

# **Multi-spektrale Modellierung von jungen stellaren Objekten mit Monte-Carlo-Methoden**

**Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel**

**vorgelegt von  
David Madlener  
Kiel, 2013**

Erster Gutacher: Prof. Dr. Sebastian Wolf

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Robert Wimmer-Schweingruber

Tag der mündlichen Prüfung: 13.11.2013

Zum Druck genehmigt: 13.11.2013

gez. Prof. Dr. Wolfgang J. Duschl, Dekan

*Für Franziska, Vincent, Carl und Leonard*



# Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht *junge stellare Objekte* (YSO), eine Klasse astrophysikalischer Systeme die in den letzten Jahrzehnten durch Entdeckung *protoplanetarer Scheiben* und *Exoplaneten* zunehmend in den Fokus der Forschung gerückt ist. Eine protoplanetare Scheibe besteht im Wesentlichen aus Gas und  $\sim 1\%$  *kosmischen Staub*, der durch seine hohe Opazität die Ausbreitung elektromagnetischer Strahlung im Kontinuum dominiert und damit die thermische Struktur und das Erscheinungsbild des Objekts bestimmt. Diese Komponente unterliegt einer charakteristischen Differenzierung durch Sedimentation und Koagulation, die eng an die Evolution der Scheibe und der Entstehung von Planeten gekoppelt ist.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Methode zur Modellierung von YSOs, die simultane Anpassung von Beobachtungen aus verschiedenen Quellen ermöglicht und damit Mehrdeutigkeiten reduziert. Der Kern dieser Methode ist die Lösung des *inversen Strahlungstransportproblems* durch Rückführung auf ein Optimierungsproblem, das mit der Monte-Carlo-Methode *Simulated Annealing* (SA) gelöst werden kann.

Der erste Teil der Arbeit behandelt neben den Grundlagen der Sternentstehung und Evolution von YSOs, die Eigenschaften des kosmischen Staubs und seine Rolle für die interstellare Extinktion. Die Strahlungstransportgleichung im Kontinuum wird aus einem kinetischen Modell für elastische Streuung abgeleitet.

Der zweite Teil beschreibt die Methoden dieser Arbeit. Die Beobachtung mit astronomischen Instrumenten und die Reduktion von Aufnahmen wird im Rahmen der für diese Arbeit durchgeführten Kampagnen vorgestellt. Nach einer Einführung in Monte Carlo (MC) wird der Metropolis-Hastings-Algorithmus beschrieben, die Implementierung der daraus abgeleiteten Optimierungsmethode SA vorgestellt und eine kurze Darstellung der Lösung der Strahlungstransportgleichung mit MC gegeben. Abschließend wird Modellierung mit der *Maximum-Likelihood-Methode* behandelt und ein Vergleich der hier vorgestellten Implementierung von SA mit dem kanonischen Ansatz der Anpassung mit einer Datenbank durchgeführt.

Der dritte Teil besteht aus Studien der drei Systeme HH 30, V4046 Sgr und DoAr 33 mit der in Teil II entwickelten Methode. Für jedes Objekt werden nach einer kurzen Einführung und Diskussion der wichtigsten Vorgängerstudien die verwendeten Beobachtungen vorgestellt, das gewählte Scheibenmodell motiviert und die Implementierung der Studie beschrieben. Abschließend werden die Ergebnisse zusammengefasst und diskutiert.

## Abstract

The present work investigates *Young Stellar Objects* (YSO), a class of astrophysical objects that has entered the focus of current research during the last decades with the discovery of *protoplanetary disks* and *exoplanets*. A protoplanetary disk consists mostly of gas and  $\sim 1\%$  *cosmic dust*, that dominates the propagation of electromagnetic radiation in the continuum due to its high opacity and hence determines the thermal structure and appearance of the object. This component is subject to a characteristic differentiation caused by sedimentation and coagulation that is coupled tightly to disk evolution and in particular the formation of planets.

The aim of this work is the development of a method to model YSOs, that enables the simultaneous fitting of observations from different sources, thereby reducing degeneracies. The core of this method lies in the solution of the inverse radiation transfer problem by tracing it back to an optimization problem that can be solved using the Monte Carlo method *Simulated Annealing* (SA).

The first part of this work deals with the fundamentals of star formation and evolution of YSOs, the properties of cosmic dust, and its role in interstellar extinction. The radiation transfer equation in the continuum is deduced from a kinetic model for elastic scattering. The second part describes the methods of this work. Observation with astronomical instruments and data reduction is introduced on the background of performed campaigns. After an introduction to Monte Carlo (MC), the Metropolis-Hastings algorithm is described, followed by the implementation of the derived optimization method SA and a short description of the solution of the radiative transfer equation using MC. The part is concluded with modeling using *Maximum-Likelihood* and a comparison of fitting with SA and the canonical data base approach.

The third part consists of studies of the three systems HH 30, V4046 Sgr and DoAr 33 with the method developed in part II. Previous studies are discussed for every object after a short introduction, the used observations are presented, the chosen model is motivated and the implementation of the study is described. The studies close with a summary and discussion of the results.

# Inhaltsverzeichnis

<b>I. Grundlagen</b>	<b>5</b>
<b>1. Sternentstehung</b>	<b>6</b>
1.1. Das interstellare Medium . . . . .	7
1.2. Kollaps . . . . .	8
1.3. Entwicklung der Scheibe . . . . .	9
<b>2. Strahlungstransport</b>	<b>12</b>
2.1. Boltzmann-Gleichung . . . . .	13
2.2. Staub . . . . .	17
2.2.1. Helligkeiten und Farben . . . . .	17
2.2.2. Extinktion und Zusammensetzung . . . . .	19
2.2.3. Modelle . . . . .	22
<b>II. Methoden</b>	<b>25</b>
<b>3. Beobachtung</b>	<b>27</b>
3.1. Grundlagen . . . . .	27
3.2. Reduktion . . . . .	30
3.3. NACO . . . . .	31
3.3.1. Koronagraphie im NIR . . . . .	33
3.4. VISIR . . . . .	34
<b>4. Monte Carlo</b>	<b>36</b>
4.1. Motivation . . . . .	37
4.2. Metropolis-Hastings Algorithmus . . . . .	39
4.3. Simulated Annealing . . . . .	41
4.3.1. Nicht-monotone Kühlung . . . . .	42
4.3.2. Heizung und adaptive Schrittweitenregelung . . . . .	43
4.3.3. Abbruchkriterium . . . . .	46
4.3.4. gestufte Optimierung . . . . .	46
4.3.5. Lokale Konfidenzintervalle . . . . .	47
4.4. Strahlungstransport . . . . .	48
<b>5. Modellierung</b>	<b>51</b>
5.1. Lösung des inversen Problems . . . . .	53

5.2.	Berechnung von $\chi^2$	55
5.2.1.	Photometrie	55
5.2.2.	Bilder	55
5.2.3.	Visibilitäten	58
5.3.	Vergleichsstudie	59
5.3.1.	Das Referenzmodell	59
5.3.2.	Die Datenbank	61
5.3.3.	Anpassung mit SA	62
5.3.4.	Diskussion	64

### **III. Studien 66**

#### **6. HH 30 67**

6.1.	Überblick	67
6.2.	Vorgängerstudien	68
6.3.	Beobachtungen	71
6.3.1.	IRAM Plateau de Bure Interferometer (PdBI)	72
6.3.2.	IRS/SST	72
6.3.3.	IRAC/SST	73
6.3.4.	MIPS/SST	73
6.3.5.	NIC2/HST	74
6.4.	Modell	74
6.4.1.	Die Scheibe	75
6.4.2.	Wärmequellen	76
6.4.3.	Staub	77
6.5.	Implementierung	77
6.6.	Ergebnisse	83
6.6.1.	Anpassung der Beobachtungen im NIR	83
6.6.2.	Anpassung der SED	84
6.6.3.	Anpassung der SED mit einem Scheibenmodell ohne Verarmungszone	87
6.6.4.	Simultane Anpassung von SED und mm-Bild	88
6.7.	Diskussion	88
6.8.	Zusammenfassung	90

#### **7. V4046 Sgr 93**

7.1.	Überblick	93
7.2.	Vorgängerstudien	94
7.3.	Beobachtungen	97
7.3.1.	IRS/SST	98
7.3.2.	VISIR	98
7.3.3.	NACO	99
7.4.	Modell	102
7.5.	Implementierung	102
7.6.	Ergebnisse	103
7.7.	Diskussion	104



<b>8. DoAr 33</b>	<b>107</b>
8.1. Überblick . . . . .	107
8.2. Beobachtungen . . . . .	108
8.2.1. Hydra/WIYN . . . . .	108
8.2.2. IRAC/SST und MIPS/SST . . . . .	108
8.2.3. WISE . . . . .	108
8.3. Modell . . . . .	109
8.4. Implementierung . . . . .	112
8.5. Ergebnisse . . . . .	113
8.6. Diskussion . . . . .	114
<b>IV. Anhang</b>	<b>115</b>
<b>A. Übersetzung</b>	<b>116</b>
<b>B. Grundlagen der Elektrodynamik</b>	<b>117</b>
B.1. Elektromagnetische Wellen . . . . .	120
B.2. Streuung . . . . .	123

# Abbildungsverzeichnis

0.1. Rekonstruktion des analogen Computers von Antikythera aus Freeth et al. (2006). Der Mechanismus wird auf das Jahr 87 v. Chr. datiert und beruht möglicherweise auf den Arbeiten von Schülern des Archimedes und Ptolemäus. Weiterführende Information zum Stand der Forschung über dieses faszinierende Artefakt finden sich beim <i>Antikythera Mechanism Research Project</i> . . . . .	2
1.1. Die vier Phasen der Entwicklung einer protostellaren Scheibe: i) Die Scheibe verliert Masse durch Akkretion auf den Protostern und Photoevaporation der äußersten Schichten, es bildet sich ein bipolarer Ausfluss. ii) Staub koaguliert und sedimentiert in Richtung Mittelebene, das <i>Flaring</i> und der Jet schwächen sich parallel zur Akkretion ab. iii) Photoevaporation, die Entstehung von Planeten und andere Effekte lösen die Scheibe von innen her auf. iv) Mit dem Gas werden auch kleine Staubkörner durch den Poyinting-Robertson-Effekt und Strahlungsdruck aus dem System entfernt. Übrig bleibt ein System aus Planeten und/oder Planetoiden, die durch fortgesetzte Fragmentierung eine optisch dünne <i>Trümmerscheibe</i> erzeugen. . . . .	11
2.1. Die hier berücksichtigten vier Wechselwirkungen von Photonen und Staub für eine konkrete Richtung $\mathbf{n}$ : i) Elastische Streuung $\mathbf{n}' \rightarrow \mathbf{n}$ , ii) $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n}'$ , iii) spontane Emission unter Abkühlung und iv) Absorption unter Erwärmung.	15
2.2. HRD mit 41704 Sternen aus dem Hipparcos-Katalog mit einer relativen Genauigkeit der Parallaxe $\sigma_\pi/\pi < 0.2$ und $\sigma_{(B-V)} \leq 0.^m05$ . Jeder Pixel entspricht $0^m.01$ in $(B-V)$ und $0^m.05$ in $M_V$ , die Farbskala kodiert die Anzahldichte der Sterne. (Hipparcos ESA website). . . . .	19
2.3. In dieser Arbeit verwendete komplexe Brechungsindizes von astronomischen Silikat und der beiden Orientierungen von Graphit basierend auf den Ergebnissen aus (Weingartner und Draine 2001), die Werte wurden für $\lambda > 2\text{mm}$ extrapoliert. . . . .	23
3.1. Vereinfachtes Schema eines Heterodyn-Interferometers. Die empfangenen Felder werden verstärkt und mit dem Signal eines lokalen Oszillators gemischt. Um Interferenz zu erzielen muss der geometrische Laufzeitunterschied $\tau_g$ durch eine Verzögerung $\tau_d$ kompensiert werden. . . . .	29
3.2. Vereinfachtes Schema zur Reduktion aufgelöster Aufnahmen. Aus Dunkelbildern (D) und Weißbildern (F) wird jeweils ein Masterdark (MD) und Masterflat (MF) gebildet. Nach Interpolation von fehlerhaften Pixeln und kosmischen Teilchen wird der Hintergrund (S) und das interpolierte Bild (I) mit MD und MF korrigiert. Abschließend wird der Hintergrund vom interpolierten Bild abgezogen und man erhält das reduzierte Bild (B). . . . .	30

3.3.	Turbulenzen in der Atmosphäre führen zu einer Deformation der einfallenden Wellenfront durch Variation des Brechungsindex. Eine adaptive Optik korrigiert mit einem schwenkbaren Spiegel (TTM) einen eventuellen Versatz und mit einem deformierbaren Spiegel (DM) Störungen höherer Ordnung. Dazu wertet der Echtzeit-Rechner (RT) die auf den SH-Sensor einfallenden Bilder der Referenz aus und bestimmt eine Regelantwort zur Kompensation der Verformung. . . . .	31
3.4.	Die Prozedur <code>NACO_coro_obs_Stare</code> beobachtet zyklisch das Zielobjekt und einen leeren Ausschnitt am Himmel mit einem Koronagraphen. . . . .	34
3.5.	Ein typisches Bild aufgenommen von VISIR mit orthogonalem Nicken. Der alte BIB-Detektor von DRS mit $256 \times 256$ Pixel hatte mit der SF-Kamera eine Auflösung von 75mas pro Pixel. . . . .	35
4.1.	Buffons Experiment mit $B=12$ , $l=8$ , $N_{sw}=58$ und $N_{rt}=42$ . . . . .	37
4.2.	Zeitlicher Verlauf der Regelung von $m_{dust}$ und $R_{in}$ (rot) und korrespondierender Schrittweiten $\beta_i$ (grün) während einer typischen Optimierung. Die lokale Akzeptanzrate $\xi$ (rot) schwankt um $\xi_{LD}$ und die gemittelte Akzeptanzrate (grün) konvergiert asymptotisch gegen diesen Wert. . . . .	44
4.3.	Konstruktion des Konfidenzintervalls durch Abtasten der Umgebung des Optimums $\mathbf{a}_*$ mit Markow-Ketten. Die Konfidenzschranke $\Delta\chi_{conf}^2$ legt fest, welche Parametersätze innerhalb (rot) oder außerhalb (blau) des Bereichs liegen. Für jede Dimension wird so ein i.A. asymmetrisches Intervall $[a_j^-, a_j^+]$ um $a_j^*$ definiert. . . . .	48
5.1.	Oben: Der interessierende Bereich der Beobachtung $\mathbf{A}$ wird ausgewählt und für den Vergleich mit der Vorhersage zur Matrix $\mathbf{B}$ transformiert. Unten: Das synthetische Bild $\mathbf{R}$ wird skaliert und mit der PSF $\mathbf{P}$ des optischen Systems gefaltet. Anschließend wird das Ergebnis $\mathbf{S}$ mit der Beobachtung $\mathbf{B}$ registriert und gemäß (5.8) zu $\chi_{img}^2$ verrechnet. . . . .	56
5.2.	Die radiale Mittelung um ein Zentrum erfolgt durch Definition von konzentrischen Kreisen mit linear zunehmenden Radius und Mittelung über die so definierten Stichproben. . . . .	57
5.3.	Das synthetische Bild $\mathbf{R}$ wird mit FFT in die $uv$ -Ebene transformiert, die synthetischen Visibilitäten $\mathcal{S}_k$ an den gemessenen Basislinien $(u_k, v_k)$ interpoliert und mit den Visibilitäten $\mathcal{V}_k$ zu $\chi_{visib}^2$ verrechnet. Ein möglicher Versatz wird durch einen Phasenfaktor $\Phi_0$ berücksichtigt. Alternativ können die Visibilitäten entfaltet und als Beobachtung $\mathbf{B}$ wie in 5.2.2 zur Bestimmung von $\chi_{img}^2$ verwendet werden. . . . .	59
5.4.	Aus der DB abgeleitete globale Fehlerintervalle für einige ausgewählte Parameter nach Bayes. Der Wert des RM ist mit einer gestrichelten Linie markiert, der Wert des jeweils besten Modells mit einem kleinen Dreieck. Der innere Radius $R_{in}$ , die Staubmasse $m_{dust}$ und die Skalenhöhe $h_{100}$ lassen sich gut einschränken. Dies gilt nicht für den Aufweitungsexponenten $\beta$ und die Inklination $i$ , immerhin kann der Fall $i > 80^\circ$ ausgeschlossen werden. . . . .	61

5.5.	Verlauf der Optimierung mit SA für zwei ausgesuchte Ketten und Parameter $[R_{\text{in}}, m_{\text{dust}}]$ . Die gestrichelte Linie markiert in der linken Spalte oben den Wert des besten Modells der DB, darunter die Schranke zum Halten der Kette und in der rechten Spalte die jeweiligen Parameter des RM. . . . .	62
5.6.	SED und Parameter des Referenzmodells (RM), des besten Modells aus der Datenbank (DB) und für die Anpassung mit Simulated Annealing (SA). Die lokalen Konfidenzintervalle wurden mit der in Kapitel 4.3.5 beschriebenen Methode abgeleitet. . . . .	65
5.7.	SEDs von TRAN14 und TRAN15 aus Cieza et al. (2010) mit den Vorhersagen des optimalen Modells der DB (rot) und des mit SA verbesserten Modells (blau). . . . .	65
6.1.	HH 30 aufgenommen in drei Epochen mit HST/WFPC2 im Filter F675W (HubbleSite.org und Stapelfeldt et al. (1999)). . . . .	68
6.2.	Jet von HH 30 aufgenommen mit NOT im [SII]-Filter aus Anglada et al. (2007). Die Existenz des Binärsystems wurde durch erneute Untersuchung des Jet bestätigt (Estalella et al. 2012). . . . .	69
6.3.	Entfaltete Helligkeitsverteilung von HH 30 bei 1.3mm aus G08. Um die Scheibe horizontal auszurichten wurde das Bild um $-32^\circ$ rotiert. Das Zentrum liegt bei $\alpha=04^h31^m37^s.469$ und $\delta=18^\circ12'24''.22$ (J2000). Jede Konturlinie entspricht $2\sigma\sim0.46\text{mK}$ , das rechte Maximum besitzt eine Helligkeit von $0.43\text{K}$ oder $\sim19\sigma$ , die Peaks haben bei einem angenommenen Abstand von $140\text{pc}$ einen Abstand von $\sim100\text{AU}$ . . . . .	72
6.4.	SED von HH 30. Die Daten stammen aus folgenden Quellen: OTTO/KPNO: Vrba et al. (1985), ISOCAM/ISO: Brandner et al. (2000), IRS/SST: Furlan et al. (2008), MIPS,IRAC/SST: <i>Spitzer Heritage Archive DR 4</i> , SCUBA/JCMT: Moriarty-Schieven et al. (2006), PdBI: Pety et al. (2006), OVRO: Padgett et al. (2001) . . . . .	73
6.5.	Invertierte Bilder aufgenommen mit der NIC2-Kamera in den Filtern F110W, F160W und F204M und die korrespondierenden mit Tiny Tim v7.0 synthetisierten Punktverwaschungsfunktionen (PSF) (Krist 1995). Um den Kontrast zu erhöhen wird die fünfte Wurzel der PSFs dargestellt, die Beobachtungen sind um $-32^\circ$ rotiert um die Scheibe horizontal auszurichten. . . . .	74
6.6.	Schnitt durch die $xz$ -Ebene einer aufgeweiteten Scheibe mit Verarmungszone gemäß Gleichung (5.16), (5.17) und (6.3). In dieser Studie dominiert die äußere Scheibe die Gesamtmasse und damit den mm-Fluss, während die innere Scheibe warmen Staub enthält und den Fluss im MIR erzeugt. Die Parameter der Dichteverteilung entsprechen Modell D aus Tabelle 6.5. . . . .	76
6.7.	Konturplot und vertikale Schnitte entlang der Symmetriachse der Beobachtungen mit NICMOS/HST (rot) und der simulierten Helligkeitsverteilung von Modell A (blau). Die Konturen der oberen Zeile und die gepunkteten Intervalle der unteren Zeile entsprechen jeweils $1\sigma$ . . . . .	80
6.8.	Temperatur in der Mittelebene der vier Modelle A bis D im direkten Vergleich mit der aus Rotationsübergängen abgeleiteten Temperatur aus P06. . . . .	83

6.9.	Beobachtungen mit NICMOS, Abweichungen und simulierte Streubilder von Modell A im NIR. Die überlagerten Konturlinien in den Differenzbildern entsprechen $1\sigma$ . Wie erwartet sind die Differenzen für das optimierte Bild im Filter F204M am geringsten und nehmen bei kürzeren Wellenlängen zu.	85
6.10.	SED von Modell D unter verschiedenen Inklinationen betrachtet. Dieser Parametersatz lässt bei einer Abweichung der Inklination $\gtrsim 3^\circ$ vom optimalen Wert eine signifikante Silikatemission um $10\mu\text{m}$ erkennen.	86
6.11.	Synthetische SEDs der Modelle A bis D und Beobachtungsdaten im betrachteten Wellenlängenbereich von $5\mu\text{m}$ bis $3\text{mm}$ .	87
6.12.	Vergleich horizontaler Schnitte durch die mm-Karte der Beobachtung aus G08 und der Modelle A bis D.	88
6.13.	Links: Mit MC3D synthetisiertes Bild von Modell D bei $850\mu\text{m}$ . Rechts: Mit CASA simulierte Beobachtung mit ALMA. Der zentrale Peak liegt $\sim 15\sigma$ über dem Hintergrund.	92
7.1.	Entfaltete Helligkeitsverteilung der Beobachtung mit SMA bei $1.3\text{mm}$ aus R10. Der Gasanteil der Scheibe besitzt einen Radius von $\sim 370\text{AU}$ , die hier dargestellten Emissionen des Staubs haben einen Radius von $\sim 160\text{AU}$ . Die Größe ist bei mm-Wellenlängen daher vergleichbar mit HH 30, V4046 Sgr ist jedoch mit $F_{1.3\text{mm}} \sim 360\text{mJy}$ deutlich heller.	96
7.2.	SED von V4046 Sgr. Die Daten stammen aus folgenden Quellen: 2MASS: Skrutskie et al. (2006), SAAO, UKIRT: Hutchinson et al. (1990), UKT14/JCMT: Jensen et al. (1996), SMA: Rodriguez et al. (2010); Öberg et al. (2011), IRS/SST: <i>Spitzer Heritage Archive</i> (SHA).	97
7.3.	Die vier Beobachtungssequenzen des Programms 087.C-0939(A) mit VISIR/VLT im Filter PAH2, jede Zeile ist eine komplette Sequenz aus drei OBs, die direkt hintereinander aufgenommen wurden. Die Veränderung des Seeing während einer Sequenz ist an der PSF-Referenz deutlich erkennbar.	99
7.4.	Radial gemittelte und auf die Maximalhelligkeit des Zielobjekts normalisierte Profile der vier Sequenzen mit VISIR aus Abbildung 7.3. Die PSF-Referenz vor (grün) und nach (rot) jeder Sequenz besitzt ein deutlich höheres SNR als V4046 Sgr (blau).	100
7.5.	Differenz der radial gemittelten Profile von Ziel und Referenz der drei Beobachtungssequenzen mit NACO. Der Einbruch der Flächenhelligkeit in der ersten Sequenz ab $\sim 0.5''$ kann auf einen systematischen Fehler durch Überbelichtung des Detektors zurückgeführt werden.	101
7.6.	Anpassung der Potenzfunktion $B(r) = B_0 r^\alpha$ an die Sequenzen #1 und #2 in den Intervallen $[0.7, 2]''$ und $[2, 3]''$ . In beiden Profilen ändert sich die Steigung bei einem Abstand von $r \sim 2''$ , was als geometrischer Effekt der radialen Mittelung einer ovalen Helligkeitsverteilung interpretiert werden kann, s. Abbildung 5.2 und 7.9.	101
7.7.	Parameter des besten Modells aus der Anpassung der SED (A) und der SED zusammen mit dem radialen Helligkeitsprofil aus Sequenz #2 (B) an das Modell der aufgeweiteten Scheibe. Die Konfidenzintervalle wurden mit der Methode aus Abschnitt 4.3.5 bestimmt, Modell B liegt mit Ausnahme von $R_{\text{out}}$ und $m_{\text{dust}}$ im Fehlerintervall von Modell A.	105

7.8. Vergleich der radialen Helligkeitsverteilung zwischen den drei Beobachtungssequenzen und der Profile für Modell A und B. Das an die SED angepasste Modell A kann das beobachtete radiale Helligkeitsprofil im NIR nicht reproduzieren. . . . .	106
7.9. Streubild von Modell B im K-Band ohne den Beitrag der zentralen Quelle. Die Inklination von $i = 33^\circ.4$ führt zu einer ovalen Form der Isophoten. . .	106
8.1. SED von DoAr 33 aufgenommen mit WIYN (Wilking et al. 2005), 2MASS, IRAC/SST und MIPS/SST (Evans et al. 2009b; Cieza et al. 2010), WISE (WISE All Sky Data Release 2012), SCUBA (Andrews und Williams 2007), IRAM (Andre und Montmerle 1994) und ATCA (Ricci et al. 2010). . . . .	109
8.2. Schnitt der Dichteverteilung durch die $rz$ -Ebene mit und ohne Sedimentation/Koagulation. . . . .	110
8.3. Vergleich der synthetischen SEDs der Modelle A bis C mit der Beobachtung im betrachteten Wellenlängenbereich von $1\mu\text{m}$ bis $3\text{mm}$ . Modell A ist das Ergebnis der ersten Optimierung für den Grenzfall homogener Korngrößenverteilung, während für Modell B und C alle Parameter frei variiert wurden. . . . .	112
8.4. Optische Tiefe für $\lambda = 1.3\text{mm}$ entlang der $z$ -Achse als Funktion des zylindrischen Abstands vom Zentrum. Die Scheibe ist daher für Modell B bis $R \sim 5\text{AU}$ und für Modell C bis $R \sim 30\text{AU}$ selbst bei Aufsicht optisch dicht. .	113
B.1. Die Polarisation einer ebenen Welle kann allgemein durch eine Ellipse mit den Hauptachsen $a$ und $b$ , <i>Azimuth</i> $\theta$ und dem Drehsinn des elektrischen Feldvektors beschrieben werden. . . . .	122
B.2. Streuung einer ebenen Welle an einem einzelnen Teilchen. Die Streumatrix $S$ wird in den beiden Basen $B_i = (\mathbf{e}_{\perp i}, \mathbf{e}_{\parallel i}, \mathbf{e}_z)$ und $B_s = (\mathbf{e}_{\perp s}, \mathbf{e}_{\parallel s}, \mathbf{e}_r)$ dargestellt. Die Streuebene ist die Referenzebene für die Zerlegung der einfallenden Welle und die Behandlung der Polarisation. . . . .	123

# Tabellenverzeichnis

2.1.	Parameter für die Extrapolation der komplexen Brechungsindizes von Silikat und den zwei Orientierungen des Graphit bis $\lambda = 4\mu\text{m}$ . Der Realteil von Silikat wird im $\mu\text{m}$ -Bereich als konstant angenommen, s. Abbildung 2.3 oben.	24
3.1.	Die verfügbaren Kameras von NACO zur Beobachtung im NIR und MIR. Bei der Auswahl muss der verwendete Filter, Ausdehnung des Objekts und die Helligkeit des Hintergrunds berücksichtigt werden.	32
5.1.	Für die Optimierung mit SA erlaubte Intervalle im Parameterraum und Schrittweiten zu Beginn der Ketten.	63
5.2.	Startpunkte der Markow-Ketten, von jeder Position wurden je vier Ketten $a \dots d$ mit unterschiedlichen Saaten gestartet.	63
5.3.	$\chi_{\text{SED}}^2$ der besten Modelle der 32 Markow-Ketten. Der Wert für das beste mit SA entdeckte Modell ( $IV_d$ ) liegt um mehr als eine Größenordnung unter dem Wert des besten Modells der Datenbank ( $\chi_{\text{SED}}^2 \sim 180$ ).	64
5.4.	...	65
6.1.	Kanonische Modelle der Vorgängerstudien zu HH 30 mit Ausnahme von W04. Alle mit dem Subskript $f$ markierten Parameter wurden fixiert oder aus anderen Studien übernommen, $\gtrsim$ bezeichnet untere Grenzen. W02 teilt die Leuchtkraft in einen Anteil vom Stern und viskose Dissipation auf. Die Staubmassen gelten für das kanonische Massenverhältnis von 1:100 zwischen Staub und Gas.	71
6.2.	...	73
6.3.	Erlaubte Parameterintervalle für diese Studie. Die Staubmasse $m_{\text{dust}}$ und der maximale Kornradius $a_{\text{max}}$ wurden logarithmisch behandelt.	77
6.4.	Opazität $\kappa$ , Albedo $A$ and Asymmetriefaktor $g = \langle \cos \theta \rangle$ for Modell A. Werte in Klammern stammen vom besten Parametersatz aus C01.	79
6.5.	Parameter und abgeleitete Größen der besten Modelle aus der Anpassung der NIR-Aufnahmen (A), der SED (B), der SED mit einfach aufgeweiteter Scheibe [ $\eta=1$ ] (C) und einer Kombination von $\mu\text{m}$ -Karte und SED (D). Die Konfidenzintervalle von Modell B wurden mit der in Abschnitt 4.3.5 beschriebenen Methode bestimmt und werden in Abschnitt 6.6.2 diskutiert.	82
7.1.	Eigenschaften von V4046 Sgr aus folgenden Quellen: <sup>a</sup> Quast et al. (2000), <sup>b</sup> Stempels und Gahm (2004), alle anderen Werte aus Rosenfeld et al. (2012).	94
7.2.	...	97
7.3.	Parameter der drei Beobachtungssequenzen mit NACO	102

7.4.	Parameterraum für diese Studie, die Staubmasse $m_{\text{dust}}$ und der maximale Kornradius $a_{\text{max}}$ wurden logarithmisch behandelt. . . . .	103
7.5.	Parameter der Staubscheibe aus drei Vorgängerstudien. Die Werte von JM97 basieren auf der Anpassung eines Modells an die SED, während K08 und R10 Masse und Außenradius der Staubscheibe direkt aus Beobachtungen ableiten. . . . .	105
7.6.	... . . . .	105
8.1.	... . . . .	109
8.2.	Startpunkte der Ketten, initiale Schrittweiten $\beta_{\alpha,0}$ und Intervalle des untersuchten Parameterraums, $R_{\text{in},0}$ , $m_{\text{dust},0}$ and $\epsilon_0$ bezeichnen die jeweiligen Startwerte. . . . .	111
8.3.	... . . . .	112



# Abkürzungsverzeichnis

<b>BCD</b>	Basic Calibrated Data
<b>BIB</b>	Blocked Impurity Band
<b>CCD</b>	Charge-Coupled Device
<b>COMICS</b>	Cooled Mid-Infrared Camera and Spectrometer
<b>CONICA</b>	Coudé Near Infrared Camera
<b>CTTS</b>	Classical T Tauri Star
<b>DB</b>	Database/Datenbank
<b>DM</b>	Deformable Mirror
<b>DR</b>	Data Release
<b>DRRR</b>	Double Read Reset Read
<b>DRS</b>	Diagnostic/Retrieval Systems Inc.
<b>EM</b>	Electromagnetic
<b>FIR</b>	Far-Infrared/Ferninfrarot
<b>FFT</b>	Fast Fourier Transformation
<b>FNS</b>	Fowler N Sampling
<b>FWHM</b>	Full Width Half Maximum
<b>GMC</b>	Giant Molecular Cloud
<b>HLA</b>	Hubble Legacy Archive
<b>HRD</b>	Hertzsprung-Russell Diagram
<b>HST</b>	Hubble Space Telescope
<b>IDL</b>	Interactive Data Language
<b>IF</b>	Intermediate Field
<b>IMF</b>	Initial Mass Function

<b>IR</b>	Infrared/Infrarot
<b>IRAC</b>	Infrared Array Camera
<b>IRACE</b>	Infrared Array Control Electronics
<b>IRAM</b>	Institut de Radioastronomie Millimétrique
<b>IRS</b>	Infrared Spectrograph
<b>IRTF</b>	Infrared Telescope Facility
<b>ISM</b>	Interstellar Medium
<b>IUE</b>	International Ultraviolet Explorer
<b>LGS</b>	Laser Guide Star
<b>LMC</b>	Large Magellanic Cloud
<b>MC</b>	Monte Carlo
<b>MCMC</b>	Markov Chain Monte Carlo
<b>MCRT</b>	Monte Carlo Radiative Transfer
<b>MEM</b>	Maximum Entropy Method
<b>MH</b>	Metropolis-Hastings
<b>MIPS</b>	Multiband Imaging Photometer
<b>MIR</b>	Mid-Infrared/Mittinfrarot
<b>MWG</b>	Maxwellgleichungen
<b>NACO</b>	NAOS und CONICA
<b>NAOS</b>	Nasmyth Adaptive Optics System
<b>NGS</b>	Natural Guide Star
<b>NIR</b>	Near-Infrared/Nahinfrarot
<b>NOT</b>	Nordic Optical Telescope
<b>OAO</b>	Orbiting Astronomical Observatory
<b>OB</b>	Observation Block
<b>OTF</b>	Optical Transfer Function
<b>PBCD</b>	Post Basic Calibrated Data
<b>PdBI</b>	Plateau de Bure Interferometer

<b>PMS</b>	Pre-Main Sequence
<b>PSF</b>	Point Spread Function
<b>QED</b>	Quantum Electrodynamics
<b>ROX</b>	Rho Ophiuchus X-Ray
<b>SA</b>	Simulated Annealing
<b>SED</b>	Spectral Energy Distribution
<b>SF</b>	Small Field
<b>SHA</b>	Spitzer Heritage Archive
<b>SMBH</b>	Supermassive Black Hole
<b>SMC</b>	Small Magellanic Cloud
<b>SN</b>	Supernova
<b>SNR</b>	Signal-to-Noise Ratio
<b>SST</b>	Spitzer Space Telescope
<b>TTM</b>	Tip-Tilt Mirror
<b>VLT</b>	Very Large Telescope
<b>WTTS</b>	Weak-line T Tauri Star
<b>YSO</b>	Young Stellar Object

# Einleitung

Nullam rem e nihilo gigni divinitus umquam.  
Quippe ita formido mortalis continet omnis,  
quod multa in terris fieri caeloque tuentur,  
quorum operum causas nulla ratione videre  
possunt ac fieri divino numine rentur.  
Quas ob res ubi viderimus nil posse creari de  
nihilo, tum quod sequimur iam rectius inde  
perspicimus, et unde queat res quaeque creari  
et quo quaeque modo fiant opera sine divom.

---

Titus Lucretius Carus  
De rerum natura, Liber I

Soweit unser Wissen durch schriftliche Zeugnisse und Artefakte in die Vergangenheit zurückreicht, hat der Mensch Erklärungen für die ihn umgebende Welt gesucht. Aus Neugier und dem Willen zu Überleben haben unsere Vorfahren Veränderungen in ihrem Lebensraum beobachtet und heuristische Modelle für periodische Ereignisse entwickelt, u.a. für die Jahreszeiten, das Erde-Mond-System und den mit bloßem Auge beobachtbaren Planeten. Aus der Notwendigkeit wiederkehrende Ereignisse, wie Überschwemmungen oder den Frühlingsanfang, präzise zu datieren, entwickelten Hochkulturen Kalender, Tabellen, analoge Rechenmaschinen und astronomische Instrumente für Beobachtung und Vorhersage. Prominente Beispiele sind die Himmelscheibe von Nebra (Meller 2003; Schlosser 2003), die Tontafeln aus Mesopotamien (Rogers 1998), die Aufzeichnungen der Maya (Saturno et al. 2012) und der Mechanismus von Antikythera (Freeth et al. 2006). Die Beobachtung und Vermessung des Himmels wurde meist mit religiösen Aufgaben und Vorhersagen allgemeiner Art verbunden. Diese Priester und Astrologen bildeten die ersten Generationen von Menschen, die nach einem vereinheitlichten Modell des Kosmos suchten.

Der Fortschritt der Erkenntnis war eng verknüpft mit dem Verständnis für das primäre Signal, dem *Licht*, und seiner Wechselwirkung mit Materie, was heute unter dem Begriff *Optik* zusammengefasst wird. Über die Natur des Lichts und seine Eigenschaften wurde nachweislich seit der Antike nachgedacht. Erste Überlegungen zur Erzeugung und Ausbreitung von Licht stammen von Euklid, Hero von Alexandria, Titus Lucretius Carus und Claudius Ptolemäus. Erwähnenswert sind die indischen Buddhisten Dignāga und Dharmakīrti, die eine Logik und Erkenntnistheorie aufbauten und das Prinzip von Photonen und Atomen bereits im 5. und 7. Jahrhundert diskutierten. In der Blütezeit des Islam wurden die Überlegungen der griechischen und römischen Philosophen und Astronomen von arabischen Gelehrten fortgeführt, u.a. von ibn Sal und Alhazen (Singh 2009).

Unabhängig von diesen Arbeiten zur Optik wurden auch statische Elektrizität<sup>1</sup> und Magne-

---

<sup>1</sup>ηλεκτρον ist altgriechisch für *Bernstein*.

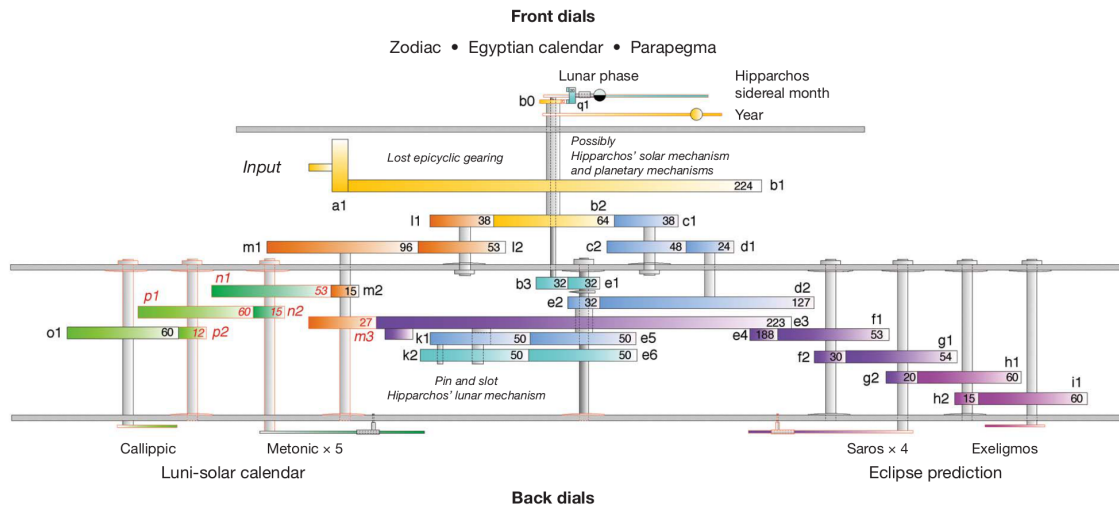


Abbildung 0.1.: Rekonstruktion des analogen Computers von Antikythera aus Freeth et al. (2006). Der Mechanismus wird auf das Jahr 87 v. Chr. datiert und beruht möglicherweise auf den Arbeiten von Schülern des Archimedes und Ptolemäus. Weiterführende Information zum Stand der Forschung über dieses faszinierende Artefakt finden sich beim *Antikythera Mechanism Research Project*.

tismus seit der Antike untersucht, doch erst Maxwell formulierte mit Vorarbeiten u.a. von Gauß, Faraday und Ampère eine geschlossene Erklärung für beide Phänomene (Maxwell 1865). Aufbauend auf dieser Theorie postulierte Maxwell, dass Licht aus elektromagnetischen Wellen besteht, die sich mit endlicher Geschwindigkeit ausbreiten. Wenig später gelang Heinrich Hertz der Nachweis von „Strahlen elektrischer Kraft“, die er folgerichtig als EM-Wellen interpretierte (Hertz 1888). Mit der Arbeit von Einstein (1905) über den Photoeffekt wurde klar, dass das elektromagnetische Feld in Photonen quantisiert ist, was später im Rahmen der Quantenelektrodynamik (QED) erklärt werden konnte (Nobelpreis 1965 für Feynman, Schwinger, Tomonaga) und den wenigstens 2500 Jahre währenden Erkenntnisprozess über die Natur des Lichts vorläufig beendet hat<sup>2</sup>.

Die *Astronomie* als Methodik zur Erforschung der Gesetze des Himmels durch quantitative Beobachtung hatte ihren ersten Höhepunkt in der Antike durch die Arbeiten u.a. von Claudius Ptolemäus, Archimedes von Syrakus, Aristoteles, Aristarch von Samos und Eratosthenes von Kyrene auf deren Werke die arabischen Astronomen aufbauten. Mit der Supernova SN 1572, die von Tycho Brahe beschrieben wurde, kam die Erkenntnis nach Europa, dass auch Fixsterne einen Lebenszyklus besitzen. Das durch die mittelalterliche Kirche zementierte geozentrische Weltbild des Aristoteles beruhte auf der Annahme, dass Kometen und Meteore veränderliche atmosphärische Erscheinungen sind, während Fixsterne und Planeten an Sphären befestigt sind und mit diesen um die Erde rotieren. Wahrscheinlich ist die fehlende Dokumentation von SN 1054 und SN 1181 in Europa auf diese Idee zurückzuführen<sup>3</sup>. Durch das heliozentrische Modell von Kopernikus (Kopernikus 1543) und Brahes Report „*De nova et nullius aevi memoria prius visa stella*“ (Brahe 1573) geriet

<sup>2</sup>Es gibt bisher keine experimentellen Daten, die mit der QED in Konflikt stehen.

<sup>3</sup>Mehrfache Einschläge auf dem Mond am 18. Juni 1178 wurden von Gervais von Canterbury nach Augenzeugenberichten in seiner Chronik dokumentiert.

dieses Weltbild ins Wanken. Es war nicht mehr zu negieren, Sterne konnten sich mit der Zeit verändern, sie konnten neu entstehen und wieder vergehen. Es ist als Glücksfall einzuschätzen, dass drei Jahrzehnte später SN 1604 Kepler die Gelegenheit gab mit „*De Stella Nova*“ den Impetus dieser neuen Idee zu verstärken (Kepler 1606). Mit der Aufstellung der Bahngesetze durch Kepler (1609, 1619), der Idee eines interstellaren Raumes (Bacon 1627) und der mechanischen Erklärung der Planetenbewegung durch Newton (Newton 1687) begann das Zeitalter der Astrophysik mit mechanischen Modellen, der Himmel und seine Objekte wurden *dynamisch*. Newton äußerte in einem Brief an Bentley vom 10. Dezember 1692 die Idee, dass Sterne durch Gravitation entstehen, indem Materie durch ihre Wirkung angehäuft wird:

*„But if the matter was evenly diffused through an infinite space, it would never convene into one mass but some of it convene into one mass & some into another so as to make an infinite number of great masses scattered at great distances from one another throughout all that infinite space. And thus might the Sun and fixt stars be formed supposing the matter were of a lucid nature.“*

Allerdings konnte Newton sich nicht dazu entschließen die Entstehung des Kosmos durch einfache Grundkräfte ohne Notwendigkeit für einen Schöpfer zu postulieren. Die erste rein mechanische Theorie zur Kosmogonie stammt von Kant (1755), der die Bildung des Sonnensystems aus einer *Urwolke* unter Erhaltung des Drehimpulses vorhersagte. Eine Generation später stellte Laplace (1796) unabhängig von Kant seine analoge *Nebularhypothese* auf. Heute werden beide Ansätze als *Kant-Laplace-Theorie der Kosmogonie* zusammengefasst, die mit Kräften zwischen Körpern Strukturbildung im Universum erklärt. Basierend auf dieser Annahme verfolgen wir heute mit elektronischen Rechenanlagen und erweitert um die modernen Feldtheorien die Ideen von Kant und Laplace und untersuchen die Entstehung von Planeten, Sternen, Galaxien und übergeordneten Strukturen des Kosmos. Die Dynamik des astrophysikalischen Erkenntnisprozesses durch moderne Theorien und Beobachtungstechniken, insbesondere durch Einführung von Großteleskopen, adaptiver Optik, Supercomputern, Halbleiterdetektoren und Weltraumobservatorien im vergangenen Jahrhundert, ist ungebremst und hat unser Weltbild seit den Anfängen fundamental verändert. Auch wenn der Zuwachs an Information über den Kosmos und das bisher erlangte Verständnis für seine Struktur und Entwicklung beeindruckend sind, so wurden im Laufe dieses Erkenntnisprozesses mehr Fragen aufgeworfen als beantwortet. Die Existenz und Rolle von dunkler Materie und dunkler Energie für die Strukturentwicklung im Kosmos, die Suche nach der ersten Sternengeneration und damit zusammenhängend die Bildung der ersten Galaxien, das Wachstum supermassiver schwarzer Löcher (SMBH) und die Struktur aktiver galaktischer Kerne (AGN), die Entstehung und Entwicklung von Sternen und Planeten, der Nachweis von Exoplaneten und die Suche nach extraterrestrischem Leben ist nur eine Auswahl der bekanntesten Fragen, die sich erst seit vergleichsweise kurzer Zeit stellen. Entsprechend haben sich neue Teilgebiete der Astrophysik und Synergien mit anderen Disziplinen entwickelt, die mit ihren Methoden, Modellen und Theorien nach Antworten suchen.

Im Rahmen dieser aktuellen Fragestellungen ist die Entwicklung *junger stellarer Objekte* (YSO) von besonderem Interesse, da dieser Prozess wegen seiner Komplexität bisher nicht vollständig verstanden ist. Obwohl diese Objekte im Wesentlichen aus H<sub>2</sub>-Molekülen und

He-Atomen bestehen, dominiert eine mit  $\sim 1\%$  der Masse scheinbar marginale Komponente den Strahlungstransport im Kontinuum und damit die thermische Struktur, der *kosmische Staub*. Bereits in den ersten Phasen der Sternentwicklung bildet sich eine zirkumstellare Akkretionsscheibe, die eine charakteristische Lebensdauer von einigen Myr besitzt. Während dieser Zeit durchläuft die Scheibe eine Differenzierung, an der die Staubphase durch Prozesse wie Koagulation, Sedimentation, Fragmentierung, (Re)Sublimation, Adsorption von Molekülen und Katalyse von chemischen Reaktionen wesentlich beteiligt ist. Im Laufe der Entwicklung wird die Scheibe ausgedünnt und löst sich schließlich durch Akkretion, Photodissoziation und andere Mechanismen im Zusammenhang mit der Bildung von Planeten vom Innenrand her auf. Das Ergebnis dieses Prozesses ist eine optisch dünne Trümmerscheibe mit Planeten und Planetoiden, in der über eine Kollisionskaskade Staub erzeugt wird.

Das Thema dieser Arbeit ist die Modellierung von Scheiben um YSO durch Invertierung des Strahlungstransportproblems und Anpassung an Beobachtungen im Kontinuum, insbesondere der spektralen Energieverteilung (SED), aufgelösten Bildern und interferometrischen Visibilitäten. Die Anpassung stellt ein Optimierungsproblem dar, das hier mit der Monte-Carlo-Methode *Simulated Annealing* (SA) gelöst wird. Dabei wird auch untersucht, wie die Konfidenz in eine gefundene Lösung quantifiziert werden kann und wie sich durch simultane Einbeziehung verschiedener Daten die Mehrdeutigkeiten der verwendeten Modelle reduzieren lassen. Die in dieser Arbeit entwickelte Implementation von SA ist prinzipiell unabhängig vom behandelten Problem und kann auf die Modellierung anderer physikalischer Phänomene übertragen und angewendet werden.

Die Arbeit gliedert sich in drei Teile. Zu Anfang wird eine kurze Darstellung unseres Wissens über den Prozess der Sternentstehung, kosmischen Staub und die Ausbreitung von Licht vorgestellt. Diese Kapitel sollen den Einstieg in die Thematik erleichtern und geben Empfehlungen auf Literatur für das vertiefte Studium.

Der zweite Teil behandelt die Methoden dieser Arbeit. Beobachtung und Datenreduktion werden im Rahmen der verwendeten Instrumente vorgestellt und anschließend die Monte-Carlo-Methode motiviert und die Implementation des Optimierungsverfahrens *Simulated Annealing* (SA) beschrieben. Abschließend wird die Modellierung durch Lösung des inversen Strahlungstransportproblems zusammen mit einer vergleichenden Studie zwischen der kanonischen Anpassung mit einer Datenbank und SA vorgestellt.

Der dritte Teil besteht aus drei Studien der jungen stellaren Objekte HH 30, V4046 Sgr und DoAr 33 mit den in Teil II diskutierten Methoden. Dabei wird für jedes YSO eine Übersicht seiner Eigenschaften gegeben, die wichtigsten Vorgängerstudien vorgestellt, das verwendete Modell motiviert, die Durchführung der Anpassung beschrieben und abschließend die Ergebnisse der Untersuchungen ausführlich diskutiert.

# **Teil I.**

## **Grundlagen**



# 1. Sternentstehung

Die Strahlung von Sternen war lange Zeit die einzige und ist heute immer noch die wichtigste Informationsquelle für die Untersuchung des Kosmos. Fast jede bekannte Struktur im Universum enthält Sterne in verschiedenen Entwicklungsstadien, angefangen bei eingebetteten Protosternen, über T-Tauri- und Herbig-Ae/Be-Sterne, Hauptreihensterne, braune Zwerge, rote Riesen, weiße Zwerge, Neutronensterne und schwarze Löcher, um nur einige typische Vertreter zu nennen. Während das Ende eines genügend massiven Sterns spektakulär in einer Supernova endet, deren Signal über große Entfernungen nachgewiesen werden kann, findet die Geburt eines Sterns verborgen im Inneren einer optisch dichten Molekülwolke statt und ist erheblich schwerer zu beobachten. Das erklärt warum signifikante Fortschritte zum Verständnis der Sternentstehung im Wesentlichen erst in den letzten drei Jahrzehnten stattgefunden haben.

Sterne gehören zu den Grundbausteinen von Galaxien und das Verständnis ihres Lebenszyklus ist notwendig für eine schlüssige Theorie der Entwicklung von Galaxien. Wichtige Fragestellungen hierbei sind Mechanismen zur Initiation des Prozesses, damit verbunden die Effizienz der Umwandlung des *interstellaren Mediums* (ISM) in Sterne und die aus diesem Prozess resultierende *initiale Massenverteilung*<sup>1</sup> (IMF) und Multiplizität.

Die Beobachtung der Planeten führte zu einer Reihe von wichtigen Entdeckungen, doch war lange Zeit unklar, ob unser Sonnensystem eine Ausnahme ist oder den Regelfall darstellt. Zu Anfang der Suche nach Exoplaneten wurden vor allem Exemplare mit extremen Massenverhältnissen und kleinen Bahnradien nachgewiesen, sogenannte *heiße Jupiter*<sup>2</sup>. Durch neue Beobachtungstechniken, verbesserte Instrumente und Satellitenobservatorien werden zunehmend langperiodische Planeten mit zur Erde vergleichbare Massen gefunden. Seit dem Nachweis der ersten Exoplaneten (Wolszczan und Frail 1992; Mayor und Queloz 1995) mit der Radialgeschwindigkeitsmethode sind bis heute<sup>3</sup> 725 Detektionen bestätigt worden, wobei die Liste der von *Kepler* entdeckten Kandidaten  $\gtrsim 3000$  Einträge besitzt.

In den folgenden Abschnitten wird der jetzige Stand der Forschung zur Entstehung von Sternen verkürzt dargestellt, um den Rahmen dieser Arbeit zu legen. Viele Aspekte sind noch nicht befriedigend geklärt und Definitionen unterliegen einem Wandel. Eine gute Zusammenfassung der aktuellen Begriffe und Konventionen zu diesem Thema finden sich im „*Diskionary*“ von Evans et al. (2009a). Für ein vertieftes Studium der Materie sei auf die angegebene Literatur und die Reviews von Shu et al. (1987), Ferrière (2001), Larson (2003), Williams und Cieza (2011) und auf die Reihe *Protostars and Planets* verwiesen, auf denen die folgende Zusammenfassung beruht.

---

<sup>1</sup>engl.: *Initial Mass Function*

<sup>2</sup>engl.: *Hot jupiter*

<sup>3</sup>Stand August 2013 auf [exoplanets.org](http://exoplanets.org)

## 1.1. Das interstellare Medium

Als *interstellarer Raum* wird der Bereich zwischen den Sternen innerhalb einer Galaxie bezeichnet. Er ist gegen den von individuellen Sternen dominierten Raum durch die *Astropause* abgegrenzt und geht außerhalb der Galaxie in den *intergalaktischen Raum* über. Der interstellare Raum ist angefüllt von einem charakteristischen Ensemble von Teilchen und Strahlung, dem *interstellaren Medium* (ISM), das aus normaler Materie, kosmischer Strahlung und Magnetfeldern besteht. Diese drei Bestandteile wechselwirken elektromagnetisch miteinander und stehen in einem hydrostatischen Gleichgewicht (Boulares und Cox 1990). Die kosmische Strahlung wirkt dabei im Wesentlichen über drei Mechanismen auf normale Materie:

- Direkte Kollision mit Gasteilchen erhöht die Ionisierung (Spitzer und Tomasko 1968).
- Heizung durch hochenergetische Elektronen aus der Ionisierung und Coulomb-Streuung an Ionen (Field et al. 1969), sowie Dämpfung von Alfvén-Wellen entlang magnetischer Feldlinien (Wentzel 1971).
- Strömungsinstabilität durch Streuung an selbst-induzierten Alfvén-Wellen (Lerche 1966, 1967; Wentzel 1968; Kulsrud und Pearce 1969).

Das interstellare Magnetfeld in Spiralgalaxien liegt bei  $\sim 10\mu\text{G}$  (Beck 2004) und wechselwirkt über die Lorentz-Kraft mit der kosmischen Strahlung und der ionisierten Komponente der normalen Materie und damit über Kollisionen zwischen Ionen und Neutralteilchen schließlich mit dem nicht-ionisierten Anteil (Spitzer 1958). Auf diese Weise stabilisiert das interstellare Magnetfeld das Gas auf großen und mittleren Skalen gegen einen gravitativen Kollaps und bindet gleichzeitig die kosmischen Teilchen an die galaktische Ebene. Diese hochenergetischen Teilchen sorgen durch Ionisierung wiederum dafür, dass die Kopplung zwischen Magnetfeld und normaler Materie aufrecht erhalten wird. Quelle der kosmischen Strahlung sind Schockfronten von Supernovae (Blandford und Eichler 1987), insbesondere *Superblasen*, die aus dem zeitlich korrelierten Ende von OB-Assoziationen hervorgehen (Higdon und Lingenfelter 2005).

Das ISM kann in drei Phasen zerlegt werden, eine kalte und dichte Phase ( $T \lesssim 300\text{K}$ ), die im Wesentlichen aus Wolken von neutralen Wasserstoff- und Heliumatomen und in dichteren Bereichen aus  $\text{H}_2$ -Molekülen besteht, eine warme und verdünnte Phase aus neutralen und ionisierten Atomen zwischen diesen Wolken ( $T \sim 10^4\text{K}$ ), und eine dominante heiße Phase ( $T \sim 10^6\text{K}$ ), die durch Supernovae geheizt wird (Field et al. 1969; McKee und Ostriker 1977). Sterne entstehen in den dichtesten Bereichen der ersten Phase, in der Moleküle bei niedrigen Temperaturen auf Staubkörnern gebildet und gegen Photodissoziation geschützt sind (Allen und Robinson 1977). Solche Zonen finden sich in zentralen Regionen und Spiralarmen von Galaxien und besitzen Ausdehnungen von  $\sim 1\text{kpc}$  mit Massen von bis zu  $10^7 M_\odot$  (McGee und Milton 1964; Solomon und Sanders 1985; Elmegreen 1993), die in dichtere Bereiche fragmentiert sind, den *Riesenmolekülwolken*<sup>4</sup> (GMC). Diese Wolken erreichen Ausdehnungen und Massen, die etwa eine Größenordnung unter denen der übergeordneten kalten Phase liegen, also  $\sim 100\text{pc}$  und  $\sim 10^6 M_\odot$ . Die Bildung dieser Wolken

---

<sup>4</sup>engl.: Giant Molecular Clouds

wird auf galaktischer Skala durch Gezeitenkräfte behindert. Sie besitzen eine selbstähnliche Struktur, die durch Fraktale beschrieben werden kann, was auf eine wichtige Rolle der Turbulenz deutet (Falgarone et al. 1991; Stutzki et al. 1998; Elmegreen 2002). Die Geschwindigkeitsdispersion des Gases lässt sich durch Vermessung der Dopplerverbreiterung von Moleküllinien nachweisen. Auf fast allen Skalen werden dabei Überschallströmungen gemessen und ein zur Kolmogorov-Kaskade analoger Zusammenhang zwischen Ausdehnung der Region und Linienbreite der Form

$$\Delta v \sim l^\alpha \quad (1.1)$$

mit  $\alpha \lesssim 0.5$  beobachtet (Larson 1981; Solomon et al. 1987; Myers und Goodman 1988a; Falgarone et al. 1992), der sich auch zu größeren Skalen hin über die Grenzen einer individuellen Wolke fortsetzt (Goldman 2000). Entsprechend befinden sich GMCs nicht in einem stationären Zustand und besitzen relativ kurze Lebensdauern von  $\sim 10$  Myr, die ungefähr einer dynamischen Zeitskala entsprechen (Larson 1981). Dieser Zeitraum stellt demnach eine obere Grenze für den Prozess der Sternentstehung dar (Elmegreen 2000).

## 1.2. Kollaps

In einer GMC wirken innere Energie, Turbulenz und Magnetfelder dem kontrahierenden Effekt der Gravitation entgegen. Es kann jedoch lokal zu einer Instabilität kommen, bei der Magnetfelder aus einem kleinen Bereich verdrängt werden und auch die turbulente Bewegung der Wolke eine Kontraktion nicht mehr kompensieren kann. Diese Instabilitäten in kalten Bereichen einer Molekülwolke stellen den ersten und entscheidenden Schritt für die Entstehung eines *Wolkenkerns* mit Anzahldichten von  $\gtrsim 10^5 \text{ cm}^{-3}$  und  $\lesssim 1$  pc Durchmesser dar, der die Rate und Effizienz der Sternentstehung maßgeblich beeinflusst, insbesondere die IMF der Sterne (Salpeter 1955; Miller und Scalo 1979). Damit es zur Bildung derart dichter Bereiche kommen kann, ist das Zusammenwirken verschiedener Prozesse erforderlich. Bei geringen Dichten koppeln geladene Teilchen und magnetische Flusslinien, so dass Kontraktion eine Verdichtung des magnetischen Feldes bewirkt und den weiteren Kollaps effektiv verhindert, da der magnetische Fluss *eingefroren* wird (Chandrasekhar und Fermi 1953). Tatsächlich kann das Magnetfeld durch drei Prozesse, abhängig von Dichte und Ionisationsgrad, von der Bewegung des Fluids entkoppeln. Bei hoher Dichte und relativ hohem Ionisationsgrad überwiegt die *ambipolare Diffusion*, bei der Elektronen und Ionen am Feld gekoppelt bleiben und gegenüber dem neutralen Anteil des Fluids driften (Shu et al. 1987; Myers und Goodman 1988b; Mouschovias 1991). Dieser Prozess findet vor allem in Molekülwolken (Wardle 2007), protostellaren Scheiben in Entfernungen von  $R \gtrsim 10$  AU und unmittelbarer Nähe zum Protostern in höheren Schichten statt (Salmeron 2011). Bei mittleren Dichten überwiegt die *Hall-Diffusion*, bei der Ionen und geladene Staubkörner durch Kollision mit neutralen Teilchen vom Magnetfeld entkoppeln. Dieser Mechanismus dominiert während des gravitativen Kollaps von Kernen (Wardle 2004) und in protostellaren Scheiben (Salmeron 2011). In dichtesten Bereichen mit geringem Ionisationsgrad überwiegt *ohmsche Dissipation*, bei der alle geladenen Teilchen ständigen Kollisionen ausgesetzt sind und nicht mehr ungestört um Feldlinien gyrieren können (Shu et al. 2006; Machida et al. 2008).

Die Verdrängung des Magnetfelds ist ein wichtiger Regulator des Entstehungsprozesses von Sternen (Kunz und Mouschovias 2009; Braiding und Wardle 2012). Die meisten Wolken und ihre Substrukturen sind magnetisch kritisch (McKee 1989; Bertoldi und McKee 1992; Crutcher 1999; Bourke et al. 2001), so dass die Zeit zur Entstehung superkritischer Kerne vergleichbar mit der Freifallzeit ist (Ciolek und Basu 2001; Vázquez-Semadeni et al. 2005). Nach der Entkopplung des Magnetfelds vom Gas stabilisiert nur noch der thermische Druck den Wolkenkern gegen die Eigengravitation, der weitere Kollaps ist durch Kühlprozesse dominiert (Gaustad 1963). Wird die Jeans-Masse überschritten verläuft der restliche Kollaps innerhalb der *Kelvin-Helmholtz-Zeitskala*, die mit  $\sim 10\text{kyr}$  vergleichsweise kurz ist, und zur Bildung eines oder mehrerer Protosterne mit Scheibe führt (Yorke et al. 1993, 1995; Hueso und Guillot 2005). Die Rolle des Magnetfeldes während dieser kurzen Phase ist nicht vernachlässigbar, da es durch einen Dynamoeffekt und Kompression während des Kollaps verstärkt wird (Kazantsev 1968; Vainshtein 1982; Schekochihin et al. 2002; Sur et al. 2012). Der Kollaps selbst geschieht von innen nach außen und über Messung der Polarisation kann eine Uhrglasstruktur des Magnetfeldes nachgewiesen werden (Cortes und Crutcher 2006; Girart et al. 2006). Die Dichte im Zentrum steigt an, bis dieser Bereich bei Dichten  $\gtrsim 10^{-13}\text{gcm}^{-3}$  opak wird und der Kollaps mit der Entstehung des *hydrostatischen Kerns* im Zentrum endet. Anschließend befindet sich das YSO in einem kugelförmigen Hohlraum (Jørgensen et al. 2005b; Enoch et al. 2009) und heizt sich durch Kontraktion und Schocks auf, in denen einfallende Materie abgebremst wird (Shu 1977). Während der hydrostatische Kern wegen seiner geringen Ausdehnung mit heutigen Instrumenten nicht aufgelöst werden kann, lässt sich die radiale Bewegung von Materie in Richtung Kern durch Beobachtung der Dopplerverschiebung von Moleküllinien nachweisen (Di Francesco et al. 2001). Der zunächst radial verlaufende Kollaps verändert seine Symmetrie durch Kompression des Magnetfelds und Konvektion von Drehimpuls aus äußeren Bereichen des Wolkenkerns. Dabei kann die kollabierende Wolke in mehrere Kerne fragmentieren und ein multiples System von Protosterne bilden (Boss und Bodenheimer 1979). In jedem Fall bildet sich um jeden Protostern eine Scheibe heraus, auf die weiter Materie aus dem umgebenden Wolkenkern fällt und dem Protostern zugeführt wird (Ulrich 1976; Terebey et al. 1984). Die Ausdehnung der Scheibe ist durch den Zentrifugalradius gegeben, der abhängig von der initialen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  des Wolkenkerns und der Fallzeit  $t$  wächst (Terebey et al. 1984). Da der spezifische Drehimpuls  $L/M$  eines Wolkenkerns  $\sim r^{3/2}$  skaliert (Goldsmith und Arquilla 1985; Goodman et al. 1993), kann von einer weiten Streuung der initialen Scheibenparameter ausgegangen werden.

### 1.3. Entwicklung der Scheibe

Nach Entstehung der Scheibe ist die Beobachtung durch hohe optische Tiefen bis in den mm-Bereich erschwert. Da die Scheibe durch Akkretion aufgeheizt wird ( $\sim 100\text{K}$ ) und mit  $\gtrsim 10^7\text{cm}^{-3}$  eine höhere Teilchendichte als der Hintergrund besitzt, kann sie bei entsprechend großen Basislängen im Kontinuum und Moleküllinien bei mm-Wellenlängen beobachtet werden (Brown et al. 2000; Jørgensen et al. 2005a). Eingebettete Scheiben strahlen etwas stärker als ältere, der Beobachtung besser zugängliche Objekte, was zunächst auf eine Abnahme der Masse mit der Zeit hindeutet. Berücksichtigt man jedoch Heizung der jüngeren Scheiben durch Akkretion, erhält man typische Massen von  $\sim 0.02 \dots 0.1M_{\odot}$  mit

einem Median von  $0.04M_{\odot}$  (Jørgensen et al. 2009). Die Masse der Scheibe verbleibt daher während der eingebetteten Phase relativ konstant, während die umgebende Hülle um fast eine Größenordnung an Masse verliert (Looney et al. 2003). Die aus der Hülle auf die Scheibe fallende Materie wird demnach schnell zum Protostern transportiert, insbesondere muss dabei der spezifische Drehimpuls abgeführt werden. Das geschieht innerhalb der Scheibe durch viskosen Transport in der turbulenten Strömung. Der genaue Mechanismus der Turbulenz ist noch unklar, auch wenn die typische Reynoldszahl

$$Re = \frac{vl}{\nu} \sim 10^{10} \quad (1.2)$$

eine hohe Instabilität der Strömung plausibel macht. Ein Ansatz ist die *Magnetorotationsinstabilität*<sup>5</sup> (MRI), bei der ein schwaches Magnetfeld durch Kopplung an die ionisierte Komponente des Fluids den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung erleichtert (Balbus und Hawley 1991). Während Materie in der Scheibe nach innen wandert, dehnen sich die äußeren Bereiche der Scheibe durch den viskosen Transport von Drehimpuls aus. Doch nur ein geringer Teil der zum Protostern strömenden Materie wird akkretiert, da der Stern an der Grenze seiner Stabilität rotiert. Es entsteht ein charakteristischer bipolarer Ausfluss, der *Jet*, der über magnetohydrodynamische Wechselwirkung Drehimpuls abführt und so die Akkretion aufrecht erhält (Shu et al. 1994; Romanova et al. 2005, 2009). Nach  $\sim 0.5$  Myr löst sich die Hülle unter Mitwirkung des Ausflusses langsam auf und Protostern, Scheibe und Jet werden der Beobachtung bei kürzeren Wellenlängen zugänglich.

Der durch Akkretion geheizte Bereich um den Protostern erzeugt charakteristische Emissionslinien, u.a. von  $H\alpha$ ,  $Br\gamma$  und  $Ca II$ , und Exzess bei UV- und Röntgen-Wellenlängen. Das nun im Optischen und Nahinfrarot (NIR) beobachtbare YSO wird wegen dieser typischen Signatur als *klassischer T-Tauri-Stern* (CTTS) bezeichnet (Joy 1945). Die einfallende Hülle bleibt eine Weile erhalten und gibt dem YSO ein ausgedehntes Erscheinungsbild im Optischen und NIR, prominente Beispiele dafür sind der *Butterfly Star*, CB 26 und DG Tau B. Nach Auflösung der Hülle wird die aufgeweitete Scheibe bei kurzen Wellenlängen deutlich sichtbar, meist begleitet von einem Jet wie bei HH 30 und FS Tau B.

