategie 0b.

Zu Beginn der zweiten Stufe ist der gegenwärtige Wert der dann noch relevanten Strategien (nicht investieren oder Technologie  $b$  adoptieren) gegeben als:

$$\frac{1}{r} [C_k(e_{k,2}) + \sigma_2 e_{k,2}] + \delta_{k2} F_b \quad (3.7)$$

wobei  $k = 0, b$ ,  $\delta_{lb} = 1$ , sofern  $l = b$  und  $\delta_{lm} = 0$  ansonsten. Ist  $k = 0$ , dann erhalten wir die gegenwärtige Nettoauszahlung der Strategie 00 in der zweiten Stufe, wohingegen wir für  $k = a$  den entsprechenden Wert für Strategie 0b in der zweiten Stufe erhalten.

Um die beste Strategie zu finden, vergleichen die Unternehmen die Auszahlungen der Alternativen. Das führt uns zu den folgenden, von den Preisen der Emissionen, also der Steuer oder dem Zertifikatepreis, abhängigen Differenzen. Der Term

$$\Delta C_{0b}(\sigma_2) = \frac{1}{r}[C_b(e_{b,2}) - C_0(e_{0,2}) + \sigma_2(e_{b,2} - e_{0,2})] + F_b \quad (3.8)$$

repräsentiert die Kostendifferenz zwischen den beiden möglichen Strategien der zweiten Stufe. Ist  $\Delta C_{0b}(\sigma_2)$  negativ, entscheidet sich das Unternehmen, in Technologie  $b$  zu investieren.

Der Term

$$\begin{aligned} \Delta C_{ab}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{1}{r + \lambda}[C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + \sigma_1(e_{a,1} - e_{0,1})] + F_a \\ &\quad + \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r}[C_a(e_{a,2}) - C_b(e_{b,2})) + \sigma_2(e_{a,2} - e_{b,2})] + \frac{\lambda}{r + \lambda} F_b, \end{aligned} \quad (3.9)$$

gibt die Differenz zwischen den Auszahlungen von Strategie  $aa$  und Strategie  $0b$  in der ersten Stufe wieder. Die Differenz zwischen den Kosten der Strategie  $00$  und der Strategie  $aa$  in der ersten Stufe ergeben sich als

$$\begin{aligned} \Delta C_{0a}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{1}{r + \lambda}[C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + \sigma_1(e_{a,1} - e_{0,1})] \\ &\quad + \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r}[C_a(e_{a,2}) - C_0(e_{0,2})) + \sigma_2(e_{a,2} - e_{0,2})] + F_a. \end{aligned} \quad (3.10)$$

In beiden Fällen bevorzugt das Unternehmen bei einem negativen Vorzeichen, Technologie  $a$  zu erwerben.

### 3.4.2 Äquivalenz von handelbaren und auktionierten Zertifikaten

Wir bezeichnen mit  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  die gehen von Zertifikatepreise in der ersten und der zweiten Stufe. Angenommen einer Firma wird in der Stufe  $i$ ,  $i = 1, 2$ , eine Grundausstattung  $\bar{e}_i$  an Zertifikaten zugeteilt. Dann lassen sich die Kostendifferenzen des vorherigen Abschnitts schreiben als:

$$\begin{aligned} \Delta C_{0b}(\sigma_2) &= \frac{1}{r}[C_b(e_{b,2}) - C_0(e_{0,2}) + \sigma_2(e_{b,2} - \bar{e}_2) - \sigma_2(e_{0,2} - \bar{e}_2)] + F_b \\ &= \frac{1}{r}[C_b(e_{b,2}) - C_0(e_{0,2}) + \sigma_2(e_{b,2} - e_{0,2})] + F_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta C_{0a}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{1}{r + \lambda} [C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + \sigma_1(e_{a,1} - \bar{e}_1) - \sigma_1(e_{0,1} - \bar{e}_1)] \\
&\quad + \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r} [C_a(e_{a,2}) - C_0(e_{0,2}) + \sigma_2(e_{a,2} - \bar{e}_2) - \sigma_2(e_{0,2} - \bar{e}_2)] + F_a \\
&= \frac{1}{r + \lambda} [C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + \sigma_1(e_{a,1} - e_{0,1})] + \\
&\quad \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r} [C_a(e_{a,2}) - C_0(e_{0,2}) + \sigma_2(e_{a,2} - e_{0,2})] + F_a.
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
\Delta C_{ab}(\sigma_1, \sigma_2) &= \frac{1}{r + \lambda} [C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + \sigma_1(e_{a,1} - \bar{e}_1) - \sigma_1(e_{0,1} - \bar{e}_1)] + F_a + \\
&\quad \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r} [C_a(e_{a,2}) - C_b(e_{b,2}) + \sigma_2(e_{a,2} - \bar{e}_2) - \sigma_2(e_{b,2} - \bar{e}_2)] + \frac{\lambda}{r + \lambda} F_b \\
&= \frac{1}{r + \lambda} [C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + \sigma_1(e_{a,1} - e_{0,1})] + F_a + \\
&\quad \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r} [C_a(e_{a,2}) - C_b(e_{b,2}) + \sigma_2(e_{a,2} - e_{b,2})] + \frac{\lambda}{r + \lambda} F_b.
\end{aligned}$$

Wie wir sehen, ergeben sich keine Unterschiede für die Investitionsentscheidung, wenn die Zertifikate nicht auktioniert, sondern zugeteilt werden, da sich die Grundausrüstung aus den Termen heraus kürzt. Daher werden wir im Folgenden nur auktionierte Zertifikate betrachten. Diese Äquivalenz gilt, sofern keine Firma Marktmacht auf dem Zertifikate ausüben kann, wovon wir hier durchweg ausgehen wollen. Wird diese Annahme aufgehoben, so unterscheidet sich das Investitionsverhalten der Firmen bei zugeteilten Zertifikate gegenüber dem bei auktionierten. (Vergleiche dazu Montero [2002a]).

### 3.4.3 Langfristige Festlegung einer Emissionssteuer

In diesem Unterabschnitt soll der Fall einer konstanten Emissionssteuer untersucht werden. Wir nehmen an, dass der Regulator als erstes entscheidet und sich langfristig auf ein Steuerniveau  $\tau$  festlegt. Gemäß dem vorangegangenen Abschnitt 3.4.1 liegt der Spezialfall  $\sigma_1 = \sigma_2 = \tau$  vor. Somit wird für eine gegebene Technologie das Emissionsniveau einer Firma, die diese Technologie in beiden Stufen nutzt, in beiden Stufen gleich sein. Daher werden wir in diesem Teilabschnitt verkürzt  $e_i$  für das Emissionsniveau einer Firma, die Technologie  $i$ ,  $i = 0, a, b$  nutzt. Die Kostendifferenzen (3.8), (3.9) und (3.10) lassen sich in diesem Fall verkürzend schreiben als

$$\begin{aligned}
\Delta C_{0a}(\tau) &\equiv \frac{1}{r} [C_a(e_a) - C_0(e_0) + \tau(e_a - e_0)] + F_a, \\
\Delta C_{0b}(\tau) &\equiv \frac{1}{r} [C_b(e_b) - C_0(e_0) + \tau(e_b - e_0)] + F_b,
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\Delta C_{ab}(\tau) &\equiv \frac{1}{r + \lambda} [C_a(e_a) - C_0(e_0) + \tau(e_a - e_0)] \\ &+ \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r} [C_a(e_a) - C_b(e_b) + \tau(e_a - e_b)] + F_a - \frac{\lambda}{r + \lambda} F_b.\end{aligned}$$

Sind die Kostendifferenzen gleich Null, so bedeutet das, dass die Firmen zwischen den Technologien 0 und  $a$ , 0 und  $b$  oder  $a$  und  $b$  indifferent sind. Daher sind die Nullstellen dieser Ausdrücke entscheidend. Diese werden durch das folgenden Lemma charakterisiert:

**Lemma 3.4.1.** *1. Für  $i = a, b$  ist die Funktion  $\Delta C_{0i}$  fallend in  $\tau$ . Wenn  $F_i$  nicht zu groß ist, existiert eine eindeutige Lösung  $\bar{\tau}_{0i}$  der Gleichung  $\Delta C_{0i}(\tau) = 0$ . Existiert diese Lösung, so ist es genau dann profitabel, weiterhin die konventionelle Technologie 0 zu nutzen, wenn  $\tau < \bar{\tau}_{0i}$  gilt, wohingegen für  $\tau > \bar{\tau}_{0i}$  die Nutzung von Technologie  $i = a, b$  profitabel ist. Gilt  $\tau = \bar{\tau}_{0i}$ , so sind die Firmen indifferent zwischen Technologie 0 and  $i$ . Des Weiteren gilt  $\frac{\partial \bar{\tau}_{0i}}{\partial F_i} > 0$  für  $i = a, b$ .*

*2. Die Steigung von  $\Delta C_{ab}$  ist im Allgemeinen unbestimmt. Ist jedoch  $\Delta C_{ab}$  monoton in  $\tau$ , so ist die Lösung  $\bar{\tau}_{ab}$  der Gleichheit  $\Delta C_{ab}(\tau) = 0$  eindeutig, wenn sie existiert. Die Existenz hängt von der Höhe der Kostendifferenz  $F_a - \frac{\lambda}{r + \lambda} F_b$  ab. Ist  $\Delta C_{ab}$  fallend (steigend), so bevorzugt die Firma die Strategie, Technologie  $a$  zu adoptieren gegenüber der Strategie, die Investition aufzuschieben und Technologie  $b$  zu adoptieren, falls  $\tau > \bar{\tau}_{ab}$  gilt (falls  $\tau < \bar{\tau}_{ab}$  gilt), und sie bevorzugt genau das Umgekehrte, falls  $\tau < \bar{\tau}_{ab}$  gilt (falls  $\tau > \bar{\tau}_{ab}$  gilt).*

Der Beweis findet sich im Anhang. Die Idee hinter diesem Resultat ist die Folgende: Je größer  $\tau$  ist, desto größer werden die Kostenersparnisse, die sich ergeben, wenn eine Firma eine der neuen Technologien nutzt. Sind also die Installationskosten  $F_i$ ,  $i = a, b$  nicht zu groß, so gibt es eine Schwellenwert so, dass sich für alle höheren Steuerniveaus die Investition in Technologie  $i$ ,  $i = a, b$ , lohnt.

Weniger klar ist der Einfluss der Steuer auf die Entscheidung zwischen den Technologien  $a$  and  $b$ . Dies zeigt sich daran, dass die Steigung von  $\Delta C_{ab}$  im Allgemeinen nicht eindeutig ist: Der Grund dafür ist einfach. Zwar verringert eine Adoption von Technologie  $a$  die Vermeidungskosten in dem Zeitraum, in dem Technologie  $b$  noch nicht zur Verfügung steht, aber auf der anderen Seite können durch die Adoption von Technologie  $b$ , sobald diese verfügbar ist, die Vermeidungskosten

stärker reduziert werden, als durch die Adoption von Technologie  $a$ . Das heißt, sobald die verbesserte Technologie zur Verfügung steht, entstehen in dieser Hinsicht Opportunitätskosten durch die Verwendung der dann weniger effizienten Technologie  $a$ . Somit ist es im Allgemeinen nicht klar, welche Technologie insgesamt die höhere Kostenersparnis bringt.

Das folgende Beispiel einer quadratischen Kostenfunktion verdeutlicht diese Unbestimmtheit:

**Beispiel 3.4.2.** Es sei  $C(\theta, e) := (e^{-\alpha\theta} + A - \beta e)^2 / 2\beta$ . Dann ist, gegeben  $\tau$ , das kostenminimierende Emissionslevel einer Firma, die Technologie  $\theta$  nutzt, gegeben durch  $e(\theta, \tau) = (A + e^{-\alpha\theta} - \tau) / \beta$ . Daraus ergibt sich:

$$\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial \tau} = \frac{1}{\lambda + r} \frac{e^{-\alpha\theta_1} - e^{-\alpha\theta_0}}{\beta} + \frac{\lambda}{r(\lambda + r)} \frac{e^{-\alpha\theta_1} - e^{-\alpha\theta_2}}{\beta}$$

Also gilt  $\Delta C_{ab} \geq (\leq) 0$  genau dann, wenn  $r(e^{-\theta_0} - e^{-\theta_a}) \leq (\geq) \lambda(e^{-\theta_a} - e^{-\theta_b})$ .

Das Beispiel verdeutlicht zudem, dass die Ableitung  $\Delta C_{ab}$  im Wesentlichen auf dem Effizienzparameter  $\theta_i$  und den Parametern  $\lambda$  und  $r$  beruht. Als nächstes wollen wir die Abhängigkeit des Schwellenwerts  $\bar{\tau}_{ab}$  von den Installationskosten studieren:

**Lemma 3.4.3.** *Wir nehmen an, dass  $\Delta C_{ab}(\tau)$  monoton in  $\tau$  ist und ein somit eindeutige bestimmter Schwellensteuersatz  $\bar{\tau}_{ab}$  existiert. Ist  $\Delta C_{ab}(\tau)$  fallend (steigend), dann gilt  $\partial \bar{\tau}_{ab} / \partial F_a < (>) 0$  and  $\partial \bar{\tau}_{ab} / \partial F_b > (<) 0$*

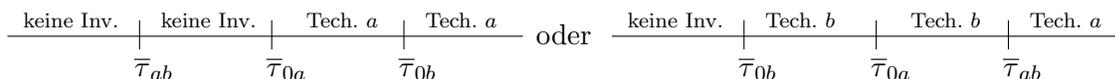
Es erscheint logisch, dass die Investitionsentscheidung der Firmen von der Anordnung der drei Schwellensteuersätze  $\bar{\tau}_{ab}$ ,  $\bar{\tau}_{0a}$  und  $\bar{\tau}_{0b}$  abhängt. Dabei ist jedoch nicht jede Kombination dieser drei Steuersätze möglich:

**Proposition 3.4.4.** Es seien  $F_a$  and  $F_b$  so gewählt, dass alle drei Schwellensteuersätze existieren.

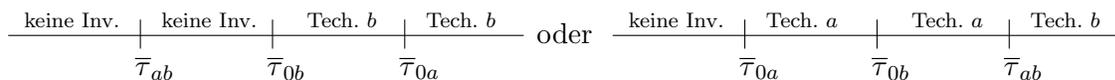
1. Für alle  $\bar{\tau}$ , die  $\Delta C_{ab}(\bar{\tau}) = 0$  erfüllen, muss  $\bar{\tau} \notin [\bar{\tau}_{0i}, \bar{\tau}_{0j}]$  gelten, wobei  $i, j = a, b$  und  $i \neq j$ .  
Gilt  $\bar{\tau}_{0a} < \bar{\tau}_{0b}$ , dann folgt  $\Delta C_{ab} < 0$  für alle  $\tau \in [\bar{\tau}_{0a}, \bar{\tau}_{0b}]$ . Gilt  $\bar{\tau}_{0b} < \bar{\tau}_{0a}$  dann ist  $\Delta C_{ab} > 0$  für alle  $\tau \in [\bar{\tau}_{0b}, \bar{\tau}_{0a}]$ .
2. Ist  $\Delta C_{ab}$  monoton fallend, so ist entweder  $\bar{\tau}_{ab} < \bar{\tau}_{0a} < \bar{\tau}_{0b}$  oder  $\bar{\tau}_{0b} < \bar{\tau}_{0a} < \bar{\tau}_{ab}$ .
3. Ist  $\Delta C_{ab}$  monoton steigend, so ist entweder  $\bar{\tau}_{ab} < \bar{\tau}_{0b} < \bar{\tau}_{0a}$  oder  $\bar{\tau}_{0a} < \bar{\tau}_{0b} < \bar{\tau}_{ab}$ .

Die beiden letzten Resultate lassen sich wie folgt illustrieren:

1. Ist  $\Delta C_{ab}$  fallend, dann erhalten wir:

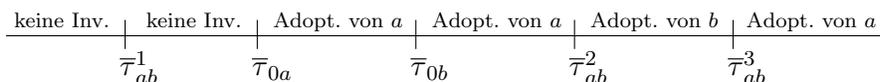


2. Ist  $\Delta C_{ab}$  hingegen steigend, erhalten wir:



Die Intuition hinter diesem Resultat ist einfach: Gilt  $\bar{\tau}_{0b} < \tau$ , dann ist es für die Firma die optimale Entscheidung, in der zweiten Stufe Technologie  $b$  zu wählen. Daher steht die Firma in der ersten Stufe effektiv vor der Entscheidung, entweder Technologie  $a$  zu wählen oder zu warten, um Technologie  $b$  zu adoptieren. Dafür entscheidend ist die Steuerschwelle  $\bar{\tau}_{ab}$ . Ist  $\Delta C_{ab}$  fallend und gilt zum Beispiel  $\bar{\tau}_{ab} < \tau$ , dann würde die Firma Technologie  $a$  adoptieren.

Wir müssen aber nicht zwangsläufig unterstellen, dass  $\Delta C_{ab}$  monoton ist. In diesem Fall wechseln sich für  $\tau > \max\{\bar{\tau}_{0a}, \bar{\tau}_{0b}\}$  Intervalle bezüglich des Steuerniveaus, in denen die Firma Technologie  $a$  wählt mit Intervallen, in denen sie Technologie  $b$  wählt, ab. Es ist aber wichtig zu betonen, dass weiterhin innerhalb des Intervalls  $\bar{\tau}_{0a}$  und  $\bar{\tau}_{0b}$  kein Wechsel dieser Art stattfindet. Daher ist es im Prinzip nur nötig, dass Vorzeichen von  $\Delta C_{ab}$  für das Niveau  $\bar{\tau}_{0a}$  oder  $\bar{\tau}_{0b}$  zu kennen. Die nächste Abbildung verdeutlicht, wie in diesem Fall die Investitionsentscheidung bei unterschiedlichen Steuerniveaus im Prinzip aussehen würde:



### 3.4.4 Langfristige Festlegung der Menge an Emissionszertifikaten

In diesem Abschnitt untersuchen wir die Investitionsentscheidung der Firmen, wenn diese durch handelbare Zertifikate reguliert werden, wobei sich der Regulator langfristig auf eine über die Zeit konstante Menge an auszugebenen Zertifikaten festlegt. Analog zum Steuer-Fall werden wir Schwellenpreise herleiten, für die die Firmen zwischen je zwei Strategien indifferent sind. Passend zu den jeweiligen Strategien ergeben sich diese Schwellenpreise als Nullstellen der Ausdrücke (3.8), (3.9) beziehungsweise (3.10). Das heißt, formal definieren wir  $\bar{\sigma}_{0a}(\sigma_2)$  als Lösung von  $\Delta_{0a}(\bar{\sigma}_{20a}(\sigma_2), \sigma_2) = 0$ ,

$\bar{\sigma}_{ab}(\sigma_2)$  als Lösung von  $\Delta_{ab}(\bar{\sigma}_{ab}(\sigma_2), \sigma_2) = 0$  und  $\bar{\sigma}_{0b}$  als Lösung von  $\Delta_{0b}(\bar{\sigma}_{0b}) = 0$ , wobei  $\sigma_2 > 0$  ein beliebiges Niveau des Zertifikatepreis in der zweiten Stufe bezeichne. Die Schwellenpreise der ersten Stufe hängen also zunächst vom Zertifikatepreis der zweiten Stufe ab. Mittels Rückwärtsinduktion werden wir das Marktgleichgewicht herleiten. Das heißt, wir werden zunächst die zweite Stufe analysieren, wobei der Anteil  $n_a$  der Firmen, die die fortschrittliche Technologie  $a$  adoptieren, gegeben sei. Anschließend werden wir darauf aufbauend die Schwellenpreise der ersten Stufe in Abhängigkeit von  $n_a$  schreiben, da wir den Gleichgewichtspreis der zweiten Stufe für gegebenes  $n_a$  dann kennen.

Zunächst einmal charakterisieren wir den Gleichgewichtspreis der zweiten Stufe in Abhängigkeit von der Zertifikatmenge. Dafür definieren wir  $\bar{E}_2(n_a)$  als das Gesamtemissionsniveau, das zustande kommt, wenn keine Firma Technologie  $b$  adoptiert, und der Marktpreis in der zweiten Stufe  $\bar{\sigma}_{0b}$  entspricht.  $\underline{E}_2(n_a)$  sei hingegen das Gesamtemissionsniveau, das sich einstellt, wenn alle Firmen mit konventioneller Technologie die verbesserte Technologie  $b$  adoptieren und der Marktpreis in der zweiten Stufe wiederum  $\bar{\sigma}_{0b}$  entspricht. Die Idee dahinter ist, dass es im Marktgleichgewicht nur zu partieller Adoption kommen kann, wenn der Marktpreis dem Schwellenpreis entspricht. Damit sind diese beiden Emissionsniveaus das höchste beziehungsweise niedrigste Niveau, das sich bei diesem Preis einstellen kann.

**Proposition 3.4.5.** Es sei  $L$  die Zertifikatmenge, die der Regulator herausgibt. Des Weiteren sei  $0 \leq n_a < 1$  gegeben und  $\sigma$  der markträumende Preis auf dem Zertifikatemarkt. Dann gilt das Folgende:

1. Ist  $L > \bar{E}_2(n_a)$ , dann gilt  $\sigma < \bar{\sigma}_{0b}$ , und keine der verbleibenden Firmen adoptiert die verbesserte Technologie  $b$ .
2. Ist  $L < \underline{E}_2(n_a)$ , dann gilt  $\sigma > \bar{\sigma}_{0b}$ , und alle verbleibenden Firmen adoptieren die verbesserte Technologie  $b$ .
3. Ist  $L \in [\underline{E}_2(n_a), \bar{E}_2(n_a)]$ , dann gilt  $\sigma = \bar{\sigma}_{0b}$  und

$$n_b = \frac{e_0(\bar{\sigma}_{0b}) + n_a(e_a(\bar{\sigma}_{0b}) - e_0(\bar{\sigma}_{0b})) - L}{e_0(\bar{\sigma}_{0b}) - e_b(\bar{\sigma}_{0b})}$$

Firmen adoptieren die verbesserte Technologie.

4. Wenn  $n_a$  ansteigt, dann wird  $\underline{E}_2(n_a)$  ansteigen und  $\bar{E}_2(n_a)$  fallen. Beide Niveaus,  $\underline{E}_2$  und  $\bar{E}_2$ , konvergieren gegen  $E_M = e_1(\bar{\sigma}_{0b})$ , wenn  $n_a$  gegen 1 strebt.

Der Beweis findet sich im Anhang. Im Falle  $n_a = 0$  entsprechen die Aussagen 1.)-3.) den Aussagen des Lemma 2 von Requate und Unold [2003]. Die Intuition hinter Aussage 4.) ist, dass ein höherer Anteil  $n_a$  an Firmen, die Technologie  $a$  adoptiert haben, impliziert, dass bereits mehr vermieden wird.

Wir können nun beides herleiten, die Entscheidung der Firmen in der ersten Stufe und das Gesamtinvestitionsverhalten der Industrie im Gleichgewicht. Zu diesem Zweck ist es nützlich, zunächst den Zusammenhang zwischen der Zahl  $n_a$  der Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren, und dem Gleichgewichtspreis auf dem Zertifikatemarkt herzuleiten. Wir halten dazu fest, dass für gegebenes  $L$  und  $n_a$  der Gleichgewichtspreis  $\sigma_2(n_a)$  in der zweiten Stufe eindeutig bestimmt ist. Daher definieren wir  $\bar{\sigma}_1(n_a)$  als den relevante Schwellenpreis in der ersten Stufe, bei dem jede der verbleibenden  $1 - n_a$  Firmen indifferent ist zwischen der Strategie, Technologie  $a$  zu adoptieren, und der Strategie, Technologie  $a$  nicht zu adoptieren und sich in der zweiten Stufe optimal zu verhalten. Ist es in der zweiten Stufe für jede Firma nicht optimal, Technologie  $b$  zu adoptieren, so ist  $\bar{\sigma}_1(n_a)$  durch  $\bar{\sigma}_{0a}(\sigma_2(n_a))$  gegeben. Anderenfalls ist  $\bar{\sigma}_1(n_a)$  immer durch  $\bar{\sigma}_{ab}(\sigma_2(n_a))$  gegeben, wobei bei partieller Adoption in der zweiten Stufe zudem  $\bar{\sigma}_{ab}(\sigma_2(n_a)) = \bar{\sigma}_{0a}(\sigma_2(n_a))$  gilt. Das nächste Resultat trifft eine Aussage darüber, wie der Schwellenpreis  $\bar{\sigma}_1$  und der Gleichgewichtspreis  $\sigma_1$  von  $n_a$  abhängen:

**Proposition 3.4.6.** Der Schwellenpreis  $\bar{\sigma}_1(n_a)$  ist stetig und nicht-fallend in  $n_a$ , wohingegen der Marktpreis  $\sigma_1$  fallend und stetig in  $n_a$  ist.

Um das Investitionsverhalten der Firmen für eine gegebene Zertifikatenumenge  $L$  herzuleiten, gehen wir ähnlich wie bei Proposition 3.4.5 vor. Dazu definieren wir  $\bar{E}_1 := e_0(\bar{\sigma}_1(0))$  und  $\underline{E}_1 := e_1(\bar{\sigma}_1(1))$ .  $\bar{E}_1$  ist das aggregierte Emissionsniveau, welches sich bei einem Marktgleichgewicht ergibt, bei dem keine Firma Technologie  $a$  adoptiert, jedoch jede Firma indifferent ist, ob sie Technologie  $a$  adoptiert oder nicht. Das ist gleichbedeutend damit, dass der Marktpreis für Zertifikate  $\bar{\sigma}_1(0)$  entspricht. Also muss die Zertifikatenumenge größer gleich  $\bar{E}_1$  sein, um ein Marktgleichgewicht zu induzieren, bei dem Technologie  $a$  nicht adoptiert wird. Analog lässt sich  $\underline{E}_1$  als das aggregierte Emissionsniveau verstehen, das sich bei einem Marktgleichgewicht ergibt, bei dem alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren, jedoch jede Firma indifferent ist, ob sie Technologie  $a$  adoptiert oder nicht. Dies ist äquivalent dazu, dass der Marktpreis für Zertifikate  $\bar{\sigma}_1(1)$  entspricht. Dementsprechend müsste die Zertifikatenumenge kleiner gleich  $\underline{E}_1$  sein, um ein Gleichgewicht zu induzieren, bei dem alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren. Das legt nahe, dass das Intervall  $(\underline{E}_1, \bar{E}_1)$  gerade al-



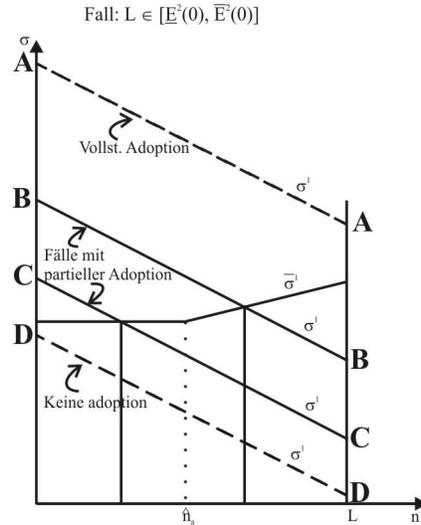


Abbildung 3.3: Verlauf des Schwellenpreises und Marktpreises bei partieller Adoption in der zweiten Stufe.

Zusammenhang zwischen dem Schwellenpreis und  $n_a$  für die Fälle dar, in denen es in der zweiten Stufe entweder zu vollständiger oder gar keiner Adoption kommt. Abbildung 3.3 repräsentiert den Fall, in dem es für gewisse Werte  $n_a$  zu partieller Adoption kommt. Genau genommen existiert gemäß Proposition 3.4.5 ein Anteil  $\hat{n}_a$  an Firmen so, dass für  $n_a < \hat{n}_a$  Technologie  $b$  in der zweiten Stufe partiell und für  $n_a > \hat{n}_a$  entweder gar nicht ( $L > E_M$ ) oder vollständig ( $L < E_M$ ) adoptiert wird<sup>9</sup>.

Warum ist  $\bar{\sigma}_1(n_a)$  steigend, wenn es in der zweiten Stufe entweder zu keiner oder vollständiger Adoption kommt? Wenn es in der zweiten Stufe zu keiner Adoption von Technologie  $b$  kommt, induziert ein höheres  $n_a$  eine geringere Zertifikatenachfrage und somit einen geringeren Gleichgewichtspreis in der zweiten Stufe. Dadurch wird Technologie  $a$  in der ersten Stufe weniger attraktiv. Das bedeutet jedoch, dass der Marktpreis in der ersten Stufe höher sein muss, damit im gleichen Umfang Technologie  $a$  adoptiert wird. Das ist gleichbedeutend damit, dass  $\bar{\sigma}_1$  größer wird.

Adoptieren alle  $1 - n_a$  Firmen Technologie  $b$ , so erhöht ein steigendes  $n_a$  die Nachfrage nach Zertifikaten in der zweiten Stufe und damit den Gleichgewichtspreis  $\sigma_2$ . Dadurch wird es für die Firmen attraktiver, die Investition aufzuschieben und auf Technologie  $b$  zu warten. Anders gesprochen erhöht ein höheres  $n_a$  den Optionswert, der mit der Aufschiebung der Entscheidung verbunden ist.

<sup>9</sup>Im Spezialfall  $L = E_M$  ist  $\hat{n}_a = 1$ .

Also steigt der Schwellenpreis  $\bar{\sigma}_1(n_a)$ .<sup>10</sup>

Die Kurven  $AA$ ,  $BB$ , und  $CC$  beziehungsweise  $AA$ ,  $BB$ ,  $CC$  und  $DD$  repräsentieren verschiedene feste Niveaus der Zertifikatmengen  $L$ . Erhöht sich  $L$ , so verschiebt sich die Kurve von  $AA$  nach  $CC$  ( $AA$  nach  $DD$ ). Da die Zertifikatmenge unterhalb von  $\underline{E}_1$  liegt, ist entlang  $AA$  in beiden Abbildungen der Gleichgewichtspreis für Zertifikate für jedes vorgegebene  $n_a$  größer als der Schwellenpreis  $\bar{\sigma}_1(n_a)$ . Daher beinhaltet das Marktgleichgewicht vollständige Adoption von Technologie  $a$ . Weil die Menge an Zertifikaten größer als  $\underline{E}_1$  ist, ist entlang  $CC$  in Abbildung 3.2 ( $DD$  in Abbildung 3.3) der Gleichgewichtspreis für jedes vorgegebene  $n_a$  kleiner als der Schwellenpreis  $\bar{\sigma}_1(n_a)$ . Daher wird Technologie  $a$  im Gleichgewicht nicht adoptiert. Die Kurve  $BB$  (In Abbildung 3.3 die Kurven  $BB$  und  $CC$ ) repräsentiert (repräsentieren) den Fall  $\underline{E}_1 < L < \bar{E}_1$ . In diesem Fall determiniert der Schnittpunkt der Gleichgewichtspreiskurve mit der Schwellenpreiskurve den Anteil  $n_a$  der Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren, da für diesen Wert die Firmen indifferent sind, ob sie Technologie  $a$  adoptieren oder nicht. In Abbildung 3.3 gibt es dabei zwei grundsätzliche Möglichkeiten: Einen Schnittpunkt links von  $\hat{n}_a$ , was bedeutet, dass Technologie  $b$  in der zweiten Stufe partiell adoptiert wird, und einen Schnittpunkt rechts von  $\hat{n}_a$ , was induziert, dass Technologie  $b$  entweder überhaupt nicht ( $L > E_M$ ) oder vollständig ( $L < E_M$ ) von den restlichen Firmen adoptiert wird.

### 3.4.5 Langfristige Festlegung eines Emissionsstandards

Ein am Anfang festgelegter, über die Zeit konstanter Emissionsstandard sorgt wie eine Steuer dafür, dass die Entscheidung einer Firma ex post keine Auswirkung auf die Entscheidung einer anderen Firma hat. Daher werden alle Firmen wie im Fall einer langfristig konstanten Steuer die gleiche Entscheidung treffen. Daher können wir uns wiederum auf die Entscheidung einer einzelnen Firma konzentrieren.

Im Unterschied zu den vorangegangenen Instrumenten haben Emissionen bei einer Regulierung durch einen Standard keinen Marktpreis. Wenn wir also die Wirkung eines langfristig konstanten Standards auf das Adoptionsverhalten untersuchen wollen, so müssen wir die entsprechenden Ausdrücke für die Kostendifferenzen modifizieren. Sei dazu  $\bar{e}$  das festgelegte Niveau des Standards:

$$\tilde{\Delta}C_{0a}(\bar{e}) \equiv \frac{1}{r}[C_a(\bar{e}) - C_0(\bar{e})] + F_a,$$

<sup>10</sup>Hier besteht ein grundlegender Unterschied zum Requate-Unold [2003] Modell, bei dem keine zukünftige Technologie betrachtet wird. Dort ist der Schwellenpreis unabhängig von  $n_a$ .

$$\tilde{\Delta}C_{0b}(\bar{e}) \equiv \frac{1}{r}[C_b(\bar{e}) - C_0(\bar{e})] + F_b,$$

und

$$\tilde{\Delta}C_{ab}(\bar{e}) \equiv \frac{1}{r+\lambda}[C_a(\bar{e}) - C_0(\bar{e})] + \frac{\lambda}{r+\lambda} \frac{1}{r}[C_a(\bar{e}) - C_b(\bar{e})] + F_a - \frac{\lambda}{r+\lambda} F_b,$$

Wie bei der Steuer ist  $\tilde{\Delta}C_{0i} < 0$ ,  $i = a, b$ , gleichbedeutend damit, dass die Strategie, Technologie  $i$  zu adoptieren, besser ist als die Strategie, die konventionelle Technologie weiter zu nutzen. Die Ableitung von  $\tilde{\Delta}C_{0i}$ ,  $i = a, b$  ist positiv, was insbesondere bedeutet, dass das Schwellenniveau  $\bar{e}_{0i}$ ,  $i = a, b$ , welches durch  $\tilde{\Delta}C_{0i}(\bar{e}_{0i}) = 0$  gegeben ist, eindeutig bestimmt ist. Es lässt sich analog zum Steuerfall direkt zeigen, dass das Schwellenniveau für jede Technologie kleiner wird, wenn die zugehörigen Installationskosten steigen. Das ist intuitiv einleuchtend, denn wenn die Installationskosten steigen, muss der Standard stringenter werden, um noch den gleichen Adoptionsanreiz zu liefern.

Analog zum Steuerfall ist auch im Falle eines Standards das Vorzeichen der Ableitung von  $\tilde{\Delta}C_{ab}$  unbestimmt. Daher kann die Gleichung  $\tilde{\Delta}C_{ab} = 0$  mehrere Lösungen  $\bar{e}_{ab}$  besitzen, die analog zum Steuerfall als Schwellenniveau zu interpretieren sind, bei denen die Firmen indifferent zwischen der Strategie, Technologie  $a$  zu adoptieren, und der Strategie, zu warten und dann Technologie  $b$  zu adoptieren, sind. Aus dem Zusammenhang  $\tilde{\Delta}C_{ab} = \tilde{\Delta}C_{0a} - \frac{\lambda}{\lambda+r} \tilde{\Delta}C_{0b}$  lässt sich analog zum Steuerfall ableiten, dass keine dieser Nullstellen zwischen  $\bar{e}_{0a}$  und  $\bar{e}_{0b}$  liegen kann. Des Weiteren kann ebenfalls analog zum Steuerfall gezeigt werden, dass die Anordnung dieser beiden Schwellenwerte von dem Vorzeichen von  $\tilde{\Delta}C_{ab}$  abhängt. Damit ergibt sich folgendes zentrales Resultat:

**Proposition 3.4.8.** Es sei  $\bar{e}$  gegeben. Dann gilt das Folgende:

1. Für jedes  $e$ , dass die Gleichung  $\tilde{\Delta}C_{ab}(e) = 0$  erfüllt, gilt  $e \notin [\bar{e}_{0i}, \bar{e}_{0j}]$ ,  $i, j = a, b$ ,  $i \neq j$ . Des Weiteren induziert  $\bar{e}_{0a} < \bar{e}_{0b}$  die Ungleichung  $\tilde{\Delta}C_{ab}(e) < 0$  für alle  $e \in [\bar{e}_{0a}, \bar{e}_{0b}]$ . Umgekehrt induziert  $\bar{e}_{0b} < \bar{e}_{0a}$  die Ungleichung  $\tilde{\Delta}C_{ab}(e) > 0$  für alle  $e \in [\bar{e}_{0b}, \bar{e}_{0a}]$ .
2. Ist  $\tilde{\Delta}C_{ab}(e)$  monoton fallend, so ist entweder  $\bar{e}_{ab} < \bar{e}_{0b} < \bar{e}_{0a}$  oder  $\bar{e}_{0a} < \bar{e}_{0b} < \bar{e}_{ab}$ .
3. Ist  $\tilde{\Delta}C_{ab}(e)$  monoton steigend, so ist entweder  $\bar{e}_{ab} < \bar{e}_{0a} < \bar{e}_{0b}$  oder  $\bar{e}_{0b} < \bar{e}_{0a} < \bar{e}_{ab}$ .

Ähnlich wie bei der Steuer ergeben sich einzelne Intervalle, in denen alle Firmen das gleich Adoptionsverhalten haben. Betrachten wir dazu zwei Beispiele:

**Beispiel 3.4.9.** Angenommen  $\tilde{\Delta}C_{ab}(e)$  ist fallend und  $\bar{e}_{ab} < \bar{e}_{0b} < \bar{e}_{0a}$ . Dann adoptiert für  $\bar{e} > \bar{e}_{0a}$  keine Firma eine der neuen Technologien. Im Intervall  $]\bar{e}_{0b}, \bar{e}_{0a}[$  adoptieren alle Firmen Technologie  $a$ . Da für  $\bar{e} < \bar{e}_{ab}$  in diesem Fall die Strategie, zu warten und Technologie  $b$  zu adoptieren, die profitabelste ist, wird für  $\bar{e} < \bar{e}_{ab}$  Technologie  $b$  adoptiert, wohingegen, obwohl nun auch die Adoption von Technologie  $b$  an sich profitabel ist, im Intervall  $]\bar{e}_{ab}, \bar{e}_{0b}[$  Technologie  $a$  adoptiert wird.

**Beispiel 3.4.10.** Angenommen  $\tilde{\Delta}C_{ab}(e)$  ist steigend und  $\bar{e}_{0b} < \bar{e}_{0a} < \bar{e}_{ab}$ . Dann adoptiert für  $\bar{e} > \bar{e}_{0a}$  keine Firma eine der neuen Technologien. Für alle  $\bar{e} < \bar{e}_{0a}$  ist insbesondere aber  $\bar{e} < \bar{e}_{ab}$  und  $\tilde{\Delta}C_{ab}(\bar{e}) < 0$ . Also ist die Strategie, Technologie  $a$  zu adoptieren, profitabler als die, auf Technologie  $b$  zu warten. Daher adoptieren alle Firmen Technologie  $a$ , wenn  $\bar{e} < \bar{e}_{0a}$  gilt.

Das heißt, für einen langfristig konstanten Emissionsstandard ergeben sich zu Steuer analoge Ergebnisse.

## 3.5 Das Marktgleichgewicht

Wir unterstellen zunächst in jeder Stufe eine Preisfunktion  $w_i$ ,  $i = 1, 2$ , die den Preis einer Einheit Emissionen angibt. Dieser hängt von der Zahl der Firmen, die die jeweils neue Technologie adoptiert haben, ab. Dabei unterstellen wir:  $\frac{\partial w_1}{\partial n_a} < 0$ ,  $\frac{\partial w_2}{\partial n_b} < 0$  und  $\frac{\partial w_2}{\partial n_a} < 0$ , wenn  $n_b < 1 - n_a$  gilt, beziehungsweise  $\frac{\partial w_2}{\partial n_a} > 0$ , wenn  $n_b = 1 - n_a$  gilt.

Die Idee dahinter ist die Folgende: Zunächst werden wir diese Funktionen als gegeben erachten, gewisse Annahmen an diese treffen und das Marktgleichgewicht charakterisieren. Später werden wir dann zeigen, dass die effektiven Preise pro Einheit Emissionen in jeder Stufe, wie er sich sowohl bei einer (semi-)myopischen als auch bei einer die Technologien antizipierenden Zertifikatpolitik und bei einer ex-post optimalen Steuerpolitik, bei der die Technologien antizipiert werden, ergibt, gerade die Eigenschaften haben, die wir für  $w_i$ ,  $i = 1, 2$ , angenommen haben. Formal blenden wir also zunächst das Teilspiel aus, bei dem der Preis der Emissionen bestimmt wird. Dadurch müssen wir später aber auch nur noch dieses analysieren.

### 3.5.1 Die zweite Stufe

Wiederum nehmen wir den Anteil an Firmen  $n_a$ , der in der ersten Stufe Technologie  $a$  adoptiert hat, als gegeben an, um das Gleichgewicht in der zweiten Stufe zu analysieren. Ein Marktgleichgewicht,

bei dem es zu partieller Adoption von Technologie  $b$  kommt, wird dabei durch folgende Gleichungen charakterisiert:

1.

$$w_2 = -\frac{\partial C_i}{\partial e}, \quad i = 0, a, b. \quad (3.11)$$

2.

$$E_2 = (1 - n_a - n_b)e_{0,2} + n_a e_{a,2} + n_b e_{b,2}. \quad (3.12)$$

3.

$$\frac{1}{r}[C_0 - C_b - w_2(e_{0,2} - e_{b,2})] = F_b \quad {}^{11} \quad (3.13)$$

Es ergibt sich folgendes Resultat:

**Proposition 3.5.1.** Es sei der Anteil  $n_a$  an Firmen gegeben, die die fortgeschrittene Technologie  $a$  adoptiert haben. Dann existiert ein Intervall  $[F_b^u(n_a), F_b^o(n_a)]$  an Installationskosten von Technologie  $b$  so, dass:

1. Keine Firma wird im Gleichgewicht Technologie  $b$  adoptieren, wenn  $F_b \geq F_b^o(n_a)$ .
2. Alle  $(1 - n_a)$  verbleibenden Firmen werden Technologie  $b$  im Gleichgewicht adoptieren, wenn  $F_b \leq F_b^u(n_a)$ .
3. Für  $F_b \in ]F_b^u(n_a), F_b^o(n_a)[$  adoptiert im Gleichgewicht ein Anteil  $0 < n_b < 1 - n_a$  der Firmen Technologie  $b$ . Dieser Anteil sinkt mit steigendem  $F_b$ .
4. Wenn  $n_a$  ansteigt, so steigt die untere Grenze  $F_b^u(n_a)$  an, die obere Grenze  $F_b^o(n_a)$  hingegen fällt. Beide konvergieren gegen das gleiche Kostenniveau  $\tilde{F}_M$ , wenn  $n_a$  gegen 1 geht. Gegeben ein  $F_b$ , bei dem das Marktgleichgewicht partielle Adoption beinhaltet, sinkt  $n_b(n_a)$ , wenn  $n_a$  ansteigt.

Der Beweis dazu findet sich im Anhang. Die Intuition hinter diesem Resultat ähnelt der Intuition hinter Proposition 3.3.1. Für sehr hohe (niedrige) Installationskosten  $F_b$  hat keine (jede) Firma bei dem sich einstellenden Marktpreis für Emissionen einen Anreiz, Technologie  $b$  zu adoptieren. Dazwischen liegt ein Intervall von Installationskosten, bei denen der Marktpreis für Emissionen soweit

<sup>11</sup>Gilt für alle  $n_b$  ' $<$ ', so wird im Gleichgewicht Technologie  $b$  nicht adoptiert. Gilt für alle  $n_b$  hingegen ' $>$ ', so adoptieren alle  $1 - n_a$  Firmen Technologie  $b$ .

sinkt, dass für einige Firmen kein Anreiz mehr besteht, die verbesserte Technologie zu adoptieren. Dieser Bereich wird um so kleiner, je mehr Firmen bereits Technologie  $a$  adoptiert haben.

Mit Hilfe dieses Resultats lässt sich jetzt die erste Stufe analysieren:

### 3.5.2 Die erste Stufe

Wir gehen analog zur zweiten Stufe vor. Ein Marktgleichgewicht, bei dem zu partieller Adoption von Technologie  $a$  kommt, wird, je nach entsprechendem Marktgleichgewicht der zweiten Stufe, durch folgende Gleichungen charakterisiert:

1.

$$w_1 = -\frac{\partial C_i}{\partial e}, \quad i = 0, a. \quad (3.14)$$

2.

$$E_1 = (1 - n_a)e_{0,1} + n_a e_{a,1}. \quad (3.15)$$

3. (a) Adoptiert im zugehörigen Gleichgewicht der zweiten Stufe keine Firma Technologie  $b$ , so gilt:

$$\frac{1}{r}[C_0 - C_a + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] = F_a \quad (3.16)$$

(b) Adoptiert im zugehörigen Gleichgewicht der zweiten Stufe ein Teil der verbleibenden Firmen Technologie  $b$ , gilt sowohl:

$$\frac{1}{\lambda + r}[C_0 - C_a + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r}[C_0^2 - C_a^2 + w_2(e_{0,2} - e_{a,2})] = F_a \quad (3.17)$$

als auch

$$\frac{1}{\lambda + r}[C_0 - C_a + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \frac{1}{r}[C_b^2 - C_a^2 + w_2(e_{b,2} - e_{a,2})] + F_b \right) = F_a \quad (3.18)$$

(c) Adoptieren alle verbleibenden Firmen im zugehörigen Gleichgewicht der zweiten Stufe Technologie  $b$ , dann gilt:

$$\frac{1}{\lambda + r}[C_0 - C_a + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \frac{1}{r}[C_b^2 - C_a^2 + w_2(e_{b,2} - e_{a,2})] + F_b \right) = F_a \quad (3.19)$$

Dabei seien mit  $C_i^2$ ,  $i = 0, a, b$ , die Vermeidungskosten der zweiten Stufe bezeichnet.

Die Gleichungen (3.16) - (3.19) besagen, dass, entsprechend dem Marktausgang der zweiten Stufe, in einem Gleichgewicht mit partieller Adoption jede Firma indifferent ist zwischen der Strategie,

Technologie  $a$  zu adoptieren und der Strategie, zu warten und in der zweiten Stufe die optimale Strategie zu wählen. Kommt es im Marktgleichgewicht der zweiten Stufe zu partieller Adoption, so sind in der zweiten Stufe die Firmen, die sich entscheiden, die konventionelle Technologie weiter zu nutzen, indifferent zwischen der Strategie, Technologie  $b$  zu adoptieren, und der Strategie, Technologie 0 zu behalten. Deshalb gilt im Gleichgewicht der ersten Stufe sowohl Gleichung (3.17) als auch Gleichung (3.18) bei partieller Adoption in beiden Stufen. Das führt uns zu folgendem Resultat:

**Proposition 3.5.2.** Es seien die Installationskosten  $F_b$  von Technologie  $b$  gegeben. Dann existiert ein Intervall  $[F_a^u(F_b), F_a^o(F_b)]$  so, dass sich für das Marktgleichgewicht der ersten Stufe folgende eindeutig bestimmte Allokation ergibt:

1. Keine der Firmen adoptiert Technologie  $a$ , wenn  $F_a \geq F_a^o(F_b)$ .
2. Alle Firmen adoptieren Technologie  $a$ , wenn  $F_a \leq F_a^u(F_b)$ .
3. Ein Anteil  $0 < n_a < 1$  der Firmen adoptiert Technologie  $a$ , wenn  $F_a \in ]F_a^u(F_b), F_a^o(F_b)[$ . Dieser Anteil sinkt, wenn  $F_a$  steigt.

Die Intuition hinter diesem Resultat entspricht der hinter Proposition 3.3.2: Solange die Installationskosten von Technologie  $a$  kleiner sind als die Kostenersparnis, die sich dadurch ergibt, dass Technologie  $a$  adoptiert wird und die Investition nicht aufgeschoben wird, werden sich noch Firmen dafür entscheiden, Technologie  $a$  zu adoptieren.

### 3.6 Wohlfahrtsanalyse für marktbasierende Instrumente

In diesem Abschnitt werden wir das Marktgleichgewicht, das sich bei Erhebung einer langfristig konstanten Steuer beziehungsweise der Ausgabe einer über die Zeit konstanten Zertifikatmenge ergibt, mit der effizienten Allokation vergleichen. Zunächst wollen wir unterstellen, dass der Regulator sich am Anfang langfristig auf eine Politik festlegt, die das sozial optimale Emissionsniveau etabliert würde, wenn alle Firmen die konventionelle Technologie 0 weiterhin nutzen würde. Im Falle einer Steuerpolitik setzt der Regulator also die Steuer  $\tau_0$  gleich dem sozial optimalen Grenzsadensniveau  $D'(E_0^*)$ , wobei  $E_0^*$  das sozial optimale Gesamtemissionsniveau sei, wenn alle Firmen

Technologie 0 nutzen. Im Falle einer Zertifikatepolitik gibt der Regulator dementsprechend zu jedem Zeitpunkt  $L_0 = E_0^*$  Zertifikate aus. Die Gründe dafür mögen vielfältig sein.

Möglicherweise antizipiert der Regulator die neuen Technologien nicht, möglicherweise ist die Politik aber auch aufgrund von Vereinbarungen langfristig festgelegt worden. Bei einer Zertifikatepolitik wäre denkbar, dass der Regulator dem Einfluss von Lobbygruppen unterliegt, die eine Verschärfung der Politik verhindern wollen.

Im Folgenden nehmen wir zudem an, dass die Funktion  $\Delta C_{ab}$  monoton ist.

### 3.6.1 Der Steuer-Fall

Zunächst konzentrieren wir uns auf den Fall einer Steuer. Gemäß unserer Analyse aus Abschnitt 3.4.3 wissen wir, dass bei einer solchen Politik alle Firmen die gleiche Entscheidung treffen werden. Es kann also nur zu partieller Adoption kommen, wenn jede Firma gerade indifferent zwischen mehreren Strategien ist. In diesem Fall existiert ein Kontinuum an möglichen Gleichgewichten. Ist zum Beispiel jede Firma indifferent zwischen der Strategie, Technologie  $a$  zu adoptieren, und der Strategie, zu warten und Technologie  $b$  zu adoptieren, so ist jede Allokation, bei der ein Teil der Firmen Technologie  $a$ , der andere Teil Technologie  $b$  adoptiert, ein mögliches Marktgleichgewicht. Im Allgemeinen wird das Marktgleichgewicht daher nicht der sozial optimalen Allokation entsprechen. Die Gleichgewicht hängt, wie wir im Abschnitt 3.4.3 gesehen haben, von der relativen Differenz zwischen den Kosten der verschiedenen Strategien ab.

Um das angestrebte Resultat herzuleiten, definieren wir für alle  $F_b$ , für die ein  $n_a$  existiert so, dass partielle Adoption sozial optimal ist,  $\hat{F}_a(F_b)$  als das Installationskostenniveau, bei dem für den zugehörigen sozial optimale Anteil  $n_a^*$  an Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren, die Beziehung  $\bar{F}_b(n_a^*) = F_b$  gilt. In anderen Worten ist  $\hat{F}_a(F_b)$  genau das Installationskostenniveau, bei dem der Regulator in der zweiten Stufe gerade indifferent ist, ob gegeben  $F_b$  keine Firma oder aber ein marginaler Anteil an Firmen Technologie  $b$  adoptiert.

**Proposition 3.6.1 (Charakterisierung des Marktgleichgewichts bei langfristiger, myopischer Steuerpolitik).** Wir nehmen an, dass der Regulator zu jedem Zeitpunkt die Emissionsteuer in Höhe von  $\tau_0$  erhebt. Dann existiert eine Schwelle  $F_a^t(F_b)$  der Installationskosten von Technologie  $a$  so, dass unabhängig von der optimalen Wahl in der zweiten Stufe gilt:

1. Ist  $F_a > F_a^t(F_b)$ , dann adoptiert keine Firma Technologie  $a$ .

2. Ist  $F_a < F_a^t(F_b)$ , dann adoptieren alle Firmen Technologie  $a$ .
3. Gilt  $F_a = F_a^t(F_b)$ , so ist der Anteil der Firmen, die Technologie  $a$  wählen, und damit der Anteil der Firmen, die warten und in der zweiten Stufe die optimale Wahl treffen, unbestimmt.

Berücksichtigen wir die zweite Stufe, ergibt sich damit:

- a.) Ist  $F_b > \bar{F}_b(0)$ , dann ist es für jede Firma in der zweiten Stufe optimal, Technologie  $b$  nicht zu adoptieren. Des Weiteren gilt  $F_a^t = \bar{F}_a$ .  $F_a^t$  hängt also nicht von  $F_b$  ab.
- b.) Ist  $F_b = \bar{F}_b(0)$ , so ist jede Firma, die nicht Technologie  $a$  adoptiert hat, indifferent zwischen der Strategie, Technologie  $b$  zu adoptieren und der Strategie, Technologie 0 beizubehalten. Auch in diesem Fall gilt  $F_a^t = \bar{F}_a$ .
- c.) Ist  $F_M < F_b < \bar{F}_b(0)$ , so ist es für jede Firma, die nicht Technologie  $a$  adoptiert, optimal, in der zweiten Stufe Technologie  $b$  zu adoptieren. Des Weiteren ist  $F_a^t(F_b) \leq \bar{F}_a(F_b)$ . Ist  $\Delta C_{ab}$  aus Abschnitt 3.4.3 fallend, so ist  $F_a^t(F_b) \in [\hat{F}_a(F_b), \bar{F}_a(F_b)]$ . Ist  $\Delta C_{ab}$  steigend, so ist  $F_a^t(F_b) < \hat{F}_a(F_b)$ , notwendigerweise aber nicht  $F_a^t(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$ .
- d.) Ist  $F_b \leq F_M$ , so ist es in der zweiten Stufe ebenfalls optimal, Technologie  $b$  zu adoptieren. Wiederum gilt  $F_a^t(F_b) \leq \bar{F}_a$ . Fällt  $\Delta C_{ab}$ , so gilt nun nur  $\underline{F}_a(F_b) < F_a^t(F_b)$ , wohingegen, wenn  $\Delta C_{ab}$  steigt,  $F_a^t(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$  ist.

Die genaue Allokation, die sich für ein Kostenpaar  $(F_a, F_b)$  ergibt, ist in den Abbildungen 3.4 (für den Fall, dass  $\Delta C_{ab}$  fällt) and 3.5 (für den Fall, dass  $\Delta C_{ab}$  steigt) dargestellt. Die gepunkteten Linien repräsentieren dabei die Grenzlinien der sozial optimalen Allokation (vergleiche Abbildung 1). Die dicken Linien geben  $F_a^t(F_b)$  wieder. Es lässt sich dabei leicht nachrechnen, dass für  $F_b < F_M$  die Steigung dieser Kurve identisch mit der von  $\underline{F}_a(F_b)$  ist. In beiden Fällen, bei fallendem  $\Delta C_{ab}$  und steigendem  $\Delta C_{ab}$ , wird die  $(F_a, F_b)$ -Ebene durch  $F_a^t(F_b)$  und  $\bar{F}_b(0)$  in vier Abschnitte zerlegt, in denen entweder alle Firmen keine der Technologien ( $F_a > F_a^t(F_b)$  und  $F_b > \bar{F}_b(0)$ ), Technologie  $a$  ( $F_a < F_a^t(F_b)$ ) oder Technologie  $b$  ( $F_a > F_a^t(F_b)$ ,  $F_b < \bar{F}_b(0)$ ) adoptieren. Es zeigt sich, dass für steigendes  $\Delta C_{ab}$  immer zuviel investiert wird, wenn die effiziente Allokation nicht mit dem Marktgleichgewicht übereinstimmt. Fällt  $\Delta C_{ab}$ , ist die Situation etwas komplizierter, worauf wir später eingehen.





auf eine möglichst effiziente Technologie zu warten, ist in diesem Fall sehr hoch. Ist das Niveau der Steuer jedoch hoch, so ist jede Firma daran interessiert, relativ schnell eine Senkung der Vermeidungskosten zu erreichen, was in diesem Fall für Technologie  $a$  spricht. Aus Sicht des sozialen Planers kann es jedoch optimal sein, dass einige Firmen nicht Technologie  $a$  adoptieren, sondern Technologie  $b$ .

### 3.6.2 Der Zertifikate-Fall

Nachdem wir im vorangegangenen Unterabschnitt das Marktgleichgewicht bei Erhebung einer langfristig konstanten Steuer mit der sozial optimalen Allokation verglichen haben, wollen wir in diesem Unterabschnitt nun das Gleiche für den Fall, dass der Regulator Zertifikate ausgibt, durchführen.

Requate und Unold [2003] konnten für den Ein-Technologie-Fall die Existenz eines Intervalls  $]F^u, F^o[$  von Installationskosten zeigen, das alle Marktgleichgewichte mit partieller Adoption repräsentiert. Innerhalb dieses Intervalls kam es jedoch im Vergleich zur effizienten Allokation immer zu Unterinvestition.

Wir werden uns auf die Ergebnisse des Abschnitts 3.5 stützen, da der Zertifikatepreis  $\sigma$  offensichtlich in beiden Stufen die Annahmen, die wir für  $w_i$ ,  $i = 1, 2$ , getroffen haben, erfüllt. Die Propositionen 3.5.1 und 3.5.2 lassen sich also anwenden, wodurch die Ergebnisse von Requate und Unold [2003] auf den Zwei-Technologien-Fall ausgeweitet werden. Was zu untersuchen bleibt, ist, inwieweit diese Grenzen  $F_b^u(n_a)$ ,  $F_b^o(n_a)$ ,  $F_a^u(F_b)$ ,  $F_a^o(F_b)$  und der Wert  $\tilde{F}_M$  sich von ihren Gegenstücken bei der sozial optimalen Allokation unterscheiden. Zudem stellt sich die Frage, ob es immer zu Unterinvestitionen kommt, wenn sich das Marktgleichgewicht vom sozialen Optimum unterscheidet.

**Proposition 3.6.2.** Es seien die Installationskosten  $F_a, F_b$  für beide Technologien gegeben.

1. Ist  $F_b > F_b^o(0)$ , so gilt sowohl  $F_a^o(F_b) = \bar{F}_a(F_b)$  als auch  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$ . Gilt  $F_a \in ]F_a^u(F_b), F_a^o(F_b)[$ , so ist der Anteil an Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren, kleiner als der effiziente Anteil.
2. Ist  $\tilde{F}_M < F_b < F_b^o(0)$ , so gilt  $F_a^o(F_b) = \bar{F}_a(F_b)$  im Falle von  $F_b \geq \underline{F}_b(0)$  und  $F_a^o(F_b) > \bar{F}_a(F_b)$  im Falle von  $F_b < \underline{F}_b(0)$ . Ist  $F_b > F_M$ , so ist  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$ , wohingegen für  $F_b < F_M$  dieses nur gilt, wenn  $\Delta C_{ab}$  fällt. Steigt  $\Delta C_{ab}$ , so ist unbestimmt, ob  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$  oder

- $F_a^u(F_b) > \underline{F}_a(F_b)$ . Für  $F_a \in ]F_a^u(F_b), F_a^o(F_b)[$  ist der Anteil  $n_a$  an Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren, immer kleiner als der effiziente Anteil  $n_a^*$ . Ist  $n_b(n_a) > 0$  und  $n_b(n_a) + n_a < 1$ , so ist der Gesamtanteil  $n_a + n_b(n_a)$  an Firmen, die eine der neuen Technologien adoptieren, kleiner als der sozial optimale Gesamtanteil  $n_a^* + n_b^*(n_a^*)$  an Firmen.
3. Im Falle von  $F_b^u(0) < F_b < \tilde{F}_M$  und  $F_b \geq \underline{F}_b(0)$  gilt  $F_a^o(F_b) = \overline{F}_a(F_b)$ , wohingegen für  $F_b^u(0) < F_b < \tilde{F}_M$  und  $F_b < \underline{F}_b(0)$  die Ungleichung  $F_a^o(F_b) > \overline{F}_a(F_b)$  gilt. Ist  $\Delta C_{ab}$  steigend, so ist  $F_a^u(F_b) > \underline{F}_a(F_b)$ , wohingegen für fallendes  $\Delta C_{ab}$  die Ungleichung  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$  gilt. Somit ist für  $F_a \in [F_a^u(F_b), F_a^o(F_b)]$ , solange  $n_a + n_b(n_a) < 1$  gilt, sowohl  $n_a$  als auch  $n_a + n_b(n_a)$  kleiner als entsprechenden effizienten Anteile. Ist  $n_a + n_b(n_a) = 1$ , dann ist im Allgemeinen unbestimmt, ob  $n_a$  kleiner, gleich oder größer als  $n_a^*$  ist.
4. Ist  $F_b < F_b^u(0)$ , so gilt  $F_a^o(F_b) > \overline{F}_a$ . Ist  $\Delta C_{ab}(\sigma)$  steigend, so ist  $F_a^u(F_b) > \underline{F}_a(F_b)$ , wohingegen  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$  gilt, wenn  $\Delta C_{ab}$  fällt. Ist  $F_a \in ]F_a^u(F_b), F_a^o(F_b)[$ , so ist unbestimmt, ob  $n_a$  kleiner, größer oder gleich  $n_a^*$  ist. Ist  $\Delta C_{ab}$  steigend, so ist im Falle von  $F_a \in ]\underline{F}_a(F_b), F_a^u(F_b)[$  sowohl  $n_a > n_a^*$  als auch  $n_b < n_b^*$ . Im Vergleich dazu ist, wenn  $\Delta C_{ab}$  fällt, für  $F_a \in ]F_a^u(F_b), \underline{F}_a(F_b)[$  zwar  $n_b > n_b^*$ , aber  $n_a < n_a^*$ . In beiden Fällen ist für  $F_a \in ]\overline{F}_a(F_b), F_a^o(F_b)[$  sowohl  $n_a > n_a^*$  als auch  $n_b < n_b^*$ .
5. Ist  $\Delta C_{ab}$  fallend, so existiert für geeignet kleine  $F_b < F_M^{12}$  ein Kostenniveau  $F_a^M(F_b)$ ,  $\underline{F}_a(F_b) < F_a^M(F_b) < \overline{F}_a(F_b)$  so, dass  $n_a = n_a^*$  und  $n_b = n_b^* = 1 - n_a^*$  und so, dass für alle  $F_a \in ]\underline{F}_a(F_b), F_a^M(F_b)[$   $n_a < n_a^*$  und  $n_b = 1 - n_a > n_b^* = 1 - n_a^*$  gilt.

Es ist zunächst überraschend, dass die Funktion  $\Delta C_{ab}$ , die für den Steuerfall definiert wurde und allgemein einen über die Zeit konstanten Preis der Emissionen voraussetzt, eine Rolle spielt. Das liegt daran, dass für  $F_a = F_a^u(F_b)$  in beiden Stufen der Marktpreis für Zertifikate identisch ist, da alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren. Deshalb spielt diese Funktion bei der Analyse eine wichtige Rolle. Es kommt hier in der Regel zu Unterinvestitionen, wobei ihr der Begriff situationsabhängig zu gebrauchen ist: Wird im Marktgleichgewicht wie im sozialen Optimum nur eine Technologie gebraucht, wie es oberhalb des  $\overline{F}_b(0) = \overline{F}_b^o(0)$ -Niveaus oder rechts der  $F_a^o$ -Kurve der Fall sein kann (vergleiche Abbildungen 3.6 und 3.7), so heißt dies wirklich, dass ineffizient wenig in die Technologie investiert wird. Zwischen der  $\overline{F}_a$ - und der  $F_a^o$ -Kurve in Abbildung 3.7 (In Abbildung 3.6 hingegen

<sup>12</sup>Unter anderem alle  $F_b < F_b^u(0)$ .

nur knapp links von der  $F_a^o$ -Kurve) und unterhalb der  $F_b^u$ -Kurve ist es hingegen so, dass wie im Steuerfall genau genommen zu wenig in die eine Technologie, in diesem Fall Technologie  $b$  und auf Kosten dessen zuviel in die andere Technologie (Technologie  $a$ ) investiert wird. In den Bereichen, auf die sich die Aussagen 2. und 3. beziehen wiederum lässt sich generell nur sagen, dass zu wenig in Technologie  $a$  und insgesamt zu wenig in neue Technologien in der Summe investiert wird.

Wenn  $\Delta C_{ab}$  fallend ist, existieren wiederum Kostenpaare, für die das Gegenteil des zu erwarteten Szenarios, in diesem Fall Unterinvestitionen, im Marktgleichgewicht der Fall ist. Das lässt sich wie folgt erklären: Im letzten Unterabschnitt wurde motiviert, dass man eine fallende Funktion  $\Delta C_{ab}$  so interpretieren kann, dass Technologie  $b$  relativ gesehen eine kleine Verbesserung von Technologie  $a$  ist. Deshalb lohnt es sich bei relativ niedrigen Vermeidungskosten, auf diese Technologie zu warten. Das ist hier der Fall. Wichtig ist Resultat 5.: Dieses besagt gerade, dass es eine Menge an Kostenpaaren gibt, für die es zu Unterinvestitionen im Sinne des vorherigen Abschnitts kommt, wenn sich der Regulator für eine Steuer in Höhe von  $\tau_0$  entscheidet, und zu Überinvestitionen, wenn der Regulator  $L_0$  Zertifikate ausgibt. Überinvestitionen heißt hierbei, dass zu viele Firmen Technologie  $b$  und zu wenige Technologie  $a$  adoptieren, wobei im Gegensatz zum Steuerfall, wo 'zu wenige Firmen' gleichbedeutend mit 'keine Firma' war, im Allgemeinen aber Firmen Technologie  $a$  adoptieren.

In diesem Spezialfall wird also das Ranking von Requate und Unold [2003] gerade umgekehrt. Die Abbildungen 3.6 und 3.7 stellen das obige Resultat grafisch für beide Fälle, Abbildung 3.6 für den Fall das  $\Delta C_{ab}$  fällt, Abbildung 3.7 für den Fall, dass  $\Delta C_{ab}$  steigt, dar. Wie bei den Abbildungen 3.4 und 3.5 repräsentieren die gepunkteten Linien die Grenzen des sozialen Optimums (vergleiche Abbildung 3.1), wohingegen die durchgezogenen vertikalen Linien  $F_a^o(F_b)$  und  $F_a^u(F_b)$ , die durchgezogenen horizontalen Linien  $F_b^u(F_a)$  and  $F_b^o(F_a)$  darstellen. Die Intuition der Kurvenverläufe entspricht im Wesentlichen der im Falle des sozialen Optimums. Des Weiteren lässt sich leicht zeigen, dass die Steigung von  $F_a^o(F_b)$  und  $F_a^u(F_b)$  für kleine  $F_b$  jeweils  $-\frac{\lambda}{\lambda+r}$  beträgt, wodurch die Kurven in den entsprechenden Bereichen einer Parallelverschiebung von  $\underline{F}_a(F_b)$  und  $\overline{F}_a(F_b)$  entsprechen. Mit Hilfe des letzten Resultats lässt sich anhand der Abbildungen ablesen, dass es, wenn  $\Delta C_{ab}$  steigt, immer zu Unterinvestitionen im oben beschriebenen Sinne kommt, wenn das Gleichgewicht nicht der effizienten Allokation entspricht (vergleiche Abbildung 3.7). Fällt  $\Delta C_{ab}$  jedoch, so existiert ein Bereich an  $(F_a, F_b)$ -Paaren (Vergleiche Abbildung 3.6), wo es zu Überin-



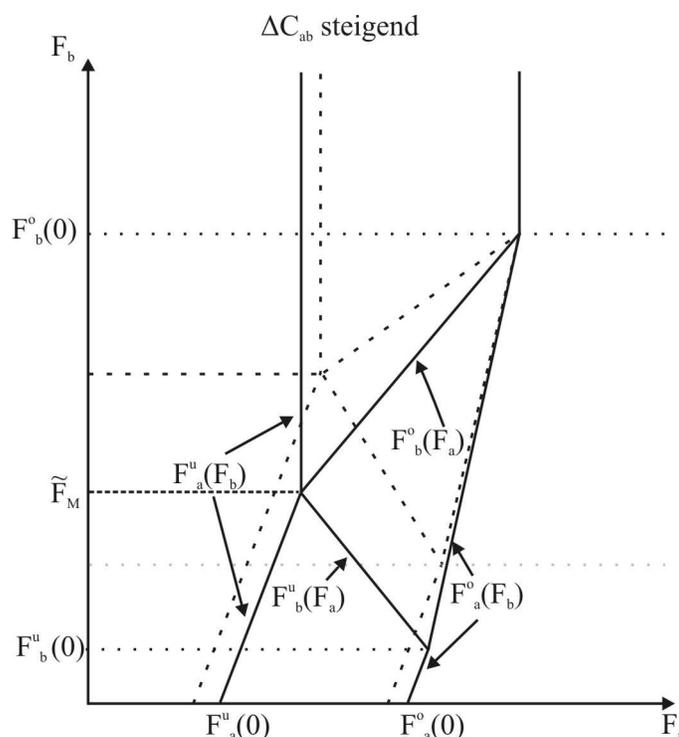


Abbildung 3.7: Vergleich der Allokation bei Ausgabe von Zertifikaten mit der effizienten, wenn  $\Delta C_{ab}$  steigt.

bezüglich Technologie  $a$  (vergleiche Requate und Unold [2003]<sup>13</sup>) festlegt, er jedoch die verbesserte Technologie  $b$  nicht antizipiert.

Als erstes wollen wir den Steuer-Fall grafisch analysieren. Dieser Fall ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Die abwechselnd gestrichelten und gepunkteten Linien repräsentieren dabei die Grenzen bezüglich der effizienten Allokation (vergleiche Abbildung 3.1). Es sei  $\tau_a$  das vom Regulator gewählte Steuerniveau, das dem effizienten Grenzscha-den im Ein-Technologie-Fall entspricht (vergleiche Requate und Unold [2003]).  $\underline{F}_a$  und  $\overline{F}_a$  seien die entsprechenden unteren und oberen Schranken der Kostenniveaus, für die partielle Adoption im Ein-Technologie Fall effizient ist. Sie werden durch die rein gestrichelten vertikalen Linien dargestellt. In den Bereichen  $A_1$  bis  $A_6$  entspricht  $\tau_a$  dann dem effizienten Grenzscha-densniveau in der ersten Stufe in unserem Modell. Abgesehen vom Bereich  $A_3$  ist  $\tau_a$  innerhalb dieser Bereiche zudem unabhängig von  $F_a$ . Entlang der Kurve  $\overline{Z'}Z''Z'''$  gilt zudem

<sup>13</sup>Im Falle einer Steuer existiert bei ex ante Festlegung der Steuer ein Kontinuum an Gleichgewichten, sofern partielle Adoption effizient ist (vergleiche Requate und Unold [2003]). Wir wollen unterstellen, dass in diesem Fall immer die effiziente Allokation zustande kommt.



$\overline{Z'Z''}$  und der gestrichelten Linie, die die  $\overline{F}_a$ -Kurve repräsentiert. Die Abbildungen 3.9 und 3.10

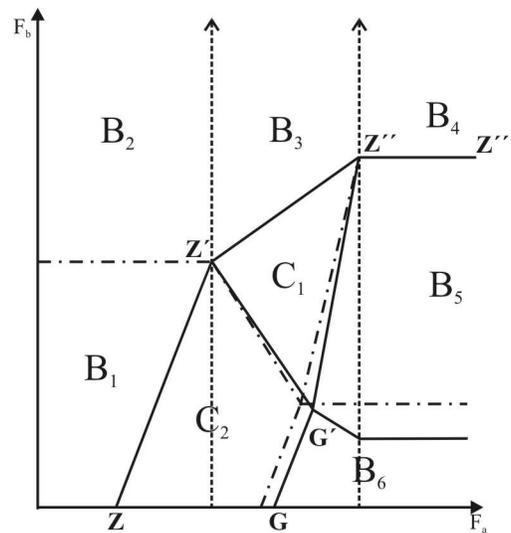


Abbildung 3.9: Vergleich der effizienten Allokation mit dem Zertifikate-Regime, bei dem sich der Regulator myopisch verhält und Technologie  $b$  nicht antizipiert. Möglichkeit 1.

stellen die möglichen Investitionsschemen dar, die sich ergeben, wenn der Regulator die Zahl  $L_a$  an Zertifikaten ausgibt, die effiziente wäre, wenn wir nur Technologie  $a$  betrachtet würden. Wiederum repräsentieren die abwechselnd gepunktet und gestrichelten Kurven die Grenzkurven der effizienten Allokation. Die beiden gestrichelten vertikalen Linien geben die Niveaus  $\underline{F}_a$  und  $\overline{F}_a$  wieder. Des Weiteren sei  $\sigma_a$  der Zertifikatspreis, der dem effizienten Grenzschadensniveau entspricht, wenn nur Technologie  $a$  betrachtet würde.

In den Bereichen  $B_1$  bis  $B_6$  entspricht der Zertifikatspreis, der sich in der ersten Stufe einstellt, dem effizienten Grenzschadensniveau der ersten Stufe. In den Bereichen  $B_1$  bis  $B_4$  ist es zudem nicht effizient, Technologie  $b$  zu adoptieren. Dementsprechend ist die Zertifikatsmenge in beiden Stufen in beiden Fällen, dem Fall, dass der Regulator Technologie  $b$  antizipiert oder dem Fall, dass er sie nicht antizipiert, gleich aus. In beiden Fällen führt sie zu der aus der jeweiligen Sicht des Regulators effizienten Allokation. Entlang der Kurve  $\overline{Z'Z''Z'''}Z''''$  gilt damit  $\Delta C_{ab}(\sigma_a, \sigma_a) = 0$ . Im Abschnitt  $\overline{Z'Z''Z'''}Z''''$  gilt überdies  $\Delta C_{0b}(\sigma_a) = 0$ . Beides folgt aus der Tatsache, dass die Zertifikatsmenge  $L_a$  in beiden Stufen dem effizienten Gesamtemissionsniveau entspricht. Im Anhang wird gezeigt, dass gegeben  $n_a > 0$ ,  $n_b > 0$  mit  $n_a + n_b < 1$   $F_a > F_a^*$  und  $F_b < F_b^*$  gilt, wobei  $(F_a, F_b)$  das Kostenpaar ist, für das bei dezentraler Entscheidung ein Anteil von  $n_a$  der Firmen Technologie  $a$  und ein Anteil



Firmen Technologie  $a$  und weniger Firmen Technologie  $b$ . Dies ist der Fall in dem Teil des Bereichs  $C_1$ , der sich mit dem Bereich, in dem partieller Adoption beider Technologien effizient ist, schneidet. Der Grund dafür ist einfach: Bei Berücksichtigung von Technologie  $b$  ist es effizient, dass etwas weniger Firmen Technologie  $a$  adoptieren und ein Teil dieser Firmen die Investition aufschiebt, um Technologie  $b$  zu adoptieren. Dementsprechend werden in der ersten Stufe ineffizient wenig Zertifikate ausgegeben, in der zweiten Stufe jedoch zu viele. Im Allgemeinen ist jedoch unklar, ob der Gesamtanteil an Firmen, die in eine der neuen Technologien investieren ineffizient hoch oder niedrig ist.

Anders liegt der Fall, wenn, gegeben ein Kostenpaar  $(F_a, F_b)$ , in beiden Fällen ein Teil der Firmen in Technologie  $a$  investiert, der Rest in Technologie  $b$  (Bereich  $C_2$  bis zur gestrichelten Linie). In diesem Fall führt die zu strenge Regulierung in der ersten und die zu wenig stringente Regulierung in der zweiten Stufe dazu, dass sich mehr Firmen auf Kosten von Technologie  $b$  für Technologie  $a$  entscheiden. Damit kommt es zu Unterinvestitionen, wobei der Begriff auch hier situationsabhängig interpretiert werden muss. Präziser ausgedrückt erhalten wir folgendes Ergebnis: In den Bereichen  $B_1$ - $B_4$  sowie  $B_6$  wird im effizienten Umfang investiert. Im Bereich  $B_5$  investieren die Firmen in Technologie  $b$ , allerdings in zu geringem Umfang. Hier kommt es zu Unterinvestitionen im eigentlichen Sinne. Im Bereich  $C_2$  kommt es ebenfalls zu Unterinvestitionen, aber in dem Sinne, dass im Vergleich zum sozialen Optimum ein Teil der Firmen früher investiert, als es effizient wäre, das heißt, zu viele Firmen adoptieren Technologie  $a$ . Im Bereich  $C_1$  lässt sich im Allgemeinen keine Aussage treffen, allerdings lässt sich für den oben beschriebenen Teilbereich feststellen, dass zu viele Firmen Technologie  $a$  und zu wenige Technologie  $b$  adoptieren.