Die Akkretion auf den Protostern erfolgt episodisch, wie an der typischen Variabilität der Helligkeit und der knotigen Struktur von Jets erkennbar ist (Bacciotti et al. 2000; Anglada et al. 2007; Estalella et al. 2012; Günther et al. 2013). Es können bei CTTS auch kurze Episoden hoher Aktivität direkt beobachtet werden, die nach dem ersten Exemplar als FUOr-Ausbrüche bezeichnet werden (Herbig 1977; Hartmann und Kenyon 1996). Diese extremen Variabilitäten von wenigstens 5 Magnituden können im Laufe der Entwicklung mehrfach auftreten. Zu Anfang besitzt die Scheibe einen höheren Anteil der Masse und lokale Verdichtungen können einen sprunghaften Anstieg der Akkretionsrate durch Gravitationsinstabilität erklären (Laughlin und Bodenheimer 1994; Zhu et al. 2009; Vorobyov und Basu 2010). Bei späteren Entwicklungsstufen dominiert der Stern jedoch die Scheibe und eine allein durch Eigengravitation ausgelöste Instabilität ist unplausibel. Eine schlüssige Erklärung steht noch aus und verschiedene Auslöser und Mechanismen werden diskutiert, u.a. nahe Begegnungen in den Zentren dichter Cluster (Pfalzner 2008) und Gasplaneten auf einem engen Orbit (Nayakshin und Lodato 2012).

Durch Akkretion verliert die Scheibe immer mehr Masse und löst sich mit einer Halbwertszeit von einigen Myr auf. Während dieser Zeit findet eine Differenzierung des Staubs statt,

---

<sup>5</sup>engl.: *Magneto-Rotational Instability*

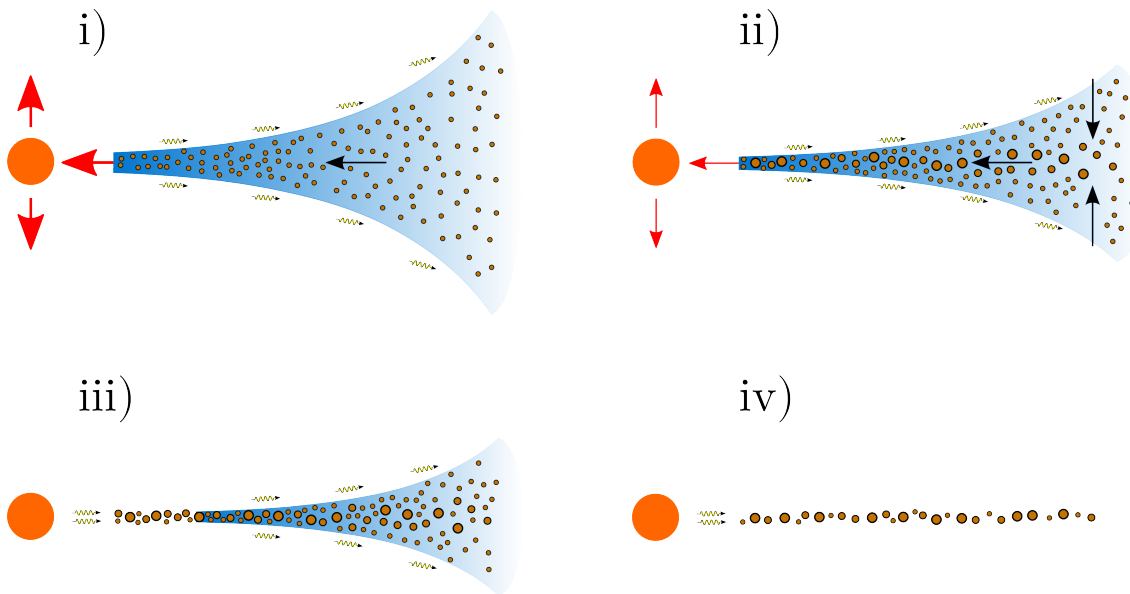


Abbildung 1.1.: Die vier Phasen der Entwicklung einer protostellaren Scheibe: i) Die Scheibe verliert Masse durch Akkretion auf den Protostern und Photoevaporation der äußersten Schichten, es bildet sich ein bipolarer Ausfluss. ii) Staub koagulierte und sedimentierte in Richtung Mittelebene, das *Flaring* und der Jet schwächen sich parallel zur Akkretion ab. iii) Photoevaporation, die Entstehung von Planeten und andere Effekte lösen die Scheibe von innen her auf. iv) Mit dem Gas werden auch kleine Staubkörner durch den Poyinting-Robertson-Effekt und Strahlungsdruck aus dem System entfernt. Übrig bleibt ein System aus Planeten und/oder Planetoiden, die durch fortgesetzte Fragmentierung eine optisch dünne *Trümmerscheibe* erzeugen.

er koagulierte und setzte sich in der Mittelebene ab. Es wird angenommen, dass dieser Prozess über hierarchisches Wachstum zur Bildung von *Kernen* führt, die durch ihre Gravitation Materie aus der Scheibe akkretieren können und dabei *Protoplaneten* bilden (Papaloizou und Terquem 2006). Es gibt jedoch Prozesse, wie die *Meter-Barriere*<sup>6</sup>, die einer Bildung von größeren Kernen entgegenwirken (Weidenschilling 1977) und bisher nicht ausreichend verstanden sind. In diesem Zusammenhang ist die Entdeckung einer attraktiven Wirkung der Schwarzkörperstrahlung durch den *AC-Stark-Effekt* ein neuer Ansatz zur Erklärung dieses Prozesses (Sonnleitner et al. 2013).

Photoevaporation, Gezeitenkräfte bei Mehrfachsystemen und die Entstehung von Planeten führen schließlich zur Bildung von Lücken und einem von innen her wachsenden Loch in der Scheibe. Die Akkretion und damit der beobachtbare Exzess und typische Linien schwächen sich ab, der Stern wird zum *schwachen T-Tauri-Stern*<sup>7</sup> (WTTS). Schließlich versiegt die Akkretion und die Scheibe verliert ihren Gasanteil, bis eine optisch dünne *Trümmerscheibe*<sup>8</sup> übrig bleibt. Der junge Stern bewegt sich weiter auf die Hauptreihe zu, die durch Kontraktion innerhalb  $\sim 100$  Myr mit dem Beginn der Fusion von Wasserstoff im Kern erreicht wird.

<sup>6</sup>engl.: *Meter-size barrier*

<sup>7</sup>engl.: *Weak-line T Tauri Star*

<sup>8</sup>engl.: *Debris disk*

## 2. Strahlungstransport

Der Anfang des 17. Jahrhunderts stellt mit Keplers Publikationen über Optik in der Astronomie „*Astronomiae Pars Optica*“ (1604), der „*Astronomia Nova*“ (1609) und dem Werk „*Dioptrice*“ (1611), sowie Galileos Bau eines Teleskops und der Publikation „*Sidereus Nuncius*“ (1610) den Beginn der modernen Astronomie dar. Fortschritte sind seitdem eng mit dem Verständnis für die Ausbreitung von Licht, Wechselwirkung mit Materie und damit der Fähigkeit zur Manipulation und Detektion von Strahlung verbunden gewesen. Der Bau von optischen Geräten und Detektoren, die Ausbreitung von Strahlung in Materie und die Kompensation von unerwünschten Effekten bei der Beobachtung durch die Atmosphäre sind vier Jahrhunderte später unverändert Gegenstand aktueller Forschung.

Die *Quantenelektrodynamik* (QED) beschreibt als fundamentale Theorie des Lichts nach dem jetzigen Stand der Forschung die Wechselwirkungen von Ladungen und Photonen quantitativ (Sturm et al. 2011). Für die meisten Anwendungen der Astrophysik, insbesondere für den hier betrachteten *Strahlungstransport*, ist die klassische *elektromagnetische Feldtheorie* von Maxwell (1865) jedoch ausreichend. Die Grundidee dieser Theorie ist die Existenz positiver und negativer elektrischer *Ladungen*, die durch ihre Anwesenheit den umgebenden Raum verändern und zeitlich verzögert mit Ladungen an anderen Orten durch Vermittlung des Feldes in Wechselwirkung treten. Die *Maxwell-Gleichungen* (MWG) verknüpfen die lokalen räumlichen und zeitlichen Änderungen des Feldes mit Position und Geschwindigkeit von Ladungen, die wiederum über die *Lorentzkraft* mit dem Feld wechselwirken, und stellen eine ausgezeichnete Näherung der Dynamik dar. Tatsächlich beruhen viele technologischen Errungenschaften der Moderne wie u.a. Optik, Elektrotechnik, Telekommunikation und Computer auf der praktischen Anwendung der MWG. Ein wesentliches Merkmal dieser lorentzinvarianten *Nahwirkungstheorie* ist der Charakter des Feldes als eigenständiges Objekt, so dass sich Störungen durch Beschleunigung von Ladungen über beliebig Entfernungen und Zeiträume mit einer konstanten Geschwindigkeit  $c$  im Vakuum als Wellen fortpflanzen können und dabei Energie, Impuls und Drehimpuls transportieren. In der quantenmechanischen Beschreibung ist das Feld in *Photonen* gequantelt, ein Konzept mit dem das Schwarzkörperspektrum, der Photoeffekt und Comptonstreuung verstanden werden können (Planck 1901; Einstein 1905; Compton 1923). Die ungestörte Ausbreitung der Photonen durch ein im Wesentlichen transparentes Vakuum ermöglicht uns Informationen über die Entwicklung des Kosmos bis zurück zum Zeitpunkt der Rekombination zu erlangen, insbesondere durch die dabei freigesetzte *Hintergrundstrahlung* (Alpher und Herman 1948; Penzias und Wilson 1965; Dicke et al. 1965).

Der Strahlungstransport wurde zunächst für die Theorie des Aufbaus und der Entwicklung der Sterne und ihrer Atmosphären untersucht, insbesondere zur Erklärung spektroskopischer Beobachtungen (Schuster 1905; Schwarzschild 1906; Chandrasekhar 1945). Dazu werden die mikroskopischen MWG durch Annahmen über das Verhalten von Materie vereinfacht und eine makroskopische *Strahlungstransportgleichung* abgeleitet. Lösung dieser Gleichung in einer Dimension ermöglicht, zusammen mit Hydrostatik und einer Theorie

der Kernfusion, die Berechnung der Masse-Helligkeits-Relation und Entwicklung und Verteilung von Sternen im Hertzsprung-Russell-Diagramm (Eddington 1926; Strömngren 1933; Bethe und Critchfield 1938; Bethe 1939; Mihalas 1978). Mit der Verfügbarkeit elektronischer Rechenanlagen konnten auch komplexere Phänomene behandelt werden und mittlerweile ist die Strahlungstransportgleichung ein wichtiger Teil vieler Disziplinen jenseits der Astrophysik, u.a. in der Kernphysik, Meteorologie, Computergrafik und technischen Thermodynamik. In den meisten Fällen ist die Lösung dieser Integro-Differentialgleichung auch heute der geschwindigkeitsbestimmende Schritt der Untersuchung.

Im folgenden Abschnitt wird die Gleichung aus einem kinetischen Modell abgeleitet, in Anhang B findet sich eine ergänzende Einführung in die Grundlagen der klassischen Feldtheorie, elektromagnetische Wellen, ihre Streuung an Teilchen und die Theorie von Mie. Als weiterführende Literatur zur Theorie der Streuung werden dem Leser die Standardwerke von van de Hulst (1957) und Bohren und Huffman (1983) empfohlen, ausgezeichnete Abhandlungen über Optik, Strahlungstransport und elektromagnetische Feldtheorie sind u.a. Landau und Lifschitz (1951), Chandrasekhar (1960), Feynman et al. (1963), Born und Wolf (1965), Jackson (1975), Carter und Cashwell (1975) und Mitter (1980).

## 2.1. Boltzmann-Gleichung

Die Ausbreitung von Licht kann analog zur kinetischen Theorie mit einem Gas von Photonen beschrieben werden, das man klassisch als Ensemble von Teilchen mit Ort  $\mathbf{r}$  und Viererimpuls  $(\hbar\omega/c, \hbar\mathbf{k})$  beschreiben kann. Dieser Ansatz ist nicht unproblematisch, da Photonen als Bosonen mit Spin 1 ohne Ruhemasse keinen Ortsoperator besitzen. Wenn die räumlichen Skalen jedoch groß im Vergleich zur Wellenlänge der Photonen sind, stellt dieses Modell eine sinnvolle Näherung dar (Rosato 2010). Für die hier betrachteten astrophysikalischen Systeme ist diese Bedingung erfüllt und man kann daher annehmen, dass Photonen einen genau definierten Ort  $\mathbf{r}$  und Impuls  $\hbar\mathbf{k}$  besitzen.

Unter normalen Bedingungen wechselwirken Photonen nicht miteinander, sondern nur mit Materie, also Anhäufungen von elektrischen Ladungen in Form von Elektronen, Atomen, Molekülen und Aggregaten aus diesen Komponenten. Für den hier betrachteten Strahlungstransport im Kontinuum sind nur größere Aggregate von Interesse, die im astrophysikalischen Kontext als *Staub* mit einer Massendichte  $\rho_d$  fein verteilt im Raum vorliegen. Da der Abstand der Körner erheblich größer als die betrachteten Wellenlängen ist, kann in ausgezeichneter Näherung inkohärente Streuung an isolierten Zentren angenommen werden, s. Kapitel B.2. Zwischen den Wechselwirkungen mit Materie bewegen sich die masselosen Photonen gemäß der Dispersionsrelation

$$\omega = |\mathbf{k}|c \Leftrightarrow \nu\lambda = c \Leftrightarrow \mathcal{E} = pc \quad (2.1)$$

mit der Geschwindigkeit  $c$  geradlinig durch das Vakuum. Analog zur statistischen Beschreibung von Gasen betrachtet man für ein ausreichend großes Ensemble von Photonen die *Phasenraumdichtefunktion*  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$ . Es ist in der Praxis üblich alle Größen als Funktion der Frequenz  $\nu$  und Richtung  $\mathbf{n} \in S^2$  aufzufassen, da diese Observable direkt gemessen werden können. Mit dem Ausdruck

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi\nu}{c} \mathbf{n} \quad (2.2)$$



kann zwischen den Darstellungen gewechselt werden. Wie in der Hydrodynamik wird die *Eulersche Perspektive* eingenommen und ein stationäres, kleines Volumen  $\Delta V$  um einen gewählten Ort  $\mathbf{r}$  innerhalb eines kleinen Zeitintervalls  $[t, t + \Delta t]$  betrachtet und die *Bilanz* der Photonenzahl untersucht, s. Abbildung 2.1. Da hier nur elastische Streuung berücksichtigt wird, kann die Überlegung auf ein festes Frequenzintervall  $[\nu, \nu + \Delta\nu]$  beschränkt werden. Die Anzahl der Photonen, die sich entlang einer Richtung  $\mathbf{n}$  innerhalb eines Raumwinkels  $\Delta\Omega$  bewegen sei gegeben durch

$$\Delta\mathcal{N}_{\text{phot}} = \psi_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t) \Delta V \Delta\Omega \Delta\nu. \quad (2.3)$$

Alle Photonen legen in erster Ordnung während des Intervalls  $\Delta t$  die Strecke

$$\Delta\mathbf{s} = \frac{\mathbf{k}}{2\pi\nu} \Delta t = \mathbf{n}c\Delta t \quad (2.4)$$

in Richtung  $\mathbf{n}$  zurück. Alle Photonen, die sich zum Zeitpunkt  $t$  in dem Volumen  $\Delta V$  befinden, verlassen diesen Bereich und werden durch Photonen im benachbarten Volumen  $\Delta V'$  um den Punkt  $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \Delta\mathbf{s}$  ersetzt. Die lokale Anzahl  $\Delta\mathcal{N}_{\text{phot}}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t)$  im Phasenraumvolumen  $\Delta V \Delta\Omega \Delta\nu$  ändert sich während des Zeitintervalls  $\Delta t$  daher durch *Konvektion* um

$$\Delta\mathcal{N}_{\text{conv}} = [\psi_\nu(\mathbf{r} - \mathbf{n}c\Delta t, \mathbf{n}, t) - \psi_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t)] \Delta V \Delta\Omega \Delta\nu. \quad (2.5)$$

Man kann die Bewegung auch mit der *Photonenstromdichte*

$$\mathbf{j}_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t) = c\psi_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t)\mathbf{n} \quad (2.6)$$

beschreiben. Aus (2.5) ergibt sich dann im Grenzfall  $\Delta t \rightarrow 0$  der differentielle Ausdruck

$$\frac{\partial\psi_\nu}{\partial t} = -\nabla\psi_\nu \cdot \mathbf{n}c \Leftrightarrow \frac{\partial\psi_\nu}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_\nu = 0. \quad (2.7)$$

Ohne Wechselwirkung mit Materie gilt demnach für Photonen die lokale Kontinuitätsgleichung. Zur Ableitung der Raten mit denen Photonen und Materie wechselwirken betrachtet man die im Raumvolumen  $\Delta V = \Delta A \cdot \Delta s$  stochastisch verteilten  $\Delta\mathcal{N}_d$  Staubteilchen mit individuellen Wirkungsquerschnitten  $q_i$  für einen zunächst abstrakten Mechanismus. Ein Photon, das entlang der Strecke  $\Delta s$  das Volumen durchquert, hat für  $\sum_i q_i \ll \Delta A$  die Wahrscheinlichkeit

$$p_{\text{WW}} = \frac{\sum_i q_i}{\Delta A} \quad (2.8)$$

mit einem der Staubkörner in Wechselwirkung zu treten. Wird dieser Ausdruck mit der Gesamtmasse der Staubkörner und der Strecke  $\Delta s$  erweitert, so erhält man

$$p_{\text{WW}} = \rho_d \frac{\langle q_\nu \rangle}{\langle m \rangle} \Delta s = \rho_d \alpha_\nu \Delta s, \quad (2.9)$$

mit dem über das Ensemble gemittelten Wirkungsquerschnitt  $\langle q_\nu \rangle$  und der mittleren Teilchenmasse  $\langle m \rangle$ .

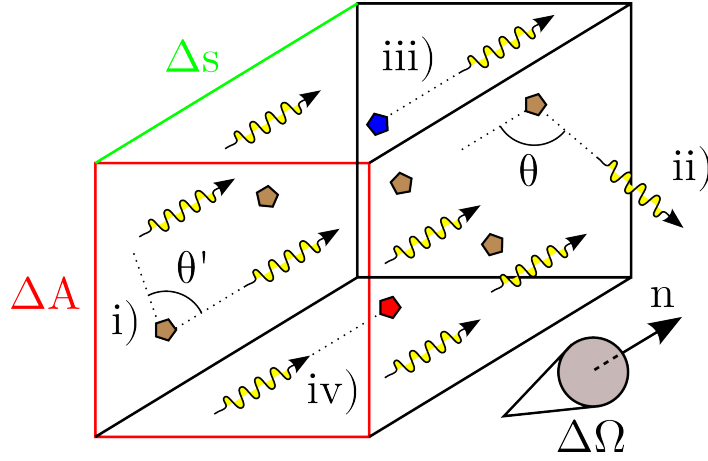


Abbildung 2.1.: Die hier berücksichtigten vier Wechselwirkungen von Photonen und Staub für eine konkrete Richtung  $\mathbf{n}$ : i) Elastische Streuung  $\mathbf{n}' \rightarrow \mathbf{n}$ , ii)  $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n}'$ , iii) spontane Emission unter Abkühlung und iv) Absorption unter Erwärmung.

Die Größe  $\alpha_\nu$  ist der *spezifische Wirkungsquerschnitt* für die betrachtete Wechselwirkung mit  $[\alpha_\nu] = \text{m}^2 \text{kg}^{-1}$  und ist eine Funktion der Frequenz. Da als Wechselwirkungen nur Absorption, Emission und elastische Streuung behandelt werden sollen, genügen der spezifische Absorptionsquerschnitt oder die *Opazität*  $\kappa_\nu$  und der spezifische Streuquerschnitt  $\sigma_\nu$ , um den Strahlungstransport behandeln zu können. Für die Streuung wird neben dem Wirkungsquerschnitt eine *Phasenfunktion*  $\Phi_\nu(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$  benötigt, mit der die Wahrscheinlichkeit der Änderung der Flugrichtung  $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{n}'$  beschrieben wird. Diese Phasenfunktion ist symmetrisch, es gilt also  $\Phi_\nu(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \Phi_\nu(\mathbf{n}', \mathbf{n})$ , da sonst die Invarianz gegenüber Zeitumkehr verletzt wird. Die Anzahl Photonen, die pro Zeitintervall  $\Delta t$  das Volumen  $\Delta V = \Delta s \Delta A$  entlang  $\Delta s = \mathbf{n} c \Delta t$  durchqueren und absorbiert werden ergibt sich aus

$$\Delta \mathcal{N}_{\text{abs}} = \mathbf{j}_\nu \cdot \Delta \mathbf{A} \Delta t \Delta \Omega \Delta \nu p_{\text{abs}} = \Delta \mathcal{N}_{\text{phot}} \rho_d \kappa_\nu \Delta s. \quad (2.10)$$

Im thermischen Gleichgewicht werden im selben Zeitintervall nach dem Strahlungsgesetz von Kirchhoff

$$\Delta \mathcal{N}_{\text{emi}} = \rho_d \kappa_\nu \frac{u_\nu}{h\nu} \frac{\Delta \Omega}{4\pi} \Delta V \Delta \nu \Delta s \quad (2.11)$$

Photonen im Frequenzintervall  $[\nu, \nu + d\nu]$  durch die Staubkörner in den Raumwinkel  $\Delta \Omega$  emittiert, wobei

$$u_\nu = \frac{4\pi}{c} B_\nu [T_d] = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{\exp\left[\frac{h\nu}{k_B T}\right] - 1} \quad (2.12)$$

die *Energiedichte* des schwarzen Körpers und  $B_\nu$  die Planckverteilung ist. Durch Streuung werden

$$\Delta \mathcal{N}_{\text{sca}}^- = \Delta \mathcal{N}_{\text{phot}} \rho_d \sigma_\nu \Delta s \quad (2.13)$$

Photonen aus dem Raumwinkel  $\Delta \Omega$  um die Richtung  $\mathbf{n}$  entfernt und dabei gleichzeitig

$$\Delta \mathcal{N}_{\text{sca}}^+ = \sigma \int_{S^2} \psi_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}', t) \Phi_\nu(\mathbf{n}', \mathbf{n}) d\mathbf{n}' \Delta V \Delta \Omega \Delta \nu \quad (2.14)$$

Photonen auf einer Kugel mit Radius  $|\mathbf{k}|$  im Impulsraum in die betrachtete Richtung  $\mathbf{n}$  gestreut. Teilt man die Bilanz der Änderung der Photonenzahl

$$\Delta(\Delta\mathcal{N}_{\text{phot}}) = \Delta\mathcal{N}_{\text{conv}} - \Delta\mathcal{N}_{\text{abs}} + \Delta\mathcal{N}_{\text{emi}} + \Delta\mathcal{N}_{\text{sca}}^+ - \Delta\mathcal{N}_{\text{sca}}^- \quad (2.15)$$

durch die betrachteten Intervalle  $\Delta t, \Delta V, \Delta\Omega$  und  $\Delta\nu$ , so erhält man im Limes mit der *spezifischen Extinktion*  $\xi_\nu = \kappa_\nu + \sigma_\nu$  schließlich die Strahlungstransportgleichung

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \psi_\nu}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla \psi_\nu = -\psi_\nu \rho_d \xi_\nu + \rho_d \kappa_\nu \frac{B_\nu[T_d]}{h\nu c} + \int_{S^2} \psi_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}', t) \Phi_\nu(\mathbf{n}', \mathbf{n}) d\mathbf{n}', \quad (2.16)$$

die meist äquivalent mit der spezifischen Intensität

$$I_\nu = h\nu c \psi_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}, t) \quad (2.17)$$

formuliert wird. Zusätzliche Quellen und Senken der Strahlung können abhängig vom betrachteten Problem auf der rechten Seite von (2.16) hinzugefügt werden, in dieser Arbeit wurden konkret schwarze Körper und tabellierte Sternspektren verwendet.

Die explizite Abhängigkeit des Planckspektrums  $B_\nu[T_d]$  von der Temperatur erfordert zur Lösung von (2.16) die Kenntnis der Staubtemperatur  $T_d(\mathbf{r}, t)$ . Bei Absorption wird die elektromagnetische Energie der Photonen in innere Energie der Staubkörner umgewandelt, die Körner erwärmen sich, umgekehrt führt Emission zu einer Abkühlung. Wenn die explizite Zeitabhängigkeit in (2.16) vernachlässigt werden kann, stellt sich ein lokales Gleichgewicht zwischen Absorption und Emission ein und dieses hängt wegen dem Gesetz von Stefan-Boltzmann mit  $P \sim T^{4+\delta}$  mit  $|\delta| \ll 1$  empfindlich von der Temperatur ab.

Eine vollständige Lösung von (2.16) besteht daher aus dem Strahlungsfeld  $I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n})$  und der Temperaturverteilung  $T_d(\mathbf{r})$ , die das *lokale thermische Gleichgewicht*<sup>1</sup> (LTE) erfüllt. Die Bestimmung einer solchen *selbst-konsistenten* Lösung mit der Monte-Carlo-Methode wird in Kapitel 4.4 vorgestellt.

Wenn die Temperaturverteilung bekannt ist und das Integral in (2.16) vernachlässigt werden kann, dann vereinfacht sich die Transportgleichung entlang einer Richtung zu

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\rho_d \xi_\nu I_\nu + \rho_d \kappa_\nu B_\nu[T_d]. \quad (2.18)$$

Die inhomogene lineare Differentialgleichung wird gelöst durch das Integral

$$I_\nu(s) = I_0 e^{-\tau(s)} + e^{-\tau(s)} \int_0^s \rho_d \kappa_\nu B_\nu[T_d] e^{\tau(x)} dx \quad (2.19)$$

mit der monoton wachsenden *optischen Tiefe*

$$\tau(x) = \int_0^x \rho_d \xi_\nu dx', \quad (2.20)$$

die als Koordinate verwendet werden kann. Falls auf dem betrachteten Abschnitt die Dichte und Temperatur konstant sind und  $\kappa_\nu \approx \xi_\nu$  gilt, so erhält man für (2.19)

$$I_\nu(s) = I_0 e^{-\tau(s)} + B_\nu[T_d] (1 - e^{-\tau(s)}) \quad (2.21)$$

---

<sup>1</sup>engl.: *Local Thermal Equilibrium*

als Lösung mit dem Anfangswert  $I_0$ . Die Näherung (2.21) ist für die schnelle Berechnung von (2.18) mit *Strahlverfolgung*<sup>2</sup> zentral, bei der von der abgewandeten Seite des untersuchten Modells beginnend, entlang der Sichtlinie eine Summe mit Termen der Form (2.21) ausgewertet wird.

Der folgenden Abschnitt behandelt die Materialeigenschaften des Staubs, die Berechnung von optischen Eigenschaften nach Mie wird in B.2 beschrieben.

## 2.2. Staub

Die Anwesenheit von interstellarer Materie wurde erstmals bei der Untersuchung von Entfernungen offener Sternhaufen und deren Farbexzess nachgewiesen (Trumpler 1930). Der Farbexzess zeigt dabei eine Abhängigkeit von der galaktischen Breite: Je näher ein Stern sich zur galaktischen Ebene befindet, umso stärker wird der blaue Anteil seines Spektrums abgeschwächt. Trumpler erklärte dieses Phänomen durch *kosmischen Staub*, der aus schweren Atomen besteht<sup>3</sup> und einen Durchmesser von  $\sim 1\%$  der Wellenlänge des Lichts besitzt, also  $\sim 5\text{nm}$ . Dieser Staub sollte dabei in einer wenige 100pc dünnen Schicht homogen über die galaktische Scheibe verteilt sein. Heute ist bekannt, dass Trumplers erste Abschätzungen zutreffend waren und Staub eine wichtige Komponente des ISM darstellt. Staub dominiert den Strahlungstransport im Kontinuum, katalysiert an seiner Oberfläche die Synthese von Molekülen, schützt bei genügend hoher optischer Tiefe diese Moleküle vor Dissoziation und spielt insgesamt eine entscheidende Rolle bei der Entwicklung von Sternen, Planeten und Galaxien. Die Anwesenheit von Staub verändert das Spektrum von leuchtenden Körpern, indem hochenergetische Photonen absorbiert und als niederenergetische Photonen im IR emittiert werden. Dabei werden mehr als 30% der von Sternen einer Galaxie ausgestrahlten Photonen absorbiert und bei längeren Wellenlängen reemittiert (Bernstein et al. 2002).

Für das Verständnis der Evolution junger stellare Objekte sind genaue Kenntnisse der Eigenschaften des Staubs notwendig, da diese Komponente des ISM eine entscheidende Rolle für den Strahlungstransport im Kontinuum besitzt und damit die Dynamik des initialen Kollaps durch Kühlung bestimmt und auch in den folgenden Phasen wesentlich ist, insbesondere bei der Entstehung von Planeten. In diesem Kapitel wird ein Überblick über Zusammensetzung, Entstehung und Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld gegeben, der auf den Reviews von Mathis (1990), Whittet (1992), Dorschner und Henning (1995), Draine (2003) und Voshchinnikov (2012) beruht. Bevor auf die optischen Eigenschaften des Staubs eingegangen wird, sollen einige historisch gewachsene Begriffe der astronomischen Photometrie wiederholt werden, um die Terminologie zu motivieren.

### 2.2.1. Helligkeiten und Farben

Die von Hipparchos von Nicäa eingeführte Klassifikation der *scheinbaren Helligkeit* von Sternen durch Größenklassen oder *Magnituden* gehört zu den ersten Ansätzen der Quantifizierung von Flüssen. Dabei teilte er die mit bloßem Auge sichtbaren Sterne in 6 Klassen ein, wobei die hellsten Sterne der ersten Magnitude und die gerade noch sichtbaren Sterne

---

<sup>2</sup>engl.: *Raytracing*

<sup>3</sup>Trumpler nimmt als Beispiel Ca-Atome, deren Existenz im interstellaren Raum als gesichert galt.

der sechsten Magnitude zugeordnet werden. Diese von Ptolemäus überlieferte Einteilung aus der Antike wurde 1856 von Pogson formalisiert (Jones 1968), indem eine logarithmische Skala der Größenklassen angenommen wurde, bei der eine Differenz von fünf Magnituden einem Faktor 100 im Fluss entspricht:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \left[ \frac{F_1}{F_2} \right]. \quad (2.22)$$

Eine Magnitude entspricht damit einer Änderung des Flusses um den Faktor  $\sqrt[5]{100} \sim 2.512$ , den man auch *Pogsons Verhältnis* nennt.

Die *absolute Helligkeit*  $M$  eines Sterns ist definiert als die scheinbare Helligkeit des gleichen Objekts in 10pc Entfernung (Hertzsprung 1905). Diese Größe ist nicht direkt messbar, sondern muss aus Annahmen über die Leuchtkraft abgeleitet werden. Ist die absolute Helligkeit eines Objekts gegeben, kann mit dem *Entfernungsmodul*

$$m - M = 5 \log d - 5 \quad (2.23)$$

der Abstand  $d$  in parsec bestimmt werden. Aus diesem Zusammenhang folgt die Wichtigkeit von *Standardkerzen* für die Vermessung des Kosmos. Ihre absolute Helligkeit kann aus Vergleichsmessung mit Vertretern der gleichen Objektklasse bei bekannter Entfernung oder einem Modell des zugrunde liegenden astrophysikalischen Prozesses abgeleitet werden, herausragende Bedeutung besitzen die Cepheiden (Leavitt und Pickering 1912) und Supernovae vom Typ Ia (Hoyle und Fowler 1960; Phillips 1993; Hayden et al. 2010). So gelang es Hubble durch Vermessung der Perioden von Cepheiden in NGC 6822, M31 und M33 den Abstand dieser Galaxien zu bestimmen<sup>4</sup> und die *große Debatte* zwischen Shapley und Curtis über die Entfernung zu den Spiralnebeln beizulegen (Hubble 1925a,b, 1926, 1929).

Zur Zeit Pogsons befand sich die Astrophotographie noch in den Anfängen und astronomische Beobachtungen wurden mit dem Auge durchgeführt, also durch direkten Vergleich mit Standardsternen und Abschwächung mit Blenden. Die Einführung der Photographie in der Astronomie war bedeutend, da individuelle Unterschiede zwischen Beobachtern eliminiert, die Sensitivität durch Verlängerung der Belichtungszeit erheblich erhöht und die spektrale Empfindlichkeit ins Blaue verschoben werden konnte. Karl Schwarzschilds Arbeiten zur Schwärzung von Photoplatten führten zum Begriff des *Farbindex*

$$FI = m_{\text{pho}} - m_{\text{vis}}. \quad (2.24)$$

Allerdings unterliegt der so definierte Farbindex immer noch Schwankungen durch die Streuung in den Eigenschaften von Photoplatten und menschlichem Auge. Eine quantitative und reproduzierbare Definition von Magnituden und damit des Farbindex gelang erst durch Einführung der UBV-Photometrie (Johnson und Morgan 1953), die zum verbreiteten Filtersystem UBVR<sub>I</sub> erweitert wurde (Cousins 1974; Bessell 1979, 1983, 1990; Landolt 1992). In diesem photometrischen System wird ein Farbindex, oder verkürzt die *Farbe*, geschrieben als

$$(B - V) = m_B - m_V = M_B - M_V \quad (2.25)$$

<sup>4</sup>Hubbles Werte lagen etwa um den Faktor 2 zu niedrig, da er den Einfluß der Extinktion vernachlässigte und die Existenz verschiedener Populationen von Cepheiden nicht kannte.

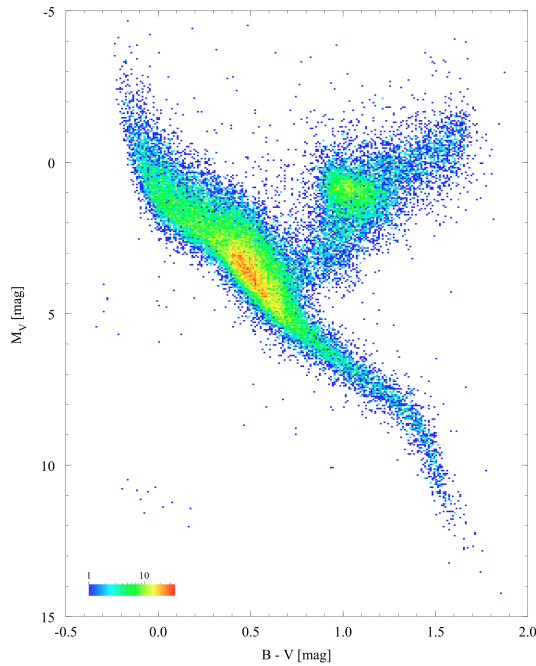


Abbildung 2.2.: HRD mit 41704 Sternen aus dem Hipparcos-Katalog mit einer relativen Genauigkeit der Parallaxe  $\sigma_\pi/\pi < 0.2$  und  $\sigma_{(B-V)} \leq 0.^m05$ . Jeder Pixel entspricht  $0.^m01$  in  $(B-V)$  und  $0.^m05$  in  $M_V$ , die Farbskala kodiert die Anzahldichte der Sterne. (Hipparcos ESA website).

und entsprechend für andere Kombinationen, in der Praxis vor allem für benachbarte Filter, also hier  $(U - B)$ ,  $(V - R)$  und  $(R - I)$ . Der Farbindex ist ein Maß für die effektive Temperatur des Sterns (Sekiguchi und Fukugita 2000; Ramírez und Meléndez 2005) und eine daraus abgeleitete Temperatur wird auch als *Farbtemperatur* bezeichnet. Damit ist eine effiziente Vermessung der Temperatur von Sternen ohne Spektroskopie möglich und eine übliche Darstellung des Hertzsprung-Russell-Diagramms (HRD) ist die Auftragung der absoluten Magnitude  $M_V$  gegen den Farbindex  $(B - V)$ , s. Abbildung 2.2.

## 2.2.2. Extinktion und Zusammensetzung

Lange vor Einführung von Entfernungsmodul, Farbindex und Johnson-Morgan-Photometrie war erkannt worden, dass *interstellare Absorption* die beobachtbare Anzahldichte von Sternen in der Milchstraße beeinflusst (Struve 1847; Kapteyn 1904), deren Ursache schließlich als interstellarer Staub identifiziert werden konnte (Trumpler 1930). Photonen werden durch Streuung und Absorption von ihrem Pfad zwischen Quelle und Beobachter entfernt, was man heute unter dem Begriff *interstellare Extinktion* zusammenfasst und mit dem Ausdruck

$$A_\lambda = 2.5 \log \left[ \frac{F_\lambda^0}{F_\lambda} \right] \quad (2.26)$$

quantifizieren kann. Hierbei ist  $F_\lambda$  der gemessene Fluss und  $F_\lambda^0$  der Wert *ohne* Extinktion. Das offensichtliche Problem ist hierbei die Bestimmung von  $F_\lambda^0$ , da dieser Wert einer direkten Messung nicht zugänglich ist. Um dieses Problem zu umgehen, verwendet man bei der *Paarmethode* einen Stern der gleichen Spektralklasse als Referenz unter Annahme vernachlässigbarer Extinktion entlang der Sichtlinie und des Verschwindens der Extinktion für große Wellenlängen. Die zweite Annahme beruht auf der Beobachtung, dass Strahlung bei

kurzen Wellenlängen einer stärkeren Abschwächung unterliegt. Alternativ zur Paarmethode können auch Sterne und Galaxien gezählt und entsprechend ihrer scheinbaren Helligkeit aufgetragen werden (Szomoru und Guhathakurta 1999). Der Entfernungsmodul ist nicht die einzige Größe, die durch die Anwesenheit des ISM beeinflusst wird. Man nennt die Änderung des Farbindex

$$E(B - V) = (B - V) - (B - V)_0 = A_B - A_V, \quad (2.27)$$

also die Differenz zwischen beobachteter und *intrinsischer* Farbe durch den Einfluss der Extinktion, die *Rötung*<sup>5</sup>. Für eine quantitative Korrektur photometrischer Beobachtungen, einer besseren Abschätzung des Entfernungsmoduls durch Berücksichtigung von  $A_\lambda$  in (2.23) und ein Verständnis der Zusammensetzung und Form des interstellaren Staubs ist eine Beschreibung der spektralen Abhängigkeit der Extinktion  $A(\lambda) = A_\lambda$  notwendig. In diesem Zusammenhang nimmt der Parameter

$$R_V = \frac{A_V}{E(B - V)}, \quad (2.28)$$

der ein reziprokes Maß für die Steigung der Extinktion im Visuellen ist, eine besondere Stellung ein. Bei sehr großen Staubkörnern ist die Extinktion fast unabhängig von der Wellenlänge oder *grau* und damit gilt  $R_V \rightarrow \infty$ . Bei sehr kleinen Körnern hingegen findet *Rayleigh-Streuung* statt und es gilt  $A_\lambda \sim \lambda^{-4}$ , was zu einer steilen Extinktion mit  $R_V \sim 1.2$  führt. Der mittlere Wert in unserer Milchstrasse liegt bei  $R_V \sim 3.1$  (Savage und Mathis 1979; Cardelli et al. 1989), wobei die beobachteten Parameter zwischen  $R_V \sim 2.1$  in Richtung HD 210121 (Welty und Fowler 1992; Larson et al. 1996) und  $R_V \sim 6.4$  in Richtung HD 37020 (Fitzpatrick und Massa 2007) schwanken. Höhere Extinktion ist dabei meist mit höheren Werten für  $R_V$  korreliert, was man als Hinweis auf Staubwachstum durch Koagulation interpretieren kann.

Die Variation von  $A_\lambda$  und des Parameters  $R_V$  mit der Sichtlinie (Johnson und Borgman 1963; Johnson 1965) ließ eine einfache Beschreibung der interstellaren Extinktion zunächst unwahrscheinlich erscheinen. Beobachtung mit Raketen und Satelliten jenseits der Atmosphäre bei kurzen Wellenlängen, vor allem mit dem *Orbiting Astronomical Observatory 2* (OAO-2), *Copernicus* (OAO-3) und dem *International Ultraviolet Explorer* (IUE), ergaben jedoch ausreichend Datensätze entlang vielfältiger Sichtlinien, die einen einheitlichen Zusammenhang aufzeigten (u.a. Bohlin und Savage 1981; Witt et al. 1981; Seab et al. 1981; Massa und Fitzpatrick 1986; Aiello et al. 1988). Mit diesen Beobachtungen konnte die Extinktion im UV mit dem analytischen Ausdruck

$$\frac{E(\lambda - V)}{E(B - V)} = C_1 + C_2x + C_3D(x; x_0, \gamma) + C_4P(x) \quad (2.29)$$

approximiert werden, mit  $x = \lambda^{-1}$  (Fitzpatrick und Massa 1986, 1988). Diese Darstellung besteht aus einem linearen Anteil  $C_1 + C_2x$ , einem Drude-Profil

$$D(x; x_0, \gamma) = \frac{\gamma^2 x^2}{(x^2 - x_0^2)^2 + \gamma^2 x^2} \quad (2.30)$$

---

<sup>5</sup>engl.: *Reddening*

und einem Polynom dritten Grades  $P(x)$ , das den steilen Anstieg der Extinktion für die kürzesten Wellenlängen beschreibt. Das auffälligste spektrale Merkmal ist der *UV-Buckel*<sup>6</sup> bei 2175Å (Stecher 1965, 1969; Bless und Savage 1970, 1972; Savage 1975; Seaton 1979; Carnochan 1986), der mit dem Drude-Profil  $D$  beschrieben wird und dessen zentrale Wellenlänge  $\lambda_0$  nur geringen Schwankungen unterliegt ( $< \pm 1\%$ ), während die Halbwertsbreite  $\gamma$  mit  $\pm 25\%$  stärker von der Sichtlinie abhängt (Fitzpatrick und Massa 1986; Massa und Fitzpatrick 1986). Daraus kann eine Parametrisierung der *absoluten Extinktion* gemäß

$$\frac{A_\lambda}{A_V} = \frac{1}{R_V} \cdot \frac{E(\lambda - V)}{E(B - V)} + 1 \quad (2.31)$$

aufgestellt werden, die für  $\lambda \gtrsim 300\text{nm}$  nur von  $R_V$  abhängt, während die übrigen Konstanten die Position, Stärke und Breite des UV-Hügels [ $\lambda_0, \gamma, C_3$ ] und die Steigung und Krümmung für  $\lambda \lesssim 300\text{nm}$  [ $C_1, C_2, C_4$ ] beschreiben (Fitzpatrick und Massa 1988; Cardelli et al. 1988, 1989). Tatsächlich lassen sich die übrigen sechs Parameter aus  $R_V$  abschätzen, so dass  $A_\lambda/A_V$  für die meisten Zwecke in guter Näherung eine einparametrische Kurvenschar darstellt und für das Infrarot im Intervall  $0.7\mu\text{m} < \lambda < 8\mu\text{m}$  unabhängig von  $R_V$  ist.

Für die meisten Beobachtungen innerhalb unserer Milchstraße ist  $R_V \sim 3.1$  ein guter Mittelwert, der jedoch in Sternentstehungsgebieten davon abweichen kann. Untersuchungen der Extinktion in anderen Galaxien, wie den benachbarten Zwerggalaxien SMC und LMC, zeigen teilweise deutliche Abweichungen von der Extinktion in unserer Galaxis, also andere Werte für  $R_V$  und ein Fehlen oder eine Abschwächung der UV-Absorptionsbande bei 2175Å, aber auch Gemeinsamkeiten (u.a. Bianchi et al. 1996; Berlind et al. 1997; Falco et al. 1999; Misselt et al. 1999; Toft et al. 2000; Calzetti 2001; Finkelman et al. 2008). Die Parametrisierung der Extinktion allein stellt jedoch keine befriedigende Erklärung dar, sondern ist nur ein erster Meilenstein für das Verständnis der Natur des kosmischen Staubs, also seiner chemischen Zusammensetzung, Form und Größe.

Als Ursache der UV-Absorptionsbande bei 2175Å wurden u.a. Teilchen aus Graphit (Stecher und Donn 1965; Wickramasinghe und Guillaume 1965; Draine 1989; Draine und Malhotra 1993),  $\text{OH}^-$  auf Silikatkörnern (Steel und Duley 1987), Fullerane, Fullerene und ineinander verschachtelte Hyperfullerene (Webster 1992; Wada et al. 1999) und große polyzyklische Aromaten (PAH) vorgeschlagen (Donn 1968; Duley und Seahra 1998). PAHs besitzen auch das Potential die schwachen Banden im nahen und mittleren Infrarot zu reproduzieren, jedoch sind wenige konkreten Linien und damit Moleküle identifizierbar, was auf eine Mischung aus einer Vielzahl verschiedener Spezies hindeutet (Siebenmorgen und Kruegel 1992; Steglich et al. 2012).

Ein weiteres auffälliges spektrales Merkmal der Extinktion sind Absorptionsbanden bei  $9.7\mu\text{m}$  durch Si-O Streckschwingungen (Gillett et al. 1975; Russell et al. 1975) und bei  $18\mu\text{m}$  durch O-Si-O Biegeschwingungen (McCarthy et al. 1980; Smith et al. 2000). Im Gegensatz zu kristallinem Silikat im Labor, ist die Bande bei  $10\mu\text{m}$  jedoch relativ breit und meist ohne auffällige Kennzeichen, die auf ein bestimmtes Mineral hindeuten könnten, was ein Hinweis auf eine amorphe Struktur ist. Tatsächlich lässt sich amorphes Silikat mit ähnlichen Absorptionsbanden mit reaktivem Sputtering (Day 1979), Bombardierung von kristallinem Silikat mit Ionen (Kraetschmer und Huffman 1979), Abschrecken einer Schmelze (Jaeger et al. 1994) und Vakuumdeposition erzeugen (Koike und Tsuchiyama

---

<sup>6</sup>engl.: *UV-bump*



1992; Stephens et al. 1995; Scott und Duley 1996), was die Präsenz einer amorphen Phase aus Silikat im interstellaren Staub plausibel macht.

### 2.2.3. Modelle

Das erste Staubmodell, das die Extinktion für  $0.11\mu\text{m} < \lambda < 1\mu\text{m}$  nachbilden konnte, also vom UV bis ins NIR, stammt von Mathis et al. (1977) [MRN77] und verwendet eine Mischung aus Graphit und wahlweise Siliziumcarbid (SiC), Enstatit ( $\text{Fe}_x\text{Mg}_{1-x}\text{SiO}_3$ ), Olivin ( $\text{Mg}_{2x}\text{Fe}_{2-2x}\text{SiO}_4$ ), Eisen und Magnetit ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) unter Berücksichtigung der solaren Häufigkeiten. Die Graphitkörner sind dabei obligat, um die UV-Absorptionsbande bei  $2175\text{\AA}$  befriedigend reproduzieren zu können. Die Körner werden als Kugeln approximiert und für die Verteilung der Kornradien eine Potenzfunktion der Form

$$n(a) \sim a^{-d} \quad (2.32)$$

mit dem Korngrößenexponenten  $d=3.5$  zwischen den Intervallgrenzen  $a_{\min}$  und  $a_{\max}$  angenommen. Aus diesen drei Größen kann jede mittlere Eigenschaft des Ensembles durch Integration abgeleitet werden, z.B. die Momente

$$\langle a^n \rangle = \frac{1-d}{a_{\max}^{1-d} - a_{\min}^{1-d}} \cdot \begin{cases} \frac{a_{\max}^{n+1-d} - a_{\min}^{n+1-d}}{n+1-d} & \text{falls } n \neq d-1 \\ \ln[a_{\max}/a_{\min}] & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.33)$$

In der Anwendung werden analytisch nicht geschlossenen lösbarer Integrale als gewichtete Summen auf einem logarithmisch partitionierten Intervall  $[a_{\min}, a_{\max}]$  genähert (Wolf 2003a).

Die von MRN77 eingeführte Verteilung der Korngrößen verwendet als Intervallgrenzen  $a_{\min} = 5\text{nm}$  und  $a_{\max} = 250\text{nm}$ , wobei der für Graphit veröffentlichte Wert von  $a_{\max} = 1\mu\text{m}$  meist unerwähnt bleibt und auch in dieser Arbeit zum Zwecke der Vereinfachung ein gemeinsamer maximaler Kornradius für alle chemischen Spezies angenommen wird. Der Wert des Staubexponents  $d = 3.5$  ist nicht willkürlich, sondern liegt in der Physik von Kollisionen begründet und gilt über viele Größenordnungen für Staub und Asteroiden (Dohnanyi 1969; Hellyer 1970; Burke und Silk 1976; Biermann und Harwit 1980).

Dieses Modell ermöglicht die einfache Berechnung von optischen Parametern durch Mie-Theorie und kommt mit einem Minimum an Parametern aus. Komplexere Korngrößenverteilungen zur besseren Reproduktion der Feinheiten der interstellaren Extinktion wurden u.a. von Kim et al. (1994) und Weingartner und Draine (2001) untersucht.

Draine und Lee (1984) haben den gültigen Wellenlängenbereich des Modells von MRN77 durch Konstruktion der dielektrischen Funktionen von Graphit und *astronomischen Silikat* unter Berücksichtigung der Kramers-Kronig-Relationen erweitert. Die dielektrische Funktion des astronomischen Silikats wurde in Weingartner und Draine (2001) durch Interpolation eines spektralen Merkmals von kristallinem Olivin bei  $6.5\mu\text{m}^{-1}$  *geglättet*, da diese Phase nicht im kosmischen Staub nachzuweisen ist (Kim und Martin 1995). In dieser Arbeit werden die von Weingartner und Draine (2001) publizierten dielektrischen Funktionen für geglättetes astronomisches Silikat und Graphit verwendet und ein Massenverhältnis von 5:3 für Si:C angenommen. Dieses Rezept wurde erfolgreich u.a. bei der Modellierung des *Butterfly Star* (Wolf et al. 2003) und CB 26 (Sauter et al. 2009) eingesetzt.

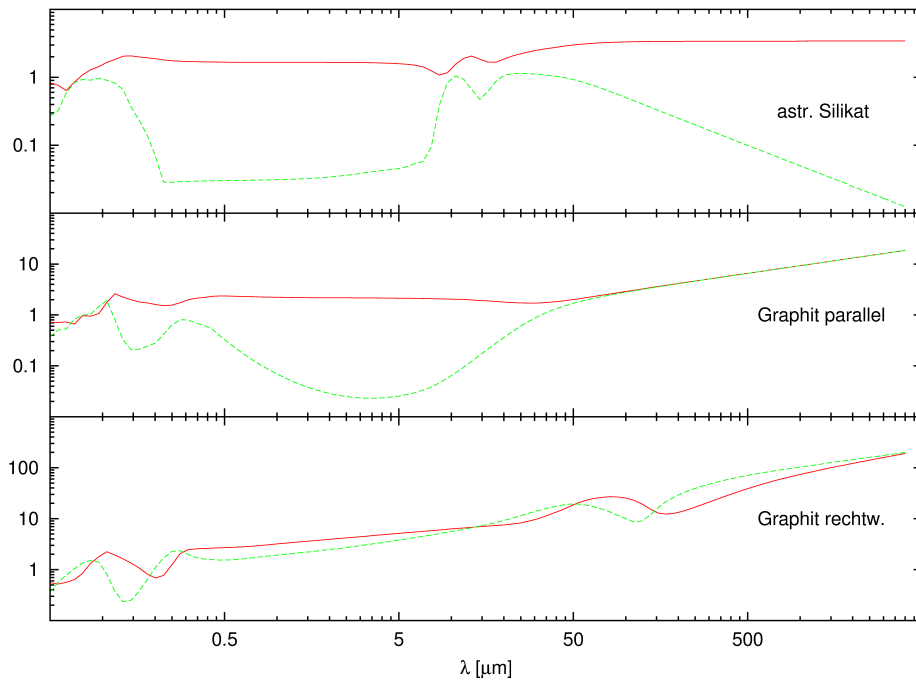


Abbildung 2.3.: In dieser Arbeit verwendete komplexe Brechungsindizes von astronomischen Silikat und der beiden Orientierungen von Graphit basierend auf den Ergebnissen aus (Weingartner und Draine 2001), die Werte wurden für  $\lambda > 2\text{mm}$  extrapoliert.

Um die dielektrischen Eigenschaften von kristallinem Graphit in Abhängigkeit von der Orientierung zu beschreiben, wird die „ $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$ “-Approximation aus Draine und Malhotra (1993) angenommen, bei der optische Eigenschaften mit dem Ansatz

$$Q = \frac{1}{3}Q(\epsilon_{\parallel}) + \frac{2}{3}Q(\epsilon_{\perp}) \quad (2.34)$$

linear interpoliert werden. Da der hier untersuchte Wellenlängenbereich bis 4mm reicht, wurden die Komponenten der komplexen Brechungsindizes gemäß

$$n = n_0 \cdot (\lambda - \lambda_n)^\alpha \quad (2.35)$$

$$\kappa = \kappa_0 \cdot (\lambda - \lambda_\kappa)^\beta \quad (2.36)$$

extrapoliert, s. Abbildung 2.3. Die Parameter der Anpassung der bekannten Werte für  $\lambda > 1\text{mm}$  sind in Tabelle 2.1 aufgeführt.

	Silikat	Graphit <sub>  </sub>	Graphit <sub>⊥</sub>
$n_0$	3.4320	0.29944	1.50226
$\lambda_n$		2.43101	249.8057
$\alpha$	0	0.4978	0.58858
$\kappa_0$	49.5048	0.30052	4.99239
$\lambda_\kappa$	1.7672	2.43101	113.7999
$\beta$	-1	0.4974	0.44625

Tabelle 2.1.: Parameter für die Extrapolation der komplexen Brechungsindizes von Silikat und den zwei Orientierungen des Graphit bis  $\lambda = 4\text{mm}$ . Der Realteil von Silikat wird im mm-Bereich als konstant angenommen, s. Abbildung 2.3 oben.

# **Teil II.**

## **Methoden**

# Einführung

Die Physik untersucht die Natur durch wechselseitige Anwendung von *Empirie* und *Theorie*, also mit *Experimenten* und der Ableitung und Auswertung *physikalischer Modelle* zu ihrer Erklärung. Die Aufgabe eines Modells ist die Erzeugung von *Vorhersagen*, mit denen die Übereinstimmung zwischen Theorie und Realität und damit die *Konfidenz* in das Modell ermittelt werden kann. Die Tatsache, dass mit mathematischen Begriffen und Operationen natürliche Vorgänge nachvollzogen werden können, ist Basis dieser Methode und wird als gegeben betrachtet. Die verschiedenen Gebiete der Physik haben sich aus der Untersuchung verschiedener Erscheinungen entwickelt, deren gemeinsames Programm die Formulierung von elementaren Prinzipien ist, aus denen sich für beobachtbare Phänomene Modelle ableiten lassen.

Unabhängig vom Gegenstand der Untersuchung und seiner Komplexität kann die *physikalische Methodik* als Zyklus verstanden werden, der durchlaufen wird bis eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Modell erreicht wird. Zu Beginn wird ein Phänomen zunächst qualitativ beschrieben, die zugrunde liegenden Objekte identifiziert und Experimente definiert, also von unabhängiger Seite nachvollziehbare und an materiellen Apparaturen wiederholbare Prozeduren, deren Ergebnisse quantitative *Beobachtungen* sind. Durch Standardisierung werden *Messgrößen* definiert, so dass ein Vergleich von *Messergebnissen* und *Wiederholbarkeit* von Experimenten möglich wird.

Ein besonderes Merkmal jeder physikalischen Messung ist der *Messfehler*, der auf zufälligen Störungen der Apparatur durch eine Umwelt mit endlicher Temperatur beruht und darüber hinaus durch den Aufbau selbst verursacht werden kann. Während stochastische Schwankungen oder *Rauschen* unvermeidlich sind, aber durch Kühlung reduziert und mit Statistik erfasst werden können, sind *systematische Fehler* ungleich schwerer zu behandeln. Ein wesentlicher Teil der Arbeit von Physikern besteht daher aus der Identifikation und Eliminierung dieser intrinsischen Abweichungen, für die Astrophysik ist die *Reduktion von Beobachtungen* ein wichtiges Beispiel.

Ist das Phänomen qualitativ verstanden, wird eine Theorie aufgestellt und ein Modell abgeleitet oder, bei Fehlen einer solchen Theorie, *postuliert* und Vorhersagen generiert, die allgemein von einem Parametervektor  $\mathbf{a}$  abhängen und einen Vergleich mit experimentellen Daten ermöglichen. Die Implementierung des Modells erfolgt i.A. durch einen Algorithmus, der den Parameter  $\mathbf{a}$  und einen Index  $x$  als Eingabe verwendet um Vorhersagen zu berechnen. Durch Wahl einer *Likelihood-Funktion*  $\mathcal{L}$  wird die Wahrscheinlichkeit quantifiziert, dass ein konkreter Parametersatz die Realität für das gewählte Modell korrekt abbildet. Die Bestimmung des wahrscheinlichsten Parameters  $\mathbf{a}_*$  und eines Konfidenzintervalls  $\Delta\mathbf{a}$  kann dann auf ein Optimierungsproblem zurückgeführt werden, bei dem die Messfehler eine entscheidende Rolle spielen.

In den folgenden Abschnitten werden die in dieser Arbeit verwendeten und entwickelten Methoden besprochen. Zunächst werden die Grundlagen der Beobachtung elektromagnetischer Strahlung wiederholt und zwei in dieser Studie verwendete Instrumente vorgestellt. Anschließend wird die Monte-Carlo-Methode motiviert, das zentrale Optimierungsverfahren *Simulated Annealing* (SA) und dessen Implementierung beschrieben und die Lösung der Strahlungstransportgleichung mit MC vorgestellt. Abschließend wird das inverse Strahlungstransportproblem und die Modellierung von YSO als Spezialfall besprochen und eine Vergleichsstudie zwischen SA und der kanonischen Suche auf einem Gitter präsentiert.

# 3. Beobachtung

## 3.1. Grundlagen

Ein *optisches System* ist eine Anordnung von brechenden, reflektierenden und opaken Elementen zur Abbildung einer einfallenden Wellenfront auf einen Detektor. Der erste (und bei der *Lochkamera* einzige Schritt) ist das Begrenzen des Wellenfeldes durch eine *Apertur*, die durch eine komplexe Funktion

$$\mathcal{A}(x, y) = T(x, y)e^{i\Phi(x, y)} \quad (3.1)$$

beschrieben werden kann, in der die *Transmission*  $T$  und *Phase*  $\Phi$  der Maske kodiert wird. Die durch die Apertur eintretende Helligkeitsverteilung  $B(x, y)$  wird dann abhängig vom Aufbau des optischen Systems auf den in der *Bildebene* angebrachten Detektor projiziert, was wegen der endlichen Abmessung der Apertur und der Wellennatur des Lichts nur näherungsweise möglich ist. Eine punktförmige Quelle im Urbild wird auf eine ausgedehnte Region im Bildraum transformiert, die man *Beugungsscheibchen*, *Punktantwort* oder *Punktverwaschungsfunktion*<sup>1</sup> (PSF) nennt. Ist das Licht inkohärent, so erhält man die resultierende Helligkeitsverteilung  $I$  im Bild durch Faltung von  $B$  mit der PSF  $P$  gemäß

$$I(\xi, \eta) = B * P := \iint B(x, y)P(\xi - x, \eta - y)dx dy. \quad (3.2)$$

Mit dem Faltungstheorem vereinfacht sich diese Relation im Fourierraum zu einer einfachen Multiplikation

$$\mathcal{I} = \gamma \mathcal{B} \cdot \mathcal{P}, \quad (3.3)$$

wobei die Fouriertransformierte  $\mathcal{P}$  *optische Transferfunktion*<sup>2</sup> (OTF) genannt wird und  $\gamma$  eine von der Normierung der Transformation abhängige Konstante ist. Die OTF ergibt sich aus der *Autokorrelation* der komplexen Aperturfunktion zu

$$\mathcal{P}(u, v) = \iint \mathcal{A}^*(x, y)\mathcal{A}(x + u, y + v)dx dy. \quad (3.4)$$

Aus (3.3) folgt, dass die optische Abbildung eine räumliche Filterung der ursprünglichen Helligkeitsverteilung durch die Apertur darstellt. Für ein perfektes Teleskop mit kreisförmiger Apertur erhält man als PSF die *Airy-Scheibe*

$$I(x) = I_0 \left( \frac{2J_1(\pi x)}{\pi x} \right)^2. \quad (3.5)$$

---

<sup>1</sup>engl.: *Point Spread Function*

<sup>2</sup>engl.: *Optical Transfer Function*

Da in der Anwendung das optische System *nicht* perfekt ist und einer Umwelt mit veränderlicher Temperatur und damit thermischer Ausdehnung und Alterung ausgesetzt ist, stellt (3.5) nur eine Näherung dar. Für die Auswertung und Anpassung von Beobachtungen wird die PSF daher durch Simulation des optischen Systems oder empirisch bestimmt. Ein wesentliches Leistungsmerkmal ist das *Auflösungsvermögen*, das durch den Winkelabstand  $\theta$  zweier Punktquellen im Urbild gegeben ist, die gerade noch im Detektor getrennt werden können. Nach Rayleigh muss dafür das erste Minimum der ersten Beugungsscheibe mit dem Maximum der zweiten Beugungsscheibe übereinstimmen, was für die Airy-Scheibe mit dem ersten Minimum bei  $x \approx 0.6098$  zu der bekannten Approximation

$$\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (3.6)$$

führt. Um eine gute Auflösung zu erreichen sind daher kurze Wellenlängen und große Aperturen zu bevorzugen. Da die Wellenlänge der Beobachtung durch den physikalischen Prozess und die atmosphärischen Fenster festgelegt wird und die Kosten eines erdgebundenen Teleskops  $\sim D^3$  skalieren, besteht eine praktische Schranke für die Auflösung (van Belle et al. 2004). Darüber hinaus wird das theoretisch erreichbare Auflösungsvermögen (3.6) bei terrestrischen Beobachtungen durch den Einfluss der Atmosphäre dominiert, deren turbulente Strömung die Wellenfront vor Erreichen des optischen Systems deformiert, s. Abbildung 3.3. Die negative Wirkung des *Seeing* auf das Auflösungsvermögen terrestrischer Teleskope überwiegt im optischen Bereich gegenüber der Beugung für Aperturen  $\gtrsim 0.4\text{m}$ . In den letzten Jahrzehnten wurden daher erhebliche Anstrengungen unternommen, um diesen Effekt zu verstehen und zu kompensieren (u.a. Tatarski 1961; Hufnagel und Stanley 1964; Fried 1966; Bufton 1973; Woolf 1982). *Speckle Interferometrie* und *Lucky Imaging* nutzen die Konstanz der Deformation auf kurzen Zeitskalen mit geringen Belichtungszeiten  $\tau \ll 1\text{s}$  und nachträglicher Korrektur (Fried 1966; Labeyrie 1970; Knox und Thompson 1974; Weigelt 1977). Diese Methoden sind aus praktischen Gründen auf helle Objekte und große Aperturen beschränkt. Bei einer *adaptiven Optik* wird der Effekt der Atmosphäre mit einem geschlossenen Regelkreis in Echtzeit durch Deformation eines Spiegels aktiv kompensiert, daher eignet sich diese Methode auch zur Beobachtung schwacher Quellen. Die erzielbare Auflösung eines optischen Systems ist daher stets ein Kompromiss zwischen Finanzierbarkeit, technologischen Randbedingungen, Standort und verwendeter Wellenlänge.

Es gibt jedoch eine Alternative zur Auflösung kleiner Strukturen ohne die Notwendigkeit einer großen, zusammenhängenden Apertur. Die *Kreuzkorrelationsfunktion*<sup>3</sup> des Wellenfeldes

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}_1, t) \mathbf{E}^*(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle_t \quad (3.7)$$

kann durch simultane Messung an verschiedenen Positionen und Verknüpfung der empfangenen Signale untersucht werden. Man nennt die von einem *Interferometer* bestimmbare Größe

$$\mathcal{V}(u, v) = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) \quad (3.8)$$

---

<sup>3</sup>engl.: *Mutual coherence function*

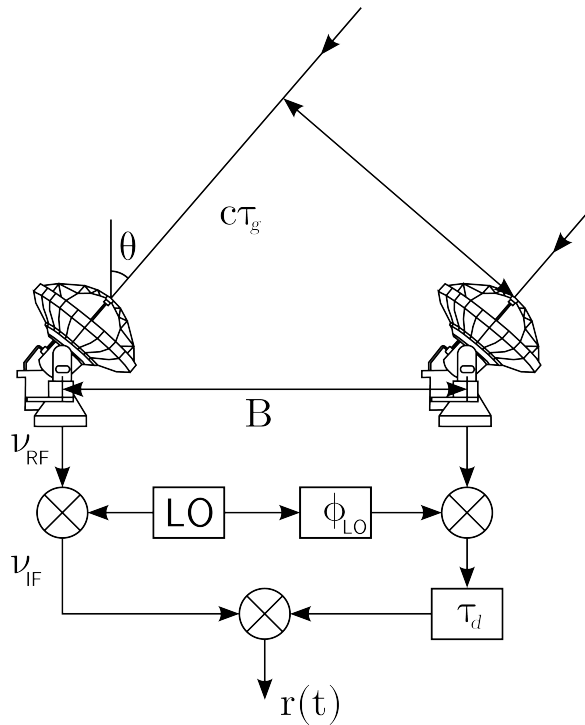


Abbildung 3.1.: Vereinfachtes Schema eines Heterodyn-Interferometers. Die empfangenen Felder werden verstärkt und mit dem Signal eines lokalen Oszillators gemischt. Um Interferenz zu erzielen muss der geometrische Laufzeitunterschied  $\tau_g$  durch eine Verzögerung  $\tau_d$  kompensiert werden.

die *Visibilität*, wobei die Differenz der Positionen der Instrumente  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  *Basislänge* genannt wird und ihre Komponenten  $u$  und  $v$  in der Ebene senkrecht zur Beobachtungsrichtung in Meter oder Einheiten der Wellenlänge  $\lambda$  angegeben werden. Unter der Voraussetzung, dass die Quelle sich im Fernfeld befindet, inkohärent ist und alle Winkel sowie der beobachtete spektrale Ausschnitt klein sind, gilt das *van Cittert-Zernike-Theorem* (van Cittert 1934; Zernike 1938), das die Helligkeitsverteilung und Visibilität als Fourierpaar identifiziert:

$$B(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{V}(u, v) e^{2\pi i(u\xi + v\eta)} du dv \quad (3.9)$$

Sind eine oder mehrere der genannten Voraussetzungen verletzt, müssen Korrekturterme berücksichtigt werden (Thompson et al. 1986). Für die meisten astronomischen Objekte sind die Bedingungen jedoch in guter Näherung erfüllt und man kann die ursprüngliche Helligkeitsverteilung aus der Visibilität berechnen. Allerdings ist die Rekonstruktion nicht direkt mit (3.9) durchführbar, da ein reales Interferometer in einer begrenzten Beobachtungszeit nur eine endliche Anzahl von *Basislängen*  $(u, v)$  vermessen kann und die Bedeckung der  $uv$ -Ebene im Normalfall gering ist. Daher kann das Integral nicht direkt ausgewertet werden und man benötigt spezielle Algorithmen zur *Dekonvolution* wie CLEAN (Högbom 1974; Clark 1980) oder die *Maximum-Entropie-Methode*<sup>4</sup> (MEM) (Cornwell und Evans 1985), die eine *Apertursynthese* von  $B$  ermöglichen.

<sup>4</sup>engl.: *Maximum Entropy Method*



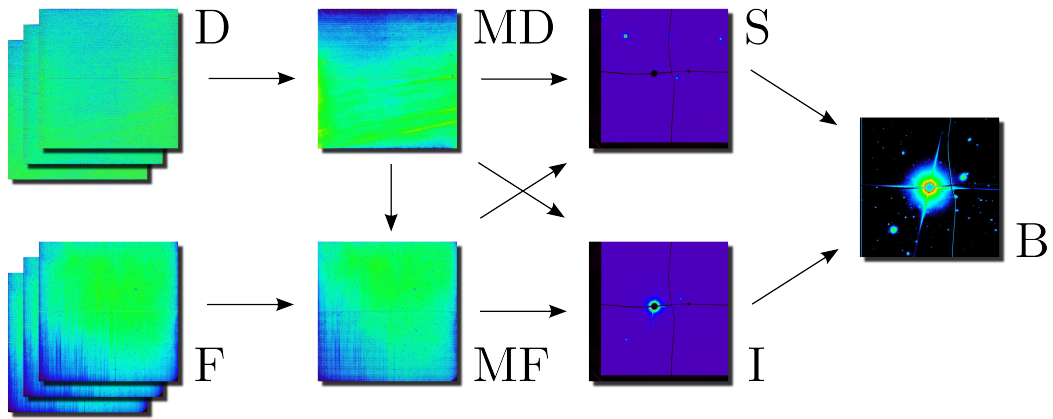


Abbildung 3.2.: Vereinfachtes Schema zur Reduktion aufgelöster Aufnahmen. Aus Dunkelbildern (D) und Weißbildern (F) wird jeweils ein Masterdark (MD) und Masterflat (MF) gebildet. Nach Interpolation von fehlerhaften Pixeln und kosmischen Teilchen wird der Hintergrund (S) und das interpolierte Bild (I) mit MD und MF korrigiert. Abschließend wird der Hintergrund vom interpolierten Bild abgezogen und man erhält das reduzierte Bild (B).

In den folgenden Abschnitten wird die Reduktion von aufgelösten Beobachtungen diskutiert und zwei in dieser Arbeit verwendete Instrumente zur Beobachtung im NIR und Mittinfrarot (MIR) vorgestellt, konkret NACO und VISIR.

## 3.2. Reduktion

Die wichtigsten bei CCDs auftretenden systematischen Abweichungen sind der *Dunkelstrom*, das *Ausleserauschen*, die *Variation der Verstärkung* zwischen individuellen Pixeln, *defekte Pixel*, *Einschläge kosmischer Teilchen* und der Beitrag des *Hintergrunds*. Um diese Fehlerquellen zu korrigieren werden zusätzlich zur Beobachtung des Objekts *Dunkelbilder* bei verschlossener Kamera, *Weißbilder* einer gleichmäßig ausgeleuchteten Fläche und *Himmelsbilder* eines benachbarten und möglichst leeren Bereichs<sup>5</sup> aufgenommen. Dabei sollten Auslesemodus und Integrationszeit aller Aufnahmen einander entsprechen.

Zur Identifikation defekter Pixel kann die Statistik von Dunkel- und Weißbildern verwendet werden, da die Verteilung der Werte von intakten Bildpunkten im Wesentlichen einer Normalverteilung folgt. Beim  $\sigma$ -Clipping werden durch Festlegung einer *Abschneidegrenze*  $\lesssim 5\sigma$  statistische Ausreisser bestimmt und in einer Maske  $\mathbf{M} \in \{0, 1\}^{M \times N}$  zusammengefasst. Durch Mittelung benachbarter Einträge können mit dieser Information defekte Pixel interpoliert werden. Darüberhinaus müssen Einschläge von kosmischen Teilchen aus den Aufnahmen des Hintergrunds und Objekts entfernt werden, die stochastischer Natur sind. Zur Identifikation eines solchen Artefakts kann lokale Statistik und der Gradient verwendet werden, da die Ausdehnung eines solchen Ereignisses i.A. kleiner als die PSF des Instruments ist (Zhu und Ye 2008). Die identifizierten Pixel können anschließend durch Interpolation korrigiert werden.

Für jeden Auslesemodus und jede Belichtungszeit werden Dunkelbilder und Weißbilder pixelweise mit dem Median zu einem *Masterdark* und *Masterflat* zusammengefasst. Zur

<sup>5</sup>engl.: *Dark, flat, and sky frames/images*

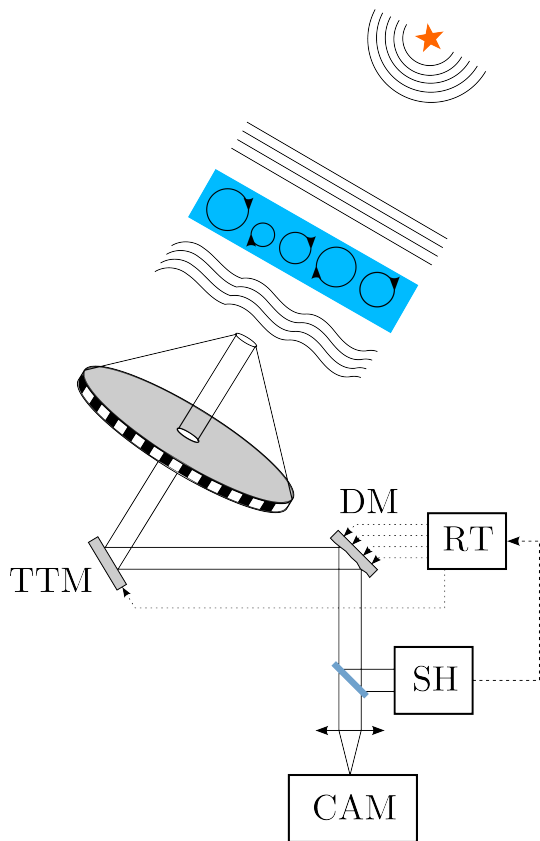


Abbildung 3.3.: Turbulenzen in der Atmosphäre führen zu einer Deformation der einfallenden Wellenfront durch Variation des Brechungsindex. Eine adaptive Optik korrigiert mit einem schwenkbaren Spiegel (TTM) einen eventuellen Versatz und mit einem deformierbaren Spiegel (DM) Störungen höherer Ordnung. Dazu wertet der Echtzeit-Rechner (RT) die auf den SH-Sensor einfallenden Bilder der Referenz aus und bestimmt eine Regelantwort zur Kompensation der Verformung.

Kompensation von Dunkelstrom und Ausleserauschen wird von allen Bildern einschließlich des Masterflat das korrespondierende Masterdark abgezogen. Das Masterflat wird dann durch Division mit seinem Median normalisiert und kodiert die Schwankungen der Verstärkung zwischen individuellen Pixeln. Die Variation der Verstärkung wird anschließend in allen übrigen Aufnahmen durch Division mit dem korrigierten Masterflat entfernt, was als *Flat-Fielding* bezeichnet wird.

Von den bereinigten Aufnahmen des Objekts werden dann die analog behandelten Himmelsbilder abgezogen, um den Beitrag des Hintergrunds zu eliminieren. Bei Koronagraphie können zusätzliche Schritte zur Maskierung von Artefakten notwendig sein, die durch Beugung am Koronagraphen entstehen.

### 3.3. NACO

Das Instrument besteht aus dem *Nasmyth Adaptive Optics System* (NAOS) und der hochauflösenden *COudé Near Infrared Camera* (CONICA) und ist am Nasmyth-Fokus B von UT4 (Yepun) des VLT installiert (Lenzen et al. 2003). Mit einer Apertur von 8.2m liegt die theoretische Auflösung im K-Band bei  $2.2\mu\text{m}$  gemäß (3.6) bei  $\theta \sim 0.06''$ , doch begrenzt die turbulente Atmosphäre die Auflösung auf  $\gtrsim 0.5''$  (Sarazin et al. 2008). Daher verwendet NACO eine adaptive Optik (AO), die mit einem geschlossenenen Regelkreis diesen Effekt über einen Schwenkspiegel<sup>6</sup> (TTM) und einen deformierbaren Spiegel<sup>7</sup> (DM) am

<sup>6</sup>engl.: *Tip-Tilt Mirror*

<sup>7</sup>engl.: *Deformable Mirror*

Kamera	Pixelskala [mas]	Sichtfeld ["]	$\lambda$ [ $\mu\text{m}$ ]
S13	$13.221 \pm 0.017$	$14 \times 14$	1...2.5
S27	$27.053 \pm 0.019$	$28 \times 28$	1...2.5
S54	$54.1 \pm 0.1$	$56 \times 56$	1...2.5
SDI+	17.32	$8 \times 8$	1.6
L27	27.19	$28 \times 28$	2.5...5
L54	54.9	$56 \times 56$	2.5...5

Tabelle 3.1.: Die verfügbaren Kameras von NACO zur Beobachtung im NIR und MIR. Bei der Auswahl muss der verwendete Filter, Ausdehnung des Objekts und die Helligkeit des Hintergrunds berücksichtigt werden.

Eingang des Instruments in Echtzeit korrigiert (Rousset et al. 2003). Dazu wird ein Teil der einfallenden Wellenfront durch einen Strahlteiler auf einen *Shack-Hartmann-Sensor* (SH) umgeleitet, s. Abbildung 3.3. Dieser Sensor besteht aus einem Linsenarray, das mit jeder Linse ein Abbild des Referenzobjekts auf einem Detektor erzeugt. Aus der Abweichung der Einzelbilder von der idealen Position und Form werden kompensierende Regelantworten berechnet, Aktuatoren der Hilfsspiegel angesteuert und die Wellenfront korrigiert. NAOS besitzt zwei SH-Sensoren und korrespondierende Strahlteiler um Referenzobjekte im Optischen und NIR verwenden zu können. Prinzipiell kann das Referenzobjekt bis zu  $55''$  vom Zielobjekt entfernt sein, doch ist ein geringer Abstand besser, optimal ist die Verwendung des Zielobjekts als Referenz. Bei Abwesenheit eines genügend hellen natürlichen Leitsterns<sup>8</sup> (NGS) kann mit der *Laser Guide Star Facility* ein künstlicher Leitstern<sup>9</sup> (LGS) erzeugt werden, der jedoch einen Referenzstern mit  $V \lesssim 17^m$  für die *Verkipfungskorrektur*<sup>10</sup> erfordert. Zur Beschreibung der Güte der Korrektur bestimmt NACO das *Strehl-Verhältnis*

$$Sr = \frac{I_{max,real}}{I_{max,ideal}}, \quad (3.10)$$

das bei guten Bedingungen und geringem Abstand des Referenzobjekts vom Ziel auf  $>30\%$  gesteigert werden kann.

Die von NAOS korrigierte Wellenfront kann mit CONICA auf vielfältige Weise für Beobachtungen im NIR und dem angrenzenden MIR von  $\sim 1 \dots 5 \mu\text{m}$  verwendet werden. Um in diesem Bereich beobachten zu können besteht CONICA aus einem Vakuumbehälter, der auf  $\sim 80\text{K}$  gekühlt wird. Der „Aladdin 3“ InSb-Detektor selbst wird im Betrieb mit einem Kryokühler auf  $\sim 35\text{K}$  gehalten, um Dunkelstrom und thermischen Hintergrund zu minimieren. Verschiedene Masken, Filter und (Gitter)prismen können für Spektroskopie, Koronagraphie, Polarimetrie und Interferometrie in den Strahlengang geschoben werden. Das Instrument besitzt sechs Kameras mit variierendem Sichtfeld und Auflösung, die Bilder und Spektren auf den Detektor projizieren können, s. Tabelle 3.1 für eine Übersicht.

<sup>8</sup>engl.: *Natural Guidestar*

<sup>9</sup>engl.: *Laser Guidestar*

<sup>10</sup>engl.: *Tip/Tilt correction*

### 3.3.1. Koronagraphie im NIR

Beim Versuch protoplanetare Scheiben oder Exoplaneten direkt abzubilden stößt man auf das fundamentale Problem des *Kontrasts* zwischen der hellen Zentralquelle und den indirekt beleuchteten Objekten. Das Verhältnis der Helligkeiten kann dabei drei Größenordnungen übersteigen, was eine direkte Beobachtung außerordentlich erschwert. Heute übliche CCD-Sensoren, wie auch der Detektor von NACO, bestehen aus einer gitterförmigen Anordnung von *Ladungszisternen* in denen durch den *inneren Photoeffekt* angeregte Elektronen gesammelt werden (Boyle und Smith 1970). Abhängig vom Aufbau des Detektors und der Ausleselektronik besitzt die Anordnung einen Bereich, in dem die Anzahl der detektierten Photonen und gesammelten Elektronen in einem linearen Verhältnis stehen. Auf diese lineare Zone folgt ein nicht-linearer Bereich, der schnell zur Sättigung des Detektors führt und normalerweise gemieden wird, da Überbelichtung des Detektors Artefakte hervorruft und im Extremfall zu einer Fehlfunktion führen kann. Bei der Beobachtung wird die *Detektorintegrationszeit*<sup>11</sup> (DIT) daher in Abhängigkeit vom beobachteten Objekt so gewählt, dass der lineare Bereich nicht verlassen wird. Für diesen Zweck bietet die ESO für jedes Instrument ein Werkzeug zur Abschätzung der Belichtungszeiten an, den ETC<sup>12</sup>. Nach Angabe der Helligkeit, des Spektrums des Zielobjekts und der Parameter der Beobachtung berechnet der ETC u.a. die erwartete Antwort des Detektors, das SNR und das Strehlverhältnis. Ist das Zentralobjekt sehr hell, kann der Detektor auch bei minimaler Belichtungszeit (*minimum DIT*) den erlaubten Bereich verlassen. Darüber hinaus ist der erzielbare Rauschabstand bei kurzen Belichtungszeiten gering, da das Ausleserauschen gegenüber dem schwachen Nutzsignal überwiegt. Das kann zu unrealistischen Gesamtbelichtungszeiten führen ( $\sim \text{NDIT} \cdot \text{DIT}$ ) und alternative Beobachtungstechniken müssen betrachtet werden.

Ein üblicher Ansatz ist die Abschwächung der Strahlung von der zentralen Quelle durch einen *Koronagraphen*, was zu einer deutlichen Verringerung des Kontrasts führt und längere Belichtungszeiten ermöglicht. Im einfachsten Fall wird dazu eine opake Maske an die Position des Sterns in den Strahlengang geschoben und somit dessen Beitrag stark reduziert. NACO besitzt für diesen Zweck zwei scheibenförmige, an Drähten aufgehängte *Lyot-Masken*, die einen Durchmesser von jeweils 0.7" und 1.4" besitzen. Es sind mehrere Prozeduren für Koronagraphie implementiert von denen hier *NACO\_coro\_obs\_Stare* vorgestellt werden soll [NACO Handbuch P88, S. 137], die in der Beobachtungskampagne von V4046 Sgr verwendet wurde, s. Kapitel 7.3.3.

Mit dieser Prozedur wird abwechselnd das Objekt (A) und eine benachbarte, möglichst leere Position am Himmel, der *Sky* (B), mit identischer Belichtungszeit DIT der Einzelbilder beobachtet. Dabei wird eine vorgegebene Anzahl  $N_{AB}$  von Zyklen in einer Sequenz ABABAB... durchlaufen. In der ersten Hälfte eines Zyklus wird das Objekt mit aktivierter AO mehrfach belichtet ( $\text{NDIT}_{\text{Obj}}$ ) ohne die Position zu verändern. Anschließend wird in der zweiten Hälfte eine durch Translation in Rektaszension  $\Delta\alpha$  und Deklination  $\Delta\delta$  gegebene Position angefahren, die AO deaktiviert und mit zufälligen Translationen innerhalb einer quadratischen *Jitterbox*  $\text{NDIT}_{\text{Sky}}$  Aufnahmen des Hintergrunds *mit* Koronagraphen gemacht. Der Parameter  $\text{NDIT}_{\text{Sky}}$  kann prinzipiell auch auf Null gesetzt werden, jedoch ist eine Beobachtung des Hintergrunds für die spätere Reduktion notwendig. Anschließend wiederholt sich der Zyklus, bis die Sequenz abgearbeitet ist, s. Abbildung 3.4.

<sup>11</sup>engl.: *Detector Integration Time*

<sup>12</sup>engl.: *Exposure Time Calculator*

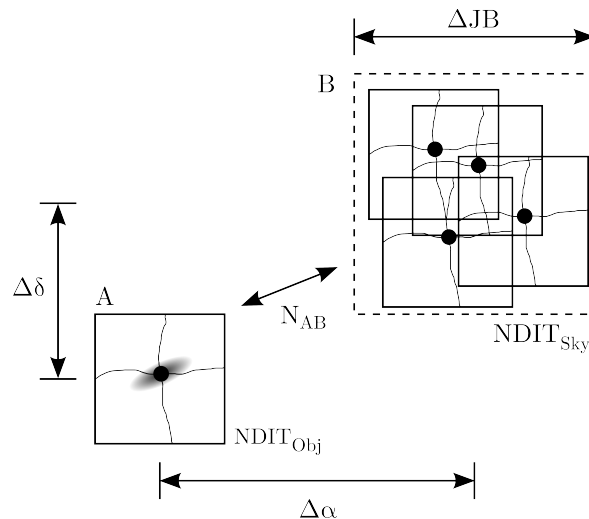


Abbildung 3.4.: Die Prozedur `NACO_coro_obs_Stare` beobachtet zyklisch das Zielobjekt und einen leeren Ausschnitt am Himmel mit einem Koronagraphen.

### 3.4. VISIR

Das Instrument *VLT Imager and Spectrometer for the mid-IR* (VISIR) befindet sich im Cassegrain-Fokus von UT3 (Melipal) am VLT (Lagage et al. 2004). Das Instrument nutzt zwei Fenster im MIR, das N-Band ( $8 \dots 13 \mu\text{m}$ ) und das Q-Band ( $16.5 \dots 24.5 \mu\text{m}$ ), und besteht aus einer Kamera und einem Spektrographen. In diesem Wellenlängenbereich ist das Instrument für ein Seeing von  $\lesssim 0.6''$  beugungsbegrenzt, eine adaptive Optik ist daher nicht vorgesehen. Im Folgenden wird der Zustand zum Zeitpunkt der in Kapitel 7.3.2 beschriebenen Messung in P89 beschrieben. Der in dieser Periode verwendete Sensor war ein BIB-Detektor<sup>13</sup> (Stetson et al. 1986) von Diagnostic/Retrieval Systems Inc. (DRS) mit  $256 \times 256$  Pixel und einer Quanteneffizienz  $\gtrsim 50\%$ .

Das Hauptproblem der Beobachtung im MIR ist der Hintergrund von Atmosphäre, Teleskop und Instrument, da diese bei Umgebungstemperaturen von  $\sim 300\text{K}$  stark im N- und Q-Band strahlen. VISIR ist daher in einem Kryothermostaten eingebaut, der das Instrument auf  $\lesssim 30\text{K}$  hält und den Detektor selbst auf  $\sim 6\text{K}$  kühlt.

Die einfallende Wellenfront kann mit zwei Auflösungen auf die Bildebene projiziert werden, mit einem kleinen Sichtfenster (SF) von  $19.2'' \times 19.2''$  und einer Pixelskala von  $0.075''$ , und einem mittleren Sichtfenster (IF) von  $32.5'' \times 32.5''$  und einer Pixelskala von  $0.127''$ . Trotz des kleinen Ausschnitts ist der Himmel in diesem Wellenlängenbereich zu hell [ $\sim 3700\text{Jy/arcsec}^2$  im N-Band und  $\sim 8300\text{Jy/arcsec}^2$  im Q-Band] für eine einfache Belichtung wie im NIR. Im MIR liegt der Hintergrund um  $\sim 5$  Größenordnungen über dem Nutzsignal, es sind daher zusätzliche Maßnahmen notwendig um eine sinnvolle Beobachtung durchzuführen. Zunächst muss die Belichtungszeit auf  $\lesssim 10\text{ms}$  verkürzt werden, um den Detektor nicht in die Sättigung zu treiben, was eine schnelle Elektronik und Datenkompression erfordert.

Um den Hintergrund zu entfernen wird *Zerhacken und Nicken*<sup>14</sup> verwendet. Dazu wird

<sup>13</sup>engl.: *Blocked Impurity Band*

<sup>14</sup>engl.: *Chopping and nodding*

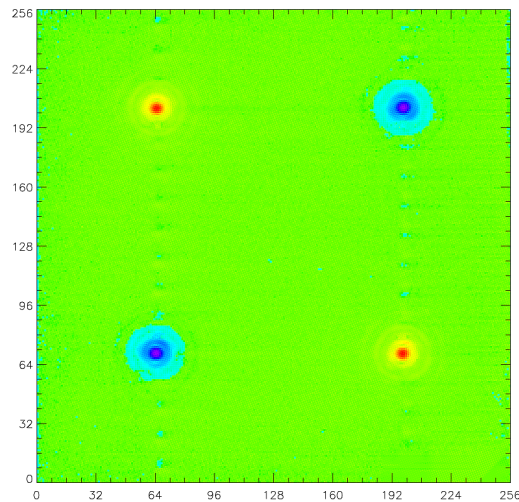


Abbildung 3.5.: Ein typisches Bild aufgenommen von VISIR mit orthogonalem Nicken. Der alte BIB-Detektor von DRS mit  $256 \times 256$  Pixel hatte mit der SF-Kamera eine Auflösung von 75mas pro Pixel.

die einfallende Wellenfront durch Kippen eines Sekundärspiegels um einige Bogensekunden abgelenkt und so auf dem Detektor abwechselnd ein Bild des Zielobjekts und des Hintergrunds erzeugt. Erfolgt das Zerhacken schneller als die Zeitskala der Variation, kann durch Subtraktion der Hintergrund eliminiert werden, dazu genügen  $\sim 1\text{Hz}$ . Um wertvolle Beobachtungszeit zu gewinnen kann die *Zerhackerdistanz*<sup>15</sup> so gewählt werden, dass zwei nicht überlappende Teilbilder von der Elektronik mit umgekehrten Vorzeichen addiert werden. Der Beitrag zum Hintergrund durch Teleskop und Instrument kann so nicht völlig entfernt werden, doch besitzt dieses Störsignal eine größere Zeitkonstante als der Himmel. Daher kann dieser Beitrag durch *Nicken* des Hauptspiegels um wenige Bogensekunden nach  $\sim 10$  Zerhackerzyklen entfernt werden. Dabei wird ein weiteres Paar von Bildern erzeugt, die wiederum mit umgekehrten Vorzeichen aufgenommen werden. Das Nicken erfolgt parallel oder im rechten Winkel zur Richtung des Zerhackens. Für Punktquellen und wenig ausgedehnte Objekte  $\lesssim 5''$  wird die orthogonale Bewegung empfohlen, bei der insgesamt vier Abbildungen des Zielobjekts mit jeweils alternierendem Vorzeichen erzeugt werden, s. Abbildung 3.5. Für ausgedehnte Objekte können durch paralleles Nicken drei übereinander liegende Bilder mit alternierendem Vorzeichen erzeugt werden.

Die Auswertung der Daten weicht etwas von der Beschreibung in Kapitel 3.2 ab, da durch Zerhacken und Nicken der Beitrag von Hintergrund und Dunkelstrom bereits kompensiert wird. Die Reduktion besteht daher im Wesentlichen aus der Bestimmung von Referenzpositionen innerhalb der Teilbilder um die Extraktion und Addition durchzuführen. Liegt eine lokalisierte Punktquelle vor, kann durch Anpassung einer 2D-Gaußverteilung eine Referenzposition bestimmt werden, bei ausgedehnten Quellen bietet sich die Kreuzkorrelation von Teilbildern an. Für die Kalibration des Flusses wird eine Referenzquelle aus Cohen et al. (1999) innerhalb eines Zeitfensters von  $\sim 2\text{h}$  mit vergleichbarer Luftmasse<sup>16</sup> beobachtet, wobei die erreichbare Genauigkeit bei  $\lesssim 10\%$  liegt.

<sup>15</sup>engl.: *Chop throw*

<sup>16</sup>engl.: *Airmass*

## 4. Monte Carlo

Die Anfänge stochastischer Ansätze zur Lösung geometrischer und analytischer Probleme kann man in moderner Zeit auf das *Buffonsche Nadelproblem* zurückverfolgen (Buffon 1733). Die Idee zu diesem geometrischen Problem hatte Georges-Louis Leclerc de Buffon mit 20 Jahren, als er einen Stock über seine Schulter auf ein Parkett warf und über die Wahrscheinlichkeit des Überschneidens einer Kachelgrenze nachdachte. Äquivalent kann man eine Nadel auf ein Muster mit parallelen Streifen werfen, s. Abb. 4.1. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nadel nach einem zufälligen Wurf die Grenze zweier Gebiete berührt lautet nach Buffon (1777)

$$p = \frac{\int_0^\pi l \sin \phi d\phi}{\pi B} = \frac{2l}{\pi B}, \quad (4.1)$$

wobei  $B$  die Breite der Streifen und  $l < B$  die Länge der Nadel ist. Dieses Ergebnis ist robust insofern die genau Form der Nadel keine Rolle spielt, man kann auch mit Nudeln werfen (Ramaley 1969). Durch häufiges Werfen kann mit diesem Zufallsexperiment die irrationale Kreiszahl  $\pi$  approximiert werden, allerdings konvergiert dieses Verfahren sehr langsam. So führte der Astronom Johann Rudolf Wolf gegen 1850 stochastische Versuche durch und implementierte u.a. Buffons Experiment mit 5000 Würfeln aus denen er als Näherungswert  $\pi \approx 3.1596$  erhielt. Bemerkenswert an den methodischen Versuchen von Wolf sind seine Überlegungen den Fehler der Approximation zu bestimmen, womit er seiner Zeit weit voraus war (Riedwyl 1990).

Trotz der Eleganz ihres Ansatzes blieben stochastische Verfahren zunächst mathematische Kuriositäten ohne praktische Relevanz. Erst die Verfügbarkeit elektronischer Rechenmaschinen (Z3 1941, Colossus 1943, ENIAC 1947) ermöglichte den Einsatz rechenintensiver Verfahren, da diese ersten *Computer* die Anzahl durchführbarer Operationen um mehrere Größenordnungen erhöhten. Die Transportgleichung (2.16) konnte mit diesen Rechenmaschinen und einer neuen Klasse stochastischer Algorithmen gelöst werden, die von den beteiligten Wissenschaftlern in Anspielung auf die zentrale Rolle des Zufalls *Monte-Carlo-Methoden* (MC) genannt wurden (Metropolis und Ulam 1949; Eckhardt 1987). Der seitdem nach dem Gesetz von Moore fortschreitende Zuwachs an Rechengeschwindigkeit und Speicher (Moore 1965; Lundstrom 2003) führte zur heutigen Verbreitung und Popularität von MC-Methoden in allen quantitativen Wissenschaften.

Wegen der Relevanz für das in dieser Arbeit genutzte Optimierungsverfahren *Simulated Annealing* (SA) wird der *Metropolis-Hastings-Algorithmus* vorgestellt und anschließend auf die Optimierungsmethode SA und ihre konkrete Implementierung in dieser Arbeit eingegangen. Der letzte Abschnitt enthält einen kurzen Einblick in die Lösung des Strahlungstransportproblems aus Kapitel 2.1 mit MC. In Anhang ?? sind die im Folgenden verwendeten Begriffe aus der Theorie von Markow-Ketten zusammengestellt.

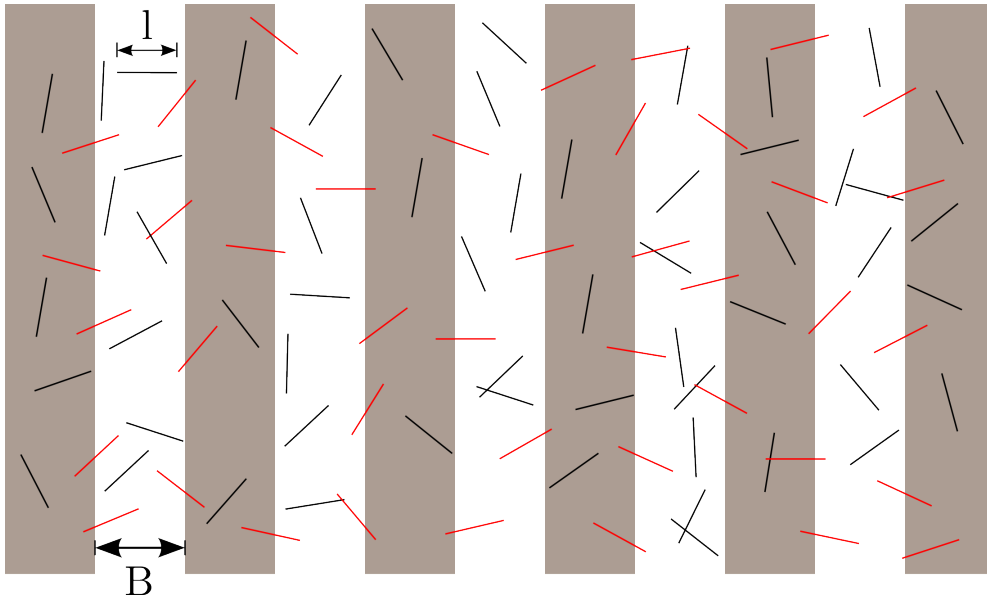


Abbildung 4.1.: Buffons Experiment mit  $B=12$ ,  $l=8$ ,  $N_{\text{sw}}=58$  und  $N_{\text{rt}}=42$ .

## 4.1. Motivation

Es erscheint zunächst abwegig mit einem Computer, einer gemäß Definition deterministischen Maschine, den Zufall zur Lösung analytischer Probleme heranzuziehen. Es ist daher angebracht den Hintergrund dieses Ansatzes zu beleuchten.

Zunächst ist für jede Art von stochastischer Simulation die Erzeugung von Zufallszahlen notwendig. In der Praxis verwendet man rekursive arithmetische Zufallsgeneratoren, die abhängig von einer Anfangszahl, der *Saat*<sup>1</sup>, eine deterministische Folge von Pseudozufallszahlen erzeugen (Numerical Recipes, Kap. 7). Eine solche deterministische Folge darf nicht von einer zufälligen Folge unterscheidbar sein, muss also Gleichverteilung und statistische Unabhängigkeit der Folgenglieder garantieren. Die in der Praxis verwendeten schnellen Generatoren sind periodisch und sollten daher auch eine hinreichend lange Periode besitzen. Ein Vorteil der Verwendung eines deterministischen Generators liegt in der *Wiederholbarkeit* einer konkreten Simulation und der damit verbundenen Möglichkeit zur *Fehlersuche*. Bei der konkreten Anwendung eines MC-Algorithmus sind im Allgemeinen mehrere Durchläufe notwendig, bei denen *unbedingt* verschiedene Saaten verwendet werden müssen.

Die ursprüngliche Anwendung der MC-Methode ist die Approximation von Integralen in hochdimensionalen Räumen. Zur Illustration wird eine integrierbare Funktion  $f$  auf einem Gebiet der Form  $U = I_1 \times \dots \times I_n \in \mathbb{R}^n$  und das Integral

$$F = \int_U f d^n \mathbf{x} \quad (4.2)$$

betrachtet. Eine Approximation kann durch Äquipartition aller Intervalle in  $m$  Teile und damit des Gebiets  $U$  in  $m^n$  gleichartige Quader  $Q_k$  erfolgen. Mit

$$V(Q_k) = \frac{V(U)}{m^n} \quad (4.3)$$

---

<sup>1</sup>engl.: *Seed*



erhält man die Näherung

$$F \approx V(Q_k) \sum_k f(\mathbf{x}_k), \quad (4.4)$$

wobei  $\mathbf{x}_k \in Q_k$  ein beliebig gewählter Punkt aus dem jeweiligen Quader ist. Im Limes  $m \rightarrow \infty$  ergibt sich daraus der gesuchte Wert und für viele Integrationen kann dieses oder verwandte Verfahren zur Quadratur angewendet werden. Bei zunehmender Dimension  $n$  des zugrunde liegenden Raums trifft man jedoch auf den *Fluch der Dimensionalität* (Bellman 1961), durch den die Summe (4.4) entweder nicht praktisch berechenbar ist oder das Verfahren ineffizient wird, da sich das Volumen eines Gebiets  $U \subset \mathbb{R}^n$  für  $n \gg 1$  im Wesentlichen in einer dünnen Schicht unter dem Rand des Gebiets befindet.

Die Anwendbarkeit der MC-Methode liegt darin begründet, dass eine stochastische Auswahl von Stützstellen  $\mathbf{x}_k$  eine praktikable und letztlich bessere Approximation des Integrals ermöglicht. Auch wenn das Ergebnis eine Näherung darstellt, so erlauben MC-Methoden eine quantitative Auswertung der *Varianz* und damit eine Abschätzung der Konfidenz in das Ergebnis. Abhängig von der konkreten Anwendung kann mit angepassten Methoden eine Reduktion der Varianz erreicht werden, u.a. mit *Stratified Sampling* und *Importance Sampling* (Numerical Recipes, Kap. 7.8).

Eine weitere zentrale Anwendung von MC ist die Auswertung von numerischen Zufallsvariablen  $x \in [a, b]$ , die einer gegebenen Verteilung  $\mathcal{P}$  folgen. Das Integral

$$Q(x) = \frac{\int_a^x \mathcal{P}(t) dt}{\int_a^b \mathcal{P}(t) dt} \quad (4.5)$$

wächst monoton von 0 bis 1 und lässt sich daher invertieren. Um die Zufallsvariable auszuwerten wird eine gleichmäßig in  $[0, 1]$  verteilte Zufallszahl gezogen und durch Lösen von (4.5) das zugehörige  $x$  bestimmt. Dieses Verfahren zum Auswählen<sup>2</sup> eines zufälligen Wertes wird auch das *fundamentale Prinzip* der MC-Methode genannt. Ist die Inversion von (4.5) zu komplex bietet sich die *Verwerfungsmethode*<sup>3</sup> an (von Neumann 1951). Dazu wird eine Wahrscheinlichkeitsdichte  $\mathcal{S}$  gewählt, deren Integral (4.5) leichter invertierbar ist als die gesuchte Verteilung  $\mathcal{P}$  und die Eigenschaft

$$\mathcal{P}(x) < \mathcal{S}(x) \quad (4.6)$$

für alle  $x \in [a, b]$  besitzt. Man bestimmt eine Zahl  $x \in [a, b]$  durch Inversion des Integrals von  $\mathcal{S}$  und wählt eine weitere Zufallszahl  $u \in [0, 1]$ . Gilt

$$u < \frac{\mathcal{P}(x)}{\mathcal{S}(x)}, \quad (4.7)$$

so wird  $x$  akzeptiert, ansonsten wird der Kandidat verworfen und ein neues  $x$  gewählt. Um die Effektivität dieser Methode zu erhöhen ist es sinnvoll die Differenz  $\mathcal{S} - \mathcal{P}$  zu minimieren.

---

<sup>2</sup>engl.: *Sampling*

<sup>3</sup>engl.: *Rejection Sampling*

## 4.2. Metropolis-Hastings Algorithmus

Der Metropolis-Hastings-Algorithmus (MH) wird heute zu den zehn wichtigsten Algorithmen gezählt (Dongarra und Sullivan 2000). Die ursprüngliche Idee war die Berechnung thermodynamischer Zustandsgrößen durch Approximation der kanonischen Verteilung  $\mathcal{W} \sim e^{-\beta\mathcal{H}}$ , mit der Hamilton-Funktion  $\mathcal{H}$  des physikalischen Systems<sup>4</sup> und der inversen Temperatur  $\beta = \tau^{-1}$  (Metropolis et al. 1953). Der Algorithmus wurde nach Verbreitung elektronischer Rechenanlagen auf vielfältige statistische Probleme der Physik und anderer Disziplinen übertragen und für unsymmetrische Übergangswahrscheinlichkeiten verallgemeinert (Hastings 1970). Ziel ist die Konstruktion eines repräsentativen, endlichen Ensembles von Zuständen  $(\mathbf{x}_k)$  durch einen stochastischen Prozess, um eine gegebene *Zielverteilung*  $\mathcal{P}$  auf einem Zustandsraum  $\Omega$  approximieren zu können. Für jede integrierbare Funktion  $h$  kann mit diesem Ensemble der Erwartungswert durch

$$\mathbb{E}_{\mathcal{P}}(h) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n h(\mathbf{x}_k) \quad (4.8)$$

dargestellt werden. Dazu wird eine Markow-Kette  $(\mathbf{X}_k)$  in  $\Omega$  erzeugt, wobei  $\mathbf{X}_i$  nur vom Vorgänger  $\mathbf{X}_{i-1}$  abhängt. Der MH-Algorithmus zählt daher zur Klasse der *Markow-Ketten-Monte-Carlo-Algorithmen*<sup>5</sup> (MCMC). Sei also

$$\mathcal{P} : \Omega \rightarrow \mathbb{R} \quad (4.9)$$

die zu approximierende Zielverteilung, dann wird neben dem Startpunkt  $\mathbf{x}_0$  und dem Gebiet  $\Omega$  zur Erzeugung der Kette ein *Übergangskern*

$$\mathcal{K} : \Omega \times \Omega \rightarrow [0, 1] \quad (4.10)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mapsto \mathcal{K}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) := \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (4.11)$$

benötigt. Damit eine durch  $\mathcal{K}$  generierte Markow-Kette  $(\mathbf{X}_k)$  die Zielverteilung  $\mathcal{P}$  asymptotisch erreichen kann ist *Ergodizität* und *detaillierte Balance*, also

$$\mathcal{P}(\mathbf{x})\mathcal{K}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathcal{P}(\mathbf{y})\mathcal{K}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \quad \text{für alle } \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Omega, \quad (4.12)$$

notwendig und hinreichend. Die Wahrscheinlichkeit sich im Zustand  $\mathbf{x}$  zu befinden und von dort in den Zustand  $\mathbf{y}$  zu wechseln ist dann identisch zum umgekehrten Prozeß. Dieses Prinzip wurde zuerst von Ludwig Boltzmann bei der Aufstellung der Transportgleichung der Gaskinetik als *mikroskopische Reversibilität* verwendet und findet sich überall in der Natur. Allerdings ist ein solcher Übergangskern  $\mathcal{K}$  meist nicht sofort ersichtlich, sondern muss im Normalfall konstruiert werden. Dazu zerlegt man  $\mathcal{K}$  in zwei Dichteverteilungen, die *Vorschlagsverteilung*

$$\mathcal{Q} : \Omega \times \Omega \rightarrow [0, 1] \quad (4.13)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mapsto \mathcal{Q}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) := \mathcal{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (4.14)$$

<sup>4</sup>Das erste so behandelte Modell war ein Fluid aus harten Scheiben in zwei Dimensionen.

<sup>5</sup>engl.: *Markov Chain Monte Carlo*

und die Akzeptanzverteilung

$$\mathcal{A} : \Omega \times \Omega \rightarrow [0, 1] \quad (4.15)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mapsto \mathcal{A}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) := \mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (4.16)$$

mit  $\mathcal{K} = \mathcal{QA}$ . Aus (4.12) folgt dann

$$\frac{\mathcal{A}(\mathbf{x}|\mathbf{y})}{\mathcal{A}(\mathbf{y}|\mathbf{x})} = \frac{\mathcal{P}(\mathbf{x})\mathcal{Q}(\mathbf{x}|\mathbf{y})}{\mathcal{P}(\mathbf{y})\mathcal{Q}(\mathbf{y}|\mathbf{x})}. \quad (4.17)$$

Diese Gleichung kann mit dem Ansatz

$$\mathcal{A}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \min \left[ 1, \frac{\mathcal{P}(\mathbf{y})\mathcal{Q}(\mathbf{x}|\mathbf{y})}{\mathcal{P}(\mathbf{x})\mathcal{Q}(\mathbf{y}|\mathbf{x})} \right] \quad (4.18)$$

gelöst werden. Mit  $\mathcal{Q}$  wird also zunächst ein möglicher Nachfolger vorgeschlagen und mit  $\mathcal{P}$  die Akzeptanzwahrscheinlichkeit  $\mathcal{A}$  berechnet. Ist  $\mathcal{Q}$  symmetrisch, so kürzt sich der entsprechende Term in (4.18) heraus und man erhält mit  $\mathcal{P} \sim e^{-\beta\mathcal{H}}$  das Akzeptanzkriterium mit einem Boltzmann-Faktor aus Metropolis et al. (1953). Wichtig für die Anwendung ist hierbei, dass  $\mathcal{P}$  *nicht* normiert werden muss, da nur Verhältnisse benötigt werden.

---

#### Algorithm 1 Metropolis-Hastings

---

```

1: procedure MH( $\mathbf{x}_0$ )
2:    $k \leftarrow 0$ 
3:    $\mathbf{x}_k \leftarrow \mathbf{x}_0$ 
4:   repeat
5:      $\mathbf{y} \leftarrow \text{CREATECANDIDATE}(\mathbf{x}_k)$ 
6:      $u \leftarrow \min \left[ 1, \frac{\mathcal{P}(\mathbf{y})\mathcal{Q}(\mathbf{x}_k|\mathbf{y})}{\mathcal{P}(\mathbf{x}_k)\mathcal{Q}(\mathbf{y}|\mathbf{x}_k)} \right]$ 
7:     if  $u = 1$  then  $\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow \mathbf{y}$ 
8:     else
9:        $r \leftarrow \text{RANDOM}(1)$ 
10:      if  $r < u$  then
11:         $\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow \mathbf{y}$ 
12:      else
13:         $\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow \mathbf{x}_k$ 
14:      end if
15:    end if
16:     $k \leftarrow k + 1$ 
17:     $\text{abort} \leftarrow \text{ABORTCRITERION}$ 
18:  until  $\text{abort}$ 
19: end procedure

```

---

### 4.3. Simulated Annealing

Lässt man eine Schmelze abkühlen, so finden ein oder mehrere Phasenübergänge statt, bei denen sich die mikroskopischen Bestandteile in einem regelmäßigen Gitter anordnen. Wird die Abkühlung genügend langsam durchgeführt, wird dabei die Energie der Konfiguration bei der jeweiligen Temperatur minimiert. Beginnt man diesen Prozess bei einer genügend hohen Temperatur, so gelangt man bei hinreichend langsamer Abkühlung schließlich zu einem Zustand, der dem globalen Minimum der potentiellen Energie entspricht.

Dieses physikalische Phänomen ist die Grundidee der Methode *Simulated Annealing* (SA) zur Lösung globaler Optimierungsprobleme (Pincus 1970; Kirkpatrick et al. 1983; Cerný 1985). Dazu wird die kanonische Zustandssumme des Systems mit dem MH-Algorithmus in seiner ursprünglichen Implementation durch eine Markow-Kette approximiert und die Temperatur systematisch reduziert. Die Anpassung an die Lösung allgemeiner Optimierungsaufgaben geschieht durch Identifikation der Hamilton-Funktion  $\mathcal{H}$  mit einer Bewertungsfunktion<sup>6</sup>  $\mathcal{M}$ , die auf einem abstrakten Zustandsraum  $\Omega$  operiert und hier den Parameterraum eines Modells darstellt. Die wesentliche Änderung zum ursprünglichen MH-Algorithmus besteht in der Definition einer Vorschrift zur Kühlung<sup>7</sup>  $\tau(k) = \tau_k$ , mit der die Markow-Kette in eine Umgebung des globalen Optimums  $\Omega^* \subset \Omega$  gebracht werden soll. Bei hoher Temperatur wird dabei fast jeder Vorschlag akzeptiert und ein *random walk* durchgeführt, während bei niedriger Temperatur die Kette eher dem lokalen Gradienten von  $\mathcal{M}$  folgt. Die Wahl der Kühlvorschrift ist dabei entscheidend für den Erfolg der Optimierung, da bei zu schneller Kühlung die Kette in einem lokalen Optimum einfrieren kann, umgekehrt eine zu langsame Absenkung von  $\tau$  extreme Zeiträume zum Erreichen des Gleichgewichts erfordert (Romeo und Sangiovanni-Vincentelli 1991). Es stellen sich bei der Anwendung von SA zwei Fragen:

1. Kann man die Konvergenz der Markow-Kette zum globalen Optimum garantieren?
2. Lässt sich die Schrittzahl bis zum Erreichen des globalen Optimums abschätzen?

Die erste Frage kann positiv beantwortet werden, zum Erreichen des globalen Optimums ist es hinreichend logarithmisch zu kühlen (Geman und Geman 1984):

$$\tau_k = \frac{\tau_0}{\log[1+k]}. \quad (4.19)$$

Dieses Ergebnis wurde von Hajek (1988) verallgemeinert. Wenn  $\tau_k \rightarrow 0$  geht und die Markow-Kette irreduzibel und aperiodisch ist, dann konvergiert das Verfahren asymptotisch gegen  $\Omega^*$  genau dann, wenn

$$\sum_{k=1}^{\infty} \exp[-d/\tau_k] = \infty \quad (4.20)$$

gilt, wobei  $d$  eine obere Abschätzung für die Bewertungsfunktion  $\mathcal{M}$  auf Pfaden durch  $\Omega$  nach  $\Omega^*$  ist. Demnach darf nur so schnell gekühlt werden, dass alle Hindernisse mit Sicherheit überwunden werden können.

---

<sup>6</sup>engl.: *Merit function*

<sup>7</sup>engl.: *Cooling schedule*

Die zweite Frage konnte bisher nicht abschließend beantwortet werden, da alle bisherigen Abschätzungen keine für die Praxis relevante Eingrenzung zulassen. Da die Kühlung gemäß (4.19) extrem langsam verläuft und die Schrittzahl zum Erreichen des Optimums nicht sinnvoll abgeschätzt werden kann, erscheint das Verfahren zunächst nicht praktisch anwendbar. Tatsächlich ist SA eine vielseitige Methode zur Optimierung und wurde an vielen Problemen getestet, wobei sich häufig eine Verbesserung gegenüber angepassten Verfahren nachweisen lässt. Es existieren jedoch Aufgaben, bei denen sich SA als ineffizient herausstellt, daher muss die Eignung für ein gegebenes Problem empirisch nachgewiesen werden. Insbesondere die Auswahl der Vorschlagsverteilung  $\mathcal{Q}$  und der Kühlvorschrift  $\tau_k$  sind dabei für den Erfolg entscheidend.

Eine grobe Gliederung der Varianten für die Kühlung kann in die Kategorien statisch/dynamisch und monoton/nicht monoton erfolgen, je nachdem ob Parameter der Kühlvorschrift während der Laufzeit verändert werden oder eine Zunahme der Temperatur zugelassen ist. Bei monotoner Kühlung lässt sich ein einfaches Kriterium durch eine *finale Temperatur*  $\tau_f$  definieren, bei deren Unterschreitung die Optimierung stoppt. Für nicht-monotone Kühlvorschriften können zusätzliche Bedingungen vorgegeben werden, um die Kette zu halten. Eine besonders verbreitete statische und monotone Vorschrift ist die exponentielle Kühlung (Kirkpatrick et al. 1983)

$$\tau_{k+1} = \alpha \tau_k, \quad (4.21)$$

die mit einem Parameter  $\alpha \lesssim 1$  und einer Starttemperatur  $\tau_0$  auskommt. Eine vergleichbar einfache Variante ist *lineare Kühlung*

$$\tau_{k+1} = \tau_k - \Delta\tau, \quad (4.22)$$

bei der die Temperatur von einem Startwert  $\tau_0$  stufenweise abgesenkt wird (Randelman und Grest 1986). Darüberhinaus sind eine Vielzahl von Varianten für verschiedenste Optimierungsprobleme getestet worden (Nourani und Andresen 1998). Für die in dieser Arbeit untersuchte Optimierung von astrophysikalischen Modellen wurde eine nicht-monotone Kühlung entwickelt, die im nächsten Abschnitt besprochen werden soll. Im Folgenden wird die Bewertungsfunktion  $\mathcal{M}$  mit der für die Anwendung wichtigen  $\chi^2$ -Verteilung identifiziert, die in Kapitel 5.2 ausführlich behandelt wird.

### 4.3.1. Nicht-monotone Kühlung

Eine statische Kühlvorschrift erfordert zwei oder mehr Anfangsparameter, die *a priori* nicht bekannt sind und empirisch ermittelt werden müssen, um die Kühlung an das Problem anzupassen. Erfolgt die Kühlung zu schnell, so endet die Optimierung vorzeitig in einem Nebenminimum, wird die Temperatur zu langsam gesenkt kann die Kette das Optimum nicht erreichen und wertvolle Rechenzeit geht verloren. Da hierzu keine Erfahrungswerte vorlagen, wurde eine Kühlung implementiert, die sich am lokalen Verlauf der zu optimierenden Verteilung orientiert. Damit ist auch eine gewisse Unabhängigkeit von der konkreten Optimierungsaufgabe verbunden. Dazu wird der Kontrollparameter  $\tau$  proportional zum  $\chi^2$  des letzten akzeptierten Schrittes gesetzt, also

$$\tau_k = \theta \left[ \chi_k^2 - \chi_*^2 \right], \quad (4.23)$$

mit einer Konstante  $\theta \lesssim 1$  und dem  $\chi_*^2$  des Optimums. Da  $\chi_*^2$  nicht *a priori* bekannt ist, wird entweder der beste bisher im Verlauf der Kette gefundene Wert verwendet oder die untere Abschätzung  $\chi_*^2 = 0$  benutzt. Diese nicht-monotone Kühlvorschrift ist streng genommen kein langsames Abkühlen im Gleichgewicht, sondern ein *Abschrecken*<sup>8</sup>. Man spricht auch von *Simulated Quenching* (SQ), wenn Hajeks Abschätzung (4.20) verletzt wird und man kann in diesem Fall nicht garantieren, dass die Markow-Kette asymptotisch  $\Omega^*$  erreicht. Das ist für die Anwendung jedoch nicht von Nachteil, da die notwendige Schrittzahl zum Erreichen des Optimums nicht bekannt ist und die Kühlvorschrift (4.23) erfolgreich an einem Optimierungsproblem mit vielen Nebenminima getestet wurde (Bohachevsky et al. 1986). Letztlich ist dieser Zustand theoretisch unbefriedigend, doch kann gezeigt werden, dass diese Methode für die Anpassung von SEDs im Mittel bessere Ergebnisse liefert als die Suche auf einem Gitter, s. Kapitel 5.3.

Man kann die hier vorgestellte Variante zur Kühlung mit  $\chi_*^2 = 0$  auch anders interpretieren, wenn man den Ausdruck (4.23) in die kanonische Verteilung mit der  $\chi^2$ -Verteilung als Hamiltonfunktion einsetzt. Man erhält daraus den Boltzmann-Faktor

$$\mathcal{P} = e^{-\Delta\chi^2/\tau} = e^{-[\chi_{k+1}^2 - \chi_k^2]/\theta\chi_k^2} = e^{-\varepsilon/\theta}, \quad (4.24)$$

mit dem relativem Zuwachs der Bewertungsfunktion  $\varepsilon = \frac{\chi_{k+1}^2}{\chi_k^2} - 1 > 0$ . Die Größe  $\varepsilon$  ist also ein Maß für die *Verschlechterung* des Modells und die Konstante  $\theta$  bestimmt in welchem Umfang eine Abnahme der Modellgüte bei einem Aufstieg in der  $\chi^2$ -Verteilung toleriert wird. Setzt man z.B.  $\theta = 0.2$ , so wird einer Zunahme des  $\chi^2$  um 20% mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p \sim 36.8\%$  stattgegeben.

Die Vorschrift (4.23) ermöglicht es der Kette also stets aus einem Minimum zu entkommen, wenn auch die Wahrscheinlichkeit mit dem Betrag des lokalen Gradienten abnimmt. Diese Überlegung war die ursprüngliche Motivation für die Implementierung dieser Kühlung. Da die Optimierung in einem hochdimensionalen Raum durchgeführt wird, findet der Algorithmus bei lokalen Minima meist einen Ausweg. Durch Kopplung der Temperatur an die untersuchte Verteilung gleicht die Optimierung in flachen Gebieten einem *random walk*, Gradienten werden stochastisch gefolgt und tiefe Minima zwingen zu einem längeren Aufenthalt. In einigen Fällen kann es bei ungünstiger Wahl der Vorschlagsdichte  $\mathcal{Q}$  zu einem unerwünschten Halten der Kette kommen, weil zuviele Kandidaten außerhalb des lokalen Minimums generiert werden. Um diesem Verhalten vorzubeugen und trotzdem uninteressante Gebiete schnell durchqueren zu können wurden verschiedene Techniken implementiert und erprobt, die im nächsten Abschnitt diskutiert werden.

### 4.3.2. Heizung und adaptive Schrittweitenregelung

In dieser Arbeit wird die Gaußverteilung

$$\mathcal{Q} = \prod_{j=1}^n \exp\left[-\frac{\Delta a_j^2}{2\beta_j^2}\right] \quad (4.25)$$

als Vorschlagsdichte verwendet, die symmetrisch ist und wegen  $\mathcal{Q}(\mathbf{a}'|\mathbf{a}) > 0$  für alle  $\mathbf{a}, \mathbf{a}' \in \Omega$  die nützliche Eigenschaft besitzt mit endlicher Wahrscheinlichkeit Hindernisse im Parameterraum untertunneln zu können. Neben der Temperatur  $\tau$  sind die *Schrittweiten*  $\beta_j$  die

<sup>8</sup>engl.: *Quenching*

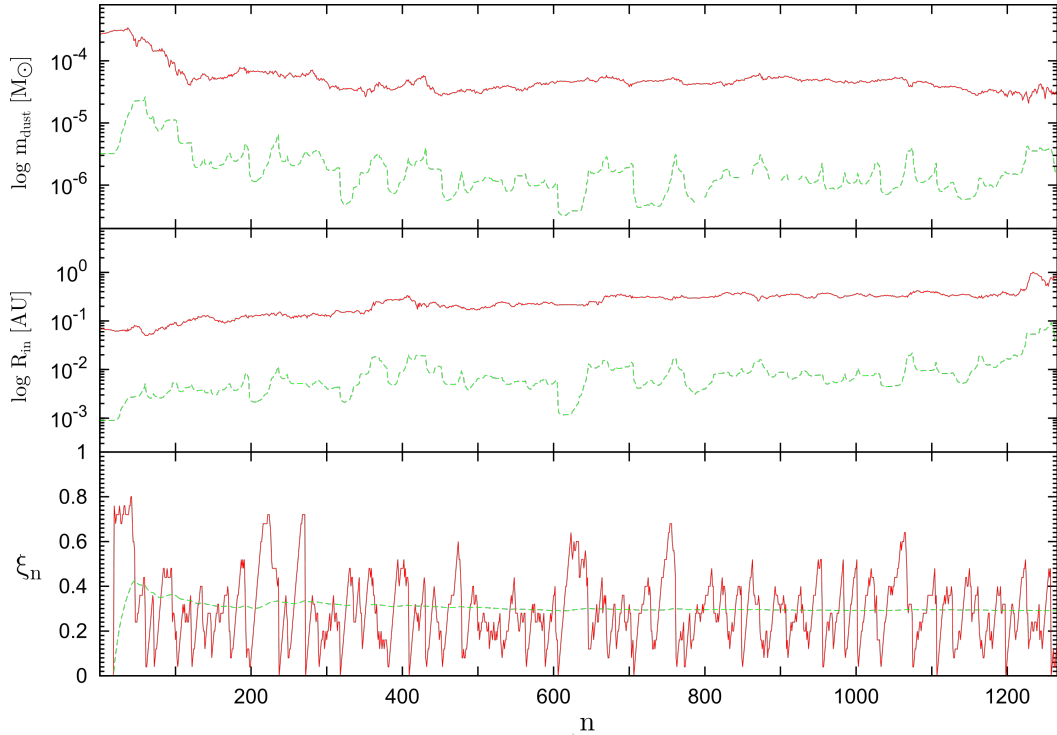


Abbildung 4.2.: Zeitlicher Verlauf der Regelung von  $m_{\text{dust}}$  und  $R_{\text{in}}$  (rot) und korrespondierender Schrittweiten  $\beta_i$  (grün) während einer typischen Optimierung. Die lokale Akzeptanzrate  $\xi$  (rot) schwankt um  $\xi_{\text{LD}}$  und die gemittelte Akzeptanzrate (grün) konvergiert asymptotisch gegen diesen Wert.

wichtigsten Parameter des Algorithmus und müssen an die Verteilung angepasst werden. Als Anfangswert hat sich in der Praxis  $\lesssim 5\%$  der jeweiligen Intervallbreite im Parameterraum bewährt.

Trotzdem kann mit einer statischen Vorschlagsverteilung  $\mathcal{Q}$  beim Erreichen eines lokalen Minimums mit starken Gradienten die Kette fixiert werden, da nur Kandidaten außerhalb des Minimums generiert werden. Um dieses *Einfrieren* zu erkennen, wird die *lokale Akzeptanzrate* der Kette

$$\xi_n = \frac{1}{l} \sum_{m=n-l+1}^n \kappa_m \quad (4.26)$$

betrachtet, wobei  $(\kappa_m) \in \{0, 1\}$  die Folge der Entscheidungen des Algorithmus und  $l \sim 25$  die Tiefe des Rückblicks sind. Ein Einfrieren der Kette führt dann zu einem Absinken  $\xi_n \rightarrow 0$  und als Gegenmaßnahme kann die Temperatur der Kette gemäß

$$\tau_{n+1} = \gamma \tau_n \quad (4.27)$$

mit  $\gamma \gtrsim 1$  erhöht werden, solange  $\xi_n$  eine gewählte Schranke  $\lesssim 0.1$  unterschreitet. Diese zusätzliche Heizung in Abhängigkeit von der lokalen Akzeptanzrate der Kette wurde *ad hoc* implementiert und verhindert effektiv das Einfrieren. Dieser Ansatz behebt jedoch nicht das eigentliche Problem, die schlechte Anpassung der Schrittweiten an die lokalen Eigenschaften der untersuchten Verteilung.

Nach Roberts et al. (1997) diffundiert die Markow-Kette mit einer Vorschlagsdichte der Form (4.25) optimal durch den Parameterraum, wenn die Akzeptanzrate der Kette im Limes  $n \rightarrow \infty$  gegen  $\xi_{LD} \sim 0.234$  geht. Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Dimension und motiviert eine Regelung der Schrittweiten zur Erzielung dieses Sollwerts, indem die  $l$  zurückliegenden Parameteränderungen  $\Delta a_{m,j}$  analysiert werden um die  $\beta_j$  anzupassen. Im Folgenden bezeichnet  $(\mathbf{a}_k)$  die Folge der vom Algorithmus vorgeschlagenen Kandidaten unabhängig von ihrer Akzeptanz und  $(\bar{\mathbf{a}}_k)$  die eigentliche Markow-Kette der akzeptierten Zustände in  $\Omega$ , so wie in Algorithmus 1 beschrieben. Dann berechnet man für die  $l$  vorausgehenden Schritte, also  $m = n - l + 1, \dots, n$ , die Vektoren mit den Komponenten

$$c_{m,j} = \left| \frac{a_{m,j} - \bar{a}_{m-1,j}}{\bar{a}_{m-1,j}} \right|, \quad (4.28)$$

die ein Maß für die relative Änderung der Parameter beim  $m$ -ten Schritts für die Dimensionen  $j = 1, \dots, D$  darstellen. Durch getrenntes Addieren der Vektoren  $\mathbf{c}_m \in \mathbb{R}^D$  für erfolgreiche und mißlungene Vorschläge werden zwei neue Vektoren

$$\mathbf{g}_n = \sum_{m=n-l+1}^n \kappa_m \mathbf{c}_m, \quad \mathbf{b}_n = \sum_{m=n-l+1}^n (1 - \kappa_m) \mathbf{c}_m, \quad (4.29)$$

konstruiert, die den Einfluss von guten ( $\mathbf{g}_n$ ) und schlechten ( $\mathbf{b}_n$ ) Entscheidungen der letzten  $l$  Schritte für jede Dimension quantifizieren. Liegt die lokale Akzeptanzrate über dem Sollwert, also  $\xi_n > \xi_{LD}$ , so sind die Schrittweiten zu klein gewählt und können vergrößert werden um riskantere Vorschläge zu generieren. Im umgekehrten Fall ist es ratsam die Schrittweiten zu verkleinern, um die Umgebung vorsichtiger abzutasten. In beiden Fällen wird der Faktor

$$w = 1 + (\xi_n - \xi_{LD}) \quad (4.30)$$

für eine proportionale Skalierung der Schrittweiten verwendet. In der ersten Version der Regelung wurde dabei jeweils nur eine Schrittweite variiert, konkret die kleinste Komponente von  $\mathbf{g}_n$  für  $w > 1$  oder die größte Komponente von  $\mathbf{b}_n$  für  $w < 1$ . Diese Variante wurde erfolgreich für die Parameterstudie von HH 30 eingesetzt, die in Kapitel 6 vorgestellt wird, und ist in Madlener et al. (2012) wie hier beschrieben veröffentlicht worden. Auch die Vergleichsstudie Liu et al. (2012) zwischen Anpassung mit einer Datenbank und SA wurde mit dieser Implementierung durchgeführt, s. Kapitel 5.3.

Diese Variante erreicht prinzipiell das Regelziel  $\xi_{LD}$ , doch es konnte bei einigen Ketten ein gravierender Nachteil beobachtet werden.

Da jeweils nur eine Schrittweite variiert wird, kann nur langsam auf Veränderungen der  $\chi^2$ -Landschaft reagiert werden. Die Kette kann dabei in einer Dimension einfrieren, falls die entsprechende Schrittweite  $\beta_j$  während einer Phase mit kleinem  $\xi_n$  auf kleine Werte eingestellt wird und im weiteren Verlauf der Optimierung dieser Parameter keine starke relative Bedeutung in (4.28) mehr erreicht. Um dieses Einfrieren zu verhindern kann als erste Maßnahme eine untere Schranke  $u_j$  für die Schrittweiten vorgegeben werden, was allerdings willkürlich ist und das Problem der langsamen Regelung nicht lösen kann. Nach einigen Ansätzen wurde das Verfahren schließlich durch Interpolation auf alle Dimensionen



erweitert. Dazu werden die Vektoren  $\mathbf{g}_n$  und  $\mathbf{b}_n$  aus (4.29) zunächst durch Teilen mit der maximalen Komponente normiert:

$$\bar{\mathbf{g}}_n = \mathbf{g}_n / \|\mathbf{g}_n\|_\infty, \quad \bar{\mathbf{b}}_n = \mathbf{b}_n / \|\mathbf{b}_n\|_\infty. \quad (4.31)$$

Ist  $w > 1$ , so werden alle Schrittweiten  $\beta_i$  durch Multiplikation mit dem Faktor

$$f_i = (1 - \bar{g}_{i,n})\theta w \quad (4.32)$$

vergrößert und im umgekehrten Fall mit

$$f_i = \bar{b}_{i,n}\theta w \quad (4.33)$$

verkleinert, wobei die Konstante  $\theta \lesssim 1$  der Einstellung der Empfindlichkeit der Regelung dient.

### 4.3.3. Abbruchkriterium

Der einfachste Ansatz für den Abbruch der Optimierung ist wie bei monotonen Kühlvorschriften die Vorgabe einer finalen Temperatur  $\tau_f$ , bei deren Unterschreitung die Kette zum Halten gebracht wird (Nourani und Andresen 1998). Im Gegensatz zum monotonen Fall kann jedoch *a priori* nicht abgeschätzt werden, ob dieses Kriterium während der Optimierung tatsächlich erfüllt werden kann, also welches  $\tau_f$  sinnvoll ist, da die Eigenschaften der  $\chi^2$ -Verteilung zunächst unbekannt sind. Die nicht-monotone Kühlvorschrift (4.23) besitzt darüber hinaus stets eine endliche Wahrscheinlichkeit ein lokales Optimum zu verlassen. Die Kette wird jedoch in der Umgebung eines Optimums zu einem längeren Aufenthalt neigen, was ein alternatives Kriterium motiviert die Kette zu beenden. Wenn die Temperatur  $\tau$  für eine vorgegebene Anzahl von Schritten  $n \sim 100$  unterhalb einer *Schwelle*  $\tau_b$  verbleibt, also  $\tau < \tau_b$  gilt, wird die Kette gestoppt. Zur Definition der Schwelle  $\tau_b$  muss entweder eine bereits durchgeführte Markow-Kette analysiert werden um die Tiefe eines Optimums der  $\chi^2$ -Verteilung zu schätzen, oder man setzt zur Laufzeit der Kette  $\tau_b = \gamma\tau_*$  für die tiefste mit der Kette bisher erreichten Temperatur  $\tau_*$  und  $\gamma \gtrsim 1$ . Ein verwandter Ansatz ist die Schwankung  $\Delta\tau \sim \Delta\chi^2$  zwischen je zwei aufeinander folgenden akzeptierten Zuständen zu berechnen und analog nach einer vorgegebenen Zahl von Schritten unterhalb einer Schranke  $\Delta\tau_b$  die Optimierung zu halten. Um eventuelle statistische Schwankungen zu verringern ist die Verwendung eines gleitenden Mittelwerts empfehlenswert, s. Abbildung 5.5.