### 3.7 Die optimale Politik bei Antizipation der neuen Technologien

In den vorangegangenen Teilabschnitten haben wir uns mit dem Verhalten der Firmen beschäftigt, wenn der Regulator das Niveau seines Politikinstrumentes langfristig festlegt. In diesem Abschnitt wollen wir unterstellen, dass der Regulator die Verfügbarkeit beider neuen Technologien antizipiert und das Niveau seines gewählten Politikinstrument dementsprechend optimal anpasst. Als Instrumente werden wir nur Steuern und Zertifikate betrachten. Denn wie zum Beispiel Feess und Gleaves [2001] und Requate und Unold [2003] bereits für den Ein-Technologie-Fall zeigen, kann auch bei Antizipation der neuen Technologie das soziale Optimum nicht mittels eines Standards implementiert

werden.

Es kommen drei verschiedene Timings in Frage:

1. *Ex ante Politik mit festem Zeitpunkt:* Der Regulator antizipiert den erwarteten Verfügbarkeitszeitpunkt der verbesserten Technologie, den wir mit  $\bar{t}_2$  bezeichnen wollen. Er legt ex ante fest, dass er in jedem Zeitpunkt  $t \geq \bar{t}_2$  eine Emissionssteuer in Höhe  $\tau = \tau_2^*$  erhebt, beziehungsweise eine Zertifikatmenge  $L = E_2^*$  ausgeben wird.  $\tau_2^*$  entspricht dabei dem sozial optimalen Grenzschaten, wenn jeweils der effiziente Anteil an Firmen Technologie  $a$  beziehungsweise  $b$  adoptiert. Bei einer Zertifikatpolitik gelte entsprechendes. Für  $t < \bar{t}_2$  setzt er ex ante sein Instrument auf das Niveau, das dem effizienten Grenzschatensniveau beziehungsweise dem effizienten Gesamtemissionsniveau entspricht, wenn der effiziente Anteil an Firmen Technologie  $a$  adoptiert. Diese Politik wird im Normalfall nicht zum optimalen Ergebnis führen, da der wahre Verfügbarkeitszeitpunkt von Technologie  $b$  stochastisch ist. Daher wollen wir diese Art von Second-Best-Politik nicht weiter betrachten.
2. *Ex ante Politik mit dynamischen Zeitpunkt:* Der Regulator weiß über die Verfügbarkeit von Technologie  $a$  Bescheid und antizipiert zudem korrekt, dass Technologie  $b$  zu einem späteren stochastischen Zeitpunkt verfügbar sein wird. Er antizipiert aber nicht den Verfügbarkeitszeitpunkt  $t_2$ , sondern er kennt nur die Ankunftsrate. Er legt sich ex ante bezüglich der Niveaus seiner Instrumente  $\tau_1$  beziehungsweise  $L_1$  und  $\tau_2$  beziehungsweise  $L_2$  in jeder Stufe fest. Im Falle einer Steuer heißt das, dass er zunächst die Steuer auf das Niveau  $\tau_1$  setzt, bis Technologie  $b$  verfügbar wird. Danach ändert er die Steuer auf das Niveau  $\tau_2$ . Das Spiel, dargestellt in Abbildung 3.11, sieht in diesem Fall wie folgt aus: Die Firmen, die sich entschließen, Technologie  $a$  zu adoptieren, werden diese Entscheidung sofort zum Zeitpunkt  $t_1 = 0$  umsetzen. Jene Firmen, die sich für die Strategie, zu warten und Technologie  $b$  zu adoptieren, entscheiden, werden Technologie  $b$  sofort adoptieren, wenn diese verfügbar wird, also zum ex ante unbekanntem Zeitpunkt  $t_2$ . Die Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  werden noch einmal in drei virtuelle Zeitpunkte  $t_{10}$ ,  $t_{11}$  und  $t_{12}$  beziehungsweise  $t_{20}$ ,  $t_{21}$  und  $t_{22}$  aufsplittet (vergleiche Abbildung 3.11). Technologie  $a$  wird dabei verfügbar zum Zeitpunkt  $t_{10}$ , wonach der Regulator seine Entscheidung bezüglich des zukünftigen Niveaus seiner Instrumente zum Zeitpunkt  $t_{11}$  bekannt gibt und schließlich die Firmen zum Zeitpunkt  $t_{12}$  ihre Entscheidung treffen. Analoges geschieht in den Zeitpunkten  $t_{20}$  und  $t_{22}$ . Im Zeitpunkt  $t_{21}$  ändert der Regulator das Niveau

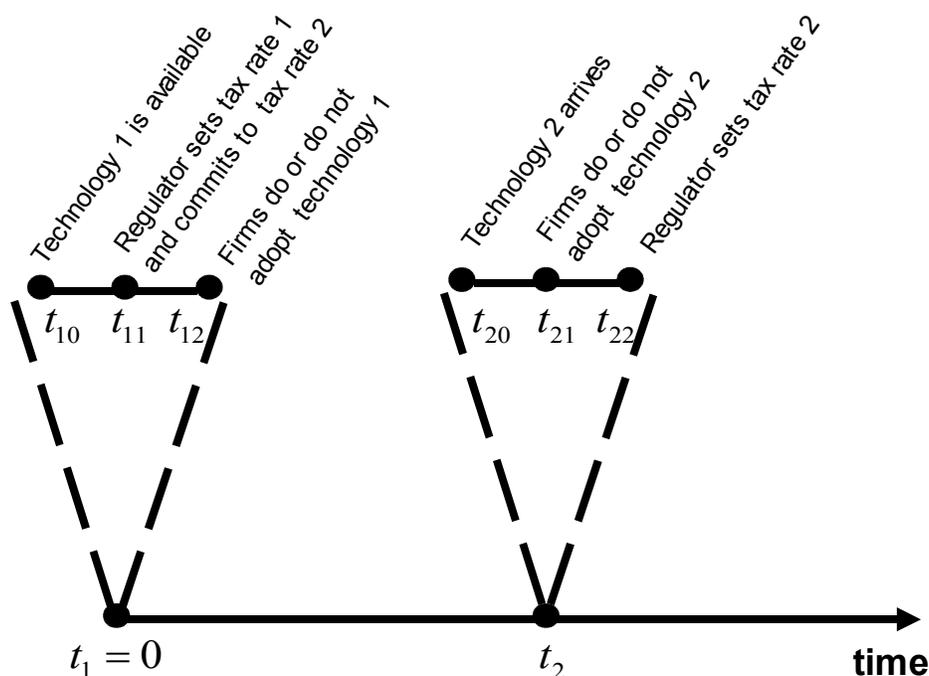


Abbildung 3.11: Ex ante Politik mit dynamischen Zeitpunkten.

seines Instruments wie angekündigt von  $\tau_1$  beziehungsweise  $L_1$  auf  $\tau_2$  beziehungsweise  $L_2$ . Wir unterstellen abstrahierend, dass die Intervalllängen  $t_{ij} - t_{i,j+1}$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 0, 1$  infinitesimal klein sind, was sich als Proxy dafür auffassen lässt, dass diese Zeiträume in der Realität im Vergleich zu dem Zeitraum  $t_2 - t_1$  sehr klein sind.

3. *Ex post Politik*: Die dritte Variante besteht darin, dass die Firmen in beiden Stufen zunächst entscheiden, ob sie die entsprechende Technologie adoptieren oder nicht. Danach beobachtet der Regulator die Anzahl der Firmen, die die jeweiligen Technologien adoptiert haben, und setzt sein Instrument auf das entsprechende effiziente Niveau. Der Regulator gibt ex ante bekannt, dass das Niveau seines Instrument in jeder Stufe so setzen wird, und ihm ist auch bekannt, dass Technologie  $b$  zu einem zukünftigen Zeitpunkt verfügbar sein wird. Ebenso ist ihm die Ankunftsrate der Technologie bekannt. Analog zum ex ante Fall lässt sich dieses Spiel wieder mittels virtueller Zeitpunkte darstellen (vergleiche Abbildung 3.12). Die Zeitpunkte  $t_{10}$  und  $t_{20}$  repräsentieren wiederum die Zeitpunkte, zu denen die Technologien  $a$  und  $b$  verfügbar werden. Zu den Zeitpunkten  $t_{11}$  und  $t_{21}$  treffen die Firmen, die noch konventionelle Technologie nutzen, die Entscheidung, ob sie die jeweils aktuelle Technologie adoptieren wollen. Zu

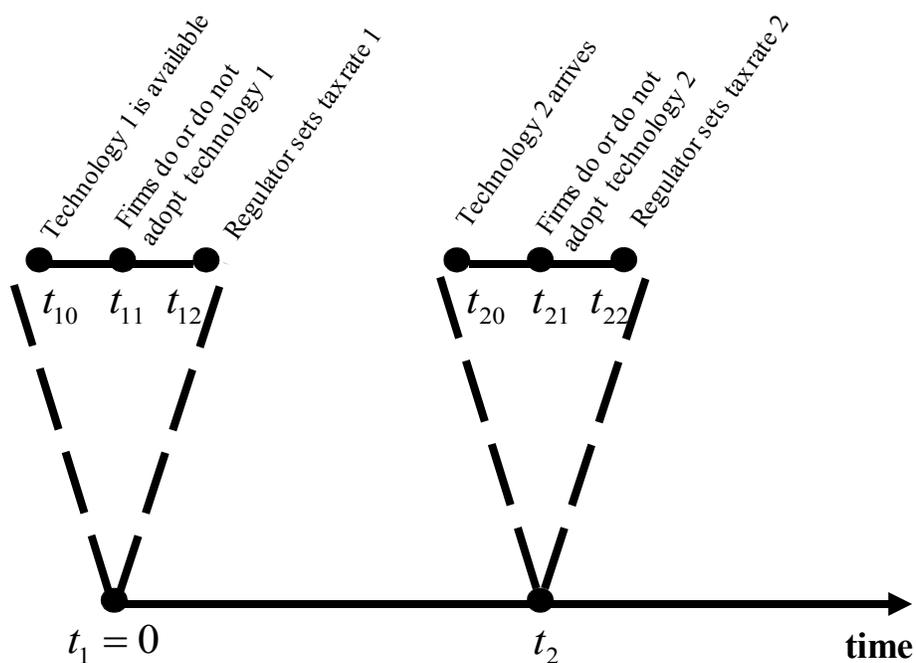


Abbildung 3.12: Ex post Politik.

den Zeitpunkten  $t_{12}$  und  $t_{22}$  schließlich setzt der Regulator sein Instrument auf das neue, die sozialen Kosten minimierende Niveau.

Zunächst werden wir auf die Ex-Ante-Politik eingehen. Dabei werden wir die Ergebnisse von Requate und Unolds [2003], dass eine Zertifikate-Politik in diesem Fall besser ist als eine Steuer-Politik, für den Zwei-Technologie-Fall bestätigen. Der Grund dafür ist wie im Ein-Technologie-Fall, dass bei Ausgabe von Zertifikaten die effiziente Allokation immer realisiert werden kann, wohingegen bei einer Emissionssteuer in gewissen Situationen ein Kontinuum an Marktgleichgewichten existiert.

**Proposition 3.7.1 (Ex ante Politik).** Wir nehmen an, dass der Regulator als erster zieht, und seine Politik im Vorfeld ankündigt. Das Ziel des Regulators ist es, die sozialen Kosten zu minimieren. Die Installationskosten  $F_a$  und  $F_b$  seien gegeben.

1. (*Ex ante Steuerpolitik*) Ist es effizient, dass entweder alle Firmen keine der neuen Technologien oder aber alle Firmen entweder Technologie  $a$  oder alle Firmen Technologie  $b$  adoptieren, so existiert ein eindeutiges teilspielperfektes Marktgleichgewicht, welches der sozial optimalen Allokation entspricht und bei dem der Regulator zu Beginn ankündigt, dass er bis zur Ankunft

der Technologie  $b$  eine Emissionsteuer in Höhe des sozial optimalen Grenzschadensniveau  $D'(E_1^*(n_a^*))$  der ersten Stufe und nach der Ankunft der Technologie  $b$  eine Emissionssteuer in Höhe des sozial optimalen Grenzschadensniveau  $\tau_2 = D'(E_2^*(n_a^*, n_b^*))$  der zweiten Stufe verlangt.

In den anderen Fällen existiert immer ein Kontinuum an möglichen Gleichgewichten, welches, wenn der Regulator ankündigt, die Steuern in beiden Stufen auf das Niveau des sozial optimalen Grenzschadens zu setzen, gerade alle Allokation, bei denen jeweils ein Anteil der Firmen die Technologien adoptiert, deren Adoption durch einen gewissen Anteil an Firmen auch effizient wäre.<sup>16</sup> Insbesondere ist damit die effiziente Allokation immer ein mögliches Gleichgewicht.

2. (*Ex ante Zertifikatpolitik*) Es existiert ein eindeutiges, teilspielperfektes Gleichgewicht, bei dem der Regulator zu Beginn ankündigt, in beiden Stufen Zertifikate in einem Umfang auszugeben, der den sozial optimalen Gesamtemissionen entspricht, also  $L_1 = E_1^*(n_a^*)$  und  $L_2 = E_2^*(n_a^*, n_b^*)$ , und bei dem das Marktgleichgewicht in beiden Stufen der effizienten Allokation entspricht.

Die Erklärung für diese Ergebnisse ist nahe liegend. Eine ex ante festgelegte Steuer ist unflexibel bezüglich der späteren Entscheidungen der Unternehmen. Analog zu Abschnitt 3.4.3 werden alle Firmen entweder die gleiche Technologie adoptieren, oder aber sie sind indifferent zwischen verschiedenen Strategien. Letzteres ist der Fall, wenn es effizient ist, dass ein Teil der Firmen jeweils verschiedene Technologien adoptiert und der Regulator ankündigt, die Steuer in beiden Stufen auf das Niveau des sozial optimalen Grenzschadens zu setzen. In diesem Fall entspricht die Steuer nämlich gerade einem der Schwellensteuersätze oder sogar mehreren, so dass die Firma zwischen zwei oder mehreren Strategien indifferent ist. Hinzu kommt, dass, wenn der Regulator am Anfang ankündigt, die Steuern in beiden Stufen auf die gemäß den Propositionen 3.3.1 und 3.3.2 sozial optimalen Grenzschadensniveaus zu setzen, diese Politik nicht zeitkonsistent sein muss (vergleiche

<sup>16</sup>Das heißt, wenn zum Beispiel im sozialen Optimum ein Teil der Firmen Technologie 0, ein Teil der Firmen Technologie  $b$  adoptiert, keine Firma aber Technologie  $a$  und zudem auch keine Firma indifferent ist, ob sie Technologie  $a$  adoptiert oder auf Technologie  $b$  wartet, so ist jede Allokation, in der ein Teil der Firmen Technologie  $b$  und der Rest Technologie 0 adoptiert, ein mögliches Gleichgewicht. Hingegen kann keine Allokation ein Gleichgewicht sein, bei der ein Teil der Firmen Technologie  $a$  adoptiert.

zum Beispiel Kennedy und Laplante [1999], Requate und Unold [2003]). Dieses ist zum Beispiel der Fall, wenn in der ersten Stufe partielle Adoption sozial optimal wäre und der Anteil der Firmen, der Technologie  $a$  wählt, unter einer ex ante Steuerpolitik von dem effizienten Anteil abweicht. Im Gegensatz dazu ist bei Zertifikaten zwar die Menge ebenfalls ex ante festgelegt, der Zertifikatspreis wird aber sinken, wenn Firmen neue Technologie adoptieren. Hier bestehen also dynamische Anreize.

Anders als bei einer Ex-Ante Regulierung kann der Regulator mit einer Ex-Post-Politik immer die effiziente Lösung etablieren. Damit wird das entsprechende Resultat von Requate und Unold [2003] auf den Zwei-Technologien-Fall verallgemeinert:

**Proposition 3.7.2 (Ex post optimal policy).** Es seien  $F_a$  und  $F_b$  gegeben. Des Weiteren nehmen wir an, dass der Regulator, dessen Ziel es ist, die sozialen Kosten zu minimieren, beobachtet, wie groß der Anteil der Firmen, der in jeder Stufe die entsprechende Technologie adoptiert, ist. In beiden Fällen, der Steuerpolitik und der Zertifikatspolitik, existiert ein eindeutiges, teilspielperfektes Marktgleichgewicht, bei dem in jeder Stufe der sozial optimale Anteil an Firmen die jeweilige Technologie adoptiert, und bei der der Regulator die Steuersätze  $\tau_1$  und  $\tau_2$  beziehungsweise die Zertifikatsmengen  $L_1$  und  $L_2$  auf das Niveau des jeweils sozial optimalen Grenzschadensniveau beziehungsweise Gesamtemissionsniveau setzt.

Bemerkenswert an diesem Resultat ist, dass, obwohl der Verfügbarkeitszeitpunkt von Technologie  $b$  Unsicherheit unterliegt, es für den Regulator ausreichend ist, sich an die Pigou'sche Steuerregel zu halten. Damit lässt sich sowohl ein kompliziertes Selbstbindungs-Problem als auch das Problem zeitlicher Inkonsistenz umgehen. Von entscheidender Bedeutung ist jedoch, dass die Firmen klein sind. Somit können sie die Entscheidung des Regulators nicht beeinflussen, da ihr Einfluss auf den Grenzschaden vernachlässigbar ist. Ein weiteres Problem besteht darin, dass wir ex ante symmetrische Firmen annehmen, wodurch ein Koordinierungsproblem entsteht, das wir in diesem Abschnitt per Annahme ausgeblendet haben. Es lässt sich aber zeigen, dass dieses Problem bei asymmetrischen Firmen entfällt.

### 3.8 Die effiziente Allokation bei asymmetrischen Firmen

Zum Abschluss sei eine Erweiterung des in diesem Kapitel präsentierten Modells vorgestellt, bei der wir sowohl eine asymmetrische Installations- als auch Vermeidungskostenstruktur betrachten. Ziel des Abschnitts ist es, zu illustrieren, dass es durch Einführung einer Asymmetrie keine schwerwiegenden Veränderung des Resultate entstehen. Das Modell entspricht im Wesentlichen einer Erweiterung des Modells von Requate und Unold [2001].

Wir wollen uns in diesem Abschnitt nur auf die effiziente Allokation konzentrieren. Für die Allokation bei einer myopischen oder nicht-myopischen Regulierung mittels Zertifikaten wie auch bei einer ex post Steuerpolitik gelten, wenn wir das Vorgehen von Abschnitt 3.5 übertragen, analoge Resultate. Erhebt der Regulator myopisch eine langfristig konstante Emissionssteuer, so lassen sich im Grunde die Ergebnisse des Abschnitts 5.5.1 anwenden. Für jede Firma ergeben sich dann firmenspezifische Schwellensteuersätze  $\bar{\tau}_{0a}^x, \bar{\tau}_{0b}^x, \bar{\tau}_{ab}^x, x \in [0, 1]$ . De facto ist es möglich, dass, anders als bei symmetrischen Firmen, bei einer genügend starken Asymmetrie auch in diesem Fall verschiedene Firmen verschiedene Technologien adoptieren.

Wir nehmen an, dass es neben den für alle Firmen gleichen Basisinstallationskosten  $F_a$  beziehungsweise  $F_b$  noch firmenspezifische, aber technologieunabhängige Basisinstallationskosten  $F(x)$ ,  $F'(x) \geq 0$ <sup>17</sup>,  $x \in [0, 1]$ , gibt<sup>18</sup>. Diese können zum Beispiel daraus resultieren, dass es für verschiedene Firmen unterschiedlich schwer ist, eine neue Technologie einzubauen, dass die Firmen unterschiedlich gute Möglichkeiten besitzen, Personal zu schulen oder dass die Firmen unterschiedlich effektive technische Abteilungen besitzen.

Des Weiteren unterstellen wir, dass die Vermeidungskosten asymmetrisch sein können. Das heißt, wir betrachten jetzt eine firmenspezifische Vermeidungskostenfunktion  $C(x, \theta, e)$ ,  $x \in [0, 1]$ . Wir nehmen an, dass  $\frac{\partial C}{\partial x} \geq 0$  und  $-\frac{\partial C}{\partial x \partial e} \geq 0$ . Wir unterstellen damit aus Gründen der Einfachheit, dass eine Firma mit höheren Installationskosten auch die schlechteren Vermeidungsmöglichkeiten hat. Dieses muss in der Realität nicht der Fall sein, und es kann in der Realität ein entscheidender Erklärungsansatz für unterschiedliche Adoptionsstrategien verschiedener Firmen sein. Zudem sei unterstellt, dass die Firmen bezüglich der konventionellen Technologie symmetrisch sind, das

<sup>17</sup>Für  $F' = 0$  liegen firmenunabhängige Installationskosten wie im Grundmodell vor.

<sup>18</sup>Keohane [2006] teilt die Installationskosten ebenfalls in einen Basisanteil und in einen firmen- und technologiespezifischen Anteil auf. Letzterer ist bei ihm ex ante stochastisch.

heißt für alle zulässigen Emissionsniveaus  $e$  gelte  $C(x, \theta_0, e) = C(y, \theta_0, e)$  für alle  $x, y \in [0, 1]$ . Der Einfachheit halber schreiben wir im Folgenden  $e_{j,i}^x$  für das Emissionsniveau der Firma mit Index  $x$ , wenn diese in Stufe  $i = 1, 2$  Technologie  $j = 0, a, b$  nutzt.

Darüberhinaus treffen wir folgende Annahme:

**Annahme 3.8.1.** Für alle  $x \in [0, 1]$  und  $\sigma > 0$  gelte

$$\frac{\partial C_a}{\partial x}(x, e_a(x, \sigma)) - \frac{\partial C_b}{\partial x}(x, e_b(x, \sigma)) > 0,$$

wobei  $e_i(x, \sigma)$ ,  $i = a, b$ , gemäß  $\partial C_i / \partial e(x, e_i(x, \sigma)) = \sigma$  gegeben sei.

Diese Annahme unterstellt de facto, dass die bessere Technologie die Asymmetrie bezüglich der Vermeidungskosten reduziert. Diese Annahme induziert zudem, dass der soziale Planer immer die effizienteren Firmen Technologie  $a$  adoptieren lassen wird, wenn es effizient ist, das beide Technologien genutzt werden. Um das zu zeigen, betrachten wir, gegeben Gesamtemissionsniveaus  $E_1$  und  $E_2$  die Kostenersparnis, die sich ergibt, wenn die Firma  $x \in [0, 1]$  Technologie  $a$  adoptiert, anstatt auf Technologie  $b$  zu warten. Diese beträgt:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r} [C_a(x, e_{a,1}^x) - C_0(e_{0,1}) + D'(E_1)(e_{a,1}^x - e_{0,1})] \\ & + \frac{\lambda}{r(\lambda + r)} [C_a(x, e_{a,2}^x) - C_b(x, e_{b,2}^x) + D'(E_2)(e_{a,2}^x - e_{b,2}^x)] \end{aligned}$$

Durch Ableiten nach  $x$  ergibt sich:

$$\frac{1}{\lambda + r} \frac{\partial C_a}{\partial x}(x, e_{a,1}^x) + \frac{\lambda}{r(\lambda + r)} \left[ \frac{\partial C_a}{\partial x}(x, e_{a,2}^x) - \frac{\partial C_b}{\partial x}(x, e_{b,2}^x) \right]$$

Der letzte Ausdruck ist gemäß obiger Annahme größer als Null. Das bedeutet aber, dass, wenn der soziale Planer Firma  $x$  Technologie  $a$  adoptieren lässt, was der Fall ist, wenn der erste Ausdruck kleiner als  $(\lambda/(\lambda + r))F_b - F_a$  ist, er auch alle Firmen im Intervall  $[0, x[$  Technologie  $a$  adoptieren lassen wird. Analog kann man zeigen, dass, wenn eine Einheit Emissionen den Preis  $\sigma_1$  beziehungsweise  $\sigma_2$  in der ersten beziehungsweise zweiten Stufe hat, bei dezentraler Entscheidung alle Firmen im Intervall  $[0, x[$  Technologie  $a$  Technologie  $b$  vorziehen werden, wenn Firma  $x$  es tut.

Die Zielfunktion des sozialen Planers lautet:

$$\begin{aligned}
\min_{e_{i,j}^x, x_0, x_a, x_b} & \frac{1}{\lambda + r} \left[ \int_0^{x_a} [C_a(e_{a,1}^x) + F(x)] dx + (1 - x_a)C_0(e_{0,1}) + D \left( \int_0^{x_a} e_{a,1}^x dx + (1 - x_a)e_{0,1} \right) \right] \\
& + x_a F_a + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \int_0^{x_a} \left[ \frac{1}{r} C_a(e_{a,2}^x) dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{1}{r} C_b(e_{b,2}^x) + F(x) \right] dx \right] \\
& + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ x_0 \frac{1}{r} C_0(e_{0,2}) + \frac{1}{r} D \left( \int_0^{x_a} e_{a,2}^x dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} e_{b,2}^x dx + x_0 e_{0,1} \right) + x_b F_b \right]
\end{aligned} \tag{3.20}$$

wobei  $x_0 = 1 - x_a - x_b$ . Analog zum Grundmodell bestimmen wir die effiziente Allokation in zwei Schritten: Zuerst analysieren wir die zweite Stufe bei gegebenem Anteil an Firmen, die Technologie  $a$  nutzen. Dann analysieren wir darauf aufbauend die erste Stufe. Für die zweite Stufe ergibt sich folgendes Resultat, welches im Wesentlichen Proposition 3.3.1 entspricht:

**Proposition 3.8.2.** Angenommen alle Firmen im Intervall  $[0, x_a]$  haben in der ersten Stufe Technologie  $a$  adoptiert. Dann existiert ein Intervall  $[\underline{F}_b(x_a), \overline{F}_b(x_a)]$  so, dass folgendes gilt:

1. Keine Firma soll Technologie  $b$  adoptieren, wenn  $F_b \geq \overline{F}_b(x_a)$ .
2. Alle verbleibenden Firmen sollen Technologie  $b$  adoptieren, wenn  $F_b \leq \underline{F}_b(x_a)$ .
3. Gilt  $F_b \in [\underline{F}_b(x_a), \overline{F}_b(x_a)]$ , so ist es effizient, dass die Firmen  $]x_a, x_a + x_b^*(x_a)[$  Technologie  $b$  adoptiert.  $x_b^*(x_a)$  sinkt, wenn  $F_b$  größer wird, wohingegen der sozial optimale Grenzschaten bezüglich  $F_b$  steigend ist.
4. Steigt  $x_a$ , so wird auch die untere Grenze  $\underline{F}_b(x_a)$  größer während die obere Schranke  $\overline{F}_b(x_a)$  kleiner wird. Beide konvergieren gegen das gleiche Niveau  $F_M$ , wenn  $x_a$  gegen 1 geht. Im Gegensatz zum Fall mit symmetrischen Firmen steigt das effiziente Gesamtemissionsniveau an, wenn  $x_a$  größer wird und  $x_b < 1 - x_a$  gilt. Im Allgemeinen ist in diesem Fall der Effekt auf die Zahl  $x_b^*(x_a)$  an Firmen, die Technologie  $b$  adoptieren sollen, unbestimmt, wohingegen die Zahl  $(1 - x_a - x_b^*(x_a))$  an Firmen, welche keine der beiden Technologien adoptieren sollen, immer sinkt, wenn  $x_a$  ansteigt. Besteht die Asymmetrie aber nur bezüglich der Installationskosten, so sinkt  $x_b^*(x_a)$  ebenfalls.

Die Aussagen entsprechen im Großen und Ganzen denen von Proposition 3.3.1. Der einzige, aber entscheidende Unterschied besteht in der Auswirkung auf die effiziente Allokation, die ein

höherer Anteil an Technologie  $a$  hat, wenn es zu partieller Adoption von Technologie  $b$  kommt: Im symmetrischen Fall war das Gesamtemissionsniveau unabhängig von  $x_a$ , da, wenn zum Beispiel  $x_a$  sinkt, der soziale Planer  $x_b$  in einem entsprechendem Maße erhöhen konnte. Hier aber sinkt die zusätzlich realisierbare Kostenersparnis mit steigendem Firmenindex. Damit ist dieses nicht mehr möglich, weswegen Technologie  $b$  de facto zu einem gewissen Teil verdrängt wird. Es ist deshalb sogar denkbar, dass  $x_b^*$  steigt und sich trotzdem  $E_2^*$  erhöht<sup>19</sup>, da die Firmen, die jetzt zusätzlich Technologie adoptieren, deutlich ineffizienter sind, und daher der Anstieg der Emissionen, der dadurch verursacht wird, dass effizientere Firmen statt Technologie  $b$  die schlechtere Technologie  $a$  adoptieren, möglicherweise nicht voll kompensiert werden kann.

Das Resultat für die erste Stufe entspricht dem Resultat im symmetrischen Fall.

**Proposition 3.8.3.** Es seien die Installationskosten  $F_a, F_b$  gegeben. Dann existiert ein Intervall  $[\underline{F}_a(F_b), \overline{F}_a(F_b)]$  so, dass gilt:

1. Keine Firma soll Technologie  $a$  adoptieren, wenn  $F_a \geq \overline{F}_a(F_b)$  gilt.
2. Alle Firmen sollen Technologie  $a$  adoptieren, wenn  $F_a \leq \underline{F}_a(F_b)$  gilt.
3. Ist  $F_a \in ]\underline{F}_a(F_b), \overline{F}_a(F_b)[$ , so sollen alle Firmen mit Index kleiner  $0 < x_a^* < 1$  Technologie  $a$  adoptieren.  $x_a^*$  sinkt, wenn  $F_a$  steigt, weswegen das effiziente Grenzkostenniveau steigt.

Das Gesamtergebnis entspricht damit qualitativ dem Resultat bei symmetrischen Firmen.

Wie anfangs erwähnt, lassen sich analoge Resultate für das Marktgleichgewicht herleiten, wenn man das Vorgehen von Abschnitt 3.5 kopiert. Wie im symmetrischen Fall können hierbei die Rechnungen mehr oder weniger Eins zu Eins übertragen werden. Damit lässt sich auch für asymmetrische Firmen zeigen, dass eine ex-Post-Regulierung mittels Zertifikaten oder Steuern zur effizienten Allokation führt. Anders als bei symmetrischen Firmen führt aber bei asymmetrischen Firmen auch eine ex-Ante-Regulierung im Sinne von Abschnitt 3.7 2. immer zur effizienten Allokation. Denn die ex ante angekündigten Steuerniveaus entsprechen hier nur gerade den Schwellensteuersätzen der marginalen Firma, wenn partielle Adoption effizient ist, während alle Firmen mit niedrigerem oder höherem Index nicht indifferent sind. Damit tritt das Problem multipler Gleichgewichte bei asymmetrischen Firmen nicht mehr auf.

<sup>19</sup>Es ist im symmetrischen Fall leicht zu zeigen, dass, wenn sowohl der Anteil an Firmen, der Technologie  $a$  adoptiert, als auch der Anteil an Firmen, der Technologie  $b$  adoptiert, ansteigt, das Gesamtemissionsniveau sinken muss.

### 3.9 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurde ein einfaches Grundmodell entwickelt, das das Modell von Requate und Unold [2003] konsequent auf den Fall zweier Technologien, einer bereits verfügbaren und einer zukünftigen mit unsicherem Verfügbarkeitszeitpunkt, verallgemeinert. Wir haben dabei explizit die Möglichkeit ausgeschlossen, dass Firmen beide Technologien adoptieren, um die Wirkung des Optionswertes herauszuarbeiten. Wie Requate und Unold [2003] haben wir dabei zunächst symmetrische Firmen unterstellt, allerdings wurde in Anlehnung an Requate und Unold [2001] abschließend auch eine Verallgemeinerung des Modells mit asymmetrischen Firmen vorgestellt.

Als Erstes haben wir die effiziente Allokation untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass abhängig vom Kostenpaar  $(F_a, F_b)$  alle möglichen Adoptionsszenarien auftreten können. Ist eine Technologie verhältnismäßig teuer, so ist es effizient, dass nur die andere, und möglicherweise diese auch nur partiell, adoptiert wird. Sind die Installationskosten beider Technologien moderat, so ist es effizient, dass jede der beiden neuen Technologien jeweils von einem gewissen Anteil an Firmen adoptiert wird. Unter Umständen ist es sogar effizient, dass einige Firmen in beiden Stufen die konventionelle Ausgangstechnologie nutzen. Grund dafür sind die dynamischen und temporären Adoptionsanreize. Je mehr Firmen schon neue Technologie verwenden, desto weniger rentiert es sich für die Gesellschaft in jeder Stufe, wenn weitere Firmen Technologie adoptieren. Des Weiteren ist zwar Technologie  $b$  effektiver, nutzt der soziale Planer aber seine Option, Firmen mit Technologie  $a$  auszustatten, so kann er die gesellschaftlichen Kosten in dem Zeitraum senken, in dem Technologie  $b$  noch nicht zur Verfügung steht. Das bietet bei moderaten Kosten einen Anreiz, einen Teil der Firmen mit Technologie  $a$  auszustatten.

Bei dezentraler Entscheidung hängt die Allokation entscheidend von der Wahl des Instruments ab. Eine langfristig konstante Emissionssteuer oder ein konstanter Emissionsstandard sind durch nicht-dynamische Anreize charakterisiert. Die Entscheidung einer einzelnen Firma wird daher nicht von der Entscheidung der restlichen Industrie beeinflusst. Sind die Firmen symmetrisch, so treffen sie alle die gleiche Entscheidung, sofern sie nicht zwischen verschiedenen Strategien indifferent sind. Allerdings spielt für jede Firma weiterhin die Option, Technologie  $a$  zu überspringen und Technologie  $b$  zu adoptieren, eine Rolle. Ob Technologie  $a$  oder Technologie  $b$  von der Industrie adoptiert wird, hängt dabei zum einen von der Höhe der Steuer ab, zum anderen aber auch davon, wie effektiv Technologie  $b$  relativ zu Technologie  $a$  ist. Die relative Effektivität wird dabei nicht

---

nur von der absoluten Effektivität, sondern auch von der erwarteten Ankunftszeit von Technologie  $b$  sowie von der Diskountrate beeinflusst. Daher ist nicht klar, ob eine stringenter Emissionspolitik in diesen Fällen zu einer früheren oder einer späteren Investition führt. In der Regel führt eine myopische Steuerpolitik zu Überinvestitionen. Anders als bei Requate und Unold [2003] existieren, wenn beide Technologie nicht antizipiert werden, aber Ausnahmefälle, wo aus gesellschaftlicher Sicht zu wenig in dem Sinne investiert wird, dass Technologie  $b$  auf Kosten von Technologie  $a$  verdrängt wird. Wird nur Technologie  $b$  nicht antizipiert, kommt es, da die Option zu warten nicht berücksichtigt wird, nur zu Überinvestitionen, wobei Überinvestitionen auch heißen kann, dass Technologie  $a$  zugunsten von Technologie  $b$  verdrängt wird.

Bei einer langfristig konstanten Menge an Zertifikaten hingegen sind die Anreize dynamisch, weswegen ein Marktgleichgewicht mit beiden Technologien möglich ist. Allerdings ist bei myopischer Politik die Allokation in der Regel nicht die effiziente. Es wird in den meisten Fällen zu wenig Technologie adoptiert. Doch auch bei Zertifikaten existieren bei komplett myopischer Politik Ausnahmefälle, wo es im Gegensatz zu Requate und Unold [2003] zu Überinvestitionen kommt. Überinvestitionen heißt dabei in der Regel, dass ein Teil der Firmen zu spät investiert, also Technologie  $b$  anstatt Technologie  $a$  wählt. Zudem konnten wir zeigen, dass es, wenn beide Technologien nicht antizipiert werden, Kostenpaare gibt, für die unter einer Steuer zu wenig, bei einer Regulierung mittels Zertifikaten jedoch zu viel investiert wird. Damit wird für diese Kostenpaare die Reihung der Instrumente gemäß Requate und Unolds [2003] gerade umgekehrt: Zertifikate induzieren in diesem Fall höhere Diffusionsanreize als eine Steuer. Antizipiert der Regulator Technologie  $a$ , aber nicht Technologie  $b$ , so lässt sich die Reihung jedoch im Wesentlichen bestätigen.

Antizipiert der Regulator beide Technologien, so kann er, wenn er Zertifikate ausgibt, sowohl mittels einer ex ante als auch einer ex post Regulierung die effiziente Allokation implementieren. Bei Erhebung einer Steuer ist dies bei symmetrischen Firmen nur mittels einer ex post Regulierung möglich. Bei einer ex ante Steuerpolitik existiert hingegen bei symmetrischen Firmen in vielen Fällen ein Kontinuum an möglichen Gleichgewichten. Unterstellen wir jedoch eine leichte Asymmetrie, so lässt sich auch mit Hilfe dieser Politik die effizienten Allokation implementieren.

## Kapitel 4

# Outputmärkte und Technologieaustausch

In diesem Kapitel soll das Modell des vorherigen Kapitels um zwei Aspekte erweitert werden. Zum einen soll ein Outputmarkt betrachtet werden, auf dem alle Firmen ein homogenes Outputgut, welches sie produzieren, verkaufen. Zum anderen wollen wir die Möglichkeit betrachten, dass Firmen in der ersten Stufe Technologie  $a$  adoptieren und diese in der zweiten Stufe durch Technologie  $b$  ersetzen. Zudem sollen nicht mehr ausschließlich Emissionen betrachtet werden. Stattdessen betrachten wir ein beliebiges Inputgut. Dabei kann es sich zum Beispiel um Energie, Öl, Erz, Arbeit oder aber ein beliebiges Zwischenprodukt handeln.

Die Berücksichtigung des Inputmarkts ist ein wichtiger Aspekt dieses Kapitels, da auf diese Weise die Dynamik der Anreize berücksichtigt wird. Andere Modelle, wie Götz [1999], unterstellen konstante Grenzkosten. Der technologische Fortschritt senkt diese. In dem Modell von Götz werden dafür über die Zeit veränderliche Installationskosten betrachtet. Dieses ist hier der Einfachheit halber nicht der Fall.

Dieses Kapitel ist wie folgt gegliedert. Im ersten Abschnitt stellen wir das Modell vor. Danach wird das soziale Optimum im zweiten Abschnitt studiert. Im dritten Abschnitt analysieren wir dann allgemein das Marktgleichgewicht bei dezentraler Entscheidung. Im vierten Abschnitt wollen wir die Ergebnisse der beiden vorherigen Abschnitte miteinander vergleichen. Dabei betrachten wir im ersten Unterabschnitt einen kompetitiven Inputmarkt und im zweiten Unterabschnitt den Fall eines Monopoles. Im dritten Unterabschnitt wenden wir die Ergebnisse auf eine umweltpolitische

Fragestellung an, indem wir uns mit einer myopischen Zertifikatpolitik beschäftigen. Im fünften Abschnitt folgt die Zusammenfassung der Ergebnisse.

## 4.1 Das Modell

Wir unterstellen eine symmetrische Industrie, die wie im vorherigen Kapitel durch das Intervall  $[0, 1]$  repräsentiert werde. Jede Firma stellt ein homogenes Outputgut  $q$  her. Wir modellieren den Outputmarkt mittels einer allgemeinen inversen Nachfragefunktion  $P(Q)$ , wobei  $Q$  der aggregierte Gesamtoutput sei. Jede Firma ist Preisnehmer. Wir nehmen an, dass die inverse Nachfrage strikt fallend ist, das heißt  $P'(Q) < 0$ . Mit  $e$  bezeichnen wir die Menge eines homogenen Inputgutes, das eine Firma bei der Herstellung des Outputs benutzt. Einer Firma, die mit  $e$  Einheiten des Inputguts  $q$  Einheiten des Outputguts herstellen will, entstehen Transformationskosten in Höhe von  $C(\theta, q, e)$ , wobei  $\theta$  wie im vorherigen Kapitel der Effektivitätsparameter der eingesetzten Technologie sei.

Eine solche Kostenfunktion lässt sich von einer üblichen Produktionsfunktion wie folgt ableiten: Angenommen es existieren  $n$  weitere Inputgüter  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , neben dem betrachteten Inputgut. Die zugehörigen Faktorpreise seien  $\omega_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Jede Firma besitze nun eine Produktionstechnologie, die durch eine Produktionsfunktion  $f(x_a, \dots, x_n, e, \theta)$  repräsentiert werde. Wenn wir nun  $q$  und  $e$  fixieren, so lässt sich die Funktion  $C$  herleiten, indem wir das Problem

$$\min_{x_a, \dots, x_n} \sum_{i=1}^n \omega_i x_i,$$

unter der Nebenbedingung  $q = f(x_a, \dots, x_n, e, \theta)$  lösen.

Die Kostenfunktion  $C$  soll folgende Annahmen erfüllen:

- Annahme 4.1.1.** i) Für jedes  $\theta$  und  $q$  existiere ein eindeutiges Laize-Faire Input-Niveau  $e^{max}(\theta, q)$ , welches durch  $\frac{\partial C}{\partial e}(e^{max}(\theta, q), q, \theta) = 0$  gegeben sei. Des Weiteren soll für jedes Inputniveau  $e < e^{max}(\theta, q)$  gelten, dass  $c(e, q, \theta) > 0$ ,  $-\frac{\partial C}{\partial e} > 0$ ,  $\frac{\partial^2 C}{\partial e^2} > 0$ ,  $\frac{\partial C}{\partial q} > 0$ ,  $\frac{\partial^2 C}{\partial q^2} > 0$  und  $-\frac{\partial^2 C}{\partial q \partial e} > 0$ .
- ii) Bezüglich des Effektivitätsparameter  $\theta$  gilt:  $\frac{\partial C}{\partial \theta} < 0$ ,  $-\frac{\partial^2 C}{\partial e \partial \theta} < 0$  für  $e \leq e^{max}(\theta, q)$  und  $\frac{\partial^2 C}{\partial q \partial \theta} < 0$  für  $e \leq e^{max}(\theta, q)$ .

Wie im vorherigen Kapitel betrachten wir drei exogen gegebene Technologien  $0$ ,  $a$ , und  $b$ , auch genannt die konventionelle, die fortschrittliche und die verbesserte Technologie. Diese werden repräsentiert durch ihre zugehörigen Effektivitätsparameter  $\theta_0$ ,  $\theta_a$  und  $\theta_b$ , wobei  $\theta_0 < \theta_a < \theta_b$

gelte. Um die Notation zu vereinfachen, werden wir im Folgenden  $C_i(\cdot, \cdot)$  anstelle von  $C(\theta_i, \cdot, \cdot)$  für  $i = 0, a, b$  schreiben.

Des Weiteren treffen wir folgende zusätzliche Konvexitätsannahme (vergleiche zum Beispiel Requate [1995], [1997], [2005]):

**Annahme 4.1.2.** Wir nehmen an, dass

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \cdot \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} - \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right)^2 > 0$$

für alle  $i = 0, a, b$ .<sup>20</sup>

Diese Bedingung besagt nichts anderes, als dass für jede Technologie die Hesse-Matrix bezüglich  $e$  und  $q$  positiv definit ist.

Eine Kostenfunktion  $C(\theta, q, e)$ , die diese Annahmen erfüllt, lässt sich zum Beispiel herleiten, wenn wir die Cobb-Douglas Produktionsfunktion  $f(\theta, x, e) = (k(\theta)x)^\alpha e^\beta$ ,  $\alpha + \beta < 1$  unterstellen, wobei  $k(\theta)$  eine beliebige Funktion mit  $k'(\theta) > 0$  sei.

Bezüglich der Installationskosten und der Verteilung des erwarteten Verfügbarkeitszeitpunktes von Technologie  $b$  behalten wir die Annahmen des vorherigen Kapitels bei.

Das aggregierte Gesamtinputniveau ist durch  $E = \int_0^1 e(x) dx$  gegeben. Wir nehmen vereinfachend an, dass die Produktionskosten für den Input nur vom Gesamtinputniveau abhängen und durch die Funktion  $V(E)$  gegeben seien<sup>21</sup>. Diese sei steigend und konvex in  $E$ , das heißt,  $V'(E) > 0$  und  $V''(E) > 0$ <sup>22</sup>.

<sup>20</sup>Wir werden in den Beweisen jedoch benutzen, dass

$$\sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \cdot \sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} - \left( \sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right)^2 > 0$$

für alle  $\xi_0, \xi_a, \xi_b > 0$  mit  $\sum_{i=0,a,b} \xi_i = 1$  gilt. Dies folgt gemäß Lemma A.2.1 aus dieser Bedingung.

<sup>21</sup>Beim sozialen Optimum beziehungsweise im Falle kompetitiver Anbieter des Inputs können wir  $V$  auch als Angebotsfunktion des Inputguts auffassen.

<sup>22</sup>Diese Annahme ist bei einem oligopolistischen Inputmarkt sicher auf dem ersten Blick nicht gerechtfertigt. Gehen wir jedoch von  $n$  identischen Produktionsstandorten mit identischen Produktionskosten  $v(e)$  aus, wobei  $e$  die Outputmenge des Standortes sei, so produziert bei einem effizienten Gesamtoutputniveau  $E$  im sozialen Optimum jeder Standort  $E/n$ . Die Gesamtkosten betragen dann  $nv(E/n)$ . Bei einem symmetrischen Oligopol ist das Angebot aller Anbieter im Gleichgewicht identisch. Was aber später für uns nur zählen wird, ist, ob der Preis den Grenzkosten entspricht oder über diesen liegt. Daher ist diese Vereinfachung gerechtfertigt.

Zum Abschluss wollen wir noch einige Notationen vereinbaren: Das Input- beziehungsweise Outputniveau der Stufe  $j = 1, 2$ , dass eine Firma, die Technologie  $i = 0, a, b$  nutzt, wählt, sei mit  $e_{i,j}$  beziehungsweise  $q_{i,j}$  bezeichnet. Sollte es keine Möglichkeit für Missverständnisse geben, werden wir für  $C(q_{i,j}, e_{i,j})$  auch verkürzend  $C_{i,j}$  schreiben. Die sozial optimalen Größen werden im Text mit \* geschrieben. So schreiben wir zum Beispiel für das effiziente Inputniveau der zweiten Stufe einer Firma, die Technologie  $a$  nutzt,  $e_{a,2}^*$ . Mit  $x_a$  sei im Folgenden der Anteil der Firmen, der Technologie  $a$  adoptiert, mit  $x_{0b}$  der Anteil der Firmen, der Technologie  $a$  überspringt und Technologie  $b$  adoptiert, und mit  $x_{ab}$  der Anteil der Firmen, der Technologie  $a$  adoptiert und diese Technologie durch Technologie  $b$  ersetzt, bezeichnen.

## 4.2 Das soziale Optimum

Analog zum ersten Kapitel soll als erstes die sozial optimale Technologieallokation bestimmt werden. Dazu analysieren wir das Maximierungsproblem des sozialen Planers. Dieser maximiert die Wohlfahrt, bestehend aus dem Bruttonutzen in Abhängigkeit vom Outputniveau, von welchem die aggregierten Kosten der Firmen und die Kosten, den Input zu produzieren, abgezogen werden. Der soziale Planer legt in jedem Zeitpunkt das Input- und Outputniveau einer jeden Firma fest und entscheidet am Anfang jeder Stufe, welche Firmen die aktuelle Technologie adoptieren sollen. Die Wohlfahrt ist innerhalb des einer Stufe entsprechenden Zeitraums konstant. Allerdings unterscheiden sich im Allgemeinen für jede Firma das Input- und Outputniveaus der ersten Stufe von den entsprechenden Niveaus der zweiten Stufe. Das gilt im Allgemeinen auch, wenn die Firma in beiden Stufen die gleiche Technologie nutzt.

Der soziale Planers maximiert

$$\begin{aligned} & \max_{\{q_{i,j}, e_{i,j}, x_a, x_{0b}, x_{ab}\}} \frac{1}{\lambda + r} \left[ \int_0^{Q_1} P(\tilde{Q}) d\tilde{Q} - (1 - x_a)C_0(q_{0,1}, e_{0,1}) - x_a C_a(q_{a,1}, e_{a,1}) - V(E_1) \right] \\ & - x_a F_a + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} \left[ \int_0^{Q_2} P(\tilde{Q}) d\tilde{Q} - (1 - x_a - x_{0b})C_0(q_{0,2}, e_{0,2}) - (x_a - x_{ab})C_a(q_{a,2}, e_{a,2}) \right] \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} (-(x_b + x_{ab})C_b(q_{b,2}, e_{b,2}) - V(E_2)) - (x_{0b} + x_{ab})F_b \right], \end{aligned} \quad (4.1)$$

unter den Nebenbedingungen  $1 \geq x_a + x_{0b}$   $x_{ab} \leq x_a$ ,  $Q_1 = (1 - x_a)q_{0,1} + x_a q_{a,1}$ ,  $E_1 = (1 - x_a)e_{0,1} + x_a e_{a,1}$ ,  $Q_2 = (1 - x_a - x_{0b})q_{0,2} + (x_a - x_{ab})q_{a,2} + (x_{0b} + x_{ab})q_{b,2}$  und  $E_2 = (1 - x_a - x_{0b})e_{0,2} + (x_a - x_{ab})e_{a,2} + (x_{0b} + x_{ab})e_{b,2}$  gelten sollen.

Um die sozial optimale Technologieallokation zu bestimmen, werden wir analog zum vorherigen Kapitel zunächst die sozial optimale Allokation der zweiten Stufe bestimmen, wobei der Anteil  $x_a$  an Firmen, der Technologie  $a$  nutzt, gegeben sei. Der soziale Planer maximiert

$$\begin{aligned} & \max_{\{x_0, x_{0b}, x_{ab}, q_{i,2}, e_{i,2}\}} \frac{1}{r} \left[ \int_0^{Q_2} P(\tilde{Q}) d\tilde{Q} - x_0 C_0(q_{0,2}, e_{0,2}) - (x_a - x_{ab}) C_a(q_{a,2}, e_{a,2}) \right] \\ & + \frac{1}{r} [-(x_{0b} + x_{ab}) C_b(q_{b,2}, e_{b,2}) - V(E_2)] + (x_{0b} + x_{ab}) F_b, \end{aligned} \quad (4.2)$$

unter den Nebenbedingungen  $1 = x_0 + x_a + x_{0b}$ ,  $Q_2 = x_0 q_{0,2} + (x_a - x_{ab}) q_{a,2} + (x_{0b} + x_{ab}) q_{b,2}$  und  $E_2 = x_0 e_{0,2} + (x_a - x_{ab}) e_{a,2} + (x_{0b} + x_{ab}) e_{b,2}$ .

Um die Allokation herleiten zu können, ist es zunächst notwendig zu analysieren, wie das effiziente Gesamtinput- und Outputniveau der zweiten Stufe von dem Anteil der Firmen, der Technologie  $a$  beziehungsweise  $b$  adoptiert, abhängt:

**Lemma 4.2.1.** *Wir nehmen an, dass  $x_a$  und  $x_{0b}$  exogen gegeben sind. Weiterhin sei  $x_{ab} = 0$ , und es seien  $Q_2^*$  und  $E_2^*$  das sozial optimale Gesamtoutput- und Gesamtinputniveau in der zweiten Stufe bezüglich  $x_a$  und  $x_{0b}$ . Dann gilt:*

1. Ist sowohl  $0 \leq x_{0b} < 1$  als auch  $0 \leq x_{0b} < 1 - x_a$  der Fall, so gilt zum einen  $\frac{\partial E_2^*}{\partial x_{0b}} < 0$  und  $\frac{\partial Q_2^*}{\partial x_{0b}} > 0$ , zum anderen  $\frac{\partial E_2^*}{\partial x_a} < 0$  und  $\frac{\partial Q_2^*}{\partial x_a} > 0$ . Des Weiteren ist  $\frac{\partial Q_2^*}{\partial x_{0b}} > \frac{\partial Q_2^*}{\partial x_a}$  und  $\frac{\partial E_2^*}{\partial x_{0b}} < \frac{\partial E_2^*}{\partial x_a}$ .
2. Ist  $0 < x_a < 1$  und  $x_{0b} = 1 - x_a$ , so ist  $\frac{\partial E_2^*}{\partial x_a} > 0$  und  $\frac{\partial Q_2^*}{\partial x_a} < 0$ .

Mit diesem vorbereitenden Resultat lässt sich die sozial optimale Allokation der zweiten Stufe charakterisieren:

**Proposition 4.2.2.**  $x_a$  sei exogen gegeben. Dann existieren zwei disjunkte Intervalle

$[\underline{F}_b^*(x_a), \overline{F}_b^*(x_a)]$  und  $[\underline{\underline{F}}_b^*, \overline{\overline{F}}_b^*(x_a)]$  mit  $\overline{\overline{F}}_b^*(x_a) < \underline{F}_b^*(x_a)$  so, dass gilt:

1. Keine Firma soll für  $F_b \geq \overline{F}_b^*(x_a)$  Technologie  $b$  adoptieren.
2. Für  $F_b \in [\underline{F}_b^*(x_a), \overline{F}_b^*(x_a)]$  soll eine Anzahl  $0 < x_{0b}^* < 1 - x_a$  der Firmen, die nicht Technologie  $a$  adoptiert haben, Technologie  $b$  adoptieren. Diese Zahl ebenso wie das optimale Outputniveau  $Q_2^*$  sinkt, wenn  $F_b$  steigt, wohingegen das optimale Inputniveau  $E_2^*$  steigt.
3. Für  $F_b \leq \underline{\underline{F}}_b^*$  sollen alle  $(1 - x_a)$  Firmen, die noch die konventionelle Technologie nutzen, Technologie  $b$  adoptieren.

4. Für  $F_b \geq \overline{\overline{F}}_b^*(x_a)$  soll keine Firma, die Technologie  $a$  adoptiert hat, diese durch Technologie  $b$  ersetzen.
5. Für  $F_b \in ]\underline{\underline{F}}_b^*, \overline{\overline{F}}_b^*(x_a)[$  soll eine Zahl  $0 < x_{ab}^* < x_a$  an Firmen, die Technologie  $a$  adoptiert haben, diese durch Technologie  $b$  ersetzen. Diese Zahl wie auch der optimale Output  $Q_2^*$  sinkt, wenn  $F_b$  steigt, wohingegen das Inputniveau  $E_2^*$  steigt.
6. Für  $F_b \leq \underline{\underline{F}}_b^*$  sollen alle Firmen Technologie  $b$  nutzen.

In den meisten Fällen ist die Erklärung der Ergebnisse im Wesentlichen die Gleiche, wie bei Proposition 3.3.1 im vorherigen Kapitel. Wichtig und neu ist die Erkenntnis, dass es aus Sicht des sozialen Planers zunächst optimal ist, alle Firmen, die noch die konventionelle Technologie nutzen, mit Technologie  $b$  zu versehen. Erst, wenn das geschehen ist, kann es überhaupt effizient sein, dass Firmen Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzen. Die Erklärung dafür ist einfach: Der Zugewinn, der sich für die Wohlfahrt ergibt, wenn eine Firma mit konventioneller Technologie Technologie  $b$  adoptiert, ist immer größer als der Zugewinn, der sich ergibt, wenn eine Firma mit Technologie  $a$  diese durch Technologie  $b$  ersetzt, da die Installationskosten in beiden Fällen gleich sind. Denn die Kosten, ein gegebenes Outputniveau mit einem gegebenen Inputniveau zu produzieren, sinken stärker, wenn man Technologie  $b$  statt die konventionelle Technologie nutzt, als wenn man Technologie  $b$  statt Technologie  $a$  nutzt, da Technologie  $b$  fortschrittlicher ist.

Wie im vorherigen Kapitel wollen wir untersuchen, wie sich der Anteil der Firmen, der Technologie  $b$  neu adoptiert beziehungsweise Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzt, und wie sich, die Intervallgrenzen verändern, wenn  $x_a$  steigt. Folgendes Resultat gibt uns darüber Auskunft:

**Proposition 4.2.3.** Wir treffen die gleichen Annahmen, wie in Proposition 4.2.2. Dann ergibt sich:

1. Steigt  $x_a$ , so steigt auch die untere Grenze  $\underline{\underline{F}}_b^*(x_a)$ , wohingegen die obere Grenze  $\overline{\overline{F}}_b^*(x_a)$  fällt. Beide Grenzen konvergieren gegen ein Kostenniveau  $\check{F}_b^*$ , wenn  $x_a$  gegen 1 geht. Des Weiteren steigt  $\overline{\overline{F}}_b^*(x_a)$  mit steigendem  $x_a$ , während  $\underline{\underline{F}}_b^*$  von  $x_a$  unabhängig ist.  $\overline{\overline{F}}_b^*(x_a)$  konvergiert gegen  $\overline{\overline{F}}_b^*$ , wenn  $x_a$  gegen 0 geht.
2. Für jedes Kostenniveau  $F_b$ , für das  $F_b \in (\underline{\underline{F}}_b(x_a), \overline{\overline{F}}_b(x_a))$  gilt, sinkt  $x_{0b}^*(x_a)$ , wenn  $x_a$  steigt. Allerdings ist der Effekt auf  $Q_2^*$  und  $E_2^*$  in diesem Fall unbestimmt, er geht aber in die gleiche Richtung. Das heißt, steigt (sinkt)  $Q_2^*$ , so steigt (sinkt) auch  $E_2^*$  und umgekehrt.

3. Für jedes  $F_b$ , für das  $F_b \in (\underline{F}_b^*, \overline{F}_b^*(x_a))$  gilt, verhält sich  $x_{ab}^*(x_a)$  proportional zu  $x_a$ . Das heißt, es gilt  $\frac{\partial x_{ab}^*}{\partial x_a} = 1$ . Sowohl  $Q_2^*$  als auch  $E_2^*$  sind in diesem Fall unabhängig von  $x_a$ .

Der Beweis findet sich im Anhang.

Die Erklärung für die Eigenschaften der Grenzen  $\underline{F}_b^*(x_a)$  und  $\overline{F}_b^*(x_a)$  ist die Gleiche wie im vorherigen Kapitel.

Aussage 2 weicht hingegen von den Ergebnissen des Grundmodells ab. Dort war das Inputniveau (genauer gesagt, das Emissionsniveau) unabhängig vom Anteil der Firmen, die Technologie  $a$  nutzen, wenn partielle Adoption von Technologie  $b$  effizient ist. Bei Berücksichtigung des Outputmarktes balanciert der soziale Planer hingegen den Effekt, den eine Erhöhung von  $x_a$  auf das Outputniveau hat, gegen den Effekt, den die Erhöhung auf das Inputniveau hat, aus. Je nachdem, welcher Effekt eine größere Auswirkung auf die Wohlfahrt hat, wird der soziale Planer entweder das Inputniveau etwas senken, was aber mit einer Senkung des Outputniveaus einhergeht, oder aber er steigert das Outputniveau, wodurch auch das Inputniveau ansteigt.

Keine Änderung des Input- und des Outputniveaus indes bewirkt eine Erhöhung von  $x_a$ , wenn es aufgrund eines sehr niedrigen Niveaus von  $F_b$  effizient ist, dass ein Anteil der Firmen, die Technologie  $a$  adoptiert haben, diese durch Technologie  $b$  ersetzt. Die Intuition dahinter lässt sich am Besten am Beispiel eines leichten Rückgangs von  $x_a$  erläutern: Da  $F_b < \underline{F}_b^*(x_a)$  gilt, wird der soziale Planer in diesem Fall die Firmen, die nun nicht mehr Technologie  $a$  adoptieren, Technologie  $b$  adoptieren lassen. Damit steigt der Gesamtanteil  $x_{0b} + x_{ab}$  an Firmen, der Technologie  $b$  nutzt. Dieser ist für das Input- und Outputniveau entscheidend. Senkt nämlich der soziale Planer  $x_{ab}$  in dem Maße ab, dass der Gesamtanteil konstant bleibt, so ist zum einen das bisherige Input- und Outputniveau weiterhin effizient, zum anderen ändert sich auch das Gesamtniveau  $(x_{0b} + x_{ab})F_b$  der Installationskosten nicht. Damit lässt sich weiterhin das alte Wohlfahrtsniveau erreichen.

Nun können wir nun das Resultat für die erste Stufe herleiten:

**Proposition 4.2.4.** Es seien die Installationskosten  $F_b$  von Technologie  $b$  gegeben. Dann existiert ein Intervall  $[\underline{F}_a^*(F_b), \overline{F}_a^*(F_b)]$  so, dass gilt:

1. Für  $F_a \geq \overline{F}_a^*(F_b)$  soll keine Firma Technologie  $a$  adoptieren.
2. Ist  $F_a \in ]\underline{F}_a^*(F_b), \overline{F}_a^*(F_b)[$ , so soll ein Anteil von  $0 < x_a^* < 1$  Firmen Technologie  $a$  adoptieren.  
Sowohl  $x_a^*$  als auch das Outputniveau  $Q_1^*$  sinkt, wenn  $F_a$  steigt, wohingegen das Inputniveau

$E_1^*$  steigt.

3. Für  $F_a \leq \underline{F}_a(F_b)$  sollen alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren.

Die Intuition hinter diesem Resultat entspricht der hinter Proposition 3.3.2

Das Gesamtergebnis ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Um diese Abbildung erläutern zu können, wollen wir zunächst eine komparative Statik und eine Analyse des Verlaufes der obigen Grenzen durchführen:

**Proposition 4.2.5.** Es sei  $F_b$  gegeben. Dann gilt:

1. Für alle  $F_a$ , für die  $0 < x_a^* < 1$  gilt, folgt  $\frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} < 0$ . Im Falle partieller Adoption von Technologie  $b$  durch Firmen mit konventioneller Technologie gilt zudem  $\frac{\partial x_{0b}^*}{\partial \lambda} > 0$ , wohingegen im Falle  $x_a > x_{ab} > 0$   $\frac{\partial x_{ab}^*}{\partial \lambda} = \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} < 0$  gilt.
2. Gilt  $0 < x_a^* < 1$  und  $0 < x_{0b}^* < 1 - x_a^*$ , so ist  $\frac{\partial(x_a^* + x_{0b}^*)}{\partial \lambda} > 0$ . Die Auswirkungen eines Anstiegs von  $\lambda$  auf das effiziente Gesamtoutputniveau  $Q_2^*$  und das effiziente Gesamtinputniveau  $E_2^*$  ist unbestimmt. Allerdings wirken beide Effekte in die selbe Richtung, das heißt  $\text{sgn}(\partial Q_2^*/\partial \lambda) = \text{sgn}(\partial E_2^*/\partial \lambda)$ . Gilt  $0 \leq x_a^* < 1$  und  $1 - x_a^* = x_{0b}$ , sowie  $x_{ab}^* = 0$ , so steigt  $Q_2^*$ , wohingegen  $E_2^*$  sinkt, wenn  $\lambda$  steigt. Gilt hingegen  $x_{ab}^* > 0$ , so hat eine Veränderung von  $\lambda$  weder eine Auswirkung auf  $Q_2^*$  noch auf  $E_2^*$ .
3. Gilt  $\underline{F}_b^*(1) < F_b < \overline{F}_b^*(0)$ , so ist  $\frac{\partial \overline{F}_a}{\partial F_b} > 0$ . Anderenfalls ist  $\overline{F}_a$  unabhängig von  $F_b$ .
4. Gilt  $\overline{F}_b^*(1) < F_b < \check{F}_b^*$ <sup>23</sup>, so ist  $\frac{\partial \underline{F}_a^*}{\partial F_b} > 0$ . Anderenfalls ist  $\underline{F}_a^*$  unabhängig von  $F_b$ .
5. Ist in der zweiten Stufe partielle Adoption von Technologie  $b$  effizient, so gilt  $\frac{\partial x_a^*}{\partial F_b} > 0$ . Gleiches gilt, wenn es in der zweiten Stufe effizient ist, dass alle verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptieren, keine Firma jedoch Technologie  $a$  ersetzt. Ist es effizient, dass ein Teil der Firmen oder alle Firmen, die Technologie  $a$  nutzen sollen, diese in der zweiten Stufe ersetzen, so ist  $x_a^*$  unabhängig von  $F_b$ .

Je größer  $\lambda$  ist, desto näher in der Zukunft liegt der erwartete Verfügbarkeitszeitpunkt. Dadurch sinkt der Anreiz des sozialen Planers, Firmen mit Technologie  $a$  auszustatten, da dieses in erster Linie dazu dient, die Wohlfahrt während der ersten Stufe zu erhöhen. Dementsprechend entscheidet

---

<sup>23</sup>Vergleiche Proposition 4.2.3

er sich also dafür, dass mehr Firmen auf die zweite Technologie warten sollen. Im Falle partieller Adoption beider Technologien ist der Effekt auf das Output- und Inputniveau der zweiten Stufe deshalb unbestimmt, da eine Erhöhung von  $\lambda$  sich nur über eine Veränderung von  $x_a^*$  auf die zweite Stufe auswirkt. Proposition 4.2.3 sagt gerade aus, dass eine Veränderung von  $x_a^*$  eine unbestimmte Wirkung auf diese Größen hat, der Effekt aber in die selbe Richtung geht. So hat, wenn in der zweiten Stufe effizient ist, dass ein gewisser Anteil der Firmen Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzt, eine Veränderung des erwarteten Verfügbarkeitszeitpunktes keine Auswirkung auf diese Niveaus. Technologie  $a$  dient in diesem Fall der Überbrückung: Der Anteil an Firmen, der Technologie  $a$  zusätzlich einsetzt, um die längere erste Stufe zu überbrücken, soll Technologie  $a$  in der zweiten Stufe durch Technologie  $b$  ersetzen. Eine höhere Wartezeit führt also im Wesentlichen zu höheren Installationskosten. Je schneller Technologie  $b$  daher verfügbar wird, desto mehr Doppelinvestitionen können vermieden werden. Das ist ein interessantes Resultat. Denn es besagt, dass bei teuren Technologien, wenn die Entscheidung eine Entscheidung zwischen sofort adoptieren oder Warten ist, eine Verkürzung der Wartezeit Auswirkungen auf die Gesamtproduktion haben wird, da mehr Firmen die effizienteste Technologie nutzen. Sind die Kosten der Technologien hingegen so niedrig, dass es sich lohnt, dass ein Anteil an Firmen beide Technologien nacheinander adoptiert, so senkt eine schnellere Verfügbarkeit von Technologie  $b$  die Gesamtsumme der Installationskosten. Abbildung 4.1 illustriert die Ergebnisse. Auffallend, aber nicht überraschend ist die Ähnlichkeit mit Abbildung 3.1 aus Kapitel 3. Die Kurve  $\overline{AKICA'}$  repräsentiert hier alle Kostenpaare für die es effizient ist, dass alle Firmen in der ersten Stufe Technologie  $a$  adoptieren, der soziale Planer aber indifferent ist, ob die marginale Firma Technologie  $a$  adoptiert oder nicht. Diese Kurve zerfällt in vier Teilabschnitte. Im Abschnitt  $\overline{A'C}$  ist es nie effizient, dass Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Daher verläuft sie dort vertikal. Im Abschnitt  $\overline{CI}$  adoptieren rechts von dieser Kurve alle Firmen, die Technologie  $a$  nicht adoptiert haben, Technologie  $b$ , aber keine Firma soll Technologie  $a$  ersetzen. Eine Erhöhung von  $F_b$  erhöht den Anreiz für den sozialen Planer, Technologie  $a$  zu adoptieren. Um das zu kompensieren, muss  $F_a$  ebenfalls größer werden. Daher ist die Kurve in diesem Abschnitt steigend. In den Abschnitten  $\overline{IK}$  und  $\overline{KA}$  ist es rechts der Kurve effizient, dass ein Teil beziehungsweise alle Firmen Technologie  $a$  ersetzen. In diesem Fall führt eine Erhöhung von  $F_b$ , wenn überhaupt, nur zu einem Rückgang der Zahl der Firmen, die Technologie  $a$  ersetzen. Daher ist  $\overline{F_a}$  unabhängig von  $F_b$  und der Kurvenverlauf ist vertikal.

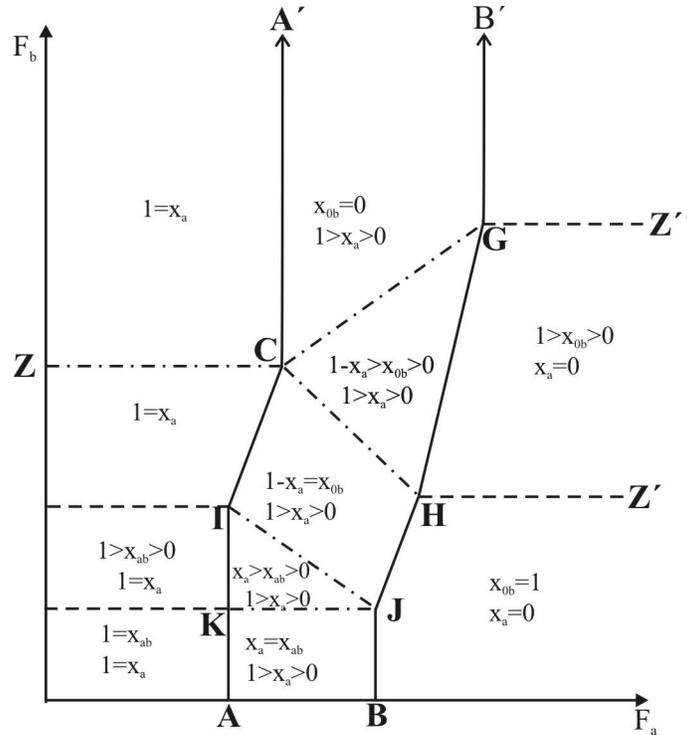


Abbildung 4.1: Effiziente Allokation in Abhängigkeit von  $(F_a, F_b)$ .

Analog zu Kapitel 3 ergibt sich der Kurvenverlauf der Kurve  $\overline{B'GHJB}$  im Teilabschnitt  $\overline{B'GHJ}$ . Die Kurve  $\overline{B'GHJB}$  ist dabei die Kurve, auf der sich alle Kostenpaare befinden, für die es effizient ist, dass keine Firma in der ersten Stufe Technologie  $a$  adoptiert, der sozial Planer aber indifferent ist, ob er die marginale Firma Technologie  $a$  adoptieren lassen soll oder nicht. Im Abschnitt  $\overline{JB}$  ist es auf der linken Seite effizient, dass alle Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren, diese durch Technologie  $b$  ersetzen.  $F_b$  ist so klein, dass es effizient ist, dass alle Firmen in der zweiten Stufe Technologie  $b$  nutzen. Daran ändert sich nichts, wenn  $F_b$  etwas sinkt, da Technologie  $a$  sich nur auf die erste Stufe auswirkt. Dementsprechend verläuft die Kurve in diesem Abschnitt vertikal.

Der Verlauf der Kurven  $\overline{CG}$  und  $\overline{CH}$  lässt sich ebenso wie in Kapitel 3 erklären und interpretieren. Der Abschnitt  $\overline{IJ}$  beinhaltet alle Kostenpaare, für die es gerade noch nicht effizient ist, dass ein Teil der Firmen Technologie  $a$  adoptiert, und ein Teil dieser Firmen Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzt. Da, wenn  $F_a$  steigt, der Anteil an Firmen sinkt, der Technologie  $a$  adoptiert, muss, damit der soziale Planer in der zweiten Stufe weiterhin indifferent ist, ob die marginale Technologie  $a$  ersetzt oder nicht,  $F_b$  kleiner werden. Der Abschnitt  $\overline{KJ}$  schließlich beinhaltet alle Kostenpaare, für die es effizient ist, dass in der ersten Stufe ein Teil der Firmen Technologie  $a$  adoptiert, alle

diese Firmen Technologie  $a$  in der zweiten Stufe ersetzen, und der soziale Planer indifferent ist, ob die marginale Firma Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzen soll. Da für jedes  $F_a$  auf dieser Kurve alle Firmen in der zweiten Stufe Technologie  $b$  adoptieren, muss  $F_b$  von  $F_a$  unabhängig sein. Daher verläuft die Kurve horizontal.

Wie in Abbildung 3.1 gibt es einen Bereich, der in Abbildung 4.1 von der Kurve  $\overline{CGHC}$  umschlossen ist, in dem alle Kostenpaare liegen, für die partielle Adoption beider Technologien effizient ist. Zusätzlich existiert ein zweiter Bereich, umschlossen von  $\overline{IJKI}$ , in dem alle Kostenpaare liegen, für es effizient ist, dass ein Anteil  $0 < x_a < 1$  der Firmen Technologie  $a$  adoptiert, und ein Teil dieser Firmen diese durch Technologie  $b$  ersetzt. Diese beiden Bereiche haben keine Schnitt- oder Berührungspunkte. Das illustriert, dass es nie effizient sein kann, dass gleichzeitig Firmen Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzen und andere Firmen noch die konventionelle Technologie nutzen.

### 4.3 Das Marktgleichgewicht

Nachdem wir die effiziente Allokation studiert haben, wollen wir uns nun mit dem Marktgleichgewicht bei dezentraler Entscheidung beschäftigen. Dabei nehmen wir wie im Grundmodell an, dass trotz der ex ante Homogenität der Firmen sich in beiden Stufen ein Gleichgewicht ergibt, in dem keine Firma ihre Investitionsentscheidung ex post ändern will. Dieses kann zum Beispiel durch eine Reihenfolge, in der die Firmen ihre Investitionsentscheidung treffen (dürfen), erreicht werden.

Wir nehmen des Weiteren an, dass das Inputgut von einer zunächst nicht näher spezifizierten Industrie produziert und verkauft wird. Diese antizipiert nicht die Verfügbarkeit der Technologien, sondern reagiert lediglich auf die Nachfrage. Wir nehmen an, dass sich in jeder Stufe bei gegebenen  $x_a$  beziehungsweise  $x_a$ ,  $x_{0b}$  und  $x_{ab}$  ein Gleichgewichtspreis  $w_i$ ,  $i = 1, 2$ , für das Inputgut einstellt, der nur von diesen Größen abhängen soll. Damit blenden wir das Teilspiel, bei dem der Marktpreis auf dem Input-Markt bestimmt wird, zunächst aus, indem wir die Ergebnisse dieses Spiels zunächst als Annahme formulieren. Die Idee und spätere Vorgehensweise ist dabei ähnlich wie im Kapitel 3: In den nachfolgenden Abschnitten werden wir für verschiedene Szenarien auf dem Input-Markt zeigen, dass der Gleichgewichtspreis auf diesem Markt, der sich gegeben die Anteile an Firmen, die Technologie  $a$  beziehungsweise  $b$  adoptieren beziehungsweise ersetzen, die nachfolgend getroffenen Annahmen erfüllt.

Wir unterstellen, dass  $\frac{\partial w_1}{\partial x_a} < 0$ ,  $\frac{\partial w_2}{\partial x_{0b}} < 0$  und  $\frac{\partial w_2}{\partial x_{ab}} < 0$  gilt. Des Weiteren gelte  $\frac{\partial w_2}{\partial x_a} < 0$ , falls  $x_{0b} < 1 - x_a$ , und  $\frac{\partial w_2}{\partial x_a} > 0$ , falls  $x_{0b} = 1 - x_a$ . Zudem gelte  $\frac{\partial w_2}{\partial x_{ab}} < 0$ .

### 4.3.1 Die zweite Stufe

Zunächst analysieren wir die zweite Stufe. Dazu nehmen wir im Folgenden an, dass  $x_a$  exogen gegeben ist.

Zunächst einmal stellen wir fest, dass ein Marktgleichgewicht, bei dem sowohl  $0 \leq x_{0b} < 1 - x_a$  als auch  $x_{ab} > 0$  gilt, nicht zustande kommen kann: Angenommen, der Output-Preis betrage  $P$ , der Input-Preis  $w$ . Dann beträgt der Zugewinn einer Firma mit Technologie 0, die Technologie  $b$  adoptiert,

$$P \cdot (q_{b,2} - q_{0,2}) + C_0(q_{0,2}, e_{0,2}) - C_b(q_{b,2}, e_{b,2}) + w_2(e_{0,2} - e_{b,2}) - F_b.$$

Der Zugewinn einer Firma, die Technologie  $a$  verwendet und Technologie  $b$  adoptiert, beträgt indes

$$P \cdot (q_{b,2} - q_{a,2}) + C_a(q_{a,2}, e_{a,2}) - C_b(q_{b,2}, e_{b,2}) + w_2(e_{a,2} - e_{b,2}) - F_b.$$

Offensichtlich ist der erste Term immer größer. In einem Marktgleichgewicht, in dem  $0 \leq x_{0b} < 1 - x_a$  gilt, wären aber alle Firmen mit Technologie  $b$  indifferent zwischen der Nutzung von Technologie 0 und Technologie  $b$ . Der erste Term wäre also gleich 0. Wenn Firmen im Gleichgewicht Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzen, muss aber der zweite Term größer oder gleich Null sein. Ist der erste Term aber gleich Null, so ist der zweite Term offensichtlich kleiner Null. Dieses Ergebnis ist intuitiv, denn Firmen mit Technologie 0 können einen höheren Zugewinn durch die Adoption von Technologie  $b$  realisieren als Firmen mit Technologie  $a$ .