### 4.3.4. gestufte Optimierung

In der Anwendung liegen meist gemischte Beobachtungen vor, also Datensätze von unterschiedlichen Instrumenten mit voneinander abweichendem Signal-zu-Rausch-Verhältnis<sup>9</sup> (SNR) und unterschiedlichen Methoden zur Berechnung des  $\chi^2$ . Will man diese Beobachtungen gleichzeitig optimieren, so kann man die korrespondierenden  $\chi_\alpha^2$  berechnen und linear gewichten, also die Summe

$$\chi_{\text{total}}^2 = \sum_{\alpha} g_{\alpha} \chi_{\alpha}^2 \quad (4.34)$$

---

<sup>9</sup>engl.: *Signal-to-Noise Ratio*

bestimmen. Dieser direkte Ansatz ist prinzipiell korrekt, es ist jedoch nicht direkt ersichtlich, welche Gewichte  $g_\alpha$  in (4.34) eingesetzt werden sollen. Die Daten unterscheiden sich i. A. nicht nur im SNR, sondern auch in der Dynamik der  $\chi^2$ -Verteilung, vor allem bei einer Mischung aus Photometrie, aufgelösten Bildern und Visibilitäten. Abhängig vom Modell und dem untersuchten Parameterbereich kann die Differenz  $\Delta\chi_\alpha^2$  zwischen gut und schlecht angepassten Modellen und der relative Kontrast  $\Delta\chi_\alpha^2/\chi_\alpha^2$  sehr unterschiedlich ausfallen. Eine Abschätzung dieser Eigenschaften der individuellen Verteilungen kann aber erst *nach* einer Optimierung erfolgen. Darüber hinaus müssen alle Terme der Summe (4.34) vorliegen, um die Entscheidung für oder gegen einen konkreten Parametersatz treffen zu können. Da die Bestimmung von  $\chi_{\text{total}}^2$  in diesem Fall die Berechnung aller Vorhersagen  $\mu_a(\mathbf{x})$  erfordert, wird stets mehr Rechenzeit beansprucht als für die Bestimmung einzelner  $\chi_\alpha^2$ . Es ist daher naheliegend die  $\chi_\alpha^2$  sequentiell auszuwerten und nach jeder Berechnung zu überprüfen, ob das vorgeschlagene Modell verworfen oder weitere Vorhersagen generiert werden sollen. Wenn nach der Berechnung eines  $\chi_\alpha^2$  das Modell disqualifiziert wird, können Ressourcen eingespart werden, da keine weiteren Vorhersagen bestimmt werden müssen. Besonders effizient ist es daher mit schnellen Vorhersagen zu beginnen und zeitintensive Berechnungen, wie die Erstellung von Streubildern, erst später durchzuführen. Um dieses Verfahren mit SA zu implementieren muss für jeden Datensatz ein eigener Kontrollparameter  $\tau_\alpha$  eingeführt werden. Diese Temperaturen werden bei jedem Teilschritt in den Boltzmannfaktor (4.24) eingesetzt und die Akzeptanzwahrscheinlichkeit für jede Stufe ausgewertet. Nur wenn alle Stufen erfolgreich durchlaufen werden, wird ein Kandidat akzeptiert und die Temperaturen gemäß (4.23) aktualisiert. Nach Ablauf der Optimierung können die Gewichte unter Berücksichtigung der dann vorliegenden Informationen über die  $\chi^2$ -Verteilung festgelegt werden.

### 4.3.5. Lokale Konfidenzintervalle

Die Angabe eines Fehlerintervalls  $\Delta\mathbf{a}$  ist notwendig, um die *Konfidenz* in ein gefundenes Optimum  $\mathbf{a}_*$  zu quantifizieren. Dazu bietet sich die Charakterisierung der Umgebung durch Markow-Ketten an, die von  $\mathbf{a}_*$  gestartet werden. Die Ketten sammeln dabei eine ausreichend große Stichprobe der Umgebung des Optimums, in der Regel  $\gtrsim 1000$  Parametersätze. Bei Verwendung der nicht-monotonen Kühlvorschrift (4.23) verbleiben die Ketten i.A. hinreichend lange in der Nähe des Optimums. Wenn sich die Ketten zu schnell vom Optimum entfernen, kann mit verkleinerten Schrittweiten  $\beta_j$  neu gestartet werden.

Die Konstruktion des Fehlerintervalls erfolgt durch Festlegung einer *Konfidenzschranke*  $\Delta\chi_{\text{conf}}^2$ . Aus der Stichprobe ergibt sich  $\Delta\mathbf{a}$  meist als asymmetrisches Intervall, dass alle Parametersätze mit  $\chi^2 \leq \chi_*^2 + \Delta\chi_{\text{conf}}^2$  umfasst, s. Abbildung 4.3.

Die kanonische Idee zur Bestimmung der Schranke  $\Delta\chi_{\text{conf}}^2$  bei normalverteilten Fehlern ist das Konzept des *reduzierten*  $\chi^2$

$$\chi_{\text{red}}^2 = \frac{\chi^2}{K}, \quad (4.35)$$

wobei  $K$  die Anzahl der *Freiheitsgrade* des Modells bezeichnet. Für ein *lineares* Modell ist  $K \leq N - P$  mit der Anzahl der unabhängigen Messungen  $N$  und der Dimension des Parameterraums  $P$ . Gleichheit in (4.35) gilt nur, wenn die Basisfunktionen des Modells unabhängig sind (Andrae et al. 2010). Man erwartet dann  $\chi_{\text{red}}^2 \sim 1$  und kann  $\Delta\chi_{\text{conf}}^2 := 1$

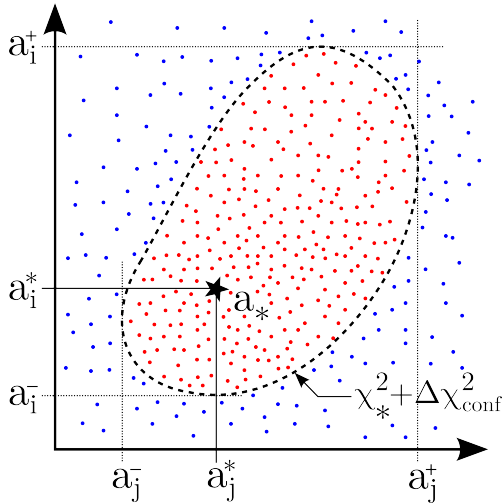


Abbildung 4.3.: Konstruktion des Konfidenzintervalls durch Abtasten der Umgebung des Optimums  $\mathbf{a}_*$  mit Markow-Ketten. Die Konfidenzschranke  $\Delta\chi_{\text{conf}}^2$  legt fest, welche Parametersätze innerhalb (rot) oder außerhalb (blau) des Bereichs liegen. Für jede Dimension wird so ein i.A. asymmetrisches Intervall  $[a_j^-, a_j^+]$  um  $a_j^*$  definiert.

setzen. Die Interpretation von  $\chi_{\text{red}}^2$  in dieser Form ist für das hier betrachtete inverse Problem jedoch nicht sinnvoll. So ist die Anzahl der Freiheitsgrade nicht direkt bestimmbar und hängt bei nicht-linearen Modellen von der Position im Parameterraum ab, daher kann in diesem Fall  $K$  nicht abgeleitet werden. Systematische Abweichungen des Modells von der Realität führen darüber hinaus zu einer Erhöhung von  $\chi_{\text{red}}^2$ .

Die unkritische Verwendung von  $\chi_{\text{red}}^2$  ist daher nicht sinnvoll und es muss mit Hilfe der Stichprobe eine sinnvolle Schranke  $\Delta\chi_{\text{conf}}^2$  *geschätzt* werden, indem eine tolerierbare Abweichung zwischen Vorhersage und Beobachtung festgelegt wird. Dazu untersucht man die größten Diskrepanzen der nach steigendem  $\chi^2$  sortierten Parametersätze und legt Kriterien für akzeptable lokale Abweichungen fest, z.B. ein  $3\sigma$ -Intervall. Letztlich liegt es im Ermessen des Nutzers welche Differenzen noch akzeptierbar sind, da die verwendeten Modelle i.A. zu idealisiert sind und daher systematische Abweichungen enthalten. Meist ist  $\Delta\chi_{\text{conf}}^2 \sim \alpha\chi_*^2$  mit  $\alpha \lesssim 1$  ein guter Ansatz.

## 4.4. Strahlungstransport

An dieser Stelle soll ein Überblick über die Methode gegeben werden, ausführliche Abhandlungen über die Lösung von (2.16) mit MC finden sich in Carter und Cashwell (1975) und Whitney (2011), der in dieser Arbeit verwendete Code MC3D ist detailliert in Wolf et al. (1999) und Wolf (2003b) beschrieben.

Monte-Carlo-Strahlungstransport<sup>10</sup> (MCRT) beruht auf der stochastischen Simulation individueller Trajektorien von Teilchenpaketen und einer Abschätzung der Intensitäten durch Registrierung der Richtung, Frequenz und Energie dieser Pakete beim Durchlaufen und Verlassen des *Simulationsraums*. Hier werden Photonen betrachtet, die sich erheblich schneller als die Materie in YSOs bewegen, daher kann die Zeitabhängigkeit in (2.16) vernachlässigt werden. Ist die Polarisierung der Strahlung von Interesse bietet sich eine Beschreibung der Pakete mit dem *Stokes-Vektor* an (Code und Whitney 1995), s. Anhang B.1. Neben den Intensitäten wird auch eine selbst-konsistente Lösung der Temperaturverteilung gesucht. Für *lokales thermisches Gleichgewicht* (LTE) und unter Vernachlässigung von Dissipation

<sup>10</sup>engl.: *Monte Carlo Radiative Transfer*

gilt dann

$$\int_0^\infty \kappa_\nu \rho_d B_\nu [T_d] d\nu = \int_0^\infty \kappa_\nu \rho_d J_\nu d\nu, \quad (4.36)$$

mit der *mittleren Intensität*  $J_\nu$ , die sich aus Mittelung der Intensität  $I_\nu$  über den gesamten Raumwinkel ergibt. Die gesamte aus allen Richtungen einfallende und absorbierte Intensität muss also der über Wärmestrahlung abgegebenen Energiemenge entsprechen.

Als erster Schritt wird ein Modell des betrachteten Objekts als Algorithmus implementiert, mit dem die Dichte  $\rho_d$  und die optischen Eigenschaften des Staubs in Abhängigkeit des Ortes  $\mathbf{r}$  berechnet oder eingelesen werden können. Dazu wird der Simulationsraum definiert, in *Energiespeicherzellen*<sup>11</sup> (ESC) zerlegt und Tabellen mit Eigenschaften des Staubs und der Zellen angelegt. Die Form des Simulationsraums und die Partitionierung in ESCs orientiert sich dabei an den Symmetrien des betrachteten Modells. Für die hier untersuchten zirkumstellaren Scheiben mit einer zentralen Quelle wird eine Kugel und sphärische Koordinaten  $(r, \phi, \theta)$  verwendet. Der Protostern ist gegeben durch Ort  $\mathbf{r}_*$ , Leuchtkraft  $L_*$  und Spektrum  $F_\nu$  und kann bei den hier betrachteten Skalen als Punktquelle angenommen werden, multiple Quellen können durch Wiederholung der im Folgenden beschriebenen Prozedur behandelt werden.

Für jede Quelle wird ein Frequenzbereich definiert, der für die Simulation relevant ist (Wolf und Henning 2000), und die Anzahl der Photonenpakete  $N_{\text{phot}}$  für die Simulation gewählt. Die Zahl der Pakete bestimmt die Qualität der Ergebnisse und zeitliche Dauer der Simulation, da  $\Delta I \sim \sqrt{N_{\text{phot}}}$  und  $t_{\text{sim}} \sim N_{\text{phot}}$  gilt. Der Frequenzbereich wird logarithmisch in Intervalle partitioniert und abhängig von  $F_\nu$  werden Pakete mit gleicher Energie  $E_{\text{phot}} = L_*/N_{\text{phot}}$  mit der jeweiligen Intervallfrequenz simuliert.

Die Verfolgung einer Trajektorie beginnt mit der Emission eines Photonenpakets von der Position der Quelle  $\mathbf{r}_*$  durch Auswahl einer Richtung und optischen Tiefe. Dazu werden drei Zufallszahlen  $\xi_\phi, \xi_\theta, \xi_\tau \in [0, 1[$  berechnet und mit

$$\phi = 2\pi\xi_\phi \quad (4.37)$$

$$\cos \theta = 2\xi_\theta - 1 \quad (4.38)$$

$$\tau = -\ln[\xi_\tau] \quad (4.39)$$

die Richtung  $(\phi, \theta)$  und optische Tiefe  $\tau$  bestimmt. Durch Integration der Extinktion  $\rho_d \xi_\nu$  entlang des Richtungsvektors

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

bis zum Erreichen der mit (4.39) bestimmten optischen Tiefe  $\tau$  wird die Position der nächsten Wechselwirkung des Pakets bestimmt. Wie die Trajektorie weiter verläuft wird durch die lokale *Albedo*

$$A = \frac{\sigma_\nu}{\xi_\nu} \quad (4.41)$$

---

<sup>11</sup>engl.: *Energy Storage Cell*

des Mediums entschieden. Es bieten sich prinzipiell zwei Varianten zur Behandlung der Wechselwirkung an. Entweder wird die Energie des Photons um  $1 - A$  reduziert und der gestreute Anteil weiter propagiert bis die Energie des Pakets eine vorgegebene Schwelle  $\epsilon$  unterschreitet, oder es wird eine weitere Zufallszahl  $\xi_A \in [0, 1[$  erzeugt und für  $\xi_A < A$  ohne Energieverlust gestreut und sonst das Photon komplett absorbiert.

Die zweite Variante bietet sich zusammen mit der Methode zur Temperaturkorrektur durch *direkte Reemission* nach Bjorkman und Wood (2001) für optisch dichte Systeme an. Dabei wird (4.36) mit dem Ausdruck

$$\sigma T_i^4 = \frac{N_i L_*}{4N_{\text{phot}} \kappa_{\text{P}}[T_i] m_i} \quad (4.42)$$

genähert, mit der Temperatur  $T_i$ , Masse  $m_i$  und der Anzahl absorbierter Photonen  $N_i$  der betrachteten Zelle, sowie der *mittleren Planckschen Opazität*

$$\kappa_{\text{P}} = \frac{\pi}{\sigma T^4} \int_0^\infty B_\nu \kappa_\nu d\nu, \quad (4.43)$$

die zum iterativen Lösen von (4.42) tabelliert wird. Nach Bestimmung des Temperaturanstiegs  $\Delta T$  wird durch Aussenden eines Photons mit einer aus dem Differenzspektrum

$$j_\nu = \kappa_\nu (B_\nu[T_i] - B_\nu[T_i - \Delta T]) \approx \kappa_\nu \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \Delta T_i \quad (4.44)$$

ausgewählten neuen Frequenz das ausgestrahlte Spektrum der Zelle korrigiert. Im Laufe der Simulation konvergiert die Temperaturverteilung dann ohne Iteration gegen die gesuchte selbst-konsistente Lösung. In kalten und dichten Bereichen nimmt die Wellenlänge der reemittierten Photonen zu, so dass die Chance auf ein Entkommen des Photonenpakets aus diesem Bereich erhöht wird.

Bei einer Reemission kann die Richtung des neuen Pakets wie in (4.37) und (4.38) gewählt werden, bei einer Streuung muss die Streuphasenfunktion  $\Phi$  berücksichtigt werden, z.B. mit der Verwerfungsmethode wie in (4.7) beschrieben. Eine beliebige Phasenfunktion, die auch direkt invertiert werden kann, ist die *Henyeys-Greensteins-Phasenfunktion*

$$\Phi(\theta) = \frac{1 - g^2}{1 + g^2 - 2g \cos \theta}, \quad (4.45)$$

die eine Funktion des *Asymmetriefaktors*  $g = \langle \cos \theta \rangle$  ist (Henyey und Greenstein 1941; Witt 1977). In dieser Arbeit wurde die Phasenfunktion nach Mie verwendet, die vor dem eigentlichen Programmablauf berechnet und tabelliert wird.

Nach der Bestimmung der neuen Richtung wird eine neue optische Tiefe mit (4.39) ermittelt und die Extinktion aufintegriert, bis die nächste Position erreicht ist. Dieser *random walk* wiederholt sich bis der Simulationsraum verlassen wird oder, im Falle von partieller Absorption, die Energie des Pakets unter die vordefinierte Schwelle  $\epsilon$  sinkt. Die Eigenschaften der austretenden Photonenpakete werden registriert und können für die Abschätzung der gesuchten Beobachtungsgrößen verwendet werden.

## 5. Modellierung

Nach Vorstellung der Methoden zur Beobachtung, des Optimierungsverfahrens *Simulated Annealing* und der Lösung des Strahlungstransportproblems in den vorigen Kapiteln, stehen alle zur Modellierung notwendigen Werkzeuge bereit. Da die im Folgenden vorgestellten Überlegungen universell anwendbar sind, wird die Modellierung zunächst abstrakt behandelt.

Eine *physikalische Messung* entspricht einem Paar von Zufallsvariablen  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ . Die Durchführung der Messung ist ein Zufallsexperiment und führt zu einer Menge von Paaren  $\mathbf{D} = \{(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)\}$ , wobei die erste Komponente  $\mathbf{x}_k$  einen *Index* mit Metainformation wie Zeit, Position, Wellenlänge oder Basislänge bezeichnet und die zweite Komponente  $\mathbf{y}_k$  die eigentliche Messgröße darstellt. Die dem jeweiligen Messprozeß zugrunde liegende Verteilung kann durch wiederholte Durchführung der Messung bestimmt werden<sup>1</sup> und wird meist durch Angabe von Fehlerintervallen  $(\Delta \mathbf{x}_k, \Delta \mathbf{y}_k)$  charakterisiert. Hierbei wird i.A. eine Normalverteilung implizit angenommen, wobei die Gültigkeit dieser Annahme im Einzelfall zu überprüfen ist, insbesondere auf die Anwesenheit von *Ausreißern*. Die Zerlegung in Paare ist nicht eindeutig, sondern folgt praktischen Erwägungen. So können Messpunkte zusammengefasst werden, um durch Mittelung das SNR zu verbessern.

Ein *Modell* besteht aus mathematischen Relationen, die aus einer Reihe von Rechenvorschriften quantitative Vorhersagen für den Satz von Beobachtungen  $\mathbf{D} = \{(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)\}$  erzeugen. Eingaben für diesen *Algorithmus* sind der jeweilige Index  $\mathbf{x}_k$  und ein konstanter *Parameter*  $\mathbf{a}$  aus einer vom untersuchten Phänomen abhängigen Grundmenge  $\Omega$ , dem *Parameterraum* des Modells. Unabhängig von der konkreten Implementierung kann das Modell als eine Abbildung

$$\begin{aligned} \mu : \Omega \times I &\rightarrow V \\ (\mathbf{a}, \mathbf{x}) &\mapsto \mu(\mathbf{a}, \mathbf{x}) := \mu_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) \end{aligned} \tag{5.1}$$

verstanden werden, die jedem Parameter  $\mathbf{a} \in \Omega$  eine Abbildung  $\mu_{\mathbf{a}}$  zuordnet, mit der Vorhersagen  $\mu_{\mathbf{a}}(\mathbf{x})$  für die Messwerte  $\mathbf{y}$  generiert werden können. In der Praxis muss  $\mu_{\mathbf{a}}$  berechenbar sein und die Auswertung kann, abhängig von der Komplexität des Modells, den geschwindigkeitsbestimmenden Schritt der Untersuchung darstellen.

Es stellt sich die Frage, welcher Parametersatz  $\mathbf{a}_*$  für einen konkreten Satz von Beobachtungen  $\mathbf{D}$  am *besten angepasst*, also die höchste Wahrscheinlichkeit besitzt. Diese Frage kann nicht statistisch untersucht werden, da eine Verteilung für das Ziehen des Parameters  $\mathbf{a}$  in Abhängigkeit von einem gegebenen Datensatz  $\mathbf{D}$  und einem gewählten Modell  $\mu$  nicht direkt gegeben ist. Die Messung selbst stellt jedoch ein Zufallsexperiment dar und es ist sinnvoll die Frage zu untersuchen, wie wahrscheinlich das Auftreten eines konkreten Datensatzes  $\mathbf{D}$  für ein fest gewähltes Modell  $\mu$  und einen gegebenen Parameter  $\mathbf{a}$

---

<sup>1</sup>Anhänger von Bayes dürfen natürlich *a priori* eine Verteilung wählen und *posteriori* verbessern.

ist. Man kann die Frage nach dem wahrscheinlichsten Parametersatz  $\mathbf{a}_*$  daher mit der *Likelihood-Funktion*

$$\mathfrak{L}(\mathbf{a}|\mu, \mathbf{D}) := p(\mathbf{D}|\mu, \mathbf{a}) \quad (5.2)$$

umformulieren, indem das ursprüngliche Problem auf die Suche nach dem Maximum von  $\mathfrak{L}$  zurückgeführt wird. Dieser Ansatz wird *Maximum-Likelihood-Methode*<sup>2</sup> genannt. Besitzt die Verteilung mehrere Maxima, so nennt man das Modell *mehrdeutig* oder *degeneriert* und die Menge  $\Omega_* \subset \Omega$  der optimalen Parametersätze besteht aus mehr als einem Element. Gelingt für keinen Parametersatz  $\mathbf{a}$  die Reproduktion der Beobachtungen innerhalb sinnvoller Fehlergrenzen, so ist das Modell *falsifiziert* und eine Modifikation ist notwendig um eine bessere Übereinstimmung zwischen Vorhersage und Beobachtung zu erreichen. Dieser Prozess der *physikalischen Erkenntnis* verläuft über mehrere Iterationen zwischen empirischer Datensammlung und Theoriebildung, bis ein hinreichend zufriedenstellendes Modell  $\mu$  gefunden wird. Im Folgenden soll vorausgesetzt werden, dass ein solches Modell  $\mu$  gewählt worden ist.

Im Kontext der Astrophysik ist das Problem der Mehrdeutigkeit häufig anzutreffen, da die untersuchten Objekte der direkten Manipulation nicht zugänglich sind und Experimente sich auf die Registrierung von Signalen beschränken<sup>3</sup>. Die Beobachtung besteht dabei i.A. aus einer räumlich, spektral und/oder zeitlich aufgelösten Detektion von elektromagnetischer Strahlung. Erschwerend kommt hinzu, dass entfernte Objekte nur aus einer Richtung beobachtet werden können und die Distanz nicht direkt bestimmbar ist. Daher ist es von besonderer Bedeutung alle beobachtbaren Aspekte der Signale umfassend aufzulösen um die inhärenten Mehrdeutigkeiten zu reduzieren. Ziel der astrophysikalischen Untersuchung ist es Aufbau und Struktur des beobachteten Objekts zu ermitteln und ein Modell aufzustellen, das von einfachen Prinzipien ausgehend die Beobachtung erklären kann. Da *a priori* keine Informationen über die Verteilung der Materie und Lichtquellen vorliegen, steht man vor dem *inversen Strahlungstransportproblem*:

**Rekonstruiere aus räumlichen, spektralen und/oder zeitlich aufgelösten Beobachtungen von Strahlung die ursprüngliche Verteilung von Materie und Quellen.**

Diese Arbeit behandelt nur die Beobachtung und Modellierung astrophysikalischer Objekte im Kontinuum, daher kann die Klasse des hier betrachteten Problems deutlich eingeschränkt werden. Für eine Lösung genügt dann die Angabe der räumlichen Verteilung des Staubs, seiner optischen Eigenschaften, wie  $\sigma_\nu$ ,  $\kappa_\nu$ ,  $A_\nu$  und  $\Phi_\nu$ , und die Charakterisierung und Position von Strahlungsquellen, die man in guter Näherung als Punktquellen mit einem Schwarzkörperspektrum betrachten kann. Als Beobachtungen kommen Photometrie, räumlich aufgelöste Bilder und Visibilitäten des Kontinuums bei verschiedenen Wellenlängen in Frage. Prinzipiell lassen sich die im Folgenden diskutierten Ansätze ohne wesentliche Veränderung verallgemeinern, z.B. mit Linienstrahlung durch Berücksichtigung des Gases und seiner Dynamik und Einbeziehung von Quellen mit nicht-thermischen Spektren, wie AGN und Maser.

<sup>2</sup>Methode der maximalen Wahrscheinlichkeit

<sup>3</sup>Ausnahmen sind *in situ* Messungen in unserem Sonnensystem mit Sonden, wie u.a. *Deep Impact*, *Cassini/Huygens* und *Rosetta/Philae*.

## 5.1. Lösung des inversen Problems

Die Umkehr der Integro-Differentialgleichung (2.16) ist nur in einigen einfachen Fällen direkt möglich. Bei den hier untersuchten YSO mit zirkumstellaren Scheiben handelt es sich um Systeme von hoher optischer Tiefe, die unter einer zufälligen Inklination beobachtet werden. Daher kann das Problem nicht durch Linearisierung vereinfacht oder Symmetrien genutzt werden. Die einzige Vereinfachung liegt in der Vernachlässigung der Zeitabhängigkeit, da die dynamische Zeitskala deutlich über der Lichtlaufzeit liegt. Eine Lösung erfordert daher i.A. einen numerischen Ansatz unter Berücksichtigung aller Raumdimensionen.

Um das inverse Problem zu lösen wird als erster Schritt eine *Parametrisierung* von Materie und Quellen *postuliert*, mit der die Position der Strahlungsquelle(n) und die räumliche Verteilung  $\rho_d$  des Staubs, sowie dessen Eigenschaften und Zusammensetzung mit einem Vektor  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$  beschrieben werden kann. Durch Lösen der Strahlungstransportgleichung können daraus Vorhersagen  $\mu_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}_k)$  für die beobachteten Werte  $\mathbf{y}_k$ , also Bilder, Visibilitäten und photometrische Daten, berechnet und anschließend der Wert der Likelihood-Funktion  $\mathcal{L}$  bestimmt werden.

Es mag paradox erscheinen als ersten Schritt der Untersuchung eine Parametrisierung der gesuchten Konfiguration aufzustellen, da zu Anfang wenig Information vorliegt und dieses Vorgehen eine gewisse Beliebigkeit suggeriert. Die Aufstellung der Parametrisierung verlangt Erfahrung und Intuition, was durch die astrophysikalische Besonderheit verschärft wird, dass Objekte nur aus einer Perspektive beobachtet werden können. Letztlich stellt dieser Ansatz die Aufstellung einer *Hypothese* dar, die durch Vergleich mit der Beobachtung getestet wird.

Um diesen Vergleich durchzuführen muss jedoch zunächst die genaue Form von  $\mathcal{L}$  oder äquivalent von  $\log \mathcal{L}$  bekannt sein. Da astrophysikalische Messungen im Wesentlichen aus dem Nachweis von Photonen mit elektronischen Detektoren bestehen, sind die Fehler durch eine Kombination von Poisson- und Gaußverteilung gegeben. Wegen der hohen Zählraten im betrachteten Wellenlängenbereich kann in ausgezeichneter Näherung angenommen werden, dass die Messwerte insgesamt einer Normalverteilung folgen (Andrae 2010). Im Folgenden wird die Likelihood-Funktion daher mit der bekannten  $\chi^2$ -Verteilung

$$-\log \mathcal{L} = \chi^2 = \sum_{k=1}^d \frac{[\mathbf{y}_k - \mu_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}_k)]^2}{\sigma_k^2} \quad (5.3)$$

mit der Varianz

$$\sigma_k^2 = \Delta \mathbf{y}_k^2 + \left[ \frac{\partial \mathbf{y}_k}{\partial \mathbf{x}_k} \Delta \mathbf{x}_k \right]^2 \quad (5.4)$$

identifiziert. Die konkrete Berechnung hängt dabei von der betrachteten Beobachtungsgröße ab und wird im nächsten Abschnitt 5.2 ausführlich besprochen. Mit der Wahl einer Parametrisierung und der Festlegung von  $\log \mathcal{L}$  wird die Lösung des inversen Strahlungstransportproblems auf ein *Optimierungsproblem* zurückgeführt, bei dem die Bewertungsfunktion  $\mathcal{M}$  durch die  $\chi^2$ -Verteilung (5.3) gegeben ist und ein Parameter  $\mathbf{a}_*$  gesucht wird, der die Abweichung von Modell und Realität *minimiert*. Zur Durchführung dieser Optimierung bieten sich prinzipiell verschiedene Verfahren an, von denen in dieser Arbeit zwei betrachtet werden sollen.



Eine naheliegende Prozedur ist die *erschöpfende Suche* in  $\Omega$ , bei der auf einem diskreten Gitter  $G = \{\mathbf{a}_j\}$  im Parameterraum alle Vorhersagen  $\mu_{\mathbf{a}_j}(\mathbf{x}_k)$  für den gegebenen Datensatz  $\mathbf{D}$  berechnet und das Optimum durch das Minimum von  $\chi^2$  für dieses Ensemble gegeben ist. Dieser *brute force*-Ansatz ist jedoch nur in niedrig-dimensionalen Parameterräumen praktikabel, da der *Fluch der Dimensionalität* (Bellman 1961) für  $n \gtrsim 10$  durch exponentielles Wachstum der Anzahl notwendiger Vorhersagen die Aufstellung eines genügend feinen Gitters mit den heute verfügbaren Ressourcen unmöglich macht. Für Optimierungen in höheren Dimensionen bietet sich als Alternative eine iterative Suche an, bei der die Lösung sukzessive durch Vergleich zwischen Vorhersage und Beobachtung verbessert wird:

1. Die Strahlungstransportgleichung (2.16) wird für einen Parametersatz  $\mathbf{a}$  gelöst und die Vorhersagen des Modells  $\mu_{\mathbf{a}}(\mathbf{x}_k)$  berechnet,
2. die Güte der Anpassung wird durch Auswertung von  $\mathcal{L}$  bestimmt und anschließend wird
3. eine Modifikation des Parameters  $\mathbf{a}$  durchgeführt.

Die Schritte 1 bis 3 werden in einer Schleife wiederholt, bis eine ausreichende Übereinstimmung zwischen Vorhersage und Beobachtung erreicht ist. Dabei liegt der Schlüssel zum Erfolg dieses Ansatzes in der Konstruktion der Bahn durch den Parameterraum. Auch muss definiert werden, was unter einer *ausreichenden Übereinstimmung* zu verstehen ist, da nicht direkt ersichtlich ist, ob ein gefundenes Modell tatsächlich dem globalen Optimum entspricht. Prinzipiell sind mehrere Ansätze für die Optimierung durch iterative Suche denkbar, in dieser Arbeit wurde die MC-Methode *Simulated Annealing* (SA) angewendet, s. Kapitel 4.3 für die Details des Verfahrens und seiner Implementierung.

Im Falle der hier untersuchten YSOs kann die Parametrisierung der Staubverteilung konkret eingeschränkt werden. Von besonderer Bedeutung ist die *aufgeweitete Scheibe*<sup>4</sup>, die sich aus der Theorie der Akkretion mit  $\alpha$ -Viskosität ergibt (Shakura und Sunyaev 1973; Lynden-Bell und Pringle 1974; Pringle 1981) und heute das kanonische Modell von protoplanetaren Scheiben und anderen Akkretionsscheiben darstellt. Sind ausreichend Daten vorhanden können Modifikationen dieses Modells erforderlich sein, u.a. einfallende Hüllen, Lücken oder innere Löcher, Sedimentation und Verarmungszonen (D'Alessio et al. 2006; Sauter et al. 2009; Sauter und Wolf 2011; Madlener et al. 2012).

Um die Notwendigkeit solcher Modifikationen nachzuweisen, werden nach dem Prinzip von *Ockhams Rasiermesser* einfachere Modelle bevorzugt, da sie weniger Mehrdeutigkeiten enthalten und daher besser getestet werden können (Popper 1935). Man versucht also zunächst die Beobachtungsdaten mit einem einfachen Scheibenmodell zu erklären. Verbleiben nach der Optimierung signifikante Unterschiede zwischen Vorhersage und Beobachtung, so können entsprechende Veränderungen an der Parametrisierung vorgenommen werden, um diese Diskrepanzen zu erklären. Eine erfolglose Inversion stellt daher ein wichtiges Zwischenergebnis dar, das bei der Erweiterung oder Überarbeitung des Modells hilft. Der kanonische Ansatz für Scheiben wird im nächsten Abschnitt im Rahmen einer Vergleichsstudie vorgestellt, Modifikationen dieses Modells werden in den konkreten Studien in Teil III dieser Arbeit ausführlich behandelt.

---

<sup>4</sup>engl.: *Flared disk*

## 5.2. Berechnung von $\chi^2$

Identifikation der Bewertungsfunktion  $\mathcal{M}$  bzw. Likelihood-Funktion  $\mathcal{L}$  mit der  $\chi^2$ -Verteilung löst nicht die Aufgabe (5.3) und (5.4) für astrophysikalische Beobachtungen konkret zu berechnen. Für die hier behandelten Studien und die meisten astrophysikalischen Modellierungen bestehen diese Beobachtungen aus photometrischen Daten, aufgelösten Bildern und Visibilitäten, für die ein  $\chi^2$  bestimmt werden muss. Es wird im Folgenden vorausgesetzt, dass ein Modell  $\mu$  des Objekts und die Berechnung der Vorhersagen durch Lösung des Strahlungstransportproblems implementiert sind.

### 5.2.1. Photometrie

Die Beobachtung besteht aus einem Satz von Wellenlängen und Flüssen mit korrespondierenden Fehlern  $(\lambda_k \pm \Delta\lambda_k, F_k \pm \Delta F_k)$ , wobei die  $\lambda_k$  den zentralen Wellenlängen der verwendeten Filter entsprechen. Nach Berechnung der synthetischen Flüsse  $S_k$  für diese Wellenlängen kann die Bewertungsfunktion durch Auswertung der Summe

$$\chi_{\text{SED}}^2 = \sum_{k=1}^N \frac{[F_k - S_k]^2}{\sigma_k^2} \quad (5.5)$$

bestimmt werden, wobei die Varianzen durch den Ausdruck

$$\sigma_k^2 = \Delta F_k^2 + \left( \frac{\partial F_k}{\partial \lambda} \right)^2 \Delta \lambda_k^2 \quad (5.6)$$

gegeben sind. Bei breitbandigen Filtern kann die Varianz wegen der entsprechend großen Halbwertsbreite<sup>5</sup> (FWHM) durch den zweiten Term in (5.6) dominiert werden.

### 5.2.2. Bilder

Das optische System projiziert die aus der betrachteten Richtung eintreffenden Photonen auf einen zweidimensionalen Sensor, wie in Kapitel 3.1 beschrieben. Nach Reduktion der Beobachtung liegen die Daten als diskrete Matrix  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  vor, in der für jeden Pixel des Detektors die gezählten Photonen kodiert sind. Im Gegensatz zur Photometrie, bei der die gesamte vom Objekt stammende Intensität in einem Pixel gesammelt wird, sind bei aufgelösten Bildern zum Vergleich mit den Vorhersagen des Modells einige Vorarbeiten notwendig.

Das synthetische Bild ist ebenfalls durch eine Matrix  $\mathbf{R}$  gegeben, allerdings unterscheiden sich zunächst Abmessung, Größe der Pixel, sowie Position und Orientierung der Helligkeitsverteilung innerhalb von  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{R}$ . Für eine Berechnung von  $\chi_{\text{img}}^2$  müssen Beobachtung und Vorhersage *registriert* werden, also beide Matrizen derart transformiert werden, dass Pixel mit gleichem Index einander entsprechen. Als erster Schritt wird die Beobachtung  $\mathbf{A}$  skaliert, gedreht und der interessierende Teil  $\mathbf{B}$  ausgeschnitten, so dass für die anschließende Registrierung das synthetische Bild *nicht* rotiert werden muss. Die Rotation ist natürlich nur sinnvoll, wenn das beobachtete Objekt nicht isotrop ist. Nach Berechnung

---

<sup>5</sup>engl.: *Full Width Half Maximum*

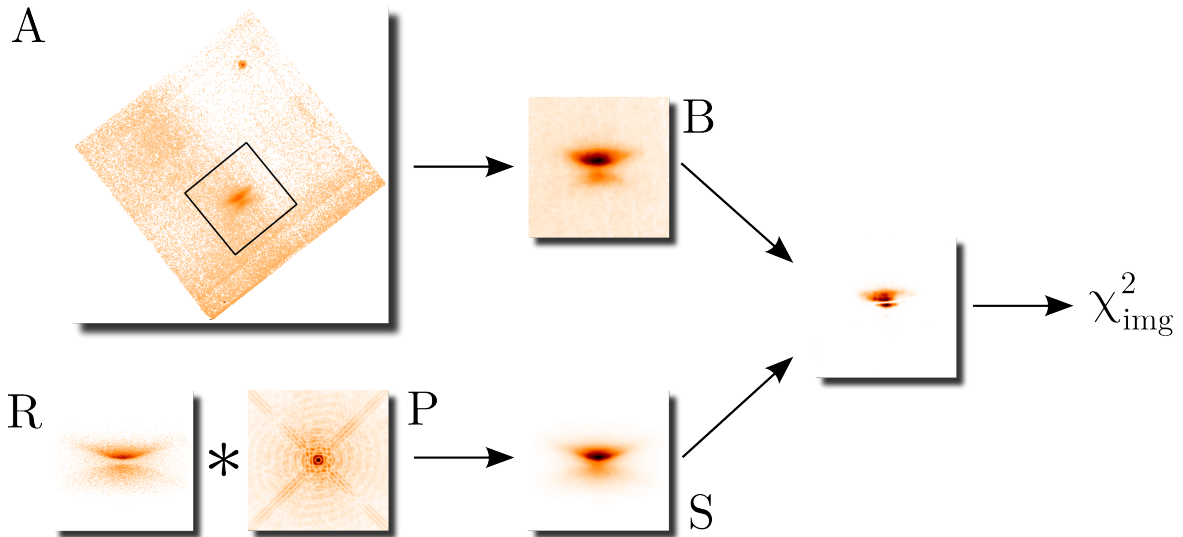


Abbildung 5.1.: Oben: Der interessierende Bereich der Beobachtung **A** wird ausgewählt und für den Vergleich mit der Vorhersage zur Matrix **B** transformiert. Unten: Das synthetische Bild **R** wird skaliert und mit der PSF **P** des optischen Systems gefaltet. Anschließend wird das Ergebnis **S** mit der Beobachtung **B** registriert und gemäß (5.8) zu  $\chi_{\text{img}}^2$  verrechnet.

des synthetischen Bildes **R** muss der Einfluss des optischen Systems durch Faltung mit **P** berücksichtigt werden. Dazu müssen Abmessung und Pixelgröße von **R** und der PSF durch Interpolation angepasst werden. Dieser Schritt bedeutet eine *Rediskretisierung*<sup>6</sup> mit einem überlagerten Gitter, bei dem die ursprüngliche Intensität auf Pixel mit neuen Abmessungen verteilt wird. Zur Kontrolle kann man den Gesamtfluss vor und nach der Rediskretisierung prüfen. In der Praxis wird die Pixelgröße der PSF an die Beobachtung **B** angepasst, um unnötigen Rechenaufwand zu vermeiden und die von **B** abhängige Varianz direkt verwenden zu können, s. Gleichung (5.8). Die Faltung von **R** mit der PSF ergibt die Vorhersage **S** für die vom Instrument beobachtete Helligkeitsverteilung.

Als letzten Schritt vor der Berechnung von  $\chi_{\text{img}}^2$  müssen die Matrizen **B** und **S** durch Translation registriert werden. Im einfachsten Fall kann zum Ausrichten der Bilder das Maximum der Intensität verwendet werden. Ist ein solches Merkmal nicht eindeutig gegeben kann die diskrete Kreuzkorrelation

$$[\mathbf{B} \star \mathbf{S}]_{kl} = \sum_{i,j=1}^{M,N} B_{ij} S_{i+k,j+l} \quad (5.7)$$

der Bilder verwendet werden, um den wahrscheinlichsten Translationsvektor  $\Delta \mathbf{r}_0$  zu bestimmen. Wenn das synthetische Bild **S** spiegelsymmetrisch ist, kann  $\Delta \mathbf{r}_0$  auch mit der Faltung  $\mathbf{B} \star \mathbf{S}$  bestimmt werden.

Nach erfolgter Rediskretisierung, Faltung mit der PSF und Registrierung wird die Summe

$$\chi_{\text{img}}^2 = \sum_{i,j=1}^{M,N} \frac{[B_{ij} - S_{ij}]^2}{\sigma_{ij}^2} \quad (5.8)$$

<sup>6</sup>engl.: *Rebinning*

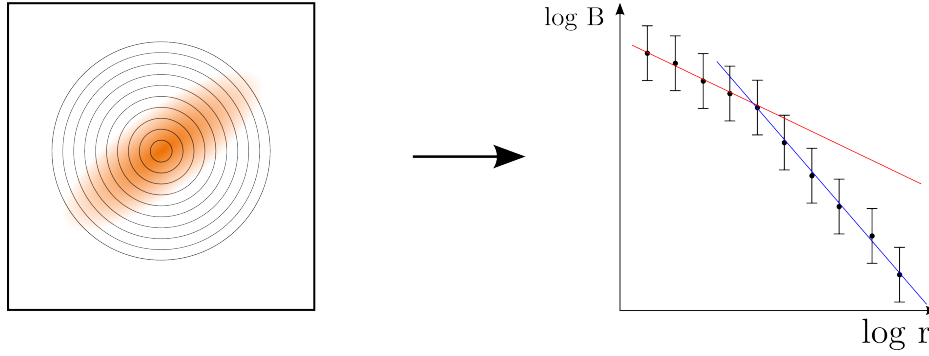


Abbildung 5.2.: Die radiale Mittelung um ein Zentrum erfolgt durch Definition von konzentrischen Kreisen mit linear zunehmenden Radius und Mittelung über die so definierten Stichproben.

mit der Varianz

$$\sigma_{ij}^2 = \sigma_{\text{read}}^2 + [\sigma_{\text{flat}} B_{ij}]^2 + B_{ij} + D_{ij} \quad (5.9)$$

berechnet, wobei  $\sigma_{\text{read}}^2$  das *Ausleserauschen*,  $\sigma_{\text{flat}}$  die Schwankung des Verstärkungsfaktors der Pixel und  $D_{ij}$  der Beitrag des *Dunkelstroms* zum ursprünglichen Bild ist (Burrows et al. 1996). Alternativ zu (5.9) kann die Standardabweichung einer Stichprobe des Hintergrunds verwendet werden. Eine Zusammenfassung der Prozedur zur Bestimmung von  $\chi_{\text{img}}^2$  ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

Bei schlechtem SNR der Bilddaten bietet sich eine radiale Mittelung der Intensität um das Zentrum der Helligkeitsverteilung an, also der Position des Sterns bzw. Koronagraphen. Dazu werden die Distanzen aller Pixel zum Zentrum berechnet und eine Einteilung in Stichproben durch Partitionierung des Abstands in Intervalle der Form  $[r_i, r_{i+1}[$  vorgenommen, den sogenannten *Bins*. Die Breite  $\Delta r_i$  der Intervalle stellt dabei einen Kompromiss zwischen SNR und gewünschter radialer Auflösung dar. Hier ist es sinnvoll für  $\sigma_r^2$  die Standardabweichung des Mittelwerts der Stichprobe zu verwenden. Mit den Mittelwerten der radialen Bins  $\langle B_k \rangle, \langle S_k \rangle$ ,  $m = 1, \dots, M$ , für Beobachtung und Simulation ergibt sich

$$\chi_{\text{rad}}^2 = \sum_{m=1}^M \frac{[\langle B_m \rangle - \langle S_m \rangle]^2}{\sigma_{r,m}^2}. \quad (5.10)$$

Die korrigierte Varianz des Mittelwerts des  $m$ -ten radialen Bins lautet

$$\sigma_{r,m}^2 = \frac{\langle B_m^2 \rangle - \langle B_m \rangle^2}{k_N} \quad (5.11)$$

mit dem Korrekturfaktor zur Kompensation der Verzerrung

$$k_N = N - \frac{3}{2} + \frac{1}{8(N-1)} \quad (5.12)$$

für eine Stichprobe vom Umfang  $N$  (Gurland und Tripathi 1971).

### 5.2.3. Visibilitäten

Die von einem Interferometer bestimmte Größe ist die komplexe Visibilität (3.8). Typische Heterodyninterferometer messen im (sub)mm-Bereich den Real- und Imaginärteil von  $\mathcal{V}$  unabhängig voneinander mit einem normalverteilten Fehler. Die Beobachtung besteht dann aus einer Folge von Paaren  $\mathbf{D} = \{(\mathbf{B}_k, \mathcal{V}_k)\}$  aus Basislinien  $\mathbf{B}_k = (u_k, v_k)$  und Visibilitäten  $\mathcal{V}_k = A_k + iB_k$ . Prinzipiell kann die Anpassung der Beobachtung, wie in 5.2.2 beschrieben, mit der entfalteten Helligkeitsverteilung durchgeführt werden. Es ist jedoch sinnvoll die Anpassung direkt im  $uv$ -Raum vorzunehmen, um Artefakte durch die Dekonvolution zu vermeiden. Dazu müssen aus dem Modell synthetische Visibilitäten  $\mathcal{S}_k = C_k + iD_k$  für die entsprechenden Basislängen  $\mathbf{B}_k$  generiert werden. Das synthetische Bild wird dazu zunächst mit einem Rand aus Nullen erweitert, um eine ausreichende Auflösung im Fourierraum zu erzielen, da zwischen der Anzahl und Abmessung der Pixel im Bild- und  $uv$ -Raum der reziproke Zusammenhang

$$\Delta x \Delta u = \frac{1}{M} \quad \text{und} \quad \Delta y \Delta v = \frac{1}{N} \quad (5.13)$$

besteht. Das erweiterte Bild wird dann mit einer FFT in den  $uv$ -Raum transformiert und durch Interpolation an den gemessenen Basislinien  $(u_k, v_k)$  die Vorhersagen  $\mathcal{S}_k$  für die Visibilitäten bestimmt. Die Bewertungsfunktion ergibt sich daraus zu

$$\chi_{\text{visib}}^2 = \sum_k \left[ \frac{(A_k - C_k)^2}{\Delta A_k^2} + \frac{(B_k - D_k)^2}{\Delta B_k^2} \right] \quad (5.14)$$

unter der Bedingung, dass beide Bilder um den Ursprung zentriert sind. Da dies in der Praxis nicht der Fall ist, muss ein Translationsvektor  $(x_0, y_0)$  durch einen Phasenfaktor

$$\Phi_0 = e^{-2\pi(x_0 u + y_0 v)/N} \quad (5.15)$$

berücksichtigt werden, wobei hier quadratische Abmessungen von  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{R}$  mit  $M = N$  Pixeln angenommen wird. Durch Multiplikation von  $\mathcal{S}_k$  mit  $\Phi_0$  und Auswertung von Gleichung (5.14) wird der Translationsvektor  $(x_0, y_0)$  bestimmt, der  $\chi_{\text{visib}}^2$  minimiert. Diese Optimierung kann entweder durch Suche auf einem genügend großen Gitter oder SA durchgeführt werden, wobei die MC-Methode deutlich schneller zum Ergebnis führt und daher für die Untersuchung großer Stichproben zu bevorzugen ist.

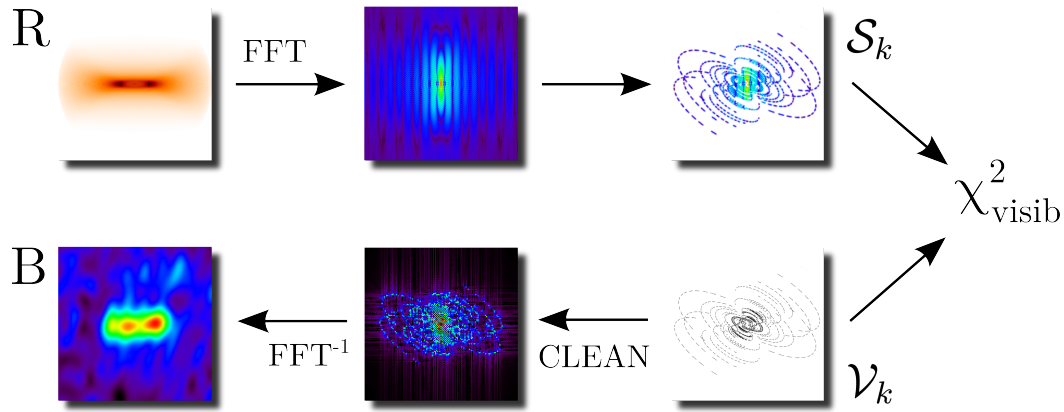


Abbildung 5.3.: Das synthetische Bild  $\mathbf{R}$  wird mit FFT in die  $uv$ -Ebene transformiert, die synthetischen Visibilitäten  $\mathcal{S}_k$  an den gemessenen Basislinien  $(u_k, v_k)$  interpoliert und mit den Visibilitäten  $\mathcal{V}_k$  zu  $\chi^2_{\text{visib}}$  verrechnet. Ein möglicher Versatz wird durch einen Phasenfaktor  $\Phi_0$  berücksichtigt. Alternativ können die Visibilitäten entfaltet und als Beobachtung  $\mathbf{B}$  wie in 5.2.2 zur Bestimmung von  $\chi^2_{\text{img}}$  verwendet werden.

### 5.3. Vergleichsstudie

Dieses Kapitel basiert auf der Veröffentlichung Liu et al. (2013) und vergleicht die besprochenen Ansätze zur Optimierung. Da im Gegensatz zur Suche auf einem Gitter keine Erkenntnisse über die Anwendbarkeit und Effizienz von SA für die Lösung des inversen Problems bei YSOs vorlagen, wurde eine vergleichende Studie zwischen den beiden Methoden für die Anpassung einer SED an Beobachtungen durchgeführt. Dabei sollte die Qualität der Anpassung, der Ressourcenbedarf und insbesondere die notwendige Zeit untersucht werden, um Kriterien für die Anwendbarkeit der beiden Verfahren abzuleiten. Die Grundidee der Studie ist die Vorgabe eines *Referenzmodells* (RM), dessen Eigenschaften exakt bekannt sind und aus dem die SED mit MC3D synthetisiert werden kann. Durch Verwendung eines idealen Modells werden eventuell verborgene Parameter eines realen Objekts eliminiert, was eine Untersuchung der Mehrdeutigkeit des Modells ermöglicht und die quantitative Bestimmung der Abweichung von Anpassung und Referenzmodell erlaubt.

#### 5.3.1. Das Referenzmodell

Als Modell dient das kanonische Modell der *aufgeweiteten Scheibe*<sup>7</sup> (Shakura und Sunyaev 1973; Lynden-Bell und Pringle 1974; Pringle 1981) mit homogener Staubzusammensetzung, in deren Zentrum sich als Quelle ein schwarzer Körper befindetet. Für die konkrete Berechnung von Flüssen wird die Entfernung zu 140pc angenommen und eine eventuelle Vordergrundextinktion vernachlässigt. Die Dichteverteilung des Staubs der Scheibe lässt sich folgendermaßen parametrisieren:

$$\rho_d(R, z) \sim R^{-\alpha} \exp\left[-\frac{z^2}{2h^2}\right] \quad (5.16)$$

<sup>7</sup>engl.: *Flared disk*

Dies erlaubt die Aufweitung der Scheibe durch eine variable Skalenhöhe mit dem Potenzansatz

$$h(R) = h_{100} \left( \frac{R}{100\text{AU}} \right)^\beta \quad (5.17)$$

zu beschreiben, wobei  $h_{100}$  die *Skalenhöhe* der Scheibe bei einem Abstand von 100AU ist und  $\beta$  *Aufweitungsexponent*<sup>8</sup> genannt wird. Die Flächendichte

$$\Sigma_d(R) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_d(R, z) dz \quad (5.18)$$

folgt bei diesem Ansatz dem Potenzgesetz

$$\Sigma_d \sim R^{-p} \quad (5.19)$$

mit  $p = \alpha - \beta$ . Das  $\alpha$ -Viskositätsmodell<sup>9</sup> liefert

$$\alpha = 3 \left( \beta - \frac{1}{2} \right), \quad (5.20)$$

und damit

$$p = \frac{2}{3}\alpha - \frac{1}{2} = 2\beta - \frac{3}{2} \quad (5.21)$$

zwischen den Exponenten. In der Realität sind diese Zusammenhänge wegen zusätzlicher dynamischer Prozesse nur näherungsweise erfüllt. Dieses kanonische Modell wurde bereits erfolgreich in vielen Untersuchungen von YSOs angewendet, u.a. bei HH 30 (Burrows et al. 1996), dem *Butterfly Star* (Wolf et al. 2003) und CB 26 (Sauter et al. 2009).

Es ist ausreichend die mittlere Form, Größenverteilung und chemische Zusammensetzung der Staubteilchen zu beschreiben, da nur mittlere optische Eigenschaften des Ensembles von Körnern benötigt werden. Für die chemische Zusammensetzung wird die in 2.2.3 beschriebene homogene Mischung aus geglättetem astrophysikalischem Silikat und Graphit mit einem Massenverhältnis von 5:3 für Si:C und einer mittleren Dichte der Körner von  $\rho_{\text{grain}} = 2.5\text{gcm}^{-3}$  angenommen (Weingartner und Draine 2001). Die optischen Eigenschaften werden mit `mieX` als Teil von `MC3D` aus den empirisch bestimmten Brechungsindizes berechnet (Wolf und Voshchinnikov 2004). Der minimale Kornradius und der Korngrößenexponent werden auf jeweils  $a_{\text{min}} = 5\text{nm}$  und  $d = 3.5$  festgesetzt und nur der maximale Kornradius  $a_{\text{max}}$  als variabel angenommen. Das Modell besitzt daher sechs Parameter für die Scheibe  $[R_{\text{in}}, R_{\text{out}}, \alpha, \beta, h_{100}, m_{\text{dust}}]$ , zwei für die zentrale Quelle  $[T_{\text{eff}}, L_*]$ , und jeweils einen für die Korngrößenverteilung  $[a_{\text{max}}]$  und den Beobachter  $[i]$ , also insgesamt zehn Parameter. Mit diesem Modell wurde für die Studie ein typisches YSO mit den in Tabelle 5.4 aufgeführten Eigenschaften für Stern und Scheibe angesetzt (Gullbring et al. 1998; Andrews und Williams 2007; Sauter et al. 2009; Ricci et al. 2010).

<sup>8</sup>engl.: *Flaring exponent*

<sup>9</sup>In diesem Modell wird die Viskosität proportional zur lokalen Schallgeschwindigkeit  $c_s$  und Skalenhöhe  $H$  über  $\nu = \alpha c_s H$  parametrisiert, wobei der Proportionalitätsfaktor nicht mit dem hier verwendeten radialen Exponenten verwechselt werden sollte.

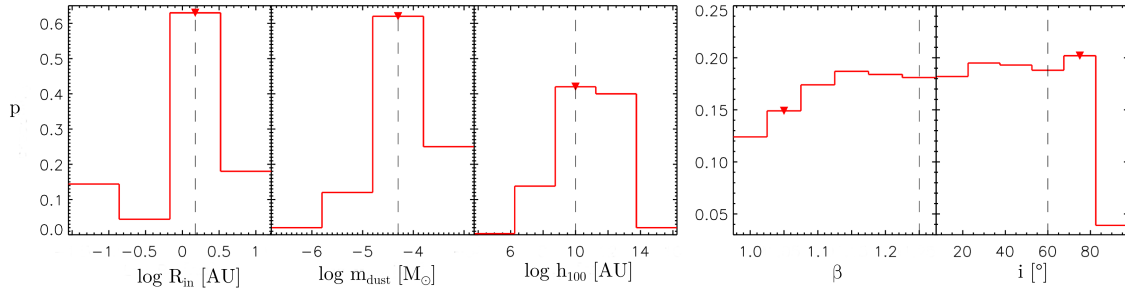


Abbildung 5.4.: Aus der DB abgeleitete globale Fehlerintervalle für einige ausgewählte Parameter nach Bayes. Der Wert des RM ist mit einer gestrichelten Linie markiert, der Wert des jeweils besten Modells mit einem kleinen Dreieck. Der innere Radius  $R_{\text{in}}$ , die Staubmasse  $m_{\text{dust}}$  und die Skalenhöhe  $h_{100}$  lassen sich gut einschränken. Dies gilt nicht für den Aufweitungsexponenten  $\beta$  und die Inklination  $i$ , immerhin kann der Fall  $i > 80^\circ$  ausgeschlossen werden.

### 5.3.2. Die Datenbank

Nach der Wahl eines konkreten Modells kann das Strahlungstransportproblem auf einer diskreten Teilmenge  $G \subset \Omega$  des Parameterraums gelöst und die interessierenden Observablen berechnet werden, hier die SED für ausgewählte Wellenlängen. Mit einer solchen *Datenbank* (DB) kann die globale Abhängigkeit der Photometrie von den Parametern des Modells untersucht werden (Woitke et al. 2010). Besondere Vorzüge dieses Ansatzes liegen in der Anpassung einer großen Anzahl von Datensätzen, wie sie bei Beobachtungskampagnen von Sternentstehungsgebieten anfallen können, oder der Nutzung über das Internet (Robitaille et al. 2006, 2007).

Für diese Studie wurde mit MC3D auf dem GPU Cluster des *Purple-Mountain-Observatoriums* eine Datenbank aus 70000 SEDs für jeweils 78 logarithmisch verteilte Wellenlängen im Intervall von 300nm bis 1.3mm für das in Abschnitt 5.3.1 beschriebene Modell berechnet. Bei der Auswahl von Parametersätzen aus dem in Tabelle 5.1 aufgeführten Bereich wurde eine vergleichbare Strategie wie in Robitaille et al. (2006) verwendet. Die konkret gewählten Modelle sollten dabei möglichst weit streuen und einen durch Theorie und Beobachtung von YSOs und ihrer Scheiben gegebenen Bereich überdecken. Die effektive Temperatur und der Radius bzw. Leuchtkraft des Sterns wurden durch Interpolation der Vorhauptreihenentwicklung<sup>10</sup> (PMS) mit zufällig ausgewählter Masse und Alter im Bereich von  $[0.5, 1.5]M_\odot$  und  $[0.1, 20]\text{Myr}$  bestimmt (Siess et al. 2000). Die Staubmasse wurde aus dem Intervall  $[10^{-9}, 10^{-3}]M_\odot$  zufällig ausgewählt, wobei dem Intervall  $[10^{-7}, 10^{-4}]M_\odot$  eine höhere Gewichtung gegeben wurde. Für den äußeren Radius wurden vor allem Werte aus dem Intervall  $[100, 400]\text{AU}$  verwendet, aber auch einige kleinere und größere Werte berücksichtigt. Für die Hälfte der Modelle wurde der Innenradius mit dem Sublimationsradius

$$R_{\text{sub}} = R_* \left[ \frac{T_{\text{sub}}}{T_*} \right]^{-2.085} \quad (5.22)$$

identifiziert mit einer angenommenen Sublimationstemperatur von  $T_{\text{sub}}=1500\text{K}$  (Whitney et al. 2004). Für diese Modelle wurden Aufweitungsexponenten kleiner als für typische

<sup>10</sup>engl.: *Pre-Main Sequence*



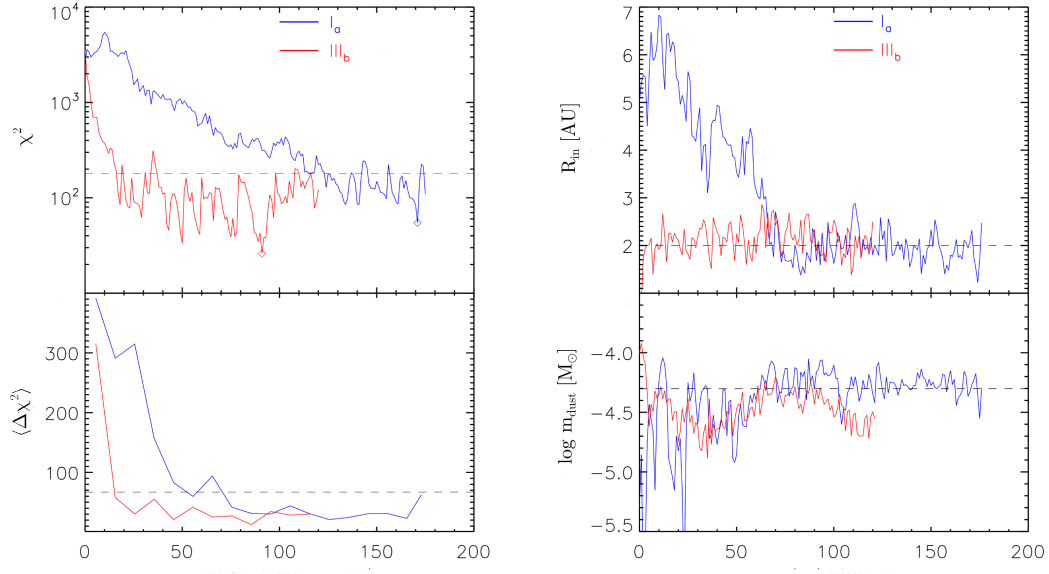


Abbildung 5.5.: Verlauf der Optimierung mit SA für zwei ausgesuchte Ketten und Parameter  $[R_{in}, m_{dust}]$ . Die gestrichelte Linie markiert in der linken Spalte oben den Wert des besten Modells der DB, darunter die Schranke zum Halten der Kette und in der rechten Spalte die jeweiligen Parameter des RM.

T-Tauri-Sterne gewählt, also  $\beta < 1.25$ . Dies entspricht einer homologen Dissipation, bei der die Scheibe gleichmäßig an Masse verliert (Currie und Kenyon 2009). Bei der zweiten Hälfte der Modelle wurden innere Radien größer als  $R_{sub}$  gewählt, um innere Löcher zu simulieren, die sich durch eine von innen fortschreitende Dissipation der Scheibe bilden (Muzerolle et al. 2010). Für diese Modelle wurde der Aufweitungsexponent  $\beta$  gleichverteilt aus dem Intervall  $[1.1, 1.3]$  gewählt. Der radiale Exponent  $\alpha$  ergibt sich dabei aus Gleichung (5.20). Die Skalenhöhe  $h_{100}$  wurde vor allem dem Intervall  $[8, 15]$  AU entnommen, wenn auch einige Modelle mit größeren und kleineren Werten in die Datenbank aufgenommen wurden. Die Berechnung der 70000 Einträge der Datenbank auf 32 CPUs des Clusters dauerte 30 Tagen. Der am besten angepasste Parametersatz der Datenbank ist in der mittleren Spalte von Tabelle 5.4 aufgeführt.

### 5.3.3. Anpassung mit SA

Die synthetische SED wurde mit der in Kapitel 4.3 beschriebenen Implementierung von SA unter Verwendung der nicht-monotonen Kühlvorschrift (4.23) mit  $\theta = 0.25$  und  $\chi_*^2 = 0$  und der Schrittweitenregelung aus 4.3.2 angepasst. Insgesamt wurden, analog zur Berechnung der Datenbank, auf 32 CPUs jeweils vier Markow-Ketten von den in Tabelle 5.2 gegebenen Punkten gestartet. Der für die Optimierung erlaubte Parameterbereich der Ketten ist zusammen mit den initialen Schrittweiten in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Um die Kette zu halten, wurde die über zehn Schritte gemittelte Schwankung  $\langle \Delta \chi^2 \rangle$  beobachtet und abgebrochen, wenn für 100 Schritte die Ungleichung  $\langle \Delta \chi^2 \rangle < 67$  erfüllt war, s. Abbildung 5.5 und Kapitel 4.3.3. Die Ketten liefen im Schnitt für  $\sim 25d$  oder  $\sim 1200$  Schritte, die Optimierung mit SA ist daher bezüglich der Zeit und verwendeten Ressourcen mit der Aufstellung

der Datenbank vergleichbar. Die Laufzeit der individuellen Ketten schwankt etwas abhängig von der Trajektorie durch den Parameterraum, da die Rechenzeit für einen Schritt von der optischen Tiefe des konkreten Modells abhängt. Die besten  $\chi^2$ -Werte der 32 Markow-Ketten sind in Tabelle 5.3 zusammengestellt, der beste Parametersatz  $IV_d$  ist in der letzten Spalte von Tabelle 5.4 aufgeführt. Die zugehörigen lokalen Konfidenzintervalle wurden mit einer weiteren, vom Optimum gestarteten Kette mit  $\sim 500$  Schritten Länge bestimmt, s. Kapitel 4.3.5. Insgesamt haben  $\sim 75\%$  der Ketten einen besseren Wert für  $\chi^2_{\text{SED}}$  als die Datenbank gefunden ( $\chi^2_{\text{SED}} \sim 179.5$ ). Dabei muss beachtet werden, dass ein niedriger Wert nicht automatisch eine bessere Übereinstimmung mit den Parametern des Referenzmodells bedeutet, da das Modell mehrdeutig ist. Tatsächlich ist die Übereinstimmung zwischen den vorgegebenen Werten und dem mit SA gefundenen Parametersatz  $IV_d$  gut.

Parameter	Min	Max	$\beta_k$
$T_{\text{eff}} [K]$	2500	7000	$0.2 \cdot T_{\text{eff},0}$
$L_* [L_\odot]$	0.2	8.0	$0.2 \cdot L_{*,0}$
$R_{\text{in}} [\text{AU}]$	0.1	20.0	$0.2 \cdot R_{\text{in},0}$
$R_{\text{out}} [\text{AU}]$	50	1000	$0.2 \cdot R_{\text{out},0}$
$m_{\text{dust}} [M_\odot]$	$10^{-9}$	$10^{-3}$	$0.5 \cdot m_{\text{dust},0}$
$\alpha$	1.5	3.0	0.005
$\beta$	1.0	1.3	0.005
$h_{100} [\text{AU}]$	5.0	20.0	0.25
$a_{\text{max}} [\mu\text{m}]$	0.25	1000	$0.2 \cdot a_{\text{max},0}$
$i [^\circ]$	15	85	2.0

Tabelle 5.1.: Für die Optimierung mit SA erlaubte Intervalle im Parameterraum und Schrittweiten zu Beginn der Ketten.

Parameter	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>
$T_{\text{eff}} [K]$	4372	4040	6540	2984	3277	3781	3052	2806
$L_* [L_\odot]$	0.93	0.71	5.48	0.29	0.38	0.57	0.32	0.25
$R_{\text{in}} [\text{AU}]$	0.906	0.613	11.64	0.17	0.24	0.45	0.19	0.14
$R_{\text{out}} [\text{AU}]$	173.8	139.4	736.5	69.0	83.9	117.3	72.2	61.3
$m_{\text{dust}} [10^{-5} M_\odot]$	0.32	0.88	0.00041	22.0	9.2	1.9	18	39
$\alpha$	2.124	2.013	2.846	1.661	1.759	1.927	1.684	1.602
$\beta$	1.124	1.102	1.269	1.032	1.051	1.085	1.036	1.021
$h_{100} [\text{AU}]$	11.24	10.31	18.46	6.61	7.59	9.27	6.84	6.02
$a_{\text{max}} [\mu\text{m}]$	7.8	4.3	428.8	0.6	1.0	2.6	0.69	0.43
$i [^\circ]$	44	38	77	22	27	35	24	19

Tabelle 5.2.: Startpunkte der Markow-Ketten, von jeder Position wurden je vier Ketten  $a \dots d$  mit unterschiedlichen Saaten gestartet.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	<i>VII</i>	<i>VIII</i>
<i>a</i>	45	82	504	39	34	85	106	351
<i>b</i>	72	39	236	127	262	52	31	95
<i>c</i>	56	12	293	375	165	127	527	71
<i>d</i>	89	68	693	11	31	64	22	166

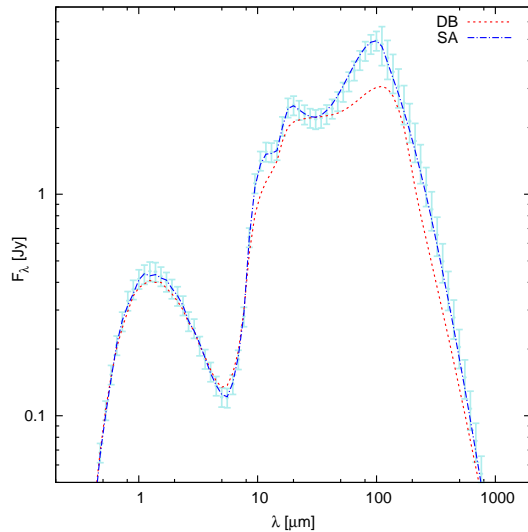
Tabelle 5.3.:  $\chi_{\text{SED}}^2$  der besten Modelle der 32 Markow-Ketten. Der Wert für das beste mit SA entdeckte Modell ( $IV_d$ ) liegt um mehr als eine Größenordnung unter dem Wert des besten Modells der Datenbank ( $\chi_{\text{SED}}^2 \sim 180$ ).

### 5.3.4. Diskussion

Es wurden zwei Methoden zur Anpassung eines Scheibenmodells implementiert und getestet, die kanonische Gittersuche mit Datenbank und die MCMC-Methode *Simulated Annealing*. Um die Ungewißheit über den Aufbau eines realen Objekts zu umgehen, wurde aus einem Referenzmodell (RM) eine ideale SED abgeleitet. Die Abweichungen zwischen den Ergebnissen der beiden Methoden können teilweise durch die Mehrdeutigkeit des Modells erklärt werden, vor allem die Geometrie der Scheibe ist allein durch photometrische Daten schwer einzuschränken (Robitaille et al. 2007). Dies ist nicht überraschend, da verschiedene Untersuchungen von YSOs unabhängig zum Schluss gekommen sind, dass nur hochauflösende Beobachtungen bei verschiedenen Wellenlängen Mehrdeutigkeiten reduzieren können (Pinte et al. 2008; Sauter et al. 2009; Madlener et al. 2012). Darüberhinaus besitzt das hier verwendete Modell mit  $n=10$  genügend Dimensionen um eine erschöpfende Suche auf einem Gitter unmöglich zu machen, was natürlich im Sinne der Untersuchung ist. Die Anpassung von photometrischen Daten ist daher ein ausgezeichnete Test zum Vergleich von Optimierungsmethoden und ist nicht auf die hier untersuchten Ansätze beschränkt. Nach Aufstellung der Datenbank kann ein Satz von Beobachtungen sehr schnell an die enthaltenen Parametersätze angepasst werden. Das Ergebnis stellt eine Approximation dar, für die globale Fehlerintervalle durch Einbeziehung aller Modelle der Datenbank abgeleitet werden können. Die Qualität der Anpassung hängt offenbar vom Umfang der Datenbank ab. Wegen der exponentiellen Abhängigkeit von der Dimensionalität des Modells muss dabei stets ein Kompromiss zwischen Auflösung des Gitters und verfügbaren Ressourcen eingegangen werden.

In dieser Studie konnte eine Mehrzahl der Optimierungen mit SA gegenüber der Lösung der Datenbank den Wert von  $\chi_{\text{SED}}^2$  verbessern, was eine im Schnitt bessere Qualität der Anpassung durch SA bedeutet. Allerdings konnten nicht alle Markow-Ketten in der verfügbaren Zeit die SED vergleichbar reproduzieren. Dieses stochastische Verhalten der MC-Methode muss daher durch mehrere von unabhängigen Punkten gestartete Ketten berücksichtigt werden. Solange die Auswertung von  $\mu$ , also die Lösung der Strahlungstransportgleichung, der geschwindigkeitsbestimmende Schritt ist, kann die Optimierung mehrere Wochen oder Monate in Anspruch nehmen.

Es ist abschließend festzustellen, dass beide Methoden Vor- und Nachteile besitzen. SA erzielt bei der Untersuchung individueller Objekte bessere Ergebnisse, während eine Datenbank schnell auch umfangreichen Stichproben anpassen kann. Darüber hinaus ermöglicht die Datenbank eine globale Fehlerabschätzung der Anpassung, während SA ein lokales Konfidenzintervall des Optimums bestimmen kann, s. Kapitel 4.3.5. In dieser Studie ist



Parameter	RM	DB	SA
$T_{\text{eff}} [K]$	4000	4262	$4010^{+38}_{-25}$
$L_* [L_{\odot}]$	0.92	2.7	$0.93^{+0.09}_{-0.06}$
$R_{\text{in}} [\text{AU}]$	2	2.9	$1.95^{+0.35}_{-0.14}$
$R_{\text{out}} [\text{AU}]$	300	450	$480^{+52}_{-28}$
$m_{\text{dust}} [10^{-5} M_{\odot}]$	5	3	$4.57^{+1.7}_{-0.25}$
$\alpha$	2.25	1.61	$2.34^{0.09}_{-0.14}$
$\beta$	1.25	1.033	$1.24^{+0.07}_{-0.09}$
$h_{100} [\text{AU}]$	10	10.5	$11.58^{+0.17}_{-1.72}$
$a_{\text{max}} [\mu\text{m}]$	2.5	25	$3.5^{+0.64}_{-0.13}$
$i [^{\circ}]$	60	75	$60.9^{+3.9}_{-2.2}$

Abbildung 5.6 und Tabelle 5.4: SED und Parameter des Referenzmodells (RM), des besten Modells aus der Datenbank (DB) und für die Anpassung mit Simulated Annealing (SA). Die lokalen Konfidenzintervalle wurden mit der in Kapitel 4.3.5 beschriebenen Methode abgeleitet.

der Ressourcenbedarf beider Methoden vergleichbar, der Anwender muss für eine konkrete Untersuchung die verfügbare Rechenleistung gegen die gewünschte Qualität der Anpassung abwägen. Als Königsweg bietet sich ein hybrider Ansatz an, bei dem das beste Modell der Datenbank und das Maximum der Abschätzung nach Bayes als Startpunkte für SA verwendet werden. Als Beispiel wurden die zwei Übergangsobjekte TRAN14 und TRAN15 aus Cieza et al. (2010) mit diesem Ansatz untersucht. Je sechs Ketten wurden vom wahrscheinlichsten Parametersatz der Datenbank gestartet und für  $\sim 150$  Schritte propagiert. Das Resultat ist eine signifikante Verbesserung von  $\chi^2_{\text{SED}}$ , die nur einige Tage Rechenzeit erfordert, s. Abbildung 5.7.

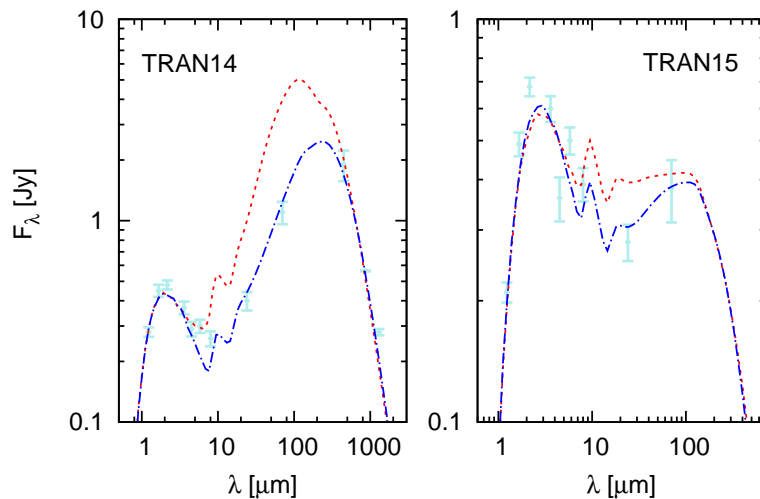


Abbildung 5.7.: SEDs von TRAN14 und TRAN15 aus Cieza et al. (2010) mit den Vorhersagen des optimalen Modells der DB (rot) und des mit SA verbesserten Modells (blau).

# **Teil III.**

## **Studien**

## 6. HH 30

Dieses Objekt gehört zu den am besten beobachteten CTTS mit einer zirkumstellaren Scheibe, die aus unserer Sicht von der Seite erscheint. HH 30 besitzt einen aktiven Jet, dessen außergewöhnliche Dynamik auf kurzen Zeitskalen und Ausdehnung das Studium der Evolution zirkumstellarer Scheiben und des Akkretionsprozesses ermöglicht. Wegen der hohen Inklination konnten die Eigenschaften der Quelle und des inneren Bereichs bisher nur schwer eingeschränkt werden, doch neue aufgelöste Beobachtungen bei mm-Wellenlängen ermöglichen eine Untersuchung dieses verborgenen Teils. Im Folgenden wird eine Studie dieses Objekts vorgestellt, basierend auf mm-Visibilitäten, der SED vom MIR bis in den mm-Bereich und aufgelösten Aufnahmen im NIR. Ziel der Studie ist die Aufstellung eines Modells, das die verfügbaren Beobachtungen im Kontinuum reproduzieren kann. Zunächst wird eine Zusammenfassung der bekannten Eigenschaften des YSO gegeben, die bereits publizierten Studien kurz vorgestellt, neue Beobachtungsdaten präsentiert und dann die konkrete Durchführung der Studie und deren Ergebnisse beschrieben. Teile dieses Kapitels beruhen auf der Veröffentlichung Madlener et al. (2012) in A&A.

### 6.1. Überblick

HH 30 befindet sich in einer Entfernung von  $\sim 140$  pc in der Dunkelwolke L1551 im Taurus-Auriga Sternentstehungsgebiet. Diese Wolke ist Ort starker Aktivität und eine Vielzahl von YSOs in verschiedenen Entwicklungsstadien können hier in räumlicher Nähe beobachtet werden (Snell et al. 1980; Moriarty-Schieven et al. 2006). HH 30 wurde als Herbig-Haro-Objekt klassifiziert (Herbig 1974) und zunächst als Reflexionsnebel gedeutet (Cohen und Schmidt 1981). Durch Beobachtung mit dem 2.2m-Teleskop am *Calar-Alto-Observatorium* wurden Jet und Counterjet entdeckt und HH 30 als YSO identifiziert (Mundt und Fried 1983). Das *Hubble Space Telescope* (HST) offenbarte die aufgeweitete Scheibe und die Dynamik des Jet (Burrows et al. 1996) mit einer bis dahin unerreichten Auflösung. Im Visuellen und NIR erscheint das Objekt als bipolarer Reflexionsnebel, getrennt von einem dunklen Band mit einer von der Wellenlänge abhängigen Dicke (Cotera et al. 2001), s. Abbildung 6.5. Der ballistische Jet dehnt sich in beide Richtungen über mehrere Bogenminuten aus und weist eine oszillierende Morphologie auf, die durch Gezeitenwechselwirkung eines Binärsystems erklärt werden kann, s. Abbildung 6.2 (Anglada et al. 2007; Estalella et al. 2012). Interferometrische Beobachtung der Rotationslinien  $^{12}\text{CO}$  und  $^{13}\text{CO}$  ( $J=2-1$ ) mit dem *Plateau de Bure Interferometer* (PdBI) zeigen eine Gasscheibe mit  $\sim 420$  AU Radius in keplerscher Rotation um eine zentrale Masse von  $(0.45 \pm 0.04)M_{\odot}$  (Pety et al. 2006). Darüber hinaus konnte mit diesen interferometrischen Daten ein konischer Ausfluss von Gas entlang der Jetachse nachgewiesen werden, der einen Öffnungswinkel von  $\sim 30^{\circ}$  besitzt und dessen Morphologie mit einem Binärsystem vereinbar ist (Tambovtseva und Grinin 2008a). Erneute Beobachtung mit dem PdBI im Kontinuum bei  $\lambda=1.3$  mm offen-

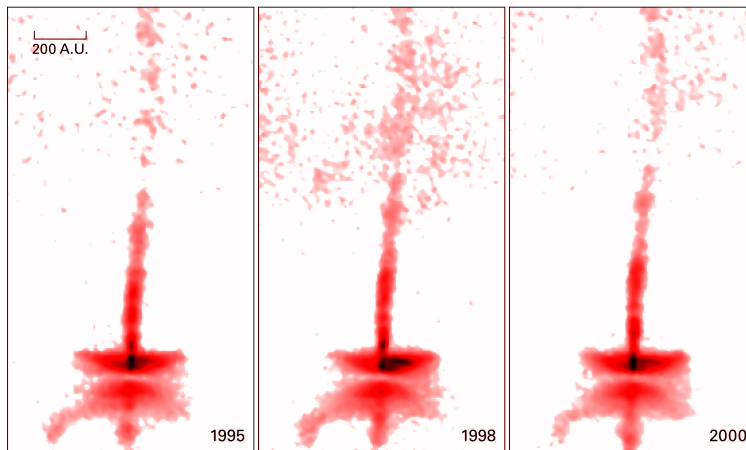


Abbildung 6.1.: HH 30 aufgenommen in drei Epochen mit HST/WFPC2 im Filter F675W (HubbleSite.org und Stapelfeldt et al. (1999)).

barte eine Region verminderter Flächenhelligkeit im Zentrum des Objekts, die mit einem Loch in der Staubverteilung von  $\sim 40$  AU Radius erklärt werden kann. Dieses Phänomen kann durch ein Binärsystem mit einem Abstand von  $\sim 15$  AU und einem Massenverhältnis von 2:1 erklärt werden (Guilloteau et al. 2008). In der neuesten Studie von Estalella et al. (2012) wird diese Vorhersage durch erneute Untersuchung des Jet bestätigt ( $a=18$  AU,  $m_1 : m_2 \sim 1.8$ ).

## 6.2. Vorgängerstudien

Mehrere Studien zur zirkumstellaren Scheibe von HH 30 wurden seit der ersten Beobachtung mit dem HST veröffentlicht, die wichtigsten sind Burrows et al. (1996) [B96], Cotera et al. (2001) [C01], Wood et al. (2002) [W02], Watson und Stapelfeldt (2004) [W04], Pety et al. (2006) [P06] und Guilloteau et al. (2008) [G08]. In den folgenden Paragraphen werden die Ansätze und Methoden dieser Studien kurz zusammengefasst, um den Ausgangspunkt der hier vorliegenden Untersuchung klarer darzustellen.

**B96** verwendet fünf hochauflösende Aufnahmen, die mit WFPC2/HST in den Filtern F555W, F675W und F814W aufgenommen wurden und grob den Filtern V, R und I entsprechen. Neben einer Diskussion des Jet liegt der Schwerpunkt dieser Studie in der Modellierung von Streubildern der Scheibe. Als Staubverteilung wird eine aufgeweitete Scheibe angenommen, s. Kapitel 5.3.1. Die Streuung wird mit der Henyey-Greenstein-Phasenfunktion (4.45) beschrieben, die vom Asymmetriefaktor  $g = \langle \cos \theta \rangle$  abhängt. Zusammen mit der Opazität  $\kappa$  und der Albedo  $A$  wird der Staub unter Vernachlässigung der Polarisation durch insgesamt drei optische Parameter beschrieben (Whitney und Hartmann 1992). Streubilder wurden mit einem einfachen Code für Einfachstreuung und dem MC-Code `Pinball` (Watson 1994) erzeugt. Zur Berechnung des  $\chi_{\text{img}}^2$  wurden die synthetischen Bilder mit einer von `Tiny Tim` generierten PSF gefaltet (Krist 1995) und anschließend von der Beobachtung abgezogen. Insgesamt besitzt das Modell elf Parameter, von denen während der Optimierung mehrere fixiert wurden, s. Tabelle 3 auf S. 444 in B96.

**C01** legt den Schwerpunkt wie B96 auf Streubilder und präsentiert fünf neue Aufnahmen von HH 30 mit NICMOS/HST im NIR, von denen drei Beobachtungen in den Filtern

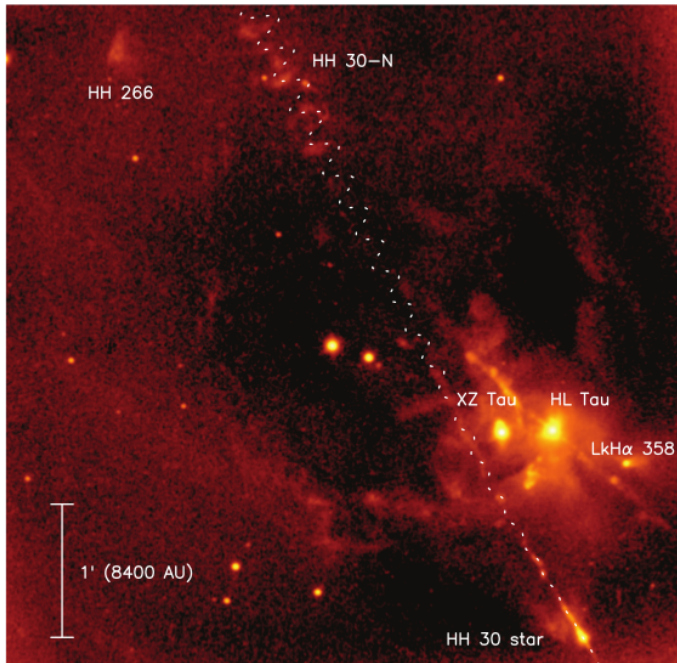


Abbildung 6.2.: Jet von HH 30 aufgenommen mit NOT im [SII]-Filter aus Anglada et al. (2007). Die Existenz des Binärsystems wurde durch erneute Untersuchung des Jet bestätigt (Estalella et al. 2012).

F110W, F160W und F204M für die Modellierung herangezogen werden. Als Dichteverteilung des Staubs wird eine aufgeweitete Scheibe angesetzt, deren geometrische Parameter im Wesentlichen aus B96 übernommen werden. Zur Berücksichtigung der asymmetrischen Erscheinung des Objekts wird als zusätzliche Quelle ein heißer Fleck auf der Sternoberfläche angenommen. In dieser Arbeit wird für die Kornradien ein Potenzgesetz mit exponentieller Abschwächung aus Kim et al. (1994) verwendet:

$$n \propto a^{-p} \exp \left[ -\frac{a}{a_c} \right]. \quad (6.1)$$

Aus dieser Verteilung werden die optischen Eigenschaften des Staubes mit Mie-Theorie berechnet. Dieser Ansatz soll gegenüber dem einfachen Potenzgesetz aus MRN77 die Distribution der Kornradien realistischer beschreiben. Zwei verschiedene chemische Zusammensetzungen werden in der Studie getestet, amorpher Kohlenstoff (Rouleau und Martin 1991) und astronomisches Silikat (Weingartner und Draine 2000, 2001). Die mit einer MC-Simulation generierten Bilder werden mit einer von Tiny Tim erzeugten PSF gefaltet und dann mit den Beobachtungsdaten zu einem  $\chi_{\text{img}}^2$  verrechnet.

**W02** untersucht das Staubwachstum in HH 30 durch Modellierung der SED mit fünf verschiedenen Korngrößenverteilungen. Die Berechnung erfolgt mit einem MC-Code, der die Temperaturkorrektur durch direkte Reemission nach Bjorkman und Wood (2001) implementiert und für hohe optische Tiefen angepasst wurde (Bjorkman et al. 2002). Die photometrischen Datenpunkte stammen im wesentlichen von ISO im MIR und OVRO bei 1.3mm und 2.7mm (Stapelfeldt und Moneti 1999; Brandner et al. 2000). Die Staubverteilung ist wieder, identisch zu den beiden Studien B96 und C01, eine aufgeweitete Scheibe. Als Ansatz für die Korngrößenverteilung wird ähnlich wie in C01 eine Potenzfunktion mit exponentieller Dämpfung angesetzt (Kim et al. 1994):



$$n(a) \propto a^{-p} \exp \left[ - \left( \frac{a}{a_c} \right)^q \right]. \quad (6.2)$$

Diese Verteilung geht in den Grenzfällen  $q \rightarrow \infty$  und  $a_c \rightarrow \infty$  in eine einfache Potenzfunktion über. Chemisch wird der Staub als eine Mischung aus astronomischem Silikat (Weingartner und Draine 2001) und amorphem Kohlenstoff (Zubko et al. 1996) mit solarer Häufigkeit der Elemente angenommen. Für die Berechnung der optischen Größen wird eine Kombination aus einem Mie-Code (Wiscombe 1979) und geometrischer Optik (Macke und Mishchenko 1996) angewendet, um auch große Mie-Parameter zu berücksichtigen. Zur Geschwindigkeitssteigerung wird bei der Berechnung der Temperaturverteilung die Streuung mit der Henyey-Greenstein-Phasenfunktion (4.45) approximiert. Die Geometrie der Scheibe wird aus früheren Untersuchungen übernommen, insbesondere aus B96, Wood et al. (1998) und C01. Die Masse des Systems wird durch Anpassung des Streubildes im Filter F160W aus C01 bestimmt und anschliessend die SED berechnet. Neben dem Stern wird auch viskose Heizung der Scheibe als Energiequelle modelliert, wobei das beste Modell mit  $L_{\text{acc}} = 0.2L_*$  die Beobachtungsdaten ausgezeichnet erklärt, s. Fig. 8 auf S. 893 in W02.

**W04** präsentiert zwei neue Bilder von HH 30, die mit WFPC2/HST in den Filtern F439W und F814W beobachtet wurden und den Filtern B und I entsprechen. Für die Studie wurde außerdem das Bild im F204M Filter aus C01 verwendet. Der Strahlungstransport wird mit einer neuen Version des MC Codes `Pinball` aus B96 generiert (Watson und Henney 2001), der die Streuung mit der Henyey-Greenstein-Phasenfunktion approximiert. Wie bei den anderen Studien wird eine aufgeweitete Scheibe als Dichteverteilung verwendet, jedoch werden hier optische und geometrische Parameter gemeinsam optimiert. Zur Modellierung wird ein Gitter für die Parameter  $p$ ,  $\beta$ ,  $g_{0.44}$ ,  $g_{0.81}$  und  $g_{2.04}$  aufgesetzt und die fünf Parameter  $i$ ,  $h_{100}$ ,  $\kappa_{0.81}m_{\text{dust}}$ ,  $\kappa_{0.44}/\kappa_{0.81}$  und  $\kappa_{0.81}/\kappa_{2.04}$  durch die *Downhill-Simplex-Methode* angepasst (Nelder und Mead 1965; Press et al. 1992). Dazu werden die berechneten Bilder mit einer von `Tiny Tim` synthetisierten PSF gefaltet, mit den Beobachtungen registriert und  $\chi_{\text{img}}^2$  bestimmt. Die Studie gibt keinen besten Parametersatz an, da den Autoren das Modell zu mehrdeutig erscheint, stellt aber moderates Staubwachstum in den äußeren Schichten von HH 30 fest, die den gestreuten Anteil im NIR und kürzeren Wellenlängen dominieren.

**P06** beschreibt eine ausführliche Beobachtungskampagne von HH 30 mit dem *Plateau de Bure Interferometer* (PdBI). Es wurden zwei Karten mit  $\sim 1''$  Auflösung im Kontinuum bei 1.3mm und 2.7mm aufgenommen und die Rotationslinien von  $^{12}\text{CO}$  (J=2-1),  $^{13}\text{CO}$  (J=2-1) und  $\text{C}^{18}\text{O}$  (J=2-1) beobachtet. Aus den Aufnahmen im Kontinuum wird eine Gesamtmasse von  $4 \cdot 10^{-3}M_{\odot}$  für die Scheibe abgeleitet. Der niedrige Staubemissionsexponent von  $\beta_{\text{mm}} \sim 0.4$  wird als Hinweis auf Staubwachstum interpretiert. An die Visibilitäten der Rotationsübergänge kann eine Scheibe mit keplerscher Geschwindigkeitsverteilung angepasst werden. Die Gaskomponente rotiert demnach um eine zentrale Masse von  $(0.45 \pm 0.04)M_{\odot}$ , bewegt sich mit einer systemischen Geschwindigkeit von  $7.25\text{kms}^{-1}$  und besitzt einen Außenradius von  $\sim 420\text{AU}$ . Darüber hinaus ist im Übergang  $^{12}\text{CO}$  (J=2-1) ein molekularer Ausfluss mit einer Geschwindigkeit von  $\sim 12\text{kms}^{-1}$  sichtbar, der sich auf einem Kegel entlang der Jetachse mit  $\sim 30^\circ$  Öffnungswinkel bewegt. Allerdings ist dieser Ausfluss nur entlang einer Richtung detektierbar.

	B96	C01	W02	P06
$\alpha$	2.2	2.367 <sub>f</sub>	2.25 <sub>f</sub>	2.2 <sub>f</sub>
$\beta$	1.45 <sub>f</sub>	1.289	1.25	1.25 <sub>f</sub>
$R_{\text{in}}$ [AU]	0.5 <sub>f</sub>	0.07	0.03	
$R_{\text{out}}$ [AU]	$\gtrsim 250$ <sub>f</sub>	200 <sub>f</sub>	200 <sub>f</sub>	145 ± 20
$h_{100}$ [AU]	15.5	15 <sub>f</sub>	17	15.5 <sub>f</sub>
$m_{\text{dust}} [10^{-5} M_{\odot}]$	6.0 <sub>f</sub>	$\gtrsim 0.67$	$\gtrsim 1.5$	(2.7 ± 0.4)
$L_*$ [ $L_{\odot}$ ]	1.0	0.2...0.9	0.2 (+0.04)	0.2 <sub>f</sub>
$T_{\text{eff}}$ [K]		3000	3500 <sub>f</sub>	3700 <sub>f</sub> (M1)
$i$ [°]	82.5	84 <sub>f</sub>	84 <sub>f</sub>	81 ± 3

Tabelle 6.1.: Kanonische Modelle der Vorgängerstudien zu HH 30 mit Ausnahme von W04. Alle mit dem Subskript  $f$  markierten Parameter wurden fixiert oder aus anderen Studien übernommen,  $\gtrsim$  bezeichnet untere Grenzen. W02 teilt die Leuchtkraft in einen Anteil vom Stern und viskose Dissipation auf. Die Staubmassen gelten für das kanonische Massenverhältnis von 1:100 zwischen Staub und Gas.

**G08** basiert auf einer hochauflösenden Beobachtung mit dem PdBI im Kontinuum bei 1.3mm mit einem Beam von  $0.59'' \times 0.32''$ , s. Abbildung 6.3 und Abschnitt 6.3.1. Die kleine Halbachse des Beams ist nahe der Mittelebene der Scheibe ausgerichtet, was einer Auflösung von  $\sim 45$  AU entlang dieser Richtung entspricht. Die Dekonvolution zeigt eine Zone mit verminderter Flächenhelligkeit, die in G08 durch ein Loch in der Staubverteilung mit  $\sim 40$  AU Radius um das Zentrum von HH 30 erklärt wird. Auch die Beobachtung der Rotationsübergänge von  $^{13}\text{CO}$  (J=2-1) sind mit einer Lücke von  $(33 \pm 7)$  AU kompatibel. Als Ursache wird ein Binärsystem mit einer Halbachse von 15 AU und einem Massenverhältnis von 2:1 diskutiert, das durch Gezeitenkräfte den inneren Bereich von Staub befreit und die Oszillation des Jet erklären kann (Anglada et al. 2007; Estalella et al. 2012).

### 6.3. Beobachtungen

HH 30 wurde in den letzten Jahrzehnten ausgiebig in einem weiten Spektralbereich untersucht. Die meisten Beobachtungen fanden dabei im Optischen und NIR in Form von Photometrie, Polarimetrie, Abbildungen mittlerer Auflösung und hochauflösender Spektroskopie mit bodengestützten Instrumenten (u.a. Vrba et al. 1985; Appenzeller et al. 2005; Anglada et al. 2007) und hochauflösenden Abbildungen mit dem *Hubble Space Telescope* (HST) statt (u.a. B96; C01; W04). Die SED im MIR wurde zunächst mit ISOCAM/ISO vermessen (Stapelfeldt und Moneti 1999; Brandner et al. 2000) und später substantiell durch den Spektrographen IRS (Furlan et al. 2008) und die Kameras IRAC und MIPS an Bord des *Spitzer Space Telescope* (SST) verbessert. Beobachtung des Kontinuums bei (sub)mm Wellenlängen und die Untersuchung von Rotationsübergängen, vor allem von  $^{12}\text{CO}$  (J=2-1) und  $^{13}\text{CO}$  (J=2-1), haben zusätzliche Einblicke in die Dynamik und Temperaturverteilung der Gaskomponente erbracht und für den Staub einen sehr geringen Wert des spektralen Index der Opazität von  $\beta_{\text{mm}} \sim 0.4$  festgestellt (Reipurth et al. 1993; Padgett et al. 2001; Moriarty-Schieven et al. 2006; P06; G08). In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten in dieser Studie verwendeten Beobachtungen beschrieben.

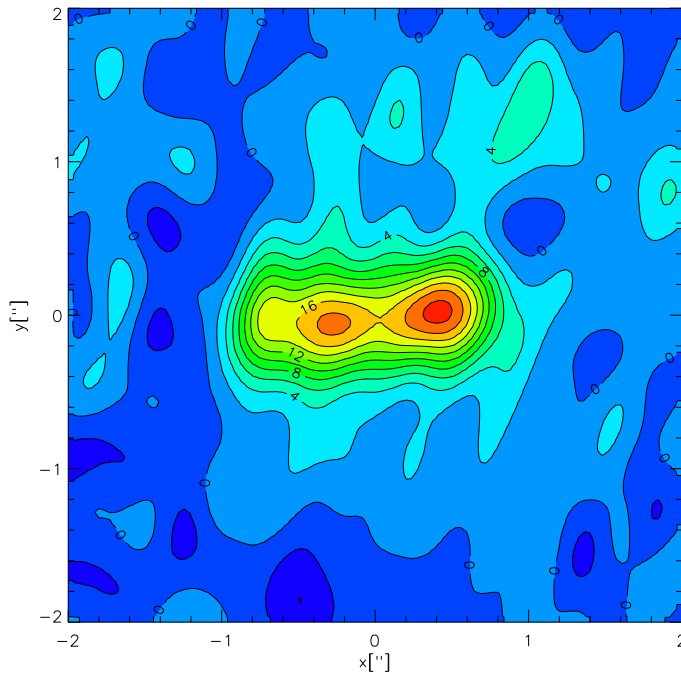


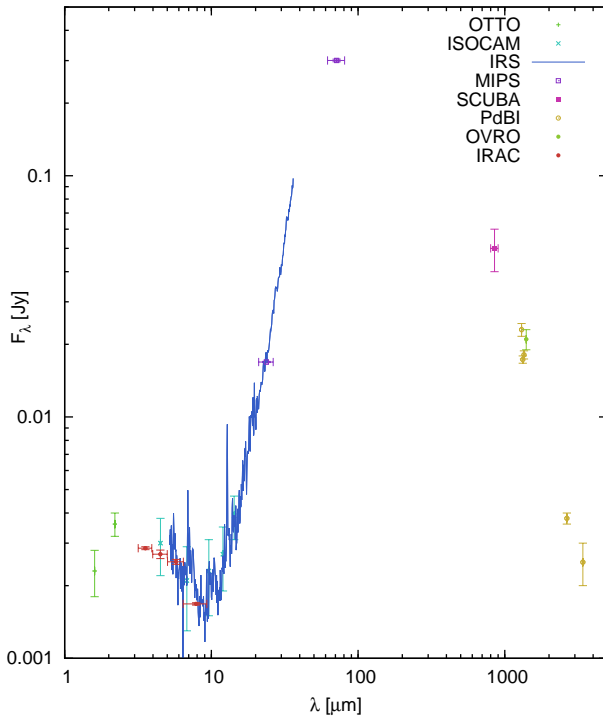
Abbildung 6.3.: Entfaltete Helligkeitsverteilung von HH 30 bei 1.3mm aus G08. Um die Scheibe horizontal auszurichten wurde das Bild um  $-32^\circ$  rotiert. Das Zentrum liegt bei  $\alpha=04^h31^m37^s.469$  und  $\delta=18^\circ12'24''.22$  (J2000). Jede Konturlinie entspricht  $2\sigma\sim0.46\text{mK}$ , das rechte Maximum besitzt eine Helligkeit von  $0.43\text{K}$  oder  $\sim19\sigma$ , die Peaks haben bei einem angenommenen Abstand von  $140\text{pc}$  einen Abstand von  $\sim100\text{AU}$ .

### 6.3.1. IRAM Plateau de Bure Interferometer (PdBI)

Am 3. Februar 2007 wurde eine hochauflösende Beobachtung im Kontinuum bei 1.3mm mit sechs Antennen der A-Konfiguration des PdBI durchgeführt (G08). Die Beobachtung dauerte sechs Stunden bei dualer Polarisation und einer Bandbreite von  $\sim1.8\text{GHz}$  der Empfänger. Die Kalibration ergab ein Seeing von  $\lesssim0.15''$ , das Phasenrauschen lag zwischen  $19^\circ$  und  $53^\circ$  und die Standardabweichung der Flächenhelligkeit war  $0.185\text{mJy/Beam}$  oder  $23\text{mK}$ , was bei einem Maximum von  $0.43\text{K}$   $\sim19\sigma$  entspricht. Die Rohdaten wurden mit GILDAS reduziert (Pety 2005). Zur Dekonvolution der Visibilitäten wurde natürliche Gewichtung verwendet, das resultierende Bild ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Der Beam hat eine Ausdehnung von  $0.59'' \times 0.32''$  bei einem Positionswinkel von  $22^\circ$ , was bei der angenommenen Entfernung von  $\sim140\text{pc}$  einer räumlichen Auflösung von  $\sim45\text{AU}$  in der Mittelebene und  $\sim83\text{AU}$  in der senkrechten Richtung entspricht.

### 6.3.2. IRS/SST

HH 30 wurde am 8. Februar 2004 mit dem Spektrographen IRS an Bord des *Spitzer Space Telescope* (SST) mit den Modulen „Short-Low“ (SL) im Wellenlängenbereich von  $5\text{...}14\mu\text{m}$  und „Long-Low“ (LL) von  $14\text{...}38\mu\text{m}$  mit einer spektralen Auflösung von  $\lambda/\Delta\lambda \sim 90$  im „Stare Mode“ beobachtet (AOR key: 3552512, PI: J. R. Houck). Die Daten wurden mit der Software SMART reduziert (Higdon et al. 2004), die defekte Pixel interpoliert und den Hintergrund subtrahiert. Die Daten wurden in Furlan et al. (2008) publiziert, jedoch war der Bereich SL2 des Spektrums zu schwach und wurde zunächst nicht ausgewertet. Durch erneute Reduktion der Rohdaten mit verbesserter Subtraktion des Hintergrunds konnte der Bereich zwischen  $7.35\mu\text{m}$  und  $8.24\mu\text{m}$  schließlich extrahiert werden (priv. comm. E. Furlan).



$\lambda$ [ $\mu\text{m}$ ]	$F_\lambda$ [mJy]
$3.6 \pm 0.4$	$2.86 \pm 0.04$
$4.5 \pm 0.5$	$2.70 \pm 0.11$
$5.7 \pm 0.7$	$2.51 \pm 0.06$
$7.9 \pm 1.5$	$1.68 \pm 0.02$
$23.7 \pm 2.7$	$16.9 \pm 0.1$
$71.4 \pm 9.5$	$300.2 \pm 3.9$
$850.0 \pm 50$	$50 \pm 10$
1300	$23.0 \pm 1.4$
1325	$17.3 \pm 0.6$
1350	$18.1 \pm 0.7$
1400	$21.0 \pm 2.0$
2600	$3.7 \pm 0.74$
2650	$3.8 \pm 0.2$
3400	$2.5 \pm 0.5$

Abbildung 6.4 und Tabelle 6.2: SED von HH 30. Die Daten stammen aus folgenden Quellen: OTTO/KPNO: Vrba et al. (1985), ISOCAM/ISO: Brandner et al. (2000), IRS/SST: Furlan et al. (2008), MIPS,IRAC/SST: *Spitzer Heritage Archive DR 4*, SCUBA/JCMT: Moriarty-Schieven et al. (2006), PdBI: Pety et al. (2006), OVRO: Padgett et al. (2001)

### 6.3.3. IRAC/SST

Die Dunkelwolke L1551 wurde am 7. Oktober 2004 mit IRAC im „Map Mode“ in allen vier Kanälen bei  $3.5\mu\text{m}$ ,  $4.5\mu\text{m}$ ,  $5.8\mu\text{m}$  und  $8\mu\text{m}$  abgebildet (AOR key: 3653120, PI: G. Fazio). Die BCD-Datensätze wurden dem *Spitzer Heritage Archive* (SHA) v2.0 entnommen und die Flüsse mit MOPEX v18.4.9 mit der Pipeline für Mosaik und „APEX/single source“ reduziert. HH 30 konnte auf allen vier Aufnahmen als ausgedehnte Quelle identifiziert werden. Die Flüsse wurden mit Aperturphotometrie bestimmt und sind in Abbildung 6.4 dargestellt.

### 6.3.4. MIPS/SST

Die Umgebung von HH 30 wurde am 26. Februar 2006 mit MIPS beobachtet, dieses Mal im „Scan Mode“ mit den drei verfügbaren Kanälen bei  $24\mu\text{m}$ ,  $70\mu\text{m}$  und  $160\mu\text{m}$  (AOR key: 12615168, PI: G. Fazio). Analog zur Reduktion der Daten von IRAC, wurden die BCD-Datensätze dem SHA v2.0 entnommen und mit MOPEX v18.4.9 die Flüsse aus einem Mosaik der Aufnahmen mit der Pipeline für „APEX/single source“ bestimmt. Das Objekt erscheint bei  $24\mu\text{m}$  und  $70\mu\text{m}$  als Punktquelle, leider ist HH 30 bei  $160\mu\text{m}$  nicht vom Hintergrund unterscheidbar. Die Resultate der Datenreduktion finden sich zusammen mit den Daten von IRAC in Abbildung 6.4.

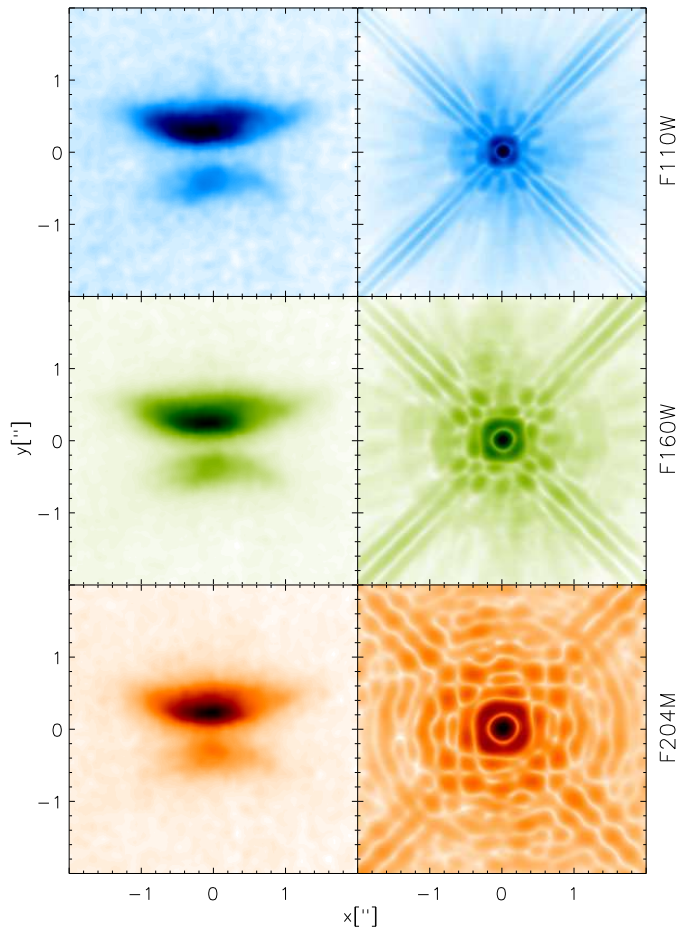


Abbildung 6.5.: Invertierte Bilder aufgenommen mit der NIC2-Kamera in den Filtern F110W, F160W und F204M und die korrespondierenden mit Tiny Tim v7.0 synthetisierten Punktverwackungsfunktionen (PSF) (Krist 1995). Um den Kontrast zu erhöhen wird die fünfte Wurzel der PSFs dargestellt, die Beobachtungen sind um  $-32^\circ$  rotiert um die Scheibe horizontal auszurichten.

### 6.3.5. NIC2/HST

Das Objekt wurde am 29. September 1997 mit der NIC2-Kamera aufgenommen, die Teil von NICMOS ist (Thompson 1998). Die Beobachtungen wurden mit der „NIC2-FIX“-Apertur und dem Auslesemodus „MULTIACCUM“ in den Filtern F110W, F160W, F187N, F204M und F212N durchgeführt (HST Proposal 7228, PI: E.Young). Eine Auswahl dieser Bilder wurde bereits in den Studien C01, W02 und W04 verwendet. Für die vorliegende Studie wurden die Aufnahmen in den Filtern F110W, F160W und F204M ausgewählt, die grob den üblichen NIR-Filtern J, H und K entsprechen. Diese drei Datensätze wurden, abgesehen von Rotation und Skalierung, unverändert aus dem Data Release 4 (DR4) des *Hubble Legacy Archive* (HLA) übernommen. Diese Version implementiert für Level-2-Datensätze eine Kalibration mit *Calnica* v4.4.0, sowie Bildkombination und Korrektur für Verzerrung und kosmische Strahlen mit *MultiDrizzle* v3.1.0.

## 6.4. Modell

Bei den hier untersuchten Skalen dominiert der Staub den Strahlungstransport und die thermische Struktur der Scheibe (Chiang und Goldreich 1997). Da eine räumlich homogene chemische Zusammensetzung und sphärische Teilchen angenommen werden, konzentriert sich der verwendete Ansatz auf die räumliche Verteilung und die Korngrößenverteilung

des Staubs. Die Staubkörner als homogene Kugeln zu betrachten erscheint zunächst stark idealisierend, da echte Staubkörner eine fraktale Struktur und variable Zusammensetzung besitzen (Blum et al. 2000). Andererseits können Größe, Form und chemische Zusammensetzung nicht voneinander getrennt werden (Voshchinnikov 2002). Daher wird die Modellierung hier und in den folgenden Kapiteln auf die einfachste denkbare Form und chemische Zusammensetzung beschränkt. Eine weitere notwendige Vereinfachung ist die Vernachlässigung von Asymmetrien und Variabilität der Lichtquellen, da die vorhandenen Daten nicht belastbar genug sind um die Mehrdeutigkeiten eines komplexen Modells mit Jet, ausgedehntem Protostern mit Akkretionsschock, heißen und kalten Flecken oder multiplen Quellen zu rechtfertigen. Unter Berücksichtigung dieser Beschränkungen wird im Folgenden das verwendete Modell beschrieben.

### 6.4.1. Die Scheibe

Wie in den Vorgängerstudien wird auch hier das Standardmodell einer aufgeweiteten Scheibe verwendet, s. Kapitel 5.3.1. Die Beobachtungsdaten erfordern jedoch eine Erweiterung dieses Ansatzes, wie in Abschnitt 6.5 ausgeführt wird. Die mit dem PdBI bestimmten Visibilitäten bei 1.3mm können durch ein Loch von  $\sim 40$  AU Radius erklärt werden (G08), doch der beobachtete Fluss im MIR weist auf warmen Staub mit  $T \sim 200$  K hin, der sich nur in der Nähe der Quelle(n) befinden kann. Der Ausdruck für die Dichte (5.16) wurde daher um die Treppenfunktion

$$\theta(R) = \begin{cases} \eta : R_{\text{in}} \leq R \leq R_{\text{att}} \\ 1 : R_{\text{att}} < R \leq R_{\text{out}} \\ 0 : \text{sonst} \end{cases} \quad (6.3)$$

erweitert, mit der eine *Verarmungszone* eingeführt wird, die von  $R_{\text{in}}$  bis  $R_{\text{att}} < R_{\text{out}}$  reicht. Die Dichte springt bei der Entfernung  $R_{\text{att}}$  um die *Abschwächung*  $\eta \in [0, 1]$ , wodurch das System effektiv in eine innere und eine äußere Scheibe zerlegt wird, s. Abbildung 6.6. Das zentrale Minimum in der mm-Karte von G08 ist grundsätzlich mit zwei Szenarien erklärbar. Entweder wird der innere Bereich durch optisch dichte Schichten abgeschattet (Wolf et al. 2008), oder Staub wird durch einen oder mehrere Prozesse abgereichert. Denkbare Mechanismen sind u.a. Photoevaporation, Strahlungsdruck, Sedimentation, Gezeitenkräfte eines Doppelsterns oder Planetenentstehung und damit gekoppelte Migration. Die geringe maximale Helligkeit der mm-Karte von  $\sim 0.4$  K ist ein erster Hinweis auf den optisch dünnen Fall, doch unabhängig von diesen Überlegungen ist die Erweiterung des Modells (6.3) mit beiden Szenarien vereinbar.

Auch wenn die Theorie einen Zusammenhang zwischen  $\alpha$  und  $\beta$  vorhersagt, werden die Exponenten hier als unabhängig betrachtet, da die Staubkörner von der Gasströmung entkoppeln können und physikalischen Prozessen ausgesetzt sind, die im  $\alpha$ -Viskositätsmodell nicht berücksichtigt sind. Integration von (5.16) über den gesamten Raum ergibt

$$\frac{m_{\text{in}}}{m_{\text{out}}} = \eta \cdot \begin{cases} \frac{R_{\text{att}}^{1-p} - R_{\text{in}}^{1-p}}{R_{\text{out}}^{1-p} - R_{\text{att}}^{1-p}} & \text{falls } p \neq 1 \\ \frac{\ln [R_{\text{att}}/R_{\text{in}}]}{\ln [R_{\text{out}}/R_{\text{att}}]} & \text{falls } p = 1 \end{cases} \quad (6.4)$$

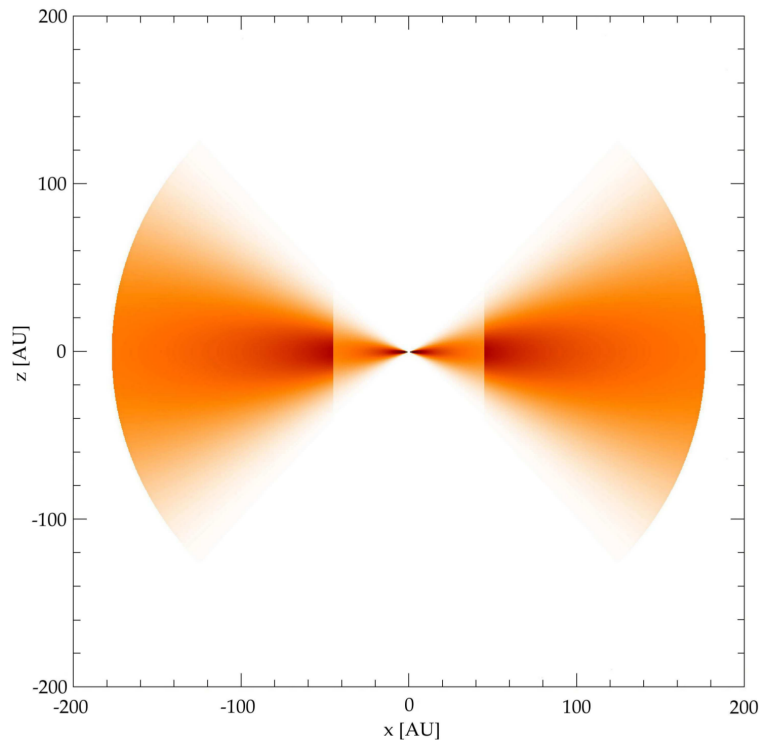


Abbildung 6.6.: Schnitt durch die  $xz$ -Ebene einer aufgeweiteten Scheibe mit Verarmungszone gemäß Gleichung (5.16), (5.17) und (6.3). In dieser Studie dominiert die äußere Scheibe die Gesamtmasse und damit den mm-Fluss, während die innere Scheibe warmen Staub enthält und den Fluss im MIR erzeugt. Die Parameter der Dichteverteilung entsprechen Modell D aus Tabelle 6.5.

für das Verhältnis der Massen von innerer und äußerer Scheibe. Die Gesamtmasse kann durch Multiplikation von (5.16) mit einer Konstanten auf den gewünschten Wert eingestellt werden. Das Modell besitzt also sieben Parameter  $[\eta, \alpha, \beta, R_{\text{in}}, R_{\text{att}}, R_{\text{out}}, h_{100}]$ , um die Form und Massenverteilung der Scheibe zu beschreiben und einen zusätzlichen Parameter  $[m_{\text{dust}}]$  für die Gesamtmasse des Staubs.

### 6.4.2. Wärmequellen

Die drei wichtigsten Prozesse zur Heizung von protostellaren Systemen sind

1. Viskose Dissipation in der Scheibe,
2. Akkretion auf den Protostern und
3. Kontraktion des Protosterns.

Hier soll viskose Reibung als Heizung vernachlässigt werden, da Dissipation in der Scheibe wenigstens eine Größenordnung unter dem Beitrag des Sterns liegt (Wolf et al. 2003). Da hier Asymmetrien, UV-/Röntgenexzess oder Linienstrahlung nicht von Interesse sind, wird das System mit einem schwarzen Körper im Ursprung beleuchtet. Dies erfordert zwei zusätzliche Parameter, die effektive Temperatur  $T_{\text{eff}}$  des Strahlers und seine bolometrische Leuchtkraft  $L_*$ . Wegen der Abschattung durch die Scheibe können die Eigenschaften der Quelle nicht direkt beobachtet und damit auch nicht effektiv eingeschränkt werden, was mit einem weiten Parameterintervall bei der Optimierung berücksichtigt wird, s. Tabelle 6.3.

### 6.4.3. Staub

Wie in der Vergleichsstudie aus Kapitel 5.3 beschrieben, wird MRN-Staub aus geglättetem astronomischen Silikat und Graphit im Massenverhältnis 5:3 verwendet. Im Gegensatz zu dieser Studie werden hier die Parameter  $a_{\min}$ ,  $a_{\max}$  und  $d$  als frei betrachtet, s. Tabelle 6.3.

## 6.5. Implementierung

Ausgangspunkt der neuen Studie waren die in G08 publizierten Visibilitäten. Die Analyse der Daten aus P06 zeigt, dass die Gaskomponente keplersch um eine zentrale Masse von  $\sim 0.45M_{\odot}$  rotiert. Somit ist es sehr unwahrscheinlich, dass die Peaks im mm-Bild von zwei individuellen Scheiben stammen. Die Reduktion der Flächenhelligkeit zwischen den Peaks ist im optisch dünnen Fall mit dem von G08 postulierten Loch in der Staubverteilung konsistent. Da dieses Szenario nicht *a priori* übernommen, sondern durch die Studie bestätigt werden sollte, wurde die Staubmasse als freier Parameter betrachtet.

Als Ansatz wurde zunächst eine einfache aufgeweitete Scheibe bestehend aus Staub mit der kanonischen Korngrößenverteilung aus MRN77 verwendet. Der Parameterraum dieses ersten Modells besitzt 9 Dimensionen: die fünf geometrischen Parameter der Scheibe  $[R_{\text{in}}, R_{\text{out}}, h_{100}, \alpha, \beta]$ , die Masse des Staubs  $[m_{\text{dust}}]$ , Leuchtkraft und effektive Temperatur der als schwarzen Körper angenommenen Quelle  $[L_*, T_{\text{eff}}]$ , und die Inklination der Scheibe relativ zum Beobachter  $[i]$ . Die Suche nach dem optimalen Parametersatz erfolgte auf einem Gitter durch Synthetisierung von Bildern mit MC3D und anschließender Berechnung von  $\chi_{\text{mm}}^2$  durch Registrierung mit der Beobachtung und pixelweise Subtraktion und Quadrierung, analog zur Berechnung von  $\chi_{\text{img}}^2$  in Abschnitt 5.2.2. Da sich das Optimum wiederholt am Rand des Gitters befand, musste der untersuchte Parameterbereich mehrfach erweitert werden. Insbesondere das Intervall für den Innenradius  $R_{\text{in}}$ , also letztlich die

Parameter	Min	Max
$\eta$	0.0	1.0
$\alpha$	2.0	3.0
$\beta$	0.5	2.0
$R_{\text{in}}$ [AU]	0.1	70
$R_{\text{att}}$ [AU]	0.1	70
$R_{\text{out}}$ [AU]	100	500
$h_{100}$ [AU]	5	20
$m_{\text{dust}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$1 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-2}$
$T_{\text{eff}}$ [K]	3000	4000
$L_*$ [ $L_{\odot}$ ]	0.1	1.0
$a_{\min}$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.001	0.1
$a_{\max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.125	65536
$d$	2.5	4.0
$i$ [°]	79	86

Tabelle 6.3.: Erlaubte Parameterintervalle für diese Studie. Die Staubmasse  $m_{\text{dust}}$  und der maximale Kornradius  $a_{\max}$  wurden logarithmisch behandelt.



Größe des inneren Lochs, erwies sich dabei als zu klein. Die Ergebnisse dieser Optimierung können wie folgt zusammengefasst werden:

- Die interferometrische Beobachtung kann von einer aufgeweiteten Scheibe mit einem Loch von  $R_{\text{in}} = (55 \pm 15)\text{AU}$  und einem Aussenradius von  $R_{\text{out}} = (130 \pm 30)\text{AU}$  erklärt werden.
- Die vertikale Geometrie des Systems wird am besten durch eine dünne, ringförmige Scheibe mit konstanter Flächendichte reproduziert.

Diese ersten Ergebnisse stehen offenbar im Widerspruch zur Erscheinung von HH 30 im NIR. Im nächsten Schritt wurden die SEDs der besten Modelle aus der Anpassung des mm-Bildes untersucht. Dabei wurden nur Datenpunkte mit einer Wellenlänge  $\lambda > 5\mu\text{m}$  berücksichtigt, um eine Abhängigkeit von der Variabilität der Quelle und der unbekanntem Vordergrundextinktion zu vermindern. Diese Analyse ergab, dass eine aufgeweitete Scheibe aus MRN-Staub mit großem Innenradius  $R_{\text{in}}$  die Beobachtungen *nicht* erklären kann. Die berechneten Flüsse im MIR und bei mm-Wellenlängen fallen zu gering aus und die korrespondierenden spektralen Indizes sind zu steil.

Unter Beibehaltung der Geometrie wurden dann Staubkataloge mit maximalen Kornradien  $a_{\text{max}}$  im Bereich  $1\mu\text{m} \dots 32\text{mm}$  und Exponenten  $d < 3.5$  getestet, was zu einer Verbesserung der Übereinstimmung von Beobachtung und Simulation führte, vor allem bei längeren Wellenlängen. Die Diskrepanz im MIR konnte jedoch nicht vollständig behoben werden, da Modelle mit Innenradien von  $R_{\text{in}} > 35\text{AU}$  keinen warmen Staub mit  $T \gtrsim 100\text{K}$  enthalten. Um den Fluss und spektralen Index im MIR aus den Beobachtungen mit IRS/SST erklären zu können, ist eine Modifikation des Modells durch Hinzufügen von Staub in der unmittelbaren Umgebung der Quelle notwendig. Da die Anzahl zusätzlicher Parameter minimiert werden sollte, wurde die in 6.4.1 eingeführte *abgeschwächte Zone* postuliert, die vom Innenradius  $R_{\text{in}}$  bis zu einem *Abschwächungsradius*  $R_{\text{att}}$  reicht, an dem die Dichte unstetig um einen Faktor  $\eta$  springt, s. Gleichung (6.3). Effektiv teilt dieser Ansatz das System in zwei ineinander verschachtelte Scheiben auf, s. Abbildung 6.6. Durch die innere Scheibe wird dem Modell warmer Staub und damit Quellen für Strahlung im MIR hinzugefügt, und gleichzeitig die Gesamtmasse, und damit der Fluss bei mm-Wellenlängen, nur wenig erhöht, s. Gleichung (6.4). Zusätzlich wurden für die Größenverteilung des Staubs drei Parameter  $a_{\text{min}}$ ,  $a_{\text{max}}$  und  $d$  eingeführt um den flachen Spektralindex bei mm-Wellenlängen reproduzieren zu können.

Das erweiterte Modell mit abgeschwächter Zone und variabler Korngrößenverteilung wird durch insgesamt 14 Freiheitsgrade beschrieben. Da eine Optimierung auf einem Gitter in einem solchen Parameterraum mit den verfügbaren Ressourcen nicht praktikabel ist, erschien ein neuer Ansatz zur Suche nach dem globalen Minimum der  $\chi^2$ -Verteilung notwendig und führte zur Implementierung von *Simulated Annealing* (SA), wie in Kapitel 4.3 beschrieben. Der geschwindigkeitsbestimmende Schritt der Optimierung ist die Synthese einer SED oder eines Bildes mit MC3D. Da ein Schritt abhängig vom konkreten Parametersatz  $\gtrsim 1\text{h}$  erfordern kann, sind in der Praxis nur einige 1000 Schritte pro Markow-Kette durchführbar. Wegen dieser Beschränkung war nicht *a priori* klar, ob diese sequentielle Methode effektiv auf die Modellierung von YSOs angewendet werden kann. Daher wurde eine Vergleichstudie zwischen SA und der üblichen Suche auf einem Gitter durchgeführt, die in Kapitel 5.3 vorgestellt wird.

Filter	$\lambda_c$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\kappa$ [ $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ ]	A	g
F110W	1.14	12333 (12100)	0.68 (0.48)	0.55 (0.52)
F160W	1.61	9731 (8790)	0.70 (0.48)	0.52 (0.49)
F204M	2.08	8234 (6800)	0.71 (0.46)	0.50 (0.46)

Tabelle 6.4.: Opazität  $\kappa$ , Albedo  $A$  and Asymmetriefaktor  $g = \langle \cos \theta \rangle$  for Modell A. Werte in Klammern stammen vom besten Parametersatz aus C01.

Vier Optimierungen des Modells wurden mit verschiedenen Teilmengen der in Kapitel 6.3 beschriebenen Beobachtungen und SA durchgeführt. Die resultierenden Parametersätze werden in der folgenden Diskussion als Modell A, B, C und D bezeichnet.

**Modell A** In der ersten Iteration wurden nur die mit NICMOS/HST im NIR aufgenommenen Bilder verwendet. Die Originalaufnahmen wurden dazu zunächst um  $-32^\circ$  rotiert, ein auf das Objekt zentrierter  $4'' \times 4''$  großer Bildbereich ausgeschnitten, auf  $400 \times 400$  Pixel skaliert und mit bilinearer Interpolation geglättet um Artefakte der Transformation zu reduzieren. Die resultierenden Bildausschnitte sind in Abbildung 6.5 neben den mit Tiny Tim generierten PSFs abgebildet.

Zur Anpassung der Aufnahme im Filter F204M wurden 8 Markow-Ketten gestartet. Die Methode zur Berechnung von  $\chi_{\text{F204M}}^2$  entspricht dabei dem in Kapitel 5.2.2 beschriebenen Verfahren. Um die unbekannte Vordergrundextinktion aus der Berechnung von  $\chi_{\text{F204M}}^2$  zu eliminieren, wurden beide Bilder auf ein Maximum von 1 normiert, mit dem Maximum registriert und anschließend pixelweise subtrahiert, so dass nur die Form optimiert wurde. Nach einigen hundert akzeptierten Schritten fanden die Markow-Ketten akzeptable Parametersätze. Für die besten 50 Parametersätze wurden Bilder in den Filtern F110W und F160W berechnet und unter Berücksichtigung der Vordergrundextinktion die beste quantitative Übereinstimmung in allen drei Filtern gesucht. Der beste Parametersatz mit  $A_V=6$  und  $R_V=3$  ist als Modell A in Tabelle 6.5 aufgeführt, die optischen Eigenschaften sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Diese Werte sollten nicht als global beste Lösung verstanden werden. Wie in W04 ausführlich diskutiert, ist das Modell zu degeneriert um alleine mit aufgelösten NIR-Bildern alle Mehrdeutigkeiten auszuschließen. Vor allem Parameter der inneren Scheibe, also  $R_{\text{in}}$ ,  $R_{\text{att}}$ , und  $\eta$ , können durch die Streubilder nicht eingeschränkt werden. Als Ergebnisse der Optimierung der Beobachtungen im NIR kann man zusammenfassend feststellen:

1. Kleine Staubkörner mit  $a_{\text{max}} \lesssim 2 \mu\text{m}$  sind ausreichend, um den beobachteten Fluss, die optische Dicke und Chromatizität zu erklären.
2. Die Beobachtungen im Streulicht sind konsistent mit der postulierten Verarmungszone. Wie in W04 diskutiert verändern die Details des inneren Bereichs nicht das Erscheinungsbild von HH 30 im betrachteten Wellenlängenbereich.
3. Parameter, die mit der vertikalen Ausdehnung zusammenhängen [ $h_{100}, \beta$ ], können besser eingeschränkt werden als radiale Parameter [ $R_{\text{in}}, R_{\text{att}}, R_{\text{out}}$ ]
4. Der Kontrast zwischen sekundärem Maximum und Minimum in vertikalen Schnitten der Streubilder fällt systematisch zu niedrig aus. Der beobachtete Kontrast ist

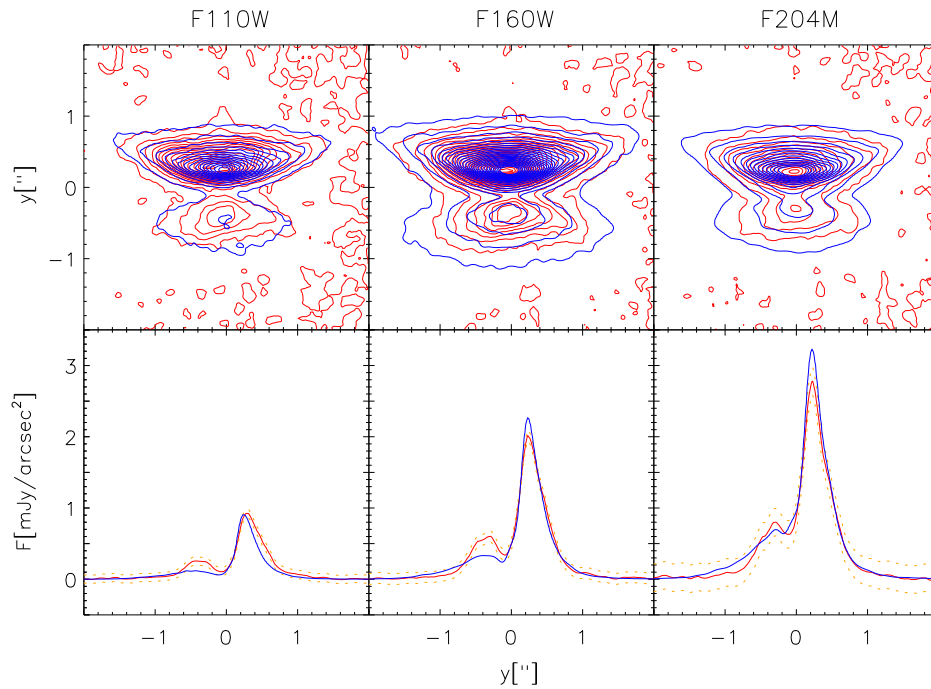


Abbildung 6.7.: Konturplot und vertikale Schnitte entlang der Symmetriachse der Beobachtungen mit NICMOS/HST (rot) und der simulierten Helligkeitsverteilung von Modell A (blau). Die Konturen der oberen Zeile und die gepunkteten Intervalle der unteren Zeile entsprechen jeweils  $1\sigma$ .

mindestens um den Faktor 2 höher, s. untere Zeile von Abbildung 6.7.

**Modell B** Im zweiten Durchgang wurde das Modell an die SED angepasst. Dazu liefen 32 Markow-Ketten von zufällig gewählten Anfangspunkten für  $\sim 1000$  akzeptierte Schritte durch den Parameterraum. Mehrere dieser Ketten fanden dabei Modelle mit niedrigem  $\chi_{\text{SED}}^2$ , der beste Parametersatz ist in Tabelle 6.5 als Modell B aufgeführt. Der niedrige Wert  $\beta_{\text{mm}} \sim 0.4$  des Spektralindex ist ein Hinweis auf die Anwesenheit großer Staubkörner mit  $a_{\text{max}} \gtrsim 1\text{mm}$  und einer Korngrößenverteilung mit  $d < 3.5$  (Draine 2006). Es wurden Parametersätze gefunden, die den Spektralindex bei großen Wellenlängen reproduzieren können, doch leider sind diese Modelle nicht in der Lage gleichzeitig den beobachteten Fluss und Spektralindex im MIR erklären. Diese Optimierung ergab weitere Hinweise:

1. Um den beobachteten Fluss erklären zu können, sind Staubkörner mit  $a_{\text{max}} \gtrsim 1\text{mm}$  notwendig, vor allem bei mm-Wellenlängen.
2. Fluss und Steigung im (sub)mm-Bereich werden von Korngrößenverteilungen mit  $a_{\text{max}} \gtrsim 8\text{mm}$  und  $d \sim 3$  zufriedenstellend reproduziert.
3. Keine synthetisierte SED kann die Beobachtungen über den gesamten beobachteten Wellenlängenbereich nachbilden, das beste Modell ist ein Kompromiss.

4. Die Geometrie des Objekts wird durch die SED nur schwach eingeschränkt, d.h. das Modell ist trotz einer im Vergleich zu Vorgängerstudien erweiterten Photometrie weiterhin mehrdeutig.

Es ist erwähnenswert, dass in Modell B die Staubbichte am Übergang  $R_{\text{att}} \sim 45 \text{ AU}$  mit  $\eta \sim 0.03$  einen Sprung um mehr als eine Größenordnung macht und das System daher effektiv in zwei Scheiben geteilt wird, wobei  $\sim 90\%$  der Masse im äußeren Bereich liegt, s. Gleichung (6.4).

**Modell C** Um nachzuweisen, ob die Einführung der Verarmungszone die Ergebnisse der Anpassung an die SED verfälscht, wurde eine weitere Optimierung unter der Randbedingung  $\eta = 1$  durchgeführt, also mit einer aufgeweiteten Scheibe *ohne* Verarmungszone. Dafür wurden 24 Markow-Ketten gestartet und nach  $\sim 1000$  akzeptierten Schritten Parametersätze mit niedrigem  $\chi_{\text{SED}}^2$  gefunden, wenn auch nicht mit kleineren Werten als Modell B. Von den besten Modellen wurden Bilder bei  $1.3 \text{ mm}$  berechnet und mit der Beobachtung verglichen. Obwohl die Übereinstimmung von Modell C mit der Photometrie durchaus zufriedenstellend ist, s. Abbildung 6.11, kann die Doppelspitze im  $\text{mm}$ -Profil nicht reproduziert werden, s. Abbildung 6.12. Das  $\text{mm}$ -Profil von Modell C ist dabei repräsentativ für andere in diesem Schritt gefundenen Parametersätze.