Gegeben ein Inputpreis  $w_2$  wird das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe, in dem es zu partieller Adoption von Technologie  $b$  durch Firmen mit konventioneller Technologie kommt, das heißt  $0 < x_{0b} < 1 - x_a$ , durch folgendes Gleichungssystem beschrieben:

1.

$$P(Q_2) = \frac{\partial C_{i,2}}{\partial q}, \quad i = 0, a, b. \quad (4.3)$$

2.

$$w_2 = -\frac{\partial C_{i,2}}{\partial e}, \quad i = 0, a, b. \quad (4.4)$$

3.

$$Q_2 = (1 - x_a - x_{0b})q_{0,2} + x_a q_{a,2} + x_{0b} q_{b,2}, \quad (4.5)$$

4.

$$E_2 = (1 - x_a - x_{0b})e_{0,2} + x_a e_{a,2} + x_{0b} e_{b,2}, \quad (4.6)$$

5.

$$\frac{1}{r} [P(Q_2)(q_{b,2} - q_{0,2}) + C_{0,2} - C_{b,2} + w_2(e_{0,2} - e_{b,2})] = F_b. \quad (4.7)$$

Kommt es im Marktgleichgewicht, dazu, dass  $0 < x_{ab} < x_a$  Firmen Technologie  $a$  ersetzen, so werden die Gleichungen (4.5), (4.6) und (4.7) durch folgende Gleichungen ersetzt:

$$Q_2 = (1 - x_a - x_{0b})q_{0,2} + (x_a - x_{ab})q_{a,2} + (x_{0b} + x_{ab})q_{b,2}, \quad (4.8)$$

$$E_2 = (1 - x_a - x_{0b})e_{0,2} + (x_a - x_{ab})e_{a,2} + (x_{0b} + x_{ab})e_{b,2}, \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{r} [P(Q_2)(q_{b,2} - q_{a,2}) + C_{a,2} - C_{b,2} + w_2(e_{a,2} - e_{b,2})] = F_b. \quad (4.10)$$

Zunächst wollen wir die Auswirkungen untersuchen, die eine Veränderung des Inputpreises oder des Anteils an Firmen, die Technologie  $a$  beziehungsweise  $b$  nutzen, ceteris paribus auf das Output- und Inputniveau haben:

**Lemma 4.3.1.** *Es sei  $x_{ab} = 0$ . Dann gilt:*

1.  $\frac{\partial Q_2}{\partial w_2} < 0$  und  $\frac{\partial E_2}{\partial w_2} < 0$  für festes  $0 \leq x_a \leq 1$  und  $0 \leq x_{0b} \leq 1 - x_a$
2.  $\frac{\partial Q_2}{\partial x_{0b}} > 0$  und  $\frac{\partial E_2}{\partial x_{0b}} < 0$  für festes  $0 \leq x_a \leq 1$  und  $w_2$ .
3.  $\frac{\partial Q_2}{\partial x_a} > 0$  und  $\frac{\partial E_2}{\partial x_a} < 0$ , falls  $x_{0b} < 1 - x_a$  für festes  $x_{0b}$  und  $w_2$ .
4.  $\frac{\partial Q_2}{\partial x_a} < 0$  und  $\frac{\partial E_2}{\partial x_a} > 0$ , falls  $x_{0b} = 1 - x_a$  für festes  $x_{0b}$  und  $w_2$ .
5. Für festes  $x_a$  und  $x_{0b}$  ist der Term  $P(Q_2)(q_{b,2} - q_{i,2}) + C_{i,2} - C_{b,2} + w_2(e_{i,2} - e_{b,2})$ ,  $i = 0, a$ , bezüglich  $w_2$  steigend.

Damit können wir das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe herleiten. Das zugehörige Resultat ähnelt im Wesentlichen Proposition 4.2.2:

**Proposition 4.3.2.** Es existieren zwei disjunkte Intervalle  $[\underline{F}_b(x_a), \overline{F}_b(x_a)]$  und  $[\underline{F}_b, \overline{F}_b(x_a)]$  mit  $\overline{F}_b(x_a) < \underline{F}_b(x_a)$  so, dass folgendes gilt:

1. Keine der  $(1 - x_a)$  Firmen, die die konventionelle Technologie nutzen, wird im Gleichgewicht Technologie  $b$  adoptieren, wenn  $F_b \geq \overline{F}_b(x_a)$ .
2. Ein Zahl  $0 < x_{0b} < 1 - x_a$  der  $(1 - x_a)$  Firmen mit konventioneller Technologie adoptieren im Gleichgewicht Technologie  $b$ , wenn  $F_b \in ]\underline{F}_b(x_a), \overline{F}_b(x_a)[$ .  $x_{0b}$  sinkt, wenn  $F_b$  steigt. Das gleiche gilt für den Gleichgewichtsoutput, wohingegen der Gleichgewichtsinput steigt.
3. Alle  $1 - x_a$  Firmen mit konventioneller Technologie adoptieren im Gleichgewicht Technologie  $b$ , wenn  $F_b \leq \underline{F}_b(x_a)$  gilt.
4. Keine der Firmen, die Technologie  $a$  nutzen, ersetzt diese im Gleichgewicht durch Technologie  $b$ , wenn  $F_b \geq \overline{\overline{F}}_b(x_a)$  gilt.
5. Ein Anteil  $0 < x_{ab} < x_a$  von Firmen mit Technologie  $a$  ersetzt diese im Gleichgewicht durch Technologie  $b$ , wenn  $F_b \in ]\underline{\underline{F}}_b, \overline{\overline{F}}_b(x_a)[$ . Der Anteil  $x_{ab}$  sinkt, wenn  $F_b$  steigt. Gleiches gilt für den Gesamt-Output im Gleichgewicht, wohingegen der Gleichgewichtsinput steigt.
6. Alle Firms nutzen im Gleichgewicht Technologie  $b$ , wenn  $F_b \leq \underline{\underline{F}}_b$  gilt.
7.  $\overline{F}_b(x_a)$  sinkt, wenn  $x_a$  steigt, wohingegen  $\underline{F}_b(x_a)$  steigt. Beide Grenzen konvergieren gegen einen Wert  $\check{F}_b$ , wenn  $x_a$  gegen 1 geht.
8.  $\overline{\overline{F}}_b(x_a)$  steigt, wenn  $x_a$  steigt, wohingegen  $\underline{\underline{F}}_b$  von  $x_a$  unabhängig ist. Des Weiteren konvergiert  $\overline{\overline{F}}_b(x_a)$  gegen  $\underline{\underline{F}}_b$ , wenn  $x_a$  gegen 0 geht.
9. Für jedes  $F_b$  ist das Gleichgewicht eindeutig bestimmt.

### 4.3.2 Die erste Stufe

Nachdem wir das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe hergeleitet haben, wollen wir nun das Gleichgewicht der ersten Stufe analysieren. Dazu nehmen wir im Folgenden an, dass die Installationskosten  $F_b$  für Technologie  $b$  gegeben seien.

Das Gleichungssystem, das das Marktgleichgewicht der ersten Stufe charakterisiert, hängt davon ab, welche Art von Gleichgewicht sich gegeben  $x_a$  in der zweiten Stufe einstellt. Wenn wir das berücksichtigen, so wird ein Marktgleichgewicht der ersten Stufe, in dem  $0 < x_a < 1$  gilt, bei gegebenem Input Preis  $w_1$  durch folgendes Gleichungssystem charakterisiert:

1.

$$P(Q_1) = \frac{\partial C_{i,1}}{\partial q}, \quad i = 0, a. \quad (4.11)$$

2.

$$w_1 = -\frac{\partial C_{i,1}}{\partial e}, \quad i = 0, a. \quad (4.12)$$

3.

$$Q_1 = (1 - x_a)q_{0,1} + x_a q_{a,1} \quad (4.13)$$

4.

$$E_1 = (1 - x_a)e_{0,1} + x_a e_{a,1}. \quad (4.14)$$

5. (a) Beinhaltet das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert, i.e.  $x_{0b} = 0$ ,  $x_{ab} = 0$ , dann gilt im Gleichgewicht

$$\frac{1}{r}[P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_{0,1} - C_{a,1} + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] = F_a. \quad (4.15)$$

- (b) Beinhaltet das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe, dass ein Teil der Firmen mit konventioneller Technologie Technologie  $b$  adoptiert, i.e.  $1 - x_a > x_{0b} > 0$ ,  $x_{ab} = 0$ , so gilt im Gleichgewicht sowohl

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r}[P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_{0,1} - C_{a,1} + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] \\ & + \frac{\lambda}{r(\lambda + r)}[P(Q_2)(q_{a,2} - q_{0,2}) + C_{0,2} - C_{a,2} + w_2(e_{0,2} - e_{a,2})] = F_a \end{aligned} \quad (4.16)$$

als auch

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r}[P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_{0,1} - C_{a,1} + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] \\ & + \frac{\lambda}{r(\lambda + r)}[P(Q_2)(q_{a,2} - q_{0,2}) + C_{0,2} - C_{a,2} + w_2(e_{0,2} - e_{a,2})] = F_a. \end{aligned} \quad (4.17)$$

- (c) Beinhaltet das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe, dass alle Firmen mit konventioneller Technologie Technologie  $b$  adoptieren, jedoch keine Firma Technologie  $a$  ersetzt, i.e.  $1 - x_a = x_{0b}$  und  $x_{ab} = 0$ , so gilt im Gleichgewicht

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r}[P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_{0,1} - C_{a,1} + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r}(P(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) + C_{b,2} - C_{a,2} + w_2(e_{b,2} - e_{a,2})) + F_b \right] = F_a. \end{aligned} \quad (4.18)$$

- (d) Beinhaltet das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe, dass einige oder alle Firmen, die in der ersten Stufe Technologie  $a$  adoptiert haben, diese durch Technologie  $b$  ersetzen, i.e.  $1 - x_a = x_{0b}$ ,  $x_a \geq x_{ab} > 0$ , so gilt im Gleichgewicht

$$\frac{1}{\lambda + r} [P(Q_1)(q_{b,1} - q_{a,1}) + C_{0,1} - C_{a,1} + w_1(e_{0,1} - e_{a,1})] = F_a. \quad (4.19)$$

Das Gleichgewicht wird durch folgendes Resultat  $\bar{F}_b(x_a) < \underline{F}_b(x_a)$ . :

**Proposition 4.3.3.** Es existiert ein Intervall  $[\underline{F}_a(F_b), \bar{F}_a(F_b)]$  so, dass gilt:

1. Keine Firma adoptiert im Marktgleichgewicht Technologie  $a$ , wenn  $F_a \geq \bar{F}_a(F_b)$  gilt.
2. Ein Anteil  $0 < x_a < 1$  an Firmen adoptiert Technologie  $a$ , falls  $F_a \in ]\underline{F}_a(F_b), \bar{F}_a(F_b)[$ . Dieser Anteil sinkt, wenn  $F_a$  steigt, ebenso wie der Gleichgewichtsausputniveau  $Q_1$ . Das Gleichgewichtsinputniveau  $E_1$  steigt hingegen, wenn  $F_a$  steigt.
3. Alle Firmen adoptieren im Marktgleichgewicht Technologie  $a$ , wenn  $F_a \leq \underline{F}_a(F_b)$  gilt.

Dieses Resultat entspricht Proposition 4.2.4. Im Allgemeinen werden die Grenzen  $\bar{F}_a(F_b)$ ,  $\underline{F}_a(F_b)$ ,  $\bar{F}_b(x_a)$ ,  $\underline{F}_b(x_a)$  usw. zwar nicht mit den Grenzen des sozialen Optimums übereinstimmen, allerdings lässt sich durch entsprechendes Vorgehen wie beim sozialen Optimum entsprechende Steigungen nachrechnen. Auch die komparative Statik bezüglich  $\lambda$  führt zu analogen Resultaten wie beim sozialen Optimum (vergleiche Proposition 4.2.5).

## 4.4 Marktgleichgewicht versus effiziente Allokation

In diesem Abschnitt wollen wir für drei verschiedene Szenarien bezüglich des Inputmarktes die effiziente Allokation mit dem Marktgleichgewicht vergleichen. Dafür werden wir jeweils darauf eingehen, wie sich die Gleichgewichtspreisfunktion  $w_1$  und  $w_2$  ableiten lassen.

Folgende drei Szenarien wollen wir untersuchen:

1. **Kompetitiver Inputmarkt** Für jede nachgefragte Menge  $E$  entspricht der Preis  $w(E)$  den Grenzkosten der Bereitstellung  $V'(E)$ . Als ein Spezialfall, der diesem Szenario entspricht, wollen wir zudem die ex post Regulierung von Emissionen durch einen kompetitiven Zertifikatemarkt betrachten.

2. **Monopolistischer Inputmarkt** In diesem Fall wird das Inputgut von einem Monopolisten angeboten. Der Inputpreis  $w(E)$  liegt dabei für jede nachgefragte Menge  $E$  über den Grenzkosten. Für alle relevanten Nachfragemenge  $E$  gilt also  $w(E) > V'(E)$ .
3. **Myopische Zertifikatpolitik** In diesem Szenario betrachten wir den Spezialfall, dass es sich beim Inputgut um Emissionszertifikate handelt, die die Firma erwerben muss, um eine Einheit eines Schadstoffs zu emittieren. Wie in Kapitel 3, Abschnitt 3.6, unterstellen wir, dass der Regulator zu Beginn eine Zertifikatmenge festlegt, die über die Zeit konstant bleibt. Wir betrachten die beiden Fälle einer bezüglich beider und einer bezüglich Technologie  $b$  myopischen Politik.

#### 4.4.1 Kompetitiver Inputmarkt

Wir nehmen an, dass, gegeben eine Nachfrage  $E$ , für den zugehörigen Inputpreis  $w(E) = V(E)$  gilt.

Aus den Gleichungen (4.3), (4.4), (4.5) und (4.6) lässt sich dann, gegeben  $x_a$ ,  $x_{0b}$  und  $x_{ab}$ , wobei  $1 - x_a > x_{0b}$  und  $x_{ab} > 0$  nicht zugelassen sei, der zugehörige Gleichgewichtspreis  $w_2$  der zweiten Stufe herleiten. Mittels Lemma 4.3.1 lässt sich sofort zeigen, dass  $w_2$  die entsprechenden Annahmen erfüllt<sup>24</sup>. Analog lässt sich  $w_1$  herleiten und zeigen, dass die Funktion alle geforderten Eigenschaften besitzt<sup>25</sup>. Damit ergibt sich unmittelbar das folgende Resultat:

**Proposition 4.4.1.** Es seien die Installationskosten  $F_a$  und  $F_b$  der Technologien  $a$  und  $b$  gegeben. Dann entspricht das zugehörige Marktgleichgewicht  $(x_a, x_b, x_{ab}, Q_1, E_1, Q_2, E_2)$  der effizienten Allokation  $(x_a^*, x_b^*, x_{ab}^*, Q_1^*, E_1^*, Q_2^*, E_2^*)$ , welche durch dieses Kostenpaar induziert wird.

Um diese Aussage zu beweisen, muss man nur nachvollziehen, dass das Gleichungssystem, welches das Marktgleichgewicht charakterisiert, den Bedingungen erster Ordnung entspricht.

Als Spezialfall dieses Szenarios lässt sich die ex post Politik eines beide Technologien antizipierenden Regulators auffassen. Dazu nehmen wir an, dass es sich bei dem Input um Emissionen handelt und interpretieren die Funktion  $V(E)$  als Schadensfunktion. Die kompetitive Preissetzung entspricht in diesem Fall offensichtlich der ex post Anpassung der Steuerhöhe beziehungsweise der

<sup>24</sup>Man beachte, dass  $\frac{\partial Q_2}{\partial x_{ab}} = -\frac{\partial Q_2}{\partial x_a}$  und  $\frac{\partial E_2}{\partial x_{ab}} = -\frac{\partial E_2}{\partial x_a}$  gilt.

<sup>25</sup>Wir wenden auch hier Lemma 4.3.1 an, indem wir die Gleichheiten  $\frac{\partial Q_1}{\partial x_a} = \frac{\partial Q_2}{\partial x_a}|_{x_{0b}=0}$  und  $\frac{\partial E_1}{\partial x_a} = \frac{\partial E_2}{\partial x_a}|_{x_{0b}=0}$  ausnutzen.

Zertifikatmenge<sup>26</sup> aus Abschnitt 3.7. Auf diese Weise erhalten wir eine Verallgemeinerung von Proposition 3.7.2 auf ein Modell mit Outputmarkt und der Möglichkeit, Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  zu ersetzen.

#### 4.4.2 Monopolistischer Inputmarkt

In diesem Abschnitt unterstellen wir, dass das Inputgut von einem Monopolisten bereitgestellt wird. Der Preis, der bei einer nachgefragten Gesamtmenge  $E$  von diesem gefordert wird, liegt also immer über den Grenzkosten. Das heißt, dass für jedes mögliche Tripel  $x_a, x_{0b}, x_{ab}$  gilt  $w(x_a, x_{0b}, x_{ab}) > V'(E(x_a, x_{0b}, x_{ab}))$ , wobei  $E(x_a, x_{0b}, x_{ab})$  die zugehörige Gleichgewichtsnachfrage sei. Die Nachfrage, die sich, gegeben  $w$  ergibt, lässt sich, gegeben  $x_a$  und  $x_b = x_{0b} + x_{ab}$ , mittels des Gleichungssystem (4.3) und (4.4) bestimmen. Mit Hilfe von Lemma 4.3.1 können wir dann herleiten, wie die Nachfrage auf eine Preiserhöhung reagiert.

Die Bedingung erster Ordnung des Monopolisten bezüglich  $w$  lautet dann:

$$0 = w \frac{\partial E}{\partial w}(w) + E(w) - V'(E(w)) \frac{\partial E}{\partial w}(w) \quad (4.20)$$

Im Allgemeinen lässt sich nicht ohne weitere Annahmen zeigen, dass die daraus resultierende Gleichgewichts - Preisfunktion  $w$  unsere Annahmen erfüllt. Hinreichende Bedingungen dafür sind:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial w^2} < 0 \text{ und } \begin{cases} \frac{\partial^2 E}{\partial x_i \partial w} < 0, & i = a, 0b, & \text{falls } x_a + x_{0b} < 1 \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x_a \partial w} > 0, & i = a, 0b, & \text{falls } x_a + x_{0b} = 1. \end{cases}$$

<sup>27</sup> Diese Bedingungen sind erfüllt, wenn wir zum Beispiel eine Funktion der Form  $C(\theta, q, e) = \frac{\alpha(\theta)}{2}(\beta q - e)^2 + \frac{\gamma(\theta)}{2}q^2$ , wobei  $\alpha(\theta) > 0, \beta > 0, \gamma(\theta) > 0, \alpha' < 0, \gamma' < 0, \alpha'' > 0, \gamma'' > 0$  gelte, sowie eine lineare Nachfrage, d.h.  $P'' = 0$  unterstellen.<sup>28</sup> Es lässt sich leicht zeigen, dass dieser Typ

<sup>26</sup>In diesem Fall müssen wir nur zeigen, dass der Gleichgewichtspreis unsere Annahmen erfüllt. Dies ist aber offensichtlich.

<sup>27</sup>Leiten wir (4.20) nach  $x_i$  ab, so ergibt sich

$$0 = \frac{\partial w}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial E}{\partial w} + w \frac{\partial^2 E}{\partial w^2} + \frac{\partial E}{\partial w} - \frac{\partial E}{\partial w} V'' - V' \frac{\partial E^2}{\partial w^2} \right] \\ + w \frac{\partial E^2}{\partial x_i \partial w} + \frac{\partial E}{\partial x_i} - \frac{\partial E}{\partial x_i} \frac{\partial E}{\partial w} V'' - \frac{\partial E^2}{\partial x_i \partial w} V'$$

Wenn wir nach  $\frac{\partial w}{\partial x_i}$  auflösen, so erkennen wir, dass im Allgemeinen das Vorzeichen des Term nicht bestimmt ist. Die angegebenen Bedingungen sind hinreichend dafür, dass das Vorzeichen derart ist, dass die Annahmen an  $w_i$  erfüllt sind.

<sup>28</sup>Man beachte die Formeln im Beweis von Lemma 4.3.1

Funktion auch alle am Anfang des Kapitels getroffenen Annahmen an die Ableitungen sowie die Konvexitätsannahme (4.1.2) erfüllt.

Um das Resultat des Abschnitt herzuleiten, definieren wir folgende Funktionen

$$(x_a, x_{0b}, x_{ab}) \mapsto (F_a^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}), F_b^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}))$$

und

$$(x_a, x_{0b}, x_{ab}) \mapsto (F_a^M(x_a, x_{0b}, x_{ab}), F_b^M(x_a, x_{0b}, x_{ab}))$$

Die erste Funktion ordnet den Anteilen  $x_a, x_{0b}, x_{ab}$ <sup>29</sup> das eindeutig bestimmte Kostenpaar  $(F_a^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}), F_b^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}))$  zu, für das im sozialen Optimum genau diese Anteile an Firmen Technologie  $a$  beziehungsweise Technologie  $b$  adoptieren beziehungsweise ersetzen, und eine innere Lösung vorliegt, also die entsprechenden Bedingungen erster Ordnung mit Gleichheit erfüllt sind. Dies entspricht in Abbildung 4.1 gerade den Flächen, die die Kurven  $\overline{CGHC}$  und  $\overline{KIJK}$  begrenzen.

Die zweite Funktion ist das entsprechende Gegenstück bei dezentraler Entscheidung und einem monopolistischem Anbieter des Inputguts. Das heißt, in diesem Fall entsprechen  $F_a^M(x_a, x_{0b}, x_{ab})$  und  $F_b^M(x_a, x_{0b}, x_{ab})$  gerade den Installationskosten, für die  $(x_a, x_{0b}, x_{ab})$  die Gleichungssysteme (4.3)-(4.10) und (4.11)-(4.18)<sup>30</sup> erfüllt.

Das nachfolgende Resultat besagt gerade, dass im Gleichgewicht im Normalfall mehr Firmen die neuen Technologien adoptieren, als es im sozialen Optimum beziehungsweise im Gleichgewicht mit kompetitiven Inputmarkt der Fall wäre:

**Proposition 4.4.2.** Für alle  $x_a, x_{0b}, x_{ab}$  gilt  $F_a^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}) < F_a^M(x_a, x_{0b}, x_{ab})$  und  $F_b^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}) < F_b^M(x_a, x_{0b}, x_{ab})$ . Des Weiteren gilt für die verbleibenden Szenarien:

1. Es seien  $0 \leq x_a \leq 1, F_b, F_a^*$  und  $F_a^M$  wie folgt gegeben: Gegeben  $(F_a^*, F_b)$  im sozialen Optimum und  $(F_a^M, F_b)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$ , keine Firma jedoch Technologie  $b$ . Das heißt, es kommt in beiden Fällen zu partieller Adoption von Technologie  $a$  durch  $x_a$  Firmen. Dann gilt  $F_a^* < F_a^M$ .
2. Es seien  $0 \leq x_{0b} \leq 1, F_a, F_b^*$  und  $F_b^M$  wie folgt gegeben: Gegeben  $(F_a, F_b^*)$  im sozialen Optimum und  $(F_a, F_b^M)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_{0b}$  Firmen Techno-

<sup>29</sup>Dabei ist die Einschränkung  $x_{ab} > 0$  genau dann, wenn  $x_{0b} = 1 - x_a$  zu beachten!!

<sup>30</sup>Welche der Gleichungen genau gelten, hängt davon ab, ob eine innere Lösung bezüglich  $x_{ab}$  oder  $x_{0b}$  vorliegt.

logie  $b$ , keine Firma jedoch Technologie  $a$ . Das heißt, es kommt in beiden Fällen zu partieller Adoption von Technologie  $b$  durch  $x_{0b}$  Firmen. Dann gilt  $F_b^* < F_b^M$ .

3. Es seien  $0 \leq x_{ab} \leq 1$ ,  $F_a$ ,  $F_b^*$  und  $F_b^M$  wie folgt gegeben: Gegeben  $(F_a, F_b^*)$  im sozialen Optimum und  $(F_a, F_b^M)$  im Marktgleichgewicht adoptieren alle Firmen Technologie  $a$  und ein Anteil von  $x_{ab}$  Firmen ersetzt Technologie  $a$  durch Technologie  $b$ . Dann gilt  $F_b^* < F_b^M$ .
4. Es seien  $0 \leq x_a \leq 1$ ,  $F_b$ ,  $F_a^*$  und  $F_a^M$  wie folgt gegeben: Gegeben  $(F_a^*, F_b)$  im sozialen Optimum und  $(F_a^M, F_b)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$  und alle Firmen, unabhängig davon, welche Technologie sie nutzen, adoptieren Technologie  $b$ . Dann gilt  $F_a^* < F_a^M$ .
5. Es seien  $0 \leq x_a \leq 1$ ,  $F_b$ ,  $F_a^*$  und  $F_a^M$  wie folgt gegeben: Gegeben  $(F_a^*, F_b)$  im sozialen Optimum und  $(F_a^M, F_b)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$ , alle  $(1 - x_a)$  verbleibenden Firmen adoptieren Technologie  $b$ , aber keine Firma ersetzt Technologie  $a$ . Dann kann sowohl  $F_a^M > F_a^*$ ,  $F_a^M = F_a^*$  oder  $F_a^M < F_a^*$  der Fall sein.

Dieses Resultat mag zunächst sehr formal erscheinen, es besagt aber nichts anderes, als dass bei monopolistischer Preisbildung auf dem Inputmarkt das gleiche Adoptions-Szenario wie im sozialen Optimum bereits bei höheren Installationskosten zustande kommt. Ein erhöhter Inputpreis führt, intuitiv plausibel, also dazu, dass mehr in neue Technologien investiert wird, wobei wir unterstellen haben, dass der Anbieter des Inputs die neuen Technologien nicht antizipiert, sondern nur auf die aktuelle Nachfrage reagiert. Lediglich in dem Fall, in dem die Firmen sich zwischen beiden neuen Technologien entscheiden müssen, ist es nicht klar, von welcher Technologie mehr und von welcher weniger adoptiert wird (vergleiche 5.).

Die Ergebnisse werden in Abbildung 4.2 dargestellt. Die gepunkteten Linien beziehen sich auf die effiziente Allokation (vergleiche Abbildung 4.1). Die durchgezogenen Linien repräsentieren die dezentrale Entscheidung. Wie in der Abbildung dargestellt, ist die Menge aller Kostenpaare, für die es im Marktgleichgewicht zu partieller Adoption beider Technologien kommt, im Vergleich zur entsprechenden Menge für die das Gleiche effizient wäre, nach oben rechts verschoben. Entsprechendes gilt für die Menge aller Kostenpaare, für die es im Gleichgewicht dazu kommt, dass ein Teil der Firmen Technologie  $a$  ersetzt. Es sei darauf hingewiesen, dass die genaue Lage der Abschnitte  $\overline{AA'}$  und  $\overline{BB'}$  unbestimmt ist. Das lässt sich wie folgt erklären: Wie wir wissen, würde das

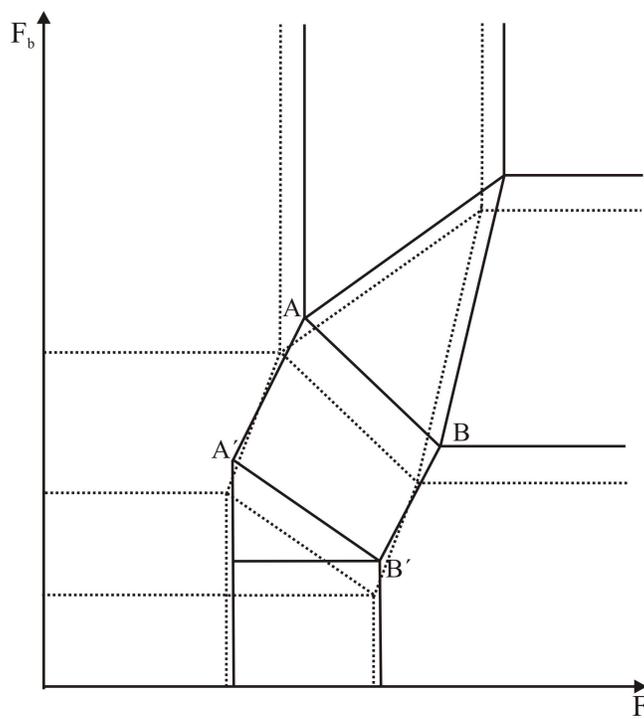


Abbildung 4.2: Das Marktgleichgewicht bei monopolistischem Inputmarkt im Vergleich zur effizienten Allokation.

Marktgleichgewicht der effizienten Allokation entsprechen, wenn der Inputpreis auf dem Niveau der Grenzkosten lege. Er ist aber, wenn der das Inputgut vom Monopolisten angeboten wird, höher. Das erhöht jedoch den Anreiz für eine Firma, eine Technologie zu adoptieren, die sie vom betreffenden Input unabhängiger werden lässt. Solange die Installationskosten nicht derart sind, dass im Gleichgewicht für jede Firma eine Entweder-Oder-Entscheidung zwischen Technologie  $a$  und Technologie  $b$  besteht, verteilt sich dieser Effekt auf beide Stufen. Kommt es im Gleichgewicht in beiden Stufen zu partieller Adoption, so erhöht sich sowohl der Anteil an Firmen, der Technologie  $a$  adoptiert als auch der, der Technologie  $b$  adoptiert. Ist die Kostenstruktur sogar derart, dass im Gleichgewicht ein Anteil an Firmen Technologie  $a$  adoptiert und in der zweiten Stufe wiederum ein Teil dieser Firmen Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzt, so erhöhen sich beide Anteile. Muss sich jede Firma, wie in Kapitel 3, zwischen Technologie  $a$  und  $b$  entscheiden, so hängt der Effekt davon ab, wie viel effizienter Technologie  $b$  im Vergleich zu Technologie  $a$  bei Berücksichtigung der Ankunftszeit ist. Daher ist das Vorzeichen des Effekts in diesem Fall im Allgemeinen unbestimmt.

### 4.4.3 Myopische Zertifikatpolitik

Dieser Abschnitt soll an den Abschnitt 3.6 des vorherigen Kapitels anknüpfen. In diesem wurde gezeigt, dass es bei einer myopische Zertifikatpolitik, bei der der Regulator beide neuen Technologien nicht antizipiert, in den meisten Fällen zu Unterinvestitionen kommt, es aber anders als bei Requate and Unold [2003] auch Fälle geben kann, in denen es zu Überinvestitionen kommt. Antizipiert der Regulator hingegen nur Technologie  $b$  nicht, so kommt es weiterhin im Wesentlichen nur zu Unterinvestitionen<sup>31</sup>. Ziel dieses Abschnitts ist es, zu zeigen, dass die Betrachtung eines Outputmarktes die Ergebnisse nicht verändert. Hingegen werden wir zeigen, dass die Möglichkeit, Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  zu ersetzen, Überinvestitionen induzieren kann, wenn nur Technologie  $b$  nicht antizipiert wird.

Im Folgenden werden wir  $V(E)$  als Schadensfunktion auffassen. Als Inputgut werden wir Emissionszertifikate betrachten. Wir nehmen an, dass die Zertifikatmenge, die in jedem Zeitpunkt ausgegeben wird, am Anfang vom Regulator festgelegt wird. Zudem nehmen wir zunächst an, dass diese Menge der Menge  $E_0$  entspricht, die sozial optimal wäre, wenn alle Firmen die konventionelle Technologie nutzen würden. Es lässt sich leicht nachrechnen, dass der Gleichgewichtspreis  $w_i$ ,  $i = 1, 2$  für Zertifikate dann alle Annahmen erfüllt. Analog zum vorherigen Kapitel definieren wir zudem für festes  $x_a, x_{0b}$ <sup>32</sup>:

$$\begin{aligned} \Delta C_{ab}(w, x_a, x_{0b}) := & \frac{1}{\lambda + r} [P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_{0,1} - C_{a,1} + w(e_{0,1} - e_{a,1})] \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} (P(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) + C_{b,2} - C_{a,2} + w(e_{b,2} - e_{a,2})) + F_b \right], \end{aligned}$$

wobei  $Q_1, Q_2$  usw. bezüglich  $w$  gemäß den entsprechenden Gleichungen gegeben seien.

Analog zum vorherigen Abschnitt definieren wir folgende Funktion

$$(x_a, x_{0b}, x_{ab}) \mapsto (F_a^Z(x_a, x_{0b}, x_{ab}), F_b^Z(x_a, x_{0b}, x_{ab}))$$

Diese Funktion entspricht der Funktion  $(x_a, x_{0b}, x_{ab}) \mapsto (F_a^M(x_a, x_{0b}, x_{ab}), F_b^M(x_a, x_{0b}, x_{ab}))$  im vorherigen Teilabschnitt und liefert gerade die Installationskosten-Paare, für die das Gleichungssystem (4.3)-(4.10) und (4.11)-(4.18) erfüllt ist, wenn der Zertifikatepreis wie vorangehend beschrieben zustande kommt.

<sup>31</sup>Im Wesentlichen deshalb, da man für eine gewisse Menge an Kostenpaaren nicht von Unterinvestitionen im engeren Sinne sprechen kann.

<sup>32</sup>Der Fall  $x_{ab} > 0$  ist für uns uninteressant.

Es ergibt sich folgendes Resultat, welches die Aussage von Proposition 3.6.2 erweitert.

**Proposition 4.4.3.** Entspricht die zu jedem Zeitpunkt ausgegebene Zertifikatmenge  $E_0$  der Menge, die bezüglich Technologie 0 effizient ist, dann gilt für alle  $x_a, x_{0b}, x_{ab}$ , dass  $F_a^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}) > F_a^Z(x_a, x_{0b}, x_{ab})$  und  $F_b^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}) > F_b^Z(x_a, x_{0b}, x_{ab})$ , wenn  $x_a > 0$  oder  $x_{0b} > 0$  und  $x_{ab} = 0$  oder  $x_a > 0$  und  $x_{ab} = 0$ . Ist  $x_a = 0$  und  $x_{ab} > 0$ , so gilt  $F_a^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}) = F_a^Z(x_a, x_{0b}, x_{ab})$ . Ist sowohl  $x_a = 0$  als auch  $x_{0b} = 0$ , so gilt  $F_a^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}) = F_a^Z(x_a, x_{0b}, x_{ab})$  und  $F_b^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}) = F_b^Z(x_a, x_{0b}, x_{ab})$ . Des Weiteren gilt für die verbleibenden Szenarien:

1. Es seien  $0 \leq x_a \leq 1$ ,  $F_b, F_a^*$  und  $F_a^Z$  wie folgt gewählt: Gegeben  $(F_a^*, F_b)$  im sozialen Optimum und  $(F_a^Z, F_b)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$ , keine Firma jedoch Technologie  $b$ . Das heißt, es kommt in beiden Fällen zu partieller Adoption von Technologie  $a$  durch  $x_a$  Firmen. Dann gilt  $F_a^* > F_a^Z$  genau dann, wenn  $x_a > 0$ .
2. Es seien  $0 \leq x_{0b} \leq 1$ ,  $F_a, F_b^*$  und  $F_b^Z$  wie folgt gewählt: Gegeben  $(F_a, F_b^*)$  im sozialen Optimum und  $(F_a, F_b^Z)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_{0b}$  Firmen Technologie  $b$ , keine Firma jedoch Technologie  $a$ . Das heißt, es kommt in beiden Fällen zu partieller Adoption von Technologie  $b$  durch  $x_{0b}$  Firmen. Dann gilt  $F_b^* > F_b^Z$  genau dann, wenn  $x_{0b} > 0$ .
3. Es seien  $0 \leq x_{ab} \leq 1$ ,  $F_a, F_b^*$  und  $F_b^Z$  wie folgt gewählt: Gegeben  $(F_a, F_b^*)$  im sozialen Optimum und  $(F_a, F_b^Z)$  im Marktgleichgewicht adoptieren alle Firmen Technologie  $a$ , des Weiteren ersetzt ein Anteil von  $x_{ab}$  Firmen Technologie  $a$  durch Technologie  $b$ . Dann gilt  $F_b^* > F_b^Z$ .
4. Es seien  $0 \leq x_a \leq 1$ ,  $F_b, F_a^*$  und  $F_a^Z$  wie folgt gewählt: Gegeben  $(F_a^*, F_b)$  im sozialen Optimum und  $(F_a^Z, F_b)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$  und alle Firmen, unabhängig von der benutzten Technologie, adoptieren Technologie  $b$ . Dann gilt  $F_a^* > F_a^Z$  genau dann, wenn  $x_a > 0$ .
5. Es seien  $0 \leq x_a \leq 1$ ,  $F_b, F_a^*$  und  $F_a^Z$  wie folgt gewählt: Gegeben  $(F_a^*, F_b)$  im sozialen Optimum und  $(F_a^Z, F_b)$  im Marktgleichgewicht adoptiert ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$  und alle verbleibenden  $(1 - x_a)$  Firmen adoptieren Technologie  $b$ , keine jedoch ersetzt Technologie  $a$ . Dann ist im Allgemeinen unbestimmt, ob  $F_a^Z > F_a^*$ ,  $F_a^Z = F_a^*$  oder  $F_a^Z < F_a^*$ . Im Spezialfall  $x_a = 0$  gilt allerdings  $F_a^Z = \bar{F}_a(F_b) > \bar{F}_a^*(F_b) = F_a^*$ . Des Weiteren gilt für  $x_a = 1$  und  $x_{0b} = 0$ ,

dass  $F_a^Z = \underline{F}_a(F_b) < \underline{F}_a^*(F_b) = F_a^*$ , falls  $\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial w} > 0$ , und  $F_a^Z = \underline{F}_a(F_b) > \underline{F}_a^*(F_b) = F_a^*$ , falls  $\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial w} < 0$ .

Die Intuition hinter dem Resultat ist hier ähnlich wie die hinter dem Resultat des vorherigen Abschnitts. Denn sobald Firmen in die neuen Technologien investieren, sinkt das optimale Emissionsniveau in der entsprechenden Stufe unter  $E_0$ . Das heißt, es werden mehr Zertifikate ausgegeben, als es effizient ist. Damit muss der markträumende Zertifikatepreis aber unterhalb des sozial optimalen Grenzkostenniveaus liegen, der Zertifikatepreis ist also 'zu niedrig'. Daher kommt es intuitiv plausibel zu zu geringen Investitionen in eine oder beide Technologien. Einzige Ausnahme ist das Szenario, bei dem die Firmen sich zwischen Technologie  $a$  und  $b$  entscheiden müssen. In diesem Fall hängt das Ergebnis davon ab, welche Technologie relativ effektiver ist, was, wie in Kapitel 3 erläutert wurde, die Funktion  $\Delta C_{ab}$  widerspiegelt. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.3 illustriert, wo-

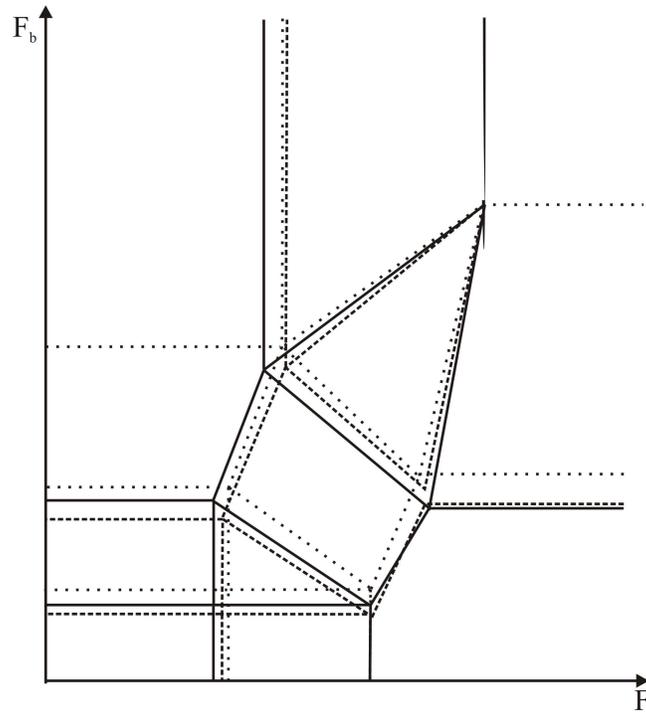


Abbildung 4.3: Das Marktgleichgewicht im Vergleich zur effizienten Allokation, wenn der Regulator beide Technologien nicht antizipiert.

bei zwei Szenarien,  $\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial w} < 0$  (gestrichelte Linien) und  $\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial w} > 0$  (durchgezogene Linien) skizziert sind. Die gepunkteten Linien beziehen sich wiederum auf die effiziente Allokation. Des Weiteren ist zu beachten, dass  $\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial w} > 0$  dem Fall  $\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial \tau} < 0$  im vorherigen Kapitel entspricht, da wir hier

Zugwinne anstatt Kostenersparnisse betrachten. In beiden Fällen ist bei einem hohem, in beiden Stufen gleichem Preis der Emissionen die Strategie, Technologie  $a$  zu adoptieren, besser als die Strategie, auf Technologie  $b$  zu warten.

Alternativ wollen wir den Fall betrachten, dass der Regulator nur Technologie  $a$  antizipiert und ex ante die Zertifikatmenge  $E_a$  herausgibt, die effizient wäre, wenn Technologie  $b$  nicht existierte<sup>33</sup>. Es lässt sich leicht zeigen, dass das Marktgleichgewicht, das sich einstellt, der effizienten Allokation entspricht, wenn  $F_b$  so teuer ist, dass es nicht effizient ist, dass Firmen die Technologie adoptieren. Wir wollen die Allokationen mit Hilfe von Abbildung 4.4 vergleichen. Analog zu Kapitel 3 können

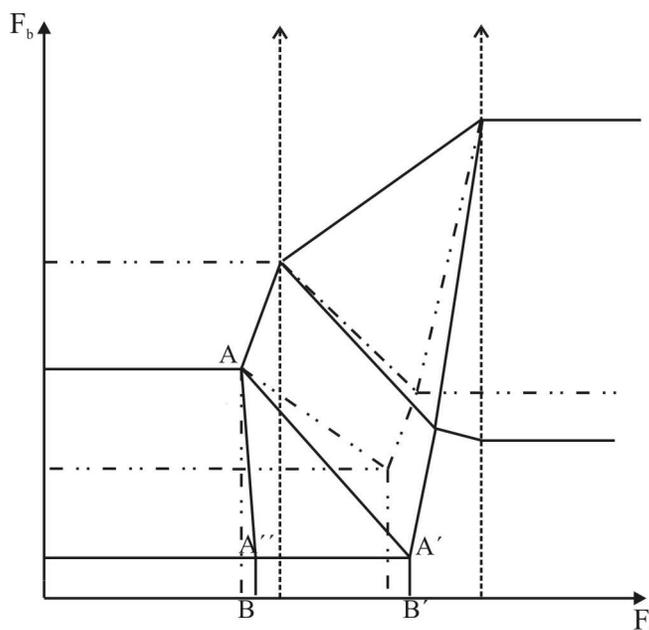


Abbildung 4.4: Das Marktgleichgewicht im Vergleich zur effizienten Allokation, wenn der Regulator Technologie  $b$  nicht antizipiert.

wir folgendes zeigen: Es seien  $1 \leq x_a \leq 0$  und  $1 \leq x_{0b} \leq 0$  gegeben. Des Weiteren seien  $(F_a, F_b)$  und  $(F_a^*, F_b^*)$  die Kostenpaare, für die es Marktgleichgewicht beziehungsweise effizient ist, das ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$  adoptiert, ein Anteil von  $x_{0b}$  Firmen hingegen wartet und Technologie  $b$  adoptiert, und zudem alle Firmen indifferent zwischen beiden Strategien sind. Dann gilt  $F_a > F_a^*$  und  $F_b < F_b^*$ .

Das heißt, der entsprechende Bereich an Kostenpaaren verschiebt sich nach rechts unten. Wie

<sup>33</sup>Diese Menge lässt sich herleiten, indem ein so hohes  $\tilde{F}_b$  anstatt von  $F_b$  betrachtet, dass es nie effizient ist, dass Technologie  $b$  adoptiert wird.

im vorherigen Kapitel ist es nicht klar, ob die untere Grenze des Bereiches, der zum Marktgleichgewicht gehört, oberhalb oder unterhalb der entsprechenden Grenze des Bereiches, der zu effizienten Allokation gehört, liegt. In Abbildung 4.4 wurde eine der beiden Möglichkeiten illustriert.

Ebenso lässt sich analog zu Kapitel folgendes zeigen: Es seien  $x_a$  und  $F_b$  gegeben.  $F_a$  und  $F_a^*$  seien so gewählt, dass im Marktgleichgewicht beziehungsweise im sozialen Optimum ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$ , der Rest Technologie  $b$  adoptiert, und keine Firma Technologie  $a$  ersetzt. Dann gilt  $F_a > F_a^*$ .

In den beiden voranstehend beschriebenen Bereichen ergeben sich also analoge Ergebnisse. Die Erklärung für die Ergebnisse entspricht der, die in Kapitel 3 gegeben wurde.

Nun sei  $0 < x_a < 1$  und  $0 < x_{ab} < 1$  gegeben. Es seien  $(F_a, F_b)$  und  $(F_a^*, F_b^*)$  die Kostenpaare, für die es im Marktgleichgewicht beziehungsweise im sozialen Optimum dazu kommt, dass ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$  adoptiert, ein Anteil von  $x_{ab}$  Firmen Technologie  $a$  adoptiert, diese durch Technologie  $b$  ersetzt<sup>34</sup>. Im Anhang wird gezeigt, dass auch für diese Kostenpaare  $F_a > F_a^*$  und  $F_b < F_b^*$  gilt. Auch hier ist die Begründung wie in den anderen Fällen. Da die Option, zu warten und Technologie  $b$  zu adoptieren, ignoriert wurde, hat der Regulator in der ersten Stufe zu wenige, in der zweiten Stufe aber zu viele Zertifikate ausgegeben.

Leicht einzusehen ist, dass die Grenze  $\underline{F}_b$ , ab der im Marktgleichgewicht alle Firmen in der zweiten Stufe Technologie  $b$  nutzen wollen, unabhängig davon, ob sie Technologie  $a$  adoptiert haben oder nicht, unterhalb der entsprechenden Grenze  $\underline{F}_b^*$  liegt. Das ist wiederum damit zu begründen, dass die Zertifikatmenge in der zweiten Stufe ineffizient groß ist.  $\overline{F}_b(F_a)$  stimmt hingegen mit  $\overline{F}_b^*(F_a)$  links vom Punkt  $A$  überein, da auf dieser Linie gerade  $x_a^* = 1$  und  $x_{ab}^*$  gilt. Zum Abschluss betrachten wir ein  $F_b$  so klein, dass sowohl im Marktgleichgewicht als auch im sozialen Optimum alle Firmen in der zweiten Stufe Technologie  $b$  nutzen, unabhängig davon, wie viele Firmen Technologie  $a$  in der ersten Stufe adoptiert haben. In diesem Fall gilt, gegeben  $x_a$ ,  $F_a > F_a^*$ , wie wir im Anhang zeigen. Das heißt aber, dass im Bereich, den die Kurve  $\overline{A''A'B'B}$  umschließt, insgesamt zuviel investiert wird. Das liegt daran, dass aufgrund der geringen Installationskosten von Technologie  $b$  es zwar keine Rolle spielt, dass in der zweiten Stufe zu viele Zertifikate herausgegeben werden, aber aufgrund der zu geringen Zertifikatmenge in der ersten Stufe ineffizient viele Firmen Technologie  $a$  adoptieren.

<sup>34</sup>Das beinhaltet insbesondere, dass die Firmen, die Technologie  $a$  nicht adoptieren, Technologie  $b$  adoptieren.

## 4.5 Zusammenfassung des Kapitels

Wir haben das Grundmodell in dreierlei Hinsicht verallgemeinert: Zum einen wurde explizit ein Outputmarkt modelliert. Dadurch wurde die implizite Annahme fixer Preise beziehungsweise einer kleinen offenen Volkswirtschaft aufgegeben. Zum anderen haben wir die Möglichkeit zugelassen, dass Firmen beide neuen Technologien nacheinander adoptieren. Die dritte Verallgemeinerung besteht darin, einen allgemeinen Input zu betrachten.

Zunächst wurde die effiziente Allokation studiert. Wir konnten die Ergebnisse des Grundmodells bestätigen und zeigen, dass es zudem effizient sein kann, dass ein Teil oder alle Firmen, die Technologie  $a$  adoptiert haben, diese durch Technologie  $b$  ersetzen, sofern alle Firmen eine der beiden Technologien adoptieren. Bei symmetrischen Firmen kann es jedoch nie effizient sein, dass, wenn Technologie  $b$  bereits verfügbar ist, ein Teil der Firmen die konventionelle Technologie 0 nutzt, ein anderer Teil der Firmen aber in der ersten Stufe Technologie  $a$  adoptiert und in der zweiten Stufe diese durch Technologie  $b$  ersetzt hat. Gleiches kann nicht in einem Marktgleichgewicht gelten. Der Grund dafür ist, dass der soziale wie auch einzelwirtschaftliche Zugewinn, der entsteht, wenn eine Firma die konventionelle Technologie durch Technologie  $b$  ersetzt, größer ist als der Zugewinn, der sich ergibt, wenn eine Firma Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzt.

Des Weiteren konnten wir zeigen, dass eine schnellere Verfügbarkeit von Technologie  $b$  in der zweiten Stufe nicht beides bewirken kann, mehr Output und weniger Input. Ein schnellerer Fortschritt wirkt immer nur in eine Richtung: Mehr Output auf Kosten von mehr Input (zum Beispiel Emissionen) oder weniger Input (weniger Emissionen) zu Lasten von weniger Output. Analoge Ergebnisse ergeben sich bei dezentraler Entscheidung.

Ein Vergleich des Marktgleichgewichts mit der sozial optimalen Allokation zeigt, dass sich bei einem kompetitiven Inputmarkt die effiziente Allokation einstellt. Angewandt auf den Fall von Emissionen konnten wir also auch für diesen Modellrahmen zeigen, dass der Regulator mit Hilfe von ex-post optimaler Regulierung die effiziente Allokation implementieren kann.

Im Fall eines monopolistischen Inputmarkt haben wir gezeigt, dass in den meisten Fällen mehr in beide Technologien investiert wird, als es der Fall wäre bei einem kompetitiven Inputmarkt. Allgemeiner lässt sich sagen, dass, wenn die Anbieter eines Inputguts Marktmacht haben, sich die Diffusion neuer Technologien, die die Firmen von diesem Input unabhängiger werden lassen, verstärkt, wenn die Anbieter die neuen Technologien nicht strategisch antizipieren, also deren (zukünftige)

Verfügbarkeit antizipieren und bei der Preisbildung berücksichtigen.

Zudem wurden die Ergebnisse des Grundmodells für den Fall, dass der Regulator eine oder beide Technologien nicht antizipiert, im Wesentlichen bestätigt. Allerdings konnten wir zeigen, dass es, wenn nur Technologie  $b$  nicht antizipiert wird, zu Überinvestitionen kommen kann, wenn alle Firmen sowohl im Gleichgewicht als auch im sozialen Optimum Technologie  $b$  adoptieren.

## Kapitel 5

# Optimales Timing der Investitionsentscheidung

In den bisherigen Kapiteln wurde der technologische Fortschritt in der Form berücksichtigt, dass die Existenz einer besseren Technologie, die zu einem unsicheren zukünftigen Zeitpunkt verfügbar wird, unterstellt wurde. In diesem Kapitel wollen wir nun eine Sequenz von Technologien beziehungsweise stetigen Fortschritt betrachten und auf der Firmenebene analysieren, wie sich eine Umweltpolitik auf das optimale Timing auswirkt. Dass die Möglichkeit, die Investitionsentscheidung aufzuschieben, überhaupt im Zusammenhang mit emissionsvermeidender beziehungsweise energiesparender Technologie eine Rolle spielt, konnten van Soest und Bulte [2001] zeigen. Anhand numerischer Experimente fand van Soest [2005] zudem am Beispiel energiesparender Technologie heraus, dass eine stringenter Regulierung zu einer späteren Investition führt, ein Ergebnis, dass Requate und Nelissen [2007] als überraschend bezeichneten.

Wir wollen in diesem Kapitel das Ergebnis analytisch erklären und die bei van Soest [2005] offen gebliebene Frage, wie die sozial optimale Investitionsstrategie aussieht, beantworten. Des Weiteren soll untersucht werden, inwieweit die Charakteristika des Fortschritts eine Rolle spielen. Dazu wollen wir aufbauend auf Farzin et al. [1998] und Bethuyne [2002] die Dynamik des Fortschritts sowohl per Poisson-Prozess als auch mittels eines Wiener Prozesses analysieren.

Dieses Kapitel ist wie folgt gegliedert: Im ersten Hauptabschnitt stellen wir das Modell vor, wobei wir im ersten Teilabschnitt auf die Vermeidungskostenfunktion eingehen und im zweiten Teilabschnitt den zugrunde liegenden stochastischen Prozess vorstellen. Im zweiten Hauptabschnitt

gehen wir auf den Fall einer einzelnen Option ein. Dabei führen wir im ersten Teilabschnitt die sogenannten Ausübungs- und Fortsetzungsbereiche ein, leiten im zweiten Teilabschnitt die Bestimmungsgleichung für den Poisson-, im dritten Teilabschnitt die für den Wiener Prozess her, um im vierten Teilabschnitt für den Poisson und im fünften für den Wiener Prozess die Lösung herzuleiten. Im dritten Hauptabschnitt behandeln wir den Fall mehrerer, sequentieller Optionen. Im vierten Hauptabschnitt wollen wir das soziale Optimum herleiten, wobei im ersten Teilabschnitt die Eigenschaften des sozialen Optimums, im zweiten Teilabschnitt die Möglichkeiten, es zu implementieren, im Vordergrund stehen. Im fünften Abschnitt studieren wir, wie umweltpolitische Instrumente, hier eine Steuer und ein Standard, das Timing der Investition beeinflussen. Im ersten Teilabschnitt behandeln wir dabei eine langfristige Steuerpolitik, im zweiten eine langfristige Regulierung mittels eines Standards. Der dritte Teilabschnitt geht auf das Modell von van Soest [2005] ein. Wir beweisen dort eine für das Modell ableitbare Hauptaussage. Im vierten Teilabschnitt behandeln wir eine Politik, bei der das Steuerniveau sich mit der Investition verändert. Inhalt des fünften Teilabschnitts ist die Übertragung der Ergebnisse auf den Fall mehrerer, aufeinander folgender Investitionen. Der sechste Hauptabschnitt schließlich analysiert, wie sich eine Veränderung der Modellparameter auf die Ergebnisse auswirkt. Abschließend fasst der siebte Hauptabschnitt die Ergebnisse des Kapitels zusammen. Im Abschnitt A.6 des Anhangs wird zudem eine Erweiterung vorgestellt, die das optimale Timing der Investition bei einer Regulierung mittels Zertifikate untersucht.

## 5.1 Das Grundmodell

### 5.1.1 Die Vermeidungskostenfunktion

Wie in Kapitel 3 betrachten wir ein Partialmodell, bei dem nur die Kostenseite berücksichtigt wird. Ein Unternehmen wird durch seine Kostenfunktion  $C(\theta, e)$  repräsentiert, wobei  $e$  das gewählte Emissionsniveau der Firma und  $\theta$  ein Technologieparameter, der die von dem Unternehmen verwendete Technologie widerspiegelt, sei. Diese Funktion soll die Annahme 3.1.1 erfüllen. Das heißt, ein höheres  $\theta$  repräsentiert eine effektivere Technologie.

Im weiteren Verlauf werden wir verschiedene Arten von Regulierungen studieren. Diese verursachen zu jedem Zeitpunkt bei Nutzung einer Technologie mit Effizienzniveau  $\theta$  laufende variable Kosten  $c(\theta)$ , wobei das zugehörige Emissionsniveau zu jedem Zeitpunkt bezüglich  $\theta$  so gewählt sei,

dass es bezüglich der Regulierung kostenminimierend ist. Wird also das Unternehmen zum Beispiel mittels einer Emissionssteuer in Höhe von  $\tau$  reguliert, so gilt

$$c(\theta) = C(\theta, e(\tau, \theta)) + \tau e(\tau, \theta),$$

wobei  $e(\tau, \theta)$  durch die Kostenminimierungs-Bedingung  $-\partial C/\partial e(\theta, e(\tau, \theta)) = \tau$  gegeben ist.

Im Falle des sozialen Optimums minimiert der soziale Planer die laufenden sozialen Kosten *sc*. Diese können sich dabei auf eine Firma oder aber auch auf eine Industrie von  $n$  Firmen beziehen. Je nachdem hängt *sc* damit von einem oder mehreren Effizienzparametern ab. Wir werden darauf im entsprechenden Abschnitt eingehen. Zunächst einmal werden wir die Konzepte und die Lösungsmethodik aber am Beispiel eines einzelnen Entscheidungsträgers (zum Beispiel eine Firma), dessen Kostenfunktion  $c$  nur von einem Technologieniveau abhängt, darstellen.

Wir unterstellen wie in den vorherigen Kapiteln einen nicht-akkumulierenden Schadstoff. Die Adoption einer fortschrittlichen Technologie verursacht fixe Investitionskosten  $F(\theta)$ , wobei  $F'(\theta) \leq 0$ ,  $F''(\theta) \geq 0$  angenommen sei. Der gegenwärtige Wert der zukünftigen Kosten, die sich bei einer Investition in eine Technologie mit Effizienzniveau  $\theta$  ergeben, beträgt dann :

$$\int_0^{\infty} c(\theta)e^{-rt} dt + F(\theta) = \frac{c(\theta)}{r} + F(\theta) \quad (5.1)$$

Die Investition sei als unumkehrbar angenommen. Jede Firma nutze zudem anfänglich die gleiche Technologie, deren Effizienzniveau  $\xi$  sei.  $\xi$  entspreche zudem dem Effizienzniveau der aktuellen Technologie zu Beginn, das heißt  $\theta(0) = \xi$ .

Des Weiteren unterstellen wir eine Schadensfunktion  $D(E)$ , die wie in den vorherigen Kapiteln vom Gesamtemissionsniveau abhängt und monoton steigend und konvex sei, das heißt,  $D' > 0$  und  $D'' \geq 0$ .

### 5.1.2 Die Dynamik der fortschrittlichen Technologie

Um die technologische Entwicklung mathematisch zu beschreiben, gehen wir von stetiger Zeit und einem unendlichen Planungshorizont aus. Der technologische Fortschritt wird von einem exogen gegebenen Prozess beschreiben. Das heißt, wir betrachten keine F&E-Entscheidung, sondern lediglich die Entscheidung einer Firma, ob und welche Technologie sie adoptiert.

Wir werden im Folgenden auf zwei mögliche Arten von Prozessen eingehen: Den Poisson-Sprungprozess und den Wiener Prozess.

**Der Poisson-Sprungprozess** Der Poisson-Sprungprozess repräsentiert die Vorstellung, dass eine neue Technologie das Resultat eines wissenschaftlichen Durchbruchs ist. Eine solche grundlegende Innovation wird in unregelmäßigen, stochastischen Zeitintervallen verfügbar und löst die vorangegangene Technologie ab<sup>35</sup>. Modelle dieser Art betrachten unter anderem Farzin et al. [1998], Huisman [2001], Doraszelski [2001],[2004], van Soest und Bulte [2002] und van Soest [2005].

Wir unterstellen, dass der Ankunftszeitpunkt des nächsten Technologiesprungs exponentialverteilt mit Ankunftsrate  $\lambda > 0$  ist. Die Höhe des Technologiesprungs  $\vartheta$  wird durch eine Verteilung mit Dichte  $f$  auf dem Intervall  $[0, \infty[$  beschrieben. Die Veränderung von  $\theta$  in einem kurzen Zeitintervall  $[t, t + dt]$  kann man also wie folgt beschreiben:

$$d\theta = \begin{cases} \vartheta & \text{mit Wahrscheinlichkeit } \lambda dt \\ 0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } (1 - \lambda) dt \end{cases}$$

Es sei angenommen, dass die Ankunftszeit des Technologiesprungs und die Verteilung seiner Höhe voneinander stochastisch unabhängig sind.

**Der Wiener Prozess** Eine alternative Sichtweise des technischen Fortschritts ist die Vorstellung, dass der Fortschritt in Form vieler kleiner direkt aufeinander folgender Innovationen stattfindet. Man kann also näherungsweise von einer stetigen Weiterentwicklung sprechen. Dabei ist jedoch nicht sicher, ob jede Verbesserung und Weiterentwicklung zu einer effektiveren Technologie führt. Es ist aber zu erwarten, dass die jeweils aktuelle Technologie nach einem kurzen Zeitintervall im Mittel effektiver geworden ist. Ein Modell dieser Art betrachtet Bethuyne [2002].

Diese Vorstellung läßt sich formalisieren, indem wir unterstellen, dass  $\theta$  sich gemäß einem Wiener Prozess mit Drift  $\mu > 0$  und Volatilität  $\rho > 0$  verhält. Das heißt, es gelte

$$d\theta = \mu dt + \rho dW \tag{5.2}$$

wobei  $W$  ein Standard Wiener-Prozess sei<sup>36</sup>. Diese Gleichung läßt sich wie folgt umschreiben:<sup>37</sup>

$$\forall t > 0 : \theta(t) = \mu t + \rho W_t.$$

<sup>35</sup>Diese Vorstellung entspricht der klassischen Idee des technologischen Fortschritts von Schumpeter [1939].

<sup>36</sup>Ein gute mathematische Einführung in die Theorie des Wiener Prozesses geben die Bücher von Irle [2003] und Øksendal [1992].

<sup>37</sup>Bethuyne [2002] betrachtet den Prozess  $d\theta/\theta = \mu dt + \rho dW$ . Allerdings läßt so ein geometrischer Wiener Prozess mittels einer einfachen Transformation in einen gewöhnlichen Prozess überführen. Man vergleiche dazu auch Dixit [1993].

Wie erwähnt, ist es in diesem Modellrahmen möglich, dass die Effizienz der Technologie zum Zeitpunkt  $t + dt$  unter der im Zeitpunkt  $t$  liegt, das heißt,  $\theta(t + dt) < \theta(t)$ . Das heißt nicht, dass die Technologie sich verschlechtert hat, sondern nur, dass sie weniger effizient ist. Es kann sich zum Beispiel um einen perspektivenreichen Prototyp handeln, der jedoch in jenem Moment im Einsatz schlechter Leitungen erbringt als die vorangegangenen Entwicklungen. Es gilt jedoch  $E(\theta(t + dt) - \theta(t)) = \mu \cdot dt > 0$ .

## 5.2 Eine Option

Wir wollen zunächst den Fall betrachten, dass der Entscheider nur eine Option zur Adoption einer neuen Technologie besitzt. Wurde einmal investiert, so ist es nicht mehr möglich, eine weitere Investition in eine noch fortschrittlichere Technologie zu tätigen.

### 5.2.1 Fortsetzungs- und Ausübungsbereiche

Wir nehmen an, dass der Entscheidungsträger über eine Technologie mit Effizienzniveau  $\xi$  verfügt. Wenn der momentane Technologiestand  $\theta$  ist, so ist die Frage, ob er diese Technologie adoptieren soll oder nicht, gleichbedeutend mit der Frage, ob die Opportunitätskosten, die ihm entstehen, wenn er seine Option zu investieren nicht ausübt, kleiner oder größer sind als der gegenwärtige Nettowert der Kosten, die sich nach Adoption dieser Technologie ergeben. Diese sind gegeben durch Gleichung (5.1). Sind die zweiten Kosten kleiner, so ist es besser, die Option auszuüben. Dementsprechend ist jenes Effizienzniveau interessant, bei dem die Kosten beider Strategien gleich hoch sind.

Gehen wir für den Moment davon aus, dass dieses Niveau, welches wir im Folgenden mit  $\tilde{\theta}$  bezeichnen werden, eindeutig bestimmt ist. Im Intervall  $[\xi, \tilde{\theta}]$ , dem *Fortsetzungsbereich*, wird dann die Option gehalten und die Investition aufgeschoben. Im Intervall  $[\tilde{\theta}, \infty[$ , dem *Ausübungsbereich*, ist es hingegen optimal, die Option auszuüben und zu investieren.

Wir wollen diese Überlegungen formalisieren: Dazu sei  $CV(\theta, \xi)$  der *Fortsetzungswert* der Option, der sich ergibt, wenn Technologie  $\xi$  benutzt wird, aber Technologie  $\theta$  verfügbar ist. Dieser Fortsetzungswert muss folgende Bellman Gleichung erfüllen:

$$rCV(\theta, \xi) = \min \left\{ c(\theta) + rF(\theta), c(\xi) + \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{E(dCV)}{dt} \right\}, \quad (5.3)$$

wobei  $r$  der Zinssatz und  $E(dCV)/dt$  die erwartete Veränderung des Fortsetzungswert sei. Letztere

hängt vom zugrunde liegenden stochastischen Prozess ab. Bei dieser Gleichung handelt es sich um eine stochastisch Differentialgleichung, deren Lösung wir im Folgenden bestimmen wollen. Wenn das Modell derart gewählt ist, dass Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung dieses Stoppproblems (vgl. Dixit und Pyndick [1994], Øksendal [1992]) gewährleistet ist, so existiert eben jener *Schwellenwert*  $\tilde{\theta}$ , und der Bereich möglicher Effizienzparameter  $[\xi, \infty[$  lässt sich in den Fortsetzungsbereich  $[\xi, \tilde{\theta}[$  und den Ausübungsbereich  $[\tilde{\theta}, \infty[$  zerlegen. Wir können in beiden Regionen jeweils obige Gleichung 5.3 vereinfachen. Im Fortsetzungsbereich lautet sie:

$$rCV(\theta, \xi) = c(\xi) + \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{E(dCV)}{dt}.$$

Im Ausübungsbereich hingegen lautet sie:

$$rCV(\theta, \xi) = c(\theta) + rF(\theta)$$

Das heißt, unser Ziel ist es,  $CV$  im Fortsetzungsbereich zu berechnen. Darauf aufbauend läßt sich dann der Schwellenwert  $\tilde{\theta}$  bestimmen. Dabei sind die Methoden, die wir für die beiden verschiedenen Prozesse anwenden werden, unterschiedlich.

### 5.2.2 Die Gleichung im Falle des Poisson-Prozess

Am Anfang entspricht die Effektivität der verfügbaren Technologie der der verwendeten. Also wird die Investition frühestens nach dem ersten Sprung durchgeführt.

Im Falle eines Poisson-Prozesses läßt sich (5.3) schreiben als:

$$rCV(\theta, \xi) = c(\xi) + \lambda \left( \int_0^{\tilde{\theta}-\theta} CV(\theta + \vartheta, \xi) f(\vartheta) d\vartheta + \int_{\tilde{\theta}-\theta}^{\infty} \frac{1}{r} [c(\theta + \vartheta) + rF(\theta + \vartheta)] f(\vartheta) d\vartheta - CV(\theta, \xi) \right) \quad (5.4)$$

wobei  $\tilde{\theta}$  der zu bestimmende Schwellenwert ist (vergleiche zum Beispiel Huisman [2001]). Indem wir nach  $CV(\theta, \xi)$  auflösen, erhalten wir:

$$CV(\theta, \xi) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \int_0^{\tilde{\theta}-\theta} CV(\theta + \vartheta, \xi) f(\vartheta) d\vartheta + \int_{\tilde{\theta}-\theta}^{\infty} \frac{1}{r} [c(\theta + \vartheta) + rF(\theta + \vartheta)] f(\vartheta) d\vartheta \right)$$

Folgende zwei Beispiele illustrieren dies für bekannte Verteilungen:

**Beispiel 5.2.1.** Wir unterstellen für  $f$  eine Dirac-Verteilung. Das heißt, die Dichte ist gegeben durch

$$f(\vartheta) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \vartheta = \bar{\vartheta} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Damit sind die Technologiesprünge konstant und sicher in der Höhe. Dadurch ergeben sich zwei Gleichungen: Wenn der nächste Technologiesprung nicht dazu führt, dass der Schwellenwert überschritten wird, so gilt:

$$CV(\theta, \xi) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} CV(\theta + \bar{\vartheta}, \xi)$$

Liegt das Effizienzniveau nach dem nächsten Sprung über dem Schwellenwert, dann gilt:

$$CV(\theta, \xi) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} [c(\theta + \bar{\vartheta}) + rF(\theta + \bar{\vartheta})]$$

**Beispiel 5.2.2.** Wir nehmen an, dass die Sprunghöhe gleichmäßig auf dem Intervall  $[0, \bar{\vartheta}]$  verteilt sei. Die zugehörige Dichte lautet:

$$f(\vartheta) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\vartheta}} & \text{falls } \vartheta \in [0, \bar{\vartheta}] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Ist das höchst mögliche Effizienzniveau  $\theta + \bar{\vartheta}$  nach dem nächsten Sprung kleiner als der Schwellenwert, so gilt:

$$CV(\theta, \xi) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^{\bar{\vartheta}} \frac{CV(\theta + \vartheta, \xi)}{\bar{\vartheta}} d\vartheta$$

Anderenfalls gilt:

$$CV(\theta, \xi) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \int_0^{\bar{\theta} - \theta} \frac{CV(\theta + \vartheta, \xi)}{\bar{\vartheta}} d\vartheta + \int_{\bar{\theta} - \theta}^{\bar{\vartheta}} \frac{c(\theta + \vartheta)}{r\vartheta} + \frac{F(\theta + \vartheta)}{\bar{\vartheta}} d\vartheta \right)$$

### 5.2.3 Die Gleichung im Falle des Wiener Prozess

Im Falle des Wiener Prozess ergibt sich aus (5.3) eine Differentialgleichung zweiter Ordnung, wie folgendes Lemma zeigt:

**Lemma 5.2.3.** *Im Fortsetzungsbereich gilt für die Opportunitätskosten  $CV$  folgende Gleichung:*

$$rCV(\theta, \xi) = c(\xi) + \mu \frac{\partial CV(\theta, \xi)}{\partial \theta} + \frac{\rho^2}{2} \frac{\partial^2 CV(\theta, \xi)}{\partial \theta^2} \quad (5.5)$$

Diese Art von Gleichung ist typisch für ein solches Stoppproblem (vergleiche u.a. Dixit and Pindyck [1994], Bethuyne [2002]). Es handelt sich mathematisch um eine einfache Form eines *freien Randwertproblems*. Dessen allgemeine Lösung ist für diesen Rahmen wohlbekannt.

### 5.2.4 Der Schwellenwert im Falle eines Poisson-Prozesses

Wie wir sehen werden, besteht ein Vorteil dieses Modells darin, dass wir die Lösung  $CV$  nicht explizit bestimmen müssen.

Gehen wir zunächst einmal von  $\theta = \tilde{\theta}$  aus. Dann ist es optimal, unmittelbar nach dem nächsten Sprung zu investieren. Die Opportunitätskosten einer Aufschiebung der Investition betragen somit

$$CV(\tilde{\theta}, \xi) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} c(\tilde{\theta} + \vartheta) + F(\tilde{\theta} + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta, \quad (5.6)$$

Da  $\theta = \tilde{\theta}$  ist der Entscheidungsträger zudem indifferent zwischen der Strategie, sofort zu investieren, und der Strategie, die Entscheidung aufzuschieben. Daher muss die rechte Seite der letzten Gleichung gleich den erwarteten Kosten sein, die sich bei einer sofortigen Investition ergeben. Gemäß 5.1 ergeben sich diese als

$$\frac{1}{r} c(\tilde{\theta}) + F(\tilde{\theta})$$

Mathematisch bedeutet das, dass  $CV$  stetig im Punkt  $\theta = \tilde{\theta}$  ist. Diese Bedingung ist daher auch als *Value matching Bedingung* (vergleiche Farzin et al. [1998], Huisman [2001]) bekannt. Im Falle eines Poisson-Prozesses ist es die einzige Bedingung, die wir benötigen.  $\tilde{\theta}$  erfüllt somit folgende Gleichung:

$$\frac{1}{r} c(\tilde{\theta}) + F(\tilde{\theta}) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} c(\tilde{\theta} + \vartheta) + F(\tilde{\theta} + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta, \quad (5.7)$$

Es ist offensichtlich, dass die Lösung von der Verteilung der Sprunghöhe abhängt.

Für drei prominente Beispiele, die Dirac-Verteilung, also den Fall sicherer und konstanter Sprunghöhe, die Gleichverteilung auf einem Intervall  $[0, \bar{\vartheta}]$  und die Exponentialverteilung läßt sich zudem eine explizite Lösung für  $CV$  ausrechnen (vergleiche Huisman [2001]). Für das einfachste Beispiel, die Dirac Verteilung, wollen wir den zugehörigen Lösungsprozess illustrieren:

**Beispiel 5.2.4 (Lösung Dirac-verteilter Sprunghöhe).** Wir unterstellen eine konstante und sichere Sprunghöhe  $\bar{\vartheta}$ . Solange der nächste Sprung noch nicht den Schwellenwert überschreitet, erfüllt  $CV$  folgende Gleichung:

$$CV(\theta, \xi) = \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} CV(\theta + \bar{\vartheta}, \xi)$$

Diese wird durch

$$CV(\theta, \xi) = \frac{c(\xi)}{r} + \Gamma * \left( \frac{\lambda}{\lambda + r} \right)^{-\frac{\theta}{\bar{\vartheta}}} \quad (5.8)$$

gelöst, wobei  $\Gamma$  eine noch zu bestimmende Konstante ist.

Um  $\Gamma$  zu bestimmen, wenden wir eine abgewandelte Version der Value Matching Bedingung an. Dazu überlegen wir uns, dass es de facto sogar drei Regionen gibt. Denn der Fortsetzungsbereich zerfällt in einen Unterbereich  $[\xi, \tilde{\theta} - \bar{\vartheta}]$ , in dem der nächste Sprung noch nicht dazu führt, dass der Schwellenwert überschritten wird, und den Unterbereich  $[\tilde{\theta} - \bar{\vartheta}, \tilde{\theta}]$ , wo eine Investition nach dem nächsten Sprung optimal ist. Im letztgenannten Bereich gilt:

$$CV(\theta, \xi) = \frac{c(\xi)}{r + \lambda} + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \frac{c(\theta + \bar{\vartheta})}{r} + F(\theta + \bar{\vartheta}) \right).$$

Damit  $CV$  stetig ist, muss aber  $CV(\tilde{\theta}, \xi) = c(\tilde{\theta})/r + F(\tilde{\theta})$  gelten. Damit lässt sich  $\Gamma$  mit Hilfe von Gleichung (5.8) bestimmen:

$$\Gamma = \left( \frac{\lambda}{\lambda + r} \right)^{\frac{\tilde{\theta}}{\bar{\vartheta}}} \left( \frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta}) - \frac{c(\xi)}{r} \right)$$

gelten. Zusammenfassend ergibt sich:

$$CV(\vartheta) = \begin{cases} \frac{c(\xi)}{r} + \left( \frac{\lambda}{\lambda + r} \right)^{\frac{\tilde{\theta} - \theta}{\bar{\vartheta}}} \left( \frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta}) - \frac{c(\xi)}{r} \right) & \theta < \tilde{\theta} - \bar{\vartheta} \\ \frac{c(\xi)}{r + \lambda} + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \frac{c(\theta + \bar{\vartheta})}{r} + F(\theta + \bar{\vartheta}) \right) & \tilde{\theta} - \bar{\vartheta} \leq \theta < \tilde{\theta} \\ \frac{c(\theta)}{r} + F(\theta) & \theta \geq \tilde{\theta} \end{cases}$$

Im Falle eines gleichverteilten Sprunges kann durch analoges Vorgehen die Lösung hergeleitet werden (vgl. Huisman [2001], S.23) Im Falle der Exponentialverteilung ist es hingegen mit positiver Wahrscheinlichkeit jederzeit möglich, dass der nächste Sprung das Schwellenlevel überschreitet.