**Modell D** Die auffälligste Diskrepanz zwischen Modell A und B ist die Korngrößenverteilung und damit verbunden die Masse des Staubs. In einem Versuch die bisherigen Ergebnisse zusammenzuführen, wurden SED und  $\text{mm}$ -Bild mit einer gestuften Markow-Kette simultan optimiert, s. Abschnitt 4.3.4. Dazu wurden 24 Ketten aufgesetzt und jeweils für  $\sim 1000$  Schritte propagiert. Der resultierende Parametersatz D in Tabelle 6.5 ist der beste gefundene Kompromiss dieser Optimierung. Aus der Analyse der gefundenen Modelle können folgende Schlüsse gezogen werden:

- Die Kombination von unabhängigen Daten verzögert die Optimierung, d.h. die Markow-Ketten müssen insgesamt länger laufen um lokale Optima zu verlassen und einen akzeptablen Kompromiss zu finden.
- Die Optimierung in Stufen kann die Mehrdeutigkeit des Modells reduzieren, in diesem Fall konnte der äußere Radius  $R_{\text{out}}$  durch Einbeziehung des  $\text{mm}$ -Bildes auf Werte  $\lesssim 200 \text{ AU}$  beschränkt werden.

Die Reduktion von  $R_{\text{out}}$  konnte aus der anfangs durchgeführten Gittersuche antizipiert werden, aber es ist trotzdem schwer  $R_{\text{out}} \gtrsim 200 \text{ AU}$  mit der  $\text{mm}$ -Karte auszuschließen. Um mögliche Artefakte durch die Dekonvolution mit dem CLEAN-Algorithmus zu umgehen, wurde eine direkte Anpassung der Visibilitäten in der  $uv$ -Ebene implementiert. Analyse aller  $\sim 25000$  synthetisierten  $\text{mm}$ -Bilder ergaben als besten Wert  $R_{\text{out}} = (135 \pm 15) \text{ AU}$ . Leider haben die besten Parametersätze der direkten Anpassung an die Visibilitäten Schwierigkeiten den Fluss im MIR nachzubilden. Die Studie wurde daher an dieser Stelle abgeschlossen, da eine Erweiterung des Modells zusätzliche hochauflösende Daten benötigt, um die bereits bestehenden Mehrdeutigkeiten zu reduzieren und die räumliche Abhängigkeit des Spektralindex  $\beta_{\text{mm}}$  aufzulösen, da eine homogene Korngrößenverteilung nicht ausreichend erscheint um alle Beobachtungen zu erklären.

Parameter	A	B	C	D
$\eta$	0.019	$0.029^{+0.026}_{-0.002}$	1	0.03
$\alpha$	2.45	$2.27^{+0.24}_{-0.10}$	2.39	2.3
$\beta$	1.09	$1.18^{+0.03}_{-0.07}$	1.21	1.16
$p$	1.36	1.09	1.17	1.14
$R_{\text{in}}$ [AU]	2.1	$0.13^{+0.83}_{-0.03}$	0.05	0.56
$R_{\text{att}}$ [AU]	59.6	$47.0^{+1.4}_{-5.2}$	na	44.4
$R_{\text{out}}$ [AU]	455	$471^{+24}_{-346}$	212	175
$h_{100}$ [AU]	14.8	$14.9^{+0.3}_{-1.4}$	14.8	14.7
$m_{\text{dust}}$ [ $10^{-5}M_{\odot}$ ]	0.734	$7.3^{+1.6}_{-3.1}$	9.47	5.04
$m_{\text{in}}/m_{\text{out}}$	0.09	0.11	na	0.15
$T_{\text{eff}}$ [K]	3200	$3200^{+400}_{-200}$	4000	3300
$L_{*}$ [ $L_{\odot}$ ]	0.6	$0.4^{+0.11}_{-0.06}$	0.38	0.48
$a_{\text{min}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.006	$0.009^{+0.001}_{-0.008}$	0.005	0.003
$a_{\text{max}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	1.87	$18800^{+7800}_{-7200}$	7130	20200
$d$	3.4	$3.7^{+0.06}_{-0.18}$	3.35	3.58
$i$ [°]	83.6	$83.2^{+2.1}_{-1.5}$	80.1	85.1
$\chi_{\text{F204M}}^2$	49	586	1079	781
$\chi_{\text{SED}}^2$	$8.2 \cdot 10^7$	12884	59130	41471
$\chi_{1.3\text{mm}}^2$	177287	74416	77438	55239

Tabelle 6.5.: Parameter und abgeleitete Größen der besten Modelle aus der Anpassung der NIR-Aufnahmen (A), der SED (B), der SED mit einfach aufgeweiteter Scheibe [ $\eta=1$ ] (C) und einer Kombination von mm-Karte und SED (D). Die Konfidenzintervalle von Modell B wurden mit der in Abschnitt 4.3.5 beschriebenen Methode bestimmt und werden in Abschnitt 6.6.2 diskutiert.

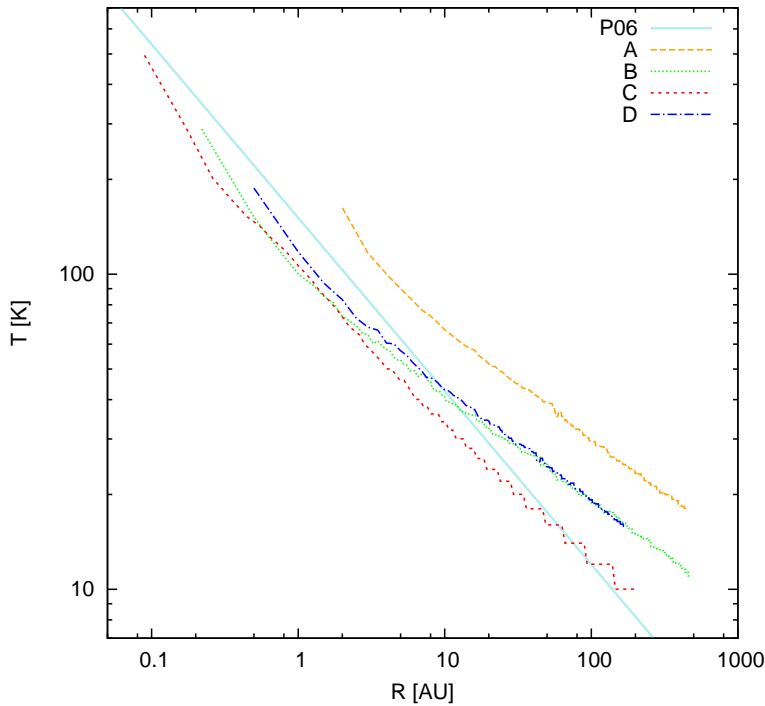


Abbildung 6.8.: Temperatur in der Mittelebene der vier Modelle A bis D im direkten Vergleich mit der aus Rotationsübergängen abgeleiteten Temperatur aus P06.

## 6.6. Ergebnisse

Die im vorigen Abschnitt diskutierten Modelle sind für den direkten Vergleich in Tabelle 6.5 zusammengefasst und stimmen gut mit den Resultaten der Vorgängerstudien überein, s. Tabelle 6.1. Dieses Ergebnis ist nicht selbstverständlich, da im Gegensatz zu früheren Untersuchungen in dieser Studie keine Parameter fixiert wurden und das erweiterte Modell 14 Parameter besitzt und somit anfälliger gegenüber Mehrdeutigkeiten ist.

Die radiale Abhängigkeit der Temperatur in der Mittelebene der Modelle A bis D wird in Abbildung 6.8 mit der Gastemperatur aus P06 verglichen, die dem Potenzgesetz

$$T(R) = T_{100} \left( \frac{R}{100} \right)^{-q} \quad (6.5)$$

mit  $T_{100} = (12 \pm 1)\text{K}$  und  $q = (0.55 \pm 0.07)$  folgt. In Abbildung 6.12 sind horizontale Schnitte durch die Maxima der berechneten mm-Karten mit der Beobachtung aus G08 zusammengestellt und in Abbildung 6.11 werden die berechneten SEDs mit den Beobachtungsdaten für  $5\mu\text{m} \dots 4\text{mm}$  verglichen. In den folgenden Abschnitten werden die Eigenschaften der Modelle der verschiedenen Optimierungen besprochen.

### 6.6.1. Anpassung der Beobachtungen im NIR

Abgesehen von geringen Asymmetrien durch ungleichmäßige Ausleuchtung und des Jet, zeigt Parametersatz A zufriedenstellende Übereinstimmung mit der Beobachtung, s. Abbildung 6.7 und 6.9 für einen direkten Vergleich. Allerdings sind die Modelle nicht in der Lage den Kontrast zwischen sekundären Maximum und zentralen Minimum in den vertikalen Schnitten zu erklären, wie in der unteren Zeile von Abbildung 6.7 erkennbar ist. Dieses Phänomen wurde auch in den Vorgängerstudien C01 und W04 beschrieben, was auf eine

systematische Abweichung des Modells hindeutet. Eine mögliche Erklärung für die Diskrepanz könnte der in P06 beschriebene Kegel sein, der durch einen molekularen Ausfluss verursacht wird. In einem solchen Gasstrom können Staubkörner aufsteigen (Tambovtseva und Grinin 2008b), und durch Streuung den Kontrast erhöhen. Diese Idee wurde nicht weiter verfolgt, da unterstützende Beobachtungen fehlen und weitere Szenarien existieren, die einen vergleichbaren Effekt hervorrufen können, u.a. Verformungen der Scheibe, Abschattung und unsymmetrische Beleuchtungen durch ein Doppelsternsystem (Tambovtseva et al. 2006).

Die Modelle aus B96 und C01 korrespondieren mit Modell A, da diese Studien auch aufgelöste Beobachtungen im Optischen und NIR verwenden. Der auffälligste Unterschied zu diesen Modellen ist der erheblich größere äußere Radius  $R_{\text{out}} = 455\text{AU}$ . Diese Abweichung ist scheinbar, da die besten Modelle der Studien B96 und P06 ähnliche Werte besitzen. In diesen Studien wird der äußere Radius, im Gegensatz zu den anderen Arbeiten, als freier Parameter behandelt und es ergeben sich vergleichbare Werte von  $R_{\text{out}} \sim 425\text{AU}$  und  $(420 \pm 20)\text{AU}$ .

Der an äußeren Bereichen der Scheibe gestreute Fluss im NIR ist hier  $\lesssim 1\sigma$  und damit nicht signifikant, was wegen des Exponenten der Flächendichte  $p \sim 1.4$  von Modell A plausibel erscheint. Daher wird in den Abbildungen 6.7 und 6.9 nur ein Bereich von  $4'' \times 4''$  des Modells dargestellt, der sinnvoll mit den Beobachtungsdaten verglichen werden kann. Die Modellierung zeigt daher, dass die vorliegenden Beobachtungen im NIR alleine keine zuverlässige Obergrenze für den äußeren Radius geben können. Daher stellen die Ergebnisse der vorangegangenen Studien eine untere Grenze dar und der hier in Modell A präsentierte Wert sollte mit Vorsicht betrachtet werden.

Die Verhältnisse der Opazitäten für die betrachteten Filter sind mit  $\kappa_{\text{F110W}}:\kappa_{\text{F160W}}:\kappa_{\text{F204M}} = 1.50:1.18:1.00$  vergleichbar zu den Werten aus C01 (1.37:1.29:1.00), wie auch die restlichen optischen Eigenschaften des Staubs vergleichbare Werte annehmen, s. Tabelle 6.4. Trotz der vielversprechenden Erscheinung von Modell A im NIR ist die Übereinstimmung der SED und mm-Karte bei 1.3mm enttäuschend, s. Abbildung 6.11 und 6.12. Offenbar fehlt eine essentielle Komponente und die Abweichung der simulierten Temperaturverteilung in der Mittelebene von der Beobachtung unterstreicht diese Tatsache, s. Abbildung 6.8.

## 6.6.2. Anpassung der SED

Modell B kann die Beobachtung recht gut reproduzieren, s. Abbildung 6.11, und der Vergleich mit Modell A zeigt, dass die fehlende Komponente größere Staubkörner mit  $a_{\text{max}} \gtrsim 1\text{mm}$  ist. Dies entspricht den Ergebnissen von W02, die auf Staubmodellen mit und ohne exponentiellen Abschneideradius<sup>1</sup> für die Korngrößenverteilung basieren. Leider kann das Modell B die Beobachtungen im NIR nicht befriedigend erklären, obwohl die Geometrie der Modelle A und B ähnlich ist. Die Anwesenheit großer Körner verändert die optischen Eigenschaften des Staubs derart, dass diese Konfiguration keine passenden Streubilder erzeugen kann. Trotzdem sind diese großen Körner notwendig um die beobachteten Flüsse und den Spektralindex bei mm-Wellenlängen zu erklären.

Tatsächlich ist Modell B ein Kompromiss, da Spektralindex  $[\beta_{\text{mm}} \sim 0.4]$  und Flüsse bei mm-Wellenlängen nicht mit der gleichen Konfidenz nachgebildet werden können, wie die

---

<sup>1</sup>engl.: *Exponential cutoff*

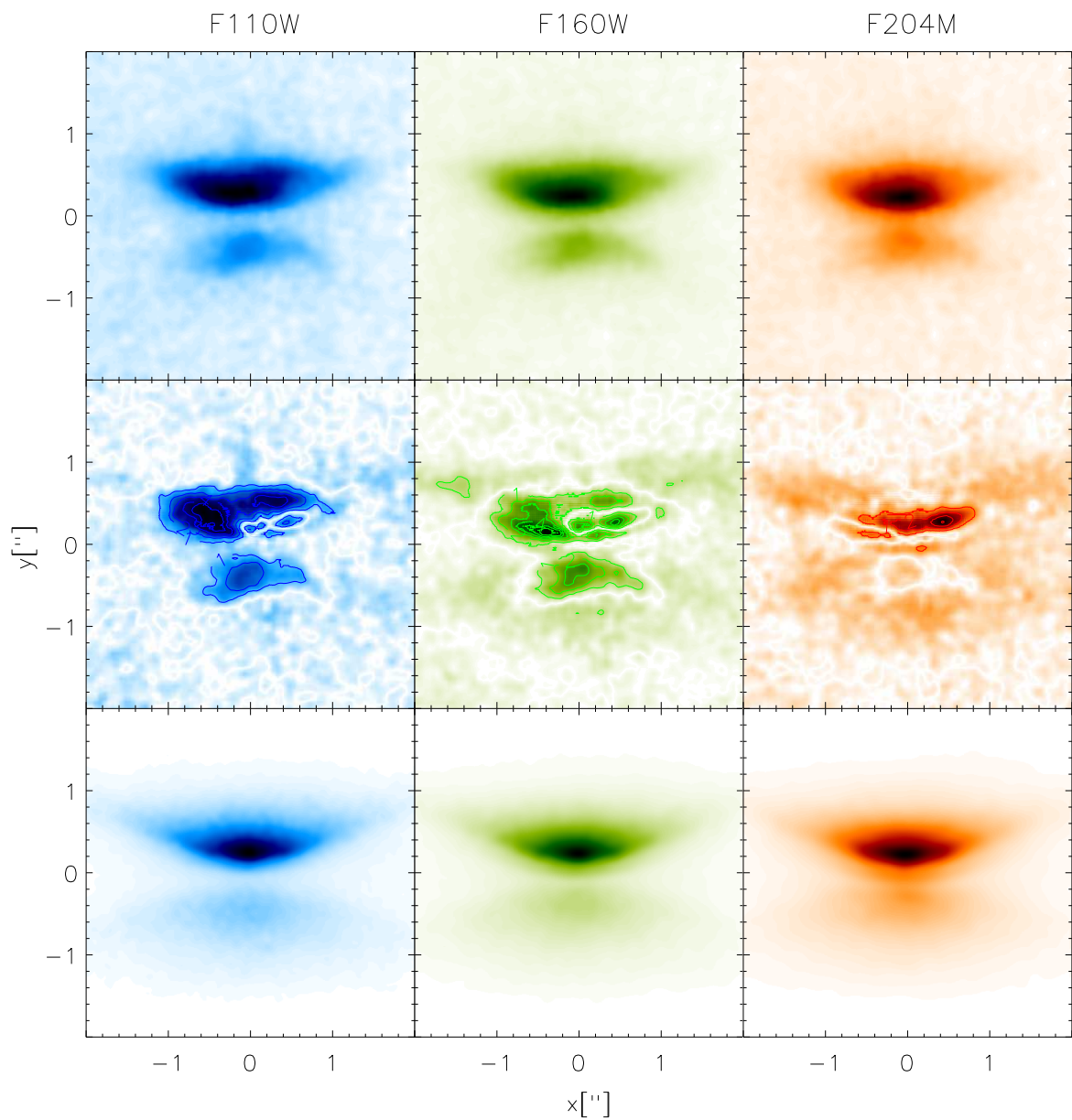


Abbildung 6.9.: Beobachtungen mit NICMOS, Abweichungen und simulierte Streubilder von Modell A im NIR. Die überlagerten Konturlinien in den Differenzbildern entsprechen  $1\sigma$ . Wie erwartet sind die Differenzen für das optimierte Bild im Filter F204M am geringsten und nehmen bei kürzeren Wellenlängen zu.



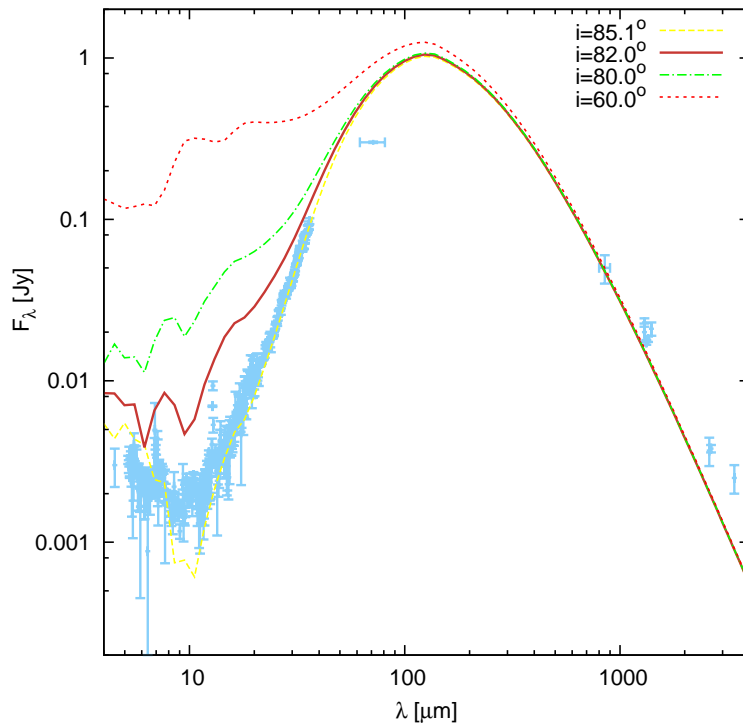


Abbildung 6.10.: SED von Modell D unter verschiedenen Inklinationen betrachtet. Dieser Parametersatz lässt bei einer Abweichung der Inklination  $\gtrsim 3^\circ$  vom optimalen Wert eine signifikante Silikatemission um  $10\mu\text{m}$  erkennen.

entsprechenden Größen im MIR. Entgegen der Erwartung hat die synthetische SED keine Silikatemission bei  $10\mu\text{m}$ , obwohl genügend kleine Staubkörner vorhanden sind. Dies ist ein geometrischer Effekt, der durch Abschattung der inneren Bereiche hervorgerufen wird, da Erhöhung der Inklination um einige Grad die verborgene Silikatemission sichtbar macht, s. Abbildung 6.10.

Ein horizontaler Schnitt durch die mm-Karte zeigt, dass die Emissionen von Modell B zu ausgedehnt sind und Helligkeit und Kontrast nicht ausreichen, um der Beobachtung zu entsprechen, s. Abbildung 6.12. Es wurden Parametersätze mit niedrigem Spektralindex  $\beta_{\text{mm}}$  gefunden, die den Fluss bei (sub)mm-Wellenlänge gut reproduzieren können, doch diese Modelle können nicht die Beobachtungen im MIR nachvollziehen.

Die radiale Temperaturverteilung in der Mittelebene von Modell B folgt für  $R \gtrsim 5\text{AU}$  dem Potenzgesetz (6.5) mit  $T_{100} = 19\text{K}$  und  $q = 0.33$ . Die Temperatur variiert von  $T \sim 290\text{K}$  am inneren Rand bis hinunter zu  $T \sim 10\text{K}$  in den äußeren Bereichen der Scheibe mit einer über die Masse gemittelten Temperatur von  $\langle T_d \rangle_\rho \sim 18\text{K}$ . Das Modell B sagt für  $R \gtrsim 10\text{AU}$  leicht höhere Temperaturen voraus als in P06 abgeleitet wurde, liegt aber insgesamt nahe an der Beobachtung, s. Abbildung 6.8.

Die effektive Temperatur  $T_{\text{eff}}$  und Leuchtkraft  $L_*$  entsprechen einem kontrahierenden Protostern der Spektralklasse  $M3 \pm 2$  mit  $R_* \sim 2R_\odot$  (Simon et al. 2000), aber es ist schwierig die Eigenschaften der Quelle einzuschränken. Daher ist ein Doppelstern, wie in Anglada et al. (2007) und G08 vorgeschlagen und in Estalella et al. (2012) unabhängig bestätigt wurde, eine realistische Option.

Der Exponent der Flächendichte ist mit  $p \sim 1.1$  etwas größer als für eine dünne Akkretions-scheibe mit  $\alpha$ -Viskosität zu erwarten wäre, d.h. die Gleichungen (5.20) und (5.21) gelten nicht exakt. Das ist keine Überraschung, da die postulierte innere Verarmungszone durch zusätzliche physikalische Prozesse erzeugt werden muss.

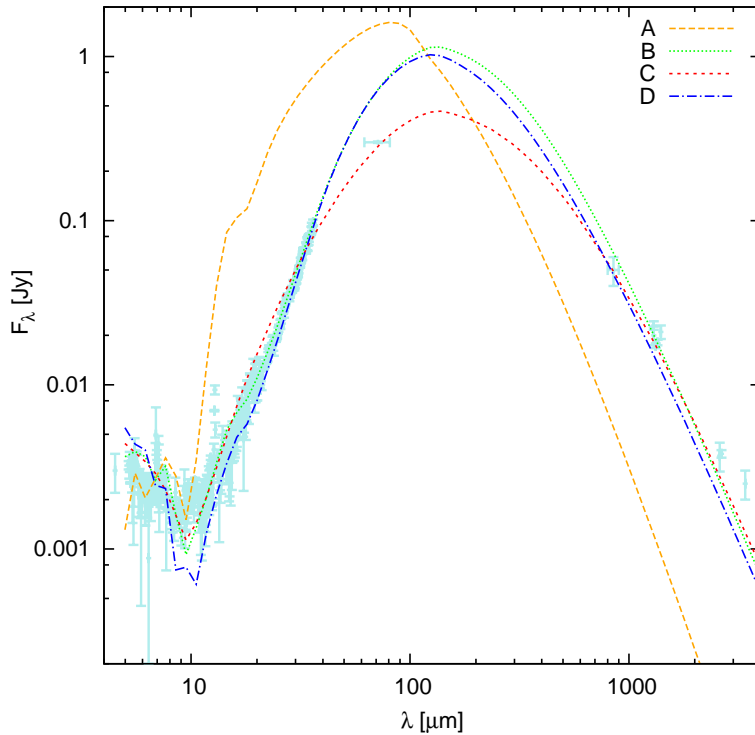


Abbildung 6.11.: Synthetische SEDs der Modelle A bis D und Beobachtungsdaten im betrachteten Wellenlängenbereich von  $5\mu\text{m}$  bis  $3\text{mm}$ .

Die Berechnung der Konfidenzintervalle wurde wie in Abschnitt 4.3.5 beschrieben durch Abtastung der  $\chi^2$ -Verteilung um den Parametersatz  $\mathbf{a}_B$  mit  $\sim 1000$  Modellen durchgeführt. Dazu wurde das Konfidenzintervall auf  $\Delta\chi_{\text{conf}} = 0.5 \cdot \chi_B^2$  festgesetzt und damit die in Tabelle 6.5 aufgeführten unsymmetrischen Intervalle abgeleitet. Es sei darauf hingewiesen, dass diese Konfidenzintervalle nicht dem üblichen  $1\sigma$ -Intervall entsprechen, da das Modell nichtlinear und mehrdeutig ist und daher die Parameter nicht voneinander unabhängig sind. Die Wahl von  $\Delta\chi_{\text{conf}}$  beruht auf einer subjektiven Bewertung der Anpassungsgüte an die Beobachtung, da  $\chi_{\text{SED,red}}^2 \gg 1$  gilt.

Vergleich der Fehlerintervalle mit dem vorgegebenen Parameterraum aus Tabelle 6.3 zeigt, dass die obere Intervallgrenze von  $R_{\text{out}}$  ausgeschöpft wurde. Wie in Abschnitt 6.6.1 besprochen kann keine obere Grenze für diesen Parameter mit den vorliegenden Daten festgelegt werden und es wurden daher keine Versuche unternommen das Parameterintervall zu erweitern. Auch die Parameter  $T_{\text{eff}}$  und  $L_*$  der Quelle schöpfen den vorgegebenen Bereich beinahe aus, was deutlich die Schwierigkeiten aufzeigt ein mehrdeutiges Modell nur mit der SED einzuschränken.

### 6.6.3. Anpassung der SED mit einem Scheibenmodell ohne Verarmungszone

Modell C hat für  $R \gtrsim 5\text{AU}$  eine etwas steilere radiale Temperaturverteilung als Modell B mit  $q \sim 0.43$  und  $T_{100} \sim 12\text{K}$  und liegt damit näher an den Ergebnissen von P06, s. Abbildung 6.8. Obwohl die SED von Modell C gut mit der Beobachtung übereinstimmt, fehlt dem horizontalen Schnitt durch die Helligkeitsverteilung bei  $1.3\text{mm}$  die charakteristische Doppelspitze, s. Abbildung 6.12. Da dieses Verhalten bei allen untersuchten Parametersätzen vorliegt, ist es sehr unwahrscheinlich, dass eine einfache aufgeweitete Scheibe sowohl

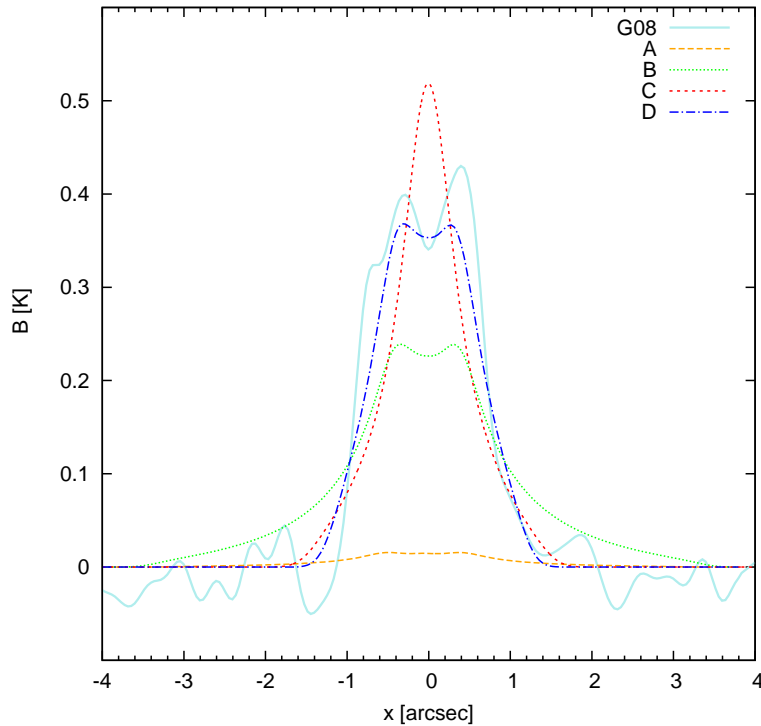


Abbildung 6.12.: Vergleich horizontaler Schnitte durch die mm-Karte der Beobachtung aus G08 und der Modelle A bis D.

die SED als auch die mit dem PdBI gemessenen Visibilitäten erklären kann.

#### 6.6.4. Simultane Anpassung von SED und mm-Bild

Der gefundene Kompromiss D ähnelt dem Parametersatz B, mit Ausnahme des kleineren äußeren Radius  $R_{\text{out}} \sim 175 \text{ AU}$ . Die radiale Temperaturverteilung von Modell D liegt mit  $q \sim 0.36$  und  $T_{100} \sim 19 \text{ K}$  für  $R \gtrsim 5 \text{ AU}$  nahe bei den Werten von Modell B, s. Abbildung 6.8. Alle abgeleiteten Eigenschaften sind vergleichbar, abgesehen von der mm-Karte, die eine verbesserte Form und maximale Helligkeit besitzt. Der Kontrast zwischen Minimum und Maxima der Doppelspitze kann zwar die Beobachtung nicht reproduzieren, aber die Abweichungen sind nicht signifikant, s. Abbildung 6.12. Die optische Tiefe bei 1.3mm liegt bei  $\tau \sim 1.8$  in der Mittelebene und  $\tau \sim 0.9$  entlang der Sichtlinie, die Scheibe ist daher semitransparent bei mm-Wellenlängen.

### 6.7. Diskussion

Die Studie bestätigt mit einem unvoreingenommen und erweiterten Scheibenmodell mit Hilfe einer neuen Optimierungsmethode die Ergebnisse der Vorgängerstudien. Keine der Markow-Ketten konvergierte jedoch in der gegebenen Zeit von  $\eta \ll 1$  gegen  $\eta \sim 1$ , obwohl in W02 Modelle publiziert wurden, die mit einer einfachen Scheibe eine gute Übereinstimmung mit den Beobachtungsdaten erreichen. Es hat den Anschein, dass in der  $\chi^2$ -Verteilung Bereiche mit kleinen und großen Werten für  $\eta$  getrennt sind, und die hier verwendete Implementierung von SA kann diesen Abstand in der gegebenen Anzahl von Schritten nicht überwinden.

Um die Möglichkeit einer Lösung mit  $\eta=1$  abzuklären wurde daher die Abschwächung auf diesen Wert fixiert und Modell C gefunden, zusammen mit einer Anzahl von Parametersätzen mit zu Modell B vergleichbaren Werten für  $\chi_{\text{SED}}^2$ . Das Erscheinungsbild dieser Modelle deutet jedoch darauf hin, dass das Defizit im Zentrum der Helligkeitsverteilung bei 1.3mm nicht durch einen optischen Tiefeneffekt hervorgerufen werden kann, s. Abbildung 6.12. Daher ist ein Sprung der mm-Opazität zwischen einer inneren und äußeren Domäne bei  $\sim 45\text{AU}$  um mehr als eine Größenordnung notwendig, wie in G08 diskutiert.

Dieses Ergebnis kann auch direkt aus der Beobachtung verstanden werden. Die typische Staubtemperatur  $T_d$  bei 50AU der besten Modelle ist  $\gtrsim 20\text{K}$ , vergleichbar mit den Temperaturen abgeleitet aus Moleküllinien in P06, s. Abbildung 6.8. Die Oberflächenhelligkeit  $T_b$  eines optisch dichten Emitters der den ganzen Beam ausfüllt ist gerade seine mittlere Temperatur. Daher kann aus dem beobachteten Maximum von  $\hat{T}_b \lesssim 0.5\text{K}$  der mm-Karte 6.3 geschlossen werden, dass ein optisch dichter Emitter um einen geometrischen Faktor von  $T_d/\hat{T}_b \gtrsim 40$  verdünnt werden muss. Da der Beam die Scheibe von HH 30 radial auflöst, bleibt nur das vertikale Absetzen des Staubs für ein optisch dichtes Szenario. Der Verdünnungsfaktor ist entsprechend gegeben durch das Verhältnis der projizierten Scheibendicke zur vertikalen Auflösung, also  $0.59'' \sim 83\text{AU}$  bei der für Taurus angenommenen Entfernung von 140pc. Daher sollte die *scheinbare* Dicke der Scheibe  $\sim 2\text{AU}$  betragen, was aber inkompatibel mit der abgeleiteten Inklination von  $\sim 83^\circ$  ist, da  $\sin 7^\circ \sim 0.12$  und der Durchmesser der optisch dichten Teile der Scheibe vergleichbare Abmessungen wie der Abstand zwischen den beiden Peaks der Helligkeitsverteilung haben sollte, also  $\sim 100\text{AU}$ . Um trotzdem das Defizit an mm-Emission durch Selbstabsorption erklären zu können, müssten zwei Effekte kombiniert werden:

1. Ein sehr starkes Absenken großer Staubkörner, um eine Skalenhöhe von  $\sim 1\text{AU}$  bei  $R \sim 50\text{AU}$  zu erhalten.
2. Eine substantielle Verformung der inneren Teile der Scheibe auf eine Inklination  $i \gtrsim 88^\circ$  in Richtung des Beobachters, während der äußere Teil bei  $\sim 83^\circ$  verbleibt, der die Streuung im NIR dominiert.

Auch wenn dieses Szenario nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann, so kann doch festgestellt werden, dass eine solche Häufung von Besonderheiten ungewöhnlich ist. Solange keine zwingenden Gründe dagegen sprechen, ist zylindrische Symmetrie eine vernünftige Annahme. Löcher im inneren Teil von Scheiben wurden mittlerweile mehrfach nachgewiesen, u.a. bei LkCa 15 (Piétu et al. 2006), GM Aur (Dutrey et al. 2008; Hughes et al. 2009) und CB 26 (Sauter et al. 2009). Daher erscheint eine Lücke mit niedriger Opazität als einfache und schlüssige Erklärung für das Erscheinungsbild von HH 30 bei mm-Wellenlängen. Erneute Analyse der in P06 publizierten  $^{13}\text{CO}$ -Daten in G08 hat darüber hinaus gezeigt, dass man das Fehlen von Emissionen für  $\gtrsim 3\text{kms}^{-1}$  durch Entfernung des Gases aus einem Bereich mit einem Radius von  $(33 \pm 7)\text{AU}$  erklären kann. Anglada et al. (2007) diskutieren einen Doppelstern um die Oszillationen des Jets zu erklären, G08 führen diese Überlegung aus und Estalella et al. (2012) bestätigen die Existenz des Doppelsterns durch erneute Untersuchung des Jet. In der hier vorliegenden Studie wurde nachgewiesen, dass man mit einer Verarmungszone die SED und mm-Karte befriedigend erklären kann. Die Idee eines inneren Bereichs mit stark reduzierter Opazität wird daher von mehreren unabhängigen Beweisen gestützt.

Der Versuch alle bekannten Beobachtungen im Kontinuum zu erklären bestätigt eine Reihe von in früheren Studien angesprochene Fakten, und hilft die möglichen Hintergründe zu beleuchten. Mit der Annahme einer homogenen Korngrößenverteilung und chemischen Zusammensetzung des Staubs kann jedoch kein Modell alle gegebenen Beobachtungsdaten mit der gleichen Konfidenz erklären. Eine größere Diskrepanz ergibt sich dabei für den äußeren Radius der Staubscheibe. Aufgelöste Beobachtungen im NIR und die SED sind konsistent mit  $R_{\text{out}} \sim 200 \dots 500 \text{AU}$ , während die Visibilitäten bei 1.3mm alleine den abweichenden Wert  $R_{\text{out}} = (135 \pm 15) \text{AU}$  ergeben. Diese Differenz kann nicht mit einer homogenen Staubsorte erklärt werden und deutet auf eine radiale Abhängigkeit der Zusammensetzung hin. Eine Beobachtungskampagne an einer Auswahl von 10 TTauri Scheiben konnte eine radiale Veränderung der Opazität feststellen, die auf einen negativen Gradienten der mittleren Korngröße  $\partial \langle a \rangle / \partial R < 0$  in der äußeren Scheibe deutet (Guilloteau et al. 2011). Wie bereits in G08 besprochen, ist der von P06 gefundene Außenradius der Gasscheibe von  $\sim 420 \text{AU}$  konsistent mit einer Abnahme der mittleren Korngröße für zunehmende Radien.

Eine Erweiterung des Modells sollte daher in einer Folgestudie durchgeführt werden, wenn weitere hochauflösende Beobachtungen im (sub)mm-Bereich vorliegen, die eine radiale Abhängigkeit von  $\beta_{\text{mm}}$  nachweisen können. Die hier vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass die interferometrischen Beobachtungen aus G08 durch ein Defizit an Emission aus dem inneren Bereich erklärt werden können, während die SED im MIR die Anwesenheit von beträchtlichen Mengen warmen Staubs erfordert. Der fehlende Fluss aus der inneren Zone bei 1.3mm kann auf eine Abreicherung von Staubteilchen zurückgeführt werden. Allerdings sind die Korngrößen, die zur Erklärung der Emissionen und des Spektralindex bei mm-Wellenlängen benötigt werden, inkonsistent zur beobachteten Chromatizität des Staubs in Streubildern im NIR. Ein Absetzen der Staubkörner kann diesen Effekt erklären, da die Skalenhöhe von großen und damit im mm-Bereich effektiver strahlenden Körnern nicht eingeschränkt werden kann, wie aus der ersten Optimierung des mm-Bildes klar hervorgeht. Ein ebenfalls plausibles Szenario ist die Migration von kleinen Staubkörnern gekoppelt an den Gasstrom durch die innere Region entlang sogenannter *Streamer* (Grinin et al. 2004; Kley et al. 2008; Tambovtseva und Grinin 2008b), wohingegen größere Körner entkoppeln und effektiv aus der Verarmungszone entfernt werden. Unabhängig von der genauen Ursache ist der innere Bereich nicht völlig gas- und staubfrei, wie man an der SED im MIR und dem aktiven Jet erkennen kann. Nur Interferometer mit ausreichender Sensitivität und Auflösung wie ALMA werden die Mehrdeutigkeiten eines erweiterten Modells mit inhomogener Korngrößenverteilung signifikant reduzieren können und eine Trennung der Beiträge von vertikaler Stratifikation und radialer Segregation ermöglichen.

## 6.8. Zusammenfassung

Es wurde eine Parameterstudie durchgeführt um ein selbstkonsistentes Modell der Scheibe von HH 30 zu finden, dass alle vorliegenden Beobachtungen im Kontinuum vorhersagen kann. Die Untersuchung begann mit einer einfachen aufgeweiteten Scheibe und einer Korngrößenverteilung nach MRN77. Erste Resultate ergaben inkongruente Flüsse und spektrale Indizes im MIR und bei (sub)mm-Wellenlängen, was eine Modifikation des Ansatzes erforderte.

Um die Abweichungen zwischen Vorhersage und Beobachtung zu reduzieren, wurde eine variable Korngrößenverteilung angenommen und eine abgeschwächte Region im inneren Teil der Scheibe postuliert. Dadurch wurden dem Modell größere Körner, die im (sub)mm-Bereich effektiver strahlen, und warmer Staub nahe der zentralen Quelle(n) hinzugefügt. Dies erweiterte die Studie um fünf neue Parameter, was eine vollständige Suche auf einem Gitter unmöglich macht. Um in einem praktikablen Zeitrahmen eine Lösung zu finden wurde SA implementiert. Die Abschwächung des inneren Bereichs durch  $\eta \in [0, 1]$  wurde wegen seiner Einfachheit gewählt und besitzt keine tiefere physikalische Bedeutung, da eine Reihe von Konfigurationen mit dem beobachteten Fluss kompatibel sind. Die gewählte Variante konzentriert den Staub in der Mittelebene nah an der Quelle, was zu erheblichen optischen Dichten in diesem Bereich führt. Der meiste Fluss im MIR stammt daher vom inneren Scheibenrand und höheren, durch direkte Einstrahlung geheizte Schichten. Darunter liegende Schichten werden abgeschirmt und können wenig zum Fluss beitragen. Weniger massive Konfigurationen mit reduzierter optischer Tiefe sind daher denkbar und die hier bestimmte Staubmasse für die abgereicherte Zone sollte als obere Grenze verstanden werden.

Frühere Arbeiten weisen auf die Mehrdeutigkeiten bei der Anpassung hin, im Falle von W04 haben die Autoren daher explizit keinen individuellen Parametersatz als optimale Lösung angegeben. In dieser Studie traten ebenfalls Mehrdeutigkeiten auf, vor allem bei der Optimierung einzelner Datensätze.

Der Parametersatz A kann das Erscheinungsbild von HH 30 im NIR gut reproduzieren, trifft jedoch bei längeren Wellenlängen keine korrekten Vorhersagen, s. Abbildung 6.11 und 6.12. Die Schwierigkeit den Kontrast zwischen sekundärem Maximum und Minimum zu reproduzieren deutet auf die Anwesenheit von zusätzlichen Merkmalen, die dem verwendeten Modell fehlen, wie Verformungen, einen aufgewirbelten Staubkonus und ungleichförmige Beleuchtung.

Mehrdeutigkeiten ergeben sich auch bei der Anpassung der SED, wobei neue Datensätze, vor allem von IRS/SST im MIR, die Abschätzung der Parameter deutlich verbessern. Der gefundene Parametersatz B kann die Photometrie im MIR gut erklären, allerdings nicht das Erscheinungsbild im NIR und auch die mm-Karte ist zu ausgedehnt und zeigt fehlende Flächenhelligkeit und einen schwachen Kontrast, s. Abbildung 6.12. Die allgemeine Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Simulation ist bei mm-Wellenlängen für Modell B nur befriedigend, da die Vorhersagen bei 2.7mm und 3.4mm zu gering ausfallen, wobei hier auch Kontamination mit der frei-frei Strahlung des Jet vorliegen kann (P06).

Für diesen Parametersatz wurden, wie in Abschnitt 4.3.5 beschrieben, Konfidenzintervalle durch Abtastung der Umgebung von  $a_B$  mit Markow-Ketten abgeleitet, s. Tabelle 6.5. Um die Mehrdeutigkeiten zu vermindern wurde die Optimierung von verschiedenen Beobachtungen kombiniert, hier die Photometrie vom MIR bis in den mm-Bereich und die interferometrische Beobachtung bei 1.3mm. Dazu wurde eine neu entworfene *abgestufte* MC-Methode verwendet, bei der die individuellen  $\chi_\alpha^2$  nicht *während* der Optimierung gewichtet werden, s. Abschnitt 4.3.4. Dieser Ansatz konnte Mehrdeutigkeiten vermindern und das angepasste Modell D zeigt eine bessere Übereinstimmung mit den mm-Daten ohne wesentlich schlechtere Vorhersagen bei der Photometrie zu machen.

Die Ergebnisse dieser Parameterstudie erweitern frühere Arbeiten, s. Tabellen 6.1, 6.4 und 6.5 für einen Vergleich. Das ist nicht selbstverständlich, da keine Parameter *a priori* fixiert und der Standardansatz um eine abgeschwächte Zone erweitert wurde, was zunächst eine

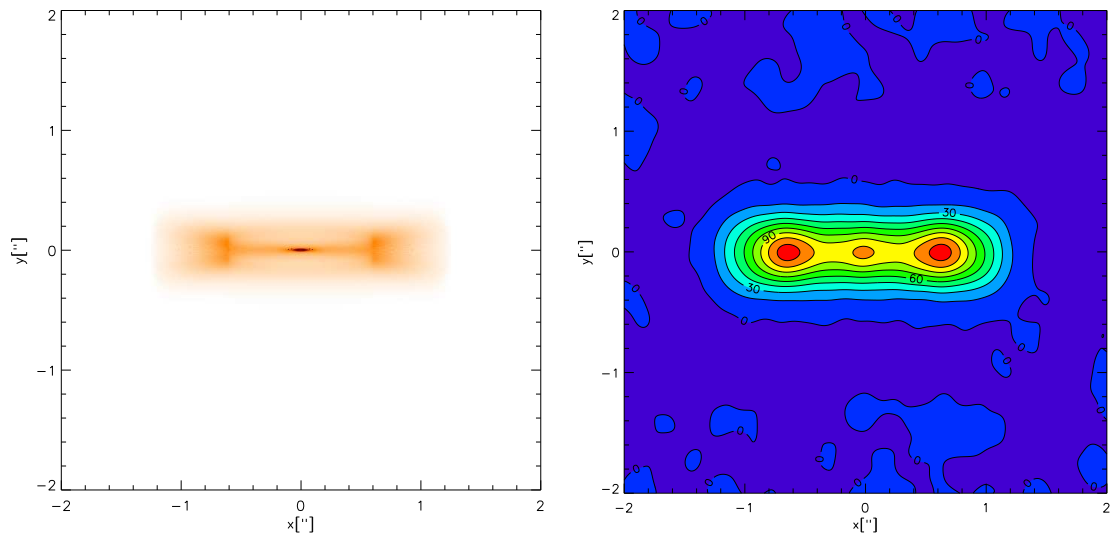


Abbildung 6.13.: Links: Mit MC3D synthetisiertes Bild von Modell D bei  $850\mu\text{m}$ . Rechts: Mit CASA simulierte Beobachtung mit ALMA. Der zentrale Peak liegt  $\sim 15\sigma$  über dem Hintergrund.

Quelle von neuen Mehrdeutigkeiten ist.

Es erscheint notwendig eine umfangreiche Revision des Modells durchzuführen, um alle Beobachtungen in befriedigender Weise erklären zu können. Der herausragende Unterschied zwischen Modell A und den übrigen Parametersätzen liegt in der Korngrößenverteilung und damit in der Masse des Staubs und seiner Chromatizität. Dies legt nahe, dass eine aus sedimentierten Staubkörnern bestehende Scheibe kleiner Skalenhöhe, eingebettet in einer darüberliegenden Scheibe aus feinen Staubkörnern, Theorie und Beobachtung wieder vereinen könnte. Ein Ansatz mit inhomogener Korngrößenverteilung muss wenigstens zwei Staubsorten enthalten, wie in D'Alessio et al. (2006), Sauter und Wolf (2011), Liu et al. (2012) und Kapitel 8 beschrieben wird. Leider fehlen belastbare Beobachtungen um die Mehrdeutigkeiten eines erweiterten Modells glaubwürdig zu reduzieren. Unabhängig von den Schwierigkeiten sind die Ergebnisse konsistent mit einer inneren Verarmungszone von  $(45 \pm 5)\text{AU}$  Radius, also etwas größer als in G08 vorgeschlagen, und geben Hinweise auf Kornwachstum, vertikales Absetzen und radiale Trennung von Körnern nach Größe, da sich die Opazität  $\rho_{K_{1.3\text{mm}}}$  auch nach außen hin bei  $\sim 140\text{AU}$  dramatisch ändert.

Hochauflösende Aufnahmen von HH 30 in verschiedenen Wellenlängen werden die inhärenten Mehrdeutigkeiten beseitigen helfen, die Struktur der inneren Region aufdecken und die räumliche Abhängigkeit von Staubeigenschaften untersuchen. Es wurden zwei Anträge in ALMA „Early Science cycle“ 0 und 1 gestellt, um HH 30 bei  $450\mu\text{m}$  und  $850\mu\text{m}$  im Kontinuum und Rotationsübergängen zu beobachten, die jedoch wegen der hohen Nachfrage abgelehnt wurden. Simulation der Beobachtung mit CASA zeigt, dass die hier betrachtete Parametrisierung ein zentrales drittes Maximum vorhersagt, s. Abbildung 6.13. Darüberhinaus ist zu erwarten, dass Visibilitäten bei kürzeren Wellenlängen eine neue Abschätzung des Außenradius  $R_{\text{out}}$  ermöglichen werden und helfen die radiale Segregation des Staubs zu quantifizieren. Beobachtungen mit ALMA und anderen hochauflösenden Observatorien wie dem JWST werden daher unser Verständnis für dieses faszinierende Objekt in den kommenden Jahren erweitern.

## 7. V4046 Sgr

Dieses junge stellare Objekt ist ungewöhnlich, da es mit  $\gtrsim 10$  Myr relativ alt ist, sich weitab von Dunkelwolken mit aktiver Sternentstehung befindet und mit  $d < 100$  pc zu den am nächsten gelegenen CTTS gehört und daher mit hoher räumlicher Auflösung ohne störende Vordergrundextinktion studiert werden kann. Darüber hinaus ist es ein enges Binärsystem aus zwei ähnlichen Partnern, die aus unserer Sicht mit einer geringen Inklination von  $\sim 33^\circ$  umeinander kreisen. Daher sind die kinematischen und spektroskopischen Eigenschaften der zentralen Quellen im Gegensatz zu HH 30 sehr genau bekannt.

In diesem Kapitel wird eine Parameterstudie vorgestellt, die mit dem Modell der aufgeweiteten Scheibe und der SED vom Optischen bis zu mm-Wellenlängen, sowie aufgelösten Beobachtungen im NIR und MIR, die zirkumbinäre Scheibe von V4046 Sgr untersucht. Nach Zusammenfassung der bekannten Eigenschaften des YSO werden die wichtigsten Vorgängerstudien diskutiert, die mit NACO und VISIR durchgeführten Beobachtungen vorgestellt und anschließend die konkrete Durchführung und Ergebnisse der Studie besprochen.

### 7.1. Überblick

V4046 Sgr wurde zum ersten Mal 1938 als Stern mit auffälligem Spektrum erwähnt und in der zweiten Erweiterung des Hendry-Draper-Katalogs als HD 319139 eingetragen (Canon und Mayall 1938, 1949). Das Objekt befindet sich an der Position  $\alpha = 18^h 14^m 10^s.466$ ,  $\delta = -32^\circ 47' 34''.496$  (J2000) und bewegt sich frei im Feld mit  $\gtrsim 1^\circ$  Abstand zur nächsten Molekülwolke und kann daher ohne störende Vordergrundextinktion beobachtet werden. Es wurden starke Emissionen in  $H\alpha$  und Ca II nachgewiesen und V4046 Sgr zunächst als Zwergstern der Spektralklasse dK5e kategorisiert (Merrill und Burwell 1950; Bidelman 1954). Die Beobachtung der zeitlichen Abhängigkeit der Magnituden und Farben im Optischen führten zur Klassifizierung als BY-Draconis-Variable (Busko und Torres 1978). Wie viele Objekte diesen Typs ist auch V4046 Sgr ein spektroskopischer SB2-Doppelstern mit der Besonderheit, dass beide Partner CTTS sind, die über die typischen Emissionslinien hinaus starke Li-Absorption und Exzess im UV, IR und mm-Bereich aufweisen (Byrne 1986; de La Reza et al. 1986; Quast et al. 1987). Die beiden Sterne mit Spektralklassen K5V und K7V besitzen ähnliche Eigenschaften und umkreisen ihren gemeinsamen Schwerpunkt auf einer engen, kreisförmigen Bahn ( $a \sim 9R_\odot$ ,  $e \leq 0.01$ ) mit einer Periode von  $\sim 2.4$  d (Quast et al. 2000; Stempels und Gahm 2004). Das System gehört mit hoher Wahrscheinlichkeit zur  $\beta$ -Pic-Bewegungsgruppe, einer  $\sim 12$  Myr jungen Assoziation von Sternen (Zuckerman et al. 2001). Aus der kinematische Analyse dieser Gruppe erhält man eine Entfernung von  $d \sim 73$  pc (Torres et al. 2006). Unabhängig davon haben Quast et al. (2000) einen Wert von  $(83 \pm 8)$  pc aus dem Spektrum und dem Sternentwicklungsdiagramm von Pinsonneault et al. (1990) bestimmt. Eine Besonderheit dieses YSO ist die für das angenommene Alter untypische Existenz einer Scheibe, in der  $^{12}\text{CO}$ ,  $^{13}\text{CO}$ , HCN, CN,  $\text{HCO}^+$ ,  $\text{DCO}^+$ ,  $\text{N}_2\text{H}^+$



Parameter	
$\tau$	$(4 \dots 7)\text{Myr}^a, (13_{-3}^{+8})\text{Myr}$
$P$	$(2.4213305 \pm 0.000004)\text{d}^a$
$e$	$\leq 0.01^b$
$d$	$(83 \pm 8)\text{pc}^a, 73\text{pc}$
$i_*$	$(33.42 \pm 0.01)^\circ$
$i_{\text{disk}}$	$(33^\circ.5_{-1.4}^{+0.7})$
$m_A$	$(0.90 \pm 0.05)M_\odot$
$m_B$	$(0.85 \pm 0.04)M_\odot$
$m_{A+B}$	$(1.75_{-0.06}^{+0.09})M_\odot$
$L_A$	$(0.35 \pm 0.10)L_\odot$
$L_B$	$(0.25 \pm 0.08)L_\odot$
$L_{A+B}$	$(0.60 \pm 0.13)L_\odot$
$T_A$	$(4350 \pm 240)\text{K}$
$T_B$	$(4060 \pm 210)\text{K}$

Tabelle 7.1.: Eigenschaften von V4046 Sgr aus folgenden Quellen: <sup>a</sup>Quast et al. (2000), <sup>b</sup>Stempels und Gahm (2004), alle anderen Werte aus Rosenfeld et al. (2012).

und H<sub>2</sub>CO nachgewiesen werden konnte (Kastner et al. 2008 [K08]; Rodriguez et al. 2010 [R10]; Öberg et al. 2011). In einer Studie mit COMICS/Subaru wurden Emissionsbanden bei 9.8 $\mu\text{m}$  und 11.3 $\mu\text{m}$  mit trapezoider Form beobachtet, die auf die Anwesenheit kristalliner Phasen von Forsterit und Enstatit deuten (Honda et al. 2006).

Es besteht die Möglichkeit, dass V4046 Sgr Teil eines hierarchischen Mehrfachsystems ist und Wechselwirkung mit einem dritten Partner den engen Orbit des Doppelsterns und die Existenz der Gasscheibe erklären kann (Kastner et al. 2011). Modellierung der Kinematik der Scheibe mit Karten des Rotationsübergangs <sup>12</sup>CO (J=2-1) erlaubt die präzise Bestimmung einiger Parameter des Systems, u.a. der Massen der Sterne, der Inklination und der Gesamtmasse an CO (Rosenfeld et al. 2012). Die Scheibe besitzt demnach eine Inklination von  $i_d \sim 33^\circ.5$  und rotiert in einer Ebene mit dem Doppelstern ( $i_* \sim 33^\circ.4$ ). Die Unsicherheit bei der Entfernungsbestimmung ist dabei die größte verbleibende Fehlerquelle, in dieser Arbeit wird der Wert  $d=73\text{pc}$  aus Torres et al. (2006) übernommen. Eine Auswahl publizierter Parameter des Doppelsterns von V4046 Sgr sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst. Die Eigenschaften der zirkumbinären Staubscheibe sind bisher nicht umfassend untersucht worden.

## 7.2. Vorgängerstudien

Bisherige Studien konzentrierten sich vor allem auf die SED des Systems (Hutchinson et al. 1990; Jensen und Mathieu 1997 [JM97]), Spektroskopie des Doppelsterns (Quast et al. 2000; Stempels und Gahm 2004) und Rotationsübergänge von Molekülen in der Scheibe (K08; R10; Öberg et al. 2011; Rosenfeld et al. 2012). Hier sollen drei Studien vorgestellt werden, in denen die zirkumbinäre Staubscheibe behandelt wird.

**JM97** In dieser Arbeit wird ein einfaches zweidimensionales Modell der Scheibe verwendet, um die photometrischen Beobachtungen zu reproduzieren. Grundlage sind mit der *Infrared Telescope Facility* (IRTF) gemessene Flüsse in den Filtern J,H,K,L',M,N und Q. Zusätzlich wurde Photometrie aus Hutchinson et al. (1990), Datenpunkte von IRAS aus Weaver und Jones (1992) und (sub)mm-Flüsse aus Jensen et al. (1996) übernommen. Als Entfernung wird 50pc verwendet, wenn auch angemerkt wird, dass dieser Wert eine untere Grenze darstellt. Für die Modellierung wird eine flache Scheibe mit einer Lücke im Intervall  $[R_{\text{in}}, R_{\text{out}}]$  angenommen, deren Flächendichte dem Potenzgesetz

$$\Sigma(R) = \begin{cases} 0 & : R_{\text{in}} < R < R_{\text{out}} \\ \Sigma_0(R/R_0)^{-p} & : \text{sonst} \end{cases} \quad (7.1)$$

folgt, wobei der Innenradius  $R_0$  mit dem Sternradius  $R_*$  identifiziert und die maximale radiale Ausdehnung der Scheibe auf 100AU fixiert wird. Für den Exponenten der Flächendichte wird ein für  $\alpha$ -Viskosität plausibler Wert von  $p=1.5$  angesetzt. Die Temperaturverteilung folgt analog zur Dichte einem Potenzgesetz der Form

$$T(R) = T_1 \frac{R^{-q}}{1\text{AU}}, \quad (7.2)$$

mit dem sich die Flüsse durch Integration aller Beiträge über die Scheibe gemäß

$$F_\nu = \frac{2\pi \cos i}{d^2} \int B_\nu[T(R)] (1 - e^{-\tau_\nu(R)}) dR \quad (7.3)$$

berechnen lassen. Die lokale optische Tiefe der unter dem Winkel  $i$  betrachteten Scheibe ist hier gegeben durch

$$\tau_\nu(R) = \frac{\kappa_\nu \Sigma(R)}{\cos i}. \quad (7.4)$$

Für die Opazität wird bis ins MIR die Parametrisierung aus Pollack et al. (1994) verwendet, für längere Wellenlängen wird die Formel

$$\kappa_\nu = 0.1 \left( \frac{\lambda}{250\mu\text{m}} \right)^{-\beta} \text{cm}^2\text{g}^{-1} \quad (7.5)$$

aus Hildebrand (1983) mit  $\beta=1$  benutzt (Beckwith und Sargent 1991). Damit sind alle notwendigen Größen durch analytische Funktionen dargestellt und (7.3) kann durch numerische Integration ausgewertet werden. Die Parameter des Modells wurden mit einer Variante des *Levenberg-Marquardt-Algorithmus* optimiert (Numerical Recipes 2nd Edition, Kapitel 15.5).

Das beste mit dieser Methode ermittelte Modell besitzt ein inneres Loch mit  $R_{\text{in}}=R_*$  und  $R_{\text{out}}=0.18\text{AU}$  und eine Temperaturverteilung mit  $T_1=100\text{K}$  und  $q=0.51$ . Aus (7.5) ergibt sich  $\kappa_{1.3\text{mm}} \sim 0.019\text{cm}^2\text{g}^{-1}$  für die kombinierte Opazität von Gas und Staub und damit eine Gesamtmasse von  $8.5 \cdot 10^{-3} M_\odot$  oder  $m_{\text{dust}} \sim 8.5 \cdot 10^{-5} M_\odot$  für das kanonische Verhältnis von Gas zu Staub.

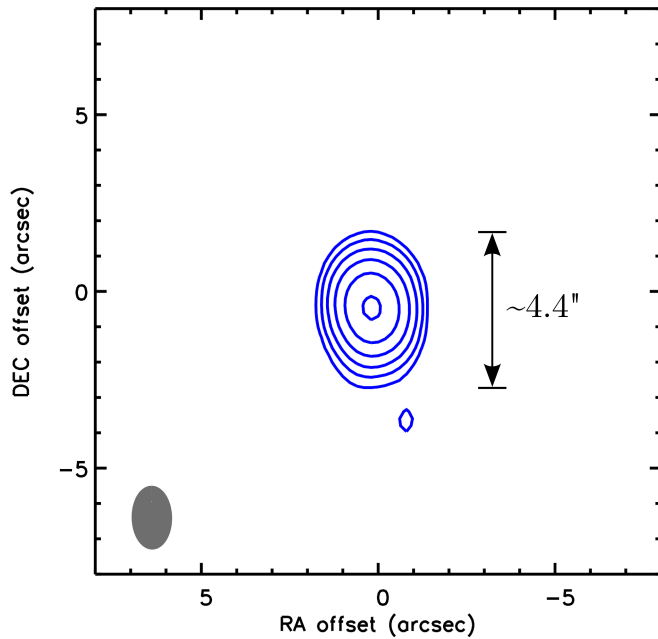


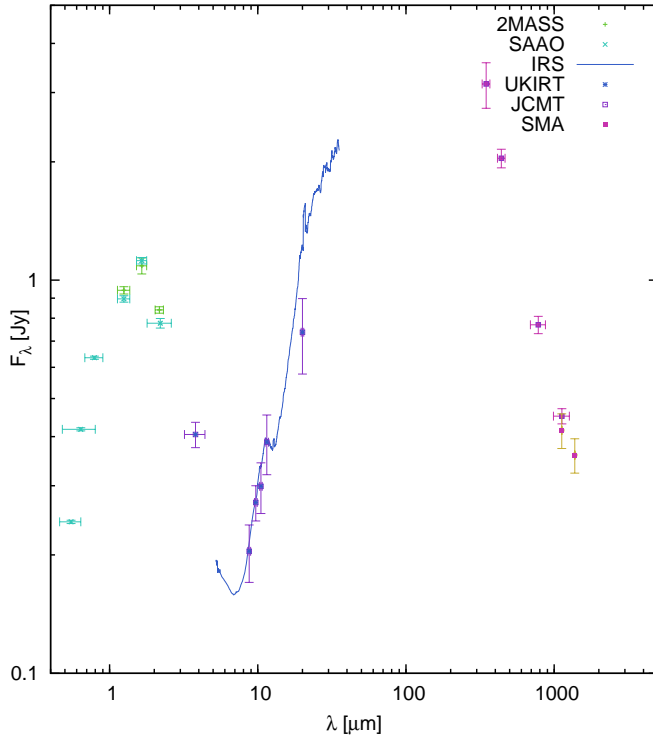
Abbildung 7.1.: Entfaltete Helligkeitsverteilung der Beobachtung mit SMA bei 1.3mm aus R10. Der Gasanteil der Scheibe besitzt einen Radius von  $\sim 370$  AU, die hier dargestellten Emissionen des Staubs haben einen Radius von  $\sim 160$  AU. Die Größe ist bei mm-Wellenlängen daher vergleichbar mit HH 30, V4046 Sgr ist jedoch mit  $F_{1.3\text{mm}} \sim 360$  mJy deutlich heller.

**K08** Diese Studie basiert auf Beobachtungen mit dem 30m IRAM Teleskop bei 100GHz, 150GHz, 230GHz und 270GHz mit einem Beam von  $\sim 12''$ . In diesen Daten konnten die Übergänge  $^{12}\text{CO}$  (J=2-1) und (J=1-0),  $^{13}\text{CO}$  (J=2-1), HCN (J=3-2), CN (J=2-1),  $\text{HCO}^+$  (J=1-0) und (J=3-2) nachgewiesen werden. Unter der Voraussetzung, dass die Entfernung 72pc [sic] beträgt (Torres et al. 2006), die mittlere Temperatur von Staub und Gas  $\sim 40$  K ist (Jensen et al. 1996), für die Verhältnisse  $n(\text{CO})/n(\text{H}_2) \sim 10^{-4}$  und  $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} \sim 89$  gilt und die Übergänge von  $^{13}\text{CO}$  optisch dünn sind, folgt aus dem Verhältnis von  $^{12}\text{CO}$  (J=2-1)/ $^{13}\text{CO}$  (J=2-1) eine optische Tiefe von  $\tau(^{12}\text{CO}) \gtrsim 45$ . Damit kann die Masse des Gasanteils der Scheibe zu  $4 \cdot 10^{-5} M_{\odot}$  abgeschätzt werden. Dieser Wert ist eine untere Schranke, da CO in kalten Bereichen auf Staubkörnern ausfriert und daher das Verhältnis  $n(\text{CO}):n(\text{H}_2)$  deutlich kleiner ausfallen kann und/oder  $\tau(^{13}\text{CO}) > 1$  gilt.

Unter der Voraussetzung, dass die Scheibe die gleiche Inklination von  $i \sim 35^\circ$  wie der Doppelstern besitzt und die zentrale Masse  $1.785 M_{\odot}$  beträgt (Quast et al. 2000; Stempels und Gahm 2004), wird aus dem Profil der CO-Rotationslinien ein äußerer Radius von  $R_{\text{out}} \sim 250$  AU für den Gasanteil der Scheibe abgeleitet.

Die Masse des Staubs wird mit dem Fluss  $F_{0.8\text{mm}} \sim 770$  mJy und der Temperatur von  $\sim 40$  K aus Jensen et al. (1996) zu  $6 \cdot 10^{-5} M_{\odot}$  abgeschätzt und der äußere Radius unter der Annahme, dass die Staubkörner wie schwarze Körper strahlen, mit  $R_{\text{out}} \gtrsim 80$  AU angegeben.

**R10** Ausgangspunkt dieser Untersuchung sind mit dem SMA beobachtete Visibilitäten des Kontinuums bei 1.3mm und des Übergangs (J=2-1) von  $^{12}\text{CO}$ ,  $^{13}\text{CO}$  und  $\text{C}^{18}\text{O}$ , als Abstand wird 73pc angenommen (Torres et al. 2008). Anpassung der Visibilitäten der Rotationslinien an ein Scheibenmodell mit vier freien Parametern liefert für den äußeren Radius  $R_{\text{out}} = (370 \pm 30)$  AU, eine Inklination von  $i_{\text{disk}} = (33^\circ.4 \pm 0.3)$ , einen Positionswinkel von  $PA = (76^\circ.4 \pm 0.5)$  und eine Systemgeschwindigkeit von  $v_{\text{LRS}} = (2.92 \pm 0.01) \text{ km s}^{-1}$ . Mit den gleichen Voraussetzungen wie in K08 und einer angenommenen Temperatur von 37K ergibt sich  $\tau(^{12}\text{CO}) \sim 26$ . Damit erhöht sich die Masse des Gasanteils auf  $\sim 3.3 \cdot 10^{-4} M_{\odot}$ .



$\lambda$ [ $\mu\text{m}$ ]	$F_\lambda$ [mJy]
$1.25 \pm 0.12$	$942 \pm 20$
$1.65 \pm 0.13$	$1088 \pm 51$
$2.17 \pm 0.14$	$840 \pm 16$
$3.8 \pm 0.6$	$405 \pm 30$
$8.75 \pm 0.2$	$204 \pm 34$
$9.7 \pm 0.2$	$272 \pm 28$
$10.5 \pm 0.2$	$299 \pm 44$
$11.5 \pm 0.3$	$387 \pm 67$
$20.0 \pm 0.4$	$737 \pm 160$
$347 \pm 21$	$3154 \pm 419$
$440 \pm 26$	$2042 \pm 111$
$781 \pm 91$	$770 \pm 39$
$1127 \pm 138$	$451 \pm 20$
$1123 \pm 10$	$415 \pm 42$
$1375 \pm 15$	$359 \pm 36$

Abbildung 7.2 und Tabelle 7.2: SED von V4046 Sgr. Die Daten stammen aus folgenden Quellen: 2MASS: Skrutskie et al. (2006), SAAO, UKIRT: Hutchinson et al. (1990), UKT14/JCMT: Jensen et al. (1996), SMA: Rodriguez et al. (2010); Öberg et al. (2011), IRS/SST: *Spitzer Heritage Archive* (SHA).

Die optische Tiefe von  $^{13}\text{CO}$  kann mit  $\tau(^{13}\text{CO}) \gtrsim 0.4$  abgeschätzt werden. Insgesamt erscheint die Scheibe für diesen Übergang optisch dünn, da  $\text{C}^{18}\text{O}$  ( $J=2-1$ ) nicht nachgewiesen werden kann. Die Kontinuumvisibilitäten der Staubkomponente bei 1.3mm wurden mit einer elliptischen Gaußfunktion angepasst, deren Abmessungen  $1.10'' \times 0.93''$  bei einem Positionswinkel von  $PA=(73^\circ \pm 5^\circ)$  betragen. Die Ausdehnung der Helligkeitsverteilung entlang der längsten Achse ist  $\sim 4.4''$  was einem Durchmesser von  $\sim 320\text{AU}$  bei der angenommenen Entfernung von 73pc entspricht, s. Abbildung 7.1. Der gemessene Fluss von  $F_{1.3\text{mm}}=(360 \pm 36)\text{mJy}$  entspricht bei einer Opazität von  $1.15\text{cm}^2\text{g}^{-1}$  einer Staubmasse von  $m_{\text{dust}} \sim 1.2 \cdot 10^{-4} M_\odot$ , also dem doppelten Wert aus K08, was mit einer unterschiedlichen Opazität erklärt wird.

### 7.3. Beobachtungen

V4046 Sgr wurde im Optischen ausgiebig spektroskopisch untersucht und Emissionslinien, Variabilität und Existenz des SB2-Binärsterns nachgewiesen. Exzesse im Röntgenbereich, UV und IR und die Beobachtung von Rotationsübergängen sind deutliche Marker für die Existenz einer zirkumbinären Scheibe, die durch Beobachtung bei 1.3mm mit SMA im Kontinuum und Moleküllinien aufgelöst werden konnte. Für diese Studie wurde V4046 Sgr in zwei Kampagnen mit den VLT-Instrumenten NACO und VISIR beobachtet, um das von der Scheibe gestreute Licht im NIR und die Reemission im MIR direkt nachzuweisen.

Darüberhinaus wurden nicht publizierte Beobachtungen mit IRS/SST im SHA gefunden und reduziert, die den Spektralbereich  $5 \dots 37 \mu\text{m}$  im MIR abdecken. Die in dieser Studie verwendeten photometrischen Daten sind in Abbildung 7.2 zusammengefasst. Im Folgenden werden die nicht publizierten Beobachtungen vorgestellt und besprochen.

### 7.3.1. IRS/SST

V4046 Sgr wurde am 19. April 2005 mit dem Spektrographen IRS/SST mit den Modulen „Short-Low“ [SL], „Short-High“ [SH] und „Long-High“ [LH] im Bereich von  $5 \dots 37 \mu\text{m}$  mit einer spektralen Auflösung von  $\lambda/\Delta\lambda \sim 90$  im „Stare Mode“ beobachtet (AOR key: 11197440, PI: Honda, M.). Die photometrischen Daten wurden dem *Spitzer Heritage Archive* (SHA) als „Level 2“-Datenprodukt der Standard-Pipeline S18.18.0 (PBCD) entnommen. Randverzerrungen und eventuelle Offsets zwischen angrenzenden Bereichen wurden mit selbst implementierten Routinen entfernt. Das resultierende Spektrum ist in Abbildung 7.2 dargestellt und zeigt abgesehen vom Q-Band gute Übereinstimmung mit den von UKIRT aufgenommenen Flüssen im MIR. Die Form der Emissionsbande um  $10 \mu\text{m}$  entspricht den Ergebnissen aus Honda et al. (2006).

### 7.3.2. VISIR

Das Objekt wurde am 25. April, 26. April und 21. Mai 2011 mit VISIR im Bereich der Silikatbanden beobachtet [Programm ID: 087.C-0939(A)], in dem die Emissionen der Scheibe dominieren, s. Abbildung 7.2. Insgesamt wurden dabei im *Service Mode* vier identische Sequenzen mit je 1.25h Dauer aus jeweils drei verketteten *Observation Blocks* (OB) durchgeführt, s. Abbildung 7.3. Alle Aufnahmen wurden mit einer Zerhackerdistanz von  $10''$  und einem Jitter von  $1''$  durchgeführt. Bei jeder Sequenz wurde zu Anfang eine helle Referenz, dann das Zielobjekt und abschließend wieder die Referenz mit dem PAH2-Filter [ $(11.25 \pm 0.59) \mu\text{m}$ ] abgebildet. Dabei wurde V4046 Sgr im mittleren OB für jeweils 2160s beobachtet, was sich effektiv zu einer Gesamtbelichtungszeit von 2.4h addiert. Als Referenz für die PSF wurde HD 168454 verwendet, ein Riese vom Spektraltyp K3 IIIa an der Position  $\alpha = 18^{\text{h}}20^{\text{m}}59^{\text{s}}.64354$ ,  $\delta = -29^{\circ}49'41''.1659$  (J2000), der mit einem Fluss von  $\sim 62 \text{Jy}$  bei  $12 \mu\text{m}$  mehr als zwei Größenordnungen heller als das Zielobjekt ist (Beichman et al. 1988). Durch den hohen Fluss kann in der minimalen Belichtungszeit für einen OB von 60s ein hohes SNR erreicht und so die größte systematische Fehlerquelle abgeschätzt werden, die zeitliche Änderung des Seeing während der Beobachtung.

Die Reduktion der Daten erfolgte mit selbst implementiertem IDL-Code und der Bibliothek *photometry* von D. Asmus, die das Zentrum der Quelle in jedem Teilbild bestimmt, alle Beiträge aufaddiert und die Kalibration durchführt (Asmus et al. 2011). Das radiale Mittel der Flächenhelligkeit von Referenz- und Zielobjekt für die vier Sequenzen ist in Abbildung 7.4 dargestellt. Die zeitliche Änderung des Seeing dominiert den Fehler der Beobachtung, wobei keine signifikante Abweichung von einer Punktquelle festgestellt werden kann.

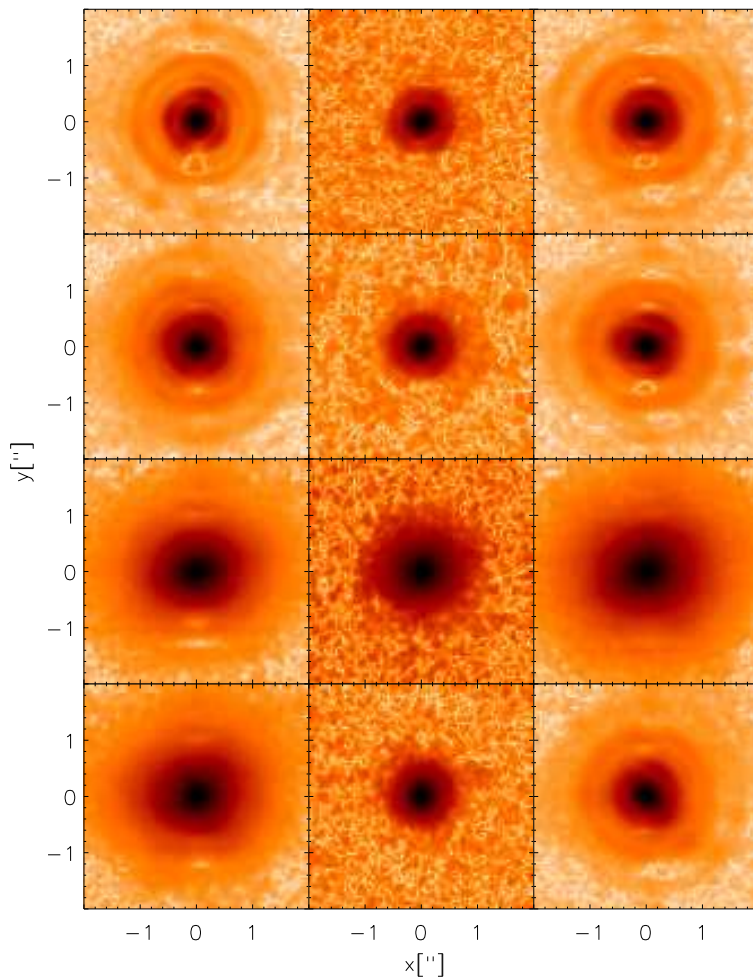


Abbildung 7.3.: Die vier Beobachtungssequenzen des Programms 087.C-0939(A) mit VISIR/VLT im Filter PAH2, jede Zeile ist eine komplette Sequenz aus drei OBs, die direkt hintereinander aufgenommen wurden. Die Veränderung des Seeing während einer Sequenz ist an der PSF-Referenz deutlich erkennbar.

### 7.3.3. NACO

V4046 Sgr wurde in der Nacht vom 4. auf den 5. August 2011 mit NACO im *Visitor Mode* mit der S27-Kamera im Ks-Filter unter Verwendung der beiden Lyot-Koronagraphen mit jeweils 0.7" und 1.4" Durchmesser beobachtet [Programm ID: 087.C-0913(A)]. In der verfügbaren halben Nacht vom lokalen Sonnenuntergang bis kurz nach Mitternacht wurden insgesamt drei Sequenzen mit der Prozedur `NACO_coro_obs_Stare` durchgeführt und dabei Bilder des Zielobjekts, einer Referenz und des Hintergrunds mit dem Koronagraphen aufgenommen, s. Kapitel 3.3.1 für eine Beschreibung der Prozedur. Alle Sequenzen wurden mit  $\Delta\alpha=\Delta\delta=40''$  Translation und einem Jitter von  $20''$  zum Anfahren des Hintergrunds durchgeführt. In den ersten beiden Sequenzen wurde der Detektor mit `Double_RdRstRd/HighDynamic` (DRRR) im „Cube Mode“ betrieben, die dritte Sequenz wurde mit dem empfindlicheren Verfahren `FowlerNsamp/HighSensitivity` (FNS) durchgeführt, in dem die Einzelbilder von IRACE gemittelt werden [NACO Handbuch P88, S. 33]. Ein Überblick der variierten Parameter findet sich in Tabelle 7.3. Als Referenz wurde HD 319364 verwendet, ein Stern mit vergleichbarer Spektralklasse K2 und Magnitude  $\text{mag}_K=(7^m.197 \pm 0.027)$ , der sich in einem Winkelabstand von  $\Delta\phi\sim 1.9^\circ$  zum Zielobjekt befindet. Die Reduktion der Daten erfolgte wie in Abschnitt 3.2 beschrieben mit selbst implementierten IDL-Routinen.

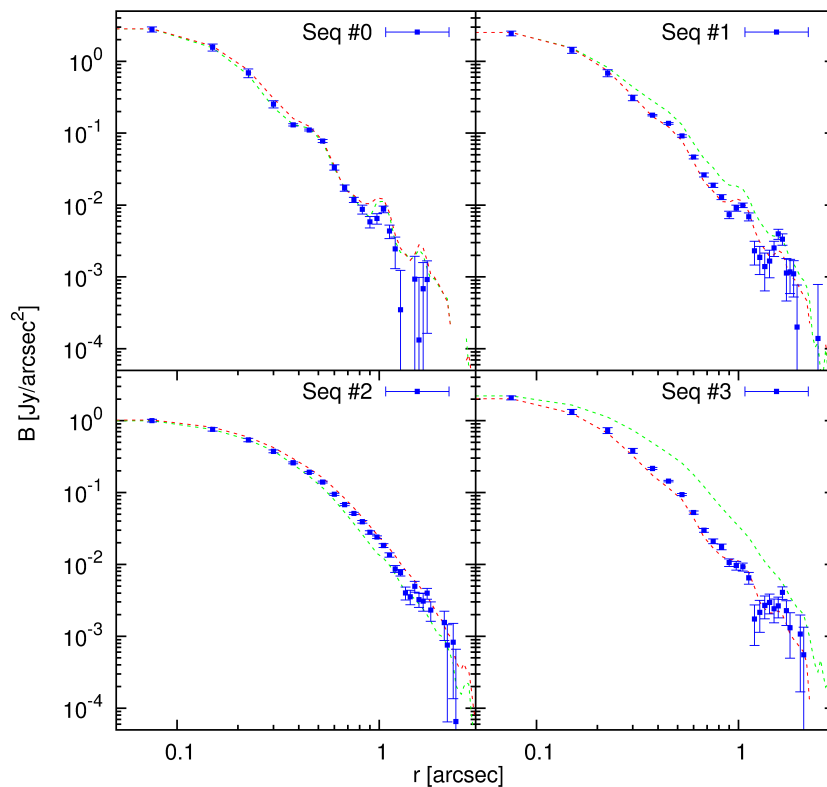


Abbildung 7.4.: Radial gemittelte und auf die Maximalhelligkeit des Zielobjekts normalisierte Profile der vier Sequenzen mit VISIR aus Abbildung 7.3. Die PSF-Referenz vor (grün) und nach (rot) jeder Sequenz besitzt ein deutlich höheres SNR als V4046 Sgr (blau).

Da Zielobjekt und Referenz im K-Band eine fast identische Magnitude besitzen, sollte von der Scheibe gestreutes Licht in der Differenz der Aufnahmen nachweisbar sein. Tatsächlich ist in den Differenzbildern kein signifikantes Signal direkt feststellbar, daher wurde radial gemittelt. Dazu wurde für jedes Bild die Mitte des Koronagraphen bestimmt und als Zentrum für die Bestimmung des Abstands aller Pixel verwendet. Durch Berechnung des Mittelwerts der Pixelwerte für jeden radialen Bin wurde die Flächenhelligkeit als Funktion des radialen Abstands für jeweils Ziel und Referenz bestimmt, die Fehler des Mittelwerts der jeweiligen Stichproben ergeben sich aus Gleichung (5.11). Durch Subtraktion der radialen Mittelwerte von Ziel und Referenz wurde der gestreute Anteil bestimmt, s. Abbildung 7.5. Bei der ersten Sequenz ist nur im Bereich  $0.3'' \dots 0.5''$  ein signifikantes Signal nachweisbar, während die beiden anderen Sequenzen im Abstand  $0.7'' \dots 2.7''$  ein Signal oberhalb des Rauschens zeigen. Diese Diskrepanz kann durch den höheren Hintergrund kurz nach Sonnenuntergang während der ersten Sequenz und einer Überbelichtung des Detektors durch eine zu lange Belichtungszeit von  $\text{DIT}=60\text{s}$  für die kleine Lyot-Maske erklärt werden, die zu einem nicht korrigierbaren systematischen Fehler führte. Die Überschreitung der Linearitätsgrenzen ist in Sequenz #0 an Residuen in Aufnahmen des Hintergrunds erkennbar, die bei den anderen Sequenzen fehlen. Daher werden die in dieser Sequenz beobachteten Daten im weiteren Verlauf der Studie nicht berücksichtigt.

Die radialen Helligkeitsverteilungen der Sequenzen #1 und #2 sind vergleichbar, auch wenn das Profil von Sequenz #1 bei  $\sim 1''$  stärker abfällt und im weiteren Verlauf etwa den halben Wert von Sequenz #2 besitzt. Bei genauer Betrachtung fällt in der doppelt-logarithmischen Auftragung ein Knie bei  $\sim 2''$  auf, die Kurven ändern dort die Steigung. Durch Anpassung kann eine Erhöhung des Exponenten bei diesem Abstand nachgewiesen werden, s. Abbildung 7.6.

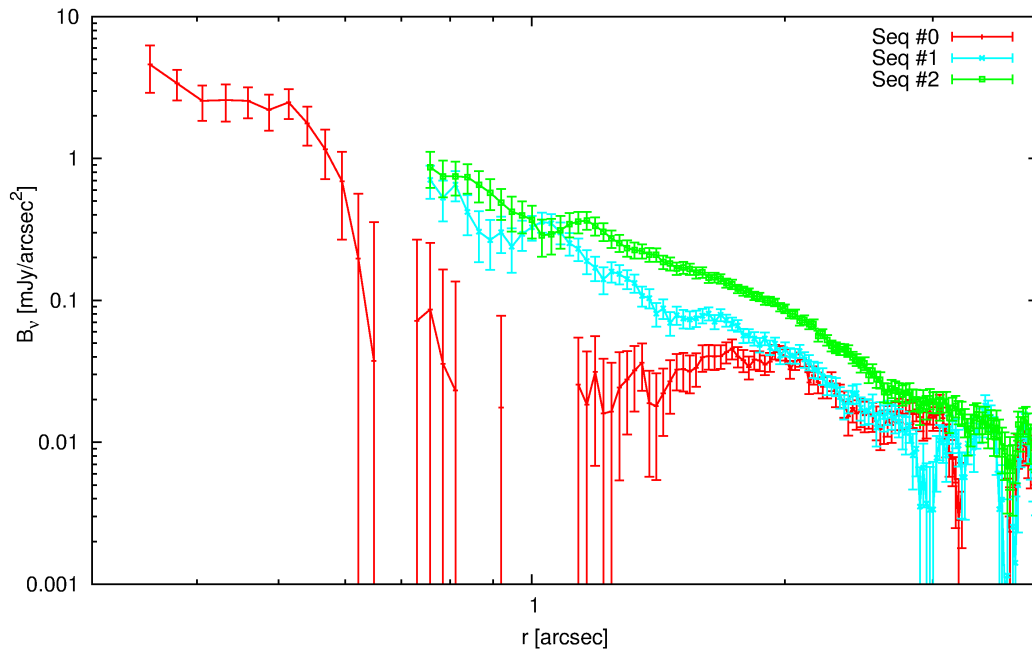


Abbildung 7.5.: Differenz der radial gemittelten Profile von Ziel und Referenz der drei Beobachtungssequenzen mit NACO. Der Einbruch der Flächenhelligkeit in der ersten Sequenz ab  $\sim 0.5''$  kann auf einen systematischen Fehler durch Überbelichtung des Detektors zurückgeführt werden.

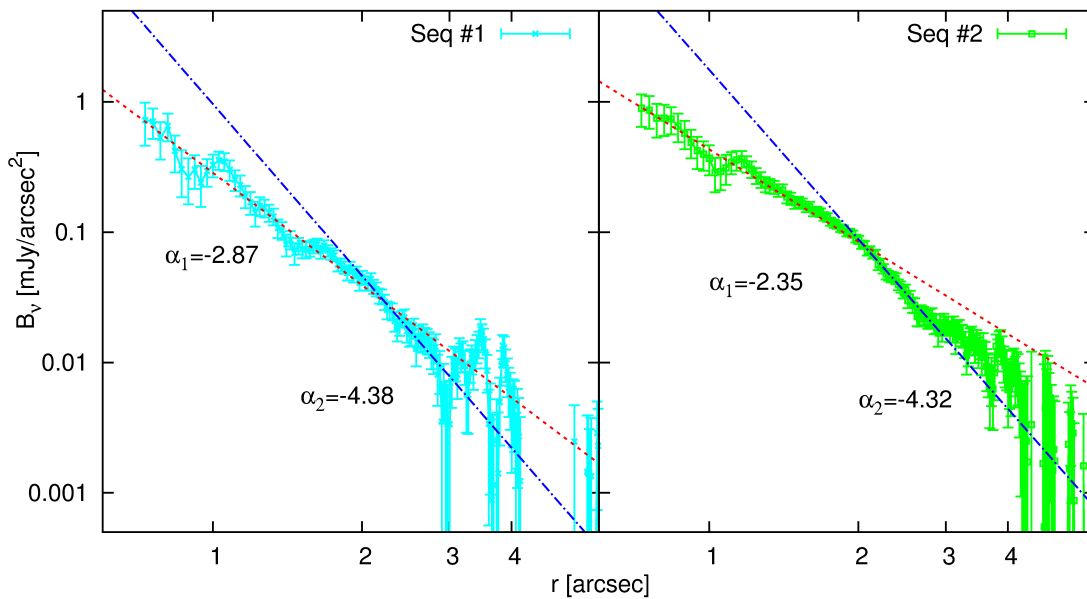


Abbildung 7.6.: Anpassung der Potenzfunktion  $B(r) = B_0 r^\alpha$  an die Sequenzen #1 und #2 in den Intervallen  $[0.7, 2]''$  und  $[2, 3]''$ . In beiden Profilen ändert sich die Steigung bei einem Abstand von  $r \sim 2''$ , was als geometrischer Effekt der radialen Mittelung einer ovalen Helligkeitsverteilung interpretiert werden kann, s. Abbildung 5.2 und 7.9.



Sequenz #	0	1	2
Auslesemodus	DRRR	DRRR	FNS
Lyotmaske	0.7''	1.4''	1.4''
DIT [s]	60	90	2 × 120
NDIT	12	16	10
NDIT*DIT [s]	720	1440	2400

Tabelle 7.3.: Parameter der drei Beobachtungssequenzen mit NACO

## 7.4. Modell

Wie in Kapitel 5.3.1 wird eine einfache aufgeweitete Scheibe mit homogener Staubzusammensetzung angenommen. Als Staub wird wieder eine Mischung aus astronomischem Silikat und Graphit im Massenverhältnis 5:3 mit einer auf das Intervall  $[a_{\min}, a_{\max}]$  beschränkten sphärischen Korngrößenverteilung verwendet, s. Kapitel 2.2.3. Da der Abstand zwischen den Komponenten des Binärsystems nur  $\sim 9R_{\odot}$  beträgt, wurde für die Modellierung des Strahlungstransports im Kontinuum ein schwarzer Körper im Ursprung als Quelle angesetzt. Mit den Ergebnissen der Untersuchung von Rotationslinien kann die Inklination der Scheibe auf  $(33^{\circ}.42 \pm 0.001)$  eingeschränkt werden (Rosenfeld et al. 2012) und wird in dieser Modellierung als konstant behandelt. Das Modell besitzt daher sechs Parameter für die Verteilung des Staubs in der Scheibe  $[R_{\text{in}}, R_{\text{out}}, \alpha, \beta, h_{100}, m_{\text{dust}}]$ , zwei Parameter zur Beschreibung der zentrale Quelle  $[T_{\text{eff}}, L_{*}]$  und drei Parameter für die Korngrößenverteilung  $[a_{\min}, a_{\max}, d]$ , also insgesamt 11 Freiheitsgrade.

## 7.5. Implementierung

Die erste Anpassung wurde mit SA und den photometrischen Daten durchgeführt, wie in Kapitel 4.3 und 5.2.1 beschrieben. Der Parameterraum dieser Studie wurde dabei so weit gefasst, dass ein breites Spektrum von protostellaren Scheiben um T-Tauri-Sterne berücksichtigt wird, s. Tabelle 7.4. Insbesondere wird die Existenz eines inneren Lochs zugelassen, das bei Scheiben diesen Alters erwartet wird. Auch für die gut bekannten Eigenschaften  $L_{*}$  und  $T_{\text{eff}}$  der Sterne wurde ein weites Parameterintervall gewählt, da das erste Maximum der SED bei  $\sim 1.7\mu\text{m}$  im H-Band liegt. Dies deutet auf Beiträge von Material in der Nähe der Quellen hin, das in diesem Modell nicht explizit enthalten ist.

Es wurden 32 Markow-Ketten von zufälligen Startpunkten für  $\sim 1000$  akzeptierte Schritte propagiert und dabei insgesamt  $\gtrsim 100000$  SEDs berechnet. Der beste Parametersatz dieser ersten Optimierung ist als Modell A in Abbildung 7.7 dargestellt und stellt einen guten Kompromiss für die photometrischen Daten dar.

Berechnet man Streubilder im Ks-Band von Modell A und benachbarten Parametersätzen, so sind die Abweichungen von den mit NACO beobachteten Profilen signifikant, s. Abbildung 7.8. Die aus den Streubilder berechneten radialen Helligkeiten besitzen jedoch wie die Beobachtungsdaten ein Knie. Dieses Merkmal kann als geometrisches Artefakt der Mittelung einer ovalen Helligkeitsverteilung über konzentrische Kreisringe verstanden werden und ist ein Hinweis, dass ein Signal von einer geneigten Scheibe detektiert wurde, s. Abbildung 5.2.

Parameter	Min	Max
$\alpha$	2.0	3.0
$\beta$	1.0	2.0
$R_{\text{in}}$ [AU]	0.001	50
$R_{\text{out}}$ [AU]	20	500
$h_{100}$ [AU]	5	20
$m_{\text{dust}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$1 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-2}$
$T_{\text{eff}}$ [K]	3000	5000
$L_*$ [ $L_{\odot}$ ]	0.1	2.5
$a_{\text{min}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.001	1.0
$a_{\text{max}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	0.125	65536
$d$	3.0	4.0
$i$ [ $^{\circ}$ ]	$33.4_f$	

Tabelle 7.4.: Parameterraum für diese Studie, die Staubmasse  $m_{\text{dust}}$  und der maximale Kornradius  $a_{\text{max}}$  wurden logarithmisch behandelt.

Es wurde daher eine zweite Anpassung unter Berücksichtigung des radialen Helligkeitsprofils aus Sequenz #2 mit *gestufter Optimierung* unternommen, da diese Sequenz die längste Integrationszeit und das beste SNR besitzt. Es wurden dazu 16 Markow-Ketten von Startpunkten aus der Umgebung von Modell A gestartet und für  $\sim 500$  akzeptierte Schritte propagiert. In jedem Schritt wurde zunächst die SED simuliert und  $\chi_{\text{SED}}^2$  nach (5.5) berechnet. Nach erfolgreicher MH-Entscheidung wurde ein Streubild erzeugt, daraus das radiale Helligkeitsprofil abgeleitet und  $\chi_{\text{rad}}^2$  mit (5.10) bestimmt. Photometrie und NIR-Profil wurden identisch gewichtet, da der Kontrast  $\Delta\chi_{\alpha}^2/\chi_{\alpha}^2$  vergleichbar ist. Das Modell mit dem geringsten  $\chi_{\text{total}}^2 = \chi_{\text{SED}}^2 + \chi_{\text{rad}}^2$  ist in Abbildung 7.7 als Modell B dargestellt.

## 7.6. Ergebnisse

Die Ergebnisse der Anpassung sind in Abbildung 7.7 zusammen mit einer tabellarischen Übersicht der Parameter von Modell A und B dargestellt. Für Modell A wurden mit der in Kapitel 4.3.5 beschriebenen Methode lokale Fehlerintervalle mit  $\Delta\chi_{\text{conf}}^2 = 0.5 \cdot \chi_{*,\text{SED}}^2$  bestimmt. Vergleich mit Tabelle 7.5 zeigt, dass diese Konfidenzintervalle mit den Angaben der drei Vorgängerstudien JM97, K08 und R10 vereinbar sind.

Die Übereinstimmung von Vorhersage und Beobachtung ist bei Modell A über einen weiten Spektralbereich gut. Allerdings gibt es signifikante Differenzen im NIR und MIR zwischen  $1 \dots 10\mu\text{m}$ , die auf eine systematischen Abweichung zwischen Modell und Realität deuten. Eine offensichtliche Vereinfachung ist die Verwendung eines schwarzen Körpers um zwei Protosterne mit verschiedener effektiver Temperatur und Leuchtkraft zu beschreiben, s. Tabelle 7.1. Das Maximum der SED im NIR bei  $\sim 1.7\mu\text{m}$  deutet auf Beiträge von Material hin, das im hier verwendeten Ansatz unberücksichtigt bleibt.

Die Beobachtungen mit VISIR zeigen, dass V4046 Sgr im N-Band nicht von einer Punktquelle unterscheidbar ist, s. Abbildung 7.3 und 7.4. Da bei dieser Wellenlänge die Scheibe deutlich heller als die zentrale Quelle ist, kann man diese Beobachtung als obere Schranke für den Radius des Innenrands interpretieren. Die zirkumbinäre Scheibe besitzt demnach

kein ausgedehntes inneres Loch, da sonst eine Vergrößerung der Helligkeitsverteilung gegenüber der PSF-Referenz nachweisbar sein sollte. Diese Folgerung ist mit den Ergebnisse der Anpassung an die photometrischen Daten kompatibel, da das Konfidenzintervall von Modell A mit  $R_{\text{in}} < 0.35 \text{ AU} \sim 5 \text{ mas}$  genügend kleine Werte für den Innenradius ergibt.

Im Gegensatz zu den aufgelösten Beobachtungen im MIR sind die Ergebnisse der Kampagne mit NACO nicht vereinbar mit den Vorhersagen von Modell A, s. Abbildung 7.8. Es wurde daher eine zweite Anpassung mit gestufter Optimierung unter Berücksichtigung der SED und der radialen Helligkeitsverteilung von Sequenz #2 durchgeführt. Das resultierende Modell B zeigt eine etwas schlechtere Übereinstimmung mit der SED und besitzt insbesondere bei mm-Wellenlängen einen zu steilen Spektralindex. Die Übereinstimmung mit dem Profil aus Sequenz #2 ist jedoch ausgezeichnet und es gibt auch Überschneidungen mit den inneren Werten der Sequenz #0, die aber nicht in die Bewertung der Modelle eingeflossen sind. Die wesentlichen Unterschiede zwischen beiden Parametersätzen liegen im äußeren Radius  $R_{\text{out}}$  und der Staubmasse  $m_{\text{dust}}$ . Dabei muss bedacht werden, dass die Ausdehnung der Scheibe prinzipiell schwer einzuschränken ist und die Staubmasse von Modell B am Rand des Konfidenzintervalls von Modell A liegt.

## 7.7. Diskussion

Die bisherigen Studien zur zirkumbinären Scheibe von V4046 Sgr basieren entweder auf einem sehr einfachen Modell [JM97] oder konzentrieren sich auf die Gaskomponente und molekulare Rotationsübergänge [K08, R10, Öberg et al. (2011); Rosenfeld et al. (2012)]. In neueren Studien werden Abmessung und Masse der Staubscheibe als sekundäres Ergebnis diskutiert oder nicht erwähnt, s. Abschnitt 7.2 und Tabelle 7.5 für eine Zusammenfassung der publizierten Vorarbeiten und Werte.

Die vorliegende Studie ist daher der erste Versuch einer selbst-konsistenten Modellierung von V4046 Sgr mit dem Modell einer aufgeweiteten Scheibe um verfügbare Beobachtungen im Kontinuum zu erklären, insbesondere der Photometrie vom Optischen bis zu mm-Wellenlängen und neuen aufgelösten Beobachtungen mit NACO und VISIR im NIR und MIR.

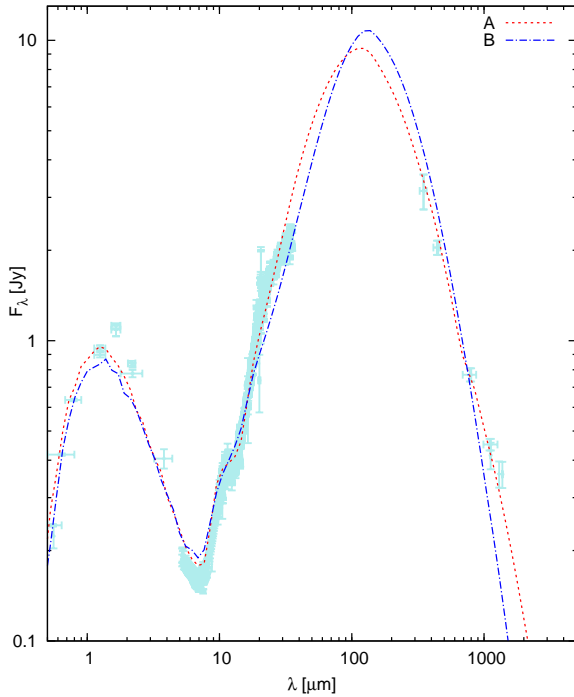
Anpassung der SED mit SA liefert den Parametersatz A und ein lokales Konfidenzintervall, dass die Ergebnisse früherer Studien umfasst. Das Konfidenzintervall schöpft dabei die vorgegebenen Intervalle für  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $h_{100}$  beinahe aus. Dies kann mit der geringen Inklination der Scheibe erklärt werden, da die vertikale Geometrie in Aufsicht schlecht eingeschränkt werden kann, s. Abbildung 7.9.

Auch wenn die SED gut reproduziert werden kann, verbleiben einige signifikante Diskrepanzen, die auf eine vereinfachte Beschreibung der Quellen des Systems zurückzuführen sind. Für eine realistische Beschreibung sind zusätzliche hochauflösende Beobachtungen notwendig, um diese dynamische Zone besser einschränken zu können. Dafür bieten sich Visibilitäten im NIR und MIR mit dem VLTI und (sub)mm-Wellenlängen mit ALMA an.

Der kleine Innenradius, und damit das Fehlen eines inneren Lochs, bei aktiver Akkretion in einer Scheibe mit einem Alter von  $\gtrsim 10 \text{ Myr}$  ist nicht mit der gängigen Vorstellung der Evolution protoplanetarer Scheiben vereinbar. Ein möglicher Ansatz zur Erklärung dieser Diskrepanz ist eine fehlerhafte Schätzung des Alters durch falsche Zuordnung zur  $\beta$ -Pic-Bewegungsgruppe, doch würde damit auch die Entfernung in Frage gestellt.

Parameter	JM97	K08	R10
$R_{\text{in}}$ [AU]	0.18		
$R_{\text{out}}$ [AU]	$100_f$	$\gtrsim 80$	160
$m_{\text{dust}}$ [ $10^{-5}M_{\odot}$ ]	8.5	6	12

Tabelle 7.5.: Parameter der Staubscheibe aus drei Vorgängerstudien. Die Werte von JM97 basieren auf der Anpassung eines Modells an die SED, während K08 und R10 Masse und Außenradius der Staubscheibe direkt aus Beobachtungen ableiten.



Parameter	A	B
$\alpha$	$2.89^{+0.11}_{-0.89}$	2.87
$\beta$	$1.42^{+0.23}_{-0.13}$	1.56
$p$	1.47	1.31
$R_{\text{in}}$ [AU]	$0.07^{+0.28}_{-0.06}$	0.11
$R_{\text{out}}$ [AU]	$61^{+92}_{-38}$	274.3
$h_{100}$ [AU]	$14.4^{+5.6}_{-4.1}$	19.6
$m_{\text{dust}}$ [ $10^{-5}M_{\odot}$ ]	$27^{+53}_{-21}$	4.4
$T_{\text{eff}}$ [K]	$4250^{+490}_{-440}$	4100
$L_*$ [ $L_{\odot}$ ]	$0.57^{+0.18}_{-0.12}$	0.54
$a_{\text{min}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$0.008^{+0.079}_{-0.007}$	0.072
$a_{\text{max}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$125^{+1023}_{-120}$	419
$d$	$3.46^{+0.36}_{-0.45}$	3.19
$i$ [ $^{\circ}$ ]	$33.4_f$	$33.4_f$

Abbildung 7.7 und Tabelle 7.6: Parameter des besten Modells aus der Anpassung der SED (A) und der SED zusammen mit dem radialen Helligkeitsprofil aus Sequenz #2 (B) an das Modell der aufgeweiteten Scheibe. Die Konfidenzintervalle wurden mit der Methode aus Abschnitt 4.3.5 bestimmt, Modell B liegt mit Ausnahme von  $R_{\text{out}}$  und  $m_{\text{dust}}$  im Fehlerintervall von Modell A.

Es kann abschließend festgestellt werden, dass V4046 Sgr zufriedenstellend mit einer aufgeweiteten Scheibe *ohne* inneres Loch beschrieben werden kann und die Masse des Staubs  $m_{\text{dust}}$  erscheint vergleichbar zu HH 30. Das Objekt ist daher wegen seiner Nähe und Inklination ein lohnenswertes Ziel für die Untersuchung der Struktur einer zirkumbinären Scheibe mit Observatorien wie HST, ALMA und JWST.

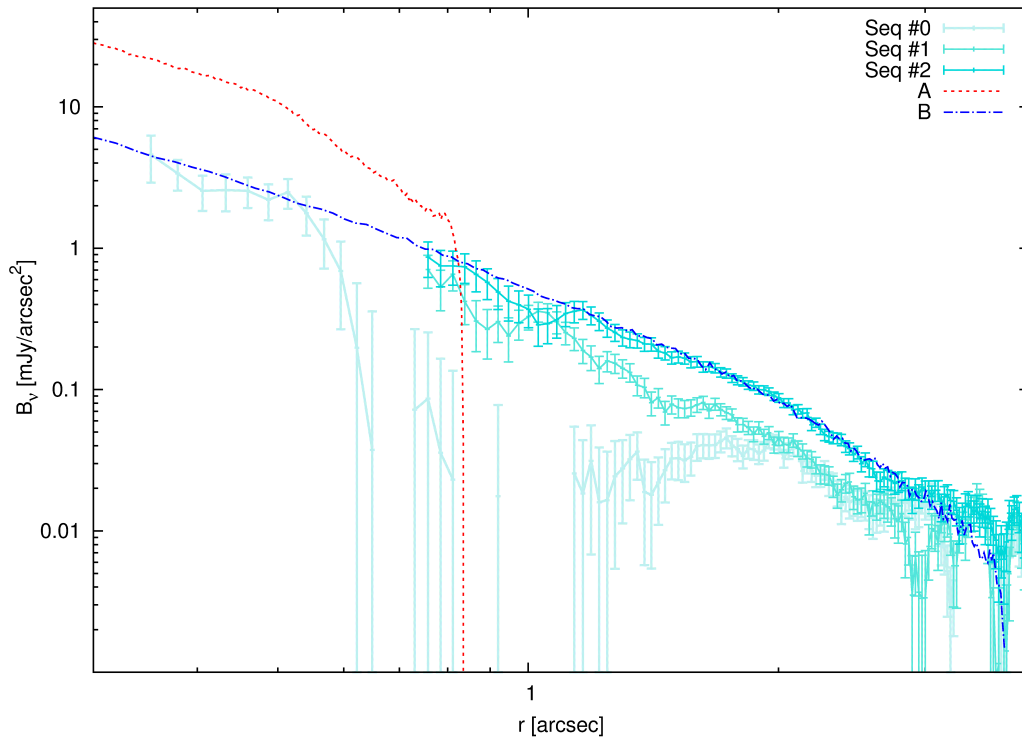


Abbildung 7.8.: Vergleich der radialen Helligkeitsverteilung zwischen den drei Beobachtungssequenzen und der Profile für Modell A und B. Das an die SED angepasste Modell A kann das beobachtete radiale Helligkeitsprofil im NIR nicht reproduzieren.

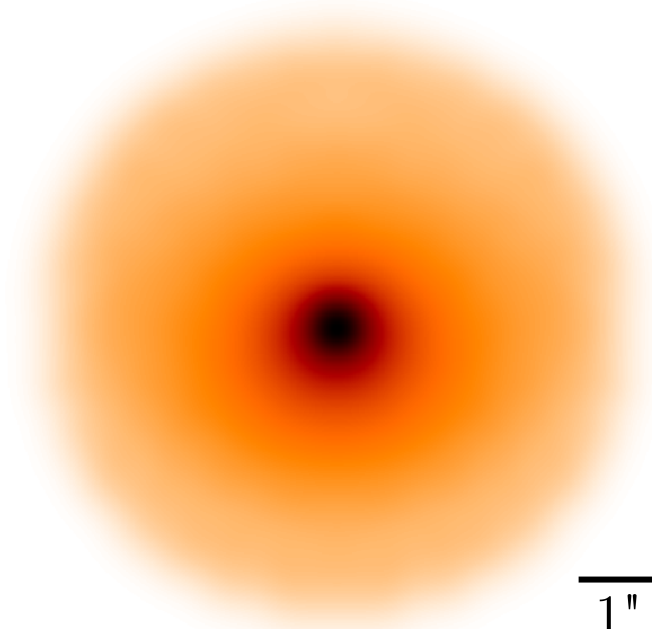


Abbildung 7.9.: Streubild von Modell B im K-Band ohne den Beitrag der zentralen Quelle. Die Inklination von  $i = 33^\circ.4$  führt zu einer ovalen Form der Isophoten.

## 8. DoAr 33

Wie in Kapitel 1.3 besprochen, durchlaufen protoplanetare Scheiben eine Entwicklung, bei der sich die Scheiben mit einer Halbwertszeit von einigen Myr durch Akkretion von Staub und Gas auf den Stern, Planetenbildung und Photoevaporation auflösen. Ein wichtiger Schritt in dieser Evolution ist das Verklumpen der primordialen Staubteilchen des ISM zu größeren Aggregaten und damit verbunden, das Entkoppeln vom turbulenten Gasstrom und Absinken zur Mittelebene der Scheibe in Richtung des lokalen Gravitationsgradienten. Diese Prozesse können durch Modelle nachvollzogen werden, direkte Beobachtungen sind wegen des Fehlens von Instrumenten mit hinreichender Auflösung bisher nicht möglich. Es gibt jedoch mehrere indirekte Marker für Wachstum und Absinken des Staubs, wie die Chromatizität im NIR und Reduktion der Skalenhöhe  $h$ , des Exponenten der Aufweitung  $\beta$  und des Spektralindex der Opazität  $\beta_{\text{mm}}$ . Die meisten dieser Eigenschaften lassen sich nur mit aufgelösten Beobachtungen effektiv einschränken, doch die Photometrie kann Hinweise liefern, insbesondere mit dem Spektralindex bei mm-Wellenlängen  $\beta_{\text{mm}}$  und einer Verminderung des Flusses im MIR durch reduziertes Flaring. In dieser Studie wird ein Objekt, dessen SED solche Hinweise auf den Prozess der Koagulation und Sedimentation enthält mit einer Erweiterung des einfachen Scheibenmodells untersucht. Dieses Kapitel basiert auf der Publikation Liu et al. (2012).

### 8.1. Überblick

Das Objekt wurde bei zwei unabhängigen Durchmusterungen nach H $\alpha$ -Quellen entdeckt und als DoAr 33 bzw. WSB 53 katalogisiert (Dolidze und Arakelyan 1959; Wilking et al. 1987) und befindet sich an den Koordinaten  $\alpha=16^{\text{h}}27^{\text{m}}39^{\text{s}}$ ,  $\delta=-23^{\circ}58'18''.3$  (J2000) nordöstlich der Dunkelwolke L1688, die mit einer Entfernung von  $(120 \pm 5)$ pc zum nahegelegenen aktiven Sternentstehungsgebiet  $\rho$  Ophiuchus gehört (Wilking et al. 2005; Loinard et al. 2008). Ein Survey dieser Region mit dem Röntgensatelliten *Einstein* identifizierte das Objekt als ROX 30<sup>1</sup> (Montmerle et al. 1983), dessen optisches Gegenstück ROXs 30C mit dem ESO 1.5m Teleskop in La Silla beobachtet und mit einer Äquivalenzbreite der H $\alpha$ -Linie von 14.3Å und dem Nachweis der Li-Absorptionslinie bei 6707Å als YSO identifiziert wurde (Bouvier und Appenzeller 1992). Mit IRAM konnte der Exzess im Kontinuum bei 1.3mm nachgewiesen und aus dem Fluss eine erste Abschätzung von  $\sim 6 \cdot 10^{-3} M_{\odot}$  für die Masse der Scheibe abgeleitet werden (Andre und Montmerle 1994; Nürnberger et al. 1998). Die kanonische Klassifizierung des Objekts nach Lada (1987) ist nicht eindeutig. Zunächst wurde DoAr 33 als mögliches Objekt der Klasse II betrachtet (Bouvier und Appenzeller 1992) und mit den photometrischen Daten von IRAC und MIPS in der Studie von Cieza et al. (2010) als Übergangsobjekt zwischen Klasse II und III eingeordnet. Korrekter

---

<sup>1</sup>Rho Ophiuchus X-ray source

erscheint die Klassifikation als YSO der Klasse II mit einer ungewöhnlichen Abflachung der SED um  $70\mu\text{m}$  (Evans et al. 2009b). Sedimentation und Koagulation von Staub in der zirkumstellaren Scheibe kann den Fluss und Spektralindex im MIR auf die beobachtete Weise absenken (Weidenschilling 1997; Dullemond und Dominik 2004; Furlan et al. 2005, 2006), daher ist DoAr 33 ein guter Kandidat um diesen Prozess nachzuweisen.

## 8.2. Beobachtungen

DoAr 33 wurde bisher nur photometrisch untersucht, die Flüsse sind in Tabelle 8.1 zusammengefasst. In den folgenden Abschnitten werden die hier verwendeten Beobachtungen kurz diskutiert.

### 8.2.1. Hydra/WIYN

In der Nacht vom 5. auf den 6. Mai 1999 wurde ein Spektrum von DoAr 33 und 138 weiteren Objekten im Wellenlängenbereich von 582nm bis 870nm mit einer Integrationszeit von 600s und einer Auflösung von  $\lambda/\Delta\lambda=2500$  mit dem Hydra-Spektrometer auf dem 3.5m WIYN-Teleskop aufgenommen (Wilkling et al. 2005). Für die Studie werden die zwei angegebenen Magnituden im R- und I-band,  $mag_I=12^m.02$  und  $mag_R=13^m.24$ , verwendet. Aus dem Spektrum wurde für DoAr 33 ein Spektraltyp von K5.5 abgeleitet.

### 8.2.2. IRAC/SST und MIPS/SST

DoAr 33 wurde im Rahmen der Durchmusterung „*From Molecular Cores to Planet Forming Disks*“ oder kurz „*c2d*“ (Evans et al. 2003) von Sternentstehungsgebieten mit IRAC/SST und MIPS/SST beobachtet (Evans et al. 2009b; Cieza et al. 2010). Während alle Werte von IRAC und MIPS bei  $24\mu\text{m}$  innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmen, gibt Cieza et al. (2010) eine obere Schranke für den von MIPS bei  $70\mu\text{m}$  beobachteten Fluss an, da das  $\text{SNR} < 5\sigma$  ist. Dieser Meßpunkt ist von besonderer Bedeutung und wird im Rahmen der Modellierung diskutiert.

### 8.2.3. WISE

Der *Wide-Field Infrared Survey Explorer* hat den gesamten Himmel in vier spektralen Fenstern W1..4 bei  $3.4\mu\text{m}$ ,  $4.6\mu\text{m}$ ,  $11.6\mu\text{m}$  und  $22.1\mu\text{m}$  mit einer Auflösung von jeweils  $6''.1$ ,  $6''.4$ ,  $6''.5$  und  $12''$  kartiert (Wright et al. 2010). Für diese Studie werden die zwei Magnituden ( $5^m.526 \pm 0.018$ ) und ( $3^m.862 \pm 0.036$ ) für DoAr 33 in den Kanälen W3 und W4 aus dem *WISE All Sky Data Release 2012* verwendet. Die Umrechnung erfolgt über

$$F = F_0^{(i)} \cdot 10^{-0.4m} \quad (8.1)$$

mit  $F_0^{(3)} = (31.674 \pm 0.450)\text{Jy}$  und  $F_0^{(4)} = (8.363 \pm 0.124)\text{Jy}$ . Der Fehler berechnet sich aus

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{F}{F_0}\right)^2 \Delta F_0^2 + (0.4 \ln 10 \cdot F)^2 \Delta m^2} \quad (8.2)$$

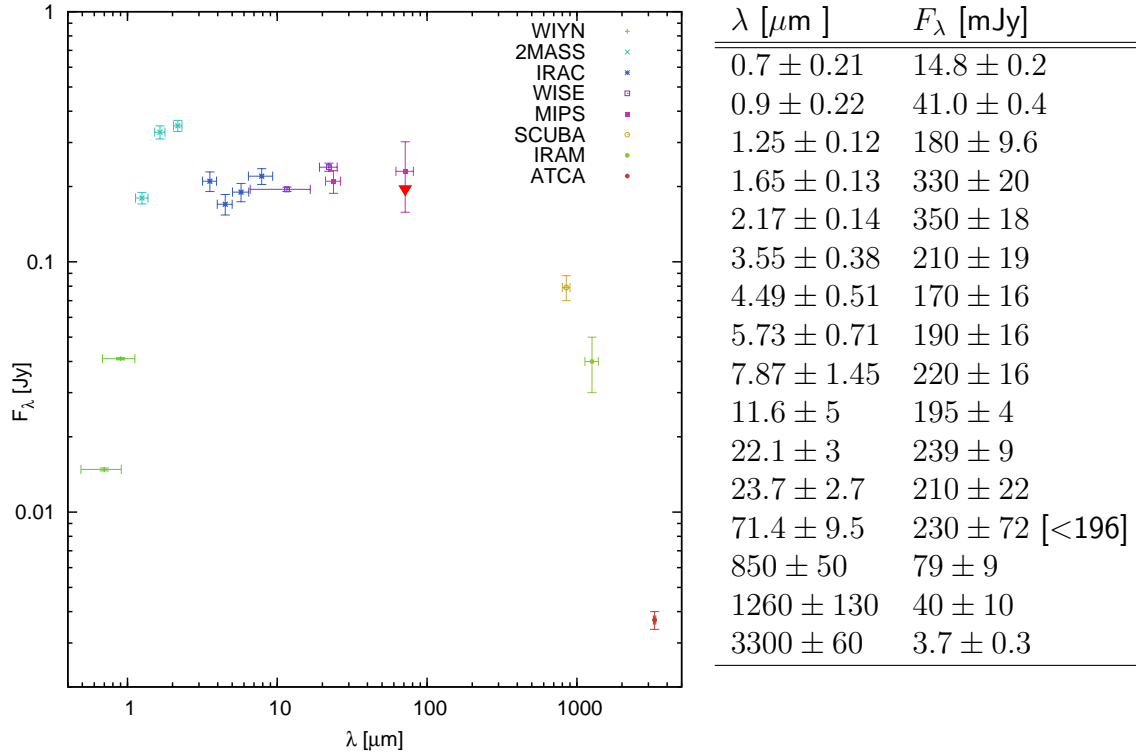


Abbildung 8.1 und Tabelle 8.1: SED von DoAr 33 aufgenommen mit WIYN (Wilking et al. 2005), 2MASS, IRAC/SST und MIPS/SST (Evans et al. 2009b; Cieza et al. 2010), WISE (WISE All Sky Data Release 2012), SCUBA (Andrews und Williams 2007), IRAM (Andre und Montmerle 1994) und ATCA (Ricci et al. 2010).

### 8.3. Modell

Für die Heizung kommt neben dem Protostern prinzipiell auch Dissipation in der Scheibe in Frage, deren Leuchtkraft mit der Akkretionsrate und Potentialdifferenz zwischen dem Innenrand der Scheibe  $R_{\text{in}}$  und dem Radius des Protosterns  $R_*$  gemäß

$$L_{\text{acc}} \sim GM_* \left( \frac{1}{R_*} - \frac{1}{R_{\text{in}}} \right) \dot{m}_{\text{acc}} \quad (8.3)$$

approximiert werden kann (Gullbring et al. 1998). Setzt man konkret  $R_* = 2.12R_\odot$ ,  $R_{\text{in}} \sim 5R_*$ ,  $M_* = 1.44M_\odot$  und  $\dot{m}_{\text{acc}} = 2.52 \cdot 10^{-10}M_\odot/\text{yr}$  (Ricci et al. 2010; Cieza et al. 2010) in (8.3) ein, dann ergibt sich  $L_{\text{acc}} \sim 0.0043L_\odot$  oder  $\sim 0.3\%$  der Leuchtkraft eines Protosterns mit  $\sim 1.5M_\odot$ . Da effektiv weniger als die Hälfte dieser Leuchtkraft zur Heizung der Scheibe beiträgt (Calvet und Gullbring 1998) kann dieser Beitrag in guter Näherung vernachlässigt werden.

Aus dem von Wilking et al. (2005) bestimmten Spektraltyp K5.5 lässt sich eine effektive Temperatur von  $T_{\text{eff}} \sim 4250\text{K}$  ableiten (Kenyon und Hartmann 1995). In dieser Studie wird daher für die Charakterisierung des Protosterns nur die Leuchtkraft  $L_*$  als freier Parameter betrachtet. Das Sternspektrum wurde der *NextGen*-Datenbank für Sternatmosphären unter der Annahme solarer Häufigkeit der Elemente und  $\log g = 3.5$  entnommen (Hauschildt et al. 1999).



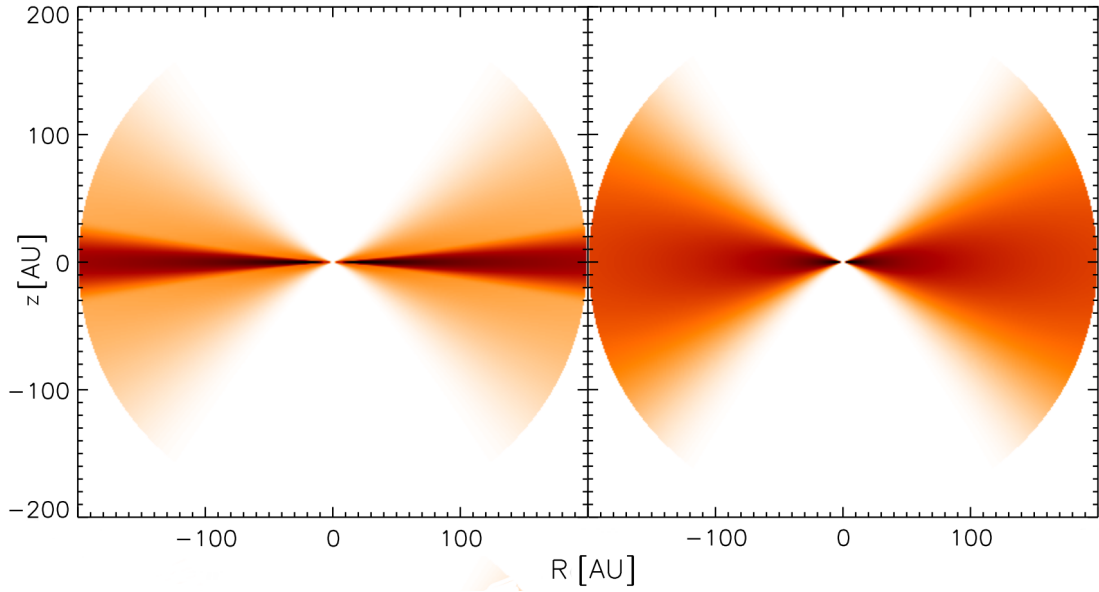


Abbildung 8.2.: Schnitt der Dichteverteilung durch die  $rz$ -Ebene mit und ohne Sedimentation/Koagulation.

Analog zu den anderen Studien in dieser Arbeit wird für die chemische Zusammensetzung eine Mischung aus astronomischem Silikat und Graphit im Verhältnis 5:3 angenommen und aus den Brechungsindizes mit Mie-Theorie die optischen Eigenschaften für eine gegebene Korngrößenverteilung berechnet, s. Kapitel B.2.

Für die Beschreibung von Staubwachstum und Sedimentation wird hier die Parametrisierung aus D'Alessio et al. (2006) und Sauter und Wolf (2011) verwendet. Die Grundidee ist die Überlagerung zweier aufgeweiteter Scheiben, die mit Ausnahme der Skalenhöhe und Staubkornpopulation in allen Eigenschaften übereinstimmen, und die Verschiebung von Masse zwischen diesen Schichten über einen Parameter, der den Fortschritt der *Koagulation* beschreibt. Um die Beschreibung zu vereinfachen wird für beide Korngrößenverteilungen  $a_{\min}=5\text{nm}$  und  $d=3.5$  angenommen und für die kleinen Körner  $a_{\max}=250\text{nm}$  gesetzt, also die Verteilung aus MRN77 übernommen. Der maximale Kornradius  $a_{\max}$  der großen Körner ist dann der einzige freie Parameter zur Differenzierung der optischen Eigenschaften beider Populationen. Für die radiale und azimuthale Abhängigkeit der Dichte gilt für beide Populationen unverändert (5.16)

$$\rho_x(R, z) \sim R^{-\alpha} \exp\left[-\frac{z^2}{2h_x^2}\right] \quad (8.4)$$

mit  $x \in \{\text{small, large}\}$  und auch die Skalenhöhen sind analog zu (5.17) gegeben durch

$$h_x(R) = h_{100,x} \left(\frac{R}{100\text{AU}}\right)^\beta. \quad (8.5)$$

Die Sedimentation der großen Körner wird in der gesamten Scheibe als proportional zur Skalenhöhe der kleinen Körner angenommen, also

$$H_{\text{ratio}} = \frac{h_{\text{small}}}{h_{\text{large}}}, \quad (8.6)$$

Parameter	I	II	III	IV	V	$\beta_{\alpha,0}$	Min	Max
$L_* [L_\odot]$	1.0	1.2	1.4	1.5	1.2	0.02	0.8	2.0
$R_{\text{in}} [\text{AU}]$	0.1	0.1	0.2	1.0	0.3	$0.1R_{\text{in},0}$	0.01	5.0
$R_{\text{out}} [\text{AU}]$	200	300	400	350	300	2.0	50	500
$m_{\text{dust}} [10^{-5} M_\odot]$	5	10	50	25	50	$0.1m_{\text{dust},0}$	1	500
$\alpha$	1.55	2.00	2.5	2.7	2.0	0.005	1.0	2.8
$\beta$	1.05	1.10	1.20	1.15	1.05	0.005	1.0	1.3
$h_{100} [\text{AU}]$	8.00	10.0	15.0	10.0	7.0	0.25	5.0	20.0
$H_{\text{ratio}}$	10.0	12.0	8.0	10.0	14.0	0.25	5.0	15.0
$\epsilon$	0.1	0.01	0.001	0.005	0.001	$0.1\epsilon_0$	0	1
$a_{\text{max}} [\mu\text{m}]$	1000	512	1000	1000	800	1.0	250	2000
$i [^\circ]$	60	45	30	60	50	1.0	10	80

Tabelle 8.2.: Startpunkte der Ketten, initiale Schrittweiten  $\beta_{\alpha,0}$  und Intervalle des untersuchten Parameterraums,  $R_{\text{in},0}$ ,  $m_{\text{dust},0}$  and  $\epsilon_0$  bezeichnen die jeweiligen Startwerte.

wobei die *relative Sedimentationshöhe*  $H_{\text{ratio}} \geq 1$  die Entmischung der beiden Schichten parametrisiert, die durch das Wechselspiel von Gravitation und Turbulenz bestimmt ist (Dullemond und Dominik 2004). Im Folgenden wird die Sedimentationshöhe  $h_{100,\text{large}}$  durch  $H_{\text{ratio}}$  ersetzt und es wird vereinfachend  $h_{100} := h_{100,\text{small}}$  geschrieben.

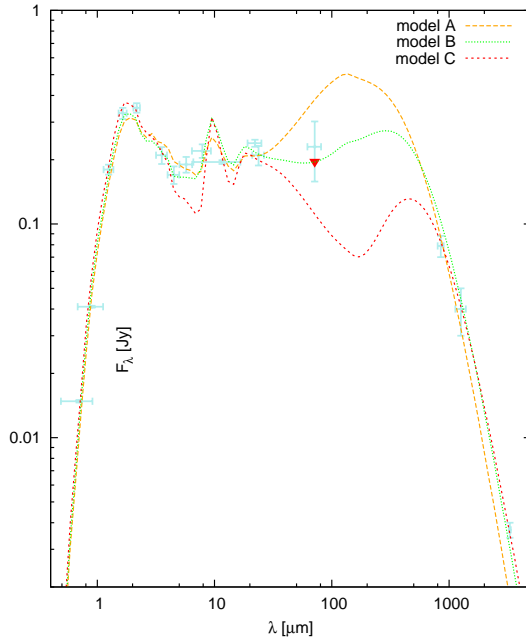
Um die Abreicherung der Population kleiner Körner zu beschreiben, betrachtet man das Massenverhältnis von Gas zu Staub  $\zeta_{\text{small}}$ , das ausgehend vom kanonischen Wert  $\zeta_{\text{ISM}} = 0.01$  im interstellarem Medium durch Wachstum der Körner abnimmt. Mit dem Verhältnis

$$\epsilon = \frac{\zeta_{\text{small}}}{\zeta_{\text{ISM}}} \quad (8.7)$$

kann der Fortschritt dieses Prozesses beschrieben werden. Da die Population der kleinen Körner im Laufe der Entwicklung abnimmt wird mit zunehmender Koagulation  $\zeta_{\text{small}}$  und damit auch  $\epsilon$  *kleiner*. Für das entsprechende Verhältnis von Staub- zu Gasmasse in der sedimentierten Population großer Körner gilt näherungsweise

$$\frac{\zeta_{\text{large}}}{\zeta_{\text{ISM}}} \approx \left[ 1 + \left( \frac{\sqrt{2\pi}}{2\delta} - 1 \right) (1 - \epsilon) \right], \quad (8.8)$$

wobei hier  $\delta = 0.1$  angenommen wird, s. Appendix in D'Alessio et al. (2006) für die Ableitung dieser Gleichung. Somit kann der Massentransfer zwischen den Populationen, also die Koagulation, mit dem Parameter  $\epsilon \leq 1$  beschrieben werden. Der Fall der kanonischen aufgeweiteten Scheibe mit homogener Staubkornverteilung ergibt sich im Grenzfall  $H_{\text{ratio}}, \epsilon \rightarrow 1$  und gleichem maximalen Radius  $a_{\text{max}}$  für beide Kornpopulationen. Das Modell verfügt daher mit den sieben Parametern für die räumliche Verteilung  $[R_{\text{in}}, R_{\text{out}}, \alpha, \beta, h_{100}, H_{\text{ratio}}, \epsilon]$ , der Staubmasse  $[m_{\text{dust}}]$ , der Leuchtkraft des Protosterns  $[L_*]$ , dem maximalen Kornradius der großen Körner  $[a_{\text{max}}]$  und der Inklination des Beobachters  $[i]$  über insgesamt 11 Parameter.



Parameter	A	B	C
$L_{\star}$ [ $L_{\odot}$ ]	1.20	1.22	1.25
$R_{\text{in}}$ [AU]	0.083	0.20	0.33
$R_{\text{out}}$ [AU]	334	447	209
$M_{\text{dust}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$8 \cdot 10^{-5}$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$3.3 \cdot 10^{-4}$
$\alpha$	1.42	1.95	2.05
$\beta$	1.04	1.16	1.03
$h_{100}$ [AU]	5.66	10.93	7.13
$H_{\text{ratio}}$	1.00	6.24	11.4
$\epsilon$	1.00	0.005	0.001
$a_{\text{max}}$ [ $\mu\text{m}$ ]	892	1024	1176
$i$ [ $^{\circ}$ ]	59	71	39
$\chi^2$	112	74	103

Abbildung 8.3 und Tabelle 8.3: Vergleich der synthetischen SEDs der Modelle A bis C mit der Beobachtung im betrachteten Wellenlängenbereich von  $1\mu\text{m}$  bis  $3\text{mm}$ . Modell A ist das Ergebnis der ersten Optimierung für den Grenzfall homogener Korngrößenverteilung, während für Modell B und C alle Parameter frei variiert wurden.

## 8.4. Implementierung

Die Beobachtungsdaten wurden mit SA an das im vorigen Abschnitt vorgestellte Modell angepasst, unter Berücksichtigung von Sedimentation und Koagulation mit zwei Schichten und für den homogenen Grenzfall mit  $H_{\text{ratio}}=\epsilon=1$ . Für beide Szenarien wurden von fünf Startpunkten jeweils drei Markow-Ketten mit verschiedenen Saaten für den Zufallsgenerator gestartet und innerhalb des in Tabelle 8.2 aufgeführten Bereichs propagiert. Für die Berechnung der Flüsse wurde eine Entfernung von  $125\text{pc}$  und eine Vordergrundextinktion von  $A_V=4.8$  mit  $R_V=3.1$  angenommen. Die simulierten Werte wurden mit der Extinktionskurve von Cardelli et al. (1989) korrigiert, um den Vergleich mit Beobachtungsdaten auch für  $\lambda \lesssim 5\mu\text{m}$  zu ermöglichen (Evans et al. 2009b). Für die Berechnung von  $\chi_{\text{SED}}^2$  wurden nur die signifikant detektierten Flüsse verwendet, also die obere Schranke bei  $70\mu\text{m}$  von Cieza et al. (2010) ausgeschlossen.

Die individuellen Markow-Ketten liefen mit dem in Kapitel 4.3.3 beschriebenen Abbruchkriterium für jeweils einige hundert akzeptierte Schritte. Modell A ist das beste Modell aus der Anpassung an die homogene Korngrößenverteilung und Modell B entsprechend aus dem zweiten Lauf, bei dem alle elf Parameter unter Einbeziehung von Sedimentation und Koagulation variiert wurden. Da ohne erneute Beobachtung des Objekts keine Möglichkeit besteht die Validität der Detektion aus Evans et al. (2009b) oder der oberen Grenze von Cieza et al. (2010) für MIPS bei  $70\mu\text{m}$  zu überprüfen, wurde aus den Modellen mit niedrigem  $\chi_{\text{SED}}^2$  das Modell C unter dem Gesichtspunkt eines möglichst niedrigen Flusses für diese Wellenlänge ausgewählt. Die beiden Modelle B und C stellen also für das jeweilige Szenario den besten gefunden Kompromiss dar.

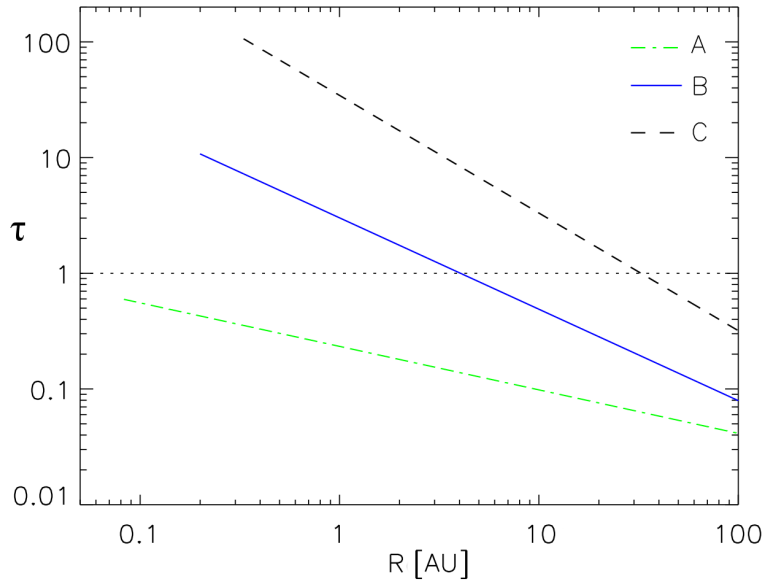


Abbildung 8.4.: Optische Tiefe für  $\lambda = 1.3\text{mm}$  entlang der  $z$ -Achse als Funktion des zylindrischen Abstands vom Zentrum. Die Scheibe ist daher für Modell B bis  $R \sim 5\text{AU}$  und für Modell C bis  $R \sim 30\text{AU}$  selbst bei Aufsicht optisch dicht.

## 8.5. Ergebnisse

Alle drei Modelle besitzen eine vergleichbare Leuchtkraft mit  $L_* \sim 1.2$  und einen kleinen Innenradius von  $R_{\text{in}} \sim 1 \dots 5 R_{\text{sub}}$  mit dem Sublimationsradius  $R_{\text{sub}} \sim 0.07\text{AU}$ , der sich aus der Leuchtkraft und einer angenommenen Sublimationstemperatur des Staubs von  $\sim 1500\text{K}$  ergibt. Der maximale Kornradius liegt bei allen Modellen mit  $a_{\text{max}} \sim 1\text{mm}$  nicht weit entfernt von den Anfangspunkten der Markow-Ketten, was zumindest für Modell B und C genügt, um den Spektralindex im mm-Bereich befriedigend zu erklären. Die Schwankungen beim äußeren Radius von  $R_{\text{out}} \sim 200 \dots 400\text{AU}$  sind nicht überraschend, da dieser Parameter insgesamt schwer zu beschränken ist. Die Streuung bei der Staubmasse um den Faktor 4 bei sonst identischen Staubeigenschaften ist hingegen nicht sofort einsichtig und kann auf optische Tiefeneffekte zurückgeführt werden, s. Abbildung 8.4. Die Inklinationen der Modelle schwanken in einem relativ großen Bereich um  $\sim 60^\circ$ , wobei mit hoher Sicherheit der Fall  $i > 80^\circ$  ausgeschlossen werden kann. Die Sicht auf den inneren Teil der Scheibe ist daher frei und das spektrale Merkmal von Silikat bei  $10\mu\text{m}$  sollte in Emission beobachtet werden können.