### 5.2.5 Die Lösung im Falle des Wiener Prozesses

Anders als im Fall des Sprungprozesses müssen wir im Falle eines Wiener Prozesses die Lösung für  $CV$  explizit berechnen. Die Prozedur dazu ist bekannt (vergleiche unter anderem Dixit [1993], Dixit und Pindyck [1994], Øksendal [1992]), soll aber dennoch im Folgenden dargestellt werden. Dabei wollen wir, anders als es oft in der Literatur der Fall ist, den Lösungsprozess komplett mathematisch begründen:

Indem wir Lemma 5.2.3 anwenden, lässt sich unser Stoppproblem darauf reduzieren, die Differentialgleichung (5.5) im Fortsetzungsbereich zu lösen. Den Überlegungen Dixit and Pindycks [1994] folgend erhalten wir die allgemeine Lösung

$$CV(\theta, \xi) = \frac{c(\xi)}{r} + \mathfrak{A}e^{\alpha\theta} + \mathfrak{B}e^{\beta\theta}, \quad (5.9)$$

wobei  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  noch zu bestimmende Konstanten und  $\alpha$  und  $\beta$  durch

$$\alpha = -\frac{\mu}{\rho^2} + \sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2}}$$

beziehungsweise

$$\beta = -\frac{\mu}{\rho^2} - \sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2}}$$

gegeben sind. Offensichtlich ist  $\alpha > 0$  und  $\beta < 0$ . Die zugehörige Rechnung findet sich im Anhang.

Wir haben also drei Unbekannte zu bestimmen: Das Schwellenniveau  $\tilde{\theta}$ , das mathematisch gesehen dem zu bestimmenden Rand entspricht<sup>38</sup>, und die Konstanten  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$ , die die Eigenschaften der Lösung spezifizieren. Dafür benötigen wir drei Bedingungen:

Wie im Fall des Sprungprozesses soll im Punkt  $\theta = \tilde{\theta}$  der Entscheidungsträger indifferent sein, ob er sofort investiert will oder wartet. Mathematisch gesprochen soll die Lösung also stetig sein, das heißt, es muss

$$CV(\tilde{\theta}, \xi) = \frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta}) \quad (5.10)$$

gelten. Entsprechend nennen wir diese Bedingung *Value Matching Bedingung*. Die zweite Bedingung, die sogenannte *Smooth Pasting Bedingung*, besagt ökonomisch, dass im Optimum der marginale Ertrag beziehungsweise die marginale Kostenveränderung, der beziehungsweise die sich durch das Warten ergibt, dem marginalen Ertrag beziehungsweise den marginalen Kosten der sofortigen Investition entsprechen muss. Das heißt, dass die erste Ableitung der Lösung nach dem Effizienz-niveau im Punkt  $\tilde{\theta}$  stetig ist. Formal ergibt sich damit die Bedingung:

$$\frac{\partial CV}{\partial \theta}(\tilde{\theta}, \xi) = \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta}(\tilde{\theta}) + F'(\tilde{\theta}). \quad (5.11)$$

Dixit and Pindyck [1994] zeigen, dass die Ausübung der Option bei einem Niveau  $\theta$  nicht optimal sein kann, wenn für dieses Niveau die Smooth Pasting Bedingung nicht erfüllt ist.

Die Smooth Pasting Bedingung determiniert  $\tilde{\theta}$ , da durch sie automatisch die rechte Grenze des Fortsetzungsbereichs beschrieben wird (vergleiche Dixit [1993], Dixit und Pindyck [1994]). Wie wir im Folgenden sehen werden, ist die Bedingung zudem nichts anderes als die Bedingung erster Ordnung, die sich ergibt, wenn wir die erwarteten Kosten bezüglich des Effizienz-niveaus minimieren.

<sup>38</sup>Wie bereits erwähnt, handelt es sich mathematisch um ein freies Randwertproblem, bei dem der Rand  $\tilde{\theta}$  des Fortsetzungsbereichs, der der Träger der Lösung ist, zu bestimmen ist.

Da allerdings ex ante nicht klar ist, dass die optimale Stoppstrategie der Form ist, dass immer bei Erreichen eines festen Niveaus investiert wird, können wir nicht direkt so vorgehen.

Um die dritte Bedingung zu erhalten, wenden wir das *Äquivalenz Prinzip* an. Dieses besagt hier, dass die erwarteten Opportunitätskosten der Option den erwarteten Kosten der optimalen Strategie entsprechen müssen. Diese Bedingung stammt aus der grundlegenden Theorie der fairen Optionsbewertung (vergleiche Irle [2003], Øksendal [1992]). Um sie zu verstehen, stellen wir uns eine allgemeine handelbare Option vor, zum Beispiel eine Option auf den Kauf einer Aktie. Wäre der Wert dieser Option kleiner als die erwartete Auszahlung der optimalen Ausübungsstrategie, so wäre es für alle Agenten am Markt rational, diese Optionen zu kaufen, was ihren Wert erhöhen würde. Im umgekehrten Fall wäre der Verkauf rational.

Folgendes Lemma ist nötig, um die erwarteten Kosten zu berechnen:

**Lemma 5.2.5.** *Es sei  $\theta_0$  der Zustand des Prozess  $\theta$  zu einem Zeitpunkt  $t_0$ . Weiterhin sei  $\theta_1 > \theta_0$  und  $\tau_{\theta_1} := \inf\{t > t_0 : \theta = \theta_1\}$ . Dann gilt:*

$$E(e^{-r\tau_{\theta_1}} | \theta(t_0 + T) = \theta_1) = e^{-\alpha(\theta_1 - \theta_0)},$$

wobei  $\alpha$  wie oben definiert sei.

Betrachten wir nun die Strategie, beim ersten Erreichen des Niveaus  $\tilde{\theta}$  zu stoppen, wobei wir einen Technologiestand  $\theta$  unterstellen wollen, so ist die erwartete Auszahlung dieser Strategien gegeben als:

$$E\left(\left(1 - e^{-r\tau_{\tilde{\theta}}}\right) \frac{c(\xi)}{r}\right) + E\left(e^{-r\tau_{\tilde{\theta}}}\left[\frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta})\right]\right).$$

Wenden wir das obigen Lemma an, so ergibt sich:

$$\frac{c(\xi)}{r}(1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta} - \theta)}) + \left(\frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta})\right)e^{-\alpha(\tilde{\theta} - \theta)}.$$

Damit läßt sich die dritte Bedingung, die *Expected-Payoff-Bedingung* formulieren:

$$CV(\xi, \xi) = \frac{c(\xi)}{r}(1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta} - \xi)}) + \left(\frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta})\right)e^{-\alpha(\tilde{\theta} - \xi)} \quad (5.12)$$

Diese Bedingung läßt sich auch als Randwertbedingung für  $\theta = \xi$  verstehen.

Mit Hilfe dieser Bedingungen läßt sich die Lösung  $CV$  herleiten, da wir nun aus der Smooth-Pasting-Bedingung die Bestimmungsgleichung für  $\tilde{\theta}$  ableiten können:

**Proposition 5.2.6.** Es sei  $\tilde{\theta}$  der eindeutig bestimmte Schwellenwert. Dann implizieren die Value-Matching-Bedingung (5.10) und die Expected-Payoff-Bedingung (5.12), dass  $\mathfrak{B} = 0$  und  $\mathfrak{A} = (\frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta}) - \frac{c(\xi)}{r})e^{-\alpha\tilde{\theta}}$ . Damit folgt aus der Smooth-Pasting-Bedingung (5.11), dass der Schwellenwert die Gleichung

$$\alpha(c(\tilde{\theta}) + r F(\tilde{\theta}) - c(\xi)) = \frac{\partial c}{\partial \theta}(\tilde{\theta}) + r F'(\tilde{\theta}). \quad (5.13)$$

erfüllt.

Diese Gleichung ist insofern bemerkenswert, da der Wert  $\tilde{\theta}$  sowohl von einem absoluten Wert als auch von einem marginalen Wert abhängt. Bei dem absoluten Wert handelt es sich um die durch die Investition induzierte absolute Kostenersparnis pro Zeiteinheit, die Teil der linken Seite ist. Der marginale Wert auf der rechten Seite gibt an, wie sich die erwarteten Kosten bei Aufschiebung der Entscheidung um ein infinitesimal kleines Zeitintervall  $dt$  ändern würden.

Wir werden im Folgenden unterstellen, dass die Lösung immer existiert und eindeutig bestimmt ist. Hinreichende Bedingungen für die Eindeutigkeit werden für den Fall des Poisson-Prozess im Anhang behandelt, im Falle eines Wiener Prozesses sei diesbezüglich auf Øksendal [1992] und Dixit und Pindyck [1994] verwiesen. Es ist zudem unmittelbar klar, dass die Gleichung (5.13) eine eindeutige Lösung hat, wenn  $c$  streng konvex ist. Dies wollen wir im Folgenden unterstellen.

### 5.3 Sequentielle Optionen

Bisher haben wir unterstellt, dass die Firma beziehungsweise der soziale Planer nur eine Investition tätigen können. In der Realität werden zum Beispiel Firmen über einen längeren Zeitraum aber mehrere Investitionen tätigen. Bei perfekter Voraussicht hängt jede Investitionsentscheidung dann sowohl davon, wie effizient die aktuell verwendete Technologie ist, als auch davon, wie die folgenden Investitionsentscheidungen durch die aktuelle Entscheidung beeinflusst werden, ab. Um das zu analysieren, wollen wir unterstellen, dass der Entscheidungsträger eine endliche Anzahl von aufeinander folgenden Investitionen tätigen kann. Dieses lässt sich als eine Abfolge von Stoppproblemen auffassen.

Wir wollen uns nach Vorbild von Bethyune [2002] auf ein Wiener-Prozess-Modell beschränken. Dieses hat, im Gegensatz zum Sprungprozess-Modell, den Vorteil, dass der Schwellenwert dem Effizienzniveau der Technologie entspricht, die adoptiert wird. Dieses muss in einem Sprungprozess-

Modell nicht der Fall sein, da investiert wird, sobald das Technologieniveau den Schwellenwert übersprungen hat. Huisman [2001] illustriert, dass es daher im Allgemeinen nicht mehr möglich ist, die optimale Investitionsstrategie als Lösung eines Gleichungssystems zu beschreiben<sup>39</sup>. Stattdessen lässt sich die optimale Strategie nur numerisch mittels eines Algorithmus bestimmen, welchen Huisman [2001] beschreibt.

Wir nehmen an, dass der Entscheidungsträger (also zum Beispiel eine Firma oder der soziale Planer)  $n$  Investitions-Optionen hat. Diese Optionen kann er nacheinander ausüben. Es ist aber auch möglich, mehrere Optionen gleichzeitig auszuüben.

Das einfachste Beispiel dafür ist, wie bereits erwähnt, das Beispiel einer einzelnen Firma, die die Möglichkeit hat,  $n$ -mal zu investieren, wobei bei jeder Investition die vorherige Technologie ersetzt wird.

Das zweite Beispiel, auf das wir im nächsten Abschnitt näher eingehen werden, ist die Herleitung des effizienten Investitionstiming für eine Industrie bestehend aus  $n$  Firmen, die jeweils einmal investieren können. Dieses lässt sich wie folgt modellieren: Der soziale Planer besitzt genau so viele Optionen, wie es Firmen gibt. Eine Option ist derart, dass der soziale Planer einer Firma, die noch die ursprüngliche Anfangstechnologie benutzt, eine neue Technologie zuweisen kann. Es sind also alle Optionen genau dann verbraucht, wenn jede Firma einmal investiert hat. Offensichtlich führt die optimale Strategie zur effizienten Allokation. In diesem Kontext kann es dabei optimal sein, dass mehrere dieser sequentiellen Optionen gleichzeitig ausgeübt werden.

Um beiden Situationen gerecht zu werden, wollen wir eine möglichst allgemeine Notation verwenden.  $\gamma_i(\theta_1, \dots, \theta_i)$  seien die aktuellen Kosten in jedem Zeitpunkt, wenn bereits  $i$  Optionen ausgeübt wurden, und dabei bei der Ausübung der  $j$ -ten Option,  $j \leq i$ , eine Technologie mit Effizienzniveau  $\theta_j$  adoptiert wurde. Wurde noch keine Option ausgeübt, so bezeichnen wir diese Kosten mit  $\gamma_0(\xi)$ . In einem  $n$ -Optionen-Modell für eine Firma, die bei jeder Investition die vorherige Technologie ersetzt, gilt dann einfach  $\gamma_i(\theta_1, \dots, \theta_i) = c(\theta_i)$ .

Im Fall des sozialen Planners hingegen sind alle vorherigen Technologien von Bedeutung. Es gilt in diesem Fall  $\gamma_i(\theta_1, \dots, \theta_i) = sc(\theta_1, \dots, \theta_i)$ , wobei  $sc$  die laufenden, minimalen sozialen Kosten sind. Diese bestehen aus der Summe der Vermeidungskosten der einzelnen Firmen und dem Schaden. Damit hängen sie auch von allen verwendeten Technologien ab.

---

<sup>39</sup>Der Grund dafür liegt in der Tatsache, dass beim Poisson-Prozess das Effizienzniveau der adoptierten Technologie im Allgemeinen nicht dem Schwellenwert entspricht.

Um die Notation zu verkürzen, bezeichne  $F_i$  die Installationskosten der  $i$ -ten gewählten Technologie, das heißt  $F_i = F(\theta_i)$

Wir lösen das Problem mittels Rückwärtsinduktion. Bei der letzten Entscheidung lässt sich die Theorie des letzten Abschnitts anwenden. Bei der vorletzten Entscheidung müssen hingegen die Auswirkungen auf die letzte Entscheidung berücksichtigt werden. Es seien also  $\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-2}$  die Effizienzniveaus der Technologien, die bei den ersten  $n-2$  Entscheidungen gewählt wurden. Weiterhin sei  $\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1})$  das Effizienzniveau der Technologie, die im letzten Schritt gewählt wird, wenn die aktuell gewählte Technologie das Effizienzniveau  $\tilde{\theta}_{n-1}$  hat.<sup>40</sup> Die erwarteten Kosten  $\Gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1})$ , die sich nach der Investition ergeben, betragen dann gemäß Expected-Payoff-Condition 5.12 ohne die Installationskosten:

$$\begin{aligned} \Gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}) &= \frac{\gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1})}{r} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})}) \\ &+ \left( \frac{\gamma_n(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}, \tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}))}{r} + F_n \right) e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})}. \end{aligned}$$

Die Gesamtkosten der Entscheidung betragen  $\Gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}) + F_{n-1}$ .

Damit können wir wiederum den Lösungsansatz für eine Option anwenden.  $\tilde{\theta}_{n-1}$  muss daher gemäß (5.13) folgende Gleichung erfüllen:

$$\alpha \left( \Gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}) + F_{n-1} - \frac{\gamma_{n-2}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-2})}{r} \right) = \frac{\partial \Gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1})}{\partial \theta_{n-1}} + F'_{n-1} \quad (5.14)$$

Nun ist

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_{n-1}} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})} \\ &+ \frac{\alpha}{r} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})} (\gamma_n + F_n - \gamma_{n-1}) \\ &+ \frac{\partial \tilde{\theta}_n}{\partial \theta_{n-1}} \left[ \frac{\alpha}{r} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})} (\gamma_{n-1} - \gamma_n - F_n) + \frac{1}{r} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})} \left( \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_n} + F'_n \right) \right] \end{aligned}$$

Beim Term in der dritten Zeile handelt es sich gerade um die Bestimmungsgleichung von  $\tilde{\theta}_n$ . Dadurch fällt dieser weg. Der Term in der zweiten Zeile entspricht aber gerade  $\alpha(\Gamma_{n-1} - \gamma_{n-1}/r)$ . Indem wir die obige Gleichung in (5.14) einsetzen und die erwähnten Gleichheiten berücksichtigen

<sup>40</sup>Man beachte, dass zum Beispiel im Falle des sozialen Optimum  $\theta_n^*$  auch von den Effizienzniveaus aller vorherigen Technologien abhängt. Um die Schreibweise zu verkürzen, sei dies in der Notation nicht explizit berücksichtigt.

ergibt sich

$$\begin{aligned} & \alpha \left( \Gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}) + F_{n-1} - \frac{\gamma_{n-2}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-2})}{r} \right) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_{n-1}} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})} \\ & \alpha (\Gamma_{n-1} - \gamma_{n-1}/r) + F'_{n-1} \end{aligned}$$

Durch Umformen dieser Gleichung ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \alpha \left( \gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}) + rF_{n-1} - \gamma_{n-2}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-2}) \right) \\ &= \frac{\partial \gamma_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})}) + \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_{n-1}} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})} + rF'_{n-1} \end{aligned}$$

Für die  $i$ -te Entscheidung betragen die resultierenden Kosten

$$\begin{aligned} \Gamma_i(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_i) &= \frac{\gamma_i(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_i)}{r} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{i+1} - \tilde{\theta}_i)}) \\ &+ \left( \Gamma_{i+1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_i, \tilde{\theta}_{i+1}) + F_{i+1} \right) e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{i+1} - \tilde{\theta}_i)}, \end{aligned}$$

wobei wir die Abhängigkeit nicht mehr mitschreiben. Per Induktion lässt sich dann analog herleiten, dass  $\tilde{\theta}_i$  folgende Gleichung erfüllen muss:

$$\begin{aligned} & \alpha \left( \gamma_i(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_i) + rF_i - \gamma_{i-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{i-1}) \right) \\ &= \sum_{j=i}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{j+1} - \tilde{\theta}_j)}) \prod_{k<j} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_j}{\partial \theta_i} + \prod_{k<n} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_i} + rF'_i \end{aligned}$$

Das heißt aber, dass sich Problem lösen lässt, indem man simultan folgendes Gleichungssystem bezüglich  $\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_n$  löst:

$$\begin{aligned} & \alpha \left( \gamma_1(\tilde{\theta}_1) + rF_1 - \gamma_0(\xi) \right) \\ &= \sum_{j=1}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{j+1} - \tilde{\theta}_j)}) \prod_{k<j} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_j}{\partial \theta_i} + \prod_{k<n} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_i} + rF'_1 \\ & \alpha \left( \gamma_2(\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) + rF_2 - \gamma_1(\tilde{\theta}_1) \right) \\ &= \sum_{j=2}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{j+1} - \tilde{\theta}_j)}) \prod_{k<j} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_j}{\partial \theta_i} + \prod_{k<n} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_i} + rF'_2 \\ & \vdots \\ & \alpha \left( \gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}) + rF_{n-1} - \gamma_{n-2}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-2}) \right) \\ &= \frac{\partial \gamma_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})}) + \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_{n-1}} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_n(\tilde{\theta}_{n-1}) - \tilde{\theta}_{n-1})} + rF'_{n-1} \\ & \alpha \left( \gamma_n(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_n) + rF_n - \gamma_{n-1}(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{n-1}) \right) = \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_n} + rF'_n \end{aligned} \tag{5.15}$$

Indem wir im Folgenden spezifische Funktionen für  $\gamma$  vorgeben, können wir das soziale Optimum beziehungsweise sequentielle Entscheidungen herleiten.

## 5.4 Das soziale Optimum

### 5.4.1 Eigenschaften des sozialen Optimums

In diesem Abschnitt soll das soziale Optimum näher untersucht werden. Wie im letzten Abschnitt geschildert wurde, lässt sich dieses mit Hilfe der Theorie endlich vieler aufeinander folgender Optionen darstellen. Es ist aber denkbar, dass mehrere Optionen gleichzeitig ausgeübt werden. Das ist gleichbedeutend damit, dass der soziale Planer mehrere Firmen mit der gleichen Technologie ausstattet.

Als Erstes wollen wir die sozialen Kosten, die in jedem Zeitpunkt anfallen, spezifizieren. Wenn bereits  $i$  Firmen Technologien adoptiert haben und die Effizienzniveaus der adoptierten Technologien  $\theta_1, \dots, \theta_i$  sind, so betragen die laufenden sozialen Kosten

$$sc(\theta_1, \dots, \theta_i) = \sum_{k=1}^i C(\theta_k, e_k(\theta_1, \dots, \theta_i)) + (n - i)C(\xi, e_0(\theta_1, \dots, \theta_i)) + D(E(\theta_1, \dots, \theta_i)).$$

Dabei sei  $E(\theta_1, \dots, \theta_i) = \sum_{k=1}^i e_k(\theta_1, \dots, \theta_i) + (n - i)e_0(\theta_1, \dots, \theta_i)$  das effiziente Gesamtemissionsniveau,  $e_k(\theta_1, \dots, \theta_i)$ ,  $k \leq i$ , das effiziente Emissionsniveau der  $k$ -ten Firma, die investiert hat und damit die Technologie mit Effizienzniveau  $\theta_k$  nutzt, und  $e_0(\theta_1, \dots, \theta_i)$  das effiziente Emissionsniveau einer Firma, die noch die anfängliche Technologie nutzt. Der Kürze halber wollen wir innerhalb dieses Abschnitts  $C_{k,i}$  beziehungsweise  $C_{0,i}$  anstatt  $C(\theta_k, e_k(\theta_1, \dots, \theta_i))$  beziehungsweise  $C(\xi, e_0(\theta_1, \dots, \theta_i))$ ,  $E_i$  anstatt  $E(\theta_1, \dots, \theta_i)$  und  $sc_i$  anstatt  $sc(\theta_1, \dots, \theta_i)$  schreiben, wann immer Uneindeutigkeiten ausgeschlossen sind. Indem wir die Theorie des vorherigen Abschnitts mit  $\gamma_i = sc_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  anwenden, lässt sich die sozial optimale Strategie bestimmen.

Im einem ersten Schritt soll der Fall zweier Firmen betrachtet werden. Dies ist zwar nicht zwingend notwendig, allerdings lassen sich die Argumente für diesen Fall leichter darstellen, wodurch sich der allgemeine Fall leichter nachvollziehen lässt. Im Fall zweier Firmen gilt folgendes:

**Proposition 5.4.1.** Wir betrachten eine Industrie bestehend aus zwei identischen Firmen. Die Firmen seien in der Reihenfolge durchnummeriert, in der sie investieren. Dann gilt für die effiziente

Lösung  $(\tilde{\theta}_1^*, \tilde{\theta}_2^*)$  des oben beschriebenen Investitionsproblems  $\tilde{\theta}_1^* < \tilde{\theta}_2^*$ , wenn der Grenzscha-den steigend ist, das heißt  $D'' > 0$ . Ist der Grenzscha-den konstant, so gilt  $\tilde{\theta}_1^* = \tilde{\theta}_2^*$ .

Der Beweis findet sich im Anhang.

Wie lässt sich das Ergebnis erklären? Ist die Schadensfunktion streng konvex, so profitiert die Gesellschaft von der Investition doppelt. Zum einen sinken die Vermeidungskosten von Firma 1 für ein gegebenes Emissionsniveau, zum anderen sinkt auch der Grenzscha-den, was eine weitere Senkung der Grenzvermeidungskosten, und dieses Mal auch der von Firma 2, induziert. Das hat zur Folge, dass die Kostenersparnis, die sich ergibt, wenn Firma 2 die gleiche Technologie adoptiert, geringer ausfällt. Die Installationskosten sind hingegen die Gleichen. Daher entsteht ein Anreiz für den sozialen Planer, auf eine bessere Technologie zu warten, weil dadurch die Kostenersparnis steigt, wohingegen die Installationskosten gleich bleiben oder im Fall  $F' < 0$  sogar sinken. Ist der Schaden hingegen linear, so ist der Grenzscha-den unabhängig vom Emissionsniveau. Damit beeinflusst die Adoption einer Technologie durch ein Firma aber nicht mehr die Kostenersparnis der anderen Firma<sup>41</sup>. Anhand eines numerischen Beispiel wollen wir für den Fall einer streng konvexen Schadensfunktion das Ergebnis illustrieren.

*Numerisches Beispiel.* Wir unterstellen

$$C(e, \theta) = \frac{(a - (b - \frac{1}{\theta})e)^2}{2(b - \frac{1}{\theta})},$$

wobei  $a = 4$ ,  $b = 2$ . Des Weiteren sei  $\xi = 1$ ,  $F = 10$ ,  $\mu = 168$ ,  $\rho = 42$  und  $r = 0.1$ <sup>42</sup>. Der Schaden sei durch eine quadratische Funktion beschrieben, das heißt  $D(E) = \frac{d}{2}E^2$ . Folgende Tabelle listet die optimalen Effizienzniveaus und die daraus resultierenden sozialen Kosten in Abhängigkeit vom Parameter  $d$  auf.  $SC$  bezeichne dabei den gegenwärtigen Wert der gesamten sozialen Kosten im Zeitpunkt 0:

<sup>41</sup>Dieses Ergebnis ist in gewisser vergleichbar mit der Erkenntnis von Kennedy und Laplante [1999], dass eine ex ante Steuerpolitik nur zeitkonsistent ist, wenn der Schaden linear ist, da dann die Entscheidungen einer Firma nicht mehr von der Entscheidung der restlichen Industrie abhängt.

<sup>42</sup>Das ist gleichbedeutend mit  $\alpha = 0.00059339$ .

$d$	$\theta_1$	$\theta_2$	SC
0.1	93.0125	37381.7	25.756
0.4	33.0379	37.8227	43.9777
1	32.9362	34.7814	61.7845
4	34.0459	34.3293	86.2535
10	34.2848	34.3439	95.0453
20	34.3341	34.3504	98.5203

Wenig überraschend ist, dass die sozialen Kosten in  $d$  steigend sind. Es zeigt sich zudem, dass die optimale Strategie nicht monoton in  $d$  ist. Für niedrige Werte unterscheidet sich  $\theta_2^*$  zudem deutlich von  $\theta_1^*$ .

Eine Analyse der Argumente zeigt uns, dass diese zudem nicht von der Zahl der Firmen abhängen. Wir können also festhalten:

**Proposition 5.4.2.** Wir betrachten eine Industrie bestehend aus  $n$  symmetrischen Firmen. Die Firmen seien in der Reihenfolge durchnummeriert, in der sie investieren. Dann gilt für die effiziente Lösung  $(\tilde{\theta}_1^*, \dots, \tilde{\theta}_n^*)$ , dass  $\tilde{\theta}_i^* < \tilde{\theta}_j^*$  für  $i, j = 1, \dots, n$  und  $i < j$ , wenn  $D'' > 0$ . Ist  $D'' = 0$ , so gilt  $\tilde{\theta}_i^* = \tilde{\theta}_j^*$  für alle  $i, j = 1, \dots, n$ .

Das Ergebnis ist eine wichtige Erkenntnis, dass mit den Ergebnissen der vorangegangenen beiden Kapiteln in Einklang steht. Hier wie dort sinkt aufgrund des streng konvexen Grenzschatens der Anreiz für den sozialen Planer, weitere Firmen mit einer gegebenen Technologie auszustatten, wenn eine Firma beziehungsweise ein Anteil an Firmen diese Technologie bereits nutzt. Dadurch lohnt es sich aus Sicht des sozialen Planers, auf eine bessere Technologie zu warten. Da in einem Wiener Prozess Modell der Fortschritt stetig verläuft, ist es daher effizient, dass jede Firma eine andere Technologie adoptiert.

### 5.4.2 Soziales Optimum versus Pigou-Steuer

Im dritten Kapitel konnten wir zeigen, dass es, wie bei Requate und Unold [2003], möglich ist, dass soziale Optimum mittels eine Pigou'schen Steuerpolitik zu implementieren. Das wirft die Frage auf, ob Ähnliches in diesem Modellrahmen möglich ist.

Wie im vorherigen Abschnitt wollen wir uns auf das Wiener-Prozess-Modell konzentrieren, wobei die erste Proposition dieses Abschnitts ebenso im Sprungprozess-Modell Gültigkeit hat.

Wir wollen zwei Politiken betrachten:

- 1.) *Ex ante Steuerpolitik:* Der Regulator kündigt zu Beginn an, dass er jedes Mal, wenn eine Firma investiert, den Steuersatz auf ein neues, ex ante angekündigtes Niveau setzt. Formal kündigt er also eine Politik  $(\tau_i)_{i=0}^n$  an, wobei  $\tau_i$ ,  $i < 0 \leq n$ , der Steuersatz sei, der nach der  $i$ -ten Investition erhoben wird,  $\tau_0$  der, den der Regulator erhebt, wenn noch keine Firma investiert hat.
- 2.) *Technologieabhängige Steuerpolitik:* Der Regulator kündigt zu Beginn an, dass er nach jeder Investition die Steuer auf Niveau des bezüglich der eingesetzten Technologien effiziente Grenzschadensniveau setzt, i.e.  $\tau(\theta_1, \dots, \theta_n) = D'(E^*(\theta_1, \dots, \theta_n))$  für gegebene Effizienzniveaus  $\theta_1, \dots, \theta_n$ <sup>43</sup>

Zunächst wollen wir den Fall einer einzelnen Firma untersuchen. Soll die Ex ante Steuerpolitik dabei zum sozialen Optimum führen, so muss  $\tau_0 = D'(e(\xi))$  und  $\tau_1 = D'(e^*(\tilde{\theta}^*))$  gelten<sup>44</sup>, wobei  $\tilde{\theta}^*$  das sozial optimale Effizienzniveau,  $e(\xi)$  und  $e^*(\tilde{\theta}^*)$  die effizienten Emissionsniveaus seien.

**Proposition 5.4.3.** Im Falle einer Firma induzieren beide Politiken im Allgemeinen nicht das effiziente Investitionstiming, wenn  $D'' > 0$ . Ist der Schaden hingegen linear, so investiert die Firma in die effiziente Technologie.

Der Beweis befindet sich im Anhang. Um das Resultat zu illustrieren, betrachten wir ergänzend das folgende numerische Beispiel einer ex ante Steuerpolitik:

*Numerisches Beispiel.* Wir unterstellen

$$C(e, \theta) = \frac{(a - (b - \frac{1}{\theta})e)^2}{2(b - \frac{1}{\theta})},$$

die Schadensfunktion  $d(E) = \frac{1}{2}E^2$  und folgende Parameter:  $a = 4$ ,  $b = 2$ ,  $F = 10$ ,  $\xi = 1$ ,  $\mu = 4$ ,  $\rho = 1$ ,  $r = 0.1$ <sup>45</sup>. In Abhängigkeit von  $d$  ergeben sich folgende Steuersatz und Effizienzniveaus  $\tilde{\theta}^*$  (Soziales Optimum) und  $\tilde{\theta}$  (Optimale Wahl der Firma):

<sup>43</sup>Für das Programm  $\tau(\theta) = D'(e^*(\theta))$  lässt sich im Falle einer Firma leicht zeigen, dass die Pay-Off Funktion konvex ist.

<sup>44</sup>Ansonsten werden nicht die effizienten Emissionsniveaus implementiert.

<sup>45</sup>Das entspricht  $\alpha = 0.0249224$ .

$d$	$\tilde{\theta}^*$	$\tilde{\theta}$	$\tau_0$	$\tau_1$
0.4	7.48578	1.95091	1.14286	0.705961
1	6.13975	2.65882	2	1.40988
4	5.98193	4.30867	3.2	2.74309
10	6.00402	5.18309	3.63636	3.38025
20	6.01209	5.57108	3.80952	3.66407
100	6.01587	5.92253	4	3.92797

Anhand der Werte lässt sich bereits ablesen, dass das sozial optimale Effizienzniveau nicht monoton vom Schadensparameter  $d$  abhängt. Des Weiteren illustrieren die Werte die Tatsache, dass bei einer quadratischen Schadensfunktion die Firma bei einer Ex ante Politik immer früher investiert, als es effizient wäre. Dies werden wir im nächsten Resultat auch formal zeigen.

Der folgende Plot visualisiert für die obigen Parameter die nicht monotone Beziehung zwischen  $\tilde{\theta}^*$  und  $d$ , ebenso wie die Tatsache, dass eine Technologie-abhängige Politik nicht zum effizienten Ergebnis führt. Wie wir sehen, ist es bei dieser sogar unbestimmt, ob zu früh oder zu spät investiert wird.

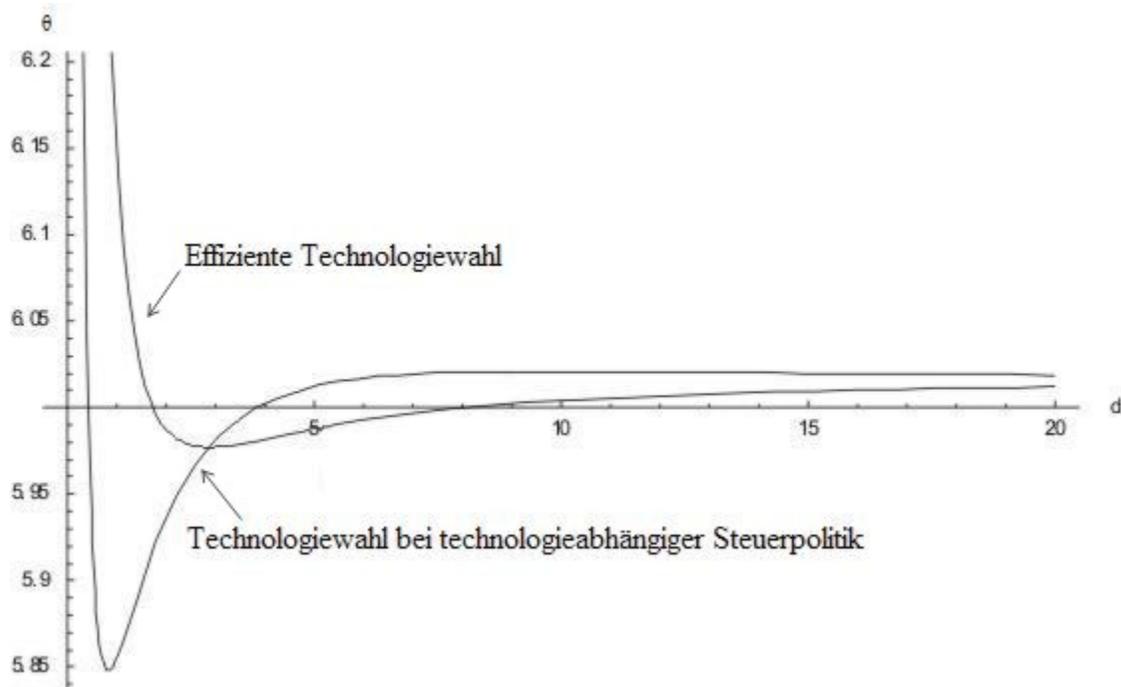


Abbildung 5.1: Die Abhängigkeit der sozial optimalen und der bei Technologie-abhängiger Politik gewählten Technologie vom Schadensparameter  $d$ .

Das Ergebnis lässt sich am einfachsten anhand der ex ante Steuerpolitik erklären: Angenommen die Firma würde in die effiziente Technologie investieren. Dann entsprächen die Vermeidungskosten zwar dem effizienten Niveau, allerdings würden die absoluten Kosten  $D'(e(\tilde{\theta}^*))e(\tilde{\theta}^*)$  durch die Emissionssteuer im Falle  $D'' > 0$  nicht dem gesellschaftlichen Schaden  $D'(e(\tilde{\theta}^*))$  entsprechen. Da die Entscheidung aber von der absoluten Kostendifferenz abhängt, wird die Firma im Allgemeinen anders entscheiden als der soziale Planer. Im Falle einer Technologie-abhängigen Besteuerung kann die Firma die Steuer zudem strategisch beeinflussen.

Man kann das Ergebnis aber auch aus einer anderen Perspektive betrachten, die uns zu einem Lösungsansatz führt: Analysiert man die Entscheidung der Firma, so erkennt man, dass diese drei Variablen festlegt, die alle die sozialen Kosten beeinflussen: Dieses sind die Emissionsniveaus vor und nach der Investition sowie der Zeitpunkt der Investition. Der Regulator hingegen reguliert die Firma nur mit Hilfe von zwei Instrumenten. Dieses sind die beiden Steuersätze, mit denen er die Emissionen vor und nach der Investition steuert. Das lässt vermuten, dass der Regulator die effiziente Allokation implementieren kann, wenn er ein drittes Instrument einsetzt:

**Proposition 5.4.4.** Wir betrachten eine einzelne regulierte Firma. Des Weiteren kündigt der Regulator die folgende ex ante optimale Steuerpolitik an:  $\tau_0 = D'(e^*(\xi))$  und  $\tau_1 = D'(e^*(\tilde{\theta}^*))$ , wobei  $\tilde{\theta}^*$  der Effizienzparameter der sozial optimalen Technologie sei, und die Emissionsniveaus jeweils die effizienten Niveaus bezüglich der jeweiligen Technologie seien. Dann kann der Regulator die effiziente Allokation  $(e^*(\tilde{\theta}^*), e^*(\xi), \tilde{\theta}^*)$  implementieren, indem er zum Zeitpunkt der Investition die folgende einmalige Technologie-unabhängige Abgabe auf die Installationskosten erhebt:

$$S := \frac{1}{r} [D(e^*(\tilde{\theta}^*)) - D(e^*(\xi)) + D'(e^*(\xi))e^*(\xi) - D'(e^*(\tilde{\theta}^*))e^*(\tilde{\theta}^*)]$$

Ist die Schadensfunktion streng konvex, i.e.  $D'' > 0$ , so ist  $S > 0$ . Ist der Schaden linear, so gilt  $S = 0$ .

Ist  $S$  positiv, so erhöht sich für die Firma de facto die Installationskosten. In Anhang zeigen wir, dass, wenn die Installationskosten der Form  $\bar{F} + F(\theta)$  sind, eine Erhöhung des konstanten Anteil dazu führt, dass die Firma später investiert. Dies ist auch intuitiv einleuchtend, denn die Erhöhung der Fixkosten der Entscheidung kann die Firma nur kompensieren, indem sie eine effizientere Technologie adoptiert. Dies führt uns zum folgenden Korollar, was das vorangegangene numerische Beispiel analytisch belegt:

**Korollar 5.4.5.** *Ist die Schadensfunktion streng konvex, das heißt  $D'' > 0$ , so investiert die Firma, die nur mittels der ex ante Politik  $\tau_0 = D'(e^*(\xi))$ ,  $\tau_1 = D'(e^*(\tilde{\theta}^*))$  reguliert wird, früher als es sozial optimal wäre, das heißt  $\tilde{\theta} < \tilde{\theta}^*$ .*

Die Idee hinter der Setzung von  $S$  einfach: Die gesellschaftliche Schadensreduktion, die eine Investition in eine Technologie mit Effizienzniveau  $\tilde{\theta}^*$  mit sich bringt, beträgt  $(D(e^*(\tilde{\theta}^*)) - D'(e^*(\xi)))/r$ . Für die Firma ist hingegen die Steuerersparnis entscheidend. Diese beträgt  $(D'(e^*(\tilde{\theta}^*))e^*(\tilde{\theta}^*) - D'(e^*(\xi))e^*(\xi))/r$ .  $S$  egalisiert gerade die Differenz.

Wir verallgemeinern dieses Vorgehen auf den Fall von  $n$  Firmen, wobei wir eine exogene Reihenfolge, in der die Firmen investieren, vorgeben. Damit blenden wir das schwierige Problem der endogenen Bestimmung der Investitionsreihenfolge aus:

**Proposition 5.4.6.** Wir gehen von  $n$  symmetrischen Firmen aus, die bezüglich ihrer exogen gegebenen Investitionsreihenfolge durchnummeriert seien. Des Weiteren seien  $\tilde{\theta}_1^*, \dots, \tilde{\theta}_n^*$  die Effizienzniveaus der sozial optimalen Technologien. Wir nehmen des Weiteren an, dass der Regulator ankündigt, nach der  $i$ -ten Investition das Niveau der Steuer auf  $\tau_i = D'(E_i^*)$  zu setzen. Dann gilt:

1. Adoptieren die ersten  $n - 1$  Firmen jeweils die effiziente Technologie  $\tilde{\theta}_j^*$ ,  $j \leq n - 1$ , so wird die letzte Firma im Allgemeinen nicht die gesamtwirtschaftlich effiziente Technologie adoptieren.
2. Indem der Regulator zusätzlich ankündigt, nach der  $i$ -ten Investition von der betreffenden Firma eine Einmalzahlung  $S_i$  in geeigneter Höhe zu verlangen, kann er sowohl den sozial optimalen Investitionszeitpunkt als auch das optimale Emissionsschema implementieren.

Wie genau das jeweilige  $S_i$ ,  $i \leq n$  zu setzen ist, ist im zugehörigen Beweis angegeben. Das Resultat zeigt, dass der Regulator die effiziente Lösung implementieren kann, wenn es ihm zum Beispiel gelingt, mit den Unternehmen eine Investitionsreihenfolge auszuhandeln. Wird diese Reihenfolge jedoch dezentral bestimmt, so ist nicht klar, ob die effiziente Lösung ein stabiles Gleichgewicht ist. Notwendig dafür wäre, dass jede Firma die gleichen erwarteten Kosten hat. Folgendes numerisches Beispiel illustriert, dass dies nicht der Fall sein muss:

*Numerisches Beispiel.* Wir unterstellen

$$C(e, \theta) = \frac{(a - (b - \frac{1}{\theta})e)^2}{2(b - \frac{1}{\theta})},$$

die Schadensfunktion  $d(E) = \frac{1}{2}E^2$  und folgende Parameter:  $a = 4$ ,  $b = 2$ ,  $F = 10$ ,  $\xi = 1$ ,  $\mu = 4$ ,  $\rho = 1$ ,  $r = 0.1$  sowie  $d = 4$ . Dann ergibt sich  $S_1 := 14.7522$  und  $S_2 := 16.7703$ . Der gegenwärtige Wert der Kosten im Anfangszeitpunkt von Firma 1 beträgt 55.6647. Die erwarteten Kosten von Firma 2 betragen hingegen 57.6272.

Das numerische Beispiel illustriert das Problem, dass durch die Annahmen des letzten Resultats ausgeblendet wird. Firma 2 würde lieber zuerst investieren.

### 5.4.3 Das soziale Optimum im Falle beliebig vieler Investitions-Optionen

Wir werden in diesem Abschnitt das Modell des vorherigen Abschnitts erweitern, indem wir unterstellen, dass der soziale Planer  $M > n$  Investitions-Optionen besitzt. Dabei sei  $n \geq 1$  die Zahl der Firmen. Der Einfachheit halber wollen wir in diesem Abschnitt  $F(\theta) = \bar{F} > 0$  unterstellen. Eine Option bedeutet im Folgenden, dass der sozialen Planer eine beliebige Firma die aktuelle Technologie adoptieren lassen kann. Folgende Proposition charakterisiert die optimale Strategie:

**Proposition 5.4.7.** Es sei  $n$  die Zahl der Firmen und  $M \geq n$  die exogen gegebene Zahl der Optionen. Wir nehmen an, dass der soziale Planer alle Optionen ausüben will. Des Weiteren sei  $\{(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_M), (k_1, \dots, k_M)\}$  die optimale Strategie, wobei  $\tilde{\theta}_i$  das bei der  $i$ -ten Entscheidung gewählte Effzienniveau,  $k_i$  der Index der Firma, die bei dieser Entscheidung investieren soll, sei. Wir unterstellen zudem steigenden Grenzscha-den. Dann gilt:

1. Bei der  $i$ -ten Entscheidung soll immer die Firma investieren, die die ineffizienteste Technologie nutzt. Gibt es mehrere solcher Firmen, soll eine beliebige dieser Firmen investieren.
2. Die Optionen werden sequentiell ausgeübt, das heißt  $\tilde{\theta}_{i+1} > \tilde{\theta}_i$  für alle  $i < M$ .
3. Es gibt ein Maximum  $\bar{M}$  für die Zahl an Optionen, die der soziale Planer ausüben wird.

Der Beweis findet sich im Anhang.

Die Intuition hinter dem Resultat ist einfach. Sind die Investitionskosten konstant, so muss nach einer Investition die nächste Technologie, die adoptiert wird, ein gewisses Effizienz-niveau aufweisen, damit sich die Investition lohnt. Nach einer gewissen Zahl an Investitionen wurde aber ein Großteil der maximal möglichen Kostenersparnis realisiert, so dass sich keine weiteren Investitionen mehr lohnen. Bis dahin eröffnet aber jede weitere Investitionen die Möglichkeit, die Kosten weiter zu senken.

Die erste Aussage ist auch in Hinblick auf eine Situation, in der unterschiedliche Firmen zu Beginn unterschiedliche Technologien besitzen, interessant. Mit dem gleichen Argument, wie es im Anhang beim Beweis dieser Aussage angewandt wird, lässt sich zeigen, dass es immer optimal ist, dass die ineffizienteste Firma zuerst investiert.

## 5.5 Die Wirkung umweltpolitischer Instrumente auf das Investitionstiming

Nachdem wir im vorangegangenen Abschnitt das soziale Optimum untersucht haben, wollen wir in diesem Abschnitt studieren, wie sich eine stringendere Umweltpolitik auf das Timing der Investition auswirkt. Van Soest [2005] zeigt anhand eines numerischen Beispiels für eine Energie-sparende Technologie, dass sowohl ein Anstieg des Steuerniveaus als auch ein stringenterer Standard dazu führt, dass später investiert wird.

Inwieweit ist dieses Resultat überraschend? Im Folgenden soll untersucht werden, inwieweit sich diese Ergebnisse bestätigen oder widerlegen lassen. Dabei wollen wir zunächst den Fall betrachten, dass die Firma nur eine Möglichkeit hat, zu investieren. Dabei wollen wir beide Modelle, sowohl das Sprungprozess Modell als auch das Wiener Prozess Modell, betrachten. Als umweltpolitische Instrumente analysieren wir eine Steuer und einen uniformen Standard.

### 5.5.1 Die Wirkung einer langfristigen Steuerpolitik

Wir wollen im Folgenden annehmen, dass der Regulator zu Beginn ein Steuerniveau  $\tau$  festlegt, das von da ab unverändert bleibt. Die laufenden Kosten einer Firma mit Technologie  $\theta$  betragen dann in jedem Zeitpunkt  $c(\theta) = C(\theta, e(\theta)) + \tau e(\theta, \tau)$ , wobei  $e(\theta, \tau)$  gemäß der Entscheidungsregel  $\frac{\partial C}{\partial e}(\theta, e(\theta, \tau)) = -\tau$  gegeben ist. Wir wollen im Folgenden unterstellen, dass  $C$  so gewählt ist, dass  $c$  konvex ist.

Bei einem Sprungprozess-Modell erhalten wir, indem wir Gleichung (5.7) bezüglich  $\tau$  differenzieren:

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tau} = \frac{\frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{1}{r} e(\tilde{\theta} + \vartheta) f(\vartheta) d\vartheta + \frac{1}{\lambda+r} e(\xi) - \frac{1}{r} e(\tilde{\theta})}{\frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}, e(\tilde{\theta})) + F'(\theta) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta} + \vartheta, e(\tilde{\theta} + \vartheta)) + F'(\tilde{\theta} + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta} \quad (5.16)$$

Im Falle eines Wiener Prozess Modell differenzieren wir Gleichungen (5.13) bezüglich  $\tau$ . Das ergibt:

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tau} = \frac{\frac{\alpha}{r}(e(\xi) - e(\tilde{\theta})) + \frac{1}{r} \frac{\partial e(\tilde{\theta})}{\partial \theta}}{\alpha \left( \frac{1}{r} \frac{\partial C(\tilde{\theta})}{\partial \theta} + F'(\tilde{\theta}) \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial \theta^2} - F''(\tilde{\theta})} \quad (5.17)$$

Die zugehörigen Rechnungen finden sich im Anhang.

Aufgrund der unterstellten Konvexität von  $c$  ist der Nenner negativ. Entscheidend ist daher das Vorzeichen des Zählers. Für eine allgemeine Kostenfunktion  $C$  ist dieses in beiden Fällen jedoch unbestimmt. Dies ist nachvollziehbar, denn der Anstieg des Steuerniveaus erhöht zum einen die laufenden Kosten vor der Investition, zum anderen aber auch die laufenden Kosten nach der Investition. Ersteres führt ceteris paribus zu einer früheren, zweiteres zu einer späteren Investition. Berücksichtigt man dies, so ist van Soest [2005] Ergebnis ebenfalls nachvollziehbar. Es besagt, dass, zumindest für die von van Soest gewählte Produktionsfunktion, der zweite dieser beiden Effekte immer überwiegt.

Können wir zeigen, dass der Effekt für gebräuchliche funktionale Formen ein eindeutiges Vorzeichen hat? Wir wollen zunächst folgende beiden funktionalen Formen untersuchen:

$$C(\theta, e) = \frac{(a(\theta) - b(\theta)e)^2}{2b(\theta)}, \quad (5.18)$$

wobei wir  $a' \leq 0$ ,  $a'' \geq 0$ ,  $b' \geq 0$  und  $b'' \leq 0$  unterstellen, und

$$C(\theta, e) = \frac{a(\theta)}{e} - b, \quad (5.19)$$

wobei  $a' \leq 0$ ,  $a'' \geq 0$  und  $b > 0$  sei.

Für die erste funktionale Form (5.18) ist die Menge der möglichen Steuerniveaus begrenzt, da bei einer sehr hohen Steuer die Emissionen der Firma auf Null sinken. Zudem ist es möglich, dass bei einem gegebenen Steuersatz für sehr große  $\theta$  die Emissionen ebenfalls 0 werden. Wir wollen daher für diese Funktion im Folgenden unterstellen, dass nur Steuersätze  $\tau$  betrachtet werden, für die  $\tilde{\theta}(\tau)$  echt kleiner ist als das kleinste  $\theta$ , für das  $e(\theta, \tau) = 0$  gilt. Wir erhalten dann folgendes Resultat:

**Proposition 5.5.1.** In den folgenden Fällen gilt jeweils  $\partial \tilde{\theta} / \partial \tau < 0$  und zwar unabhängig davon, ob wir ein Wiener Prozess Modell oder ein Sprungprozess Modell mit beliebiger Verteilung der Sprunghöhe betrachten:

1.  $C(\theta, e) = \frac{(a-b(\theta)e)^2}{2b(\theta)}$ , wobei  $b' > 0, b'' < 0$ .

$$2. C(\theta, e) = \frac{(a(\theta) - be)^2}{2b}, \text{ wobei } a' < 0, a'' > 0.$$

$$3. C(\theta, e) = \frac{a(\theta)}{e} - b \quad ^{46}.$$

In allen drei Fällen führt also eine höhere Steuer dazu, dass die Firmen eher investieren. Es ist eine wichtige Erkenntnis, dass es keinen Unterschied macht, ob wir den Fortschritt mittels eines Sprungprozess Modells oder eines Wiener Prozess Modells modellieren, obwohl von der ökonomischen Grundidee hinter den jeweiligen Modellen andere Konzepte stehen. Im Falle eines Sprungprozess Modells ist es zudem bemerkenswert, dass die Verteilung der Sprunghöhe keine Rolle spielt. Das Resultat besagt jedoch genau das Gegenteil von dem, was van Soest [2005] anhand numerischer Simulationen zeigt. Dies ist, wie zuvor erklärt, aber kein Widerspruch.

### 5.5.2 Der Einfluss einer Regulierung mittels eines Emissionsstandards

Im Folgenden wollen wir wieder von einer allgemeinen Funktion  $C$  ausgehen. Wir nehmen an, dass der Regulator zu Beginn einen Emissionsstandard  $\bar{e}$  bekannt gibt, der von da an unverändert bleibt. In diesem Fall gilt  $c(\theta) = C(\theta, \bar{e})$ .

Im Falle des Sprungprozesses differenzieren wir (5.7) bezüglich  $\bar{e}$ :

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \bar{e}} = \frac{\frac{1}{\lambda+r} \frac{\partial c(\xi)}{\partial e} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{1}{r} \frac{\partial c(\theta+\vartheta)}{\partial e} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r} \frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial e}}{\frac{1}{r} \frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial \theta} + F'(\tilde{\theta}) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial c(\tilde{\theta}+\vartheta)}{\partial \theta} + F'(\tilde{\theta} + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta} \quad (5.20)$$

Im Falle des Wiener Prozesses differenzieren wir (5.13) bezüglich  $\bar{e}$ :

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \bar{e}} = \frac{\frac{\alpha}{r} \left( \frac{\partial c(\xi)}{\partial e} - \frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial e} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial \theta \partial e}}{\frac{\alpha}{r} \left( \frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial \theta} + F'(\tilde{\theta}) \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial \theta^2} - F''(\tilde{\theta})}. \quad (5.21)$$

Der Nenner ist in beiden Fällen negativ, wenn wir  $c$  als konvex unterstellen. Das Vorzeichen des Zählers hingegen ist unbestimmt.

Die folgenden numerischen Beispiele belegen für beide Modelle, Sprungprozess und Wiener Prozess, dass das Vorzeichen in der Tat sowohl positiv als auch negativ sein kann: .

*Numerisches Beispiel.* Wir gehen von folgender Funktion aus:

$$C(e, \theta) = \frac{(a - (b - \frac{1}{\theta})e)^2}{2(b - \frac{1}{\theta})}$$

<sup>46</sup>Bei dieser Funktion ist  $c$  im Allgemeinen nicht konvex. Es sei angenommen, dass  $a(\theta)$  entsprechend gewählt ist. Zum Beispiel  $a(\theta) = a/\theta$ ,  $a > 0$ .

Des Weiteren sei zum einen ein Sprungprozess mit konstanter Sprunghöhe  $\bar{\vartheta}$ , zum anderen einen Wiener Prozess unterstellt. Im Falle eines Sprungprozess unterstellen folgende Parameter:

a	b	$\xi$	r	F	$\lambda$	$\bar{\vartheta}$
4	2	1	0.1	1	1	0.5
4	2	1	0.1	1	0.001	0.5

Im Falle eines Wiener Prozesses seien die Parameter wie folgt bestimmt:

a	b	$\xi$	r	F	$\mu$	$\rho$
4	2	1	0.1	1	2	1
4	2	1	0.1	1	0.002	0.001

Die Folgenden Abbildungen zeigen, dass das Vorzeichen des Effekts für beide Modelle unbestimmt ist:

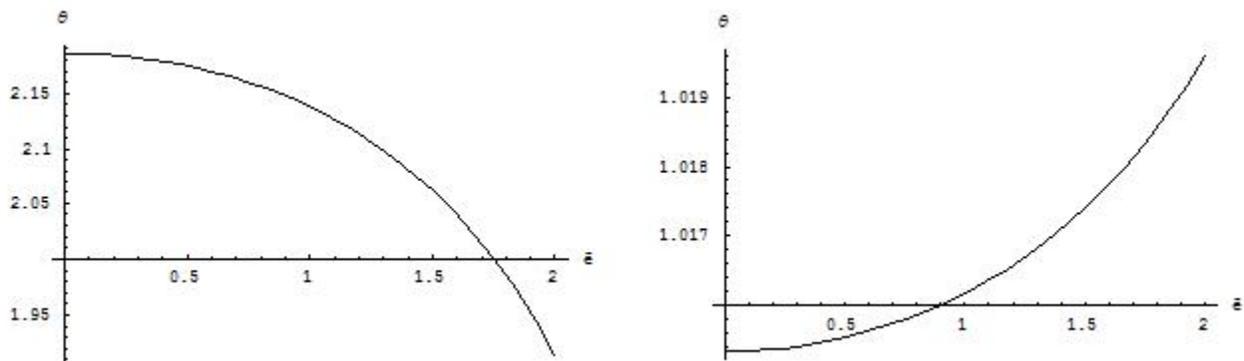


Abbildung 5.2: Regulierung durch einen Standard bei einem Sprungprozess (Links:  $\lambda = 1$ , Rechts:  $\lambda = 0.001$ ).

Die Auswirkung eines stringenteren Standards ist im Allgemeinen also unbestimmt und kann von der Parameterwahl und damit von der Geschwindigkeit der Technologieentwicklung abhängen. Allerdings macht es keinen Unterschied, ob wir einen Sprungprozess oder einen Wiener Prozess zugrunde legen.

Für andere funktionale Formen kann das Vorzeichen jedoch auch eindeutig bestimmt sein, wie folgendes Resultat zeigt:

**Proposition 5.5.2.** Ist  $C(\theta, e) = a(\theta)/e - b$ , wobei  $b > 0$ ,  $a' < 0$  und  $a'' > 0$ , so gilt  $\partial\tilde{\theta}/\partial\bar{e} > 0$ . Das heißt, ein stringenterer Standard führt hier zu einer früheren Investition.

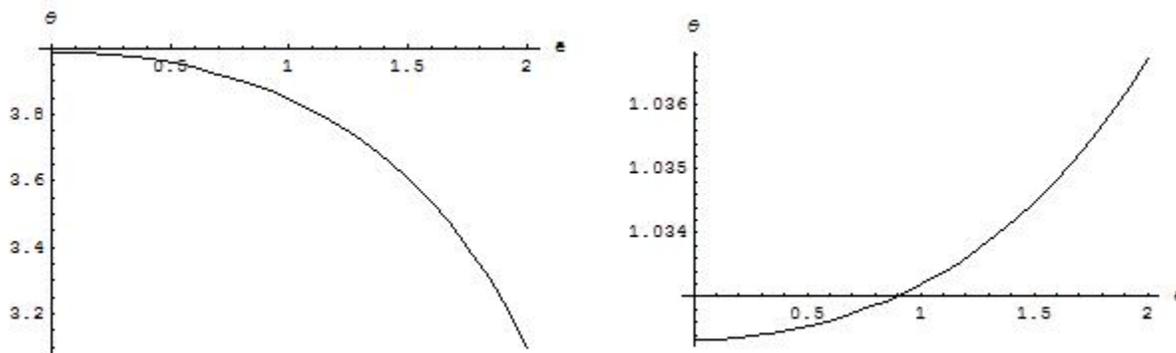


Abbildung 5.3: Regulierung durch einen Standard im Wiener Prozess Fall (Links:  $\mu = 2$  und  $\rho = 1$ , Rechts:  $\mu = 0.002$  und  $\rho = 0.001$ ).

### 5.5.3 Ein Exkurs: Ein analytischer Beweis der Aussagen von van Soest [2005]

In den beiden letzten Teilabschnitt haben wir gezeigt, dass die Ergebnisse von van Soest [2005] nicht allgemein gültig sind. Wir konnten sogar beweisen, dass für gewisse funktionale Formen eine frühere Investition bei einer stringenteren Politik optimal ist. Das Modell von van Soest lässt sich ebenfalls auf die Regulierung von Emissionen anwenden. Daher kann man im Allgemeinen nicht sagen, wie eine stringenter Politik wirkt. Das ist eben nicht überraschend, wenn man bedenkt, dass die Kostenerhöhung Anreize für beides liefert: Eine frühere und eine spätere Investition.

Um das Bild abzurunden, wollen wir das Modell von van Soest [2005] etwas verallgemeinert darstellen und seine Aussagen über die Richtung des Effekts zudem analytisch beweisen. Um Verwirrung zu vermeiden, soll van Soest Notation dabei nur teilweise übernommen werden. Anders als in den restlichen Abschnitten des Kapitels betrachten wir in diesem Teilabschnitt einen Gewinnmaximierungsansatz.

Wie van Soest [2005] betrachten wir eine Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

$$f(e, x) = \psi(\theta e)^\varepsilon x^\zeta, \varepsilon, \zeta \geq 0, \varepsilon + \zeta < 1$$

wobei  $e$  die verwendete Menge Energie und  $x$  eine weiterer für die Produktion notwendiger Input, bei van Soest [2005] ist es Arbeit, sei.  $\psi$  ist ein Skalierungsfaktor,  $\theta$  die Effektivität der eingesetzten Technologie. Wir unterstellen des Weiteren einen konstanten Outputpreis  $P$ .  $z$  sei der Preis der Energie,  $w$  der des zweiten Inputs<sup>47</sup>. Die Dynamik von  $\theta$  sei durch ein allgemeines Poisson-Prozess

<sup>47</sup>Alternativ können wir auch zwei Inputgüter  $x_1$  und  $x_2$  betrachten, wobei  $e = \delta x_1$  die Emissionen seien, die durch

- Modell beschrieben, wie es am Anfang dieses Kapitel beschrieben wurde.<sup>48,49</sup> Wir betrachten zudem einmalige Investitionskosten  $I(\theta)$ , wobei  $I' \leq 0$ ,  $I'' \geq 0$ <sup>50</sup>. Die Ausgangstechnologie, die die Firma am Anfang nutzt, sei  $\xi$ . Die Steuer oder der Standard seien ex ante für alle Zeiten festgelegt.<sup>51</sup> Gemäß van Soest (S.240) beträgt, gegeben  $\tau$  und  $\theta$ , der optimale Profitfluss bei Besteuerung  $\pi^T = \phi^T \cdot \theta^{\gamma^T}$ , wobei  $\gamma^T = \varepsilon/(1 - \varepsilon - \zeta)$  und

$$\phi^T = (1 - \varepsilon - \zeta) \left[ P\psi \left( \frac{\varepsilon}{z + \tau} \right)^\varepsilon \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \right]^{\frac{1}{(1-\varepsilon-\zeta)}}$$

Offensichtlich gilt  $\partial\pi^T/\partial\theta > 0$ . Die Funktion ist aber nur genau dann konkav, wenn zudem  $2\varepsilon + \zeta < 1$ <sup>52</sup>.

Wie wir im Anhang zeigen, gilt zudem  $\partial\pi^T/\partial\tau = \kappa \cdot \pi^T$ , wobei  $\kappa = -(\varepsilon)/(1 - \varepsilon - \zeta) \cdot (1/(z + \tau))$ .

Bei einem Standard  $\bar{e}$  beträgt gemäß van Soest (S.240), gegeben  $\theta$ , der optimale Profitfluss:  $\theta$ ,  $\pi^Q = \phi^Q \cdot \theta^{\gamma^Q} - z\bar{e}$ , wobei  $\gamma^Q = \varepsilon/(1 - \zeta)$  und

$$\phi^Q = (1 - \zeta) \left[ P\psi \bar{e}^\varepsilon \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \right]^{\frac{1}{(1-\zeta)}}$$

Es ist  $\partial\pi^Q/\partial\theta = (\partial\phi^Q \cdot \theta^{\gamma^Q})/\partial\theta > 0$ . In diesem Fall gilt zudem immer  $\partial^2\pi^Q/\partial\theta^2 < 0$ . Des Weiteren ist, wie wir im Anhang zeigen,  $\partial(\phi^Q \cdot \theta^{\gamma^Q})/\partial\bar{e} = \zeta \cdot \phi^Q \cdot \theta^{\gamma^Q}$ , wobei  $\zeta = \varepsilon/(1 - \zeta) \cdot \bar{e}^{-1} > 0$ .

den Einsatz von  $x_1$  Einheiten des ersten Inputs entstehen. Der zweite Input verursacht keine Emissionen. Wenn  $\tau$  die Emissionssteuer ist, dann lässt sich dieses Modell in das von van Soest überführen, indem wir  $e$  direkt als Input betrachten, und dessen Preis  $z/\delta$  setzen.

<sup>48</sup>van Soest [2005] betrachtet nur eine gleich-verteilte Sprunghöhe.

<sup>49</sup>Alternativ können wir auch ein Wiener Prozess Modell verwenden.

<sup>50</sup>van Soest [2005] unterstellt lediglich konstante Installationskosten.

<sup>51</sup>Um die Ergebnisse bei der Simulation vergleichbar zu machen, betrachtet van Soest zu gegebenem Steuersatz  $\tau$  den äquivalenten Standard (siehe van Soest [2005], S.239)

$$\bar{e} = \left[ P\psi \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \left( \frac{\varepsilon}{z + \tau} \right)^{1-\zeta} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon-\zeta}} \cdot \xi^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon-\zeta}}$$

Dies ist hier nicht notwendig.

<sup>52</sup>Der Schwellenwert ist genau dann eindeutig, wenn die Funktion

$$\frac{\pi^T(\xi)}{\lambda + r} + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{\pi^T(\theta + \vartheta)}{r} - I(\theta + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta - \frac{\pi^T(\theta)}{r} + I(\theta)$$

fallend ist (vergleiche Huisman [2001], der Beweis der Aussage ist analog zum Beweis von Lemma A.4.1). Dies ist der Fall, wenn  $\pi^T$  konkav ist (vergleiche Huisman [2001], der Beweis ist analog zum Beweis von Proposition A.4.2). Dies ist jedoch keine äquivalente Bedingung. Dieses wird von van Soest nicht beachtet (vergleiche S.242-S.243), da die Profitfunktion für die von ihm verwendeten Werte, nicht, wie im Text behauptet, konkav ist. Dies ist allerdings auch nicht zwingend notwendig, denn für die von van Soest betrachteten Werte ist obige Funktion fallend.

Wenden wir nun die von uns dargestellte Theorie auf diesen Fall an<sup>53</sup>, so muss der Schwellenwert  $\tilde{\theta}$ , nach dessen Überschreitung eine sofortige Investition optimal ist, im Steuerfall folgende Gleichung erfüllen:

$$\frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty I(\tilde{\theta} + \vartheta) f(\vartheta) d\vartheta - I(\tilde{\theta}) = \frac{\pi^T(\xi)}{r+\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{\pi^T(\tilde{\theta} + \vartheta)}{r} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{\pi^T(\tilde{\theta})}{r} \quad (5.22)$$

Im Falle eines Standards gilt

$$\frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty I(\tilde{\theta} + \vartheta) f(\vartheta) d\vartheta - I(\tilde{\theta}) = \frac{\pi^Q(\xi)}{r+\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{\pi^Q(\tilde{\theta} + \vartheta)}{r} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{\pi^Q(\tilde{\theta})}{r}$$

Dies vereinfacht sich zu

$$\frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty I(\tilde{\theta} + \vartheta) f(\vartheta) d\vartheta - I(\tilde{\theta}) = \frac{\phi^Q \cdot \xi^{\gamma^Q}}{r+\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{\phi^Q \cdot (\tilde{\theta} + \vartheta)^{\gamma^Q}}{r} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{\phi^Q \cdot \tilde{\theta}^{\gamma^Q}}{r} \quad (5.23)$$

Beide Schwellenwerte hängen positiv von der Stringenz der Regulierung ab. Dies führt uns zu folgendem Ergebnis:

**Proposition 5.5.3.** Der durch Gleichung (5.22) gegebene Schwellenwert  $\tilde{\theta}$  ist in  $\tau$  steigend. Hin- gegen ist der durch Gleichung (5.23) gegebene Schwellenwert  $\tilde{\theta}$  in  $\bar{e}$  fallend, das heißt bei einem schärferem Standard ist  $\tilde{\theta}$  steigend.

Würden wir den technischen Fortschritt mittels eines Wiener-Prozesses modellieren, so ergeben sich, wie sich leicht nachrechnen lässt, die gleichen Effekte.

Zum Abschluss wollen wir, exemplarisch anhand dieses Modells, überprüfen, wie sich ein höherer Schaden gesellschaftlich auswirkt. Dazu nehmen wir an, dass die Firma einen lokal beschränkten Umweltschaden  $D(e) = d/2 \cdot e^2$  verursacht. Gegeben eine Technologie  $\theta$  maximiert der soziale Planer

$$\psi(\theta e)^\varepsilon x^\zeta - \frac{d}{2} e^2 - wx$$

Der effiziente Profitfluss beträgt dann:

$$\begin{aligned} \Pi^* &= -\frac{d}{2} \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}} \\ &= w \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}} \\ &= k\theta^\varepsilon \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2\zeta}{\varepsilon+2\zeta-2}} \cdot \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon+2\zeta-2}} \end{aligned}$$

Es ist  $\partial\Pi^*/\partial d = v\Pi^*$ , wobei  $v = \varepsilon/d(\alpha + 2\beta - 2) < 0$ . Damit ergibt sich

<sup>53</sup>Es wurde in dieser Arbeit ein Minimierungsansatz für eine Kostenfunktion vorgestellt. Für einen Maximierungsansatz ist die Herleitungen analog.

**Proposition 5.5.4.** Für den effizienten Schwellenwert  $\tilde{\theta}^*$  gilt  $\partial\tilde{\theta}^*/\partial d > 0$ .

Es zeigt sich, dass auch der soziale Planer bei höheren (hier sozialen) Kosten der Emissionen eine spätere Investition bevorzugt.

Durch diesen Exkurs konnten wir das Modell in dieser Arbeit zum einen mit dem von van Soest vergleichen. Zum anderen konnten wir zeigen, dass der Effekt einer Steuererhöhung beziehungsweise einer Verschärfung des Standards nicht eindeutig ist. Als nächstes werden wir den Effekt, der sich bei einer Steuererhöhung ergibt, näher analysieren, indem wir ihn in seine Bestandteile zerlegen. Dies soll wieder innerhalb des Modellrahmens des bisherigen Kapitels geschehen.

### 5.5.4 Zwei-Steuer-Politiken

Wir wollen in diesem Abschnitt unterstellen, dass der Regulator eine einzelne, repräsentative Firma mittels zweier Steuersätze  $\tau_i$  und  $\tau_p$  reguliert. Der Steuersatz  $\tau_i$  gilt dabei bis zum Zeitpunkt der Investition, danach erhebt der Regulator den Steuersatz  $\tau_p$ . Einen wichtigen Spezialfall dieser Politik haben wir bereits im Zusammenhang mit dem sozialen Optimum kennengelernt.

Wie wirkt sich eine Veränderung der beiden Steuerniveaus aus? Im Falle des Poisson-Prozesses ergibt sich durch Differenzieren von Gleichung (5.7) bezüglich  $\tau_i$  :

$$\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\tau_i} = \frac{\frac{1}{\lambda+r}e(\xi)}{\frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial\theta}(\tilde{\theta}, e(\tilde{\theta})) + F'(\theta) - \frac{\lambda}{\lambda+r}\int_0^\infty\left(\frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial\theta}(\tilde{\theta} + \vartheta, e(\tilde{\theta} + \vartheta)) + F'(\tilde{\theta} + \vartheta)\right)f(\vartheta) d\vartheta} < 0 \quad (5.24)$$

Der Nenner ist negativ aufgrund unserer Annahmen, wohingegen der Zähler positiv ist. Das Resultat leuchtet intuitiv ein, da die Kosten vor der Investition durch die Erhöhung der Steuer steigen. Entsprechend ergibt sich für  $\tau_p$ :

$$\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\tau_p} = \frac{\frac{\lambda}{\lambda+r}\int_0^\infty\frac{1}{r}e(\tilde{\theta} + \vartheta)f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r}e(\tilde{\theta})}{\frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial\theta}(\tilde{\theta}, e(\tilde{\theta})) + F'(\theta) - \frac{\lambda}{\lambda+r}\int_0^\infty\left(\frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial\theta}(\tilde{\theta} + \vartheta, e(\tilde{\theta} + \vartheta)) + F'(\tilde{\theta} + \vartheta)\right)f(\vartheta) d\vartheta} > 0 \quad (5.25)$$

Für den Wiener-Prozess-Fall ergibt sich analog:

$$\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\tau_i} = \frac{-\frac{\alpha}{r}e(\xi)}{\frac{1}{r}\frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial\theta^2} + F''(\tilde{\theta}) - \alpha\left(\frac{1}{r}\frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial\theta} + F'(\tilde{\theta})\right)} < 0 \quad (5.26)$$

und

$$\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\tau_p} = \frac{\frac{\alpha}{r}e(\tilde{\theta}) - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial\theta^2}}{\frac{1}{r}\frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial\theta^2} + F''(\tilde{\theta}) - \alpha\left(\frac{1}{r}\frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial\theta} + F'(\tilde{\theta})\right)} > 0 \quad (5.27)$$

Wie wir sehen, kann der Regulator, den Investitionszeitpunkt einer einzelnen Firma steuern. Allerdings ist es ihm, wie wir im Abschnitt 5.4.2 implizit gezeigt haben, im Allgemeinen nicht möglich,

auch die effizienten Emissionsniveaus vor und nach der Investition zu implementieren. Für den Spezialfall  $\tau_i = \tau_p = \tau$  ergibt sich zudem eine Zerlegung des Effekts aus Abschnitt 5.5.1 in die einzelnen Effekte.

### 5.5.5 Die Wirkung einer stringenteren Politik bei mehreren, sequentiellen Investitionen

Nachdem wir in den vorherigen Abschnitten analysiert haben, wie sich eine stringenterer Politik auswirkt, wenn die Firma einmal investieren kann, wollen wir nun diese Ergebnisse auf den Fall mehrerer, sequentieller Investitionen übertragen. Wir nehmen dazu zunächst an, dass das Unternehmen  $n > 1$  Möglichkeiten hat, zu investieren. Um das Problem zu analysieren, können wir unsere Überlegungen aus Abschnitt 5.3 anwenden. Das heißt, die optimale Strategie  $\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_n$  ergibt sich als Lösung des Gleichungssystems (5.15), wobei hier  $\gamma_i(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_i) = \gamma_i(\tilde{\theta}_i) = c(\tilde{\theta}_i)$  gilt. Die optimale Strategie erfüllt dementsprechend folgendes Gleichungssystem<sup>54</sup>:

$$\begin{aligned}
 \alpha \left( c(\tilde{\theta}_1) + rF_1 - c(\xi) \right) &= (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_2 - \tilde{\theta}_1)}) \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_1) + rF'_1 \\
 \alpha \left( c(\tilde{\theta}_2) + rF_2 - c(\tilde{\theta}_1) \right) &= (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_3 - \tilde{\theta}_2)}) \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_2) + rF'_2 \\
 &\vdots \\
 \alpha \left( c(\tilde{\theta}_n) + rF_n - c(\tilde{\theta}_{n-1}) \right) &= \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_n) + rF'_n
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

Eine komperative Statik bezüglich  $\tau$  ergibt folgende, durch eine  $n \times n$ -Tridiagonalmatrix charakterisierte Gleichung:

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & a_n & b_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{\partial \theta_{n-1}}{\partial \tau} \\ \frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix}$$

<sup>54</sup>Es gilt

$$\sum_{j=i}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{j+1} - \tilde{\theta}_j)}) \prod_{k<j} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_j}{\partial \theta_i} + \prod_{k<n} e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{k+1} - \tilde{\theta}_k)} \frac{\partial \gamma_n}{\partial \theta_i} = (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{i+1} - \tilde{\theta}_i)}) \frac{\partial c}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_i)$$

(vergleiche (5.15))

wobei  $a_i = -\alpha(\partial C_{j-1}/\partial\theta)$ ,  $b_i = \alpha((1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{i+1} - \tilde{\theta}_i)})\partial C_i/\partial\theta + rF'_i) - (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{i+1} - \tilde{\theta}_i)})\partial^2 C_i/\partial\theta^2 - rF''_i$ ,  $c_i = -\alpha e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{i+1} - \tilde{\theta}_i)} \frac{\partial C_i}{\partial\theta}$  und  $d_i = (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{i+1} - \tilde{\theta}_i)})\partial^2 C_i/\partial\tau\partial\theta - \alpha(e_i - e_{i-1})$ ,  $i < n$  sowie  $b_n = \alpha(\partial C_n/\partial\theta + rF'_n) - (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta}_{n+1} - \tilde{\theta}_n)})\partial^2 C_n/\partial\theta^2 - rF''_n$  und  $d_n = \partial^2 C_n/\partial\tau\partial\theta - \alpha(e_n - e_{n-1})$  seien, und wir verkürzend für  $C(\tilde{\theta}_i)$ ,  $0 \leq i \leq n$ ,  $C_i$  schreiben. Durch Invertieren der Matrix lassen sich die Auswirkungen einer Veränderung des Steuersatzes auf die optimale Strategie bestimmen.

Wir wollen dies zunächst für Fall illustrieren, dass die Firma zweimal investieren kann. Die Inverse der obigen Matrix, die wir mit  $\Phi$  bezeichnen wollen, ist in diesem Fall gegeben durch:

$$\det(\Phi)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} b_2 & -c_1 \\ -a_2 & b_1 \end{pmatrix},$$

wobei  $\det(\Phi) = b_1 b_2 - c_1 a_2$  gilt. Da  $b_1 < 0$ ,  $c_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$  und  $b_2 < 0$ , ist das Vorzeichen der Determinante unbestimmt. Hier lässt sich nun ausnutzen, dass es zwischen  $\Phi$  und der Hessematrix der erwarteten Kosten im Anfangszeitpunkt 0 im Punkt  $(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_n)$  einen direkten Zusammenhang gibt, welcher im Anhang hergeleitet wird. Die Hessematrix ist aber in diesem Punkt positiv definit (vergleiche Mas-Collel et al. [1995], S.936), was, wie im Anhang gezeigt wird, gleichbedeutend mit  $\det(\Phi) > 0$  ist. Wenn wir jedoch das gleiche Vorgehen anwenden wie im Falle einer Option, so können wir in analoger Weise wie wir das Vorzeichen des Zählers von (5.17) bestimmt haben das Vorzeichen der  $d_i$ ,  $i = 1, 2$ , bestimmen. Es zeigt sich, dass es für  $i = 1, 2$  das Gleiche wie im Ein-Optionen-Fall ist. Das heißt, im Falle unseres Modell ist es positiv. Es gilt also:

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\tau} = \det(\Phi)^{-1}[d_1 b_2 - d_2 c_1] < 0$$

und

$$\frac{\partial\theta_2}{\partial\tau} = \det(\Phi)^{-1}[d_2 b_2 - d_1 a_2] < 0$$

Im Falle zweier Optionen finden bei einer höheren Steuer also beide Investitionen früher statt, wenn dies auch im Falle nur einer Option zutrifft.

Im Fall dreier Optionen gilt bei analoger Notation:

$$\det(\Phi)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} b_2 b_3 - c_2 a_3 & -c_1 b_3 & c_1 c_2 \\ -a_2 b_3 & b_1 b_3 & -b_1 c_2 \\ a_2 a_3 & -b_1 a_3 & b_1 b_2 - c_1 a_2 \end{pmatrix},$$

wobei in diesem Fall  $\det(\Phi) = b_1 b_2 b_3 - b_1 c_2 a_3 - b_3 c_1 a_2$  gilt. Es folgt

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\tau} = \det(\Phi)^{-1}[d_1(b_2 b_3 - c_2 a_3) - d_2 c_1 b_3 + d_3 c_1 c_2]$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = \det(\Phi)^{-1} [d_2 b_1 b_3 - d_1 a_2 b_3 - d_3 b_1 c_2]$$

und

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial \tau} = \det(\Phi)^{-1} [d_3 (b_1 b_2 - c_1 a_2) + d_1 a_2 a_3 - d_2 b_1 c_3]$$

Durch ein analoges Argument ergibt sich, dass die Hauptdeterminante negativ und die beiden Nebendeterminanten  $b_1 b_2 - c_1 a_2$  und  $b_2 b_3 - c_2 a_3$  positiv sein müssen (Erneut vergleiche Mas-Collel et al. [1995], S.936). Wie im Zwei-Optionen-Fall können wir auch hier durch Adaption des Vorgehens bei einer Investitions-Option zeigen, dass alle  $d_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , positiv sind. Damit ist der Effekt negativ, das heißt  $\partial \theta_i / \partial \tau < 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Alle drei Investitionen finden also bei einer stringenteren Politik früher statt.

Es zeigt sich, dass sich die Auswirkung einer Steuererhöhung nicht verändert, wenn die Firma mehrere Optionen zu investieren hat. Wird sie früher investieren, wenn sie nur einmal investieren kann, so investiert sie auch früher, wenn sie zwei oder drei Möglichkeiten dazu hat.

Es war dem Autor dieser Arbeit leider nicht möglich, das obige Vorgehen auf den Fall von  $n$  Investitions-Optionen zu übertragen. In gewisser Weise dürfte aber der Fall dreier Optionen repräsentativ sein, weil die zweite Option, genauso wie allgemein die  $i$ -te Option,  $1 < i < n$ , sowohl dem Einfluss der früheren als auch der späteren Investitionsentscheidungen unterliegt. Es ist also zu erwarten, dass, wenn die Firma über  $n > 3$  Investitions-Optionen, eine höhere Steuer dazu führt, dass alle Investition früher getätigt werden, wenn dies bei nur einer Möglichkeit, zu investieren, der Fall ist.

Obige Vorgehen läßt sich zudem analog auf den Fall einer Regulierung durch einen Standards und auf das Modell von van Soest anwenden, wobei wir bei Letzterem die Dynamik der Technologie mittels eines Wiener Prozesses modellieren müssen. Daher läßt gilt van Soest Ergebnis auch im Falle mehrere Investitionsmöglichkeiten.

## 5.6 Der Einfluss der Entwicklungsdynamik

Zum Abschluss des Kapitels wollen wir eine komperative Statik bezüglich der Parameter, die in den jeweiligen Modellen die Entwicklungsdynamik des Prozesses charakterisieren, durchführen. Im Fall des Sprungprozesses ist dies die Ankunftsrate  $\lambda$ . Je höher diese ist, desto kleiner ist die erwartete Länge  $1/\lambda$  der Zeitperiode bis zum Erscheinen der nächsten Technologie. Im Fall des Wiener Pro-

zesses hängt die Dynamik sowohl vom Drift  $\mu$  als auch von der Volatilität  $\rho$  ab. Da beide, wie auch  $r$ , nur über den Parameter  $\alpha$  in die Bestimmungsgleichung (5.13) eingehen, wollen wir zunächst eine komperative Statik bezüglich  $\alpha$  durchführen. Lemma 5.2.5 zeigt uns zudem, dass  $\alpha$  die Höhe des fortschrittbezogenen Diskontfaktors  $e^{-\alpha(d\theta)}$  charakterisiert. Je höher  $\alpha$  ist, desto stärker werden die Kosten vor der Investition betont.

Im Fall eines Sprungprozesses erhalten wir, indem wir (5.7) bezüglich  $\lambda$  differenzieren:

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \lambda} = \frac{-\frac{1}{(\lambda+r)^2}c(\xi) + \frac{r}{(\lambda+r)^2} \int_0^\infty \left(\frac{1}{r}c(\theta + \vartheta) + F(\theta + \vartheta)\right) f(\vartheta) d\vartheta}{\frac{1}{r} \frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial \theta} + F'(\tilde{\theta}) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left(\frac{1}{r} \frac{\partial c(\tilde{\theta} + \vartheta)}{\partial \theta} + F'(\tilde{\theta} + \vartheta)\right) f(\vartheta) d\vartheta} > 0 \quad (5.29)$$

Im Fall des Wiener Prozesses differenzieren wir (5.13) bezüglich  $\alpha$ . Das ergibt:

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \alpha} = \frac{\frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F - \frac{c(\xi)}{r}}{\frac{1}{r} \frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial \theta^2} + F''(\tilde{\theta}) - \frac{\alpha}{r} \left(\frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial \theta} + F'(\tilde{\theta})\right)} < 0. \quad (5.30)$$

In beiden Fällen führt eine längere erwartete Entwicklungszeit, also ein größeres  $\alpha$  beziehungsweise ein kleineres  $\lambda$ , zu einer früheren Investition. Das ist intuitiv und wenig überraschend, da der Anreiz, zu Warten, gesunken ist, wohingegen die Kosten vor der Investition unverändert bleiben. Also besteht ein Anreiz, schneller zu investieren.

Im Fall des Wiener Prozesses hängt, wie erwähnt, die Dynamik des Fortschritts vom Drift  $\mu$  und der Volatilität  $\rho$  ab. Um die Auswirkung einer Veränderung einer dieser Größen auf den Investitionszeitpunkt zu untersuchen, reicht es, da diese nur über  $\alpha$  auf  $\tilde{\theta}$  wirken, die Auswirkungen beider Parameter auf  $\alpha$  zu untersuchen. Dabei beachten wir, dass  $\alpha = (-\mu + \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2})/\rho^2$ . Es ergibt sich:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mu} = \frac{-1}{\rho^2} + \frac{\mu \cdot \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}^{-1}}{\rho^2} = \frac{\mu - \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}}{\rho^2 \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}} < 0$$

Also ist  $\partial \tilde{\theta}/\partial \mu > 0$ . Das ist intuitiv plausibel, denn der Drift entspricht dem erwarteten Anstieg der Effizienz pro Zeiteinheit. Erhöht sich dieser, so entsteht ein Anreiz, länger zu warten.

Für  $\rho$  ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial \rho} &= \frac{-2(-\mu + \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2})}{\rho^3} + \frac{2r\rho\sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}^{-1}}{\rho^2} = \frac{2\mu\sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2} - 2\mu^2 - 4r\rho^2 + 2r\rho^2}{\rho^3 \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}} \\ &= \frac{2(\mu\sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2} - \mu^2 - r\rho^2)}{\rho^3 \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}} \end{aligned}$$

Wir wollen nun zeigen, dass  $\partial \alpha/\partial \rho > 0$ : Für  $\rho = 0$  ist der Zähler gleich Null. Durch Ableiten des Zählers nach  $\rho$  ergibt sich aber, dass dieser streng monoton fallend in  $\rho$  ist. Damit ist er für alle

$\rho > 0$  kleiner als Null. Je höher also die Volatilität und damit die Unsicherheit in der Dynamik ist, desto später wird investiert. Um das zu verstehen, betrachten wir den Fall  $\mu = 0$ . In diesem Fall ist der erwartete Technologieanstieg zwar 0, trotzdem wird mit Wahrscheinlichkeit Eins (vergleiche Irle [2003]) jedes Niveau  $\theta$  erreicht, unabhängig davon ob  $\theta > \xi$  oder  $\theta < \xi$ . Die erwartete Zeit, bis der Prozess das Intervall  $[\xi + \varepsilon, \xi - \varepsilon]$  verlässt, beträgt zudem  $\varepsilon^2/\rho^2$  (vergleiche Øksendal [1992], S.118 ff.). Dementsprechend erhöht die Volatilität den Wert des Wartens.

Diese Aussage ist auch insofern interessant, da für  $\rho \rightarrow 0$  das Modell, wie im Anhang gezeigt wird, gegen das deterministische Modell konvergiert, in dem die Effizienz linear gemäß  $d\theta = \mu dt$  über die Zeit wächst.

## 5.7 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Abschnitt wurde mittels der Methode des realen Optionswerts das optimale Investitionstiming einer verschmutzenden, regulierten Firmen, die eine oder mehrere Optionen besitzt, eine bessere Vermeidungstechnologie zu adoptieren, untersucht. Dabei wurden zwei mögliche Konzepte zur Modellierung der Dynamik der Technologie betrachtet: Ein Sprungprozess Modell, wie es zuerst Farzin et al. [1998] betrachtet haben, und ein Wiener-Prozess Modell, wie es zum Beispiel Bethuyne [2002] untersucht hat. Es hat sich gezeigt, dass, wenn die Firma nur eine Option zu investieren hat, beide Modelle zu den gleichen Ergebnisse führen, obwohl sie sich von der ökonomischen Idee, die ihnen zugrunde liegt, unterscheiden. Damit ist nicht entscheidend, wie genau die Dynamik der Technologie modelliert wird. Das ist hilfreich, denn aufgrund der Unstetigkeit des ihm zugrunde liegenden Prozesses ist im Sprungprozess Modell eine analytische Betrachtung mehrerer aufeinander folgender Investitionsentscheidungen im Allgemeinen nicht möglich.

Mit Hilfe des Wiener Prozess Modells konnten wir für den Fall mehrerer Firmen die sozial optimale Investitionsstrategie bestimmen. Wir konnten dabei zeigen, dass es effizient ist, dass bei endlich vielen ex ante symmetrischen Firmen jede Firma eine andere Technologie adoptiert. Dieses Ergebnis entspricht den Erkenntnissen der ersten beiden Kapitel. Allerdings ist es für einen Regulator nicht möglich, nur mit Hilfe einer ex ante angekündigten Pigou-Steuerpolitik die effiziente Allokation zu erreichen, selbst wenn wir das möglicherweise bestehende Timing-Problem ignorieren und annehmen, dass die Firmen in einer exogen vorgegebenen Reihenfolge investieren. Theoretisch lässt sich diese Problem jedoch in den Griff bekommen, indem der Regulator ein drittes Instrument,

zum Beispiel eine Steuer/Subvention auf die Installationskosten, einsetzt.

Des Weiteren haben wir die Auswirkung untersucht, die eine Erhöhung einer ex ante festgelegte Emissionssteuer beziehungsweise eines ex ante festgelegten Standards hat. Dies wurde insbesondere vor dem Hintergrund des von van Soest [2005] numerisch erzielten Ergebnis, dass eine stringenterer Politik zu einer späteren Investitionen führt, getan. Wir konnten für gewisse funktionale Formen zeigen, dass eine höhere Steuer eine frühere Investition induziert, wohingegen bei einem Emissionsstandard der Effekt im Allgemeinen unbestimmt ist. Sein Richtung kann sogar entscheidend von den Parametern des Modells abhängen. Zudem haben wir van Soest numerische erzielte Ergebnisse analytisch bewiesen. Insgesamt konnten wir zeigen, dass eine stringenterer Politik in beide Richtungen wirken kann. Sie kann zu einer früheren oder zu einer späteren Investition führen. Das ist aber nicht überraschend, denn wie wir mit Hilfe eines Zwei Steuer Modells zeigen konnten, induziert ceteris paribus eine höhere Steuer nach der Investition eine spätere, eine höhere Steuer vor der Investition eine frühere Investition. Gleiches gilt bei einem Standard. Bei einer langfristigen Steuer beziehungsweise einem langfristigen Standard treten beide Effekte simultan auf. Es hängt dann entscheidend von der Kosten- beziehungsweise Produktionsfunktion ab, in welche Richtung der Effekt tatsächlich wirkt.

Darüber hinaus haben wir für die Fälle zweier und dreier Optionen gezeigt, dass sich eine stringenterer Politik auf das Timing der einzelnen Investitionen genau so auswirkt wie im Fall nur einer Option.

Diese Ergebnis sind in Hinblick auf die Fragestellung, wie man sicherstellen kann, dass möglichst rasch Investitionen in moderne Vermeidungstechnologien getätigt werden, interessant. In diesem Zusammenhang haben Xepapadeas und de Zeeuw [1999] mittels eines Vintage-Ansatzes gezeigt, dass eine höhere Steuer unter gewissen Umständen zu einem im Schnitt moderneren Kapitalstock führt. Zwar unterscheidet sich das hier vorgestellte Modell grundsätzlich von dem Modell von Xepapadeas und de Zeeuw, da es zum Beispiel keine Kapitalakkumulation berücksichtigt, allerdings weisen die Ergebnisse in eine ähnliche Richtung: Gehen wir zum Beispiel von konstanten Fixkosten aus, so umfasst eine mögliche Strategie in diesem Modell im Allgemeinen nur endlich viele Investitionen. Je nach Spezifizierung kann es sein, dass nach einer Erhöhung der Emissionssteuer alle Optionen entweder früher ausgeübt werden, was zu einer schnelleren Verbesserung in Hinblick auf die Effizienz der Technologie führt, oder aber später, wodurch sich zwar die Effizienz langsamer verbessert,

jedoch möglicherweise im Schnitt, auf jeden Fall aber nach der letzten Investition, eine effizientere Technologie verwendet wird. Je nach Situation kann aber sowohl das eine als auch das andere aus gesellschaftlicher Sicht vorteilhaft sein.

## Kapitel 6

# Schlussfolgerungen und Perspektiven für die weitere Forschung

### 6.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

In dieser Arbeit haben wir uns mit den Diffusionsanreizen umweltpolitischer Instrumente beschäftigt, wobei zukünftige Technologien und die Option, die Investitionsentscheidung aufzuschieben und auf diese zu warten, explizit berücksichtigt wurde. Es wurden dazu zwei verschiedene Modelltypen betrachtet: Im ersten Modell wurden zwei neue Technologien angenommen, eine, die sofort verfügbar ist, aber noch von keiner Firma adoptiert wurde, und eine verbesserte Technologie, die zu einem unsicheren zukünftigen Zeitpunkt verfügbar wird. In Kapitel 3 haben wir die Basisvariante dieses Modells vorgestellt, in welcher wir nur die Opportunitätskosten der Firma berücksichtigt haben. Im vierten Kapitel wurde dieses Modell um einen Outputmarkt und die Möglichkeit, dass Firmen beide Technologien nacheinander adoptieren, erweitert. Des Weiteren wurde in beiden Modellen eine große Industrie bestehend aus Firmen ohne Marktmacht unterstellt. Bei dem zweiten Modelltyp handelt es sich um die Adaption eines Real Optionvalue Modells in der Tradition von Dixit und Pindyck [1994] beziehungsweise Farzin et al. [1998]. Dazu haben wir einen fortlaufender technologischer Fortschritt unterstellt, und zwar sowohl in Form sequentieller Innovationen, welche wir nach Vorbild von Farzin et al. [1998] mittels eines Poisson-Prozesses modelliert haben, als auch in Form einer stetigen Weiterentwicklung, welche wir nach Vorbild von Bethyune [2002] mit Hilfe eines Wiener Prozesses modelliert haben. Dabei hat die Analyse des Einflusses umweltpolitischer Instru-

---

mente auf den optimalen Investitionszeitpunkt im Mittelpunkt gestanden. Des Weiteren haben wir uns mit dem effizienten Timing der Investition aus Sicht der Gesellschaft auseinander gesetzt.

In beiden Modellen hat sich gezeigt, dass es im Allgemeinen effizient sein kann, dass verschiedene Firmen verschiedene Technologien adoptieren. In den Rahmen des ersten Modells haben wir zudem zeigen können, dass der Regulator, wenn er die neuen Technologien antizipiert, mittels einer Emissionssteuer oder der Ausgabe handelbarer Zertifikate, wenn er das Niveau beziehungsweise die Menge ex post anpasst, die effiziente Allokation immer implementieren kann. Wenn der Regulator eine oder beide Technologien nicht antizipiert oder aus anderen Gründen das Niveau der Regulierung nicht verändert, so führen nicht dynamische Instrumente wie eine Emissionssteuer oder ein Standard dazu, dass alle Firmen, wenn diese (nahezu) symmetrisch sind, bei dezentraler Entscheidung die gleiche Technologie adoptieren. Bei einer Regulierung durch Ausgabe von Emissionszertifikaten kann es hingegen im Gleichgewicht für geeignete Kostenpaare sein, dass unterschiedliche Firmen auch unterschiedliche Technologien adoptieren. Allerdings ist dies dann nicht im effizienten Umfang der Fall. Wir haben also zeigen können, dass die Erkenntnis von neueren Arbeiten wie Kennedy und Laplante [1999] oder Requate und Unold [2003], dass sich die Industrie unter einem Zertifikateregime bezüglich ihrer Technologie diversifiziert, auch intertemporal gilt. Dabei ist festzuhalten, dass, wenn der Regulator Technologien nicht antizipiert, es einen Unterschied macht, ob er beide oder nur die zweite neue Technologie nicht antizipiert. Im ersten Fall ist die Zertifikatmenge über die gesamte Zeit hinweg ineffizient groß, weswegen es, abgesehen von Ausnahmefällen, in denen das Umgekehrte der Fall sein kann, in vielen Fällen zu Unterinvestitionen kommt. Antizipiert der Regulator nur die zweite Technologie nicht, so gibt, wenn es gesellschaftlich effizient ist, dass beide Technologie adoptiert werden, der Regulator vor Ankunft der zweiten Technologie ineffizient wenig und danach erst ineffizient viel Zertifikate aus. Deswegen kommt es in diesem Fall im Gleichgewicht zu einer Verschiebung der Investitionen zugunsten der früheren Technologie.

Diese Ergebnisse haben sich im Grundprinzip nicht durch die Erweiterung des Modells um einen Outputmarkt und/oder die Möglichkeit, dass Firmen nacheinander beide Technologien adoptieren, verändert. Wir haben jedoch gezeigt, dass es bei symmetrischen Firmen aus Sicht der Allgemeinheit nur effizient sein kann, dass Firmen die frühere der neuen Technologien durch die spätere ersetzen, wenn zu Beginn alle Firmen die erste neue Technologie adoptiert haben. Entsprechendes gilt für das Gleichgewicht bei dezentralisierter Entscheidung: Es kann nie Firmen umfassen, die beiden

Technologien adoptieren, wenn es auch Firmen umfasst, die überhaupt nicht investieren.

Im vierten Kapitel haben wir die dynamische Investitionsanreize zudem für einen allgemeinen Input untersucht. In diesem Zusammenhang haben wir gezeigt, dass Marktmacht auf dem Inputmarkt zu mehr Investitionen in die neuen Technologien, die die Abhängigkeit von diesem Input reduzieren, führt.

Ein weitere Erkenntnis, die wir anhand dieses Modells gewinnen konnten, ist die, dass eine schnellere Verfügbarkeit der verbesserten Technologie nicht dazu führt, dass nach deren Adoption die Inputmenge beziehungsweise das Emissionsniveau sinkt und das Outputniveau ansteigt. Vielmehr führt ein schnellerer Fortschritt entweder zu einer Erhöhung der Produktion bei erhöhtem Inputverbrauch oder zu einer Senkung des Inputniveaus auf Kosten einer sinkenden Produktion.

Im fünften Kapitels haben wir gezeigt, dass es bei stetigem Fortschritt aus Sicht der Allgemeinheit vorteilhaft ist, dass verschiedene Firmen unterschiedliche Technologien adoptieren, wenn die Schadensfunktion streng konvex ist. Zudem ist es uns gelungen, van Soest [2005] Ergebnisse analytisch zu bestätigen, und wir haben illustriert, dass es vor allem von den Vermeidungskosten der Firma abhängt, ob sie bei einer stringenteren Politik früher oder später investiert. Da bei gleichen Vermeidungskosten die Richtung des Effekts bei alternativer Modellierung des Fortschritts unverändert geblieben ist, haben wir zudem darlegen können, dass die Richtung des Effekts in diesem Modellrahmen nicht von der Dynamik des Fortschritts abhängt. Auch bleibt die Richtung, in die eine stringenter Politik wirkt, die gleiche, wenn die Firma mehrfach investiert.

## 6.2 Wirtschaftspolitische Schlussfolgerungen

Gagelmann und Frondel [2005] schildern, dass die Investitionen in neue Technologie in Folge des SO<sub>2</sub>-Zertifikatehandels hinter den Erwartungen zurückblieben. Keohane [2003] zeigt zudem, dass nur ein Teil der Kraftwerke in den USA, die an dem Handel teilnehmen, in sogenannte Scrubber investiert hat. Eine mögliche Erklärung dafür lieferte bereits die bisherige Literatur, insbesondere Requate und Unold [2003]: Die dynamische Veränderung der Anreize, die man auch als Trittbrettfahrereffekt interpretieren könnte. Diese Arbeit bietet eine weitere, ergänzende Erklärung an: Die zukünftige Verfügbarkeit besserer Technologien bietet einen Anreiz, eine mit hohen Kosten verbundene, langfristige Investition aufzuschieben und die Zeit, bis die bessere Technologie verfügbar ist, durch Maßnahmen wie den Einsatz teurerer, schwefelarmer Kohle zu überbrücken. Aufgrund der

noch relativ geringen Laufzeit der meisten Handelssysteme ist es schwer, abzuschätzen, inwieweit dieser Effekt eine Rolle spielen könnte.

In Hinblick auf die Verringerung der CO<sub>2</sub>-Emissionen zeigt sich, dass es unter Umständen weder gesellschaftlich sinnvoll noch einzelwirtschaftlich optimal ist, dass Unternehmen so schnell wie möglich sauberere Technologien adoptieren. Stattdessen, so das Ergebnis unserer Überlegungen, sollte ein Teil der Industrie die erste Generation, der andere Teil der Industrie die späteren Generationen adoptieren, zumindest, wenn die Adoption beider Generationen durch eine Firma zu teuer und die Investition so langfristiger Natur ist. Bezogen auf die Ausstattung von Kohlekraftwerken mit Systemen zur CO<sub>2</sub>-Entfernung lässt sich so die Empfehlung ableiten, dass nur ein Teil der Anlagen so schnell wie möglich mit solchen Systemen ausgestattet werden sollte. Bei den restlichen Anlagen, oder auch nur einem Teil davon, lohnt es sich, zu warten, bis die Technologie effizienter wird.

Aus dieser Sicht ist die Einführung des Zertifikatehandels für CO<sub>2</sub> innerhalb der EU und für SO<sub>2</sub> und NO<sub>x</sub> in den USA zu begrüßen. Selbst bei ineffizienter Steuerung der Menge an Zertifikaten, die ausgegeben werden, was im Moment wohl am ehesten der Realität entspricht, ist zu erwarten, dass die Betreiber von Kraftwerken und die Unternehmen der Schwerindustrie zu unterschiedlichen Zeitpunkten in unterschiedliche Technologien investieren, da sie von den Investitionen anderer profitieren können. Nicht-dynamische Instrumente hingegen, wie zum Beispiel eine Steuer, die nicht laufend vom Staat angepasst wird, führen in der Tendenz dazu, dass eventuell gewisse Generationen einer Technologie nicht eingeführt werden. Ist es, wie im Kapitel 3, für eine und, aufgrund eines hohen Grades an Symmetrie, daher für alle Firmen optimal, Technologie *a* zu adoptieren, so wird Technologie *b* eventuell nicht entwickelt, obwohl es effizient wäre.

Bezüglich des Timings der Investition haben wir Biglaiser und Horowitz [1995] sowie Laffont und Tiroles [1996a],[1996b]<sup>55</sup> Erkenntnis, dass bei Unsicherheit bezüglich der technologischen Entwicklung eine Regulierung der Emissionen alleine im Allgemeinen nicht zum effizienten Ergebnis führt, durch einen weiteren Aspekt ergänzt: Das effiziente Timing der Investitionen kann im Allgemeinen nur mittels der Erhebung einer Steuer auf die Investitionskosten erreicht werden, da die Firma zu früh investiert. Das kann bei großen Unternehmen wie den Stromversorgern durchaus von Bedeutung sein, auch wenn zu hinterfragen ist, inwieweit die Erhebung einer Abgabe auf die

---

<sup>55</sup>Diese Modelle betrachten nicht das Timing der Investition, gemein ist ihnen mit dem hier präsentierten Ansatz, dass Unsicherheit bezüglich der zukünftigen Effizienz der Technologie herrscht.

Investition wirklich durchsetzbar ist.

### 6.3 Perspektiven für die weitere Forschung

In dieser Arbeit wurden ausschließlich Diffusionsanreize studiert. Nun können zwar R&D-Anreize häufig von den Diffusionsanreizen abgeleitet werden, in einfachen Modellen sind diese sogar gleich<sup>56</sup>, wie aber zum Beispiel Requate [2005] zeigt, hat eine unabhängige R&D-Firma eigene strategische Interessen, die bei der Wahl und Setzung der Instrumente durchaus zu berücksichtigen sind. Ein interessante Fragestellung wäre zum Beispiel, wie es sich auswirkt, wenn ein monopolistische R&D-Firma nicht nur über die Schnelligkeit beziehungsweise Wahrscheinlichkeit der Entwicklung (vergleiche Requate [2005]), sondern auch über die Effizienz der neuen Technologie entscheidet. Dafür ließe sich das Modell von Requate [2005], zunächst weiterhin mit einer Technologie, wie folgt erweitern: Der Monopolist legt nicht nur die Ankunftsrate  $\lambda$  der neuen Technologie fest, sondern auch deren Effizienz  $\theta$ , wobei dies mit konvexen Kosten  $C(\theta)$  einhergeht und sich eventuell auch auf die erwartete Ankunftszeit negativ auswirkt, i.e.  $\lambda'(\theta) < 0$ . Einige Rechnungen, die jedoch in diese Arbeit nicht eingebracht wurden, für die Fälle einer ex ante und einer ex post Steuerpolitik legen nahe, dass sich ähnliche Ergebnisse wie in einem klassischen Qualitätswahlmodell<sup>57</sup> ergeben. Es ist sowohl möglich, dass der Monopolist eine aus gesellschaftlicher Sicht zu effiziente als auch zu ineffiziente Technologie entwickelt. Das wäre wenig überraschend, denn die Effizienz der Technologie entspricht de facto auch der Qualität des angebotenen Produkts.

Ein andere Möglichkeit, das Modell von Requate [2005] zu erweitern, wäre die Möglichkeit zuzulassen, dass der R&D-Monopolist nach erfolgreicher Entwicklung der ersten Technologie eine weitere, noch fortschrittlichere Technologie entwickelt. Dabei entsteht dann folgender Trade-Off: Je mehr Firmen die erste Technologie kaufen, desto kleiner wird potentiell der Markt für die zweite Technologie. Eine interessante Alternative wäre diesbezüglich, den sequentiellen R&D-Prozess mit Hilfe des Patentrennen - Modells von Reinganum [1985] zu modellieren, wobei wir dann wie Requate [1998] einen Bertrand-Wettbewerb auf dem Outputmarkt unterstellen und annehmen, dass die Emissionen sich proportional zum Output einer Firma verhalten. Jede neue Innovation senkt diesen

<sup>56</sup>Wenn wir unterstellen, dass jede Firma über ein eigenes R&D-Projekt, dessen Durchführung mit Fixkosten  $F$  verbunden ist, entscheidet.

<sup>57</sup>vergleiche Bester [2003], Schulz [2003], Tirole [1989]

Proportionalitätsfaktor.

In dieser Arbeit wurde auch die Möglichkeit ausgeschlossen, dass nach Ankunft der neuen Technologie die erste Technologie beziehungsweise alle früheren Technologien weiterhin zur Verfügung stehen, allerdings mit nun geringeren Adoptionskosten. Damit wäre die recht restriktive Annahme aufgehoben, dass die alten Technologien vom Markt verschwinden und nur die aktuelle Technologie adoptiert wird. In diesem Fall sieht die optimale Entscheidung der Unternehmen möglicherweise so aus, dass sie eine Technologie überspringen, um diese dann aber später günstiger zu erwerben. Einen Ansatz dafür bietet Huisman [2001], der das Modell von Farzin et al. [1998] diesbezüglich modifiziert hat.

Eine weitere Forschungsperspektiven ergibt sich bezüglich des strategischen Timings der Investition. Dieser Aspekt spielt, wie erwähnt, eine Rolle, wenn die Entscheidung einer Firma von der Entscheidung der anderen Firmen nicht nur abhängt, sondern diese auch mit ihrer Entscheidung die Entscheidung anderer Unternehmen beeinflussen kann. Dieses ist zum Beispiel der Fall, wenn große Firmen mittels Zertifikate reguliert werden. Es wäre wichtig, zu untersuchen, inwieweit es zum Beispiel zu 'Preemption'-Verhalten kommt, das heißt, inwieweit jede Firma versucht, den anderen mit der Investition zuvor zu kommen (vergleiche unter anderem Fudenberg und Tirole [1985]). Wenn die Zertifikate zugeteilt werden, stellt sich zudem die Frage, inwieweit die Grundaustattung mit Zertifikaten das strategische Timing der Firmen beeinflusst. Das dies der Fall ist, wenn die Firmen den Zertifikatspreis beeinflussen können, zeigt Montero [2002a]. Ein möglicher einfacher Ansatz, um das zu untersuchen, wäre ein Modell mit zwei neuen Technologien und zwei Firmen. Ein weiterer Ansatz ist im Anhang im Abschnitt A.6 dargestellt.

Offen geblieben ist im fünften Kapitel zudem die Frage, inwieweit Firmen noch bei einer ex ante oder ex post Politik vom effizienten Investitionszeitpunkt abweichen, wenn jede Firma klein und die Schadensfunktion streng konvex ist<sup>58</sup>. Dazu ist zunächst das Problem zu lösen, die optimale Verteilung einer Industrie von Firmen, repräsentiert durch das Intervall  $[0, 1]$ , auf die einzelnen Technologien herzuleiten, wobei wir die Dynamik der Technologie entweder mittels eines Wiener Prozesses oder, ohne Einschränkung, da wir die erwarteten sozialen Kosten minimieren<sup>59</sup>, und sich

<sup>58</sup>Bei linearem Schaden investiert, wie wir gezeigt haben, eine einzelne Firma zum effizienten Zeitpunkt. Da der Grenzscha-den unabhängig von den Gesamtemissionen ist, investiert deshalb, wenn wir eine beliebige Industrie unterstellen, jede Firma zum effizienten Zeitpunkt.

<sup>59</sup>Wobei das stochastisch noch zu rechtfertigen wäre!

die Stochastik in diesen als Veränderung des Zinssatzes niederschlägt, einfach deterministisch linear modellieren.

Ein weiteres Ziel für die aufbauende Forschung wäre die empirische Überprüfung der Ergebnisse dieser Arbeit. Empirische Studien, die das Adoptionsverhalten von Firmen am Beispiel des amerikanischen SO<sub>2</sub>-Handel untersuchen, wie die von Keohane [2002],[2003], haben zwar einige Anhaltspunkte geliefert, aber aufgrund der relativ kurzen Laufzeit der meisten Systeme gibt es bislang keine Studien, die untersuchen, inwieweit der technische Fortschritt sich auf die Entscheidungen der regulierten Firmen auswirkt.

# Anhang A

## Beweise und mathematische Herleitungen

### A.1 Beweise zu Kapitel 3

**Beweis von Proposition 3.3.1:** Ad 1.-3.: Für gegebenes  $n_a$  löst der soziale Planer in der zweiten Stufe das Problem

$$\min_{n_b, n_0, e_{0,2}, e_{a,2}, e_{b,2}} \left\{ \frac{1}{r} (n_0 C_0(e_{0,2}) + n_a C_a(e_{a,2}) + n_b C_b(e_{b,2}) + D(n_0 e_{0,2} + n_a e_{a,2} + n_b e_{b,2})) + n_b F_b \right\} \quad (\text{A.1})$$

unter den Nebenbedingungen  $n_0 \geq 0$ ,  $n_b \geq 0$  und  $n_0 + n_a + n_b = 1$ . Die zugehörigen Kuhn-Tucker-Multiplikatoren seien  $\mu_i$ ,  $i = 0, b$ . Weiterhin sei  $\nu$  der Lagrange Multiplikator bezüglich  $n_0 = 1 - n_a - n_b$ . Der Einfachheit halber werden wir im Folgenden  $e_i$  anstatt von  $e_{i,2}$  schreiben, wobei  $i = 0, a, b$ . Dann lauten die Bedingungen erster Ordnung bezüglich  $e_i$ ,  $n_0$  und  $n_b$ :

$$C'_i(e_i) + D'(E) = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{1}{r} (C_0(e_0) + e_0 D'(E_2)) - \mu_0 - \nu = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{1}{r} (C_b(e_b) + e_b D'(E_2)) + F_b - \mu_b - \nu = 0 \quad (\text{A.4})$$

Indem wir die Differenz der Gleichungen (A.3) und (A.4) bilden, lässt sich  $\nu$  eliminieren:

$$\frac{1}{r} (C_b(e_b) - C_0(e_0) + (e_b - e_0) D'(E_2)) + F_b - \mu_b + \mu_0 = 0 \quad (\text{A.5})$$

Zunächst gehen wir von einer inneren Lösung aus, das heißt  $\mu_0 = \mu_b = 0$ . Wir differenzieren nun das Gleichungssystem (A.2), (A.5) bezüglich  $F_b$ . Durch Anwendung des Envelope-Theorems erhalten wir :

$$C_i''(e_i) \frac{\partial e_i}{\partial F_b} + D''(E_2) \frac{\partial E_2}{\partial F_b} = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.6})$$

und

$$\frac{1}{r} D''(E) \frac{\partial E_2}{\partial F_b} (e_b - e_0) + 1 = 0 \quad (\text{A.7})$$

Auflösen nach  $\partial E_2 / \partial F_b$  ergibt:

$$\frac{\partial E_2}{\partial F_b} = \frac{r}{D''(E_2)(e_0 - e_b)} > 0$$

Durch Einsetzen dieser Beziehung in (A.6) folgt  $\partial e_i / \partial F_b < 0$  für jeden Firmentyp. Die Gesamtemissionen betragen dann:  $E(F_b) = (1 - n_a - n_b)e_0 + n_a e_a + n_b e_b$ . Differenzieren wir diese bezüglich  $F_b$ , und lösen wir die daraus resultierende Gleichung nach  $\partial n_b / \partial F_b$  auf, so ergibt sich:

$$\frac{\partial n_b}{\partial F_b} = \frac{\frac{\partial E_2}{\partial F_b} - (1 - n_a - n_b) \frac{\partial e_0}{\partial F_b} - n_a \frac{\partial e_a}{\partial F_b} - n_b \frac{\partial e_b}{\partial F_b}}{e_b - e_0} < 0.$$

Wir halten zunächst fest, dass wir insbesondere schon gezeigt haben, dass die Gleichung  $C_b(e_b) - C_0(e_0) + (e_b - e_0)D'(E)$  in  $E$  fallend ist. Weiterhin bezeichnen wir mit  $\bar{E}_2$  und  $\underline{E}_2$  die maximalen und minimalen Gesamtemissionen, die in der zweiten Stufe möglich sind, und welche sich ergeben, wenn keine der verbleibenden Firmen beziehungsweise alle der verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Des Weiteren seien  $\underline{F}_b(n_a)$  und  $\bar{F}_b(n_a)$  die Installationskostenniveaus, für die vollständige oder keine Adoption von Technologie  $b$  durch die verbleibenden Firmen effizient ist. Dann finden wir für jedes  $F \in ]\underline{F}_b(n_a), \bar{F}_b(n_a)[$  ein eindeutiges  $E$  so, dass zum einen  $C_b(e_b) - C_0(e_0) + (e_b - e_0)D'(E) + F = 0$  gilt, und es zum anderen ein zugehöriges  $n_b$  gibt so, dass  $0 < n_b < 1 - n_a$  und  $E = n_a e_a + n_b e_b + (1 - n_a - n_b)e_0$  gilt. Andersherum muss jedes  $F_b$ , für das eine innere Lösung  $n_b$  der Gleichung (A.5) existiert,  $F_b \in ]\underline{F}_b(n_a), \bar{F}_b(n_a)[$  erfüllen, da  $E_2 \in ]\bar{E}_2, \underline{E}_2[$  für das zugehörige  $E_2$  gelten muss.

*ad 4.:* Für das maximal mögliche Gesamtemissionsniveau gilt:  $\bar{E}_2 = n_a e_a + (1 - n_a)e_0$ , wobei  $e_i$  Gleichung (A.2) erfüllt. Wir erhalten also:

$$\frac{\partial \bar{E}_2}{\partial n_a} = (e_a - e_0) / \left[ 1 + D'' \left( \frac{n_a}{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}} + \frac{1 - n_a}{\frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2}} \right) \right] < 0.$$

Analog ergibt sich für das minimal mögliche Emissionsniveau:

$$\frac{\partial \underline{E}_2}{\partial n_a} = (e_a - e_b) / \left[ 1 + D'' \left( \frac{n_a}{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}} + \frac{1 - n_a}{\frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}} \right) \right] > 0.$$

Da  $\bar{E}_2 = n_a e_a + (1 - n_a) e_0$  und  $\underline{E}_2 = n_a e_a + (1 - n_a) e_b$ , konvergieren beide Größen gegen  $E_M = e_a^*(1)$  wenn  $n_a$  gegen 1 strebt. Wir beobachten, dass  $\underline{F}_b(n_a)$  und  $\bar{F}_b(n_a)$  durch die Gleichungen  $-[C_b(e_b) - C_0(e_0) + (e_b - e_0)D'(\bar{E}_2)]/r = \bar{F}_b(n_a)$  und  $-[C_b(e_b) - C_0(e_0) + (e_b - e_0)D'(\underline{E}_2)]/r = \underline{F}_b(n_a)$  gegeben sind. Differenzieren wir beide Gleichungen bezüglich  $n_a$ , können wir sofort zeigen, dass  $\underline{F}_b(n_a)$  in  $n_a$  steigend und  $\bar{F}_b(n_a)$  in  $n_a$  fallend ist. Da die linken Seiten beider Gleichungen gegen den selben Wert streben, wenn  $n_a$  gegen 1 geht, müssen auch  $\underline{F}_b(n_a)$  und  $\bar{F}_b(n_a)$  gegen den selben Wert  $F_M$  streben.

ad 5.: Wir fixieren  $F_b \in (\underline{F}_b(n_a), \bar{F}_b(n_a))$ . Wenn wir (A.2) und (A.5) bezüglich  $n_a$  differenzieren und das Envelope-Theorem anwenden, so erhalten wir:

$$C_i''(e_i) \frac{\partial e_i}{\partial n_a} + D''(E) \frac{\partial E}{\partial n_a} = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.8})$$

und

$$\frac{1}{r} D''(E) \frac{\partial E}{\partial n_a} (e_b - e_0) = 0 \quad (\text{A.9})$$

Also gilt  $\partial E / \partial n_a = 0$ . Setzen wir dies in (A.8) ein, so ergibt sich  $\partial e_i / \partial n_a = 0$  für  $i = 0, a, b$ .

**Beweis von Proposition 3.3.2 Teil 1-3:** Zunächst einmal stellen wir fest, dass es für gegebenes  $F_b$ , vier mögliche Szenarien gibt: Ist  $F_b \geq \bar{F}_b(0)$  so ist es für alle  $n_a$  effizient, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert, da  $\bar{F}_b$  in  $n_a$  fallend ist. Für  $F_b \leq \underline{F}_b(0)$  ist es für alle  $n_a$  effizient, dass alle Firmen mit konventioneller Technologie die Technologie  $b$  adoptieren. Ist  $F_b \in [F_M, \bar{F}_b(0))$ , so existiert gemäß Proposition 3.3.1 ein eindeutig bestimmter Anteil an Firmen  $\hat{n}_a \leq 1$  so, dass partielle Adoption von Technologie  $b$  effizient ist, wenn  $n_a < \hat{n}_a$  gilt, und so, dass es für  $n_a \geq \hat{n}_a$  effizient ist dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert. Andersherum existiert im letzten Fall, das heißt für  $F_b \in (\underline{F}_b(0), F_M]$ , gemäß Proposition 3.3.1 ein eindeutig bestimmter Anteil  $\hat{n}_a \leq 1$  so, dass wiederum partielle Adoption von Technologie  $b$  effizient ist, wenn  $n_a < \hat{n}_a$ , und so, dass es effizient ist, dass alle verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptieren, wenn  $n_a \geq \hat{n}_a$ . Für die letzten beiden Fälle lösen wir das Minimierungsproblem jeweils unter der Nebenbedingung  $n_a \in (0, \hat{n}_a)$  beziehungsweise  $n_a \in (\hat{n}_a, 1)$  und fügen dann die Ergebnisse zusammen. Da das effiziente Gesamtemissionsniveau  $E_2(n_a)$  offensichtlich stetig in  $n_a$  ist, ist auch  $n_a^*(F_a)$  stetig in  $F_a$ .

Als erstes betrachten wir den Fall  $F_b > \bar{F}_b(0)$ : In diesem Fall ist es für alle  $n_a$  effizient, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert. Also können wir de facto den Beweis von Proposition (3.3.1), Teil i.) - iii.) mit  $n_a = 0$  übernehmen.

Als nächstes betrachten wir den Fall  $F_b < \underline{F}_b(0)$ . In diesem Fall ist es für alle  $n_a$  sozial optimal, dass alle verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Das Minimierungsproblem des sozialen Planners lautet daher:

$$\begin{aligned} \min_{\{e_0, e_a, n_0, n_a\}} & \frac{1}{\lambda + r} [n_0 C_0(e_{0,1}) + n_a C_a(e_{a,1}) + D(n_0 e_{0,1} + n_a e_{a,1})] + n_a F_a \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} [n_0 C_b(e_{b,2}(n_a)) + n_a C_a(e_{a,2}(n_a)) + D(n_0 e_{b,2}(n_a) + n_a e_{a,2}(n_a))] + \frac{\lambda}{\lambda + r} n_0 F_b \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

unter den Nebenbedingungen  $n_0 \geq 0$ ,  $n_a \geq 0$  und  $n_0 + n_a = 1$ . Wir setzen  $E_1 = n_0 e_{0,1} + n_a e_{a,1}$  und  $E_2 = n_0 e_{b,2}(n_a) + n_a e_{a,2}(n_a)$ . Wiederum seien  $\mu_i$ ,  $i = 0, a$ , die Kuhn-Tucker-Multiplikatoren bezüglich  $n_i \geq 0$ , und  $\nu$  der Lagrange-Multiplikator bezüglich  $n_0 + n_a = 1$ . Analog zum Vorgehen im Beweis von Proposition 3.3.1 differenzieren wir Gleichung (A.10) nach  $e_i$  und  $n_i$ ,  $i = 0, a$ , wenden das Envelope Theorem an und eliminieren  $\nu$ . Dadurch erhalten wir:

$$\begin{aligned} F_a = & \frac{1}{\lambda + r} (C_{0,1}(e_0) - C_a(e_{a,1}) + (e_{0,1} - e_{a,1})D'(E_1)) \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} (C_b(e_{b,2}) - C_a(e_{a,2})) + (e_{b,2} - e_{a,2})D'(E_2) + \frac{\lambda}{\lambda + r} F_b + \mu_a - \mu_0 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Wir gehen von einer inneren Lösung aus, das heißt  $\mu_0 = \mu_a = 0$ , und multiplizieren die letzte Gleichung mit  $r(\lambda + r)$ . Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} r(\lambda + r)F_a = & r(C_0(e_{0,1}) - C_a(e_{a,1})) + (e_{0,1} - e_{a,1})D'(E_1) \\ & + \lambda(C_b(e_{b,2}) - C_a(e_{a,2})) + (e_{b,2} - e_{a,2})D'(E_2) + r\lambda F_b \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

In der zweiten Stufe gilt:

$$\frac{\partial C_i}{\partial e}(e_{i,2}) + D'(E_2) = 0, \quad i = a, b \quad (\text{A.13})$$

Indem wir (A.13) bezüglich  $n_a$  differenzieren, erhalten wir:

$$-\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(e_{i,2}) \frac{\partial e_{i,2}}{\partial n_a} = D''(E_2)[e_{a,2} - e_{b,2} + n_a \frac{\partial e_{a,2}}{\partial n_a} + (1 - n_a) \frac{\partial e_{b,2}}{\partial n_a}], \quad i = a, b.$$

Also gilt  $\partial e_{a,2}/\partial n_a = [(\partial^2 C_b/\partial e^2)/(\partial^2 C_a/\partial e^2)] \cdot \partial e_{b,2}/\partial n_a$ . Indem wir diesen Ausdruck in die vorherige Gleichung einsetzen, erhalten wir:

$$\frac{\partial e_{b,2}}{\partial n_a} = \frac{D''(E_2)(e_{a,2} - e_{b,2})}{-\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(e_{i,2}) - D''(E_2)n_a \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(e_{b,2}) - D''(E_2)(1 - n_a)} < 0$$

Das impliziert  $\partial e_{a,2}/\partial n_a < 0$ . Da  $D''(E_2) \cdot \partial E_2/\partial n_a = \partial^2 C_a/\partial e^2 \cdot \partial e_{a,2}/\partial n_a$ , ergibt sich  $\partial E_2/\partial n_a > 0$ . Des Weiteren stellen wir fest, dass wir das obige Minimierungsproblem als ein zweistufiges Problem auffassen können, bei dem wir zunächst  $e_{a,1}$ ,  $e_{0,1}$  für gegebenes  $n_a$  bestimmen. Diese Werte sind durch (A.13) und  $E_1 = n_a e_{a,1} + (1 - n_a)e_{0,1}$  gegeben. Analog zum vorherigen Vorgehen können wir  $\partial e_{i,1}/\partial n_a > 0$ ,  $i = 0, a$  und  $\partial E_1/\partial n_a < 0$  herleiten. Mit diesen Ergebnissen lassen sich nun  $\partial E_1/\partial F_a$  and  $\partial n_a/\partial F_a$  berechnen. Dazu differenzieren wir (A.11) und (A.13) bezüglich  $F_a$ , was

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(e_{i,1}) \frac{\partial e_{i,1}}{\partial F_a} + D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial F_a} = 0, \quad i = 0, a,$$

und

$$r(\lambda + r) = r(e_{0,1} - e_{a,1})D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial F_a} + \lambda(e_{b,2} - e_{a,2})D''(E_2) \frac{\partial E_2}{\partial F_a}.$$

ergibt. Indem wir  $\partial E_1/\partial F_a = \partial E_1/\partial n_a \cdot \partial n_a/\partial F_a$  berücksichtigen und nach  $\partial n_a/\partial F_a$  auflösen, erhalten wir:

$$\frac{\partial n_a}{\partial F_a} = \frac{r(\lambda + r)}{r(e_{0,1} - e_{a,1})D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial n_a} + \lambda(e_{b,2} - e_{a,2})D''(E_2) \frac{\partial E_2}{\partial n_a}} < 0$$

Daraus lässt sich  $\partial e_{i,1}/\partial F_a < 0$ ,  $\partial e_{i,2}/\partial F_a > 0$ ,  $\partial E_1/\partial F_a > 0$  und  $\partial E_2/\partial F_a < 0$  ableiten. Weiterhin können wir, indem wir die rechte Seite der Gleichung (A.11) nach  $n_a$  ableiten, wobei wir weiterhin von einer inneren Lösung ausgehen, zeigen, dass dieser Term in  $n_a$  fallend ist. Analog zum Vorgehen im Beweis von Proposition 3.3.1 lässt sich daraus herleiten, dass ein Intervall  $[\underline{F}_a, \overline{F}_a]$  existiert so, dass  $\mu_0 = \mu_a = 0$  für jedes  $F_a \in [\underline{F}_a, \overline{F}_a]$  gilt, und so, dass  $\mu_0 > 0$ , wenn  $F_a > \overline{F}_a$ , und  $\mu_a > 0$ , wenn  $F_a < \underline{F}_a$ .

Zum Abschluss sei  $F_b \in ]\underline{F}_b(0), \overline{F}_b(0)[$ . Je nachdem, ob  $F_b > F_M$  oder  $F_b < F_M$ , existiert  $\hat{n}_a < 1$  so, dass  $F_b = \underline{F}_b(\hat{n}_a)$  oder  $F_b = \overline{F}_b(\hat{n}_a)$  gilt. Das Minimierungsproblem des sozialen Planers lautet dann:

$$\begin{aligned} & \min_{e_{0,1}, e_{a,1}, n_0, n_a} \frac{1}{\lambda + r} (n_0 C_0(e_{0,1}) + n_a C_a(e_{a,1}) + D(n_0 e_0 + n_a e_{a,1})) + n_a F_a \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} ((1 - n_a - n_b(n_a)) C_0(e_{0,2}(n_a)) + n_b(n_a) C_b(e_{b,2}(n_a)) + n_a C_a(e_{a,2}(n_a))) \\ & + D((1 - n_a - n_b(n_a)) e_{0,2}(n_a) + n_b(n_a) e_{b,2}(n_a) + n_a e_{a,2}(n_a))) + \frac{\lambda}{\lambda + r} n_b(n_a) F_b, \end{aligned}$$

unter den Nebenbedingungen  $0 \leq n_a \leq \hat{n}_a$  und  $n_0 + n_a = 1$ . Wir setzen  $E_1 := n_0 e_{0,1} + n_a e_{a,1}$  und  $E_2 := (1 - n_a - n_b(n_a)) e_{0,2}(n_a) + n_b(n_a) e_{b,2}(n_a) + n_a e_{a,2}(n_a)$ . Analog zum Vorgehen in den

vorangegangenen Fällen lässt sich aus den Bedingungen erster Ordnung ableiten, dass

$$0 = \frac{1}{\lambda + r} (C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + (e_{a,1} - e_{0,1})D'(E_1)) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} (C_a(e_{a,2}) - C_0(e_{0,2}) + (e_{a,2} - e_{0,2})D'(E_2)) + F_a$$

gilt. Gemäß Proposition 3.3.1 iii.) hängen  $e_{i,2}$ ,  $i = 0, a, b$ , und  $E_2$  nur von  $F_b$ , aber weder von  $n_a$  noch von  $F_a$  ab. Dadurch ergibt sich, wenn wir die Gleichungen (A.13) und (A.14) bezüglich  $F_a$  differenzieren:

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \frac{\partial e_{i,1}}{\partial F_a} + D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial F_a} = 0, \quad i = 0, a,$$

und

$$\frac{1}{\lambda + r} ((e_{a,1} - e_{0,1})D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial F_a}) + 1 = 0$$

Also gilt:

$$\frac{\partial E_1}{\partial F_a} = \frac{\lambda + r}{(e_{0,1} - e_{a,1})D''(E_1)} > 0$$

Wie im Beweis von Proposition 3.3.1 zeigen wir, dass  $\partial e_{i,1}/\partial F_a < 0$ ,  $i = 0, a$  und  $\partial n_a/\partial F_a < 0$ . Daraus lässt sich folgern, dass ein minimaler  $F_{min}$  und ein maximaler Wert  $F^{max}$  existiert so, dass für alle  $F_a \in ]F_{min}, F^{max}[$  eine innere Lösung  $n_a$  existiert. Ist  $F_b = F_M$ , gilt offensichtlich  $\underline{F}_a = F_{min}$  und  $\overline{F}_a = F^{max}$ .

Anderenfalls, wie oben gezeigt, existieren zwei Intervalle  $[\underline{F}, \overline{F}]$  und  $[\underline{F}', \overline{F}']$  so, dass für alle  $F_a \in (\underline{F}, \overline{F})$  die Ungleichung  $0 < n_a < \hat{n}_a$  gilt, und so, dass für alle  $F_a \in (\underline{F}', \overline{F}')$  gilt, dass  $\hat{n}_a < n_a < 1$  und entweder keine ( $F_b > F_M$ ) oder alle ( $F_b < F_M$ ) der verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Offensichtlich gilt dabei  $\overline{F} = \underline{F}'$ . Also ist  $[\underline{F}, \overline{F}']$  unser gesuchtes Intervall. q.e.d.

**Beweis von Proposition 3.3.2, Teil 4.-5.:** ad 4.: Wir gehen zunächst davon aus, dass partielle Adoption in der zweiten Stufe optimal ist. Damit ist Gleichung (A.14) relevant. Durch differenzieren dieser Gleichung nach  $\lambda$ , Auflösen nach  $\partial n_a/\partial \lambda$  und Berücksichtigung der Tatsache, dass  $E_2$  von  $n_a$  unabhängig ist, erhalten wir

$$\frac{\partial n_a}{\partial \lambda} = \frac{(C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + (e_{a,1} - e_{0,1})D'(E_1) - (C_a(e_{a,2}) - C_0(e_{0,2}) + (e_{a,2} - e_{0,2})D'(E_2)))}{(\lambda + r)(e_{a,1} - e_{0,1})D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial n_a}}$$

Der zweite Teil des Zählers, der die zweite Stufe widerspiegelt, ist kleiner in absoluten Werten als der erste Teil. Also ist der Zähler negativ. Der Nenner ist offensichtlich positiv.

Wenn wir (A.14) bezüglich  $F_b$  differenzieren und nach  $\partial n_a / \partial F_b$  auflösen, ergibt sich:

$$\frac{\partial n_a}{\partial F_b} = \frac{\frac{\lambda}{r}(e_{a,2} - e_{0,2})D''(E_2)\frac{\partial E_2}{\partial F_b}}{(e_{0,1} - e_{a,1})D''(E_1)\frac{\partial E_1}{\partial n_a}}$$

Sowohl der Nenner als auch der Zähler, sind negativ, da  $\partial E_1 / \partial n_a < 0$  und  $\partial E_2 / \partial F_b > 0$ .

Für den Fall, dass alle verbleibenden Firmen grundsätzlich Technologie  $b$  adoptieren, differenzieren wir (A.12) bezüglich  $\lambda$  und lösen wiederum nach  $\partial n_a / \partial \lambda$  auf:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_a}{\partial \lambda} = & \frac{C_a(e_{a,1}) - C_0(e_{0,1}) + (e_{a,1} - e_{0,1})D'(E_1)}{(\lambda + r)[(e_{a,1} - e_{0,1})D''(E_1)\frac{\partial E_1}{\partial n_a} + \frac{\lambda}{r}(e_{a,2} - e_{b,2})D''(E_2)\frac{\partial E_2}{\partial n_a}]} \\ & - \frac{C_a(e_{a,2}) - C_0(e_{0,2}) + (e_{a,2} - e_{0,2})D'(E_2)}{(\lambda + r)[(e_{a,1} - e_{0,1})D''(E_1)\frac{\partial E_1}{\partial n_a} + \frac{\lambda}{r}(e_{a,2} - e_{b,2})D''(E_2)\frac{\partial E_2}{\partial n_a}]} \\ & + \frac{(C_b(e_{b,2}) - C_0(e_{0,2}) + (e_{b,2} - e_{0,2})D'(E_2) + rF_b)}{(\lambda + r)[(e_{a,1} - e_{0,1})D''(E_1)\frac{\partial E_1}{\partial n_a} + \frac{\lambda}{r}(e_{a,2} - e_{b,2})D''(E_2)\frac{\partial E_2}{\partial n_a}]} \end{aligned}$$

Der Nenner ist offensichtlich positiv. Die Differenz der ersten beiden Teile des Zählers ist aus denselben Gründen wie bei partieller Adoption negativ. Bei dem dritten Teil des Zählers handelt es sich im Prinzip um die Bedingung erster Ordnung bezüglich  $n_b$ . Da wir jedoch eine Randlösung bezüglich  $n_b$  haben (vollständige Adoption), muss dieser Term negativ sein. Analog ergibt sich:

$$\frac{\partial n_a}{\partial F_b} = \frac{\lambda}{(e_{a,1} - e_{0,1})D''(E_1)\frac{\partial E_1}{\partial n_a} + \lambda\frac{1}{r}(e_{a,2} - e_{b,2})D''(E_2)\frac{\partial E_2}{\partial n_a}} < 0$$

ad 5.: Es ist offensichtlich, dass weder  $\underline{F}_a$  noch  $\overline{F}_a$  von  $F_b$  abhängen, wenn es optimal ist, dass keine Firma Technologie  $b$  in der zweiten Stufe adoptiert. Dies ist für  $\underline{F}_a$  der Fall genau dann, wenn  $F_b > F_M$ , wohingegen für  $\overline{F}_a$  dies genau dann der Fall ist, wenn  $F_b > \overline{F}_b(0)$  gilt. Im Falle partieller Adoption von Technologie  $b$ , das heißt  $\underline{F}_b(0) < F_b < \overline{F}_b(0)$ , ist nur  $\overline{F}_a$  von Bedeutung. In diesem Fall ist  $\overline{F}_a(F_b)$  durch Gleichung (A.14) gegeben, wobei  $E_1 = e_0$  und  $E_2 = n_b e_2 + (1 - n_b)e_0$  gilt. Hierbei sei  $n_b$  der optimale Anteil an Firmen, der Technologie  $b$  nutzen soll. Daraus ergibt sich:

$$0 = \frac{\lambda}{(\lambda + r)r}(e_{a,2} - e_{0,2})D''(E_2)\frac{\partial E_2}{\partial F_b} + \frac{\partial \overline{F}_a}{\partial F_b}.$$

Da aber  $\partial E_2 / \partial F_b = r / (D''(E_2)(e_{b,2} - e_{0,2}))$ , ergibt sich  $\partial \overline{F}_a / \partial F_b = \lambda / (\lambda + r) \cdot [(e_{a,2} - e_{0,2}) / (e_{b,2} - e_{0,2})]$ . Für  $F_a = \overline{F}_a(F_b)$  kann vollständige Adoption von Technologie  $b$  durch die verbleibenden Firmen nur genau dann optimal sein, wenn  $F_b < F_M$  gilt. Für  $F_a = \overline{F}_a(F_b)$  ist vollständige Adoption von Technologie  $b$  genau dann der Fall, wenn  $F_b < \underline{F}_b(0)$ . Um die Steigung von  $\overline{F}_a(F_b)$  zu bestimmen, differenzieren wir (A.14) bezüglich  $F_b$ , wobei  $E_1 = e_0$  und  $E_2 = e_2$  gilt. Wir erhalten:

$$0 = \frac{\partial \overline{F}_a}{\partial F_b} - \frac{\lambda}{(\lambda + r)}.$$

Analog lässt sich ausrechnen, dass  $\frac{\partial F_a}{\partial F_b} = \frac{\lambda}{(\lambda+r)}$ . Zum Abschluss sei festgehalten, dass für  $F_b \in ]\underline{F}_b(0), F_M[$   $\frac{\partial F_a}{\partial F_b} > \frac{\partial \bar{F}_a}{\partial F_b}$  gilt, da  $\frac{(e_{a,2}-e_{0,2})}{(e_{b,2}-e_{0,2})} < 1$ .

**Beweis von Lemma 3.4.1:** *ad 1.* : Indem wir  $\Delta C_{0i}$  nach  $\tau$  ableiten und das Envelopen Theorem anwenden, erhalten wir

$$\frac{\partial \Delta C_{0i}}{\partial \tau} = \frac{1}{r}(e_i - e_0) < 0.$$

Im Falle von  $\tau = 0$  gilt  $\Delta C_{0i} = F_i$ . Ist der Term  $C_i(e_i) - C_0(e_0)$  beschränkt (was insbesondere der Fall ist, wenn  $C$  beschränkt ist), dann ist es für die Existenz einer Lösung der Gleichung  $\Delta C_{0i}(\tau) = 0$  hinreichend, dass  $F_i$  kleiner als  $\frac{1}{r}[C_i(0) - C_0(0)]$  ist. Wenn  $C_i(e_i) - C_0(e_0)$  gegen  $-\infty$  geht, wenn  $\tau$  gegen  $\infty$  geht, so existiert eine Lösung  $\Delta C_{0i}(\tau) = 0$  für alle  $F_i$ . Indem wir die Gleichung  $\Delta C_{0i}(\tau) = 0$  implizit nach  $F_i$  ableiten, erhalten wir durch Anwendung des Envelopen Theorems und Auflösen nach  $\partial \bar{\tau}_i / \partial F_i$ :

$$\frac{\partial \bar{\tau}_i}{\partial F_i} = \frac{r}{(e_0 - e_i)} > 0.$$

*ad 2.* : Indem wir  $\Delta C_{ab}(\tau) = 0$  bezüglich  $\tau$  differenzieren und das Envelope Theorem anwenden, erhalten wir:

$$\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial \tau} = \frac{1}{\lambda+r}(e_a(\tau) - e_0(\tau)) + \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{r}(e_a(\tau) - e_b(\tau)).$$

Offensichtlich ist ohne weitere Annahmen das Vorzeichen der Gleichung unbestimmt.

Wir unterstellen nun, dass das Vorzeichen eindeutig und  $\Delta C_{ab}$  zudem steigend ist. Wir halten fest, dass  $\Delta C_{ab}(0) = F_a - \frac{\lambda}{r+\lambda} F_b$ . Wenn  $F_a$  und  $F_b$  derart sind, dass zum einen  $\Delta C_{ab}(0) < 0$  gilt und zum anderen  $\Delta C_{ab}(\tau)$  positiv für genügend große  $\tau$  ist, so gilt aus Stetigkeitsgründen, dass ein Steuersatz  $\bar{\tau}$  derart existiert, dass  $\Delta C_{ab}(\bar{\tau}) = 0$ . Das  $\Delta_{ab}$  monoton ist, ist dieser eindeutig.

**Beweis von Lemma (3.4.3):** Indem wir  $\Delta C_{ab}(\tau) = 0$  nach  $F_a$  differenzieren und das Envelope Theorem anwenden, erhalten wir:

$$\frac{\partial \bar{\tau}_{ab}}{\partial F_a} \left( \frac{1}{\lambda+r}(e_a - e_0) + \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{r}(e_a - e_b) \right) + 1 = 0.$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{\partial \bar{\tau}_{ab}}{\partial F_a} = - \frac{r(\lambda+r)}{r(e_a - e_0) + \lambda(e_a - e_b)} = \frac{1}{\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial \tau}}.$$

Analog lässt sich zeigen, dass

$$\frac{\partial \bar{\tau}_{ab}}{\partial F_b} = \frac{r\lambda}{r(e_a - e_0) + \lambda(e_a - e_b)} = \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{\frac{\partial \Delta C_{ab}}{\partial \tau}}.$$

**Beweis von Lemma 3.4.4 ad 1.:** Zunächst unterstellen wir, dass  $\bar{\tau}_a < \bar{\tau}_b$ . Angenommen  $\tau \in ]\bar{\tau}_a, \bar{\tau}_b[$ . Da  $\Delta C_i$ ,  $i = a, b$  fällt, ergibt sich:  $\Delta C_a(\tau) = \frac{1}{r}[C_a(e_a) - C_0(e_0)] + \tau(e_a - e_0) + F_a < 0$  und  $\Delta C_b(\tau) = \frac{1}{r}[C_b(e_b) - C_0(e_0)] + \tau(e_b - e_0) + F_b > 0$ . Es ergibt sich folgende Ungleichungskette:

$$\begin{aligned}
0 &> \frac{1}{r}[C_a(e_a) - C_0(e_0)] + \tau(e_a - e_0) + F_a \\
&= \frac{1}{r + \lambda}[C_a(e_a) - C_0(e_0)] + \tau(e_a - e_0) \\
&\quad + \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r}[C_a(e_a) - C_0(e_0)] + \tau(e_a - e_0) + F_a \\
&> \frac{1}{r + \lambda}[C_a(e_a) - C_0(e_0)] + \tau(e_a - e_0) \\
&\quad + \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r}[C_a(e_a) - C_b(e_b)] + \tau(e_a - e_b) + F_a \\
&\quad - \left[ \frac{\lambda}{r + \lambda} \frac{1}{r}[C_b(e_b) - C_0(e_0)] + \tau(e_b - e_0) \right] + \frac{\lambda}{r + \lambda} F_b \\
&= \Delta C_{ab}(\tau).
\end{aligned}$$

Als zweites nehmen wir an, dass  $\bar{\tau}_b < \bar{\tau}_a$ . Angenommen  $\tau \in ]\bar{\tau}_b, \bar{\tau}_a[$ . Mit dem gleichen Argumenten wie im ersten Fall leiten wir her, dass:  $\Delta C_a(\tau) = \frac{1}{r}[C_a(e_a) - C_0(e_0)] + \tau(e_a - e_0) + F_a > 0$  und  $\Delta C_b(\tau) = \frac{1}{r}[C_b(e_b) - C_0(e_0)] + \tau(e_b - e_0) + F_b < 0$ . Ein vergleichbare Ungleichungskette ergibt  $0 < \Delta C_{ab}(\tau)$ .

*ad 2.:* Zunächst unterstellen wir  $\bar{\tau}_a < \bar{\tau}_b$ . Da  $\Delta C_{ab}$  fällt, ist  $\Delta C_{ab}(\tau) < 0$  für alle  $\tau \in [\bar{\tau}_a, \bar{\tau}_b]$ , und da  $\bar{\tau}_{ab}$  durch  $\Delta C_{ab}(\bar{\tau}_{ab}) = 0$  gegeben ist, muss  $\bar{\tau}_{ab} < \bar{\tau}_a$  folgen. Ist nun  $\bar{\tau}_a > \bar{\tau}_b$ , so folgt aus vergleichbaren Gründen  $\bar{\tau}_{ab} > \bar{\tau}_a$ .

*ad 3.:* Analog.

**Beweis von Proposition 3.4.5** Wir wollen die ersten drei Behauptungen durch Widerspruch beweisen:

*ad 1. :* Es ist  $L > \bar{E}_2(n_a)$ . Wir nehmen zunächst an, dass  $\sigma > \bar{\sigma}_2$ . Dann würde der Anteil  $(1 - n_a)$  an Firmen, der noch die konventionelle Technologie nutzt, Technologie  $b$  adoptieren. Dadurch würden die Gesamtemissionen unter das Niveau  $\bar{E}_2(n_a)$  fallen. Damit wäre der Zertifikatemarkt nicht geräumt, denn  $\bar{E}_2(n_a) < L$ . Das ist ein Widerspruch.

Angenommen, es gilt  $\sigma < \bar{\sigma}_2$ . In diesem Fall wären die Gesamtemissionen nicht größer als  $\bar{E}_2(n_a)$ . Aber es gilt  $\bar{E}_2(n_a) < L$ . Analog beweisen wir die Aussagen 2. und 3. Der Anteil an Firmen,

der investiert, muss zudem für  $L \in [\underline{E}_2(n_a), \overline{E}_2(n_a)]$  die Gleichung  $n_a e_{a,2} + n_b e_{b,2} + (1 - n_a - n_b) e_{0,2} = L$  erfüllen.

ad 4. : Es ist offensichtlich, dass  $\overline{E}_2(n_a)$  in  $n_a$  streng monoton fallend ist und gegen  $e_{a,2}(\overline{\sigma}_2)$  konvergiert.  $\underline{E}_2(n_a)$  ist in  $n_a$  streng monoton steigend und strebt ebenfalls gegen  $e_{a,2}(\overline{\sigma}_2)$ . q.e.d.

Um Proposition 3.4.6 und Proposition 3.4.7 zu zeigen, wollen wir das folgende Lemma anwenden, dass den Marktpreis in der ersten Stufe beschreibt:

**Lemma A.1.1.** *Der Marktpreis für Zertifikate  $\sigma_1(n_a)$  in der ersten Stufe ist streng monoton fallend und stetig in  $n_a$ .*

Im Anschluss zeigen wir, dass der Schwellenpreis  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  nicht-fallend und stetig in  $n_a$  ist. Dazu beweisen wir folgendes Lemma:

**Lemma A.1.2.** *Der Schwellenpreis  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  ist wie folgt gegeben:*

1. *Ist  $L \geq \overline{E}_2(0)$ , so ist  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  identisch mit  $\overline{\sigma}_{0a}(\sigma_2(n_a))$  für alle  $n_a$ .  $\overline{\sigma}_1$  ist also in diesem Fall steigend in  $n_a$ .*
2. *Ist  $L \leq \underline{E}_2(0)$ , so ist  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  identisch mit  $\overline{\sigma}_{ab}(\sigma_2(n_a))$  für alle  $n_a$ .  $\overline{\sigma}_1$  ist damit auch in diesem Fall steigend in  $n_a$ .*
3. *Ist  $L \in ]\underline{E}_2(0), \overline{E}_2(0)[$ , so existieren die folgenden drei Unterfälle:*
  - (a) *Für  $L = E_M$  ist  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  identisch mit  $\overline{\sigma}_{ab}(\overline{\sigma}_2)$  für alle  $n_a$ . Der Schwellenpreis ist somit konstant.*
  - (b) *Für  $L < E_M$  sei  $\overline{n}_a$  der Anteil an Firmen, für den  $L = \underline{E}_2(\overline{n}_a)$  gilt. Für  $n_a \leq \overline{n}_a$  entspricht der Schwellenpreis  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  dem Preis  $\overline{\sigma}_{ab}(\overline{\sigma}_2)$  und ist somit unabhängig von  $n_a$ . Für  $n_a > \overline{n}_a$  ist der Preis  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  identisch mit  $\overline{\sigma}_{ab}(\sigma_2(n_a))$  und steigend. Für  $n_a = \overline{n}_a$  gilt  $\overline{\sigma}_1(n_a) = \overline{\sigma}_{ab}(\overline{\sigma}_2) = \overline{\sigma}_{ab}(\sigma_2(\overline{n}_a))$ .*
  - (c) *Für  $L > E_M$  sei  $\overline{n}_a$  der Anteil an Firmen, für den  $L = \overline{E}_2(\overline{n}_a)$  gilt. Für  $n_a \leq \overline{n}_a$  ist der Schwellenpreis  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  dann identisch mit  $\overline{\sigma}_{ab}(\overline{\sigma}_2)$  und daher unabhängig von  $n_a$ . Ist  $n_a > \overline{n}_a$ , so ist  $\overline{\sigma}_1(n_a)$  gleich  $\overline{\sigma}_{0a}(\sigma_2(n_a))$  und somit steigend. Für  $n_a = \overline{n}_a$  gilt  $\overline{\sigma}_1(n_a) = \overline{\sigma}_{ab}(\overline{\sigma}_2) = \overline{\sigma}_{0a}(\sigma_2(\overline{n}_a))$ .*

*Inbesondere folgt, dass  $\overline{\sigma}_1$  stetig ist.*

**Beweis von Lemma A.1.1:** Wir differenzieren die beiden Marktgleichungsgleichungen,  $-\frac{\partial C_i}{\partial e} = \sigma_1$ ,  $i = 0, a$  und  $L = n_a e_{a,1} + (1 - n_a) e_{0,1}$  implizit nach  $n_a$ . Dadurch ergibt sich  $-\partial^2 C_i / \partial e^2 \cdot \partial e_i / n_a = \partial \sigma_1 / \partial n_a$ ,  $i = 0, a$ , und  $0 = e_a - e_{0,1} + n_a \partial e_{a,1} / \partial n_a + (1 - n_a) \partial e_{0,1} / \partial n_a$ . Daraus folgt, dass

$$\frac{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2} \partial e_a}{\frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2} \partial n_a} = \frac{\partial e_0}{\partial n_a},$$

und damit

$$\frac{\partial e_{a,1}}{\partial n_a} = \frac{e_{0,1} - e_{a,1}}{n_a + (1 - n_a) \frac{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}}{\frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2}}} > 0.$$

Das impliziert  $\partial \sigma_1 / \partial n_a < 0$ . Insbesondere ist  $\sigma_1$  stetig. q.e.d.

**Beweis von Lemma A.1.2:** *ad 1.:* In diesem Fall ist es für alle  $n_a$  optimal, dass keine der verbleibenden Firmen Technologie  $b$  in der zweiten Stufe adoptieren. Daher stimmen die Marktpreise in beiden Stufen überein, da keine Firma Technologie  $b$  adoptiert. Durch differenzieren von  $\Delta C_{0a}(\bar{\sigma}_1(n_a), \sigma^1) = 0$  bezüglich  $n_a$  - es sei dabei festgehalten, dass  $\bar{\sigma}_1(n_a) = \bar{\sigma}_{0a}(\sigma_1)$  - erhalten wir, wenn wir das Envelope Theorem und Lemma A.1.1 anwenden, dass

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_1}{\partial n_a} = \frac{\lambda \frac{\partial \sigma_1}{\partial n_a} (e_{a,1}(\sigma_1) - e_{0,1}(\sigma_1))}{r(e_{0,1}(\bar{\sigma}_1) - e_{a,1}(\bar{\sigma}_1))} > 0.$$

*ad 2.:* In diesem Fall adoptieren für alle  $n_a$  die verbleibenden Firmen Technologie  $b$ . Das heißt, jede Firma steht vor der Entscheidung, Technologie  $a$  sofort oder Technologie  $b$  später zu adoptieren. Daher gilt  $\bar{\sigma}_1(n_a) = \bar{\sigma}_{ab}(\sigma_2)$ . Indem wir  $\Delta C_{ab}(\bar{\sigma}_1(n_a), \sigma_2) = 0$  bezüglich  $n_a$  differenzieren und das Envelope Theorem anwenden, erhalten wir:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_1}{\partial n_a} = \frac{\lambda \frac{\partial \sigma_2}{\partial n_a} (e_{a,1}(\sigma_2) - e_{b,1}(\sigma_2))}{r(e_{0,1}(\bar{\sigma}_1) - e_{a,1}(\bar{\sigma}_1))}.$$

Um zu zeigen, dass  $\partial \bar{\sigma}_1 / \partial n_a > 0$  gilt, reicht es also,  $\partial \sigma_2 / \partial n_a > 0$  zu zeigen. Indem wir die Marktgleichgewichtsbedingungen  $-\frac{\partial C_i}{\partial e} = \sigma_2$ ,  $i = a, b$ , und  $L = n_a e_{a,2} + (1 - n_a) e_{b,2}$  bezüglich  $n_a$  differenzieren, erhalten wir  $-\partial^2 C_i / \partial e^2 \cdot \partial e_{i,2} / \partial n_a = \partial \sigma_2 / \partial n_a$ ,  $i = a, b$ , und  $0 = e_{a,2} - e_{b,2} + n_a \partial e_{a,2} / \partial n_a + (1 - n_a) \partial e_{b,2} / \partial n_a$ , woraus sich  $[\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2} / \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}] \cdot [\partial e_{a,2} / \partial n_a] = \partial e_{b,2} / \partial n_a$  und damit

$$\frac{\partial e_{a,2}}{\partial n_a} = \frac{e_{b,2} - e_{a,2}}{n_a + (1 - n_a) \frac{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}}{\frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}}} < 0$$

ergibt. Offensichtlich impliziert dies  $\partial \sigma_2 / \partial n_a > 0$ .

*ad 3.:* (a) Gemäß Proposition 3.4.5 wissen wir, dass, wenn  $L = E_M$  gilt, es für alle  $n_a < 1$

zu partieller Adoption von Technologie  $b$  im Marktgleichgewicht kommt. Das impliziert, dass im Gleichgewicht alle Firmen, die nicht Technologie  $a$  adoptiert haben, indifferent sein müssen, ob sie in der zweiten Stufe Technologie  $b$  adoptieren oder nicht. Also gilt  $\sigma_2 = \bar{\sigma}_2$ . Also gilt in der ersten Stufe im Gleichgewicht  $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_{ab}(\bar{\sigma}_2) = \bar{\sigma}_{0a}(\bar{\sigma}_2)$ .

(b) Gemäß Proposition 3.4.5 existiert ein  $\bar{n}_a$ , dass die Gleichung  $L = \underline{E}(\bar{n}_a)$  erfüllt, da  $L < E_M$ . Des Weiteren kommt es für alle  $n_a < \bar{n}_a$  zu partieller Adoption in der zweiten Stufe, wohingegen für alle  $n_a \geq \bar{n}_a$  die verbleibenden Firmen Technologie  $b$  im Gleichgewicht adoptieren. In beiden Fällen gelten die gleichen Argumente wie in den vorherigen Fällen, so dass zu zeigen bleibt, dass  $\bar{\sigma}_1(n_a)$  stetig im Punkt  $\bar{n}_a$  ist. Gemäß Proposition 3.4.5 adoptiert der verbleibende Anteil von  $(1 - \bar{n}_a)$  Firmen Technologie  $b$ , und es gilt, dass  $\sigma_2$  gleich  $\bar{\sigma}_2$  ist. So ist  $\bar{n}_a$  gerade definiert. Damit sind alle  $(1 - \bar{n}_a)$  Firmen indifferent zwischen der Entscheidung, Technologie  $b$  zu adoptieren, und der Entscheidung, nicht zu investieren. Aus der Gleichheit  $\Delta C_{0b}(\bar{\sigma}_2) = 0$  folgt zudem direkt, dass  $\bar{\sigma}_1 = \bar{\bar{\sigma}}_1$  für alle  $\bar{\sigma}_1$  und  $\bar{\bar{\sigma}}_1$  mit  $\Delta C_{0b}(\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2) = 0$  und  $\Delta C_{ab}(\bar{\bar{\sigma}}_1, \bar{\sigma}_2) = 0$  gilt. Damit ist der Schwellenpreis  $\bar{\sigma}_1$  stetig in  $\bar{n}_a$ .

*ad c):* Analog zum Fall b).

**Beweis von Proposition 3.4.7:** Zunächst sei festgehalten, dass bei einem Marktgleichgewicht mit partieller Adoption der Schwellenpreis  $\bar{\sigma}$  dem Marktpreis entsprechen muss.

*ad 1.:* Ist  $L > \bar{E}_1$ , so muss der Marktpreis kleiner als der kleinstmögliche Schwellenpreis sein. Daher wird keine Firma Technologie  $a$  adoptieren.

*ad 2.:* Ist  $L < \underline{E}_1$ , so muss der Marktpreis größer sein als der höchstmögliche Schwellenpreis. Somit werden alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren.

*ad 3.:* In diesem Fall finden wir ein  $n_a$  so, dass  $E(\sigma_1(n_a)) = L = E(\bar{\sigma}(n_a))$ . Für dieses  $n_a$  ist der Zertifikatemarkt geräumt. Somit besteht für keine Firma ein Anreiz, die Entscheidung zu ändern. q.e.d.

**Beweis von Proposition 3.5.1** Zunächst zeigen wir, dass eine Lösung des Gleichungssystems, wenn existent, dem eindeutig bestimmten Gleichgewicht entspricht. Gehen wir also von einer inneren Lösung  $e_{0,2}, e_{a,2}, e_{b,2}, n_b$  aus. Angenommen, ein Anteil  $0 \leq n < n_b$  an Firmen adoptiert Technologie  $b$ . Da die linke Seite der Gleichung (3.13) in der Zahl der Firmen, die Technologie  $b$  adoptieren, fallend ist<sup>60</sup>, wäre in diesem Fall die Kosteneinsparung, die eine Firma mit konventio-

<sup>60</sup>Wobei die Werte  $e_{e,i}$  bezüglich  $n$  so gewählt sind, dass die restlichen Gleichungen weiterhin erfüllt sind.

neller Technologie durch Adoption der verbesserten Technologie erzielen könnte - diese ist gerade durch die linke Seite gegeben - größer als die Installationskosten. Dementsprechend werden weitere Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Analog folgt, dass, wenn ein Anteil von  $n_b < n \leq 1 - n_a$  Firmen Technologie  $b$  adoptiert, die Kosteneinsparung kleiner als die Adoptionskosten wäre, weswegen Firmen in diesem Fall die Entscheidung rückgängig machen wollen würden. Deswegen kann dies ebenfalls nicht im Gleichgewicht gelten.

Hat das Gleichungssystem keine innere Lösung und ist für alle  $n_b$  die linke Seite von (3.13) größer als  $F_b$ , so ist vollständige Adoption das einzig mögliche Marktgleichgewicht, da eine Firma mit konventioneller Technologie immer einen Anreiz hat, in Technologie  $b$  zu investieren. Gibt es keine innere Lösung und ist die linke Seite von (3.13) für alle  $n_b$  kleiner als  $F_b$ , so wird im Marktgleichgewicht keine Firma Technologie  $b$  adoptieren.

Die Aussagen der Proposition lassen sich mit analogen Rechnungen wie im Beweis von Proposition 3.3.1 herleiten, da  $D'(E_2^*(n_a, n_b)) > 0$  und  $w_2(n_a, n_b) > 0$ ,  $D''(E^*(n_a, n_b))(\partial E_2^*/\partial n_b) < 0$  und  $\partial w_2 \partial n_b < 0$ ,  $D''(E^*(n_a, n_b))(\partial E_2^*/\partial n_a) < 0$  und  $\partial w_2 \partial n_a < 0$ , wenn  $n_b < 1 - n_a$ , und  $D''(E^*(n_a, n_b))(\partial E_2^*/\partial n_a) > 0$  und  $\partial w_2 / \partial n_a > 0$ , wenn  $n_b = 1 - n_a$  q.e.d.

**Beweis von Proposition 3.5.2** Wie beim Beweis der vorherigen Proposition zeigen wir, dass eine innere Lösung des Gleichungssystems, wenn existent, das eindeutig bestimmte Gleichgewicht ist.

Sei dazu  $n_a$  der Anteil an Firmen, der gemäß Lösung des Gleichungssystems Technologie  $a$  adoptieren soll: Angenommen  $0 \leq n < n_a$  Firmen adoptieren Technologie  $a$ . Des Weiteren nehmen wir zunächst an, das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe beinhaltet, gegeben  $n_a$ , partielle Adoption. Dann ist dies gemäß Proposition 3.5.1 auch der Fall, wenn ein Anteil von  $n$  Firmen Technologie  $a$  adoptiert. Die linken Seiten der Gleichungen (3.17) und (3.18) sind aber, gegeben<sup>61</sup>  $n$ , größer als  $F_a$ . Daher besteht für Firmen, die noch nicht investiert haben, ein Anreiz, Technologie  $a$  zu adoptieren.

Beinhaltet, gegeben  $n_a$ , das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe entweder vollständige beziehungsweise keine Adoption von Technologie  $b$ , so lässt sich analog argumentieren, wenn für  $n$  dies auch der Fall ist. Ansonsten kommt es, gegeben  $n$ , zu partielle Adoption im Marktgleichgewicht der zweiten Stufe. In diesem Fall existiert aber ein  $n < \hat{n}_a < n_a$  so, dass sowohl (3.17), (3.17) und (3.16) beziehungsweise (3.19) erfüllt sind. Daher lässt sich wiederum analog argumentieren wie

<sup>61</sup>Die anderen Werte seien bezüglich  $n$  gemäß den entsprechenden Gleichungen gewählt.

zuvor argumentieren.

Ist  $1 \geq n > n_a$ , so lässt sich in allen möglichen Szenarien zeigen, dass Firmen ihre Entscheidung widerrufen wollen.

Sind für alle  $n_a$  die linken Seiten der relevanten Gleichungen (3.16) - (3.19) größer sind als  $F_a$ , so ist offensichtlich vollständige Adoption von Technologie  $a$  das einzige mögliche Gleichgewicht. Sind für alle  $n_a$  die linken Seiten der relevanten Gleichungen (3.16) - (3.19) kleiner als  $F_a$ , so ist das einzige Gleichgewicht das, in dem keine Firma Technologie  $a$  adoptiert.

Die Aussagen der Proposition lassen sich mit analogen Rechnungen wie im Beweis von Proposition 3.3.2 gemäß Konstruktion von  $w_1$  herleiten. q.e.d.

**Beweis von Proposition 3.6.1:** Im Folgenden seien  $E_1^*$  und  $E_2^*$  die bezüglich des Kostenpaars  $(F_a, F_b)$  sozial optimalen Gesamtemissionsniveaus beider Stufen. Der Kürze halber werden wir zudem nur  $\hat{F}_a$  und  $\tilde{F}_a$  schreiben.

Zunächst sei festgehalten, dass unabhängig vom Anteil der Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren, keine der verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptiert, wenn  $F_b > \bar{F}_b(0)$ , da für  $F_b = \bar{F}_b(0)$  die Gleichheit  $\bar{\tau}_{0b} = \tau_0$  gilt. Des Weiteren stellen wir fest, dass für  $F_b = \bar{F}_b(0)$  zudem  $E_2^* = E_0^*$  gilt, wenn  $n_a = 0$ . Des Weiteren gilt für  $F_a = \bar{F}_a(\bar{F}_b(0))$  offensichtlich  $E_a^* = E_0^*$ . Da aber für  $F_a = \bar{F}_a(\bar{F}_b(0))$  die Bedingungen erster Ordnung für das soziale Optimum mit den Gleichungen (3.9) und (3.10) übereinstimmen, gilt  $\tau_0 = D'(E_0^*) = \bar{\tau}_{0a} = \bar{\tau}_{ab}$ .

a.) : In diesem Fall gilt  $\bar{\tau}_{0b} > D'(E_0^*)$ , da  $\partial \bar{\tau}_{0b} / \partial F_b > 0$ . Daher will, unabhängig davon, wie das Gleichgewicht in der ersten Stufe aussieht, keine Firma Technologie  $b$  adoptieren. Ist  $F_a < \bar{F}_a(F_b)$ , so gilt  $\bar{\tau}_{0a} < \tau_0$ , was bedeutet, dass alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren. Wie oben erwähnt, induziert  $F_a = \bar{F}_a(F_b)$ , dass  $\bar{\tau}_{0a} = D'(E_0^*)$ . Daher sind alle Firmen indifferent zwischen der Entscheidung, Technologie  $a$  zu adoptieren und der Entscheidung, es nicht zu tun. Schließlich induziert  $F_a > \bar{F}_a(F_b)$ , dass  $\bar{\tau}_{0a} > \tau_0$ . Daher wird keine Firma Technologie  $a$  adoptieren.

b.) : Für  $F_a = \underline{F}_a(F_b)$  muss gemäß (3.9) und der entsprechenden Bedingung erster Ordnung für das soziale Optimum (A.12)  $\bar{\tau}_{ab} = D'(E_1^*)$  gelten. Offensichtlich gilt dann  $D'(E_1^*) < \tau_0$ . Fällt  $\Delta C_{ab}$ , so ist  $\Delta C_{ab}(\tau_0) < 0$ . Das bedeutet, dass  $F_a^t > \underline{F}_a(F_b)$ , denn  $\tilde{F}_a$  ist, gegeben  $F_b$ , durch  $\Delta C_{ab}(\tau_0) = 0$  definiert. Steigt  $\Delta C_{ab}$ , so gilt  $\Delta C_{ab}(\tau_0) > 0$ , und es folgt analog  $F_a^t(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$ .

c.) : Zunächst sei daran erinnert, dass  $\hat{F}_a(F_b)$  das Installationskostenniveau ist, bei dem  $\bar{F}_b(\hat{F}_a(F_b)) = F_b$  gilt. Daher ist  $\tau_{ab} = D'(E_1^*)$  für  $F_a = \hat{F}_a(F_b)$ . Es ist für dieses Kostenpaar effizient ist, dass ein

Anteil  $\hat{n}_a$  an Firmen Technologie  $a$  und keine weitere Firma Technologie  $b$  adoptiert. Wiederum sei festgehalten, dass  $D'(E_1^*) < \tau_0$ . Fällt  $\Delta C_{ab}$ , so gilt  $\Delta C_{ab}(\tau_0) < 0$  und daher  $\tilde{F}_a(F_b) > \hat{F}_a(F_b)$ . Analog folgt, dass wenn  $\Delta C_{ab}$  steigt,  $F_a^t(F_b) < \hat{F}_a(F_b)$  gilt.

*d.)* : Folgt unmittelbar. q.e.d.

**Beweis von Proposition 3.6.2** Im Folgenden seien  $E_1^*$  und  $E_2^*$  die zum Installationskostenpaar  $(F_a, F_b)$  gehörigen sozial optimalen Gesamtemissionsniveaus.

*ad 1.* : In diesem Fall adoptiert keine Firma Technologie  $b$  unabhängig vom Gleichgewicht der ersten Stufe. Daraus folgt die Aussage unmittelbar. *2.* : Für  $F_a = F_a^o(F_b)$  kommt es zu partieller Adoption von Technologie  $b$  im Marktgleichgewicht. Gemäß der Bedingung erster Ordnung des sozialen Planers und gemäß Proposition 3.4.5 entspricht der Zertifikatspreis in der zweiten Stufe dem effizienten Grenzschadensniveau  $D'(E_2^*)$ , solange partielle Adoption von Technologie  $b$  für  $n_a = 0$  effizient ist, das heißt, es ist  $F_b > \underline{F}_b$ . Das bedeutet, da in der ersten Stufe  $\sigma_1 = D'(E_0^*)$  gilt, dass  $\bar{F}_a(F_b) = F_a^o(F_b)$ , da beide durch  $\Delta C_{ab}(D'(E_0^*), D'(E_b^*)) = 0$  gegeben sind. Ist  $F_b < \bar{F}_b$ , so ist vollständige Adoption von Technologie  $b$  durch die verbleibenden Firmen optimal, das heißt, es ist  $D'(E_2^*) > \bar{\sigma}_2 = \sigma_2$ . Da für  $F_a = \bar{F}_a(F_b)$  gilt, dass  $\Delta C_{ab}(D'(E_0^*), D'(E_b^*)) = 0 > \Delta C_{ab}(D'(E_0^*), \sigma_2) = 0$ , muss die Beziehung  $F_a^o(F_b) > \bar{F}_a(F_b)$  gelten. Für  $F_a = F_a^u(F_b)$  ergibt sich  $\sigma_1 < D'(E_1^*)$  und  $\sigma_1 = \sigma_2$ , da alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren. Zudem wäre in der zweiten Stufe die Adoption von Technologie  $b$  nicht die optimale Alternative im dezentralen Fall, da  $F_b > \tilde{F}_M$ . Für  $F_b > F_M$  ist es effizient, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert. Da  $\Delta C_{0a}(D'(E_1^*), D'(E_1^*)) = 0$  erhalten wir für  $\underline{F}_a(F_b)$ , dass  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$ , da  $\Delta C_{0a}(\tau)$  in diesem Fall in  $\tau$  fallend ist. Für  $F_b < F_M$  ergibt sich, dass Adoption von Technologie  $b$  effizient ist, wohingegen das dezentrale Marktgleichgewicht beinhaltet, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert. Daher gilt für  $F_a = \bar{F}_a(F_b)$ , dass  $\Delta C_{0a}(D'(E_1^*), D'(E_1^*)) < \Delta C_{ab}(D'(E_1^*), D'(E_1^*)) = 0$ . Steigt also  $\Delta C_{ab}$ , so ist es unbestimmt, ob  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$  oder  $F_a^u(F_b) > \underline{F}_a(F_b)$ . Fällt aber  $\Delta C_{ab}$ , so ist  $\Delta C_{0a}(D'(E_1^*), D'(E_1^*)) < \Delta C_{ab}(D'(E_1^*), D'(E_1^*)) = 0$  und  $0 = \Delta C_{0a}(\sigma_1, \sigma_1) > \Delta C_{ab}(\sigma_1, \sigma_1)$ , was nur der Fall sein kann, wenn  $F_a^u(F_b) < \underline{F}_a(F_b)$ , da  $\Delta C_{0a}$  steiler als  $\Delta C_{ab}$  ist.

Zur Aussage  $n_a^* + n_b^* < n_a + n_b$ : Gilt  $n_1^* = n_1 = 0$ , so folgt die Aussage unmittelbar. Daher unterstellen wir ein Installationskostenpaar  $(F_a, F_b)$ , für das  $1 > n_a^* > 0$ ,  $1 > n_a > 0$ ,  $n_b^* > 0$  und  $n_b > 0$  gilt, und für das zudem  $n_a^* + n_b^* < 1$  gilt. Zunächst sei festgehalten, dass gemäß der Bedingung erster Ordnung des sozialen Optimums und Proposition 3.4.5 beides, der sozial optimale

Grenzscha-den und der Zertifikatepreis, gleich dem Schwellenpreis  $\bar{\sigma}_2$  ist, der wiederum nur von  $F_b$  abhängt. Weiterhin sei festgehalten, dass für  $n_a > 0$  und  $n_a^* > 0$  auch  $\sigma_1 = \bar{\sigma}_1 = D'(E_1^*)$  gilt. Nehmen wir also an, dass  $n_a^* + n_b^* \geq n_a + n_b$  gelte. Das kann aber hier nur der Fall sein, wenn  $n_a + n_b < 1$  möglich ist. Da aber  $L > E_1^*$ , muss  $n_a < n_a^*$  gelten. Dies wiederum induziert, dass  $n_b^* + n_a^* - n_a \geq n_b$ . Selbst bei Gleichheit würde sich dann aber  $E < E_b^* < L$  ergeben, da der Zertifikatepreis gleich  $D'(E_2^*)$  ist. Angenommen  $n_a + n_b = 1$ . Das würde  $\bar{\sigma}_2 \leq D'(E_2^*)$  induzieren, womit  $\sigma_2 \leq D'(E_2^*)$  wäre.

3. : Das Resultat bezüglich  $F_a^o(F_b)$  lässt sich herleiten wie in den vorherigen Fällen. Unterstellen wir also  $F_a = F_a^u(F_b)$ . Für  $F_a = F_a^u(F_b)$  ergibt sich  $\sigma_1 < D'(E_1^*)$  und  $\sigma_1 = \sigma_2$ , da alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren, und, da  $F_b < \tilde{F}_M$ , die Adoption von Technologie  $b$  die effiziente Alternative in der zweiten Stufe ist. Also ist  $\Delta C_{ab}$  die relevante Funktion. Wir unterscheiden, ob  $\Delta C_{ab}$  fällt oder steigt. Nun ist  $\bar{F}_a(F_b)$  durch  $\Delta C_{ab}(D'(E_1^*), D'(E_1^*)) = 0$  charakterisiert, wohingegen für  $F_a = F_a^u(F_b)$   $\Delta C_{ab}(\sigma_1, \sigma_1) = 0$  gilt. Daher folgt, wenn  $\Delta C_{ab}$  steigt, dass  $F_a^u > \bar{F}_a(F_b)$ . Analog ergibt sich, dass, wenn  $\Delta C_{ab}$  fällt,  $F_a^u < \bar{F}_a$  ist. Die Aussage bezüglich  $n_a + n_b$  lässt sich analog zum vorherigen Fall beweisen.

4. : Ist  $F_b \leq F_b^u(0)$ , dann beinhaltet das Marktgleichgewicht der zweiten Stufe immer vollständige Adoption von Technologie  $b$ . Da  $F_b \leq F_b^u(0) < \bar{F}_b(0)$  gilt, muss für  $n_a = 0$  der Marktpreis  $\sigma_2$  unterhalb des effizienten Grenzscha-densniveau  $D'(E_2^*)$  liegen. Damit gilt wie oben  $F_a^o(F_b) > \bar{F}_a(F_b)$ . Wiederum folgt, wie zuvor,  $F_a^u(F_b) < \bar{F}_a(F_b)$ , wenn  $\Delta C_{ab}$  fällt, und  $F_a^u(F_b) < \bar{F}_a(F_b)$ , wenn  $\Delta C_{ab}$  steigt. Der Rest ergibt sich unmittelbar.q.e.d.

### Beweise zum Teilabschnitt 3.6.3

1. Wir zeigen, dass, wenn  $n_a > 0$ ,  $n_b > 0$  und  $n_a + n_b < 1$ ,  $F_a > F_a^*$  und  $F_b < F_b^*$  gilt, wobei  $(F_a, F_b)$  und  $(F_a^*, F_b^*)$  die Kostenpaare bezüglich  $(n_a, n_b)$  beim Marktgleichgewicht beziehungsweise beim sozialen Optimum seien: Der myopische Regulator wählt  $L_a$  bezüglich  $F_a$  gemäß  $\Delta C_{0a}(D'(L_a), D'(L_a)) = 0$ . Wir zeigen als erstens  $E_1^*(F_a, F_b) > L_a > E_2^*(F_a, F_b)$ . Sei nun  $\tilde{F}_b = \bar{F}_b(F_a)$ . Dann ist  $F_b < \tilde{F}_b$  (vergleiche Abbildung 3.9 beziehungsweise 3.10). Nun ist gemäß Proposition 3.3.2  $\partial n_a^* / \partial F_b < 0$ . Dementsprechend gilt  $E_1^*(F_a) > L_a$ . Für  $\tilde{F}_b$  gilt zudem  $n_b^* = 0$  und  $L_a = E_2^*(F_a, \tilde{F}_b)$ . Also folgt  $L_a > E_2^*(F_a, F_b)$ . Es gilt aber  $\sigma_1 = \bar{\sigma}_1 = D'(E_1^*(F_a, F_b))$  und  $\sigma_2 = \bar{\sigma}_2 = D'(E_1^*(F_a, F_b))$ . Damit muss aber im Punkt  $(F_a, F_b)$   $n_a > n_a^*$  und  $n_b < n_b^*$  gelten. Also gilt gemäß den Propositionen 3.3.1 und 3.3.2  $F_b^* < F_b$  und  $F_a^* > F_a$ .

2.: Wir zeigen, dass, wenn  $n_a > 0$  und  $n_b = 1 - n_a$ ,  $F_a > F_a^*$  für gleiches  $F_b$  gilt, wobei wiederum  $(F_a, F_b)$  und  $(F_a^*, F_b)$  die zugehörigen Kostenpaare seien: Zunächst zeigen wir, dass  $E_2^* < L_a < E_1^*$  gilt, wenn der Anteil  $n_a$  der Firmen Technologie  $a$ , der Rest Technologie  $b$  adoptiert. Dazu sei  $\underline{F}_a$  das Kosteniveau, für das vollständige Adoption von Technologie  $a$  aus Sicht des myopischen sozialen Planers optimal ist.

a.) : Es sei  $F_a > \bar{F}_a$ . Für  $\tilde{F}_b = \bar{F}_b(F_a)$  gilt dann  $L_a = E_1^*(F_a, \tilde{F}_b) = E_2^*(F_a, \tilde{F}_b)$ . Gehen wir auf das Paar  $(F_a, \underline{F}_b(F_a))$  über, sinkt der Anteil  $\tilde{n}_a$  der Firmen, die Technologie  $a$  adoptieren sollen. Er sinkt weiter, wenn wir auf  $(F_a, F_b)$  übergehen. Daher ist  $E_2^* < L_a < E_1^*$ .

b.) Es sei  $F_a < \bar{F}_a$ . Wir wählen  $\tilde{F}_b$  so, dass  $F_a = \underline{F}_a(\tilde{F}_b)$  gilt. Dann folgt  $L_a = E_1^*(F_a, \tilde{F}_b) = E_2^*(F_a, \tilde{F}_b)$ . Da  $\tilde{F}_b > F_b$  ist  $E_1^*(F_a, F_b) > L_a > E_2^*(F_a, F_b)$ .

Dementsprechend ist in beiden Fällen  $\sigma_1 > D'(E_1^*)$  und  $\sigma_2 < D'(E_2^*)$ . Da  $\Delta C_{ab}(D'(E_1^*), D'(E_2^*)) = 0$  für  $(F_a, F_b)$ , ist  $\Delta C_{ab}(\sigma_1, \sigma_2) < 0$  für  $(F_a, F_b)$ . Daher ist  $F_a > F_a^*$ , da  $\Delta C_{ab}(\sigma_1, \sigma_2) = 0$  für  $(F_a^*, F_b)$ .

**Beweis von Proposition 3.7.1 Zertifikatfall:** Wir wollen die Ergebnisse des Abschnitts 3.5 anwenden. Dazu betrachten wir gegeben  $L_1, L_2, n_a$  und  $n_b$  den Gleichgewichtspreis für Zertifikate in beiden Stufen. Dieser erfüllt offensichtlich die Bedingungen der Gleichgewichtspreisfunktionen  $w_i, i = 1, 2$ , die im Abschnitt 3.5 betrachtet wird. Daher lassen sich die Ergebnisse des Kapitel übernehmen und wir müssen nur noch zeigen, dass die effiziente Allokation ein teilspeilperfektes Gleichgewicht ist, wenn der Regulator glaubhaft ankündigt, Zertifikate in der Menge  $L_1 = E_1^*$  und  $L_2 = E_2^*$  auszugeben. Dieses ist offensichtlich der Fall, da für  $w_1 = D'(E_1^*), w_2 = D'(E_2^*), n_a = n_a^*, n_b = n_b^*$  und  $e_{i,j} = e_{i,j}^*, i = 0, a, b, j = 1, 2$  sich genau die Bedingungen erster Ordnung ergeben. Damit wird auch der Regulator keine andere Wahl treffen, da  $L_1 = E_1^*$  und  $L_2 = E_2^*$  die Wohlfahrt maximiert.

*Steuerfall:* Wir betrachten zunächst die Fälle, in denen es effizient ist, dass alle Firmen eine der Technologien adoptieren.

Der erste Fall ist  $F_a > \bar{F}_a(F_b)$  und  $F_b > \bar{F}_b(F_a)$ . In diesem Fall wäre es effizient, dass alle Firmen die konventionelle Technologie in beiden Stufen nutzen. Wenn wir die Bedingungen erster Ordnung in diesem Fall betrachten und mit den Definitionsgleichungen von  $\bar{\tau}_{0a}$  und  $\bar{\tau}_{0b}$  vergleichen, dann ergibt sich  $\bar{\tau}_{0a} > D'(E_0^*) = \tau_1$  und  $\bar{\tau}_{0b} > D'(E_0^*) = \tau_2$ .

Der zweite Fall ist  $F_a > \bar{F}_a(F_b)$  und  $F_b < \underline{F}_b(F_a)$ . In diesem Fall wäre es effizient, dass alle Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Wenn wir die Bedingungen erster Ordnung in diesem Fall betrachten

und mit den Definitionsgleichungen von  $\bar{\tau}_{0a}$  und  $\bar{\tau}_{0b}$  vergleichen, dann ergibt sich  $\bar{\tau}_{0a} > D'(E_0^*) = \tau_1$  und  $\bar{\tau}_{0b} < D'(E_2^*) = \tau_2$ .

Der dritte Fall ist  $F_a < \underline{F}_a(F_b)$  und  $F_b > \bar{F}_b(F_a)$ . In diesem Fall würde der Regulator, wenn er die Steuer in beiden Stufen auf das Niveau des effizienten Grenzschadens setzt, ein Ein-Steuer-Programm mit  $\tau = \tau_1 = \tau_2$  verfolgen. Wenn wir die Bedingungen erster Ordnung betrachten und mit den Definitionsgleichungen von  $\bar{\tau}_{0a}$  und  $\bar{\tau}_{0b}$  vergleichen, dann ergibt sich  $\bar{\tau}_{0a} < D'(E_1^*) = \tau$  und  $\bar{\tau}_{0b} > D'(E_1^*) = \tau$ .

Der vierte Fall ist  $F_a < \underline{F}_a(F_b)$  und  $F_b \leq \bar{F}_b(F_a)$ . In diesem Fall würde der Regulator, wenn er die Steuer in beiden Stufen auf das Niveau des effizienten Grenzschadens setzt, wieder ein Ein-Steuer-Programm mit  $\tau = \tau_1 = \tau_2$  verfolgen. In diesem Fall ergibt sich, dass  $\bar{\tau}_{0a} < D'(E_1^*) = \tau$  und, dass  $D'(E_1^*) = \tau$  eingesetzt in die Bestimmungsgleichung von  $\bar{\tau}_{ab}$  einen negativen Wert ergibt. Ist  $C_{ab}$  fallend, so muss  $\bar{\tau}_{ab} < D'(E_1^*)$  gelten, was gemäß Abschnitt 5.5.1 zur Adoption von Technologie  $a$  führt. Ist  $C_{ab}$  steigend, so muss  $\bar{\tau}_{ab} > D'(E_1^*)$  gelten, was gemäß Abschnitt 5.5.1 wiederum zur Adoption von Technologie  $a$  führt.

In allen anderen Fällen würde der effiziente Grenzschaden in mindestens einer Stufe entweder der Schwellensteuer  $\bar{\tau}_{0a}$  oder der Schwellensteuer  $\bar{\tau}_{0b}$  entsprechen, so dass die Firmen gemäß Abschnitt 5.5.1 indifferent zwischen verschiedenen Strategien wären. q.e.d.

**Beweis von Proposition 3.7.2: Steuerfall:** Wir werden die Ergebnisse des Abschnitts 3.5 anwenden. Angenommen also, der Regulator setzt ex post  $\tau_1(n_a) = D'(E_1^*(n_a))$  in der ersten und  $\tau_2(n_a, n_b) = D'(E_2^*(n_a, n_b))$  in der zweiten Stufe. Offensichtlich erfüllen  $w_1 = \tau_1$  und  $w_2 = \tau_2$  unsere Voraussetzungen. Damit muss nur noch gezeigt werden, dass die effiziente Allokation ein und damit das Gleichgewicht ist. Damit wäre es automatisch auch teilspielperfekt, da der Regulator in beiden Stufen nicht von seiner Setzung abweichen würde, da sich das effiziente (erwartete) Wohlfahrtsniveau in beiden Stufen ergibt. Für  $n_a = n_a^*$  und  $n_b = n_b^*$  entsprechen aber  $\tau_1$  und  $\tau_2$  dem Niveau des optimalen Grenzschadens. In diesem Fall wählte eine Firma mit Technologie  $i = 0, a$  in der ersten beziehungsweise  $i = 0, a, b$  in der zweiten Stufe das Emissionsniveau  $e_{i,1}^*$  beziehungsweise  $e_{i,2}^*$ . Also besteht in beiden Stufen weder ein Anreiz für weitere Firmen, Technologie zu adoptieren, noch ein Anreiz für Firmen, ihre Entscheidung zu widerrufen.

*Zertifikatefall:* Wir nehmen an, dass der Regulator  $L_1(n_a) = E_1^*(n_a)$  Zertifikate in der ersten und  $L_2(n_a, n_b) = E_2^*(n_a, n_b)$  Zertifikate in der zweiten Stufe ausgibt. Offensichtlich erfüllt der daraus

resultierende Zertifikatspreis die Voraussetzungen des Abschnitts 3.5. Also können wir analog zum Steuerfall argumentieren.q.e.d.

**Beweis von Proposition 3.8.2** Im Folgenden schreiben wir verkürzend  $E$  anstatt von  $E_2$  und  $C_i(x, e_{i,2}^x)$  oder, wenn es keine Unklarheiten gibt,  $C_i(x)$  anstatt von  $C_i(\theta_i, x, e_{i,2}^x)$ , wobei  $e_{i,2}^x$  das von der Firma  $x \in [0, 1]$  in der zweiten Stufe gewählte Emissionsniveau sei, wenn die Firma Technologie  $i = 0, a, b$  verwendet.

Für  $i = 0, b$  seien des Weiteren  $\mu_i$  die Kuhn-Tucker Multiplikatoren bezüglich  $x_i \geq 0$  und  $\nu$  sei der Lagrange Multiplikator bezüglich  $1 = x_0 + x_a + x_b$ . Dann lauten die Bedingungen erster Ordnung der zweiten Stufe:

$$\frac{\partial C_i}{\partial e}(x, e_{i,2}^x) + D'(E) = 0, \quad i = 0, a, b, x \in [0, 1] \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{1}{r}(C_0 + e_{0,2}D'(E)) - \mu_0 - \nu = 0, \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{1}{r}(C_b(x_a + x_b) + e_{b,2}^{x_1+x_2}D'(E)) + F(x_a + x_b) + F_a - \mu_b - \nu = 0. \quad (\text{A.16})$$

und

$$E = \int_0^{x_a} e_{a,2}^x dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} e_{b,2}^x dx + x_0 e_{0,2}. \quad (\text{A.17})$$

Indem wir  $\nu$  eliminieren, erhalten wir

$$\frac{1}{r}(C_b(x_a + x_b) - C_0 + (e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2})D'(E)) + F(x_a + x_b) + F_b - \mu_b + \mu_0 = 0, \quad (\text{A.18})$$

Wir unterstellen eine innere Lösung, das heißt  $\mu_0 = \mu_b = 0$ . Indem wir das Gleichungssystem (A.14), (A.15) und (A.18) bezüglich  $F_b$  differenzieren und das Envelopetheorem anwenden, erhalten wir:

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(x) \frac{\partial e_{i,2}^x}{\partial F_b} + D''(E) \frac{\partial E}{\partial F_b} = 0, \quad i = 0, a, b, x \in [0, 1] \quad (\text{A.19})$$

und

$$\frac{1}{r} \left( \frac{\partial C_i}{\partial x}(x_a + x_b) \frac{\partial x_b}{\partial F_b} + (e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2})D''(E) \frac{\partial E}{\partial F_b} \right) + F'(x_a + x_b) \frac{\partial x_b}{\partial F_b} + 1 = 0 \quad (\text{A.20})$$

Wir bestimmen zunächst  $\partial e_{i,2}^x / \partial x_b$  und  $\partial E / \partial x_b$  für alle  $i = 0, a, b$  und  $x \in [0, 1]$ . Offensichtlich gilt:

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(x) \frac{\partial e_{i,2}^x}{\partial x_b} + D''(E) \frac{\partial E}{\partial x_b} = 0, \quad i = 0, a, b, x \in [0, 1]$$

und damit

$$\frac{\partial e_{i,2}^x}{\partial x_b} = \frac{\frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial e_{b,2}^{x_b}}{\partial x_b}}{\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(x)}, \quad i = 0, a, b, x \in [0, 1] \quad (\text{A.21})$$

Des Weiteren gilt:

$$\frac{\partial E}{\partial x_2} = (e_{b,2}^{x_b} - e_{0,2}) + \int_0^{x_a} \frac{\partial e_{a,2}^x}{\partial x_B} dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{\partial e_{b,2}^x}{\partial x_b} dx + (1 - x_a - x_b) \frac{\partial e_{0,2}}{\partial x_b}$$

Mit Hilfe dieser drei Gleichungen lässt sich herleiten, dass:

$$0 = \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial e_{b,2}^{x_b}}{\partial x_b} + D''(E)(e_{b,2}^{x_b} - e_{0,2}) \\ + D''(E) \frac{\partial e_{b,2}^{x_b}}{\partial x_b} \left( \int_0^{x_a} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x) dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x) dx + (1 - x_a - x_b) \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2} \right)$$

Also gilt:

$$\frac{\partial e_{b,2}^{x_b}}{\partial x_b} = \frac{D''(E)(e_{0,2} - e_{b,2}^{x_b})}{\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(x_b) + D''(E) \left( \int_0^{x_a} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x) dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x) dx + (1 - x_a - x_b) \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2} \right)}.$$

Offensichtlich sind sowohl Zähler als auch Nenner positiv. Daher ist  $\partial e_{b,2}^{x_b}/\partial x_b > 0$  gemäß (A.21), was  $\partial e_{i,2}^x/\partial x_b > 0$  für alle  $i = 0, a, b$  und  $x \in [0, 1]$  sowie  $\partial E/\partial x_b < 0$  impliziert. Da  $\partial E/\partial F_b = \partial E/\partial x_b \cdot \partial x_b/\partial F_b$  erhalten wir aufgrund von Gleichung (A.20):

$$\frac{\partial x_b}{\partial F_b} = \frac{-r}{\frac{\partial C_i}{\partial x}(x_a + x_b) + (e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2})D''(E) \frac{\partial E}{\partial x_b} + rF'(x_b)} < 0$$

Daraus folgt wie im symmetrischen Fall die Existenz des Intervalls  $[\underline{F}_b(x_a), \bar{F}_b(x_a)]$  (vergleiche Proposition 3.3.1).

Als nächstes untersuchen wir, wie sich eine Veränderung von  $x_a$  auswirkt. Wir erhalten:

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(x) \frac{\partial e_{i,2}^x}{\partial x_a} + D''(E) \frac{\partial E}{\partial x_a} = 0, \quad i = 0, a, b, \quad x \in [0, 1] \quad (\text{A.22})$$

und damit

$$\frac{\partial e_{i,2}^x}{\partial x_a} = \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial e_{b,2}^{x_b}}{\partial x_a}, \quad i = 0, a, b, \quad x \in [0, 1]$$

Weiterhin gilt:

$$\frac{\partial E}{\partial x_a} = (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a}) + (1 + \frac{\partial x_b}{\partial x_a})(e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2}) \\ + \int_0^{x_a} \frac{\partial e_{a,2}^x}{\partial x_2} dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{\partial e_{b,2}^x}{\partial x_b} dx + (1 - x_a - x_b) \frac{\partial e_{0,2}}{\partial x_b}$$

Damit ergibt sich

$$\frac{\partial E}{\partial x_a} = (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a}) + (1 + \frac{\partial x_b}{\partial x_a})(e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2}) \\ + \frac{\partial e_{b,2}^{x_b}}{\partial x_a} \left( \int_0^{x_a} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x) dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x) dx + (1 - x_a - x_b) \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x_b) \frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2} \right)$$

woraus unter Berücksichtigung von Gleichung (A.22)

$$\frac{\partial E}{\partial x_a} = \frac{(e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a}) + (1 + \frac{\partial x_b}{\partial x_a})(e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2})}{1 + D''(E) \left( \int_0^{x_a} \frac{1}{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x)} dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{1}{\frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x)} dx + (1 - x_a - x_b) \frac{1}{\frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2}} \right)}$$

folgt. Indem wir Gleichung (A.18) bezüglich  $x_a$  differenzieren, erhalten wir:

$$\left( \frac{1}{r} \frac{\partial C_b}{\partial x}(x_a + x_b) + F'(x_a + x_b) \right) \left( 1 + \frac{\partial x_b}{\partial x_a} \right) + \frac{1}{r} (e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2}) D''(E) \frac{\partial E}{\partial x_a} = 0 \quad (\text{A.23})$$

Wir setzen:

$$k := \int_0^{x_a} \frac{1}{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x)} dx + \int_{x_a}^{x_a+x_b} \frac{1}{\frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x)} dx + (1 - x_a - x_b) \frac{1}{\frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2}}$$

Es ist  $k > 0$ . Aus den letzten zwei Gleichungen folgt dann:

$$1 + \frac{\partial x_b}{\partial x_a} = \frac{D''(E)(e_{b,2}^{x_a} - e_{a,2}^{x_a})(e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2})}{((1 + D''(E) \cdot k) \cdot (\frac{\partial C_b}{\partial x}(x_a + x_b) + rF'(x_a + x_b)) + D''(E) \cdot (e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2})^2)} > 0$$

Nun ist  $1 + \partial x_b / \partial x_a = \partial(x_a + x_b) / \partial x_a$ . Gemäß Gleichung (A.23) ist zudem  $\partial E / \partial x_a > 0$ . Hingegen ist  $\partial x_b / \partial x_a$  unbestimmt, denn auch wenn sowohl  $x_a$  als auch  $x_b$  steigen, kann  $E$  steigen, da Firmen mit einem höheren Index die schlechteren Vermeidungskapazitäten haben. Betrachten wir jedoch nur eine Asymmetrie bezüglich der Installationskosten, so muss  $x_b$  sinken, da nun ein Anstieg von  $x_a$  und  $x_b$  auf jeden Fall zu einem Rückgang von  $E$  führen muss.

Im nächsten Schritt untersuchen wir, wie sich die obere und untere Grenze des Intervalls verändert, wenn  $x_a$  steigt. Zunächst betrachten wir  $\bar{F}_b(x_a)$ . Indem wir (A.18) bezüglich  $x_a$  differenzieren und dabei  $x_b = 0$  halten, erhalten wir:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial C_b}{\partial x}(x_a) + \frac{1}{r} (e_{b,2}^{x_a} - e_{0,2}) D''(\bar{E}(x_a)) \frac{\partial \bar{E}}{\partial x_a} + F'(x_a) + \frac{\partial \bar{F}_b}{\partial x_a} = 0,$$

wobei

$$\bar{E}(x_a) = \int_0^{x_a} e_{a,2}^x dx + (1 - x_a) e_{0,2}$$

.

Um das Vorzeichen von  $\partial \bar{E} / \partial x_a$  zu bestimmen, differenzieren wir die letzte Gleichung und (A.14) bezüglich  $x_a$  und erhalten:

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}(x) \frac{\partial e_{i,2}^x}{\partial x_a} + D''(\bar{E}) \frac{\partial \bar{E}}{\partial x_a} = 0, \quad i = 0, a, x \in [0, 1]$$

und

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial x_a} = e_{a,2}^{x_a} - e_{0,2} + \int_0^{x_1} \frac{\partial e_{a,2}^{x_a}}{\partial x_a} dx + (1 - x_a) \frac{\partial e_{0,2}}{\partial x_a}.$$

Also gilt

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial x_a} = e_{a,2}^{x_a} - e_{0,2} - D''(E) \frac{\partial \bar{E}}{\partial x_a} \left( \int_0^{x_a} \frac{1}{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x)} dx + (1-x_a) \frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2} \right),$$

und damit

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial x_a} = \frac{e_{a,2}^{x_a} - e_{0,2}}{1 + D''(\bar{E}(x_a)) \left( \int_0^{x_a} \frac{1}{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x)} dx + (1-x_a) \frac{\partial^2 C_0}{\partial e^2} \right)} < 0$$

Also gilt

$$\frac{\partial \bar{F}_b}{\partial x_a} = -\left( \frac{1}{r} \frac{\partial C_2}{\partial x}(x_a) + \frac{1}{r} (e_{a,2}^{x_a} - e_{0,2}) D''(\bar{E}(x_a)) \frac{\partial \bar{E}}{\partial x_a} + F'(x_a) \right) < 0$$

Als zweites untersuchen wir  $\underline{F}_b(x_a)$ . Indem wir (A.5) bezüglich  $x_a$  unter Beachtung von  $x_b = (1-x_a)$  differenzieren, erhalten wir

$$\frac{1}{r} (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a}) D''(\underline{E}(x_a)) \frac{\partial \underline{E}}{\partial x_a} + \frac{\partial \underline{F}_b}{\partial x_a} = 0,$$

wobei hier nun

$$\underline{E}(x_a) = \int_0^{x_a} e_{a,2}^{x_a} dx + \int_{x_a}^1 e_{b,2}^{x_a} dx$$

Also gilt

$$\frac{\partial \underline{E}}{\partial x_a} = e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a} + \int_0^{x_a} \frac{\partial e_{a,2}^{x_a}}{\partial x_a} dx + \int_{x_a}^1 e_{b,2}^{x_a} dx.$$

Indem wir wie zuvor vorgehen, erhalten wir:

$$\frac{\partial \underline{E}}{\partial x_a} = \frac{e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a}}{1 + D''(\underline{E}(x_a)) \left( \int_0^{x_a} \frac{1}{\frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2}(x)} dx + \int_{x_a}^1 \frac{1}{\frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2}(x)} dx \right)} > 0$$

Daher

$$\frac{\partial \underline{F}_b}{\partial x_a} = \frac{1}{r} (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a}) D''(\underline{E}(x_a)) \frac{\partial \underline{E}}{\partial x_a} > 0.$$

Da, wenn  $x_a$  gegen 1 geht, sowohl  $\underline{E}(x_a)$  als auch  $\bar{E}(x_a)$  gegen  $e_{a,2}^1$  konvergieren, wie im Fall symmetrischer Firmen auch die Grenzen gegen den gleichen Wert  $F_M$  gehen.

**Beweis von Proposition 3.8.3** Wir vereinbaren bezüglich  $C$  die gleichen Kurzschreibweisen wie im vorherigen Beweis.

Wir betrachten zunächst den Fall  $F_b > \bar{F}_b(0)$ . Für alle  $x_a$  ist es also effizient, dass keine Firma Technologie  $b$  in der zweiten Stufe adoptiert. Somit können wir de facto den Beweis von Proposition 3.8.2 im Fall  $x_a = 0$  anwenden.

Als zweites betrachten wir den Fall  $F_b < \underline{F}_b(0)$ . In diesem Fall ist es effizient, dass für alle  $x_a$  die verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Es ergibt sich, wenn  $x_0 = 1 - x_a$  der Anteil der Firmen, die warten, ist, folgende Bedingungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial C_i}{\partial e}(x, e_{i,1}^x) + D'(E_1) = 0, \quad i = 0, a, x \in [0, 1] \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{1}{\lambda + r}(C_0(e_{0,1}) + e_{0,1}D'(E_1)) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r}(C_b(x_0 + x_a, e_{b,2}^{x_0+x_a}) + e_{b,2}^{x_0+x_a}D'(E_2)) + \frac{\lambda}{\lambda + r}F_b - \mu_0 - \nu = 0, \quad (\text{A.25})$$

und

$$0 = \frac{1}{\lambda + r}(C_a(x_a, e_{a,1}^{x_a}) + e_{a,1}^{x_a}D'(E_1)) + F_a + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r}(C_a(x_a, e_{a,2}^{x_a}) + e_{a,2}^{x_a}D'(E_2)) \\ C_b(x_0 + x_a, e_{b,2}^{x_0+x_a}) - C_b(x_a, e_{b,2}^{x_a}) + (e_{b,2}^{x_0+x_a} - e_{b,2}^{x_a})D'(E_2) - \mu_a - \nu \quad (\text{A.26})$$

Indem wir  $\nu$  eliminieren, erhalten wir:

$$0 = \frac{1}{\lambda + r}(C_a(x_a, e_{a,1}^{x_a}) - C_0(e_{0,1}) + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1})D'(E_1)) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r}(C_a(x_a, e_{a,2}^{x_a}) - C_b(x_a, e_{b,2}^{x_a}) + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D'(E_2)) + F_a - \frac{\lambda}{\lambda + r}F_b - \mu_a + \mu_0$$

Wir gehen von einer inneren Lösung aus, das heißt  $\mu_0 = \mu_a = 0$ , und multiplizieren die letzte Gleichung mit  $r(\lambda + r)$ . So erhalten wir:

$$0 = r(C_a(x_a, e_{a,1}^{x_a}) - C_0(e_{0,1}) + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1})D'(E_1)) \\ + C_a(x_a, e_{a,2}^{x_a}) - C_b(x_a, e_{b,2}^{x_a}) + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D'(E_2) + r(\lambda + r)F_a - rF_b \quad (\text{A.27})$$

Indem wir Gleichung (A.27) bezüglich  $F_a$  differenzieren, erhalten wir:

$$0 = r \left[ \frac{\partial C_1}{\partial x}(x_a, e_{a,1}^{x_a}) \frac{\partial x_a}{\partial F_a} + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1})D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} \right] + r(\lambda + r) \\ + \left( \frac{\partial C_a}{\partial x}(x_a, e_{a,2}^{x_a}) - \frac{\partial C_b}{\partial x}(x_a, e_{b,2}^{x_a}) \right) \frac{\partial x_a}{\partial F_a} + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D''(E_2) \frac{\partial E_2}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} \quad (\text{A.28})$$

Analog wie wir  $\partial E_2/\partial x_b < 0$  im Beweis von Proposition 3.8.2 hergeleitet haben, können wir hier  $\partial E_1/\partial x_a < 0$  und damit  $\partial e_{i,1}^x/\partial x_1 > 0$  für alle  $x \in [0, 1]$  und  $i = 0, a$  folgern. Da  $E_2 = \underline{E}_2(x_a)$  ist, gilt, wie im Beweis von Proposition 3.8.2 gezeigt,  $\partial E_2/\partial x_a > 0$  und  $\partial e_{i,2}^x/\partial x_1 < 0$  für alle  $x \in [0, 1]$ ,  $i = a, b$ . Da aber

$$\frac{\partial x_a}{\partial F_a} = \frac{-r(\lambda + r)}{k}$$

wobei

$$k = r \left( \frac{\partial C_a}{\partial x}(x_a, e_{a,1}^{x_a}) + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1})D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \right) \\ + \frac{\partial C_a}{\partial x}(x_a, e_{a,2}^{x_a}) - \frac{\partial C_b}{\partial x}(x_a, e_{b,2}^{x_a}) + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D''(E_2) \frac{\partial E_2}{\partial x_a}, \quad (\text{A.29})$$

erhalten wir  $\partial x_a / \partial F_a > 0$ , da gemäß Annahme  $\partial C_a / \partial x - \partial C_b / \partial x > 0$ . Analog zum Fall mit symmetrischen Firmen lässt sich daraus die Existenz eines Intervalls  $[\underline{F}, \overline{F}]$  folgern, das alle inneren Lösungen repräsentiert.

Als letztes betrachten wir den Fall  $F_b \in [\underline{F}_b(0), \overline{F}_b(0)]$ . Abhängig davon, ob  $F_b > F_M$  oder  $F_b < F_M$  finden wir ein  $\hat{x}_a < 1$  so, dass entweder  $F_b = \underline{F}_b(\hat{x}_a)$  oder  $F_b = \overline{F}_b(\hat{x}_a)$  gilt.

Die Bedingungen erster Ordnung für  $x_a < \hat{x}_a$  lauten:

$$\frac{\partial C_i}{\partial e}(x, e_{i,1}^x) + D'(E_1) = 0, \quad i = 0, a, x \in [0, 1] \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{1}{\lambda + r}(C_0(e_{0,1}) + e_{0,1}D'(E_1)) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r}(C_0(e_{0,2}) + e_{0,2}D'(E_2)) - \mu_0 - \nu = 0,$$

und

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{1}{\lambda + r}(C_a(x_a, e_{a,1}^{x_a}) + e_{a,1}^{x_a}D'(E_1)) + F(x_a) + F_a \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r}(C_a(e_{a,2}^{x_a}) - C_b(e_{b,2}^{x_a}) + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D'(E_2)) \\ & + C_b(x_a + x_b, e_{b,2}^{x_a+x_b}) + e_{b,2}^{x_a+x_b}D'(E_2)) - F(x_a) + F(x_a + x_b) - \mu_a - \nu \end{aligned}$$

Wir eliminieren  $\nu$ , multiplizieren die dabei entstehende Gleichung mit  $r(\lambda + r)$  und gehen von einer inneren Lösung aus. So ergibt sich:

$$\begin{aligned} 0 = & r(C_1(x_a, e_{a,1}^{x_a}) - C_0(e_{0,1}) + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1})D'(E_1)) + r(\lambda + r)(F(x_a) + F_a) \\ & + C_a(x_a, e_{a,2}^{x_a}) - C_b(x_a, e_{b,2}^{x_a}) + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D'(E_2) - rF(x_a) \\ & + C_b(x_a + x_b, e_{b,2}^{x_a+x_b}) - C_0(e_{0,2}) + (e_{b,2}^{x_a+x_b} - e_{0,2})D'(E_2)) + rF(x_a + x_b) \end{aligned}$$

Der letzte Teil der Gleichung ist gemäß Gleichung (A.18) gleich  $-rF_b$ . Also gilt

$$\begin{aligned} 0 = & r(C_a(x_a, e_{a,1}^{x_a}) - C_0(e_{0,1}) + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1})D'(E_1)) + r(\lambda + r)(F(x_a) + F_a) \\ & + \lambda(C_a(x_a, e_{a,2}^{x_a}) - C_b(x_a, e_{b,2}^{x_a}) + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D'(E_2)) - \lambda rF(x_a) - \lambda rF_b \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Indem wir diese Gleichung bezüglich  $F_a$  differenzieren, erhalten wir;

$$\begin{aligned} 0 = & r\left(\frac{\partial C_a}{\partial x}(x_a, e_{a,1}^{x_a})\frac{\partial x_a}{\partial F_a} + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1})D''(E_1)\frac{\partial E_1}{\partial x_a}\frac{\partial x_a}{\partial F_a}\right) + r(\lambda + r)(F'(x_a)\frac{\partial x_a}{\partial F_a} + 1) \\ & + \lambda\left(\frac{\partial C_a}{\partial x}(x_a, e_{a,2}^{x_a})\frac{\partial x_a}{\partial F_a} - \frac{\partial C_b}{\partial x}(x_a, e_{b,2}^{x_a})\frac{\partial x_a}{\partial F_a} + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a})D''(E_2)\frac{\partial E_2}{\partial x_a}\frac{\partial x_a}{\partial F_a}\right) \\ & - r\lambda F'(x_a)\frac{\partial x_a}{\partial F_a}. \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Wie man leicht sieht, gilt  $\partial E_1 / \partial x_a < 0$  und gemäß Proposition (3.8.2) gilt  $\partial E_2 / \partial x_a > 0$ . Also gilt:

$$\frac{\partial x_a}{\partial F_a} = \frac{-r(\lambda + r)}{k}, \quad (\text{A.33})$$

wobei hier

$$k = r \left( \frac{\partial C_a}{\partial x}(x_a, e_{a,1}^{x_a}) + (e_{a,1}^{x_a} - e_{0,1}) D''(E_1) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} + r^2 F'(x_a) \right) \\ + \lambda \left( \frac{\partial C_a}{\partial x}(x_a, e_{a,2}^{x_a}) - \frac{\partial C_b}{\partial x}(x_a, e_{b,2}^{x_a}) + (e_{a,2}^{x_a} - e_{b,2}^{x_a}) D''(E_2) \frac{\partial E_2}{\partial x_a} \right)$$

Also gilt aufgrund der getroffenen Annahmen  $\frac{\partial x_a}{\partial F_a} < 0$ .

Der Rest ergibt sich analog zum Fall mit symmetrischen Firmen

## A.2 Beweise zu Kapitel 4

Für die folgenden Beweise benötigen wir folgendes Hilfslemma

**Lemma A.2.1.** *Aus Annahme 4.1.2 folgt*

$$\sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \cdot \sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} - \left( \sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right)^2 > 0$$

für alle  $\xi_0, \xi_a, \xi_b > 0$  mit  $\sum_{i=0,a,b} \xi_i = 1$ .

**Beweis:** Setze für  $i = 0, a, b$

$$A_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \\ \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \end{pmatrix}$$

Es ist  $A_i = D^2 C(q, e)$ . Gemäß Annahme 4.1.2 ist  $A_i$  eine positiv definite Matrix. Dann ist jedoch für alle  $\xi_0, \xi_a, \xi_b > 0$  mit  $\sum_{i=0,a,b} \xi_i = 1$  die Matrix  $A := \sum_{i=0,a,b} \xi_i A_i$  positiv definit, da die konvexe Summe zweier positiv definiten Matrizen wieder positiv definit ist. Damit ist aber

$$\det(A) = \sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \cdot \sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} - \left( \sum_{i=0,a,b} \xi_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right)^2 > 0$$

**Beweis von Lemma 4.2.1:** Im Folgenden werden wir der Übersichtlichkeit halber den Index 2 für die zweite Stufe weglassen. Das heißt, wir schreiben zum Beispiel  $e_a$  anstatt von  $e_{a,2}$ ,  $E$  anstatt von  $E_2$  usw.

Es seien  $x_a$  und  $x_{0b}$  gegeben. Weiterhin setzen wir  $x_0 := 1 - x_a - x_{0b}$ . Des Weiteren definieren wir  $x_b = x_{0b} + x_{ab}$ <sup>62</sup>. Die Output- und Inputniveaus der Firmen  $q_i$  und  $e_i$  sind durch die Gleichungen

$$\frac{\partial C_i}{\partial e}(q_i, e_i) + V'(E) = 0, \quad i = 0, a, b$$

<sup>62</sup>Ist  $x_{ab} = 0$ , so gilt  $x_b = x_{0b}$ .

$$P(Q) - \frac{\partial C_i}{\partial q}(q_i, e_i) = 0, \quad i = 0, a, b$$

gegeben. Dieses sind die Verallgemeinerungen der bekannten Regeln 'Grenzvermeidungskosten gleich Grenzscha-den' beziehungsweise 'Preis gleich Grenzkosten'. Für die aggregierten Niveaus gilt  $E = \sum_{i=0,a,b} x_i e_i$  und  $Q = \sum_{i=0,a,b} x_i q_i$ . Indem wir diese Gleichungen nach  $x_{0b}$  differenzieren, erhalten wir:

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.34})$$

$$P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} - \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} - \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.35})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} = q_b - q_0 + \sum_{i=0,a,b} x_i \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{\partial E}{\partial x_{0b}} = e_b - e_0 + \sum_{i=0,a,b} x_i \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} \quad (\text{A.37})$$

Aus den Gleichungen (A.34) und (A.35) ergibt sich für  $i = 0, a, b$

$$\begin{pmatrix} P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \\ -V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \\ \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} \\ \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} \end{pmatrix}$$

Indem wir die Matrix invertieren, erhalten wir:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} / k_i & -\frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} / k_i \\ -\frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} / k_i & \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} / k_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \\ -V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} \\ \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} \end{pmatrix}$$

wobei  $k_i := \frac{\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}}{\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} - \left(\frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e}\right)^2}$ . Aufgrund von Annahme 4.1.2 gilt  $k_i > 0$ . Also erhalten wir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} &= \frac{1}{k_i} \left[ P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right] \\ \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} &= \frac{-1}{k_i} \left[ V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} - P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right] \end{aligned}$$

Indem wir diese Gleichungen in die Gleichungen (A.36) und (A.37) einsetzen, ergibt sich:

$$\frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} = \underbrace{\frac{q_b - q_0}{1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}}}_{:=K_1} + \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \underbrace{\left[ V''(E) \frac{\sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q}}{1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}} \right]}_{:=K_2}$$

und

$$\frac{\partial E}{\partial x_{0b}} = \underbrace{\frac{e_b - e_0}{1 + V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2}}}_{:=K_3} + \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \underbrace{\left[ -P'(Q) \frac{\sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q}}{1 + V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2}} \right]}_{:=K_4}$$

In Kurzschreibweise ergibt sich  $\frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} = K_1 + \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} K_2$  und  $\frac{\partial E}{\partial x_{0b}} = K_3 + \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} K_4$ . Daher gilt

$$\frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} = \frac{K_1 + K_2 K_3}{1 - K_2 K_4} \quad (\text{A.38})$$

und

$$\frac{\partial E}{\partial x_{0b}} = \frac{K_3 + K_4 K_1}{1 - K_2 K_4} \quad (\text{A.39})$$

Es ist  $K_1 > 0$ ,  $K_2 < 0$ ,  $K_3 < 0$  und  $K_4 < 0$ . Aufgrund der Annahme 4.1.2 folgt  $1 - K_2 K_4 > 0$ <sup>63</sup>

Analog ergibt sich

$$\frac{\partial Q}{\partial x_a} = \frac{\tilde{K}_1 + K_2 \tilde{K}_3}{1 - K_2 K_4}$$

und

$$\frac{\partial E}{\partial x_a} = \frac{\tilde{K}_3 + K_4 \tilde{K}_1}{1 - K_2 K_4}$$

wobei  $\tilde{K}_1 = \frac{q_a - q_0}{1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}} < K_1$  und  $\tilde{K}_3 = \frac{e_a - e_0}{1 + V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2}} > K_3$ . Daraus folgen unsere Behauptungen.

*ad 2.)* : Wir können analog wie in 1.) vorgehen, wenn wir beachten, dass die Gleichungen (A.36) und (A.37) durch folgende Gleichungen ersetzt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x_a} &= q_a - q_b + x_a \frac{\partial q_a}{\partial x_a} + (1 - x_a) \frac{\partial q_b}{\partial x_a} \\ \frac{\partial Q}{\partial x_a} &= e_a - e_b + x_a \frac{\partial e_a}{\partial x_a} + (1 - x_a) \frac{\partial e_b}{\partial x_a} \end{aligned}$$

Daraus folgern wir, dass:

$$\frac{\partial Q}{\partial x_a} = \underbrace{\frac{q_a - q_b}{1 - P'(Q) \left( \frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2} + \frac{1-x_a}{k_b} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2} \right)}}_{:=\tilde{K}_1} + \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \underbrace{\left[ V''(E) \frac{\frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} + \frac{1-x_a}{k_b} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q}}{1 - P'(Q) \left( \frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2} + \frac{1-x_a}{k_b} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2} \right)} \right]}_{:=\tilde{K}_2}$$

<sup>63</sup>Wir müssen nur den Zähler der rechten Seiten der Gleichungen (A.38) und (A.39) berechnen. Dieser ergibt sich als

$$\begin{aligned} &\left( 1 + V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} \right) \left( 1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \right) + \left( P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \right) \left( V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \right) \\ &= 1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} + V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} \\ &\quad - \left( V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} \right) \left( P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \right) + \left( P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \right) \left( V''(E) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \right) \end{aligned}$$

Indem wir  $V''(E) \cdot P'(Q) \cdot [\sum_{i=0,a,b} \frac{x_i}{k_i}]^{-1}$  ausklammern und  $\xi_i = \frac{x_i}{k_i} \cdot [\sum_{i=0,a,b} \frac{x_i}{k_i}]^{-1}$  setzen, können wir Lemma A.2.1 anwenden.

und

$$\frac{\partial E}{\partial x_a} = \underbrace{\frac{e_a - e_b}{1 + V''(E)\left(\frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_a}{\partial q^2} + \frac{1-x_a}{k_b} \frac{\partial^2 C_b}{\partial q^2}\right)}}_{:=\hat{K}_3} + \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \underbrace{\left[-P'(Q) \frac{\frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} + \frac{1-x_a}{k_b} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q}}{1 + V''(E)\left(\frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_a}{\partial q^2} + \frac{1-x_a}{k_b} \frac{\partial^2 C_b}{\partial q^2}\right)}\right]}_{:=\hat{K}_4}$$

Dieses impliziert:

$$\frac{\partial Q}{\partial x_a} = \frac{\hat{K}_1 + \hat{K}_2 \hat{K}_3}{1 - \hat{K}_2 \hat{K}_4} < 0$$

und

$$\frac{\partial E}{\partial x_a} = \frac{\hat{K}_3 + \hat{K}_4 \hat{K}_1}{1 - \hat{K}_2 \hat{K}_4} > 0$$

da  $\hat{K}_1 < 0$ ,  $\hat{K}_2 < 0$ ,  $\hat{K}_3 > 0$  und  $\hat{K}_4 < 0$ . q.e.d.

### Beweis von Proposition 4.2.2 und der zugehörigen komperativen Statik:

Ad 1.-3., *adoption* : Gegeben  $x_a$  maximiert der soziale Planer

$$\begin{aligned} & \max_{\{x_0, x_{0b}, q_{i,2}, e_{i,2}, i=0,1,2\}} \\ & \left\{ \frac{1}{r} \left[ \int_0^{Q_2} P(\tilde{Q}) d\tilde{Q} - x_0 C_0(q_{0,2}, e_{0,2}) - x_a C_a(q_{a,2}, e_{a,2}) - x_{0b} C_b(q_{b,2}, e_{b,2}) - V(E_2) \right] - x_{0b} F_b \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

unter den Nebenbedingungen  $x_0 \geq 0$ ,  $x_a \geq 0$  und  $x_0 + x_a + x_{0b} = 1$ . Es seien  $\mu_i$ ,  $i = 0, 0b$ , die zugehörigen Kuhn-Tucker Multiplikatoren und  $\nu$  der Lagrange Multiplikator bezüglich  $x_0 = 1 - x_a - x_{0b}$ . Vereinfachend schreiben wir im Folgenden  $q_i$  und  $e_i$  anstelle von  $q_{i,2}$  und  $e_{i,2}$  für  $i = 0, a, b$ . Die Bedingungen erster Ordnung bezüglich  $q_i$ ,  $e_i$ ,  $x_0$  und  $x_{0b}$  sind gegeben durch:

$$\frac{\partial C_i}{\partial e}(q_i, e_i) + V'(E) = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.41})$$

$$P(Q) - \frac{\partial C_i}{\partial q}(q_i, e_i) = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{1}{r} (q_0 P(Q) - C_0(q_0, e_0) - e_0 V'(E)) - \mu_0 - \nu = 0 \quad (\text{A.43})$$

und

$$\frac{1}{r} (q_b P(Q) - C_b(q_b, e_b) - e_b V'(E)) - F_b - \mu_b - \nu = 0 \quad (\text{A.44})$$

Indem wir  $\nu$  eliminieren, erhalten wir:

$$\frac{1}{r} ((q_b - q_0) P(Q) + C_0(q_0, e_0) - C_b(q_b, e_b) + (e_0 - e_b) V'(E)) - \mu_b + \mu_0 = F_b \quad (\text{A.45})$$

Wir gehen nun von einer inneren Lösung aus, das heißt  $\mu_0 = \mu_{0b} = 0$ , und differenzieren das Gleichungssystem (A.41), (A.42) und (A.45) bezüglich  $F_b$ . Bei Berücksichtigung des Envelope Theorems ergibt sich:

$$\frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.46})$$

$$P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} - \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} - \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} = 0, \quad i = 0, a, b \quad (\text{A.47})$$

und

$$\frac{1}{r} P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} (q_b - q_0) + \frac{1}{r} V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} (e_0 - e_b) = 1 \quad (\text{A.48})$$

Indem wir nach  $\partial x_{0b}/\partial F_b$  auflösen, erhalten wir:

$$\frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} = \frac{r}{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (q_b - q_0) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} (e_0 - e_b)} < 0$$

Das impliziert  $\partial E/\partial F_b > 0$  und  $\partial Q/\partial F_b > 0$ . Insbesondere haben wir bewiesen, dass die linke Seite von Gleichung (A.45) bezüglich  $x_{0b}$  fallend ist.

Nun seien  $\underline{Q} = Q(1 - x_a)$  und  $\underline{E} = E(1 - x_a)$  die effizienten Niveaus bezüglich  $x_{0b} = 1 - x_a$ . In diesem Fall ist  $\underline{F}_b(x_a)$  gleich der linken Seite von Gleichung (A.45). Für kleinere Installationskosten  $F_b$  gilt  $\mu_b > 0$  und damit  $x_{0b} = 1 - x_a$ .

Analog ist  $\bar{F}_b(x_a)$  durch die linke Seite der Gleichung (A.45) gegeben, wobei  $\bar{Q} = Q(0)$  und  $\bar{E} = E(0)$  in diesem Fall die Niveaus sind, welche sich für  $x_{0b} = 0$  ergeben. Ist  $F_b$  größer, so folgt  $\mu_0 > 0$ .

4.) : Wir differenzieren (A.45), eine innere Lösung sei angenommen, bezüglich  $x_a$ . Dadurch ergibt sich:

$$\frac{1}{r} P'(Q) \left[ \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial x_a} + \frac{\partial Q}{\partial x_a} \right] (q_b - q_0) + \frac{1}{r} V''(E) \left[ \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial x_a} + \frac{\partial E}{\partial x_a} \right] (e_0 - e_b) = 0 \quad (\text{A.49})$$

Im Folgenden schreiben wir  $dQ/dx_a = \partial Q/\partial x_{0b} \cdot \partial x_{0b}/\partial x_a + \partial Q/\partial x_a$  und  $dE/dx_a = \partial E/\partial x_{0b} \cdot \partial x_{0b}/\partial x_a + \partial E/\partial x_a$ . Aus Gleichung (A.49) ergibt sich

$$\frac{dQ}{dx_a} = \frac{(e_b - e_0) V''(E) dE}{(q_b - q_0) P'(Q) dx_a} \quad (\text{A.50})$$

Wir sehen, dass  $\frac{dQ}{dx_a}$  und  $\frac{dE}{dx_a}$  das gleiche Vorzeichen haben. Aus Gleichung (A.49) ergibt sich zudem

$$\frac{\partial x_{0b}}{\partial x_a} = \frac{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_a} (q_b - q_0) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_a} (e_0 - e_b)}{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (q_0 - q_b) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} (e_b - e_0)} < 0,$$

da gemäß Lemma 4.2.1  $\partial Q/\partial x_a > 0$  und  $\partial E/\partial x_a < 0$ . Damit können wir  $dQ/dx_a$  direkt ausrechnen.

Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dx_a} &= \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial x_a} + \frac{\partial Q}{\partial x_a} \\ &= \frac{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_a} \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (q_b - q_0) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_a} \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (e_b - e_0)}{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (q_0 - q_b) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} (e_b - e_0)} \\ &+ \frac{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \frac{\partial Q}{\partial x_a} (q_0 - q_b) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \frac{\partial Q}{\partial x_a} (e_b - e_0)}{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (q_0 - q_b) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} (e_b - e_0)} \\ &= \frac{V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_a} \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (e_0 - e_b) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} \frac{\partial Q}{\partial x_a} (e_b - e_0)}{P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} (q_0 - q_b) + V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{0b}} (e_b - e_0)} \stackrel{\geq}{\leq} 0 \end{aligned}$$

$\underline{F}_b^*(x_a)$ : Es seien  $\underline{Q}$  und  $\underline{E}$  wie oben definiert und  $\underline{q}_i, \underline{e}_i, i = 0, a, b$  die zugehörigen effizienten Niveaus der Firmen, die sich für  $x_{0b} = 1 - x_a$  ergeben. Dann ist  $\underline{F}_b^*(x_a)$  durch Einsetzen der Werte in (A.45) gegeben durch:

$$\frac{1}{r} ((\underline{q}_b - \underline{q}_0)P(\underline{Q}) + C_0(\underline{q}_0, \underline{e}_0) - C_b(q_b, \underline{e}_b) + (\underline{e}_0 - \underline{e}_b)V'(\underline{E})) = \underline{F}_b^*(x_a) \quad (\text{A.51})$$

Wenn wir diesen Ausdruck bezüglich  $x_a$  differenzieren und das Envelope Theorem sowie Lemma 4.2.1, 2.) anwenden, woraus  $\frac{\partial Q}{\partial x_a} < 0$  und  $\frac{\partial E}{\partial x_a} > 0$  folgt, so erhalten wir:

$$\frac{1}{r} \left( (\underline{q}_b - \underline{q}_0)P'(\underline{Q}) \frac{\partial \underline{Q}}{\partial x_a} + (\underline{e}_0 - \underline{e}_b)V''(\underline{E}) \frac{\partial \underline{E}}{\partial x_a} \right) = \frac{\partial \underline{F}_b^*(x_a)}{\partial x_a} > 0.$$

$\overline{F}_b^*(x_a)$ : Es seien  $\overline{Q}$  und  $\overline{E}$  wie oben definiert und  $\overline{q}_i, \overline{e}_i, i = 0, a, b$  die effizienten Niveaus der Firmen

für  $x_{0b} = 0$ . Dann ist  $\overline{F}_b^*(x_a)$  gegeben durch:

$$\frac{1}{r} ((\overline{q}_b - \overline{q}_0)P(\overline{Q}) + C_0(\overline{q}_0, \overline{e}_0) - C_b(q_b, \overline{e}_b) + (\overline{e}_0 - \overline{e}_b)V'(\overline{E})) = \overline{F}_b^*(x_a) \quad (\text{A.52})$$

Analog zum vorherigen Fall erhalten wir:

$$\frac{1}{r} \left( (\overline{q}_b - \overline{q}_0)P'(\overline{Q}) \frac{\partial \overline{Q}}{\partial x_a} + (\overline{e}_0 - \overline{e}_b)V''(\overline{E}) \frac{\partial \overline{E}}{\partial x_a} \right) = \frac{\partial \overline{F}_b^*(x_a)}{\partial x_a} < 0.$$

Wenn  $x_a$  gegen 1 strebt, so gehen sowohl  $\underline{Q}$  als auch  $\overline{Q}$  beziehungsweise sowohl  $\underline{E}$  als auch  $\overline{E}$  gegen Werte  $Q_{lim}$  beziehungsweise  $E_{lim}$ . Daher gehen die linken Seiten der Gleichungen (A.51) und (A.52) gegen die gleichen Werte. Daher müssen die rechten Seiten,  $\underline{F}_b^*(x_a)$  und  $\overline{F}_b^*(x_a)$  ebenfalls gegen einen Wert  $\tilde{F}_b^*$  gehen.

*Ad 6: Austausch von Technologie a* : Im Folgenden sei  $x_{0ab} = x_a - x_{ab}$ . Gegeben  $x_a$  löst der soziale Planer in der zweiten Stufe folgendes Maximierungsproblem:

$$\max_{\{x_{0ab}, x_{ab}, q_{i,2}, e_{i,2}\}} \left\{ \frac{1}{r} \left[ \int_0^{Q_2} P(\tilde{Q}) d\tilde{Q} - x_{0ab} C_a(q_{a,2}, e_{a,2}) - (x_{0b} + x_{ab}) C_b(q_{b,2}, e_{b,2}) - V(W_2) \right] - x_{ab} F_b \right\}, \quad (\text{A.53})$$

unter den Nebenbedingungen  $x_{0ab} \geq 0$ ,  $x_{ab} \geq 0$  und  $x_{0ab} + x_{ab} = x_a$ . Die zugehörigen Kuhn-Tucker Multiplikatoren seien mit  $\mu_i$ ,  $i = 0ab, ab$ , der Lagrange Multiplikator bezüglich  $x_a = x_{0ab} + x_{ab}$  sei mit  $\nu$  bezeichnet. Zur Vereinfachung schreiben wir weiterhin  $q_i$  und  $e_i$  anstatt von  $q_{i,2}$  und  $e_{i,2}$ ,  $i = 0, a, b$ . Die Bedingungen erster Ordnung bezüglich  $x_{ab}$  und  $x_{0ab}$  lauten:

$$\frac{1}{r} (q_a P(Q) - C_a(q_a, e_a) - e_a V'(E)) - \mu_{0ab} - \nu = 0 \quad (\text{A.54})$$

und

$$\frac{1}{r} (q_b P(Q) - C_b(q_b, e_b) - e_b V'(E)) - F_b - \mu_{ab} - \nu = 0 \quad (\text{A.55})$$

Durch Eliminieren von  $\nu$  ergibt sich:

$$\frac{1}{r} ((q_b - q_a) P(Q) + C_a(q_a, e_a) - C_b(q_b, e_b) + (e_a - e_b) V'(E)) - \mu_{ab} + \mu_{0ab} = F_b \quad (\text{A.56})$$

Wir gehen wiederum von einer inneren Lösung aus, das heißt  $\mu_{0ab} = \mu_{ab} = 0$ . Nun differenzieren wir Gleichung (A.56) bezüglich  $F_b$ . Durch Anwendung des Envelope Theorems ergibt sich:

$$\frac{1}{r} P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{ab}} \frac{\partial x_{ab}}{\partial F_b} (q_b - q_a) + \frac{1}{r} V''(E) \frac{\partial E}{\partial x_{ab}} \frac{\partial x_{ab}}{\partial F_b} (e_a - e_b) = 1 \quad (\text{A.57})$$

Wir können  $\partial Q / \partial x_{ab}$  und  $\partial E / \partial x_{ab}$  nun berechnen, indem wir Lemma 4.2.1, 2.) für den Fall  $x_a = x_{0ab}$  anwenden, da wir effektiv eine Situation haben, bei der jede Firma entweder Technologie  $a$  oder Technologie  $b$  adoptiert, und der Anteil der Firmen, der Technologie  $a$  nutzt, effektiv sinkt. Daher ergibt sich  $\partial Q / \partial x_{ab} = -\partial Q / \partial x_{0ab} > 0$  und  $\partial E / \partial x_{ab} = -\partial E / \partial x_{0ab} < 0$ . Damit ergibt sich  $\partial x_{ab} / \partial F_b < 0$ ,  $\partial Q / \partial F_b < 0$  und  $\partial E / \partial F_b > 0$ . Analog zum Fall mit partieller Adoption lässt sich die Existenz der oberen Grenze  $\overline{F}_b^*(x_a)$  und der unteren Grenze  $\underline{F}_b^*$  zeigen.

Wenn wir nun Gleichung (A.56) nach  $x_a$  ableiten, so erhalten wir:

$$\frac{1}{r} P'(Q) \left[ \frac{\partial Q}{\partial x_{ab}} \frac{\partial x_{ab}}{\partial x_a} + \frac{\partial Q}{\partial x_a} \right] (q_b - q_a) + \frac{1}{r} V''(E) \left[ \frac{\partial E}{\partial x_{ab}} \frac{\partial x_{ab}}{\partial x_a} + \frac{\partial E}{\partial x_a} \right] (e_a - e_b) = 0$$

Es sei daran erinnert, dass  $\partial Q / \partial x_a = -\partial Q / \partial x_{ab}$  usw.. Wir können durch analoges Vorgehen wie im Fall partieller Adoption nachrechnen, dass  $x_{ab} / x_a = 1$  und daher  $\partial Q / \partial x_{ab} \cdot \partial x_{ab} / \partial x_a + \partial Q / \partial x_a = 0$  sowie  $\partial E / \partial x_{ab} \cdot \partial x_{ab} / \partial x_a + \partial E / \partial x_a = 0$  gilt.

$\underline{F}_b^*$ : Da bei diesem Installationskostenniveau alle Firmen Technologie  $b$  adoptieren, hängen die zugehörigen effizienten Niveaus  $\underline{Q}$ ,  $\underline{q}_i$ ,  $\underline{e}_i$ ,  $i = 0, a, b$  und  $\underline{E}$  nicht von  $x_a$  ab. Da  $\underline{F}_b^*$  durch

$$\frac{1}{r}((\underline{q}_b - \underline{q}_a)P(\underline{Q}) + C_a(\underline{q}_a, \underline{e}_a) - C_b(\underline{q}_b, \underline{e}_b) + (\underline{e}_a - \underline{e}_b)V'(\underline{E})) = \underline{F}_b^*$$

gegeben ist, hängt es damit ebenfalls nicht von  $x_a$  ab.

$\overline{\overline{F}}_b^*(x_a)$ : Es seien  $\overline{\overline{Q}}$ ,  $\overline{\overline{q}}_i$ ,  $\overline{\overline{e}}_i$ ,  $i = 0, a, b$  und  $\overline{\overline{E}}$  die effizienten Niveaus bezüglich  $x_{ab} = 0$ .  $\overline{\overline{F}}_b^*(x_a)$  ist gegeben durch

$$\frac{1}{r}((\overline{\overline{q}}_b - \overline{\overline{q}}_a)P(\overline{\overline{Q}}) + C_a(\overline{\overline{q}}_a, \overline{\overline{e}}_a) - C_b(\overline{\overline{q}}_b, \overline{\overline{e}}_b) + (\overline{\overline{e}}_a - \overline{\overline{e}}_b)V'(\overline{\overline{E}})) = \overline{\overline{F}}_b^*(x_a) \quad (\text{A.58})$$

Differenzieren wir diese Gleichung nach  $x_a$  und wenden wir das Envelope Theorem sowie Lemma 4.2.1, 2.) an, so erhalten wir:

$$\frac{1}{r} \left( (\overline{\overline{q}}_b - \overline{\overline{q}}_a)P'(\overline{\overline{Q}}) \frac{\partial \overline{\overline{Q}}}{\partial x_a} + (\overline{\overline{e}}_a - \overline{\overline{e}}_b)V''(\overline{\overline{E}}) \frac{\partial \overline{\overline{E}}}{\partial x_a} \right) = \frac{\partial \overline{\overline{F}}_b^*(x_a)}{\partial x_a} > 0.$$

Offensichtlich konvergiert  $\overline{\overline{F}}_b^*(x_a)$  gegen  $\underline{F}_b^*$ , wenn  $x_a$  gegen 0 strebt. q.e.d.

**Beweis von Proposition 4.2.4** Eine Schwierigkeit des Beweises besteht darin, dass die Bedingung erster Ordnung von dem Ergebnis in der zweiten Stufe abhängt, welches wiederum von  $x_a$  abhängt. Daher wollen wir zunächst zeigen, dass es maximal zwei Wert  $0 \leq \hat{x}_a \leq \hat{\hat{x}}_a \leq 1$  gibt so, dass in den Teilintervallen  $]0, \hat{x}_a[$ ,  $]\hat{x}_a, \hat{\hat{x}}_a[$  und  $]\hat{\hat{x}}_a, 1[$  sich jeweils für alle  $x_a$  in dem Teilintervall das gleiche Adoptionsszenario in der zweiten Stufe ergibt. Es lassen sich insgesamt fünf Fälle betrachten:

Der erste Fall ist  $F_b \geq \overline{\overline{F}}_b^*(0)$ . In diesem Fall ist es für alle  $x_a$  effizient, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert, da  $\overline{\overline{F}}_b^*$  in  $x_a$  fallend ist. Mit anderen Worten: Technologie  $b$  ist so teuer, dass sie nie installiert werden soll.

Ist  $F_b \in [\check{F}_b^*, \overline{\overline{F}}_b^*(0))$ <sup>64</sup>, so existiert  $0 < \hat{x}_a \leq 1$  mit  $F_b = \overline{\overline{F}}_b^*(x)$ . In diesem Fall<sup>1</sup> investiert für  $x_a < \hat{x}_a$  ein Teil, für  $\hat{x}_a < x_a < 1$  keine der Firmen in Technologie  $b$ . Das heißt, wenn nur wenige Firmen Technologie  $a$  nutzen, so lohnt es sich, dass einige Firmen Technologie  $b$  adoptieren, nutzen aber genügend Unternehmen Technologie  $a$ , so ist Technologie  $b$  aus sozialer Sicht zu teuer.

Für  $F_b \in (\underline{F}_b^*(0), \check{F}_b^*]$  existiert entsprechend, da  $\underline{F}_b^*(x)$  in  $x$  steigend ist, ein eindeutig bestimmter Anteil an Firmen  $\hat{x}_a \leq 1$  so, dass partielle Adoption von Technologie  $b$  effizient ist, wenn  $x_a < \hat{x}_a$ ,

<sup>64</sup>Für die Definition von  $\check{F}_b^*$  vergleiche Proposition 4.2.3

<sup>1</sup>Beachte, dass  $\overline{\overline{F}}_b^*(x)$  gegen  $\check{F}_b^*$  konvergiert, wenn  $x$  gegen 1 strebt.

und alle verbleibenden Firmen Technologie  $b$  adoptieren sollen, wenn  $x_a \geq \hat{x}_a$ . Technologie  $b$  ist also so billig, dass mit steigendem Anteil von Technologie  $a$  Technologie  $b$  nur noch unter-proportional verdrängt wird. Es kann sogar sein, dass, da  $\overline{F}_b^*(x)$  in  $x$  steigend ist, ein  $\hat{x}_a$  existiert so, dass  $F_b = \overline{F}_b^*(\hat{x}_a)$ . In diesem Fall ist Technologie bereits so billig zu installieren, dass für genügend viele Firmen mit Technologie  $a$  es sich gesellschaftlich lohnt, diese zu ersetzen.

Der vierte Fall besteht darin, dass für  $x_a = 0$   $F_b$  zwar kleiner als  $\underline{F}_b^*(0)$ , aber größer als  $\overline{F}_b^*(0)$  ist. Technologie  $b$  ist also so billig zu installieren, dass immer alle Firmen ohne Technologie  $a$  diese installieren sollen. Es die Anzahl an Firmen mit Technologie  $a$  aber groß genug, so kann es auch effizient sein, dass Firmen Technologie  $a$  ersetzen. Das ist eben dann der Fall, wenn  $0 \leq \hat{x}_a \leq 1$  existiert so, dass  $F_b = \overline{F}_b^*(\hat{x}_a)$ .

Nun gilt  $\overline{F}_b^*(0) = \underline{F}_b^*$ , da es kein Potential gibt, Technologie  $a$  zu ersetzen, wenn keine Firma Technologie  $a$  nutzt. Damit bleibt als fünfter und letzter Fall also  $F_b \leq \underline{F}_b^*$  übrig. In diesem Fall ist Technologie  $b$  so billig zu installieren, dass es immer effizient ist, dass alle Firmen sie adoptieren, egal ob sie Technologie  $a$  nutzen oder nicht.

Damit ist es also gerechtfertigt, das Optimierungsproblem auf Intervallen zu lösen, auf denen in der zweiten Stufe das gleiche Adoptionsszenario unverändert bleibt. In allen Fällen folgt dann, dass  $E_b^*(x_a)$  stetig in  $x_a$  ist. Daraus lässt sich im Folgenden jeweils leicht ableiten, dass auch  $x_a^*(F_a)$  stetig ist.

Zunächst nehmen wir an, dass es, gegeben  $F_b$ , eine innere Lösung  $x_a$  gibt so, dass es in der zweiten Stufe effizient ist, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert. Es sei  $\hat{x}_a$  wie oben beschrieben, wobei  $\hat{x}_a = 0$  den Fall repräsentiert, dass es immer effizient ist, dass keine Firma Technologie  $b$  adoptiert. Für  $x_a \geq \hat{x}_a = 0$  liegt dann im Prinzip der Fall mit einer Technologie vor, für den wir den Beweis von Proposition 4.2.2 mit  $x_a = 0$  anwenden können. Damit ist gezeigt, dass  $E_1$  bezüglich  $F_a$  steigt und  $x_a$  bezüglich  $F_a$  fällt und dass es ein Intervall  $[\underline{F}, \overline{F}]$  gibt so, dass genau dann keine Firma Technologie  $a$  adoptiert, wenn  $F_a \geq \overline{F}$  gilt, und weniger als  $\hat{x}_a$  Firmen Technologie  $a$  adoptieren, wenn  $F_a < \underline{F}$ .

Als nächstes nehmen wir an, dass es eine innere Lösung  $x_a$  gibt so, dass partielle Adoption in der zweiten Stufe effizient ist. Wiederum sei  $\hat{x}_a$  wie oben beschrieben. Die Bedingung erster Ordnung

bezüglich  $x_a$  lautet dann:

$$0 = \frac{1}{\lambda + r} (P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1} - e_{a,1})V'(E_1)) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} (P(Q_2)(q_{a,2} - q_{0,2}) + C_0^2 - C_a^2 + (e_{0,2} - e_{a,2})V'(E_2)) - F_a$$

Mittels Gleichung (A.45) können wir diese Gleichung auch schreiben als:

$$0 = \frac{1}{\lambda + r} (P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1} - e_{a,1})V'(E_1)) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} (P(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) + C_b^2 - C_a^2 + (e_{b,2} - e_{a,2})V'(E_2)) + F_b \right] - F_a \quad (\text{A.59})$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{\partial x_a}{\partial F_a} = \frac{\lambda + r}{k_1},$$

wobei

$$k_1 := P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) \frac{\partial Q_1}{\partial x_a} + V''(E_1)(e_{0,1} - e_{a,1}) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \\ + \frac{\lambda}{r} \left( P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{0,2}) \frac{dQ_2}{dx_a} + V''(E_2)(e_{0,2} - e_{a,2}) \frac{dE_2}{dx_a} \right),$$

beziehungsweise

$$\frac{\partial x_a}{\partial F_a} = \frac{\lambda + r}{k_2},$$

wobei

$$k_2 := P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) \frac{\partial Q_1}{\partial x_a} + V''(E_1)(e_{0,1} - e_{a,1}) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \\ + \frac{\lambda}{r} \left( P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) \frac{dQ_2}{dx_a} + V''(E_2)(e_{b,2} - e_{a,2}) \frac{dE_2}{dx_a} \right).$$

Bei beiden Termen ist das Vorzeichen des Nenners zunächst nicht klar. Es lässt sich jedoch indirekt beweisen, dass er in beiden Fällen negativ ist<sup>65</sup>: Dazu halten wir fest, dass gemäß (A.59) für ein minimal größeres<sup>66</sup>  $\tilde{F}_a > F_a$  nicht das gleiche  $x_a$  effizient sein kann<sup>67</sup>. Angenommen, im sozialen

<sup>65</sup>Es gilt aufgrund der Gleichheit (A.50) zudem

$$P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{0,2}) \frac{dQ_2}{dx_a} + V''(E_2)(e_{0,2} - e_{a,2}) \frac{dE_2}{dx_a} \\ = P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2} + q_{b,2} - q_{0,2}) \frac{dQ_2}{dx_a} + V''(E_2)(e_{0,2} - e_{b,2} + e_{b,2} - e_{a,2}) \frac{dE_2}{dx_a} \\ = P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) \frac{dQ_2}{dx_a} + V''(E_2)(e_{b,2} - e_{a,2}) \frac{dE_2}{dx_a}$$

<sup>66</sup>So, dass noch eine innere Lösung existiert!

<sup>67</sup>Die restlichen Größen,  $E_1$ ,  $Q_1$ ,  $E_2$ ,  $Q_2$   $x_{0b}$ , blieben sonst gleich, weswegen die RHS kleiner als Null wäre.

Optimum adoptiert nun einen Anteil von  $\tilde{x}_a$  Firmen,  $x_a < \tilde{x}_a$ , Technologie  $a$ . Dann muss der gegenwärtige Wert der erwarteten Gesamtwohlfahrt ohne die Installationskosten durch die Erhöhung von  $\tilde{x}_a$  ansteigen, und zwar mehr als  $(\tilde{x}_a - x_a)\tilde{F}_a$ , weil es sonst aus Sicht der Wohlfahrt besser wäre, wenn weiterhin ein Anteil von  $x_a$  Firmen Technologie  $a$  adoptiert. Ist das aber der Fall, so könnte der soziale Planer aber die Wohlfahrt auch gegeben  $F_a$  erhöhen, indem er einen Anteil von  $\tilde{x}_a$  Firmen Technologie  $a$  adoptieren lässt, da  $(\tilde{x}_a - x_a)\tilde{F}_a > (\tilde{x}_a - x_a)F_a$ .  $x_a$  wäre also gegeben  $\tilde{x}_a$  nicht wohlfahrtsmaximierend. Also ist  $\partial x_a / \partial F_a < 0$ , woraus sich auch ergibt, dass der Nenner negativ sein muss.

Dieses impliziert gemäß Lemma 4.2.1<sup>68</sup>  $\partial Q_1 / \partial F_a < 0$  und  $\partial E_1 / \partial F_a > 0$ , womit wir analog zum Beweis von Proposition 4.2.2 die Existenz eines Intervalls  $[\underline{F}, \overline{F}]$  zeigen können so, dass genau dann keine Firma Technologie  $a$  adoptieren soll, wenn  $F_a > \overline{F}$ , und so, dass für  $F_a < \underline{F}$  ein Anzahl  $x_a > \hat{x}_a$  an Firmen Technologie  $a$  adoptiert und es effizient ist, dass entweder keine, wenn  $F_b > \tilde{F}_b^*$ , oder jede verbleibende Firmen, wenn  $F_b < \tilde{F}_b^*$ , Technologie  $b$  in der zweiten Stufe adoptiert.

Als Drittes nehmen wir an, dass es ein  $x_a$  gibt so, dass es effizient ist, dass alle verbleibenden Firmen Technologie  $b$  in der zweiten Stufe adoptieren, aber keine Technologie  $a$  ersetzt. Es seien  $\hat{x}_a$  und  $\hat{\tilde{x}}_a$  wie anfangs beschrieben. Die Bedingung erster Ordnung bezüglich  $x_a$  lautet nun:

$$0 = \frac{1}{\lambda + r} (P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1} - e_{a,1})V'(E_1)) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \frac{1}{r} (P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) + C_b^2 - C_a^2 + (e_{b,2} - e_{a,2})V'(E_2)) + F_b \right) - F_1$$

Differenzieren wir diese Gleichung bezüglich  $F_a$ , so erhalten wir:

$$1 = \frac{1}{\lambda + r} \left( P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) \frac{\partial Q_1}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} + V''(E_1)(e_{0,1} - e_{a,1}) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} \right) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} \left( P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) \frac{\partial Q_2}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} + V''(E_2)(e_{b,2} - e_{a,2}) \frac{\partial E_2}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} \right)$$

Also gilt:

$$\frac{\partial x_a}{\partial F_a} = \frac{\lambda + r}{k},$$

wobei

$$k := P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) \frac{\partial Q_1}{\partial x_a} + V''(E_1)(e_{0,1} - e_{a,1}) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \\ + \frac{\lambda}{r} \left( P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) \frac{\partial Q_2}{\partial x_a} + V''(E_2)(e_{b,2} - e_{a,2}) \frac{\partial E_2}{\partial x_a} \right)$$

<sup>68</sup>Wir wenden dieses Lemma für den Fall  $x_{0b} = x_{ab} = 0$  an, da dann  $Q_2 = Q_1$ .

Wir wenden nun wiederum Lemma 4.2.1 an. So können wir folgern, dass  $\partial Q_1/\partial x_a > 0$ ,  $\partial E_1/\partial x_a < 0$ ,  $\partial Q_2/\partial x_a < 0$  und  $\partial E_2/\partial x_a > 0$ . Damit erhalten wir  $\partial x_a/\partial F_a < 0$ . Daraus ergeben sich alle Behauptungen insbesondere aber die Existenz eines Intervalls  $[\underline{F}, \overline{F}]$  so, dass folgendes gilt: Für  $F_a > \overline{F}$  ist entweder keine Adoption von Technologie  $a$  effizient, das ist der Fall, wenn  $F_b \leq \underline{F}_b$ , oder es ist partielle Adoption von Technologie  $a$  durch einen Anteil von  $x_a < \hat{x}_a$  an Firmen effizient. Das ist der Fall, wenn  $F_b > \underline{F}_b$ . Für  $F_a < \underline{F}$  adoptiert, sofern  $\hat{x}_a < 1$ , ein Anteil  $x_a > \hat{x}_a$  an Firmen Technologie  $a$ , alle verbleibenden Firmen adoptieren in der zweiten Stufe Technologie  $b$ , und ein gewisser Anteil an Firmen wird Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  in der zweiten Stufe ersetzen.

Als Viertes betrachten wir den Fall, dass es eine innere Lösung  $x_a$  gibt, für die es effizient ist, dass in der zweiten Stufe alle Firmen mit konventioneller Technologie Technologie  $b$  adoptieren, und zudem einige Firmen Technologie  $a$  durch Technologie  $b$  ersetzen. Es sei  $\hat{x}_a$  wie oben beschrieben. Dann lautet die Bedingung erster Ordnung bezüglich  $x_a$ :

$$0 = \frac{1}{\lambda + r} (P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1} - e_{a,1})V'(E_1)) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left( \underbrace{\frac{1}{r} (P(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) + C_b^2 - C_a^2 + (e_{b,2} - e_{a,2})V'(E_2)) + F_b}_{=0} \right) - F_a$$

Differenzieren wir diese Gleichung bezüglich  $F_a$ , so ergibt sich:

$$1 = \frac{1}{\lambda + r} \left( P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) \frac{\partial Q_1}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} + V''(E_1)(e_{0,1} - e_{a,1}) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \frac{\partial x_a}{\partial F_a} \right),$$

Da gemäß Proposition 4.2.2  $Q_2$  und  $E_2$  nicht von  $x_a$  abhängen. Also ergibt sich direkt  $\partial x_a/\partial F_a < 0$  und daraus alle anderen Behauptungen. Es folgt die Existenz eines Intervall  $[\underline{F}, \overline{F}]$  so, dass  $F_a > \overline{F}$  gemäß Proposition 4.2.2  $x_a < \hat{x}_a$  induziert, wohingegen für  $F_a < \underline{F}$  alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren.

Der fünfte Fall ist der Fall, dass ein  $x_a$  existiert so, dass im sozialen Optimum alle Firmen in der zweiten Stufe Technologie  $b$  nutzen sollen, und zwar unabhängig davon, ob sie Technologie  $a$  adoptiert haben oder nicht. Die zugehörige Bedingung erster Ordnung lautet dann:

$$0 = \frac{1}{\lambda + r} (P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1} - e_{a,1})V'(E_1)) - F_a \quad (\text{A.60})$$

Damit läßt sich in diesem Fall die Behauptung durch analoges Vorgehen wie im vorherigen Fall zeigen. q.e.d.

**Beweis von Proposition 4.2.5:** *ad 1): Fall 1: Partielle Adoption beider Technologien.* Das Paar  $(x_a^*, x_{0b}^*)$  ist gegeben als Lösung der Gleichungen (A.45), wobei  $\mu_b = \mu_0 = 0$  und (A.59). Da  $x_{0b}^*$  nur indirekt über  $x_a^*$  von  $\lambda$  abhängt, reicht es, wenn wir (A.59) bezüglich  $\lambda$  differenzieren. Das ergibt:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{-1}{(\lambda+r)^2} \left[ \underbrace{P(Q1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V'(E_1^*)}_{:=FSTP} \right] \\
&+ \frac{1}{(\lambda+r)^2} \left[ \underbrace{P(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{0,1}^*) + C_0^2 - C_a^2 + (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*)V'(E_2^*)}_{:=SSTP} \right] \\
&+ \frac{1}{\lambda+r} \left[ P'(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) \frac{\partial Q_1^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V''(E_1^*) \frac{\partial E_1^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} \right] \\
&+ \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{r} \left[ P'(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{0,2}^*) \left( \frac{\partial Q_2^*}{\partial x_a} + \frac{\partial Q_2^*}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}^*}{\partial x_a} \right) \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} \right] \\
&+ \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{r} \left[ (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*)V''(E_2^*) \left( \frac{\partial E_2^*}{\partial x_a} + \frac{\partial E_2^*}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}^*}{\partial x_a} \right) \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} \right]
\end{aligned}$$

Die Summe der drei letzten Zeilen, die wir im Folgenden mit  $\ell$  abkürzen wollen, ist wie im Beweis von Proposition 4.2.4 gezeigt wurde, negativ. Mit der Setzung

$$k := P'(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) \frac{\partial Q_1^*}{\partial x_a} + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V''(E_1^*) \frac{\partial E_1^*}{\partial x_a}$$

ergibt sich  $\partial x_a^*/\partial \lambda = \frac{[FSTP - SSTP]}{(\lambda+r)k + (\lambda+r)^2 \ell}$ . Indem wir SSTP bezüglich  $x_{0b}$  differenzieren, erhalten wir:  $P'(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{0,1}^*) \cdot \partial Q_2^*/\partial x_{0b} + (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*)V''(E_2^*) \cdot \partial E_2^*/\partial x_{0b} < 0$ . Da aber  $FSTP = SSTP$  für  $x_{0b}^* = 0$  gilt, muss  $FSTP - SSTP > 0$  für  $x_{0b}^* > 0$  gelten. Also ist auch  $\partial x_a^*/\partial \lambda < 0$ , da  $k < 0$ .

*Fall 2:*  $x_{0b} = 1 - x_a$ ,  $x_{ab} = 0$ . Indem wir Gleichung (A.60) bezüglich  $\lambda$  differenzieren, erhalten wir:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{(\lambda+r)^2} \left( \underbrace{P(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{b,2}^*) + C_b^2 - C_a^2 + (e_{b,2}^* - e_{a,2}^*)V'(E_2^*) + rF_b}_{:=SSTP} \right) \\
&- \frac{1}{(\lambda+r)^2} \left( \underbrace{P(Q1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V'(E_1^*)}_{:=FSTP} \right) \\
&+ \frac{1}{\lambda+r} \left[ P'(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) \frac{\partial Q_1^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} + V''(E_1^*)(e_{0,1}^* - e_{a,1}^*) \frac{\partial E_1^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} \right] \\
&+ \frac{\lambda}{r(\lambda+r)} \left[ P'(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{b,2}^*) \frac{\partial Q_2^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} + V''(E_2^*)(e_{b,2}^* - e_{a,2}^*) \frac{\partial E_2^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} \right]
\end{aligned}$$

Wir setzen in diesem Fall:

$$\begin{aligned}
k &:= P'(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) \frac{\partial Q_1^*}{\partial x_a} + V''(E_1^*)(e_{0,1}^* - e_{a,1}^*) \frac{\partial E_1^*}{\partial x_a} \\
&+ \frac{\lambda}{r} \left[ P'(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{b,2}^*) \frac{\partial Q_2^*}{\partial x_a} + V''(E_2^*)(e_{b,2}^* - e_{a,2}^*) \frac{\partial E_2^*}{\partial x_a} \right]
\end{aligned}$$

Es ist  $k < 0$ . Nun ist  $\partial x_a^*/\partial\lambda = \frac{FSTP-SSTP}{(\lambda+r)k}$ . Damit müssen wir nur zeigen, dass  $FSTP-SSTP > 0$ .

Es ist aber:

$$\begin{aligned} & FSTP - SSTP \\ &= P(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V'(E_1^*) \\ &\quad - [P(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{0,2}^*) + C_0^2 - C_a^2 + (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*)V'(E_2^*)] \\ &\quad + P(Q_2^*)(q_{b,2}^* - q_{0,2}^*) + C_0^2 - C_b^2 + (e_{0,2}^* - e_{b,2}^*)V'(E_2^*) - rF_b \end{aligned}$$

Die Differenz zwischen den Termen in der ersten und der zweiten Zeile ist positiv aufgrund des gleichen Arguments wie im vorherigen Fall. Der Term in der dritten Zeile ist gemäß dem Beweis von Proposition 4.2.2 positiv, da eine Randlösung, in der alle Firmen mit konventioneller Technologie investieren, vorliegt.

*Fall 3: Ein Teil der Firmen ersetzt Technologie a.* Indem wir Gleichung (A.60) nach  $\lambda$  differenzieren, erhalten wir:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{(\lambda+r)^2}(SSTP - FSTP) \\ &\quad + \frac{1}{\lambda+r} \left[ P'(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) \frac{\partial Q_1^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} + V''(E_1^*)(e_{0,1}^* - e_{a,1}^*) \frac{\partial E_1^*}{\partial x_a} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} \right], \end{aligned}$$

wobei  $SSTP$  und  $FSTP$  wie im vorherigen Fall gegeben sind. Wiederum gilt:

$$\frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} = \frac{FSTP - SSTP}{(\lambda+r) \left[ P'(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) \frac{\partial Q_1^*}{\partial x_a} + V''(E_1^*)(e_{0,1}^* - e_{a,1}^*) \frac{\partial E_1^*}{\partial x_a} \right]}.$$

Analog zum vorherigen Fall zeigen wir  $FSTP - SSTP > 0$ , woraus die Behauptung folgt.

*Fall 4: Alle Firmen adoptieren Technologie b.* Wir differenzieren Gleichung (A.60) bezüglich  $\lambda$ . Das ergibt:

$$0 = -\frac{1}{(\lambda+r)^2}(P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1} - e_{a,1})V'(E_1)) + \frac{1}{\lambda+r} \frac{\partial x_a^*}{\partial \lambda} k,$$

wobei  $k := P'(Q_1^*)(q_{a,1}^* - q_{0,1}^*) \frac{\partial Q_1^*}{\partial x_a} + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V''(E_1^*) \frac{\partial E_1^*}{\partial x_a}$ . Das heißt,  $\partial x_a^*/\partial\lambda = FSTP/(\lambda+r)k$ , wobei  $FSTP$  wie in den vorherigen Fällen definiert sei. Nun ist  $FSTP = (\lambda+r)F_a > 0$ , wohingegen  $k < 0$ . Also  $\partial x_a^*/\partial\lambda < 0$ .

Die Aussagen bezüglich  $\partial x_{0b}/\partial\lambda$  beziehungsweise  $\partial x_{ab}/\partial\lambda$  folgen aus Proposition 4.2.3.

*ad 3.) und 4.):  $\overline{F}_a$ : Fall 1: Partielle Adoption.*

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{\lambda+r} (P(\overline{Q}_1^*)(\overline{q}_{a,1}^* - \overline{q}_{0,1}^*) + C_0^1 - C_a^1 + (\overline{e}_{0,1}^* - \overline{e}_{a,1}^*)V'(\overline{E}_1^*)) \\ &\quad + \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{r} (P(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{0,2}^*) + C_0^2 - C_a^2 + (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*)V'(E_2^*)) - \overline{F}_a^* \end{aligned}$$

Indem wir diese Gleichung bezüglich  $F_b$  differenzieren, erhalten wir:

$$\frac{\partial \bar{F}_a^*}{\partial F_b} = \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} \left[ P'(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{0,2}^*) \frac{\partial Q_2^*}{\partial F_b} + (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*) V''(E_2^*) \frac{\partial E_2^*}{\partial F_b} \right] > 0$$

*Fall 2: Alle Firmen mit konventioneller Technologie adoptieren Technologie b.* Indem wir die entsprechende Bedingung erster Ordnung nach  $F_b$  ableiten, ergibt sich:

$$\frac{\partial \bar{F}_a^*}{\partial F_b} = \frac{\lambda}{\lambda + r} > 0$$

*Fall 3: Alle Firmen adoptieren Technologie b, unabhängig von ihrer aktuell benutzten Technologie.*

Wie wir im Beweis von Proposition 4.2.4 gezeigt haben, hängt die Bedingung erster Ordnung in diesem Fall nicht von  $F_b$  ab. Daher ist  $\partial \bar{F}_a^* / \partial F_b = 0$ .

$\underline{F}_a$ : *Fall 1: Alle Firmen mit konventioneller Technologie adoptieren Technologie b, keine ersetzt Technologie a.*

$$0 = \frac{1}{\lambda + r} (P(\bar{Q}_1^*)(\bar{q}_{a,1}^* - \bar{q}_{0,1}^*) + C_0^1 - C_a^1 + (\bar{e}_{0,1}^* - \bar{e}_{a,1}^*) V'(\bar{E}_1^*)) \\ + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} (P(Q_2^*)(q_{a,2}^* - q_{b,2}^*) + C_b^2 - C_a^2 + (e_{b,2}^* - e_{a,2}^*) V'(E_2^*)) + F_b \right] - \bar{F}_1^*$$

Indem wir diese Gleichung nach  $F_b$  ableiten, erhalten wir:

$$\frac{\partial \underline{F}_a^*}{\partial F_b} = \frac{\lambda}{\lambda + r} > 0$$

*Fall 2: Ein Teil der Firmen ersetzt Technologie a:* Indem wir Gleichung (A.60) bezüglich  $F_b$  differenzieren, erhalten wir:

$$\frac{\partial \bar{F}_a^*}{\partial F_b} = 0$$

*Fall 3: Alle Firmen adoptieren Technologie b:* Indem wir die zugehörige Bedingung erster Ordnung nach  $F_b$  differenzieren, erhalten wir:

$$\frac{\partial \bar{F}_a^*}{\partial F_b} = 0$$

*ad 5.): Fall 1: partielle Adoption von Technologie b.* In diesem Fall muss  $x_a$  die Gleichungen (A.59) und (A.59) erfüllen. Indem wir Gleichung (A.59) bezüglich  $F_b$  differenzieren, erhalten wir

$$\frac{\partial x_a}{\partial F_b} = \frac{\frac{\partial x_{0b}^*}{\partial F_b} \frac{\lambda}{r} \left[ \frac{\partial Q_2}{\partial x_{0b}} P'(Q_2)(q_{0,2} - q_{a,2} + \frac{\partial E_2}{\partial x_{0b}} V''(E_2)(e_{a,2} - e_{0,2})) \right]}{k},$$

wobei

$$k := P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) \frac{\partial Q_1}{\partial x_a} + V''(E_1)(e_{0,1} - e_{a,1}) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \\ + \frac{\lambda}{r} \left( P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{0,2}) \frac{dQ_2}{dx_a} + V''(E_2)(e_{0,2} - e_{a,2}) \frac{dE_2}{dx_a} \right),$$

$k$  ist, wie im Beweis von Proposition 4.2.4 gezeigt wurde, negativ. Da auch der Zähler gemäß Lemma 4.2.1 negativ ist, ist  $\partial x_a / \partial F_b > 0$ .

*Fall 2: partielle Adoption von Technologie b.* Wir gehen wie im ersten Fall vor. Differenzieren von (A.60) bezüglich  $F_b$  ergibt:

$$\frac{\partial x_a}{\partial F_b} = \frac{-\lambda}{k},$$

wobei

$$k := P'(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) \frac{\partial Q_1}{\partial x_a} + V''(E_1)(e_{0,1} - e_{a,1}) \frac{\partial E_1}{\partial x_a} \\ + \frac{\lambda}{r} \left( P'(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) \frac{\partial Q_2}{\partial x_a} + V''(E_2)(e_{b,2} - e_{a,2}) \frac{\partial E_2}{\partial x_a} \right)$$

Der Nenner ist gemäß Beweis von Proposition 4.2.4 negativ und damit  $\partial x_a / \partial F_b > 0$ .

*Fall 3: Ein Teil oder alle Firmen ersetzen Technologie a.* In diesem Fall ist die Bedingung erster Ordnung der ersten Stufe unabhängig von den Werten der zweiten Stufe.

**Beweis von Lemma 4.3.1** Im Prinzip entspricht der Beweis dem Beweis vom Lemma 4.2.1. Wenn wir das Gleichungssystem (4.3), (4.4) nach dem Inputpreis  $w$  differenzieren und  $x_0 := 1 - x_a$  setzen, wann immer es Sinn macht, so erhalten wir für  $i = 0, a, b$ :

$$\begin{pmatrix} P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial w} \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \\ \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial q_i}{\partial w} \\ \frac{\partial e_i}{\partial w} \end{pmatrix}$$

Analog zum Vorgehen im Beweis von Lemma 4.2.1 leiten wir daraus ab, dass:

$$\frac{\partial q_i}{\partial w} = \frac{1}{k_i} \left[ P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial w} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right] \\ \frac{\partial e_i}{\partial w} = \frac{-1}{k_i} \left[ \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} + P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial w} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right]$$

wobei  $k_i$  wie im Beweis von Lemma 4.2.1 gegeben sei. Indem wir beides in die Gleichungen 4.5 und 4.6 einsetzen, erhalten wir für gegebenes und festes  $x_{0b}$ :

$$\frac{\partial Q}{\partial w} = \frac{\sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e}}{1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}} < 0.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{\partial E}{\partial w} = - \sum \frac{x_i}{k_i} \left[ P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial w} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} \right] \\ = \frac{P'(Q) \left[ \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} - \left( \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} \right)^2 \right] - \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2}}{1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}}$$

Damit gilt aufgrund von Annahme 4.1.2, dass  $\partial E/\partial w < 0$ .

ad 2.) Als nächstes leiten wir das Vorzeichen von  $\partial E/\partial x_{0b}$  und  $\partial Q/\partial x_{0b}$  für gegebenes und festes  $w$  her. In diesem Fall gilt:

$$\begin{pmatrix} P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial e \partial q} \\ \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} & \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial q_i}{\partial x_{0b}} \\ \frac{\partial e_i}{\partial x_{0b}} \end{pmatrix}$$

Daraus lässt sich direkt ableiten, dass

$$\frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} = \frac{q_b - q_0}{1 - P'(Q) \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial e^2}} > 0$$

und

$$\frac{\partial E}{\partial x_{0b}} = e_b - e_0 - P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_{0b}} \sum \frac{x_i}{k_i} \frac{\partial^2 C_i}{\partial q \partial e} < 0.$$

ad 3.) Die Auswirkung einer Änderung von  $x_a$  im Fall  $x_{0b} < 1 - x_a$  lässt sich analog herleiten. Ist  $x_{0b} = 1 - x_a$ , so leiten mit analogem Vorgehen her, dass

$$\frac{\partial Q}{\partial x_a} = \frac{q_a - q_b}{1 - P'(Q) \left( \frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_a}{\partial e^2} + \frac{1-x_a}{k_{0b}} \frac{\partial^2 C_b}{\partial e^2} \right)} < 0$$

Weiterhin gilt:

$$\frac{\partial E}{\partial x_a} = e_a - e_b - P'(Q) \frac{\partial Q}{\partial x_a} \left[ \frac{x_a}{k_a} \frac{\partial^2 C_a}{\partial q \partial e} + \frac{1-x_a}{k_{0b}} \frac{\partial^2 C_b}{\partial q \partial e} \right] > 0.$$

ad 5.) : Gemäß Envelope Theorem ergibt sich:

$$P'(Q_2)(q_{b,2} - q_{i,2}) \frac{\partial Q_2}{\partial w_2} + (e_{i,2} - e_{b,2}) > 0,$$

$i = 0, a$ . q.e.d.

**Beweis von Proposition 4.3.2 ad 1.)** Es seien  $F_b^1$  und  $F_b^2$  so, dass für  $F_b^1$  das Gleichungssystem (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) und (4.7) und für  $F_b^2$  das Gleichungssystem (4.3), (4.4), (4.8), (4.9) und (4.10) jeweils mit  $x_{ab} = 0$  und  $x_{0b} = 1 - x_a$  erfüllt ist. Dementsprechend müssen der Gleichgewichts-Output-Preis  $P$  und der Gleichgewichts-Input-Preis  $w_2$  in beiden Fällen gleich sein. Aus den Gleichungen (4.10) und (4.7) folgt dann unmittelbar.  $F_b^1 = F_b^2$ .

ad 2.) -4.) : Zunächst einmal gehen wir von einer Lösung  $0 < x_{0b} < 1 - x_a$  aus. Indem wir die zugehörigen Gleichungen (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) und (4.7) bezüglich  $x_{0b}$  differenzieren und Lemma 4.3.1 anwenden, erhalten wir:

$$r = P'(Q_2)(q_{b,2} - q_{0,2}) \left[ \frac{\partial Q_2}{\partial w_2} \frac{\partial w_2}{\partial x_{0b}} + \frac{\partial Q_2}{\partial x_{0b}} \right] \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} + (e_{0,2} - e_{b,2}) \frac{\partial w_2}{\partial x_{0b}} \frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b}$$

Daraus folgt, dass:

$$\frac{\partial x_{0b}}{\partial F_b} = \frac{r}{P'(Q_2)(q_{b,2} - q_{0,2})\left[\frac{\partial Q_2}{\partial w_2} \frac{\partial w_2}{\partial x_{0b}} + \frac{\partial Q_2}{\partial x_{0b}}\right] + (e_{0,2} - e_{b,2})\frac{\partial w_2}{\partial x_{0b}}}$$

Gemäß der Annahmen bezüglich  $w_2$  und Lemma 4.3.1 folgt  $\partial x_{0b}/\partial F_b < 0$ . Zudem haben wir gezeigt, dass die linke Seite von (4.7) bezüglich  $x_{0b}$  fallend ist<sup>69</sup>. Daher würde, wenn ein Anteil  $x > x_{0b}$  an Firmen, die zuvor die konventionelle Technologie genutzt haben, Technologie  $b$  adoptiert, die Kostenersparnis dadurch, welche gerade der linken Seite entspricht, kleiner als die Installationskosten sein. Daher würden Firmen diese Entscheidung revidieren wollen. Im Falle  $x < x_{0b}$  würde analog ein Anreiz für weitere Firmen bestehen, die Technologie zu adoptieren. Damit ist die Lösung der Gleichungen (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) und (4.7) ein Marktgleichgewicht<sup>70</sup>. Keine Adoption von Technologie  $b$  kann zudem nur genau dann ein Gleichgewicht sein, wenn die linke Seite von (4.7) für alle  $x_{0b} > 0$  kleiner als  $F_b$  ist. Entsprechend kann vollständige Adoption von Technologie  $b$  durch die Firmen mit konventioneller Technologie - unabhängig davon, ob Firmen mit Technologie  $a$  Technologie  $b$  adoptieren - nur ein Gleichgewicht sein, wenn die linke Seite von (4.7) für alle  $x_{0b} > 0$  größer als  $F_b$  ist.

Als Konsequenz dieser Argumente gilt für alle Marktgleichgewichte mit  $0 < x_{0b} < 1 - x_a$ , dass  $F_b$  in dem Intervall  $[\underline{F}_b(x_a), \overline{F}_b(x_a)]$  liegt, dessen Grenzen  $\underline{F}_b(x_a)$  und  $\overline{F}_b(x_a)$  durch das Gleichungssystem (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) und (4.7) gegeben  $x_{0b} = 0$  beziehungsweise  $x_{0b} = 1 - x_a$  festgelegt werden. Die genauen Eigenschaften des Gleichgewichts lassen sich analog zum Beweis von Proposition 4.2.2 herleiten, indem man die Funktion  $V'(E_2^*(x_a, x_{0b}, x_{ab}))$  durch  $w_2$  ersetzt.

*ad 5.) -7.)* : Hier lässt sich analog argumentieren.

*ad 8.)*: Wir bezeichnen mit  $\underline{Q}_2$ ,  $\underline{q}_{b,2}$ ,  $\underline{e}_{b,2}$ ,  $i = 0, a, b$  und  $\underline{w}_2$  die Gleichgewichtswerte, die sich für  $x_{0b} := 1 - x_a$  ergeben. Wie oben erwähnt, wird  $\underline{F}_b(x_a)$  durch Gleichung (4.7), gegeben diese Niveaus, bestimmt. Indem wir diese Gleichung bezüglich  $x_a$  differenzieren, erhalten wir:

$$\frac{\partial \underline{F}_b(x_a)}{\partial x_a} = P'(\underline{Q}_2)(\underline{q}_{b,2} - \underline{q}_{0,2})\left[\frac{\partial \underline{Q}_2}{\partial w} \frac{\partial w_2}{\partial x_a} + \frac{\partial \underline{Q}_2}{\partial x_a}\right] + (\underline{e}_{0,2} - \underline{e}_{b,2})\frac{\partial w_2}{\partial x_a}.$$

Gemäß Lemma 4.3.1 und den Annahmen bezüglich  $w_2$  ergibt sich  $\partial \underline{F}_b(x_a)/\partial x_a > 0$ . Analog lässt sich zeigen, dass  $\partial \overline{F}_b(x_a)/\partial x_a < 0$ . Aus vergleichbaren Gründen wie im sozialen Optimum gehen diese Werte gegen das gleich Niveau, wenn  $x_a$  gegen 1 strebt.

<sup>69</sup>Wobei die anderen Werte gegeben  $x_{0b}$  gemäß den restlichen Gleichungen angepasst werden.

<sup>70</sup>Da in diesem Fall aus den in Kapitel 4 genannten Gründen keine Firma mit Technologie  $a$  einen Anreiz hat, Technologie  $b$  zu adoptieren

ad 9.): Analog wie in den vorherigen Fällen können wir zeigen, dass

$$\frac{\partial \bar{\bar{F}}_2(x_a)}{\partial x_a} = P'(Q_2)(q_{b,2} - q_{a,2}) \left[ \frac{\partial Q_2}{\partial w} \frac{\partial w_2}{\partial x_a} + \frac{\partial Q_2}{\partial x_a} \right] + (\underline{e}_{a,2} - \underline{e}_{b,2}) \frac{\partial w_2}{\partial x_a} > 0.$$

Da für den Fall  $F_b = \underline{\underline{F}}_b$ , alle Firmen Technologie  $b$  nutzen, hängt das Marktgleichgewicht nicht von  $x_a$  ab. Damit hängt auch  $\underline{\underline{F}}_b$  nicht von  $x_a$  ab. Offensichtlich gilt  $\bar{\bar{F}}_b(0) = \underline{\underline{F}}_b$ , da, im Fall  $x_a = 0$  und  $F_b = \bar{\bar{F}}_b(0)$ , alle Firmen Technologie  $b$  nutzen.

**Beweis von Proposition 4.3.3** Indem wir  $V'(E_i^*)$  durch  $w_i$  ersetzen, lassen sich die Rechnungen von Proposition 4.2.4 übertragen. Es bleibt zu zeigen, dass ein Lösung des jeweils relevanten Gleichungssystems, wenn diese existiert, auch eindeutig ist. Dieses geschieht unter Beachtung der Ergebnisse von Proposition 4.3.2 durch analoges Vorgehen wie im vorangegangenen Beweis.

**Beweis von Proposition 4.4.1** Wir setzen  $w_1 = V'(E_1^*)$ ,  $w_2 = V'(E_2^*)$ ,  $x_a = x_a^*$ ,  $x_{0b} = x_{0b}^*$  und  $x_{ab} = x_{ab}^*$  in die Gleichungen ein, die das Markt Gleichgewicht beschreiben. Offensichtlich ergeben sich dann gerade die Bedingungen erster Ordnung für das soziale Optimum. Da die Lösung eindeutig bezüglich  $F_a$  und  $F_b$  ist, folgt die Aussage

**Beweis von Proposition 4.4.2:** Die Beweise der Aussagen 1. - 4. verlaufen im Wesentlichen gleich. Es seien also  $x_a$  und  $x_{0b}$  gegeben, und  $F_a = F_a^M(x_a, x_{0b}, 0)$ ,  $F_b = F_b^M(x_a, x_{0b}, 0)$  beziehungsweise  $F_a^* = F_a^*(x_a, x_{0b}, 0)$  und  $F_b^* = F_b^*(x_a, x_{0b}, 0)$  die zugehörigen Kostenniveaus in Hinblick auf das Marktgleichgewicht beziehungsweise das soziale Optimum. Zunächst überlegen wir uns, dass für die monopolistischen Gleichgewichts-Preise  $w_1^m$  und  $w_2^m$  auf dem Inputmarkt  $w_1^m > V'(E_1^*)$  und  $w_2^m > V'(E_2^*)$  gilt. Aus dieser Tatsache folgt dann unmittelbar die Aussage. Letzteres sei zunächst mit Hilfe der Gleichung (4.15) für Aussage 1. exemplarisch gezeigt. Differenziert man die linke Seite der Gleichung bezüglich des Inputpreises, so zeigt sich, dass diese Seite kleiner wird, wenn der Preis sinkt. Zudem hängt die rechte Seite nicht vom Inputpreis ab. Damit weiterhin Gleichheit gilt, müssen daher auch die Installationskosten von Technologie  $a$  sinken. Damit ist Aussage 1. bewiesen. Analog lassen sich die Aussagen 2. - 4. zeigen.

Beweisen wir also die Aussage über die Preise: Klar ist zunächst einmal, dass  $w_1^m$  und  $w_2^m$  oberhalb der Grenzkosten  $V'(E_1(x_a, w_1^m))$  und  $V'(E_2(x_a, x_{0b}, w_2^m))$  liegen. Da im sozialen Optimum die relevanten Gleichungen des Gleichungssystem (4.11) und (4.19) erfüllt sind, wenn als Marktpreise  $w_1^* = V'(E_1^*)$  und  $w_2^* = V'(E_2^*)$  genommen werden, müssen wir uns nur überlegen, in welche Richtung sich, wenn mit  $w_1^m$  und  $w_2^m$  sowie  $V'(E_1(x_a, w_1^m))$  und  $V'(E_2(x_a, x_{0b}, w_2^m))$  starten, die Preise

verändern müssen, damit die vorherigen zwei Gleichheiten gelten<sup>71</sup>. Da aber offensichtlich sowohl  $V'(E_1(x_a, w))$  als auch  $V'(E_2(x_a, x_{0b}, w))$ , wobei  $w$  ein beliebiger zulässiger Preis sei, in  $w$  fallende Funktionen sind, müssen  $w_1^*$  und  $w_2^*$  kleiner als  $w_1^m$  und  $w_2^m$  sein.

ad 5): Wir definieren:

$$\begin{aligned} \Delta C_{ab}(w, x_a, x_{0b}) := & \frac{1}{\lambda + r} [P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_{0,1} - C_{a,1} + w(e_{0,1} - e_{a,1})] \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} (P(Q_2)(q_{a,2} - q_{b,2}) + C_{b,2} - C_{a,2} + w(e_{b,2} - e_{a,2})) + F_b \right], \end{aligned}$$

Es sei nun  $(F_a, F_b)$  ein Paar auf dem Abschnitt  $\overline{IC}$  in Abbildung 4.1. Dann gilt  $C_{ab}(V'(E_2^*), 1, 0) = F_a$ , wobei  $V'(E_2^*)$  das effiziente Grenzkostenniveau bezüglich des Inputguts ist. Wir betrachten nun die beiden Spezialfälle  $\partial \Delta C_{ab} / \partial w > 0$  und  $\partial \Delta C_{ab} / \partial w < 0$ . Weiterhin halten wir fest, dass für den monopolistischen Marktpreis  $w^m$ , der sich bei  $x_a = 1$  ergibt,  $w^m > V'(E_2^*)$  gilt. Je nach Vorzeichen von  $\partial \Delta C_{ab} / \partial w$  gilt  $C_{ab}(w^m, 1, 0) > F_a$  beziehungsweise  $C_{ab}(w^m, 1, 0) < F_a$  ( $F_b$  bleibt fest!). Damit ist je nach Vorzeichen der partiellen Ableitung das Kostenniveau  $F_a^m(F_b)$ , für das im Marktgleichgewicht  $x_a = 1$  gilt, kleiner oder größer als  $F_a$ . Im ersten Fall würden  $x_a < 1$  Unternehmen bei Installationskosten  $(F_a, F_b)$  Technologie  $a$  und  $1 - x_a$  Unternehmen Technologie  $b$  in der zweiten Stufe nutzen, obwohl es effizient wäre, dass alle Firmen nur Technologie  $a$  adoptieren. Im zweiten Fall würden bereits für gewisse Kostenpaare rechts von  $\overline{IC}$  alle Firmen Technologie  $a$  im Marktgleichgewicht adoptieren, obwohl es effizient wäre, dass einige auf Technologie  $b$  warten. Im ersten Fall wird also für gewisse Kostenpaare zu wenig in Technologie  $a$  und zu viel in Technologie  $b$  investiert, im zweiten Fall zu viel Technologie  $a$  und zu wenig in Technologie  $b$ . Es ist also im Allgemeinen unbestimmt, wie sich das Gleichgewicht in diesem Bereich von der effizienten Allokation unterscheidet.

**Beweis von Proposition 4.4.3 :** Im Prinzip ähnelt der Beweis dieser Proposition dem Beweis der vorherigen.

*Fall 1: Partielle Adoption in beiden Stufen:* Die effiziente Lösung erfüllt

$$\frac{1}{r} ((q_{b,2}^* - q_{0,2}^*)P(Q_2^*) + C_0^2 - C_b^2 + (e_{0,2}^* - e_{b,2}^*)V'(E_2^*)) = F_b^*$$

<sup>71</sup>Im sozialen Optimum gilt, wenn wir einen virtuellen Preis einführen, Preis gleich Grenzkosten. Damit, wie im Gleichgewicht, der Preis über den Grenzkosten liegt, muss  $E$  sinken. Dadurch steigt der Preis und sinken die Grenzkosten.

und

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r} ((q_{a,1}^* - q_{0,1}^*)P(Q_1^*) + C_0^1 - C_b^1 + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V'(E_1^*)) \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} ((q_{a,2}^* - q_{0,2}^*)P(Q_2^*) + C_0^2 - C_b^2 + (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*)V'(E_2^*)) = F_a^* \end{aligned}$$

Ist  $x_a > 0$ , so muss offensichtlich für den Gleichgewichtspreis  $w_1 < V'(E_0)$  gelten. Da  $E_1^* < E_0$ , gilt zudem  $w_1 < V'(E_1^*)$ , denn ansonsten wäre die Input-Nachfrage kleiner oder gleich  $E_1^*$ . Analog lässt sich zeigen, dass, wenn  $x_a > 0$  oder  $x_{0b} > 0$ , die Ungleichung  $w_2 < V'(E_2^*)$  gilt. Damit ist gemäß Lemma 4.3.1:

$$\frac{1}{r} ((q_{b,2} - q_{0,2})P(Q_2) + C_0^2 - C_b^2 + (e_{0,2} - e_{b,2})w_2 < F_b^*,$$

wenn  $x_a > 0$  oder  $x_{0b} > 0$  gilt. Also ist  $F_b < F_b^*$ . Analog folgt, wenn  $x_a > 0$  oder  $x_{0b} > 0$ , dass

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r} ((q_{a,1} - q_{0,1})P(Q_1) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1} - e_{a,1})w_1 \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \frac{1}{r} ((q_{a,2}^* - q_{0,2}^*)P(Q_2^*) + C_0^2 - C_b^2 + (e_{0,2}^* - e_{a,2}^*)w_2 < F_a^*, \end{aligned}$$

was  $F_a < F_a^*$  impliziert.

*Fall 2: Partielle Adoption in der ersten, teilweiser Austausch in der zweiten Stufe*

In diesem Fall gilt:

$$\frac{1}{r} ((q_{b,2}^* - q_{a,2}^*)P(Q_2^*) + C_a^2 - C_b^2 + (e_{a,2}^* - e_{b,2}^*)V'(E_2^*)) = F_b^*$$

und

$$\frac{1}{\lambda + r} ((q_{a,1}^* - q_{0,1}^*)P(Q_1^*) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V'(E_1^*)) = F_a^*$$

Für alle  $1 \geq x_a \geq 0$  und  $x_a \geq x_{ab} \geq 0$  gilt  $E_2^* > E_0$ , da immer  $1 - x_a$  Firmen Technologie  $b$  in der zweiten Stufe adoptieren. Aus den gleichen Gründen wie im ersten Fall gilt zudem  $w_2 < V'(E_2^*)$  und daher  $F_b < F_b^*$ . In der ersten Stufe gilt  $E_1^* < E_0$  genau dann wenn  $x_a > 0$ . Damit ist  $F_a < F_a^*$ , wenn  $x_a > 0$  und  $F_a = F_a^*$ , wenn  $x_a = 0$ .

*Fall 3: Partielle Adoption von Technologie a, keine Adoption von Technologie b*

Es gelten die gleichen Argumente wie in den vorangegangenen Fällen.

*Fall 4: Partielle Adoption von Technologie b, keine Adoption von Technologie a: Analog.*

*Fall 5: Vollständige Adoption von Technologie a, ein Teil der Firmen adoptiert zudem Technologie b: Analog.*

*Fall 6: Alle Firmen adoptieren Technologie b, egal welche Technologie sie benutzen: In diesem*

Fall ist sowohl im sozialen Optimum wie im Marktgleichgewicht die Entscheidung der ersten Stufe unabhängig davon, was in der zweiten Stufe passiert. Aus analogen Gründen wie in den vorherigen Fällen muss  $F_a < F_a^*$ , wenn  $x_a > 0$  und  $F_a = F_a^*$ , wenn  $x_a = 0$ , gelten.

*Fall 7: Partielle Adoption von Technologie a, alle verbleibenden Firmen adoptieren Technologie b, kein Austausch*

$x_a = 0$ : In diesem Fall gilt  $w_1 = V'(E_0)$  und  $Q_1^* = Q_1$ , da  $E_1^* = E_0$ . Allerdings gilt  $w_2 < V'(E_2^*)$ .

Da

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r} ((q_{a,1}^* - q_{0,1}^*)P(Q_1^*) + C_0^1 - C_a^1 + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V'(e_0)) \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} ((q_{a,2}^* - q_{b,2}^*)P(Q_2^*) + C_b^2 - C_a^2 + (e_{b,2}^* - e_{a,2}^*)V'(E_2^*)) + F_b \right] = F_a^* \end{aligned}$$

ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda + r} ((q_{a,1} - q_{0,1})P(Q_1) + C_{0,1} - C_{a,1} + (e_{0,1} - e_{a,1})V'(e_0)) \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} ((q_{a,2} - q_{b,2})P(Q_2) + C_{b,2} - C_{a,2} + (e_{b,2} - e_{a,2})w_2 + F_b) \right] > F_a^*, \end{aligned}$$

da der Teil, der sich auf die zweite Stufe bezieht in  $w_2$  fällt. Also  $F_a > F_a^*$ .

$x_a = 1$ : In diesem Fall gilt  $w_1 = w_2 < V'(E_1^*) = V'(E_2^*)$  und  $E_1^* = E_2^* < E_0$ . Da aber

$$\begin{aligned} \Delta C_{ab}(x_a, x_{0b}, V'(E_1^*)) &= \frac{1}{\lambda + r} ((q_{a,1}^* - q_{0,1}^*)P(Q_1^*) + C_{0,1} - C_{q,1} + (e_{0,1}^* - e_{a,1}^*)V'(E_1^*)) \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} ((q_{a,2}^* - q_{b,2}^*)P(Q_2^*) + C_{b,2} - C_{a,2} + (e_{b,2}^* - e_{q,2}^*)V'(E_1^*)) + F_b \right] = F_a^* \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \Delta C_{ab}(x_a, x_{0b}, w_1) &= \frac{1}{\lambda + r} ((q_{a,1} - q_{0,1})P(Q_1) + C_{0,1} - C_{a,1} + (e_{0,1} - e_{a,1})w_1) \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + r} \left[ \frac{1}{r} ((q_{a,2} - q_{b,2})P(Q_2) + C_{b,2} - C_{a,2} + (e_{b,2} - e_{a,2})w_1 + F_b) \right] = F_a \end{aligned}$$

ergibt sich  $F_a < F_a^*$ , wenn  $\partial \Delta C_{ab} / \partial w > 0$  und  $F_a > F_a^*$  wenn  $\Delta C_{ab} / \partial w < 0$ . In allen anderen Fällen ist der Effekt unbestimmt.

**Beweis der Aussagen im Abschnitt 4.4.3:** Für die Fälle, dass entweder beide Technologien partiell adoptiert werden, oder Technologie  $a$  partiell adoptiert wird, und nur alle verbleibenden Firmen mit konventioneller Technologie  $b$  adoptieren, können wir die Aussagen wie in Kapitel 3 beweisen.

Betrachten wir also den Fall, dass Technologie  $a$  partiell adoptiert wird, und ein Teil dieser Firmen Technologie  $b$  adoptiert. Sei dazu  $1 \geq x_a \geq 0$  und  $1 \geq x_{ab} \geq 0$  gegeben.  $(F_a, F_b)$  beziehungsweise  $(F_a^*, F_b^*)$  seien die zugehörigen Kostenpaare im Marktgleichgewicht beziehungsweise sozialen Optimum. Wir unterscheiden zwei Fälle:

*Fall 1:*  $F_a \geq \underline{F}_a$ , wobei  $\underline{F}_a$  das Kostenniveau sei, für das der soziale Planer gerade alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren lassen würde, wenn er Technologie  $b$  nicht antizipiert<sup>72</sup>. Sei nun  $\tilde{F}_b = \bar{F}_b(F_a)$ . Für  $(F_a, \tilde{F}_b)$  entspricht  $L_a$  in beiden Stufen gerade den effizienten Emissionsniveaus. Wenn wir uns von  $\tilde{F}_b$  nach  $F_b$  bewegen, sinkt gemäß Proposition 4.2.5, 5., der effiziente Wert  $x_a^*$ . Damit ist  $E_1^*(F_a, F_b) > L_a > E_2^*(F_a, F_b)$ .

*Fall 2:*  $F_a < \underline{F}_a$ , wobei  $\underline{F}_a$  das Kostenniveau sei, für das der soziale Planer gerade alle Firmen Technologie  $a$  adoptieren lassen würde, wenn er Technologie  $b$  nicht antizipiert. Sei nun  $\tilde{F}_b$  so, dass  $F_a = \underline{F}_a(\tilde{F}_b)$ <sup>73</sup>. Für  $(F_a, \tilde{F}_b)$  entspricht  $L_a$  wieder in beiden Stufen gerade den effizienten Emissionsniveaus. Es gilt  $x_a^* = 1$ . Wenn wir uns von  $\tilde{F}_b$  nach  $F_b$  bewegen, sinkt gemäß Proposition 4.2.5, 5., wiederum der effiziente Wert  $x_a^*$ . Damit ist ebenfalls  $E_1^*(F_a, F_b) > L_a > E_2^*(F_a, F_b)$ . Also gilt  $\sigma_1 > D'(E_1^*(F_a, F_b))$ , weswegen  $x_a^* < x_a$  gilt. Damit muss  $F_a^* < F_a$  sein. In der zweiten Stufe gilt hingegen  $x_{ab}^* > x_{ab}$ , da zu viele Zertifikate ausgegeben wurden<sup>74</sup>. Also muss  $F_b^* > F_b$  sein.

Abschließend betrachten wir den Fall, dass in der zweiten Stufe sowohl im sozialen Optimum als auch im Marktgleichgewicht alle Firmen Technologie  $b$  adoptieren. Sei dazu  $1 \geq x_a \geq 0$  und  $F_b$  derart, dass in beiden Fällen, Marktgleichgewicht und sozialen Optimum, alle Firmen Technologie  $b$  adoptieren, gegeben.  $F_a$  beziehungsweise  $F_a^*$  seien das zugehörige Kostenniveau im Marktgleichgewicht beziehungsweise sozialem Optimum. Nun ist  $x_a$  gemäß (4.19) für das Kostenniveau  $F_a^*$  gegeben, wohingegen der myopische soziale Planer den aus seiner Sicht effizienten Wert  $\tilde{x}_a^*(F_a)$  gemäß

$$\frac{1}{r} [P(Q_1)(q_{a,1} - q_{0,1}) + C_{0,1}, C_{a,1} + V'(E_1)(q_{0,1} - q_{a,1})] = F_a^*$$

wählt. Das heißt, dass Niveau  $x_a$  wählt der myopische Planer für  $F_a = [(\lambda + r)/r] \cdot F_a^* > F_a^*$ .

<sup>72</sup>Linke vertikale gestrichelte Gerade in Abbildung 4.4.

<sup>73</sup>vergleiche Abbildung 4.4:  $\bar{F}_a$  wird durch die linke vertikale, gestrichelte Linie repräsentiert.

<sup>74</sup>Man beachte, dass  $x_a^*$  unabhängig von  $F_b$  ist!

### A.3 Beweise zu Kapitel 5

**Beweis von Lemma 5.2.3:** Unser Ziel ist es,

$$\lim_{dt \rightarrow 0} \frac{E(dCV|\theta)}{dt}$$

zu berechnen. Dieses ist der so genannte *Generator* des zugrunde liegenden Prozesses (Vergleiche Øksendal [1992]). Mittels der Berechnungsformel für Generatoren (Vergleiche Øksendal [1992], S.115) folgt die Aussage.

**Beweis von Gleichung (5.9):** Setze  $V(\theta) := \frac{c(\xi)}{r} + Ae^{\alpha\theta} + Be^{\beta\theta}$ . Also gilt  $V' = \alpha Ae^{\alpha\theta} + \beta Be^{\beta\theta}$  und  $V'' = \alpha^2 Ae^{\alpha\theta} + \beta^2 Be^{\beta\theta}$ . Damit gilt:

$$c(\xi) + \mu V' + \frac{\rho^2}{2} V'' = c(\xi) + \mu\alpha Ae^{\alpha\theta} + \mu\beta Be^{\beta\theta} + \frac{\rho^2}{2} \alpha^2 Ae^{\alpha\theta} + \frac{\rho^2}{2} \beta^2 Be^{\beta\theta}$$

Nun ist

$$\begin{aligned} \mu\alpha + \frac{\rho^2}{2} \alpha^2 &= -\frac{\mu^2}{\rho^2} + \mu\sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^2} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\rho^2}{2} \left( \frac{\mu^2}{\rho^4} - 2\frac{\mu}{\rho^2} \sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2} \right) \\ &= -\frac{\mu^2}{\rho^2} + \mu\sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^2} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\mu^2}{2\rho^2} - \mu\sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\mu^2}{2\rho^2} + r = r \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \mu\beta + \frac{\rho^2}{2} \beta^2 &= -\frac{\mu^2}{\rho^2} - \mu\sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^2} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\rho^2}{2} \left( \frac{\mu^2}{\rho^4} + 2\frac{\mu}{\rho^2} \sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2} \right) \\ &= -\frac{\mu^2}{\rho^2} - \mu\sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^2} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\mu^2}{2\rho^2} + \mu\sqrt{\frac{\mu^2}{\rho^4} + \frac{2r}{\rho^2}} + \frac{\mu^2}{2\rho^2} + r = r \end{aligned}$$

und daher

$$rV = c(\xi) + \mu V' + \frac{\rho^2}{2} V''.$$

**Beweis von Lemma 5.2.5:** Wir definieren die Stoppzeit  $s_{\omega_1, \omega_2} := \inf\{t = W(t) = \omega_1 + \omega_2 t\}$ , wobei  $\omega_1 > 0$ ,  $\omega_2 \in \mathbb{R}$  und  $W$  ein Standard Wiener-Prozess sei. Aufgrund der Theorie über Wiener-Prozesse (vergleiche zum Beispiel Irle [2003], p.142 ff.) wissen wir, dass

$$P(s_{\omega_1, \omega_2} < T) = \int_{-\infty}^T \frac{\omega_1}{t^{\frac{3}{2}}} \varphi\left(\frac{\omega_1 + \omega_2 t}{\sqrt{t}}\right) dt$$

Nun ist

$$\theta_0 + \theta(t) = \theta_1 \Leftrightarrow \theta_0 + \mu t + \sigma W_t = \theta_1 \Leftrightarrow W_t = \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma} - \frac{\mu}{\sigma} t$$

Also benutzen wir die Stoppzeit  $s_{\omega_1, \omega_2}$ , wobei  $\omega_1 = \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma}$  und  $\omega_2 = -\frac{\mu}{\sigma}$ . Damit erhalten wir

$$\begin{aligned} E(e^{-r s_{\omega_1, \omega_2}}) &= \int_0^{-\infty} e^{-rt} dP(s_{\omega_1, \omega_2} < t) = \int_0^{-\infty} e^{-rt} \frac{\omega_1}{t^{\frac{3}{2}}} \varphi\left(\frac{\omega_1 + \omega_2 t}{\sqrt{t}}\right) dt \\ &= e^{-\omega_1(\omega_2 + \sqrt{\omega_2^2 + 2r})}, \end{aligned}$$

wobei  $\varphi$  die Dichte der Normalverteilung sei. Nun ist

$$\begin{aligned} \omega_1(\omega_2 + \sqrt{\omega_2^2 + 2r}) &= \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma} \left(-\frac{\mu}{\sigma} + \sqrt{\frac{\mu^2}{\sigma^2} + 2r}\right) = (\theta_1 - \theta_0) \left(-\frac{\mu}{\sigma^2} + \sqrt{\frac{\mu^2}{\sigma^4} + \frac{2r}{\sigma^2}}\right) \\ &= (\theta_1 - \theta_0)\alpha. \end{aligned}$$

**Beweis von Proposition 5.2.6:** Zu bestimmen sind  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$  und  $\tilde{\theta}$ . Dazu nutzen wir die Expected-Payoff-Bedingung (5.12), die Value-Matching-Condition (5.10) und die Smooth-Pasting-Condition 5.11. Das heißt, es gilt

$$\frac{c(\xi)}{r} + \mathfrak{A}e^{\alpha\xi} + \mathfrak{B}e^{\beta\xi} = \frac{c(\xi)}{r} (1 - e^{-\alpha(\tilde{\theta} - \xi)}) + \left(\frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta})\right) e^{-\alpha(\tilde{\theta} - \xi)},$$

$$\frac{c(\xi)}{r} + \mathfrak{A}e^{\alpha\tilde{\theta}} + \mathfrak{B}e^{\beta\tilde{\theta}} = \frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta})$$

und

$$\alpha\mathfrak{A}e^{\alpha\tilde{\theta}} + \beta\mathfrak{B}e^{\beta\tilde{\theta}} = \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta}(\tilde{\theta}) + F'(\tilde{\theta}).$$

Durch Auflösen der ersten beiden Gleichungen ergibt sich  $\mathfrak{A} = e^{-\alpha\tilde{\theta}} \left(\frac{c(\tilde{\theta})}{r} + F(\tilde{\theta}) - \frac{c(\xi)}{r}\right)$  und  $\mathfrak{B} = 0$ . Indem wir dies in die dritte Gleichung einsetzen, ergibt sich durch Umformen (5.13).

**Beweis von Proposition 5.4.1:** Mit  $SC(\theta_1, \theta_2)$  seien im Folgenden der gegenwärtige Wert der erwarteten sozialen Kosten, wenn Firma 1 Technologie  $\theta_1$  und Firma 2 Technologie  $\theta_2$  adoptiert, bezeichnet. In der Notation von Abschnitt 5.3 heißt das  $SC(\theta_1, \theta_2) = \Gamma(\theta_1, \theta_2)$ .

Zunächst einmal halten wir fest, dass für  $i, j = 1, 2$  gemäß dem Envelope-Theorem gilt:

$$\frac{\partial SC}{\partial \theta_i}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial C}{\partial \theta_i}(\theta_i, e_i(\theta_1, \theta_2)).$$

Gemäß dem Gleichungssystem (5.15) wird  $\theta_2$  durch folgende Gleichung bestimmt, wobei wir die sozialen Kosten ausschreiben

$$\alpha(C_{2,2} + C_{1,2} + D(E_2) + rF_2 - [C_{0,1} + C_{1,1} + D(E_1)]) = \frac{\partial C_{2,2}}{\partial \theta_2} + F_2' \quad (\text{A.61})$$

Sei nun  $\theta_2(\theta_1)$  die optimale Wahl des sozialen Planers gegeben  $\theta_1$ . Dann betragen gemäß der Expected-Payoff-Bedingung 5.12 die erwarteten zukünftigen sozialen Kosten nach der ersten Investition gegeben  $\theta_1$ :

$$SC(\theta_1, \xi) = (1 - e^{-\alpha(\theta_2(\theta_1) - \theta_1)}) \frac{1}{r} [C_{1,1} + C_{0,1} + D(E_1)] \\ + e^{-\alpha(\theta_2(\theta_1) - \theta_1)} \left( \frac{1}{r} [C_{1,2} + C_{2,2} + D(E_2)] + F_2 \right) + F_1$$

$\theta_1$  wird gewählt gemäß (5.15) dann durch folgende Gleichung bestimmt

$$\alpha [C_{1,1} + C_{0,1} + D(E_1) + rF_1 - 2C_{0,0} - D(E_0)] \\ = (1 - e^{-\alpha(\theta_2(\theta_1) - \theta_1)}) \frac{\partial C_{1,1}}{\partial \theta} + e^{-\alpha(\theta_2(\theta_1) - \theta_1)} \frac{\partial C_{1,2}}{\partial \theta} + rF_1' \quad (\text{A.62})$$

Für  $\theta_2(\theta_1) = \theta_1$  sind die rechten Seiten von (A.61) und (A.62) identisch. Wir wollen nun zeigen, dass sich die linken Seiten unterscheiden und damit  $\theta_2(\theta_1)$  größer als  $\theta_1$  sein muss. Zieht man den Klammerterm auf der linken Seite von (A.62) nämlich von dem entsprechenden Term der Gleichung (A.61) für ein beliebiges  $\theta_2 \geq \theta_1$  ab, so ergibt sich

$$C_{2,2} + C_{1,2} + D(E_2) + (F_2 - F_1) - 2C_{0,0} - D(E_0)$$

Nun ist offensichtlich  $C_{2,2} + C_{1,2} + D(E_2) - 2C_{0,0} - D(E_0) < 0$ , weil die Technologien  $\theta_1$  und  $\theta_2$  zu geringeren Kosten führen als die ursprüngliche Ausgangstechnologie. Ebenso gilt  $F_2 - F_1 \leq 0$ , da  $F' \leq 0$  vorausgesetzt wurde. Zudem sind beide Terme fallend in  $\theta_2$ . Damit kann insbesondere nicht  $\theta_2(\theta_1) = \theta_1$  der Fall sein, da in diesem Fall die rechten Seiten der Gleichungen (A.61) und (A.62) identisch wären, die linken Seiten, wie gezeigt, aber nicht. Damit muss  $\theta_2(\theta_1) > \theta_1$  gelten. Genauer ist aus Stetigkeitsgründen  $\theta_2(\theta_1) - \theta_1 > \varepsilon$  für ein geeignetes  $\varepsilon$ .

**Beweis von 5.4.2** Wir halten zunächst fest, dass aufgrund des Envelopentheorems für alle  $i \leq n$

$$\frac{\partial SC_i}{\partial \theta_i} = \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_i, e_i).$$

gilt. Wir beweisen die Aussage per Rückwärtsinduktion. Für den Induktionsanfang lassen sich die Argumente aus dem Fall zweier Firmen de facto übernehmen: Wir müssen in den Gleichungen lediglich die Vermeidungskosten der  $n-2$  Firmen, die vorher investiert haben, ergänzen, wodurch sich die Terme, nicht aber die Schlüsse verändern. Damit ist der Induktionsanfang bewiesen. Für die  $i$ -te Investition lassen sich ebenfalls die Argumente aus dem Fall zweier Firmen anwenden. Formal tauchen, wie sich durch direktes Nachrechnen ergibt, auf der rechten Seite der Bestimmungsgleichung

zwar alle indirekten Effekte  $\partial\theta_j/\partial\theta_i$ ,  $j > i$ , auf. Diese fallen jedoch aus dem gleichen Grund weg aus dem im Fall zweier Firmen der Effekt, den die Investition der ersten Firma auf die Entscheidung der zweiten Firma hat, wegfällt<sup>75</sup>. Danach ist das Vorgehen analog zum Fall zweier Firmen.

**Beweis von Proposition 5.4.3:** Wir beweisen das Resultat sowohl für den Wiener Prozess als auch für den Sprungprozessfall: *Sprungprozess*: Der Schwellenwert ist bei Regulierung gegeben durch

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{\lambda + r} (C(\xi, e^*(\xi)) + D'(e^*(\xi)) \cdot e^*(\xi)) \\ &+ \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} (C(\theta + \vartheta, e^*(\theta + \vartheta)) + D'(E^*(\theta + \vartheta)) \cdot e^*(\theta + \vartheta)) + F(\theta + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta \quad (\text{A.63}) \\ &- \frac{1}{r} C(\theta, e^*(\theta)) + D'(e^*(\theta)) \cdot e^*(\theta) - F(\theta) \end{aligned}$$

wohingegen das effiziente Niveau gegeben ist durch

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{\lambda + r} (C(\xi, e^*(\xi)) + D(e^*(\xi))) \\ &+ \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} (C(\theta + \vartheta, e^*(\theta + \vartheta)) + D(e^*(\theta + \vartheta)) + F(\theta + \vartheta)) \right) f(\vartheta) d\vartheta \quad (\text{A.64}) \\ &- \frac{1}{r} C(\theta, e^*(\theta)) + D(e^*(\theta)) - F(\theta) \end{aligned}$$

Die Differenz der beiden rechten Seiten beträgt für das selbe  $\theta$ :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\lambda + r} (D'(e^*(\xi)) \cdot e^*(\xi) - D(e^*(\xi))) \\ &+ \frac{\lambda}{r(\lambda + r)} \int_0^\infty (D'(e^*(\theta + \vartheta)) \cdot e^*(\theta + \vartheta) - D(e^*(\theta + \vartheta))) f(\vartheta) d\vartheta \\ &- D'(e^*(\theta)) \cdot e^*(\theta) + D(e^*(\theta)) \end{aligned}$$

Diese ist im Allgemeinen nicht 0, wie das numerische Beispiel in dem Abschnitt zeigt.

*Wiener-Prozess:* Im Fall von Regulierung gilt aufgrund von Gleichung (5.13):

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\alpha}{r} (C(\theta, e^*(\theta)) + D'(e^*(\theta)) \cdot e^*(\theta) + rF(\theta) - C(\xi, e^*(\xi)) - D'(e^*(\xi)) \cdot e^*(\xi)) \\ &- \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e^*(\theta)) - D''(e^*(\theta))(e^*)'(\theta) \cdot e^*(\theta) - F'(\theta) \quad (\text{A.65}) \end{aligned}$$

Die effiziente Lösung ist gegeben durch

$$0 = \frac{\alpha}{r} \left( C(\theta, e^*(\theta)) + \frac{D(E^*(\theta))}{n} + rF(\theta) - C(\xi, e^*(\xi)) - \frac{D(E^*(\xi))}{n} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e^*(\theta)) - F'(\theta) \quad (\text{A.66})$$

<sup>75</sup>Im Grunde ist dies eine Variante des Envelope-Theorems für Multi-Optionen-Modelle.

Wenn wir alle Ausdrücke in beiden Gleichungen auf die linke Seite bringen und die Differenz bilden, wobei wir das gleiche  $\theta$  betrachten, so erhalten wir:

$$\frac{\alpha}{r} (D'(e^*(\theta)) \cdot e^*(\theta) - D(e^*(\theta)) - D'(e^*(\xi)) \cdot e^*(\xi) + D(e^*(\xi))) - D''(e^*(\theta))(e^*)'(\theta) \cdot e^*(\theta)$$

Das numerische Beispiel des Abschnitts zeigt, dass diese Differenz im allgemeinen ungleich Null ist.

**Beweis von Proposition 5.4.4** Ergänzen wir Gleichung (A.65), so ergibt sich für  $\theta = \tilde{\theta}^*$  gerade (A.66). Es lässt sich zudem unmittelbar nachrechnen, dass  $S = 0$  ist, wenn der Schaden linear ist. Gemäß dem Mittelwertsatz gilt, wenn  $D'' > 0$ , dass

$$D(e^*(\xi)) - D(e^*(\tilde{\theta}^*)) < D'(e^*(\xi)) \cdot (e^*(\xi) - e^*(\tilde{\theta}^*)).$$

Also ist

$$D(e^*(\tilde{\theta}^*)) - D(e^*(\xi)) + D'(e^*(\xi))e^*(\xi) - D'(e^*(\xi))e^*(\tilde{\theta}^*) > 0.$$

Da  $D'(e^*(\xi)) > D'(e^*(\tilde{\theta}^*))$  aufgrund von  $D'' > 0$ , ist insbesondere

$$D(e^*(\tilde{\theta}^*)) - D(e^*(\xi)) + D'(e^*(\xi))e^*(\xi) - D'(e^*(\tilde{\theta}^*))e^*(\tilde{\theta}^*) > 0.$$

**Beweis von Korollar 5.4.5 und der vorangegangenen Aussage:** Zunächst einmal zeigen wir, dass eine Erhöhung des Fixkostenanteil  $F$  zu einer späteren Investition führt. Dazu differenzieren wir (5.13) bezüglich  $F$ . Es ergibt sich

$$\alpha \cdot r + \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial F} \alpha \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}) + rF' \right) = \frac{\partial^2 c}{\partial^2 \theta}(\tilde{\theta}) + rF''$$

Also

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial F} = \frac{-\alpha \cdot r}{\alpha \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}) + rF' \right) - \frac{\partial^2 c}{\partial^2 \theta}(\tilde{\theta}) - rF''}$$

Da der Nenner gemäß Annahme kleiner Null ist, ist  $\partial \tilde{\theta} / \partial F > 0$ . Das heißt aber, dass die Firma, wenn der Regulator  $S > 0$  setzt, später investiert. Also muss die Firma ohne die Abgabe zu früh investiert haben.

**Beweis von Proposition 5.4.6:** zu 1.: Es sei mit  $E_i^*$ ,  $i = n - 1, n$  das effiziente Gesamtemissionsniveau vor beziehungsweise nach der letzten Investition bezeichnet. Entsprechend seien  $C_i(\theta_i)$ ,  $i = n - 1, n$  das optimierte Vermeidungskostenniveau einer Firma mit Technologie  $\theta_i$  vor beziehungsweise nach der Investition.

Das effiziente Technologieniveau  $\tilde{\theta}_n^*$  wird bestimmt durch

$$\begin{aligned} & \alpha \left( \sum_{i=1}^n C_n(\tilde{\theta}_i^*) + rF_n + D(E_n^*) - \sum_{i=1}^{n-1} C_{n-1}(\tilde{\theta}_i^*) - C_{n-1}(\xi) - D(E_{n-1}^*) \right) \\ & = \frac{\partial C_n(\tilde{\theta}_n^*)}{\partial \theta} + rF'(\tilde{\theta}_n^*) \end{aligned}$$

Die Firma entscheidet gemäß

$$\begin{aligned} & \alpha \left( C_n(\tilde{\theta}_n) + rF_n + D'(E_n^*)e_n - C_{n-1}(\xi) - D'(E_{n-1}^*)e_{n-1} \right) \\ & = \frac{\partial C_n(\tilde{\theta}_n)}{\partial \theta} + rF'(\tilde{\theta}_n), \end{aligned}$$

wobei  $e_i$ ,  $i = n-1, n$  das von der Firma gewählte Emissionsniveau vor beziehungsweise nach der Investition sei.

Bildet man für das gleiche  $\theta$  die Differenz der linken Seiten, die rechten Seiten stimmen überein, dann ergibt sich:

$$\alpha \left( \sum_{i=1}^{n-1} C_n(\tilde{\theta}_i^*) + D(E_n^*) - D'(E_n^*)e_n - \sum_{i=1}^{n-1} C_{n-1}(\tilde{\theta}_i^*) - D(E_{n-1}^*) + D'(E_{n-1}^*)e_{n-1} \right)$$

Dieser Term ist im Allgemeinen nicht gleich null.

zu 2.: Wir unterstellen, dass bei dieser Art von Regulierung ein eindeutig bestimmtes Gleichgewicht zustande kommt.

Die effizienten Niveaus seien vereinfachend mit  $\theta_1^*, \dots, \theta_n^*$  bezeichnet. Wir definieren für  $i < n$ :

$$\begin{aligned} FC_i(\theta_i) &= \sum_{j=i}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\theta_{j+1} - \theta_j)}) \left[ \prod_{i \leq k < j} e^{-\alpha(\theta_{k+1} - \theta_k)} \right] \frac{1}{r} [C(\theta_i, e_{\theta_i, j}) + D'(E_j^*)e_{\theta_i, j}] \\ &+ \left[ \prod_{k \leq n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1} - \theta_j)} \right] \frac{1}{r} [C(\theta_i, e_{\theta_i, n}) + D'(E_n^*)e_{\theta_i, n}] + F(\theta_i), \end{aligned}$$

wobei  $\theta_i$  eine beliebige Wahl von Firma  $i$  sei, und  $\theta_{i+1}, \dots, \theta_n$  die Effizienzniveaus der Technologien seien, die die nachfolgenden Firmen wählen.  $e_{\theta_i, j}$  sei eine Abkürzung für das von der Firma gewählte Emissionsniveau  $e_{\theta_i}(\theta_1, \dots, \theta_j, D'(E_j^*(\theta_1, \dots, \theta_j)))$  und  $E_j^*$  eine Abkürzung für  $(E_j^*(\theta_1, \dots, \theta_j))$ .  $\theta_j$ ,  $j > i$  ist, solange  $\theta_i < \theta_{i+1}$ , unabhängig von  $\theta_i$ .<sup>76</sup>  $FC_i$  entspricht dem gegenwärtigen Wert der erwarteten Kosten, die Firma  $i$  hat, wenn sie sich entscheidet, eine Technologie mit Effizienzniveau

<sup>76</sup>Die Regulierung ist ex ante angekündigt. Es spielt daher keine Rolle, welche Technologie Firma  $i$  wählt, solange sie nicht so lange mit der Investition wartet, dass Firma  $i+1$  früher investieren will.

$\theta_i$  zu adoptieren, und antizipiert, dass die Firmen  $i + 1, \dots, n$  Technologien mit Effizienzniveaus  $\theta_{i+1}, \dots, \theta_n$  adoptieren.

Des Weiteren sind für  $i < n - 1$  die sozialen Kosten gegeben durch:

$$SC_i := \sum_{j=i}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\theta_{j+1}^* - \theta_j^*)}) \left[ \prod_{i \leq k < j} e^{-\alpha(\theta_{k+1}^* - \theta_k^*)} \right] \\ \left( \frac{1}{r} \left( \sum_{\ell=1}^j C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*; j}^*) + (n-j)C(\xi, e_{\xi; j}^*) + D(E_j^*) \right) + F(\theta_j^*) \right) \\ + \left[ \prod_{j \leq n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}^* - \theta_j^*)} \right] \left( \frac{1}{r} \left( \sum_{\ell=1}^n C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*; n}^*) + D(E_n^*) \right) + F(\theta_n^*) \right)$$

wobei wir eine analoge Notation verwenden.

Wir beweisen das Resultat per Rückwärtsinduktion, angefangen mit der Entscheidung der  $n$ -ten Firma.

Angenommen also, die ersten  $n - 1$  Firmen haben die effizienten Technologien  $\theta_i^*, i = 1, \dots, n - 1$  adoptiert.

Dann entscheidet die Firma gemäß

$$\frac{\alpha}{r} (C(\theta_n, e_{\theta_n}(\theta_n)) + D'(E_n^*(\theta_n))e_{\theta_n}(\theta_n) + rF(\theta_n) + S_n - C(\xi, e_{\xi}(\theta_{n-1})) - D'(E_{n-1}^*(\theta_{n-1}))e_{\xi}(\theta_{n-1})) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_n, e_{\theta_n}(\theta_n)) + F'(\theta_n),$$

wohingegen  $\tilde{\theta}_n^*$  folgende Gleichung erfüllen muss:

$$\frac{\alpha}{r} \left( \sum_{\ell=1}^n C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}^*(\theta_n^*)) + D(E_n^*(\theta_n^*)) + rF(\theta_n^*) \right) \\ - \frac{\alpha}{r} \left( \sum_{\ell=1}^{n-1} C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}^*(\theta_{n-1}^*)) + C(\xi, e_{\xi}^*(\theta_{n-1}^*)) + D(E_{n-1}^*(\theta_{n-1}^*)) \right) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_n^*, e_{\theta_n^*}^*(\theta_n^*)) + F'(\theta_n^*).^{77}$$

Wir setzen:

$$S_n := \frac{1}{r} [D'(E_{n-1}^*(\theta_{n-1}^*))e_{\xi}(\theta_{n-1}^*) - D'(E_n^*(\theta_n^*))e_{\theta_n}(\theta_n^*) \\ + \sum_{\ell=1}^{n-1} C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}^*(\theta_n^*)) + D(E_n^*(\theta_n^*)) - \sum_{\ell=1}^{n-1} C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}^*(\theta_{n-1}^*)) - D(E_{n-1}^*(\theta_{n-1}^*))].$$

Diese Setzung führt dazu, dass  $\theta_n^*$  die Entscheidungsgleichung der Firma erfüllt. Aufgrund der Eindeutigkeit des Gleichgewichts gilt also die Aussage.

Nun sei  $i < n$ . Wir nehmen an, dass die Firmen  $1, \dots, i-1$  die sozial optimalen Technologien  $\theta_j^*$ ,  $j = 1, \dots, i-1$  gewählt haben, und dass die Firmen  $i+1, \dots, n$  die jeweils sozial optimalen Technologien  $\theta_j^*$ ,  $j = i+1, \dots, n$  wählen werden, wenn Firma  $i$  ebenfalls die sozial optimale Technologie  $\theta_i^*$  wählt. Die Entscheidung der Firma ist dann gegeben durch:

$$\alpha (FC_i(\theta_i) + rF(\theta_i) + S_i - C(\xi, e_\xi(\theta_{i-1}^*)) - D'(E_{i-1}^*(\theta_{i-1}^*))e_\xi(\theta_{i-1})) = r \frac{\partial FC_i}{\partial \theta}(\theta_i)$$

Solange  $\tilde{\theta}_i < \tilde{\theta}_{i+1}$ , gilt

$$\begin{aligned} \frac{\partial FC_i}{\partial \theta} = & \alpha \left( FC_i - \frac{1}{r} C(\tilde{\theta}_i, e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_i)) - \frac{1}{r} D'(E_i(\tilde{\theta}_i))e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_i) \right) \\ & + \sum_{j=i}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)}) \left[ \prod_{i \leq k < j} e^{-\alpha(\theta_{k+1}-\theta_k)} \right] \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_i, e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_j)) \\ & + \left[ \prod_{k \leq n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} \right] \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_i, e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_n)) + rF'_i \end{aligned}$$

Daher vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$\begin{aligned} & \alpha \left( C(\tilde{\theta}_i, e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_i)) + D'(E_i(\tilde{\theta}_i))e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_i) + rF(\theta_i) + S_i - C(\xi, e_\xi(\theta_{i-1}^*)) - D'(E_{i-1}^*(\theta_{i-1}^*))e_\xi(\theta_{i-1}) \right) \\ & = \sum_{j=i}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)}) \left[ \prod_{i \leq k < j} e^{-\alpha(\theta_{k+1}-\theta_k)} \right] \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_i, e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_j)) \\ & + \left[ \prod_{k \leq n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} \right] \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_i, e_{\tilde{\theta}_i}(\tilde{\theta}_n)) + rF'_i \end{aligned}$$

Für die sozial optimale Wahl gilt hingegen gemäß Gleichungssystem (5.15):

$$\begin{aligned} & \alpha \left( \sum_{\ell=1}^i C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}(\theta_i^*)) - (n-i)C(\xi, e_\xi^*(\theta_i^*)) + D(E_i^*(\theta_i^*)) + rF(\theta_i^*) \right) \\ & - \alpha \left( \sum_{\ell=1}^{i-1} C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}(\theta_{i-1}^*)) + (n-i+1)C(\xi, e_\xi^*(\theta_{i-1}^*)) + D(E_{i-1}^*(\theta_{i-1}^*)) \right) \\ & = \sum_{j=i}^{n-1} (1 - e^{-\alpha(\theta_{j+1}^*-\theta_j^*)}) \left[ \prod_{i \leq k < j} e^{-\alpha(\theta_{k+1}^*-\theta_k^*)} \right] \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_i^*, e_{\tilde{\theta}_i^*}(\tilde{\theta}_j^*)) \\ & + \left[ \prod_{k \leq n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}^*-\theta_j^*)} \right] \frac{\partial C}{\partial \theta}(\tilde{\theta}_i^*, e_{\tilde{\theta}_i^*}(\tilde{\theta}_n^*)) + rF'_i \end{aligned}$$

Direktes Nachrechnen zeigt, dass für

$$\begin{aligned} S_i := & \frac{1}{r} \left[ \sum_{\ell=1}^{i-1} C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}(\theta_i^*)) + (n-i)C(\xi, e_\xi^*(\theta_i^*)) - \sum_{\ell=1}^{i-1} C(\theta_\ell^*, e_{\theta_\ell^*}(\theta_{i-1}^*)) - (n-i)C(\xi, e_\xi^*(\theta_{i-1}^*)) \right] \\ & + D(E_i^*(\theta_i^*)) - D'(E_i^*(\theta_i^*))e_\xi(\theta_i^*) - D(E_{i-1}^*(\theta_{i-1}^*)) + D'(E_{i-1}^*(\theta_{i-1}^*))e_\xi(\theta_{i-1}^*) \end{aligned}$$

die optimale Entscheidung implementiert wird.

### **Beweis von Proposition 5.4.7:**

*ad 1.:* Angenommen es gibt eine Entscheidung  $i$ , bei der der soziale Planer nicht die ineffizienteste Firma beziehungsweise eine der ineffizientesten Firmen investieren lässt. O.b.d.A. wollen wir der Einfachheit halber davon ausgehen, dass es eine eindeutig bestimmte ineffizienteste Firma gibt. Ihr Index sei  $k$ .  $\hat{k}$  sei der Index der Firma, die stattdessen bei der  $i$ -ten Entscheidung investiert. Wir unterscheiden nun zwei Fälle:

*Fall 1:* Firma  $k$  investiert  $\ell$  Entscheidungen später. Bei allen dazwischen liegenden Entscheidungen investiert eine andere Firma. Dann kann der soziale Planer offensichtlich die sozialen Kosten senken, indem er Firma  $k$  bei der  $i$ -ten Entscheidung Technologie  $\tilde{\theta}_i$  adoptieren lässt und Firma  $\hat{k}$  stattdessen bei der  $i + \ell$ -ten Entscheidung Technologie  $\tilde{\theta}_{i+\ell}$  adoptiert. Warum? Offensichtlich verändert diese Modifikation der Strategie nur die Kosten im Zeitraum zwischen der  $i$ -ten und der  $i + \ell$ -ten Entscheidung. Dadurch dass nun Firma  $k$  investiert, benutzen zwar  $n - 1$ -Firmen die gleichen Technologien wie bei der ursprünglichen Strategie, die letzte Firma produziert jedoch mit einer effizienteren Technologie, nämlich der von Firma  $\hat{k}$  zur  $i$ -ten Entscheidung. Dies senkt in jedem Zeitpunkt den Wert der sozialen Kosten.

*Fall 2:* Firma  $k$  investiert nach der  $i$ -ten Entscheidung nicht mehr. Dann kann der soziale Planer aus den gleichen Gründen wie im ersten Fall aber die sozialen Kosten senken, indem er Firma  $k$  Technologie  $\tilde{\theta}_i$  adoptieren lässt, wohingegen Firma  $\hat{k}$  nach der  $i$ -ten Entscheidung nicht mehr investiert.

*ad 2.:* Die Argumente sind die gleichen wie im vorherigen Abschnitt.

*ad 3.:* Es sei angemerkt, dass die maximale Kostenersparnis dann erreicht werden würde, wenn man zum Zeitpunkt 0 alle Firmen mit der 'bestmöglichen' Technologie<sup>78</sup> ausstatten würde. Das heißt, die maximale Ersparnis beträgt  $sc(\xi, \dots, \xi)/r - \lim_{\theta \rightarrow \infty} sc(\theta, \dots, \theta)/r$ . Wir beweisen zunächst in einem ersten Schritt, dass, wenn es eine Investitionsstrategie  $(\theta_i)_{i \in \mathbb{N}}$  gibt, bei der sich abzählbar viele Investitionen lohnen, es nicht sein kann, dass es eine obere Schranke  $\bar{\theta}$  dieser Folge gibt, das heißt  $\theta_i < \bar{\theta}$  für alle  $i \in \mathbb{N}$  gilt. Die Technologien müssten, gäbe es so eine Strategie, unendlich effizient werden. Dazu: Es sei  $(\theta_i)_{i \in \mathbb{N}}$  eine beliebige, streng monoton steigende Folge an möglichen Effizienzniveaus, die nach oben durch ein geeignetes Niveau  $\bar{\theta}$  beschränkt sei. Die erwarteten

---

<sup>78</sup>Die nur als Grenzwert existieren kann!

Installationskosten dieser Strategie betragen formal<sup>79</sup>:

$$\sum_{i \in \mathbb{N}_0} \left[ \prod_{j < i} e^{-\alpha(\theta_{j+1} - \theta_j)} \right] \bar{F} = \bar{F} \sum_{i \in \mathbb{N}} e^{-\alpha(\theta_i - \xi)}.$$

Für alle  $n \in \mathbb{N}$  ist aber

$$\sum_{i \leq n} e^{-\alpha(\theta_i - \xi)} > \sum_{i \leq n} e^{-\alpha(\hat{\theta} - \xi)} = n \cdot e^{-\alpha(\hat{\theta} - \xi)}.$$

Damit sind die erwarteten Kosten der Strategie aber unbeschränkt. Das heißt, eine Investitionsstrategie  $(\theta_i)_{i \in \mathbb{N}}$ , bei der unendlich oft investiert würde, darf nicht beschränkt sein. Nun ist es aber so, dass sich gegeben  $\varepsilon < 0$  ein Wert  $\check{\theta} > \xi$  finden lässt so, dass

$$sc(\check{\theta}, \dots, \check{\theta})/r - \lim_{\theta \rightarrow \infty} sc(\theta, \dots, \theta)/r < \varepsilon.$$

Insbesondere finden wir damit aber  $\hat{i} > 1$  so, dass

$$sc(\theta_{\hat{i}}, \dots, \theta_{\hat{i}+n})/r - \lim_{\theta \rightarrow \infty} sc(\theta, \dots, \theta)/r < \bar{F},$$

wobei wir o.E. annehmen, dass die Firmen nach der  $\hat{i}$ -ten Entscheidung in der Reihenfolge ihrer Durchnummerierung investieren. Das heißt aber, dass der maximale soziale Zugewinn, der nach der  $\hat{i} + n$ -ten Investition noch realisierbar wäre, niedriger als die Installationskosten wäre. Für die Ausübung einer weiteren Option ist es aber eine notwendige Bedingung, dass es ein Technologieniveau  $\theta$  gibt so, dass die soziale Kostenersparnis, die sich ergibt, wenn eine Firma in diese Technologie investiert, größer ist als die Kosten der Investition.

Diese beiden Argumente kann man nun verbinden, um zu zeigen, dass eine optimale Strategie nicht nur endlich viele Optionen umfasst, sondern die Zahl der ausgeübten Optionen auch eine fixe obere Grenze hat. Sei dazu  $\check{\theta}$  wie oben zu  $\varepsilon = \bar{F}$  gewählt. Die Zahl der Optionen, bei der Technologien  $\tilde{\theta}_i < \check{\theta}$  gewählt werden, ist auf jeden Fall durch folgendes  $\hat{M}$  beschränkt:

$$\hat{M} := \min\{m : m \cdot e^{-\alpha(\check{\theta} - \xi)} \bar{F} > sc(\xi, \dots, \xi)/r - sc(\check{\theta}, \dots, \check{\theta})/r\}$$

$sc(\xi, \dots, \xi)/r - sc(\check{\theta}, \dots, \check{\theta})/r$  ist dabei eine obere Schranke für die mögliche Kostenersparnis einer Investitionsstrategie, bei der nur schlechtere Technologien als  $\check{\theta}$  adoptiert werden.  $m \cdot e^{-\alpha(\check{\theta} - \xi)} \bar{F}$  ist hingegen eine untere Schranke für die gesamten erwarteten Investitionskosten, wenn  $m$  Investitionen in Technologien, die schlechter als  $\check{\theta}$  sind, getätigt werden.

<sup>79</sup>Mit  $\theta_0 = \xi$

Das heißt, dass spätestens nach der  $\hat{M} + n$ -ten Investition alle Firmen Technologien nutzen, die besser als  $\check{\theta}$  sind. Nach Wahl dieser Technologie lohnt aber spätestens danach keine Investition mehr. Das heißt,  $\hat{M} + n$  ist eine obere Schranke für die Zahl der Optionen, die der soziale Planer ausüben will. Daher muss es ein Maximum  $\bar{M} \leq \hat{M} + n$  der Zahl an Optionen geben, die effektiv ausgeübt werden, wenn der soziale Planer eine hinreichend hohe Zahl an Optionen besitzt.

**Herleitung der Gleichung (5.16):** Durch Anwenden des Envelope Theorems ergibt sich, wenn wir Gleichung (5.7) nach  $\tau$  differenzieren:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \theta^*}{\partial \tau} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta^*, e(\theta^*)) + F'(\theta) \right) + \frac{1}{r} e(\theta^*) \\ &= \frac{1}{\lambda + r} e(\xi) + \frac{\partial \theta^*}{\partial \tau} \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta^* + \vartheta, e(\theta^* + \vartheta)) + F'(\theta^* + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta \\ &+ \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \frac{1}{r} e(\theta^* + \vartheta) f(\vartheta) d\vartheta \end{aligned}$$

**Herleitung der Gleichung (5.17):** Durch Anwenden des Envelope Theorems ergibt sich, wenn wir Gleichung (5.13) nach  $\tau$  differenzieren:

$$\alpha \frac{\partial \theta^*}{\partial \tau} \left( \frac{\partial c(\theta^*)}{\partial \theta} + rF'(\theta^*) \right) + \alpha(e(\theta^*) - e(\xi)) = \frac{\partial \theta^*}{\partial \tau} \left( \frac{\partial^2 c(\theta^*)}{\partial \theta^2} + rF''(\theta^*) \right) + \underbrace{\frac{\partial^2 c(\theta^*)}{\partial \tau \partial \theta}}_{= \frac{\partial e(\theta^*)}{\partial \theta}}$$

### Beweis von Proposition 5.5.1

**Fall 1:**  $C$  ist gegeben durch (5.18).

Sprungprozessfall: Wir wissen, dass  $e(\theta) = \frac{a(\theta) - \tau}{b(\theta)}$ . Des Weiteren ist das durch Minimierung aus  $C$  resultierende  $c(\theta)$  konvex, weswegen gemäß (A.4.2) der Nenner negativ ist. Gemäß Definition von  $\theta^*$  gilt:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{\lambda + r} c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} c(\theta^* + \vartheta) + F \right) f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r} c(\theta^*) - F \\ &= \frac{1}{\lambda + r} \left( \frac{\tau^2}{b(\xi)} + \tau e(\xi) \right) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\tau^2}{2b(\theta^* + \vartheta)} + \tau e(\theta^* + \vartheta) \right) + F \right) f(\vartheta) d\vartheta \\ &\quad - \frac{1}{r} \left( \frac{\tau^2}{2b(\theta^*)} + \tau e(\theta^*) \right) - F \\ &= \frac{1}{\lambda + r} \left( \frac{1}{b(\xi)} (a(\xi)\tau - \tau^2/2) \right) + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \left( \frac{1}{b(\theta^* + \vartheta)} (a(\theta^* + \vartheta)\tau - \tau^2/2) + F \right) \right) f(\vartheta) d\vartheta \\ &\quad - \frac{1}{r} \left( \frac{1}{b(\theta^*)} (a(\theta^*)\tau - \tau^2/2) \right) - F \end{aligned}$$

(A.67)

Auf der anderen Seite gilt:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda+r}e(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{1}{r}e(\theta^* + \vartheta)f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r}e(\theta^*) \\ &= \frac{1}{\lambda+r} \frac{a(\xi) - \tau}{b(\xi)} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{1}{r} \frac{a(\theta^* + \vartheta) - \tau}{b(\theta^* + \vartheta)} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r} \frac{a(\theta^*) - \tau}{b(\theta^*)} \end{aligned} \quad (\text{A.68})$$

Für die beiden Spezialfälle lässt sich nun herleiten, dass der Zähler positiv ist. Für  $b(\theta) = \bar{b}$  ergibt sich gemäß (A.67):

$$0 < \frac{r}{r+\lambda} \frac{F}{\tau} = \frac{1}{\lambda+r}e(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{1}{r}e(\theta^* + \vartheta)f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r}e(\theta^*)$$

Damit ist der Zähler positiv, und zwar unabhängig von der Verteilung der Sprunghöhe.

Im zweite Spezialfall  $a(\theta) = \bar{a}$  gilt gemäß Gleichung (A.67):

$$0 < \frac{r}{r+\lambda} \frac{F}{(\bar{a}\tau - \tau^2/2)} = \frac{1}{\lambda+r} \frac{1}{b(\xi)} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{1}{r} \left( \frac{1}{b(\theta^* + \vartheta)} \right) f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r} \frac{1}{b(\theta^*)}$$

Nun kann (A.68) auch geschrieben werden als:

$$(\bar{a} - \tau) \left( \frac{1}{\lambda+r} \frac{1}{b(\xi)} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{1}{r} \left( \frac{1}{b(\theta^* + \vartheta)} \right) f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r} \frac{1}{b(\theta^*)} \right) = \frac{r(\bar{a} - \tau)}{r+\lambda} \frac{F}{(\bar{a}\tau - \tau^2/2)} > 0$$

Wiener Prozess: Gemäß Gleichung (5.13) ergibt sich:

$$\frac{\alpha}{r} \left( \frac{2a(\theta^*)\tau - \tau^2}{2b(\theta^*)} + rF - \frac{2a(\xi)\tau - \tau^2}{2b(\xi)} \right) = \frac{1}{r} \left( \frac{a'(\theta^*)\tau}{b(\theta^*)} - b'(\theta^*) \left( \frac{\tau}{b(\theta^*)} \frac{a(\theta^*) - \tau}{b(\theta^*)} + \frac{\tau^2}{2b(\theta^*)^2} \right) \right)$$

Der Zähler von (5.17) ist jetzt der Form:

$$\frac{\alpha}{r} \left( \frac{a(\theta^*) - \tau}{b(\theta^*)} - \frac{a(\xi) - \tau}{b(\xi)} \right) - \frac{1}{r} \left( \frac{a'(\theta^*)}{b(\theta)} - b'(\theta^*) \frac{a(\theta^*) - \tau}{b(\theta)^2} \right)$$

Für  $b(\theta) = \bar{b}$  wird die erste Gleichung zu

$$\frac{1}{r} \left( \alpha \left( \frac{a(\theta^*)}{\bar{b}} - \frac{a(\xi)}{\bar{b}} \right) - \frac{a'(\theta^*)}{\bar{b}} \right) = -\frac{\alpha F(\theta^*)}{\tau} + \frac{F'(\theta^*)}{\tau}$$

Die linke Seite entspricht jedoch dem Zähler, wohingegen die rechte Seite negativ ist. Also gilt  $\partial\theta^* \partial\tau < 0$ .

Ist  $a(\theta) = \bar{a}$  so ist die erste Gleichung der Form

$$\frac{1}{r} \left( \alpha \left( \frac{\bar{a} - \tau}{b(\theta^*)} - \frac{\bar{a} - \tau}{b(\xi)} \right) + \frac{b'(\theta^*)(\bar{a} - \tau)}{b(\theta^*)^2} \right) = -\frac{2\alpha F(\theta^*)}{\tau} + \frac{F'(\theta^*)}{\tau}$$

Wiederum entspricht die linke Seite dem Zähler, wohingegen die rechte Seite negativ ist. Also ist auch in diesem Fall  $\partial\theta^*/\partial\tau < 0$ .

**Fall 2:  $C$  ist gegeben durch (5.19):** Es ist in diesem Fall  $e(\theta, \tau) = \sqrt{a(\theta)/\tau}$ . Damit gilt

$$c(\theta) = \frac{a(\theta)}{\sqrt{a(\theta)/\tau}} - b + \tau\sqrt{a(\theta)/\tau} = 2\sqrt{\tau}\sqrt{a(\theta)} - b$$

Sprungprozess: Die Bestimmungsgleichung für  $\tilde{\theta}$  lautet unter Berücksichtigung, dass  $F$  hier als konstant angenommen ist:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda+r}2\sqrt{\tau}\sqrt{a(\xi)} + \frac{\lambda}{r(\lambda+r)} \int_0^\infty 2\sqrt{\tau}\sqrt{a(\tilde{\theta}+\vartheta)}f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r}\sqrt{\tau}\sqrt{a(\tilde{\theta})} \\ &= F(\tilde{\theta}) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty 2\sqrt{\tau}F(\tilde{\theta}+\vartheta)f(\vartheta) d\vartheta \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{\lambda+r} \frac{\sqrt{a(\xi)}}{\sqrt{\tau}} + \frac{\lambda}{r(\lambda+r)} \int_0^\infty \frac{\sqrt{a(\tilde{\theta}+\vartheta)}}{\sqrt{\tau}} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r} \frac{\sqrt{a(\tilde{\theta})}}{\sqrt{\tau}} \\ &= \frac{F(\tilde{\theta}) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty 2\sqrt{\tau}F(\tilde{\theta}+\vartheta)f(\vartheta) d\vartheta}{2\tau} \end{aligned}$$

Der Zähler errechnet sich als

$$\frac{1}{\lambda+r} \frac{\sqrt{a(\xi)}}{\sqrt{\tau}} + \frac{\lambda}{r(\lambda+r)} \int_0^\infty \frac{\sqrt{a(\tilde{\theta}+\vartheta)}}{\sqrt{\tau}} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r} \frac{\sqrt{a(\tilde{\theta})}}{\sqrt{\tau}}$$

Damit folgt, dass der Zähler positiv ist. Also ist  $\partial\tilde{\theta}/\partial\tau < 0$ .

Wiener Prozess: Die Bestimmungsgleichung für  $\tilde{\theta}$  lautet in diesem Fall:

$$\begin{aligned} & \alpha \left( 2\sqrt{\tau}\sqrt{a(\tilde{\theta})} + rF(\tilde{\theta}) - 2\sqrt{\tau}\sqrt{a(\xi)} \right) = a'(\tilde{\theta}) \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{a(\tilde{\theta})}} + rF'(\tilde{\theta}) \\ \Leftrightarrow & \alpha \left( \frac{\sqrt{a(\xi)}}{\sqrt{\tau}} - \frac{\sqrt{a(\tilde{\theta})}}{\sqrt{\tau}} \right) + \frac{1}{2} \frac{a'(\tilde{\theta})}{\sqrt{\tau}\sqrt{a(\tilde{\theta})}} = \frac{\alpha r(F(\tilde{\theta}) - F'(\tilde{\theta}))}{2\tau} \end{aligned}$$

Der Zähler ergibt sich als

$$\alpha \left( \frac{\sqrt{a(\xi)}}{\sqrt{\tau}} - \frac{\sqrt{a(\tilde{\theta})}}{\sqrt{\tau}} \right) + \frac{1}{2} \frac{a'(\tilde{\theta})}{\sqrt{\tau}\sqrt{a(\tilde{\theta})}}$$

Wiederum entsprechen sich die linken Seiten. Da aber die rechte Seite des ersten Ausdrucks positiv ist, ist dies auch der Zähler. Damit gilt auch hier  $\partial\tilde{\theta}/\partial\tau < 0$ .

**Herleitung der Gleichung (5.20):** Durch Anwenden des Envelope Theorems ergibt sich, wenn

wir Gleichung (5.7) nach  $\tau$  differenzieren:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta^*}{\partial \bar{e}} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial c(\theta^*)}{\partial \theta} + F'(\theta^*) \right) + \frac{\partial c(\theta^*)}{\partial e} &= \frac{\partial \theta^*}{\partial \bar{e}} \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial c(\theta^* + \vartheta)}{\partial \theta} + F'(\theta^* + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta \\ &+ \frac{1}{\lambda + r} \frac{\partial c(\xi)}{\partial e} + \frac{\lambda}{\lambda + r} \int_0^\infty \frac{1}{r} \frac{\partial c(\theta + \vartheta)}{\partial e} \vartheta f(\vartheta) d\vartheta \end{aligned}$$

**Herleitung der Gleichung (5.21):** Durch Anwenden des Envelope Theorems ergibt sich, wenn wir Gleichung (5.11 nach  $\tau$  differenzieren:

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial \bar{e}} \alpha \left( \frac{\partial c(\theta^*)}{\partial \theta} + rF'(\theta^*) \right) + \alpha \left( \frac{\partial c(\theta^*)}{\partial e} - \frac{c(\xi)}{e} \right) = \frac{\partial \theta^*}{\partial \bar{e}} \left( \frac{\partial^2 c(\theta^*)}{\partial \theta^2} + rF''(\theta^*) \right) + \frac{\partial^2 c(\theta^*)}{\partial \theta \partial e}.$$

**Beweis von Proposition 5.5.2:** Wir betrachten nur den Zähler. Dabei beschränken wir uns o.E. nur auf den Wiener Prozess Fall. Im Falle eines Sprung-Prozesses lässt sich analog argumentieren. Für einen Standard gilt  $\partial c(\theta, \bar{e})/\partial \bar{e} = -a(\theta)/\bar{e}^2$ . Also gilt

$$\begin{aligned} \alpha \left( \frac{\partial c(\tilde{\theta})}{\partial e} - \frac{\partial c(\xi)}{\partial e} \right) - \frac{\partial^2 c(\tilde{\theta})}{\partial \theta \partial e} &= \alpha \left( \frac{a(\xi)}{\bar{e}^2} - \frac{a(\tilde{\theta})}{\bar{e}^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{a'(\tilde{\theta})}{\bar{e}^2} \\ &= \frac{1}{\bar{e}} (\alpha r F(\tilde{\theta}) - r F'(\tilde{\theta})) > 0 \end{aligned}$$

**Herleitungen zum Abschnitt 5.5.3:** Um  $\partial \pi^T/\partial \tau$  zu berechnen, reicht es,  $\partial \phi^T/\partial \tau$  zu berechnen, da  $\partial \pi^T(\varphi)/\partial \tau = \partial \phi^T/\partial \tau \cdot \varphi^{\gamma^T}$ . Es ist aber

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^T}{\partial \tau} &= \left[ P\psi \left( \frac{\varepsilon}{z + \tau} \right)^\varepsilon \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \right]^{\frac{1}{(1-\varepsilon-\zeta)}-1} P\psi \left( \frac{\varepsilon}{z + \tau} \right)^{\varepsilon-1} \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \frac{-\varepsilon^2}{(\zeta + \tau)^2} \\ &= \left[ P\psi \left( \frac{\varepsilon}{z + \tau} \right)^\varepsilon \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \right]^{\frac{1}{(1-\varepsilon-\zeta)}} \frac{-\varepsilon}{\zeta + \tau} = \phi^T \frac{1}{(1-\varepsilon-\zeta)} \frac{-\varepsilon}{\zeta + \tau} = \kappa \cdot \phi^T \end{aligned}$$

Analog reicht es,  $\partial \phi^Q/\partial \bar{e}$  zu berechnen. Es ist aber:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^Q}{\partial \bar{e}} &= \left[ P\psi \bar{e}^\varepsilon \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \right]^{\frac{1}{(1-\zeta)}-1} P\psi \bar{e}^{\varepsilon-1} \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \varepsilon \\ &= \left[ P\psi \bar{e}^\varepsilon \left( \frac{\zeta}{w} \right)^\zeta \right]^{\frac{1}{(1-\zeta)}} \varepsilon \bar{e}^{-1} = \phi^Q \frac{\varepsilon}{(1-\zeta)} \bar{e}^{-1} = \varsigma \cdot \phi^Q \end{aligned}$$

Bei der Berechnung von  $\partial \Pi^*/\partial d$  betrachten wir jeden Term einzeln. Setze

$$g_1(d) := \frac{d}{2} \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}}.$$

Dann ist

$$\begin{aligned} g_1'(d) &= \frac{1}{2} \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}} + \frac{1-\zeta}{\varepsilon+2\zeta-2} \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}} \\ &= \frac{d \varepsilon + 2\zeta - 2 + 2 - 2\zeta}{d \varepsilon + 2\zeta - 2} \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}} = v g_1(d) \end{aligned}$$

Setze nun

$$g_2(d) := w \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}}.$$

Dann ist

$$g_2'(d) = \frac{\varepsilon}{2} \frac{2}{d(\varepsilon+2\zeta-2)} w \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2}{\varepsilon+2\zeta-2}} = \nu g_2(d)$$

Setze abschließend

$$g_3(d) = k\theta^\varepsilon \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2\zeta}{\varepsilon+2\zeta-2}} \cdot \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon+2\zeta-2}}.$$

Dann ist

$$\begin{aligned} g_3'(d) &= k\theta^\varepsilon (1-\zeta) \frac{\varepsilon}{d(\varepsilon+2\zeta-2)} \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2\zeta}{\varepsilon+2\zeta-2}} \cdot \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon+2\zeta-2}} \\ &+ k\theta^\varepsilon \frac{\varepsilon}{2} \frac{2\zeta}{d(\varepsilon+2\zeta-2)} \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2\zeta}{\varepsilon+2\zeta-2}} \cdot \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon+2\zeta-2}} \\ &= k\theta^\varepsilon \frac{\varepsilon - \zeta\varepsilon + \varepsilon\zeta}{d(\varepsilon+2\zeta-2)} \left( d^{\varepsilon/2} \psi^{-1} w^{1-\varepsilon/2} \varepsilon^{\varepsilon/2} \zeta^{\varepsilon/2-1} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{2\zeta}{\varepsilon+2\zeta-2}} \cdot \left( d^{1-\zeta} \psi^{-1} w^\zeta \varepsilon^{\zeta-1} \zeta^{-\zeta} \theta^{-\varepsilon} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon+2\zeta-2}} \\ &= \nu g_3(d) \end{aligned}$$

Da  $\Pi^* = -g_1 + g_2 + g_3$ , folgt die Aussage.

**Beweis von Proposition 5.5.3:** Indem wir analog wie beim Kostenminimierungsansatz vorgehen, erhalten wir unter Beachtung von  $\partial\pi^T/\partial\theta = \kappa \cdot \pi^T$  die Gleichung:

$$\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\tau} = \frac{\kappa \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{\pi^T(\tilde{\theta}+\vartheta)}{r} f(\vartheta) d\vartheta + \frac{\pi^T(\xi)}{\lambda+r} - \frac{\pi^T(\tilde{\theta})}{r} \right)}{\frac{1}{r} \frac{\partial\pi^T}{\partial\theta}(\tilde{\theta}) - I'(\tilde{\theta}) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial\pi^T}{\partial\theta}(\tilde{\theta}+\vartheta) - I'(\tilde{\theta}+\vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta}$$

Da  $\partial^2\pi^T/\partial\theta^2 < 0$  ist der Nenner, den wir mit  $k^T(\theta)$  abkürzen wollen, positiv. Nun gilt aber aufgrund von Gleichung (5.22):

$$\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\tau} = \frac{\kappa \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty I(\tilde{\theta}+\vartheta) f(\vartheta) d\vartheta - I(\tilde{\theta}) \right)}{k^T(\theta)}$$

Der Zähler ist aber, da  $I' < 0$  und  $\kappa < 0$ , ebenfalls positiv. Damit ist  $\partial\tilde{\theta}/\partial\tau > 0$ . Im Falle des Standards gilt hingegen

$$\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\bar{e}} = \frac{\varsigma \cdot \left( \frac{\phi^Q \cdot \xi^{\gamma^Q}}{r+\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{\phi^Q \cdot (\tilde{\theta}+\vartheta)^{\gamma^Q}}{r} f(\vartheta) d\vartheta - \frac{\phi^Q \cdot \tilde{\theta}^{\gamma^Q}}{r} \right)}{\frac{1}{r} \frac{\partial\pi^Q}{\partial\theta}(\tilde{\theta}) - I'(\tilde{\theta}) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial\pi^Q}{\partial\theta}(\tilde{\theta}+\vartheta) - I'(\tilde{\theta}+\vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta}$$

Da  $\partial^2 \pi^Q / \partial \theta^2 < 0$  ist der Nenner, den wir mit  $k^Q(\theta)$  abkürzen wollen, wieder positiv. Aufgrund von Gleichung (5.23) gilt dann:

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tau} = \frac{\varsigma \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty I(\tilde{\theta} + \vartheta) f(\vartheta) d\vartheta - I(\tilde{\theta}) \right)}{k^Q(\theta)}$$

Der Zähler ist aber, da  $I' < 0$  und  $\varsigma > 0$ , negativ. Damit ist  $\partial \tilde{\theta} / \partial \tau < 0$ .

**Beweis von Proposition 5.5.4:** Es gilt unter Berücksichtigung von  $\partial \Pi^* / \partial d = v \Pi^*$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\theta}^*}{\partial d} &= \frac{v \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \frac{\pi^*(\tilde{\theta}^* + \vartheta)}{r} f(\vartheta) d\vartheta + \frac{\pi^*(\xi)}{\lambda+r} - \frac{\pi^*(\tilde{\theta}^*)}{r} \right)}{\frac{1}{r} \frac{\partial \pi^*}{\partial \theta}(\tilde{\theta}^*) - I'(\tilde{\theta}^*) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \pi^*}{\partial \theta}(\tilde{\theta}^* + \vartheta) - I'(\tilde{\theta}^* + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta} \\ &= \frac{v \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty I(\tilde{\theta}^* + \vartheta) f(\vartheta) d\vartheta - I(\tilde{\theta}^*) \right)}{\frac{1}{r} \frac{\partial \pi^*}{\partial \theta}(\tilde{\theta}^*) - I'(\tilde{\theta}^*) - \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \pi^*}{\partial \theta}(\tilde{\theta}^* + \vartheta) - I'(\tilde{\theta}^* + \vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta} \end{aligned}$$

Der letzte Term ist damit aus analogen Gründen wie im Beweis zuvor größer Null.

**Herleitungen zu Abschnitt 5.5.5** Durch induktive Anwendung des Lemmas 5.2.5 lässt sich zeigen, dass die erwarteten Kosten zum Anfangszeitpunkt, gegeben eine Investitionsstrategie  $\theta_1, \dots, \theta_n$ , wie folgt sind:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=0}^{n-1} \left( \left( 1 - e^{-\alpha(\theta_{j+1} - \theta_j)} \right) \cdot \left[ \prod_{j > k \geq i} e^{-\alpha(\theta_{k+1} - \theta_k)} \right] \frac{c(\theta_k)}{r} + \left[ \prod_{k=0}^n e^{-\alpha(\theta_{k+1} - \theta_k)} \right] F_{k+1} \right) \\ &+ \left[ \prod_{k=0}^{n-1} e^{-\alpha(\theta_{k+1} - \theta_k)} \right] \frac{c(\theta_n)}{r}, \end{aligned}$$

Die Bedingungen erster Ordnung für ein Minimum lauten dann:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\alpha}{r} e^{-\alpha(\theta_1 - \theta_0)} (c(\theta_0) - c(\theta_1) - rF_1) + e^{-\alpha(\theta_1 - \theta_0)} [(1 - e^{-\alpha(\theta_2 - \theta_1)}) \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_1) + F'_1] \\ 0 &= \frac{\alpha}{r} e^{-\alpha(\theta_2 - \theta_1)} e^{-\alpha(\theta_1 - \theta_0)} (c(\theta_1) - c(\theta_2) - rF_2) \\ &\quad + e^{-\alpha(\theta_2 - \theta_1)} e^{-\alpha(\theta_1 - \theta_0)} [(1 - e^{-\alpha(\theta_3 - \theta_2)}) \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_2) + F'_2] \\ &\vdots \\ 0 &= \frac{\alpha}{r} \prod_{i=0}^{n-1} e^{-\alpha(\theta_{i+1} - \theta_i)} (c(\theta_{n-1}) - c(\theta_n) - rF_n) + \prod_{i=0}^{n-1} e^{-\alpha(\theta_{i+1} - \theta_i)} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_n) + F'_n \right] \end{aligned}$$

Offensichtlich löst die optimale Strategie  $\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_n$  auch dieses Gleichungssystem. Die Hessematrix

$H = (h_{i,j})_{i,j \leq n}$  hat dann folgende Form:

$$\begin{aligned} h_{i,i} &= -\frac{\alpha^2}{r} \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} (c(\theta_{i-1}) - c(\theta_i) - rF_i) \\ &\quad - \alpha \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} [(1 - e^{-\alpha(\theta_{i+1}-\theta_i)}) \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_i) + F'_i] \\ &\quad + \frac{\alpha}{r} \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} \left( -\frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_i) - rF'_i \right) + \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} [(1 - e^{-\alpha(\theta_{i+1}-\theta_i)}) \frac{1}{r} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2}(\theta_i) + F''_i] \\ &\quad - \alpha \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} [e^{-\alpha(\theta_{i+1}-\theta_i)} \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_i) + F'_i], \end{aligned}$$

$i < n$ .

$$h_{i,i+1} = \alpha \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} [e^{-\alpha(\theta_{i+1}-\theta_i)} \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_i) + F'_i],$$

$i < n$ .  $h_{i,j} = 0$ ,  $i < n$ ,  $j > i + 1$ .

$$h_{i,i-1} = \frac{\alpha}{r} \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_{i-1})$$

$1 < i \leq n$ .  $h_{i,j} = 0$ ,  $2 < i \leq n$ ,  $j < i - 1$ .

$$\begin{aligned} h_{n,n} &= -\frac{\alpha^2}{r} \prod_{j=0}^{n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} (c(\theta_{n-1}) - c(\theta_n) - rF_n) - \alpha \prod_{j=0}^{n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} [\frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_n) + F'_n] \\ &\quad + \frac{\alpha}{r} \prod_{j=0}^{n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} \left( -\frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta_n) - rF'_n \right) + \prod_{j=0}^{n-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} [\frac{1}{r} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2}(\theta_n) + F''_n] \end{aligned}$$

Das heißt, für die optimale Strategie  $\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_n$  gilt

$$h_{i,i-1} = -\frac{1}{r} \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} a_i, \quad 1 < i \leq n,$$

$$h_{i,i} = -\frac{1}{r} \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} b_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

und

$$h_{i,i+1} = -\frac{1}{r} \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} c_i, \quad i < n,$$

wobei  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  wie im Abschnitt 5.5.5 definiert seien. Das heißt, zwischen  $\det(\Phi)$  und  $\det(H)$  besteht folgender Zusammenhang:

$$\det(H) = (-1/r)^n \prod_{i=0}^n \prod_{j=0}^{i-1} e^{-\alpha(\theta_{j+1}-\theta_j)} \det(\Phi).$$

Für die Nebendeterminanten gilt entsprechendes. Da  $H$  für ein Minimum positiv definit sein muss, was bedeutet, dass  $-H$  negativ definit ist, folgt die Aussage.

## A.4 Eindeutigkeit der Lösung im Falle eines Poisson-Prozesses

Die folgenden beiden Aussagen basieren auf Huisman [2001]:

**Lemma A.4.1.** *Der Schwellenwert ist in einem Sprungprozess Modell genau dann eindeutig bestimmt, wenn*

$$\frac{1}{\lambda+r}c(\xi) + \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r}c(\theta+\vartheta) + F(\theta+\vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{r}c(\theta) - F(\theta) \quad (\text{A.69})$$

in  $\theta$  steigend ist. Dies ist äquivalent zu

$$\begin{aligned} 0 < \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta+\vartheta, e(\theta+\vartheta)) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta+\vartheta)e(\theta+\vartheta) \right] + F'(\theta+\vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta \\ - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e(\theta)) - \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta)e(\theta) \right) - F'(\theta) \end{aligned} \quad (\text{A.70})$$

Diese Bedingung ist für konvexe Funktionen erfüllt:

**Proposition A.4.2.** Ist die Auszahlungsfunktion  $c(\theta) + F(\theta)$  fallend und konvex in  $\theta$ , so ist Gleichung (A.70) erfüllt und der Schwellenwert eindeutig bestimmt.

**Beweis von Proposition A.4.2** Wir zeigen, dass:

$$\begin{aligned} 0 < \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta+\vartheta, e(\theta+\vartheta)) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta+\vartheta)e(\theta+\vartheta) \right] + F'(\theta+\vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta \\ - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e(\theta)) - \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta)e(\theta) \right) - F'(\theta). \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

Zunächst halten wir fest, dass  $\frac{\partial c(\theta)+F(\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e(\theta)) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta)e(\theta) \right] + F'(\theta)$ . Da aber  $c(\theta) + F(\theta)$  konvex ist, gilt

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{\lambda+r} \int_0^\infty \left( \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta+\vartheta, e(\theta+\vartheta)) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta+\vartheta)e(\theta+\vartheta) \right] + F'(\theta+\vartheta) \right) f(\vartheta) d\vartheta \\ & > \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e(\theta)) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta)e(\theta) \right) + \frac{\lambda}{\lambda+r} F'(\theta) \end{aligned}$$

Daher ist die rechte Seite von (A.71) größer als:

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{\lambda+r} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e(\theta)) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta)e(\theta) \right) + F'(\theta) - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e(\theta)) - \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta)e(\theta) \right) - F'(\theta) \\ & = -\frac{r}{\lambda+r} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial C}{\partial \theta}(\theta, e(\theta)) + \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}(\theta)e(\theta) + rF'(\theta) \right) > 0 \end{aligned}$$

## A.5 Das deterministische Modell als Grenzfall des stochastischen Modells

Wir betrachten ein Wiener Prozess Modell mit einer Option zu investieren. Wir setzen  $\varphi_1(\rho) := -\mu + \sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}$  und  $\varphi_2(\rho) := \rho^2$ . Dann ist  $\alpha = \varphi_1/\varphi_2$ . Nach der Regel von *D'Hospital* gilt

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \alpha = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\varphi_1'}{\varphi_2'} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{2r\rho\sqrt{\mu^2 + 2r\rho^2}^{-1}}{2\rho} = \frac{r}{\mu}.$$

Das heißt, die erwarteten Kosten einer Investition in eine Technologie mit Effizienz  $\theta$  konvergieren gegen

$$\left(1 - e^{-\frac{r}{\mu}(\theta-\xi)}\right) \frac{c(\xi)}{r} + e^{-\frac{r}{\mu}(\theta-\xi)} \left(\frac{c(\theta)}{r} + F(\theta)\right)$$

Diese Auszahlung ergibt sich in einem deterministischen Modell mit linearer Entwicklung der Technologie  $\theta(t) = \mu \cdot t$ .

## A.6 Erweiterung: Zertifikate und strategisches Timing der Investition

In diesem Abschnitt wollen wir ein mögliche Erweiterung des Modells skizzieren und einige grundlegende, mittels numerischer Simulationen gewonnene Erkenntnisse vorstellen. Wie Montero [2002a] betrachten wir zwei symmetrische Firmen, die Marktmacht auf dem Zertifikatemarkt haben. Wir unterstellen, dass der Regulator in jedem Zeitpunkt eine über die Zeit konstante Menge  $L$  an Zertifikaten ausgibt. Jede Firma hat die Möglichkeit, einmal zu investieren. Die Dynamik der Technologie wird weiterhin mittels eines Wiener Prozesses beschrieben. Die Vermeidungskostenfunktionen der Firmen erfülle weiterhin die Annahmen, die zu Beginn von Kapitel 5 getroffen wurden. Auch die restliche Notation entspricht, wenn es nicht anders erwähnt wird, der von Kapitel 5.

Investiert eine der Firmen, so sinkt der Zertifikatepreis und im Allgemeinen profitiert dadurch auch die andere Firma<sup>80</sup>. Die laufenden minimierten Kosten  $c$  einer Firma hängen damit im Allgemeinen sowohl von der Technologie  $\theta_i$ ,  $i = 1, 2$ , die die Firma selbst nutzt, als auch von der Technologie  $\theta_j$ ,  $j \neq i$ , die die andere Firma nutzt, ab, i.e.  $c = c(\theta_i, \theta_j) = C(\theta_i, e(\sigma(\theta_i, \theta_j), \theta_i)) +$

<sup>80</sup>Dies ist zum Beispiel nicht der Fall, wenn  $C(\theta, e) = (a(\theta) - \bar{b}e)^2/2\bar{b}$ . In diesem Fall entscheiden die Firmen unabhängig voneinander.

$$\sigma(\theta_i, \theta_j) \cdot e(\sigma(\theta_i, \theta_j))^{81}.$$

Wir unterstellen, dass die Firmen zu Beginn des Zeitablaufs ihre Strategie festlegen. Dabei interessiert uns das beziehungsweise die Nash-Gleichgewicht(e) des Spiels, bei dem jede Firma ihre optimale Strategie, gegeben eine feste Investitionsstrategie der anderen, wählt, wobei die gegebene Strategien immer derart sei, dass die andere Firma investiert, sobald der Prozess das erste Mal ein gewisses Effizienzniveau  $\theta$  erreicht. Wir werden ohne Einschränkung die Strategie der ersten Firma gegeben eine Strategie der zweiten Firma untersuchen. Dazu sei  $\theta_2$  das Effizienzniveau der Technologie, die Firma 2 wählt. Es ist zunächst nicht klar, unter welchen Bedingungen Firma 1 früher oder später als Firma 2 investiert. Es erscheint intuitiv plausibel, dass, wenn  $\theta_2$  nahe bei  $\xi$  liegt, Firma 1 später als Firma 2 investieren will, wohingegen es für große  $\theta_2$  plausibel erscheint, dass Firma 1 früher investieren wird. Daher unterscheiden wir zwischen beiden Strategien und leiten für jede Strategie die jeweils optimale Entscheidung von Firma 1 her. Die Strategie, später zu investieren, entspricht einem normalen Timing-Problem, bei dem der Prozess beim Niveau  $\theta_2$  startet. Das optimale Niveau  $\tilde{\theta}_1^s$  muss dann folgende Gleichung erfüllen:

$$\alpha(C(\tilde{\theta}_1^s, \theta_2) + F(\tilde{\theta}_1^s) - C(\xi, \theta_2)) = \frac{\partial C}{\partial \theta_1}(\tilde{\theta}_1^s, \theta_2) + F'(\tilde{\theta}_1^s)$$

Die optimale Wahl für die Strategie, früher zu investieren, lässt sich herleiten, indem wir allgemein die Payoff-Funktion

$$(1 - e^{-\alpha(\theta_2 - \theta)}) \frac{C(\theta, \xi)}{r} + e^{-\alpha(\theta_2 - \theta)} \frac{C(\theta, \theta_2)}{r} + F(\theta)$$

für ein beliebiges  $\theta$ , wobei auch  $\theta > \theta_2$  zugelassen sei, betrachten. Die optimale Wahl  $\tilde{\theta}_1^f$  muss dann gemäß (5.13)

$$\alpha(C(\tilde{\theta}_1^f, \xi) + F(\tilde{\theta}_1^f) - C(\xi, \xi)) = (1 - e^{-\alpha(\theta_2 - \tilde{\theta}_1^f)}) \frac{\partial C}{\partial \theta_1}(\tilde{\theta}_1^f, \xi) + e^{-\alpha(\theta_2 - \tilde{\theta}_1^f)} \frac{\partial C}{\partial \theta_1}(\tilde{\theta}_1^f, \theta_2) + F'(\tilde{\theta}_1^f)$$

erfüllen, wobei wir nur Lösungen  $\tilde{\theta}_1^f \leq \theta_2$  zulassen<sup>82</sup>. Gemäß Herleitung gilt also  $\tilde{\theta}_1^f \leq \theta_2 \leq \tilde{\theta}_1^s$ . Für die meisten  $\theta_2$  existiert nur für eine der beiden Strategien eine Lösung. So ist es plausibel, dass  $\tilde{\theta}_1^f = \theta_2 < \tilde{\theta}_1^s$  für hinreichend kleine  $\theta_2$  gilt, das heißt, dass Firma 1 später als Firma 2 investieren will. Für hinreichend große  $\theta_2$  ist es für Firma 1 hingegen optimal, früher als Firma 2 zu investieren, das

<sup>81</sup>Dabei ist nicht immer klar, wie die Ableitungen bezüglich der Effizienzparameter aussehen. Für die Funktion  $C(\theta, e) = (\bar{a} - b(\theta)e)^2 / 2b(\theta)$  ist  $\partial^2 c(\theta_1, \theta_2) / \partial \theta_1^2 > 0$ , falls  $\theta_1 \gg \theta_2$  und  $\partial^2 c(\theta_1, \theta_2) / \partial \theta_1^2 < 0$  für kleine  $\theta_1$ .

<sup>82</sup>Beide Gleichungen ergeben sich auch, wenn wir die erwarteten Kosten von Firma 1 bezüglich  $\theta_1$  minimieren und dabei die beiden Fälle  $\theta_1 \leq \theta_2$  und  $\theta_1 > \theta_2$  unterscheiden.

heißt,  $\tilde{\theta}_1^f < \theta_2 = \tilde{\theta}_1^s$ . Allerdings gibt es auch Fälle, in denen keine der beiden oder beide Strategien eine Lösung besitzen. Präziser gilt: Entweder existiert ein Intervall  $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$  so, dass für alle  $\theta_2 \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$  beide Strategien keine innere Lösung haben, also  $\tilde{\theta}_1^f = \theta_2 = \tilde{\theta}_1^s$  oder es existiert ein Intervall  $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$  so, dass für alle  $\theta_2 \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$  beide Strategien eine Lösung haben, d.h.  $\tilde{\theta}_1^f < \theta_2 < \tilde{\theta}_1^s$ . In den

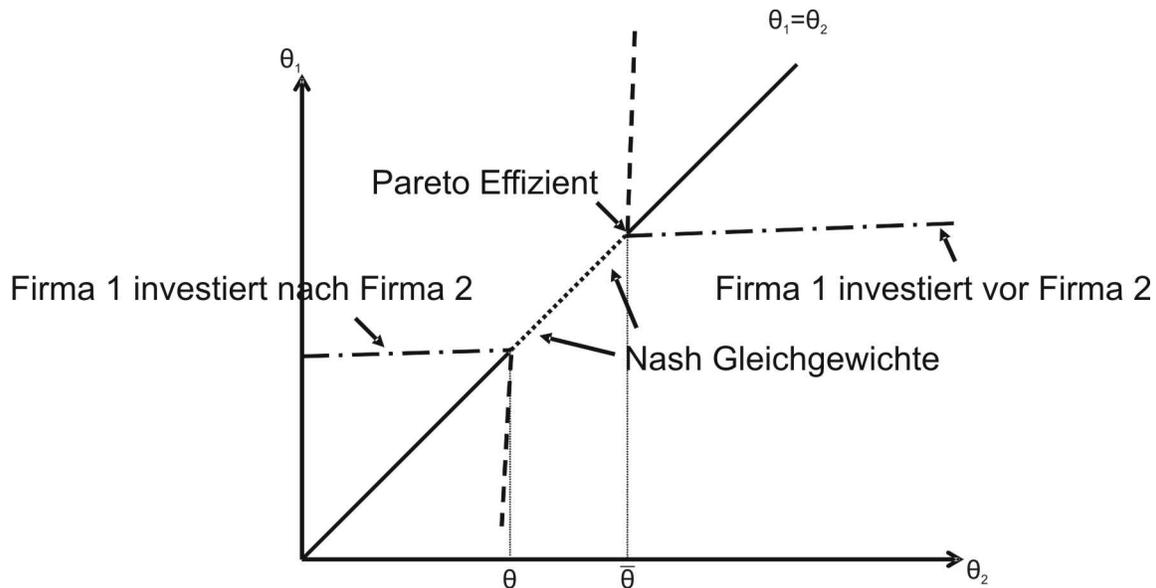


Abbildung A.1: Skizzierter Verlauf der Reaktionsfunktionen.

betrachteten numerischen Beispielen trat dabei immer der erste Fall auf. Skizziert man für diesen Fall die Reaktionskurven beider Firmen in einem  $(\theta_1, \theta_2)$ -Diagramm (vergleiche Abbildung A.1. Die abwechselnd gestrichelt und gepunktete Kurve ist dabei die Reaktionsfunktion von Firma 1.), so sehen wir, dass das Intervall  $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$  mögliche Nash-Gleichgewichte umfasst. In allen numerischen Simulationen waren es die einzigen Gleichgewichte. Zudem erwiesen sich die Reaktionsfunktionen zwar in allen Beispielen als nicht monoton, jedoch zeigte sich anhand der Plots, dass, wenn wir von einem beliebigen Punkt  $\theta_1$  ausgehen, dann die zugehörige optimale Antwort  $\theta_2$  bestimmen, dazu wiederum die optimale Antwort  $\theta_1^2$  usw., dieser Prozess bei einem Punkt im Intervall  $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$  enden wird. Die Gleichgewichte sind in diesem Sinne also stabil. In allen numerischen Beispielen erwies sich zudem die obere Grenze  $\bar{\theta}$  als pareto-effizientes Gleichgewicht, da die erwarteten Kosten für dieses Gleichgewicht geringer als für jedes andere  $\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}[$  waren. Das war insofern nicht überraschend, als dass für die Joint Investment - Lösung  $\tilde{\theta}_J$ , welche die optimale Wahl ist, wenn die Firma davon ausgeht, dass die andere Firma immer zum selben Zeitpunkt investiert, in allen

Beispielrechnungen  $\tilde{\theta}_J > \bar{\theta}$  galt. Zum Abschluss seien die Werte eines Beispiels angegeben:

*Numerisches Beispiel.* Wir unterstellen

$$C(e, \theta) = \frac{(a - (b - \frac{1.9}{\theta})e)^2}{2(b - \frac{1.9}{\theta})},$$

wobei  $a = 4$ ,  $b = 2$ . Des Weiteren sei  $\xi = 2$ ,  $F = 1$ ,  $\mu = 1$ ,  $\rho = 1$  und  $r = 0.1$ . Die Zertifikatmenge sei  $L = 2$ . Dann ergibt sich für das obigen Intervall  $\underline{\theta} = 4.873564672284821$ ,  $\bar{\theta} = 4.911897313795089$ . Die Joint-Investment Lösung ist  $\tilde{\theta}_J = 4.9754098531560995$ .

In diesem Abschnitt haben wir eine mögliche Erweiterung zum fünften Kapitel illustriert, die es ermöglichen soll, die optimale Entscheidung der Firmen zu untersuchen, wenn diese mittels Zertifikate reguliert werden. Zwar war die Betrachtung nur exemplarisch, dennoch konnten wir zeigen, dass es der Fall sein kann, dass die Firmen gleichzeitig investieren. Zwar sind die Anreize in diesem Fall dynamisch, da dies jedoch von den Firmen strategisch antizipiert wird, kommt es im Gleichgewicht zu einer gleichzeitigen Investition. Es gibt dabei ein Kontinuum an möglichen Gleichgewichten, wobei eines pareto-effizient ist.

## Anhang B

# Literaturverzeichnis

- Abel, A.B.** [1983], 'Optimal Investment under Uncertainty', *American Economic Review*, Vol. 73, pp. 228-233
- Aghion, P. and Howitt, P.** [1998], 'Endogenous Growth Theory', MIT Press, Cambridge MA.
- Arrow, K.** [1962], 'Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention', In *The Rate and Direction of Incentive Activity: Economic and Social Factors*, edited by Nelson, R., NBER, Princeton University Press
- Bester, H.** [2003], 'Theorie der Industrieökonomik', 2. Auflage, Springer, Heidelberg
- Bethuynne, G.** [2002], 'The Timing of Technology Adoption by a Cost-minimizing Firm', *Journal of Economic*, Vol. 76, pp. 123-154
- Biglaiser, G. and Horowitz, J.K.** [1995], 'Pollution Regulation and Incentives for Pollution-control research', *Journal of Economics & Management Strategy*, Vol. 3, pp. 663-684
- Biglaiser, G., Horowitz, J.K. and Quiggin, J.** [1995], 'Dynamic Pollution Regulation', *Journal of Regulatory Economics*, Vol. 8, pp. 33-44
- Black, F. and Scholes, M.** [1973], 'The pricing of Options and Corporate Liability', *Journal of Political Economy*, Vol. 81, pp. 637-659
- Dasgupta, P. and Stiglitz, J.E.** [1980], 'Uncertainty, Industrial Structure and the Speed of R&D', *Bell Journal*, Vol. 11, pp. 1-28.

- 
- Denicolò, V.** [1999a], 'Pollution-reducing Innovations under Taxes or Permits', *Oxford Economic Papers*, Vol. 51, No. 1, pp. 184-199.
- Denicolò, V.** [1999b], 'The Optimal Life of a Patent when The Timing of Innovation is Stochastic', *International Journal of Industrial Organisation*, Vol. 17, pp. 827-846.
- Dijkstra, B.R. and van Soest DP** [2002], 'Environmental Uncertainty and Irreversible Investments in Abatement Technology', *Discussion Papers in Economics*, No. 03/20, University of Nottingham
- Dixit, A.** [1989], 'Entry and Exit Decisions under Uncertainty', *Journal of Political Economy*, Vol. 97, No. 3, pp. 620-638
- Dixit, A.** [1993], 'The Art of Smooth pasting', In *Fundamentals of Pure and Applied Economics* Vol. 55, edited by J. Lesourne and H. Sonnenschein. Chur: Harwood Academic Publishers.
- Dixit, A. and Pindyck, R.** [1994], 'Investment under Uncertainty', Princeton University Press, NJ.
- Doraszelski, U.** [2001], 'Innovations, improvements, and the optimal adoption of new technologies', *Journal of Economic Dynamics & Control*, Vol. 28, pp. 1461-1480
- Doraszelski, U.** [2004], 'The net present value method versus the option value of waiting: a note on Farzin, Huisman, and Kort (1998).', *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 25, pp. 1109-1115.
- Downing, P.B. and White, L.J.** [1986], 'Innovation in Pollution Control', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 13., 18-29
- Farzin, Y.H., Huisman, K.J.M., Kort, P.M.** [1998], 'Optimal timing of technology adoption.', *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 22, pp. 779-799.
- Feess, E. and Gleaves, S.** [2001], 'Environmental Policy and Incentives to Adopt Advanced Pollution Abatement Technology', *Working Paper*, RWTH Aachen
- Fischer, C., Parry, I.W.H. and Pizer, W.A.** [2003], 'Instrument Choice for Environmental Protection When Technological Innovation is Endogenous', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 45, No. 3, pp. 523-545

- 
- Fudenberg, D. and Tirole, J.** [1985], 'Preemption and Rent Equalization in the Adoption of New Technology.', *The Review of Economic Studies*, Vol. 52, pp. 779-799
- Frayer, J. and Uludere, N.Z.** [2001], 'What Is It Worth? Application of Real Options Theory to the Valuation of Generation Assets', *The Electricity Journal*, Vol. 14, No. 8, pp. 40-51.
- Gagelmann, F. and Frondel, M.** [2005], 'The Impact of Emission Trading on Innovation - Science Fiction or Reality?', *European Environment*, Vol. 15, pp. 203-211.
- Gersbach, H. and Glazer, A.** [1999], 'Markets and Regulatory Hold-Up Problems', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 37, No.2, pp. 151-164.
- Götz, G.** [1999], 'Monopolistic Competition and the Diffusion of New Technologies', *Rand Journal of Economics*, Vol. 30, S. 679-693
- Grenadier, S.R. and Weiss, A.M.** [1997], 'Investment in Technological Innovations: an Option Pricing Approach.', *Journal of Financial Economics*, Vol. 44, pp. 397-416
- Huisman, K. J. M.** [2001], 'Technology Investment: A Game Theoretic Real Options Approach', *Theory and Decision Library C: Game Theory, Mathematical Programming and Operations Research*, Vol. 28, Kluwer Academic Publishers, Boston
- Irle, A.** [2003], 'Financial mathematics. The evaluation of derivatives.' *Teubner Studienbücher Mathematik*, Stuttgart: Teubner
- Jaffe, A.B., R.G. Newell and R.N. Stavins** [2002] 'Environment Policy and Technological Change', *Environmental and Resource Economics*, Vol. 22, No. 1-2, pp. 41-69.
- Jung, C., K. Krutilla and R. Boyd** [1996], 'Incentives for Advanced Pollution Abatement Technology at the Industry Level: An Evaluation of Policy Alternatives', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 20, No. 1, pp. 95-111.
- Kemp, R.** [2000], 'Technology and Environmental Policy Innovation Effects of Past Policies and Suggestions for Improvement', Paper presented at the OECD Workshop on Innovation and Environment, Paris, 2000.

- 
- Keohane, N.O.** [2002], 'Environmental Policy and the Choice of Abatement Technique: Evidence from Coal-Fired Power Plants', Working paper available at [www.som.yale.edu/faculty/nok4/files/papers/so2.pdf](http://www.som.yale.edu/faculty/nok4/files/papers/so2.pdf).
- Keohane, N.O.** [2003], 'What Did The Market Buy? Cost Savings Under the U.S. Tradable Permits Program for Sulfur Dioxide', *Yale Center for Environmental Law and Policy Working Paper*, YCELP-01-11-2003.
- Keohane, N.O.** [2006], 'Environmental Policy Design and the Distribution of Pollution Control Techniques in a Regulated Industry.', in mimeo
- Kennedy, P.W. and Laplante, B.** [1999], 'Environmental Policy and Time Consistency: Emission Taxes and Emissions Trading', in: *Petrakis, E., E.S. Sartzetakis and A. Xepapadeas (eds.): 'Environmental regulation and market power: Competition, time consistency and international trade'*, Edward Elgar, pp. 116-144.
- Lafont, J.-J. and Tirole, J.** [1996a], 'Pollution Permits and Compliance Strategies', *Journal of Public Economics*, Vol. 62, No. 1-2, pp. 85-125.
- Lafont, J.-J. and Tirole, J.** [1996b], 'Pollution Permits and Environmental Innovation', *Journal of Public Economics*, Vol. 62, No. 1-2, pp. 127-140.
- Lund, D.** [1991], 'Financial and Nonfinancial Option Valuation', in: *Lund, D. and Øksendal, B. (eds.): 'Stochastic Models and Option Values'*, North Holland, New York.
- Lundgren, T.** [2003], 'A Real Options Approach to Abatement Investments and Green Goodwill', *Environmental and Resource Economics*, Vol. 25, pp. 1731
- Magat, W.A.** [1978], 'Pollution Control and Technological Advance: A Dynamic Model of the Firm', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 5, No. 1, pp. 1-25.
- Malueg, D.A.** [1989], 'Emission Credit Trading and the Incentive to Adopt New Pollution Abatement Technology', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 16, No. 1, pp. 52-57.
- Marin, A.** [1989], 'Firm Incentives to Promote Technological Change in Pollution Control: Comment', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 22, pp. 292-296

- 
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D. and Green, J.R.** [1995], 'Microeconomic Theory', *Oxford University Press*.
- McDonald, R. and Siegel, D.R.** [1985], 'Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down', *International Economic Review*, Vol. 26, pp. 331-349
- McDonald, R. and Siegel, D.R.** [1986], 'The Value of Waiting to Invest', *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, pp. 707-727
- Meyers, S.C.** [1977], 'Determinants of Corporate Borrowing', *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, pp. 147-175.
- Milliman, S.R. and R. Prince** [1989], 'Firm Incentives to Promote Technological Change in Pollution Control', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 17, No. 3, pp. 247-265.
- Milliman, S.R. and R. Prince** [1992], 'Firm Incentives to Promote Technological Change in Pollution Control: Reply', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 22, pp. 292-296
- MIT** [2007], 'The Future of Coal', *Interdisciplinary MIT Study*, <http://web.mit.edu/coal/>
- Montero, J.-P.** [2002a], 'Permits, Standards, and Technological Innovation', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 44, 23-44.
- Montero, J.-P.** [2002b], 'Market Structure and Environmental Innovation', *Journal of Applied Economics*, Vol. 5, No. 2, pp. 293-325.
- Nelissen, D. and Requate, T.** [2007], 'Pollution-reducing and resource-saving technological progress', *International Journal of Agricultural Resources, Governance and Ecology*, Vol. 6, No. 1, pp. 5-44
- Øksendal, Bernt** [1992], 'Stochastic Differential Equations', 5th ed. , Springer-Verlag.
- Parry, I.W.H.** [1995], 'Optimal pollution taxes and endogenous technological progress', *Resource and Energy Economics*, Vol. 17, No. 1, pp. 69-85.

- 
- Parry, I.W.H.** [1998], 'Pollution Regulation and the Efficiency Gains from Technological Innovation', *Journal of Regulatory Economics*, Vol. 14, No. 3, pp. 229-254.
- Parry, I.W.H.** [2003], 'On the implications of technological innovation for environment policy', *Environmental and Development Economics*, Vol. 8, No. 1, pp. 57-76.
- Phaneuf, D.J. and Requate, T.** [2002], 'Incentives for Investment in Advanced Pollution Abatement Technology in Emission Permit Markets with Banking' *Environmental and Resource Economics*, Vol. 22, No.3, pp. 369-390
- Pindyck, R.S.** [1982], 'Adjustment Costs, Uncertainty, and the Behavior of the Firm' *American Economic Review*, Vol. 72, pp. 417-425
- Pindyck, R.S.** [1988], 'Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm' *American Economic Review*, Vol. 78, No. 5, pp. 969-985
- Pindyck, R.S.** [1991], 'Irreversibility, Uncertainty and Investment' *Journal of Economic Literature*, Vol. 29, No. 3, pp. 1110-1148
- Pindyck, R.S.** [2000], 'Irreversibilities and the Timing of Environmental Policy' *Resource and Energy Economics*, Vol. 22, pp.233-259
- Pindyck, R.S.** [2002], 'Optimal Timing Problems in Environmental Economics' *Journal of Dynamics & Control*, Vol. 26, pp. 1677-1697
- Reinganum, Jennifer F.** [1985], 'Innovation and Industrie Evolution', *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 100, pp. 81-99.
- Requate, T.** [1995], 'Incentives to Adopt New Technologies under Different Pollution-Control Policies', *International Tax and Public Finance*, Vol. 2, No. 2, pp. 295-317.
- Requate, T.** [1997], 'Green Taxes in Oligopoly If the Number of Firms is Endogenous', *Finanzarchiv*, Vol. 54, No. 2, pp. 261-280.
- Requate, T.** [1998], 'Incentives to Innovate under Emissions Taxes and Tradeable Permits', *European Journal of Political Economy*, Vol. 14, pp. 139-165.

- 
- Requate, T. and W. Unold** [2001], 'On the Incentives Created by Policy Instruments to Adopt Advanced Abatement Technology If Firms Are Asymmetric', *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, Vol. 157, No. 4, pp. 536-554.
- Requate, T. and W. Unold** [2003], 'Environmental Policy Incentives to Adopt Advanced Abatement Technology: Will the True Ranking Please Stand Up?', *European Economic Review*, Vol. 47, No. 1, pp. 125-146.
- Requate, T.** [2005] 'Timing and Commitment of Environmental Policy, Adoption of New Technology, and Repercussions on R&D', *Environmental and Resource Economics*, Vol. 31, No. 2, pp. 175-199.
- Requate, T.** [2006] 'Environmental Policy under Imperfect Competition', in: *Tietenberg T., Folmer, H. (eds.): 'The International Yearbook of Environmental and Resource Economics 2006/2007'*, Edward Elgar
- Schulz, H.** [2003], 'Wettbewerbspolitik', Mohr Siebeck, Tübingen
- Schumpeter, J.A.** [1939], 'Business cycles, Volumes I and II., McGraw-Hill, New York.
- Stern, N. et al.** [2006], 'Stern Review: The Economics of Climate Change', HM Treasury, London.
- Tol, R.** [2006], 'The Stern Review of the Economics of Climate Change: A Comment', *Energy & Environment*, Vol. 17, No 6., pp. 977-981.
- Tirole, H.** [2003], 'The Theory of Industrial Organisation', MIT-Press.
- van Soest, D.P. and Bulte, E.H.** [2001], 'Does the Energy-Efficiency Paradox Exist? Technological Progress under Uncertainty' *Environmental and Resource Economics*, Vol. 18, 101-112.
- van Soest, D.P.** [2005], 'The Impact of Policy Instruments on the Adoption of Energy-Saving Technological under Uncertainty' *Resource and Energy Economics*, Vol. 27, No. 3 pp. 235-247
- Xepapadeas, A. and de Zeeuw, A.** [1999], 'Environmental Policy and Competitiveness: The Porter Hypothesis and the Composition of Capital', *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 37, pp. 165-182.

**Zhao, J.** [2003], 'Irreversible Abatement Investment under Cost Uncertainties' *Journal of Public Economics*, Vol. 87, pp. 2765-2789

„Ich erkläre hiermit an Eides Statt, dass ich meine Doktorarbeit *Über die Anreize umweltpolitischer Instrumente in saubere Technologien zu investieren bei Unsicherheit über den Verfügbarkeitszeitpunkt zukünftiger Technologien* selbständig und ohne fremde Hilfe angefertigt habe und dass ich alle von anderen Autoren wörtlich bernommenen Stellen, wie auch die sich an die Gedanken anderer Autoren eng anlehnenden Ausführungen meiner Arbeit, besonders gekennzeichnet und die Quellen nach den mir angegebenen Richtlinien zitiert habe.“

**Kiel, den**