Der Parametersatz A zeigt mit  $\beta \sim 1$ ,  $h_{100} \sim 6\text{AU}$  und  $p \sim 0.4$  deutlich geringere Werte als für typische Scheiben um CTTS erwartet wird, also  $\beta \gtrsim 1.2$ ,  $h_{100} \gtrsim 10\text{AU}$  und  $p \gtrsim 1$ , (Weidenschilling 1977; Hartmann et al. 1998; Wolf et al. 2003; Walker et al. 2004; Sauter et al. 2009; Madlener et al. 2012). Der für Modell A gefundene Exponent der Flächendichte ist konsistent mit einer Studie von DoAr 25, die mit einer homogenen Staubverteilung einen Wert von  $p = 0.34$  erhält (Andrews et al. 2008). Auch die Parameter  $\beta$  und  $h_{100}$  liegen in einem Wertebereich, der im Vergleich zu einem typischen CTTS reduziertes Flaring und damit weniger Abstrahlung im MIR erwarten lässt. Betrachtet man die Datenpunkte von MIPS bei  $70\mu\text{m}$ , so ist die Abweichung zur Detektion von Evans et al. (2009b) und der oberen Schranke aus Cieza et al. (2010) immer noch signifikant und auch der spektrale Index im mm-Bereich ist etwas steiler als die Beobachtung.

Die Modelle B und C zeigen eine deutlich bessere Übereinstimmung bei längeren Wellenlängen, insbesondere bei  $70\mu\text{m}$ , wobei Modell B etwas besser angepasst ist. Modell B

zeigt einen Fortschritt in der Entwicklung der Scheibe, weil das Flaring mit  $h_{100} \sim 11 \text{ AU}$  und  $\beta \sim 1.2$  an der unteren Grenze für typische Scheiben um CTTS liegt und mit  $H_{\text{ratio}} \sim 6$  und  $\epsilon \sim 0.005$  das Absetzen und Wachstum des Staubs deutlich sind. Da der Parametersatz C mit  $H_{\text{ratio}} \sim 11$ ,  $\epsilon \sim 0.001$  und  $h_{100} \sim 7 \text{ AU}$  einen stärkeren Fortschritt vorhersagt und die synthetisierten Flüsse im MIR insgesamt etwas unter der Beobachtung liegen, können die Werte von Modell C als obere Abschätzung für den Fortschritt der Sedimentierung und Koagulation verstanden werden. Beim Exponenten der Flächendichte kann das erweiterte Modell die Beobachtung mit Werten von  $p \gtrsim 0.8$  erklären, was deutlich näher am erwarteten Wert liegt als die Vorhersage von Modell A.

## 8.6. Diskussion

Die Studie zeigt, dass eine Erweiterung des einfachen Scheibenmodells mit zwei Phasen verschiedener Korngröße die Beobachtungen mit verbesserter Konfidenz und plausiblen Parametern für die Dichteverteilung erklären kann. Vor allem der geringe Fluss bei  $70 \mu\text{m}$  ist mit einer homogenen Staubverteilung nicht nachvollziehbar. Die bessere Übereinstimmung des erweiterten Modells stellt daher einen Hinweis auf Sedimentation und Koagulation in der Scheibe von DoAr 33 dar. Auch wenn dieses Ergebnis den verfolgten Ansatz bekräftigt soll nicht unterschlagen werden, dass es alternative Erklärungen für den beobachteten Verlauf der SED gibt. In dem von Dullemond und Dominik (2004) eingeführten Modell führt Selbstabschattung der Scheibe durch einen aufgebauchten inneren Rand zu einem starken Abfall des Flusses im MIR und FIR. Dieser Ansatz wurde eingeführt um die SED von einer Gruppe von Herbig Ae/Be-Sternen zu erklären, die einen ähnlichen Verlauf wie DoAr 33 besitzen. Durch die Abschattung können Bereiche hinter dem inneren Rand nicht mehr direkt von der zentralen Quelle geheizt werden, was das Flaring weiter reduziert und damit zu einem Abfall des im MIR und FIR abgestrahlten Flusses führt. Weil das hier betrachtete Objekt ein CTTS mit einer geringen Akkretionsrate von  $\dot{m}_{\text{acc}} \sim 3 \cdot 10^{-10} M_{\odot} / \text{yr}$  ist, sollte die Aufbauschung des inneren Randes jedoch weniger ausgeprägt als bei HAe/Be-Sternen sein. Darüber hinaus müsste wegen der Inklination von DoAr 33 bei starker Abweichung von der hier angenommen flachen Staubverteilung am Innenrand ein Exzess im NIR und nahem MIR beobachtbar sein, der jedoch nicht vorliegt. Eine Erweiterung des Modells erscheint daher als verfrüht und sollte erst im Anschluss an die Beobachtung von DoAr 33 mit hochauflösenden Instrumenten wie ALMA erfolgen.

**Teil IV.**

**Anhang**

# A. Übersetzung

Nullam rem e nihilo gigni divinitus umquam.  
Quippe ita formido mortalis continet omnis,  
quod multa in terris fieri caeloque tumentur,  
quorum operum causas nulla ratione videre  
possunt ac fieri divino numine rentur.  
Quas ob res ubi viderimus nil posse creari de  
nihilo, tum quod sequimur iam rectius inde  
perspiciemus, et unde queat res quaeque creari  
et quo quaeque modo fiant opera sine divom.

---

Titus Lucretius Carus  
De rerum natura, Liber I

Keine Sache wurde jemals aus dem Nichts  
göttlich erschaffen. Denn die Furcht besitzt nur  
Macht über die Sterblichen, weil sie für die  
vielen Erscheinungen auf der Erde und am  
Himmel keinen wirkenden Grund erfassen  
können, so dass sie an eine göttliche Macht  
glauben.  
Haben wir aber erkannt, dass nichts aus dem  
Nichts erschafft werden kann, so werden wir  
auch richtiger erkennen, wonach wir suchen:  
Woraus alle Dinge geschaffen werden und auf  
welche Weise sie funktionieren ohne die Hilfe  
der Götter.

---

Titus Lucretius Carus  
Über die Natur, Buch I

## B. Grundlagen der Elektrodynamik

Ein allgemeines zeitharmonisches Feld  $\mathbf{F}$  kann in der Form

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cos \omega t + \mathbf{B}(\mathbf{r}) \sin \omega t = \mathbf{C} \cos[\omega t + \delta] \quad (\text{B.1})$$

mit  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C} \in \mathbb{R}^3$  dargestellt werden, was nach Eulers Satz einfach der Realteil des komplexen Ausdrucks

$$\mathbf{F}_c = (\mathbf{A} + i\mathbf{B})e^{-i\omega t} = \mathbf{C}e^{-i\omega t} \quad \text{mit } \mathbf{C} = \mathbf{C}e^{i\delta} \quad (\text{B.2})$$

ist. Der Vorteil der Verwendung komplexer Größen in der Elektrodynamik und anderer linearer Theorien liegt in der Kompatibilität der Bildung des Realteils mit linearen Operatoren:

$$\Re(\mathcal{L}\mathbf{F}_c) = \mathcal{L}\Re(\mathbf{F}_c) = \mathcal{L}\mathbf{F}. \quad (\text{B.3})$$

Die Wahl des Vorzeichens im Exponenten von (B.2) unterliegt der Willkür und beide Konventionen werden in der Literatur verwendet, was in der Praxis vor allem für die Fourier-Transformation relevant ist.

Aus praktischen und historischen Gründen wird das Feld in zwei Komponenten aufgeteilt, dem *elektrischen Feld*  $\mathbf{E}$  und der *magnetischen Induktion*  $\mathbf{B}$ . Eine Ladung  $q$  tauscht über die *Lorentzkraft*

$$\mathbf{K}_L = q[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}] \quad (\text{B.4})$$

Impuls mit dem Feld aus und umgekehrt können so  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  ausgemessen werden. In der Regel besteht ein physikalisches System aus einer Vielzahl bewegter Ladungen, die durch eine *Ladungsdichte*  $\rho$  und ein Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{v}$  beschrieben werden, die man zur *Stromdichte*  $\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}$  zusammenfasst. In SI-Einheiten lauten die Maxwell-Gleichungen (MWG)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0 \quad (\text{B.5})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.7})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{B.8})$$

mit  $[E] = \text{Vm}^{-1}$  und  $[B] = \text{NA}^{-1}\text{m}^{-1} = \text{T}$ , der *elektrischen Feldkonstante*

$$\epsilon_0 = 8.85418781762 \cdot 10^{-12} \text{AsV}^{-1}\text{m}^{-1} \quad (\text{B.9})$$

und *magnetischen Feldkonstante*

$$\mu_0 = 12.566370614 \cdot 10^{-7} \text{NA}^{-2}. \quad (\text{B.10})$$



Beide Werte sind seit der Festlegung der Lichtgeschwindigkeit auf  $c = 299792458\text{ms}^{-1}$  am 20.10.1983 durch die ISO miteinander gekoppelt.

Für die Behandlung der Wechselwirkung mit Materie wird eine makroskopische Mittelung eingeführt, um die Lösung der Gleichungen durch Linearisierung der Reaktion auf die Felder zu erleichtern. Dazu trennt man die Ladungs- und Stromdichten zunächst in einen *freien* und *gebundenen* Anteil auf, also

$$\rho = \rho_b + \rho_f \quad (\text{B.11})$$

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_b + \mathbf{j}_f, \quad (\text{B.12})$$

mit der Vorstellung, dass gebundene Ladung in ihrer Bewegung auf atomare Dimensionen beschränkt ist. Diese Aufteilung ist nicht eindeutig, wird jedoch unter der Randbedingung konstruiert, dass die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (\text{B.13})$$

auch für die gebundenen und freien Dichten und Ströme erfüllt sind. Dann wird die *Polarisierung*  $\mathbf{P}$  und *Magnetisierung*  $\mathbf{M}$  mit den Relationen

$$\rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad (\text{B.14})$$

$$\mathbf{j}_b = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M} = \mathbf{j}_{\text{pol}} + \mathbf{j}_{\text{mag}} \quad (\text{B.15})$$

eingeführt, die jeweils der Dichte von elektrischen und magnetischen Dipolen entsprechen und außerhalb von Materie verschwinden. Die in der Materie gebundene Ladungsdichte besteht demnach aus lokal induzierten Dipolen und der gebundene Strom ist durch die Summe von *Polarisationsstrom*  $\mathbf{j}_{\text{pol}}$  und *Magnetisierungsstrom*  $\mathbf{j}_{\text{mag}}$  gegeben. Mit diesen Größen werden über die *Materialgleichungen*

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}[\mathbf{E}] \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}[\mathbf{H}] \quad (\text{B.17})$$

die Felder  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{H}$  definiert, die außerhalb von Materie proportional zu den Feldern  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  sind. Die Nomenklatur dieser Komponenten ist in der Literatur nicht einheitlich. Im Folgenden wird  $\mathbf{D}$  als *elektrische Verschiebung* und  $\mathbf{H}$  als *magnetische Feldstärke* bezeichnet. Die Polarisation  $\mathbf{P}$  und Magnetisierung  $\mathbf{M}$  hängen im Allgemeinen nicht-lokal in Raum und Zeit mit den Feldgrößen zusammen, was hier mit eckigen Klammern angedeutet wird. Die *makroskopischen Maxwellgleichungen* in Materie lauten damit

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad (\text{B.18})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{B.19})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.20})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{B.21})$$

und gelten in dieser Form exakt. Insbesondere bieten sie noch keinen Vorteil zur Lösung konkreter Anwendungen gegenüber der ursprünglichen Formulierung (B.5)-(B.8). Bei nicht zu großen Feldstärken und homogenen Festkörpern kann man eine lineare Abhängigkeit der Polarisation  $\mathbf{P}$  und Magnetisierung  $\mathbf{M}$  annehmen, also

$$\mathbf{P}[\mathbf{E}] = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \quad (\text{B.22})$$

$$\mathbf{M}[\mathbf{H}] = \mu_0 \chi_m \mathbf{H}, \quad (\text{B.23})$$

wobei die elektrische und magnetische *Suszeptibilität*  $\chi_e(\omega)$  und  $\chi_m(\omega)$  Funktionen der Frequenz sind und bei Anisotropie des Materials als Tensoren zweiter Stufe behandelt werden. Dieser lineare Ansatz mit der *elektrischen Permittivität*

$$\epsilon = \epsilon_0 [1 + \chi_e(\omega)] = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (\text{B.24})$$

und *magnetischen Permeabilität*

$$\mu = \mu_0 [1 + \chi_m(\omega)] = \mu_0 \mu_r \quad (\text{B.25})$$

ist für die meisten Materialien und einen weiten Frequenzbereich eine ausgezeichnete Approximation. Für hohe Frequenzen geht die *relative Permeabilität*  $\mu_r$  i.A. gegen 1, so dass die *relative Permittivität* oder *dielektrische Funktion*  $\epsilon_r$  die Reaktion von Dielektrika auf äußere Felder vollständig beschreibt. In leitfähigen Materialien kann man den Zusammenhang zwischen elektrischem Feld und Stromdichte für nicht zu hohe Felder und Ströme mit dem linearen *ohmschen Gesetz*

$$\mathbf{j}_f = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{B.26})$$

beschreiben. In Hinblick auf die Anwendung macht es Sinn an dieser Stelle die Permittivität mit einem imaginären Term zu erweitern:

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e) + \frac{i\sigma}{\omega} \quad (\text{B.27})$$

Auch die Suszeptibilitäten  $\chi_e$  und  $\chi_m$  können imaginäre Anteile besitzen, die unabhängig von intrinsischer Leitfähigkeit bei Dielektrika und magnetischen Substanzen Verluste hervorrufen. Mit der *Energiedichte*

$$u = \frac{1}{2} [\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}] \quad (\text{B.28})$$

und dem *Poynting-Vektor*

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (\text{B.29})$$

ergibt sich aus (B.20) und (B.21) der Energieerhaltungssatz für das elektromagnetische Feld, der Satz von Poynting:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -[\mathbf{j}_f \cdot \mathbf{E} + \nabla \cdot \mathbf{S}] \quad (\text{B.30})$$

Die lokale Energie des Feldes kann sich also durch Arbeit an bewegter Ladung und Konvektion in Richtung von  $\mathbf{S}$  ändern. Der Poynting-Vektor bezeichnet daher die *Energiestromdichte* des elektromagnetischen Feldes.

## B.1. Elektromagnetische Wellen

Mit der Identität

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl} \quad (\text{B.31})$$

erhält man für ein beliebiges Vektorfeld  $\mathbf{F} \in C^2(U)$  den nützlichen Ausdruck

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \Delta \mathbf{F}. \quad (\text{B.32})$$

Unter der Voraussetzung, dass keine freien Ladungen vorliegen und Ströme dem ohmschen Gesetz (B.26) folgen, ergibt sich damit für die Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  die *Telegraphengleichung*

$$\mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} - \Delta \mathbf{F} = 0, \quad (\text{B.33})$$

mit der die Ausbreitung einer Welle in einem dissipativen Material beschrieben wird. Im Dielektrikum oder Vakuum geht (B.33) ohne Dämpfungsterm in die übliche Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{F} = 0 \quad (\text{B.34})$$

über, mit der *Lichtgeschwindigkeit*  $c = (\mu\epsilon)^{-\frac{1}{2}}$ . Für die Behandlung der Streuung ist eine Lösung dieser Gleichung besonders wichtig, die aus parallelen Ebenen gleicher Amplitude bestehende *ebene Welle*

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{F}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (\text{B.35})$$

mit  $\mathbf{k}, \mathbf{F}_0 \in \mathbb{C}^3$  und  $\omega \in \mathbb{R}_+$ . Die Differentialoperatoren vereinfachen sich für diese spezielle Lösung zu

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} = -i\omega \mathbf{F} \quad (\text{B.36})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{F} \quad (\text{B.37})$$

$$\nabla \times \mathbf{F} = i\mathbf{k} \times \mathbf{F}. \quad (\text{B.38})$$

Einsetzen dieser Ausdrücke in (B.18)-(B.21) reduzieren die linearisierten MWG in Materie zu

$$\mathbf{k} \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = 0 \quad (\text{B.39})$$

$$\mathbf{k} \cdot (\mu \mathbf{H}) = 0 \quad (\text{B.40})$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mu \mathbf{H} \quad (\text{B.41})$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \epsilon \mathbf{E}. \quad (\text{B.42})$$

Man erhält aus  $\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E})$  mit der Regel (B.31) und (B.39)

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \omega^2 \mu \epsilon \quad (\text{B.43})$$

und daraus für den komplexen Wellenvektor  $\mathbf{k}$  die *Dispersionsrelation*

$$k' + ik'' = \frac{\omega}{c} N \quad (\text{B.44})$$

mit dem *komplexen Brechungsindex*

$$N = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \approx \sqrt{\epsilon_r} = n + i\kappa, \quad (\text{B.45})$$

aus dem sich alle wichtigen optischen Eigenschaften des Mediums ableiten lassen.  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  stehen in isotropen Festkörpern und im Vakuum untereinander und zur Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$  senkrecht und entsprechend zeigt der Poynting-Vektor  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$  in diese Richtung. Bei Beobachtungen im Infrarot und kürzeren Wellenlängen können die Felder nicht direkt vermessen werden. Stattdessen bestimmt man das zeitliche Mittel des Poynting-Vektors durch eine *Gleichrichtung* des elektrischen Anteils in einem Detektor. Aus diesem Grund besitzt der elektrische Feldvektor in der Optik eine herausragende Rolle. Für eine homogene, ebene Welle lässt sich dieser Mittelwert ausdrücken durch

$$I = \langle \mathbf{S} \rangle_t = \frac{1}{2} \Re (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \Re \left( \frac{\mathbf{k}^* (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*)}{2\omega\mu^*} \right). \quad (\text{B.46})$$

Dieser meßtechnisch erfaßbare Mittelwert wird *Intensität* der elektromagnetischen Welle genannt. Jedoch geht bei dem Meßprozeß die Information über die Lage der Schwingungsebene des elektrischen Feldvektors oder die *Polarisation* der transversale Welle verloren. Da die Streuung einer elektromagnetischen Welle entscheidend von der Polarisation abhängt, ist eine Charakterisierung dieses Zustands für eine vollständige Beschreibung des Vorgangs notwendig. Mit (B.35) ist der elektrische Anteil einer ebenen Welle allgemein

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (\text{B.47})$$

mit  $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^3$  und  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ . Der Realteil dieser Welle lautet

$$\Re(\mathbf{E}) = \mathbf{A} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) - \mathbf{B} \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad (\text{B.48})$$

der in einer festen Ebene mit  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = 0$  die Spur der *Polarisationsellipse*

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} \cos \omega t + \mathbf{B} \sin \omega t, \quad (\text{B.49})$$

durchläuft, s. Abb. B.1. Die Ellipse kann für ein gewähltes Koordinatensystem durch ihre Hauptachsen  $a$  und  $b$ , den Azimuth  $\theta$  und ihren Drehsinn beschrieben werden, wobei zur Charakterisierung des Drehsinns sich in der Literatur verschiedene Konventionen finden. Die in der Astrophysik übliche Sprechweise ist die Welle abhängig von der Orientierung von  $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$  zum Wellenvektor  $\mathbf{k}$  als

$$\mathbf{k} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \begin{cases} > 0 & \text{linkszirkular} \\ = 0 & \text{linear} \\ < 0 & \text{rechtszirkular} \end{cases} \quad (\text{B.50})$$

polarisiert zu bezeichnen (van de Hulst 1957; Hansen und Travis 1974; Gehrels 1974). Die umgekehrte Notation ist auch anzutreffen (Jenkins und White 1957; Born und Wolf 1965; Bohren und Huffman 1983), man sollte daher im Zweifel die Notation des jeweiligen Autors beachten. Entartet die Ellipse zu einer Geraden spricht man von *linearer Polarisation*, ist  $a = b$  liegt *zirkulare Polarisation* vor. Wegen der erwähnten hohen Frequenzen im interessierenden Spektralbereich ist eine Ausmessung der Polarisationsellipse nicht praktisch durchführbar. Alternativ wird der Polarisationszustand der Welle durch den *Stokes-Vektor* beschrieben (Stokes 1853). Nach Wahl einer Referenzebene werden die folgenden vier Messungen der Intensität durchgeführt:

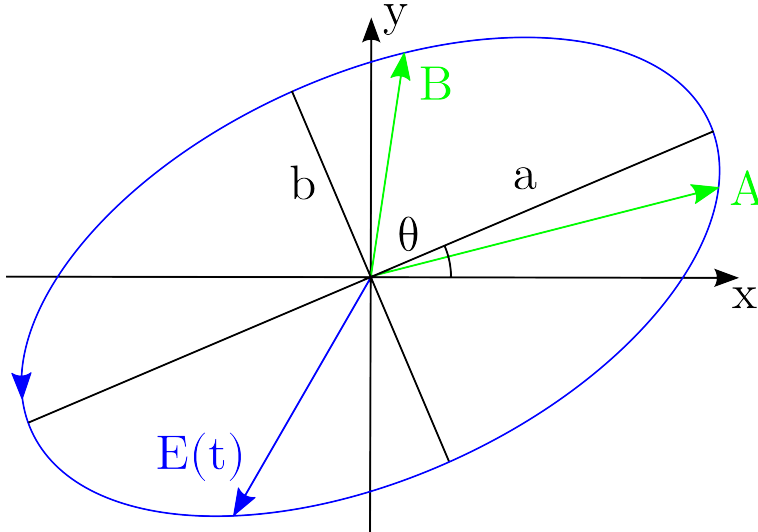


Abbildung B.1.: Die Polarisation einer ebenen Welle kann allgemein durch eine Ellipse mit den Hauptachsen  $a$  und  $b$ , Azimuth  $\theta$  und dem Drehsinn des elektrischen Feldvektors beschrieben werden.

1.  $I$  ohne Filter
2.  $I_{\parallel}$  und  $I_{\perp}$  mit parallel und senkrecht ausgerichteten linearen Polarisationsfiltern
3.  $I_{+}$  und  $I_{-}$  mit einer zur Konfiguration (2) um  $45^{\circ}$  rotierten Anordnung
4.  $I_R$  und  $I_L$  mit zwei gegenläufigen zirkularen Polarisationsfiltern

Man benötigt zur Bestimmung dieser Größen neben einem Detektor zur Messung der einfallenden Intensität rotierbare lineare Polarisationsfilter und zirkulare Polarisationsfilter. Die Komponenten des Stokes-Vektor berechnen sich aus diesen Werten wie folgt:

$$Q = I_{\parallel} - I_{\perp} \quad (\text{B.51})$$

$$U = I_{+} - I_{-} \quad (\text{B.52})$$

$$V = I_R - I_L. \quad (\text{B.53})$$

Das elektrische Feld kann bezüglich der Referenzebene in einen parallelen und einen senkrechten Anteil zerlegt werden:

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_{\parallel} + \mathbf{E}_{\perp} = E_{\parallel} \mathbf{e}_{\parallel} + E_{\perp} \mathbf{e}_{\perp} = (a_{\parallel} e^{-i\delta_{\parallel}}) \mathbf{e}_{\parallel} + (a_{\perp} e^{-i\delta_{\perp}}) \mathbf{e}_{\perp}. \quad (\text{B.54})$$

Dieser Ausdruck ist für ein reales Wellenfeld eine lokale Momentaufnahme, da abhängig vom Aufbau der Lichtquelle die Amplitude und Phase sich mehr oder weniger schnell ändert. Zeitliche Mittelung über eine genügend hohe Anzahl von Perioden der Welle ergibt

$$I = \langle \mathbf{E}_{\parallel} \mathbf{E}_{\parallel}^* + \mathbf{E}_{\perp} \mathbf{E}_{\perp}^* \rangle_t = \langle a_{\parallel}^2 + a_{\perp}^2 \rangle_t \quad (\text{B.55})$$

$$Q = \langle \mathbf{E}_{\parallel} \mathbf{E}_{\parallel}^* - \mathbf{E}_{\perp} \mathbf{E}_{\perp}^* \rangle_t = \langle a_{\parallel}^2 - a_{\perp}^2 \rangle_t \quad (\text{B.56})$$

$$U = \langle \mathbf{E}_{\parallel} \mathbf{E}_{\perp}^* + \mathbf{E}_{\perp} \mathbf{E}_{\parallel}^* \rangle_t = \langle 2a_{\parallel} a_{\perp} \cos(\delta_{\parallel} - \delta_{\perp}) \rangle_t \quad (\text{B.57})$$

$$V = i \langle \mathbf{E}_{\parallel} \mathbf{E}_{\perp}^* - \mathbf{E}_{\perp} \mathbf{E}_{\parallel}^* \rangle_t = \langle 2a_{\parallel} a_{\perp} \sin(\delta_{\parallel} - \delta_{\perp}) \rangle_t. \quad (\text{B.58})$$

Hier und im Folgenden wird der Faktor  $k/2\omega\mu$  aus (B.46) der Einfachheit auf 1 gesetzt. Mit dem Ausdruck

$$Q^2 + U^2 + V^2 = I^2 - 4 \left( \langle a_{\parallel}^2 \rangle_t \langle a_{\perp}^2 \rangle_t - \langle a_{\parallel} a_{\perp} e^{i\delta} \rangle_t \langle a_{\parallel} a_{\perp} e^{-i\delta} \rangle_t \right) \quad (\text{B.59})$$

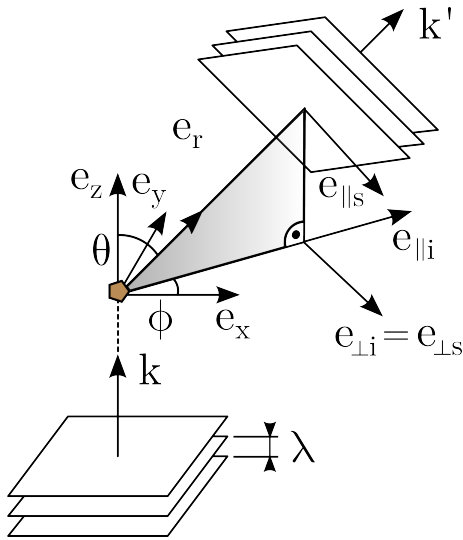


Abbildung B.2.: Streuung einer ebenen Welle an einem einzelnen Teilchen. Die Streumatrix  $S$  wird in den beiden Basen  $B_i=(\mathbf{e}_{\perp i}, \mathbf{e}_{\parallel i}, \mathbf{e}_z)$  und  $B_s=(\mathbf{e}_{\perp s}, \mathbf{e}_{\parallel s}, \mathbf{e}_r)$  dargestellt. Die Streuebene ist die Referenzebene für die Zerlegung der einfallenden Welle und die Behandlung der Polarisation.

erhält man die Ungleichung

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2. \quad (\text{B.60})$$

Ist das Licht vollständig polarisiert gilt Gleichheit, im Falle fehlender Polarisation ist die rechte Seite Null. Die Referenzebene kann prinzipiell willkürlich gewählt werden. Eine Rotation dieser Ebene um den Winkel  $\psi$  wird durch die lineare Transformation

$$\begin{pmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\psi & \sin 2\psi & 0 \\ 0 & -\sin 2\psi & \cos 2\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (\text{B.61})$$

beschrieben. Bei dieser Transformation bleiben die Größen  $I, Q^2 + U^2$ , und  $V$  invariant. Die drei Größen  $\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}/I, \sqrt{Q^2 + U^2}/I$  und  $V/I$  heißen Grad der Polarisierung, Grad der linearen Polarisierung und Grad der zirkularen Polarisierung.

## B.2. Streuung

Wir betrachten nun die Wechselwirkung einer elektromagnetischen Welle mit einem einzelnen Teilchen, das als mit Materie angefüllter Raumbereich  $V$  um den Ursprung angenommen wird. Die Eigenschaften der Materie sind durch den komplexen Brechungsindex (B.45) gegeben, der eine Funktion der Frequenz ist. An der Grenzfläche  $\partial V$  des Teilchens verlaufen die Tangentialkomponenten der Felder stetig, was man mit der lokalen Normalen  $\mathbf{n}$  als Anschlussbedingung

$$(\mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1) \times \mathbf{n} = 0 \quad (\text{B.62})$$

schreiben kann, wobei hier die beiden Indizes für den Limes der Felder von innen und außen stehen. Umformung der Maxwell-Gleichungen ergibt für beide Felder die Helmholtz-Gleichung

$$\Delta \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = 0, \quad (\text{B.63})$$

die unter der Bedingung (B.62) gelöst werden muss. Wegen  $\mu_r \sim 1$  im interessierenden Frequenzbereich beschränken sich die folgenden Überlegungen auf das elektrische Feld. Wegen der Linearität genügt es die Lösung für eine einfallende monochromatische Welle der Form

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{0i} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (\text{B.64})$$

zu finden, da daraus jedes beliebige Feld über seine Fourier-Transformierte rekonstruiert werden kann. Für die Behandlung der Streuung definiert man zweckmäßig die *Einfallsrichtung* der ebenen Welle als z-Achse eines kartesischen Koordinatensystems, also  $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z$ , und betrachtet einen radialen Vektor  $\mathbf{e}_r$ , der die *Streurichtung* beschreibt. Der *Streuwinkel* ist gegeben durch  $\cos \theta = \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{e}_r$ , s. Abb. B.2. Die beiden Vektoren spannen für  $\theta \neq 0, \pi$  die *Streuebene* auf, ansonsten wählt man einen geeigneten Normalenvektor  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$  mit  $\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{b} = 0$ . Da die einfallende ebene Welle transversal ist, muss für die Behandlung der Streuung eine Zerlegung des einfallenden Feldes  $\mathbf{E}_i$  in Anteile senkrecht und parallel zur Streuebene erfolgen. Der Vektor

$$\mathbf{e}_{\parallel i} = \cos \phi \mathbf{e}_x + \sin \phi \mathbf{e}_y \quad (\text{B.65})$$

ist der Richtungsvektor der Schnittgeraden von Streuebene und xy-Ebene und

$$\mathbf{e}_{\perp i} = \sin \phi \mathbf{e}_x - \cos \phi \mathbf{e}_y = -\mathbf{e}_\phi \quad (\text{B.66})$$

steht senkrecht zur Streuebene. Mit dieser Definition erhält man eine rechtshändige Orthonormalbasis  $B_i = (\mathbf{e}_{\perp i}, \mathbf{e}_{\parallel i}, \mathbf{e}_z)$ . Die Zerlegung des einfallenden Feldes in orthogonale und komplanare Komponenten lautet

$$\mathbf{E}_i = [E_{\parallel 0} \mathbf{e}_{\parallel i} + E_{\perp 0} \mathbf{e}_{\perp i}] e^{i(kz - \omega t)} = E_{\parallel i} \mathbf{e}_{\parallel i} + E_{\perp i} \mathbf{e}_{\perp i}. \quad (\text{B.67})$$

Das gestreute Feld ist in großer Entfernung vom Teilchen ( $kr \gg 1$ ) eine transversale Kugelwelle der Form

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{A} \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (\text{B.68})$$

mit  $\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{A} = 0$ . Die Wirkung des Teilchens spiegelt sich in einer richtungsabhängigen Amplitude  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\theta, \phi)$  und man kann in ausreichender Entfernung vom Streuzentrum, im sogenannten *Fernfeld*, den elektrischen Feldvektor wieder in Komponenten parallel und senkrecht zur Streuebene zerlegen, also analog zu (B.67) in

$$\mathbf{E}_s = E_{\parallel s} \mathbf{e}_{\parallel s} + E_{\perp s} \mathbf{e}_{\perp s}, \quad (\text{B.69})$$

mit der Orthonormalbasis  $B_s = (\mathbf{e}_{\perp s}, \mathbf{e}_{\parallel s}, \mathbf{e}_r) := (-\mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_r)$ . Die Streuung ist eine lineare Operation, die in den Basen  $B_i$  und  $B_s$  durch eine *Streumatrix*  $S \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  beschrieben werden kann:

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.70})$$

Auch wenn diese Relation die Streuung im Prinzip vollständig beschreibt, ist sie der praktischen Messung nicht für beliebig hohen Frequenzen zugänglich. Wenn nur Mittelwerte ermittelt werden können, betrachtet man den Stokes-Vektor, dessen Komponenten sich aus der zeitlichen Mittelung des Feldes aus (B.55)-(B.58) ergeben. Einsetzen in (B.70) liefert den linearen Ausdruck

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 r^2} \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix}. \quad (\text{B.71})$$

Die Einträge der *Müller-Matrix*  $M \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  sind quadratische Funktionen der Komponenten  $S_i$  der Streumatrix in (B.70). Dieser Ausdruck gilt für eine beliebige Form des streuenden Teilchens, in der praktischen Anwendung sind jedoch sphärische Teilchen von besonderer Bedeutung, insbesondere auch für diese Arbeit. Durch die hohe Symmetrie der Kugel wird die Streumatrix (B.70) diagonal. Das Wegfallen der Terme  $S_3$  und  $S_4$  vereinfacht die Müller-Matrix beträchtlich und man erhält

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 r^2} \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & M_{34} \\ 0 & 0 & -M_{34} & M_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix} \quad (\text{B.72})$$

mit den Komponenten

$$M_{11} = \frac{1}{2} (|S_2|^2 + |S_1|^2) \quad (\text{B.73})$$

$$M_{12} = \frac{1}{2} (|S_2|^2 - |S_1|^2) \quad (\text{B.74})$$

$$M_{33} = \frac{1}{2} (S_2^* S_1 + S_2 S_1^*) \quad (\text{B.75})$$

$$M_{34} = \frac{1}{2} (S_1 S_2^* - S_2 S_1^*), \quad (\text{B.76})$$

die über  $M_{11}^2 = M_{12}^2 + M_{33}^2 + M_{34}^2$  verknüpft sind. Die Komponenten der Streumatrix lassen sich durch Lösung von (B.63) unter Berücksichtigung der Randbedingung (B.62) für eine homogene Sphäre mit Radius  $a$  nach Mie (1908) durch die Reihe

$$S_1 = \sum_n \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n) \quad (\text{B.77})$$

$$S_2 = \sum_n \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n) \quad (\text{B.78})$$

analytisch darstellen, wobei  $\pi_n$  und  $\tau_n$  Funktionen des Streuwinkels  $\theta$  sind und gemäß

$$\pi_n(\cos \theta) = \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \quad (\text{B.79})$$

$$\tau_n(\cos \theta) = \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \quad (\text{B.80})$$



mit den zugeordneten Legendrefunktionen erster Ordnung zusammenhängen. Sie lassen sich aus den Relationen

$$\pi_n = \cos \theta \frac{2n-1}{n-1} \pi_{n-1} - \frac{n}{n-1} \pi_{n-2} \quad (\text{B.81})$$

$$\tau_n = n \cos \theta \pi_n - (n+1) \pi_{n-1} \quad (\text{B.82})$$

mit den Anfangswerten  $\pi_0 = 0$  und  $\pi_1 = 1$  rekursiv berechnen. Die *Streukoeffizienten* der Reihen (B.77) und (B.78) ergeben sich zu

$$a_n = \frac{N\psi_n(Nx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(Nx)}{N\psi_n(Nx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(Nx)} \quad (\text{B.83})$$

$$b_n = \frac{\psi_n(Nx)\psi'_n(x) - N\psi_n(x)\psi'_n(Nx)}{\psi_n(Nx)\xi'_n(x) - N\xi_n(x)\psi'_n(Nx)} \quad (\text{B.84})$$

mit dem komplexen Brechungsindex  $N$ , dem Mieschen Streuparameter  $x = 2\pi a/\lambda$  und den *Ricatti-Bessel-Funktionen*

$$\psi_n(x) = x j_n(x) \quad (\text{B.85})$$

$$\xi_n(x) = x h_n^{(1)}(x). \quad (\text{B.86})$$

Mit den Streukoeffizienten kann der *Streuquerschnitt*

$$\sigma = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) [ |a_n|^2 + |b_n|^2 ] \quad (\text{B.87})$$

und der *Extinktionsquerschnitt*

$$\xi = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \Re [ a_n + b_n ] \quad (\text{B.88})$$

der Kugel als Funktion der Wellenlänge aus einer Reihe bestimmt werden.

In dieser Arbeit wird zur Berechnung dieser Größen das Programm `miex` von Wolf und Voshchinnikov (2004) verwendet, dass beliebige Mie-Parameter behandeln kann.

# Literaturverzeichnis

- S. Aiello, B. Barsella, G. Chlewicki, J. M. Greenberg, P. Patriarchi, und M. Perinotto. Atlas of the wavelength dependence of ultraviolet extinction in the Galaxy. *A&AS* , 73: 195–208, May 1988.
- M. Allen und G. W. Robinson. The molecular composition of dense interstellar clouds. *ApJ* , 212:396–415, Mar. 1977. doi:10.1086/155059.
- R. A. Alpher und R. Herman. Evolution of the Universe. *Nature* , 162:774–775, Nov. 1948. doi:10.1038/162774b0.
- R. Andrae. Error estimation in astronomy: A guide. *ArXiv e-prints*, Sept. 2010. arXiv:1009.2755.
- R. Andrae, T. Schulze-Hartung, und P. Melchior. Dos and don'ts of reduced chi-squared. *ArXiv e-prints*, Dec. 2010. arXiv:1012.3754.
- P. Andre und T. Montmerle. From T Tauri stars to protostars: Circumstellar material and young stellar objects in the  $\rho$  Ophiuchi cloud. *ApJ* , 420:837–862, Jan. 1994. doi:10.1086/173608.
- S. M. Andrews und J. P. Williams. A submillimeter view of circumstellar dust disks in  $\rho$  Ophiuchi. *ApJ* , 671:1800–1812, Dec. 2007. doi:10.1086/522885. arXiv:0708.4185.
- S. M. Andrews, A. M. Hughes, D. J. Wilner, und C. Qi. The structure of the DoAr 25 circumstellar disk. *ApJL* , 678:L133–L136, May 2008. doi:10.1086/588730. arXiv:0804.0437.
- G. Anglada, R. López, R. Estalella, J. Masegosa, A. Riera, und A. C. Raga. Proper motions of the jets in the region of HH 30 and HL/XZ Tau: Evidence for a binary exciting source of the HH 30 jet. *AJ* , 133:2799–2814, June 2007. doi:10.1086/517493. arXiv:astro-ph/0703155.
- I. Appenzeller, C. Bertout, und O. Stahl. Edge-on T Tauri stars. *A&A* , 434:1005–1019, May 2005. doi:10.1051/0004-6361:20042217. arXiv:astro-ph/0501582.
- D. Asmus, P. Gandhi, A. Smette, S. F. Hönig, und W. J. Duschl. Mid-infrared properties of nearby low-luminosity AGN at high angular resolution. *A&A* , 536:A36, Dec. 2011. doi:10.1051/0004-6361/201116693. arXiv:1109.4873.
- F. Bacciotti, R. Mundt, T. P. Ray, J. Eislöffel, J. Solf, und M. Camezind. Hubble Space Telescope STIS spectroscopy of the optical outflow from DG Tauri: Structure and kinematics on subarcsecond scales. *ApJL* , 537:L49–L52, July 2000. doi:10.1086/312745. arXiv:astro-ph/0005463.

- F. Bacon. *Sylva sylvarum or a natural history, in ten centuries*. William Rawley, London, 1627.
- S. A. Balbus und J. F. Hawley. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution. *ApJ* , 376:214–233, July 1991. doi:10.1086/170270.
- R. Beck. The role of magnetic fields in spiral galaxies. *ApSS* , 289:293–302, Feb. 2004. doi:10.1023/B:ASTR.0000014957.31590.50. arXiv:astro-ph/0310287.
- S. V. W. Beckwith und A. I. Sargent. Particle emissivity in circumstellar disks. *ApJ* , 381:250–258, Nov. 1991. doi:10.1086/170646.
- C. A. Beichman, G. Neugebauer, H. J. Habing, P. E. Clegg, und T. J. Chester, editors. *Infrared astronomical satellite (IRAS) catalogs and atlases. Volume 1: Explanatory supplement*, volume 1, 1988.
- R. Bellman. *Adaptive control processes: a guided tour*. Rand Corporation Research studies. Princeton University Press, 1961.
- A. A. Berlind, A. C. Quillen, R. W. Pogge, und K. Sellgren. The extinction law in an occulting galaxy. *AJ* , 114:107–114, July 1997. doi:10.1086/118457. arXiv:astro-ph/9704156.
- R. A. Bernstein, W. L. Freedman, und B. F. Madore. The first detections of the extragalactic background light at 3000, 5500, and 8000 Å. III. Cosmological implications. *ApJ* , 571:107–128, May 2002. doi:10.1086/339424. arXiv:astro-ph/0112170.
- F. Bertoldi und C. F. McKee. Pressure-confined clumps in magnetized molecular clouds. *ApJ* , 395:140–157, Aug. 1992. doi:10.1086/171638.
- M. S. Bessell. UBVRI photometry. II - The Cousins VRI system, its temperature and absolute flux calibration, and relevance for two-dimensional photometry. *PASP* , 91:589–607, Oct. 1979. doi:10.1086/130542.
- M. S. Bessell. VRI photometry - an addendum. *PASP* , 95:480–488, Aug. 1983. doi:10.1086/131196.
- M. S. Bessell. UBVRI passbands. *PASP* , 102:1181–1199, Oct. 1990. doi:10.1086/132749.
- H. A. Bethe. Energy Production in Stars. *Physical Review*, 55:434–456, Mar. 1939. doi:10.1103/PhysRev.55.434.
- H. A. Bethe und C. L. Critchfield. The Formation of Deuterons by Proton Combination. *Physical Review*, 54:248–254, Aug. 1938. doi:10.1103/PhysRev.54.248.
- L. Bianchi, G. C. Clayton, R. C. Bohlin, J. B. Hutchings, und P. Massey. Ultraviolet extinction by interstellar dust in external galaxies: M31. *ApJ* , 471:203, Nov. 1996. doi:10.1086/177963.

- W. P. Bidelman. Catalogue and bibliography of emission-line stars of types later than B. *ApJS* , 1:175, Nov. 1954. doi:10.1086/190007.
- P. Biermann und M. Harwit. On the origin of the grain-size spectrum of interstellar dust. *ApJL* , 241:L105–L107, Oct. 1980. doi:10.1086/183370.
- J. E. Bjorkman und K. Wood. Radiative equilibrium and temperature correction in Monte Carlo radiation transfer. *ApJ* , 554:615–623, June 2001. doi:10.1086/321336. arXiv:astro-ph/0103249.
- J. E. Bjorkman, B. A. Whitney, und K. Wood. Monte Carlo radiation transfer in very optically thick circumstellar disks. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 34 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1185, Dec. 2002.
- R. Blandford und D. Eichler. Particle acceleration at astrophysical shocks: A theory of cosmic ray origin. *Physics Reports*, 154(1):1 – 75, 1987. ISSN 0370-1573. doi:10.1016/0370-1573(87)90134-7.
- R. C. Bless und B. D. Savage. Observations of interstellar extinction in the ultraviolet with the OAO satellite. In R. Muller, L. Houziaux, und H. E. Butler, editors, *Ultraviolet Stellar Spectra and Related Ground-Based Observations*, volume 36 of *IAU Symposium*, page 28, 1970.
- R. C. Bless und B. D. Savage. Ultraviolet photometry from the Orbiting Astronomical Observatory. II. Interstellar extinction. *ApJ* , 171:293, Feb. 1972. doi:10.1086/151282.
- J. Blum, G. Wurm, S. Kempf, T. Poppe, H. Klahr, T. Kozasa, M. Rott, T. Henning, J. Dorschner, R. Schräpler, H. U. Keller, W. J. Markiewicz, I. Mann, B. A. Gustafson, F. Giovane, D. Neuhaus, H. Fichtig, E. Grün, B. Feuerbacher, H. Kochan, L. Ratke, A. El Goresy, G. Morfill, S. J. Weidenschilling, G. Schwehm, K. Metzler, und W.-H. Ip. Growth and form of planetary seedlings: Results from a microgravity aggregation experiment. *Physical Review Letters*, 85:2426–2429, Sept. 2000. doi:10.1103/PhysRevLett.85.2426.
- I. O. Bohachevsky, M. E. Johnson, und M. L. Stein. Generalized simulated annealing for function optimization. *Technometrics*, 28(3):pp. 209–217, 1986. ISSN 00401706.
- R. C. Bohlin und B. D. Savage. Ultraviolet interstellar extinction toward stars in the Orion Nebula and toward HD 147889. *ApJ* , 249:109–117, Oct. 1981. doi:10.1086/159265.
- C. F. Bohren und D. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. Wiley science paperback series. Wiley, 1983. ISBN 9780471293408.
- M. Born und E. Wolf. *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference, and diffraction of light*. Pergamon Press, 1965.
- A. P. Boss und P. Bodenheimer. Fragmentation in a rotating protostar - A comparison of two three-dimensional computer codes. *ApJ* , 234:289–295, Nov. 1979. doi:10.1086/157497.

- A. Boulares und D. P. Cox. Galactic hydrostatic equilibrium with magnetic tension and cosmic-ray diffusion. *ApJ* , 365:544–558, Dec. 1990. doi:10.1086/169509.
- T. L. Bourke, P. C. Myers, G. Robinson, und A. R. Hyland. New OH Zeeman measurements of magnetic field strengths in molecular clouds. *ApJ* , 554:916–932, June 2001. doi:10.1086/321405. arXiv:astro-ph/0102469.
- J. Bouvier und I. Appenzeller. A magnitude-limited spectroscopic and photometric survey of  $\rho$  Ophiuchus X-ray sources. *A&AS* , 92:481–516, Feb. 1992.
- W. S. Boyle und G. E. Smith. Charge coupled semiconductor devices. *BSTJ* , 49(4): 587–593, 1970.
- T. Brahe. *De nova et nullius aevi memoria prius visa stella, iam pridem anno à nato Christo 1572, mense Novembri primum conspecta, contemplatio mathematica*. Laurentius Benedictus, 1573.
- C. R. Braiding und M. Wardle. The Hall effect in star formation. *MNRAS* , 422:261–281, May 2012. doi:10.1111/j.1365-2966.2012.20601.x. arXiv:1109.1370.
- W. Brandner, S. Sheppard, H. Zinnecker, L. Close, F. Iwamuro, A. Krabbe, T. Maihara, K. Motohara, D. L. Padgett, und A. Tokunaga. VLT-detection of two edge-on circumstellar disks in the  $\rho$  Oph dark cloud. *A&A* , 364:L13–L18, Dec. 2000. arXiv:astro-ph/0009141.
- D. W. Brown, C. J. Chandler, J. E. Carlstrom, R. E. Hills, O. P. Lay, B. C. Matthews, J. S. Richer, und C. D. Wilson. A submillimetre survey for protostellar accretion discs using the JCMT-CSO interferometer. *MNRAS* , 319:154–162, Nov. 2000. doi:10.1046/j.1365-8711.2000.03805.x.
- G. Buffon. *Editor's note concerning a lecture given 1733 by Mr. Le Clerc de Buffon to the Royal Academy of Sciences in Paris*. 1733.
- G. Buffon. *Essai d'arithmétique morale*, volume 4. 1777.
- J. L. Bufton. Comparison of vertical profile turbulence structure with stellar observations. *Appl. Opt.* , 12:1785–1793, 1973. doi:10.1364/AO.12.001785.
- J. R. Burke und J. Silk. The dynamical interaction of a newly formed protostar with infalling matter - The origin of interstellar grains. *ApJ* , 210:341–364, Dec. 1976. doi:10.1086/154838.
- C. J. Burrows, K. R. Stapelfeldt, A. M. Watson, J. E. Krist, G. E. Ballester, J. T. Clarke, D. Crisp, J. S. Gallagher, III, R. E. Griffiths, J. J. Hester, J. G. Hoessel, J. A. Holtzman, J. R. Mould, P. A. Scowen, J. T. Trauger, und J. A. Westphal. Hubble Space Telescope observations of the disk and jet of HH 30. *ApJ* , 473:437, Dec. 1996. doi:10.1086/178156.
- I. C. Busko und C. A. O. Torres. Flare activity in BY Draconis stars. *A&A* , 64:153–160, Mar. 1978.

- P. B. Byrne. HDE 319139. *Irish Astronomical Journal*, 17:294–300, Mar. 1986.
- N. Calvet und E. Gullbring. The structure and emission of the accretion shock in T Tauri Stars. *ApJ* , 509:802–818, Dec. 1998. doi:10.1086/306527.
- D. Calzetti. The dust opacity of star-forming galaxies. *PASP* , 113:1449–1485, Dec. 2001. doi:10.1086/324269. arXiv:astro-ph/0109035.
- A. J. Cannon und M. W. Mayall. New peculiar spectra. *Harvard College Observatory Bulletin*, 908:20–21, Mar. 1938.
- A. J. Cannon und M. W. Mayall. The Henry Draper extension. II . *Annals of Harvard College Observatory*, 112:1–295, 1949.
- J. A. Cardelli, G. C. Clayton, und J. S. Mathis. The determination of ultraviolet extinction from the optical and near-infrared. *ApJL* , 329:L33–L37, June 1988. doi:10.1086/185171.
- J. A. Cardelli, G. C. Clayton, und J. S. Mathis. The relationship between infrared, optical, and ultraviolet extinction. *ApJ* , 345:245–256, Oct. 1989. doi:10.1086/167900.
- D. J. Carnochan. The variation of interstellar extinction in the ultraviolet. *MNRAS* , 219: 903–926, Apr. 1986.
- L. L. Carter und E. D. Cashwell. *Particle-transport Simulation with the Monte Carlo Method*. Technical Information Center, Office of Public Affairs, U. S. Energy Research and Development Administration, Springfield, Virginia, 1975.
- V. Cerný. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45(1):41–51, Jan. 1985. ISSN 0022-3239. doi:10.1007/BF00940812.
- S. Chandrasekhar. The Formation of Absorption Lines in a Moving Atmosphere. *Reviews of Modern Physics*, 17:138–156, Apr. 1945. doi:10.1103/RevModPhys.17.138.
- S. Chandrasekhar. *Radiative transfer*. Dover Books on Physics Series. Dover Publications, 1960. ISBN 9780486605906.
- S. Chandrasekhar und E. Fermi. Problems of gravitational stability in the presence of a magnetic field. *ApJ* , 118:116, July 1953. doi:10.1086/145732.
- E. I. Chiang und P. Goldreich. Spectral energy distributions of T Tauri Stars with passive circumstellar disks. *ApJ* , 490:368, Nov. 1997. doi:10.1086/304869. arXiv:astro-ph/9706042.
- L. A. Cieza, M. R. Schreiber, G. A. Romero, M. D. Mora, B. Merin, J. J. Swift, M. Orellana, J. P. Williams, P. M. Harvey, und N. J. Evans, II. The nature of transition circumstellar disks. I. The Ophiuchus molecular cloud. *ApJ* , 712:925, Apr. 2010. doi:10.1088/0004-637X/712/2/925. arXiv:1001.4825.

- G. E. Ciolek und S. Basu. On the timescale for the formation of protostellar cores in magnetic interstellar clouds. *ApJ* , 547:272–279, Jan. 2001. doi:10.1086/318348. arXiv:astro-ph/0009262.
- B. G. Clark. An efficient implementation of the algorithm 'CLEAN'. *A&A* , 89:377, Sept. 1980.
- A. D. Code und B. A. Whitney. Polarization from scattering in blobs. *ApJ* , 441:400–407, Mar. 1995. doi:10.1086/175363.
- M. Cohen und G. D. Schmidt. Spectropolarimetry of Herbig-Haro objects and the exciting star of HH 30. *AJ* , 86:1228–1231, Aug. 1981. doi:10.1086/113002.
- M. Cohen, R. G. Walker, B. Carter, P. Hammersley, M. Kidger, und K. Noguchi. Spectral Irradiance Calibration in the Infrared. X. A Self-Consistent Radiometric All-Sky Network of Absolutely Calibrated Stellar Spectra. *AJ* , 117:1864–1889, Apr. 1999. doi:10.1086/300813.
- A. H. Compton. A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements. *Physical Review*, 21:483–502, May 1923. doi:10.1103/PhysRev.21.483.
- T. J. Cornwell und K. F. Evans. A simple maximum entropy deconvolution algorithm. *A&A* , 143:77–83, Feb. 1985.
- P. Cortes und R. M. Crutcher. Interferometric mapping of magnetic fields: G30.79 FIR 10. *ApJ* , 639:965–968, Mar. 2006. doi:10.1086/498971. arXiv:astro-ph/0607357.
- A. S. Cotera, B. A. Whitney, E. Young, M. J. Wolff, K. Wood, M. Povich, G. Schneider, M. Rieke, und R. Thompson. High-resolution near-infrared images and models of the circumstellar disk in HH 30. *ApJ* , 556:958–969, Aug. 2001. doi:10.1086/321627. arXiv:astro-ph/0104066.
- A. W. J. Cousins. Standard stars for VRI photometry with S25 response photocathodes. *Monthly Notes of the Astronomical Society of South Africa*, 33:149, 1974.
- R. M. Crutcher. Magnetic fields in molecular clouds: Observations confront theory. *ApJ* , 520:706–713, Aug. 1999. doi:10.1086/307483.
- T. Currie und S. J. Kenyon. Deep MIPS observations of the IC 348 nebula: Constraints on the evolutionary state of anemic circumstellar disks and the primordial-to-debris disk transition. *AJ* , 138:703–726, Sept. 2009. doi:10.1088/0004-6256/138/3/703. arXiv:0801.1116.
- P. D'Alessio, N. Calvet, L. Hartmann, R. Franco-Hernández, und H. Servín. Effects of dust growth and settling in T Tauri disks. *ApJ* , 638:314–335, Feb. 2006. doi:10.1086/498861. arXiv:astro-ph/0511564.
- K. L. Day. Mid-infrared optical properties of vapor-condensed magnesium silicates. *ApJ* , 234:158–161, Nov. 1979. doi:10.1086/157482.

- R. de La Reza, G. Quast, C. A. O. Torres, M. Mayor, G. Meylan, und F. Llorente de Andres. Simultaneous UV-optical observations of isolated T Tauri stars: The V4046 Sgr case. In E. J. Rolfe, editor, *New Insights in Astrophysics. Eight Years of UV Astronomy with IUE*, volume 263 of *ESA Special Publication*, pages 107–111, Sept. 1986.
- J. Di Francesco, P. C. Myers, D. J. Wilner, N. Ohashi, und D. Mardones. Infall, outflow, rotation, and turbulent motions of dense gas within NGC 1333 IRAS 4. *ApJ* , 562: 770–789, Dec. 2001. doi:10.1086/323854.
- R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, und D. T. Wilkinson. Cosmic Black-Body Radiation. *ApJ* , 142:414–419, July 1965. doi:10.1086/148306.
- J. S. Dohnanyi. Collisional model of asteroids and their debris. *J. Geophys. Res.* , 74:2531, May 1969. doi:10.1029/JB074i010p02531.
- M. V. Dolidze und M. A. Arakelyan. The T-Association near  $\rho$  Ophiuchi. *Sov. Astron.* , 3:434, June 1959.
- J. Dongarra und F. Sullivan. Guest editors' introduction: The top 10 algorithms. *Computing in Science and Engg.*, 2(1):22–23, Jan. 2000. ISSN 1521-9615. doi:10.1109/MCISE.2000.814652.
- B. Donn. Polycyclic hydrocarbons, Platt particles, and interstellar extinction. *ApJL* , 152: L129, June 1968. doi:10.1086/180196.
- J. Dorschner und T. Henning. Dust metamorphosis in the galaxy. *A&ARv* , 6:271–333, 1995. doi:10.1007/BF00873686.
- B. Draine. On the interpretation of the  $\lambda=2175$  Å feature. In L. J. Allamandola und A. G. G. M. Tielens, editors, *Interstellar Dust*, volume 135 of *IAU Symposium*, page 313, 1989.
- B. T. Draine. Interstellar dust grains. *Ann. Rev. Astr. Astroph.* , 41:241–289, 2003. doi:10.1146/annurev.astro.41.011802.094840. arXiv:astro-ph/0304489.
- B. T. Draine. On the submillimeter opacity of protoplanetary disks. *ApJ* , 636:1114–1120, Jan. 2006. doi:10.1086/498130. arXiv:astro-ph/0507292.
- B. T. Draine und H. M. Lee. Optical properties of interstellar graphite and silicate grains. *ApJ* , 285:89–108, Oct. 1984. doi:10.1086/162480.
- B. T. Draine und S. Malhotra. On graphite and the 2175 Å extinction profile. *ApJ* , 414: 632–645, Sept. 1993. doi:10.1086/173109.
- W. W. Duley und S. Seahra. Graphite, Polycyclic Aromatic Hydrocarbons, and the 2175 Å extinction feature. *ApJ* , 507:874–888, Nov. 1998. doi:10.1086/306344.
- C. P. Dullemond und C. Dominik. The effect of dust settling on the appearance of protoplanetary disks. *A&A* , 421:1075–1086, July 2004. doi:10.1051/0004-6361:20040284. arXiv:astro-ph/0405226.



- A. Dutrey, S. Guilloteau, V. Piétu, E. Chapillon, F. Gueth, T. Henning, R. Launhardt, Y. Pavlyuchenkov, K. Schreyer, und D. Semenov. Cavities in inner disks: the GM Aurigae case. *A&A* , 490:L15–L18, Nov. 2008. doi:10.1051/0004-6361:200810732.
- R. Eckhardt. Stan Ulam, John von Neumann and the Monte Carlo method. *Los Alamos Science*, 15:131–141, 1987.
- A. S. Eddington. *The Internal Constitution of the Stars*. 1926.
- A. Einstein. Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik*, 322:132–148, 1905. doi:10.1002/andp.19053220607.
- B. G. Elmegreen. Formation of interstellar clouds and structure. In E. H. Levy und J. I. Lunine, editors, *Protostars and Planets III*, pages 97–124, 1993.
- B. G. Elmegreen. Star formation in a crossing time. *ApJ* , 530:277–281, Feb. 2000. doi:10.1086/308361. arXiv:astro-ph/9911172.
- B. G. Elmegreen. A fractal origin for the mass spectrum of interstellar clouds. II. Cloud models and power-law slopes. *ApJ* , 564:773–781, Jan. 2002. doi:10.1086/324384. arXiv:astro-ph/0112528.
- M. L. Enoch, S. Corder, M. M. Dunham, und G. Duchêne. Disk and envelope structure in class 0 protostars. I. The resolved massive disk in Serpens Firs 1. *ApJ* , 707:103–113, Dec. 2009. doi:10.1088/0004-637X/707/1/103. arXiv:0910.2715.
- R. Estalella, R. López, G. Anglada, G. Gómez, A. Riera, und C. Carrasco-González. The counterjet of HH 30: New light on its binary driving source. *AJ* , 144:61, Aug. 2012. doi:10.1088/0004-6256/144/2/61. arXiv:1206.3391.
- N. Evans, N. Calvet, L. Cieza, J. Forbrich, L. Hillenbrand, C. Lada, B. Merín, S. Strom, und D. Watson. The Diskionary: A glossary of terms commonly used for disks and related objects, first edition. *ArXiv e-prints*, Jan. 2009a. arXiv:0901.1691.
- N. J. Evans, II, L. E. Allen, G. A. Blake, A. C. A. Boogert, T. Bourke, P. M. Harvey, J. E. Kessler, D. W. Koerner, C. W. Lee, L. G. Mundy, P. C. Myers, D. L. Padgett, K. Pontoppidan, A. I. Sargent, K. R. Stapelfeldt, E. F. van Dishoeck, C. H. Young, und K. E. Young. From molecular cores to planet-forming disks: An SIRTf legacy program. *PASP* , 115:965–980, Aug. 2003. doi:10.1086/376697. arXiv:astro-ph/0305127.
- N. J. Evans, II, M. M. Dunham, J. K. Jørgensen, M. L. Enoch, B. Merín, E. F. van Dishoeck, J. M. Alcalá, P. C. Myers, K. R. Stapelfeldt, T. L. Huard, L. E. Allen, P. M. Harvey, T. van Kempen, G. A. Blake, D. W. Koerner, L. G. Mundy, D. L. Padgett, und A. I. Sargent. The Spitzer c2d legacy results: Star-formation rates and efficiencies; Evolution and lifetimes. *ApJS* , 181:321, Apr. 2009b. doi:10.1088/0067-0049/181/2/321. arXiv:0811.1059.
- E. E. Falco, C. D. Impey, C. S. Kochanek, J. Lehár, B. A. McLeod, H.-W. Rix, C. R. Keeton, J. A. Muñoz, und C. Y. Peng. Dust and extinction curves in galaxies with  $z > 0$ : The interstellar medium of gravitational lens galaxies. *ApJ* , 523:617–632, Oct. 1999. doi:10.1086/307758. arXiv:astro-ph/9901037.

- E. Falgarone, T. G. Phillips, und C. K. Walker. The edges of molecular clouds - Fractal boundaries and density structure. *ApJ* , 378:186–201, Sept. 1991. doi:10.1086/170419.
- E. Falgarone, J.-L. Puget, und M. Perault. The small-scale density and velocity structure of quiescent molecular clouds. *A&A* , 257:715–730, Apr. 1992.
- K. M. Ferrière. The interstellar environment of our galaxy. *Reviews of Modern Physics*, 73:1031–1066, Oct. 2001. doi:10.1103/RevModPhys.73.1031. arXiv:astro-ph/0106359.
- R. P. Feynman, R. B. Leighton, und M. L. Sands. *The Feynman lectures on physics*, volume 2 of *The Feynman lectures on physics*. Addison-Wesley, Boston, 1963.
- G. B. Field, D. W. Goldsmith, und H. J. Habing. Cosmic-ray heating of the interstellar gas. *ApJL* , 155:L149, Mar. 1969. doi:10.1086/180324.
- I. Finkelman, N. Brosch, A. Y. Kniazev, D. A. H. Buckley, D. O'Donoghue, Y. Hashimoto, N. Loaring, E. Romero-Colmenero, M. Still, R. Sefako, und P. Väisänen. Determining the extragalactic extinction law with SALT. *MNRAS* , 390:969–984, Nov. 2008. doi:10.1111/j.1365-2966.2008.13785.x. arXiv:0808.0714.
- E. L. Fitzpatrick und D. Massa. An analysis on the shapes of ultraviolet extinction curves. I - The 2175 Å bump. *ApJ* , 307:286–294, Aug. 1986. doi:10.1086/164415.
- E. L. Fitzpatrick und D. Massa. An analysis of the shapes of ultraviolet extinction curves. II - The far-UV extinction. *ApJ* , 328:734–746, May 1988. doi:10.1086/166332.
- E. L. Fitzpatrick und D. Massa. An analysis of the shapes of interstellar extinction curves. V. The IR-through-UV curve morphology. *ApJ* , 663:320–341, July 2007. doi:10.1086/518158. arXiv:0705.0154.
- T. Freeth, Y. Bitsakis, X. Moussas, J. H. Seiradakis, A. Tselikas, H. Mangou, M. Zafeiropoulou, R. Hadland, D. Bate, A. Ramsey, M. Allen, A. Crawley, P. Hockley, T. Malzbender, D. Gelb, W. Ambrisco, und M. G. Edmunds. Decoding the ancient greek astronomical calculator known as the Antikythera mechanism. *Nature*, 444:587–591, Nov. 2006. doi:10.1038/nature05357.
- D. L. Fried. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56:1372, Oct. 1966.
- E. Furlan, N. Calvet, P. D'Alessio, L. Hartmann, W. J. Forrest, D. M. Watson, K. I. Uchida, B. Sargent, J. D. Green, und T. L. Herter. Colors of classical T Tauri stars in Taurus derived from Spitzer Infrared Spectrograph spectra: Indication of dust settling. *ApJL* , 628:L65–L68, July 2005. doi:10.1086/432540.
- E. Furlan, L. Hartmann, N. Calvet, P. D'Alessio, R. Franco-Hernández, W. J. Forrest, D. M. Watson, K. I. Uchida, B. Sargent, J. D. Green, L. D. Keller, und T. L. Herter. A survey and analysis of Spitzer Infrared Spectrograph spectra of T Tauri stars in Taurus. *ApJS* , 165:568–605, Aug. 2006. doi:10.1086/505468. arXiv:astro-ph/0608038.

- E. Furlan, M. McClure, N. Calvet, L. Hartmann, P. D'Alessio, W. J. Forrest, D. M. Watson, K. I. Uchida, B. Sargent, J. D. Green, and T. L. Herter. Spitzer IRS spectra and envelope models of class I protostars in Taurus. *ApJS*, 176:184–215, May 2008. doi:10.1086/527301. arXiv:0711.4038.
- G. Galileo. *Sidereus nuncius*. Thomas Baglioni, Venedig, 1610.
- J. E. Gaustad. The opacity of diffuse cosmic matter and the early stages of star formation. *ApJ*, 138:1050, Nov. 1963. doi:10.1086/147705.
- T. Gehrels. *Planets, stars and nebulae studied with photopolarimetry*. University of Arizona Press, 1974. ISBN 978-0-8165-0428-2.
- S. Geman und D. Geman. Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6:721–741, 1984.
- F. C. Gillett, W. J. Forrest, K. M. Merrill, B. T. Soifer, und R. W. Capps. The 8-13 $\mu$ m spectra of compact H II regions. *ApJ*, 200:609–620, Sept. 1975. doi:10.1086/153828.
- J. M. Girart, R. Rao, und D. P. Marrone. Magnetic fields in the formation of sun-like stars. *Science*, 313:812–814, Aug. 2006. doi:10.1126/science.1129093. arXiv:astro-ph/0609177.
- I. Goldman. Interpretation of the spatial power spectra of neutral hydrogen in the galaxy and in the Small Magellanic Cloud. *ApJ*, 541:701–706, Oct. 2000. doi:10.1086/309456. arXiv:astro-ph/0005023.
- P. F. Goldsmith und R. Arquilla. Rotation in dark clouds. In D. C. Black und M. S. Matthews, editors, *Protostars and Planets II*, pages 137–149, 1985.
- A. A. Goodman, P. J. Benson, G. A. Fuller, und P. C. Myers. Dense cores in dark clouds. VIII - Velocity gradients. *ApJ*, 406:528–547, Apr. 1993. doi:10.1086/172465.
- V. P. Grinin, L. V. Tambovtseva, und N. Y. Sotnikova. Disk wind in young binaries and the origin of the cyclic activity of young stars. *Astronomy Letters*, 30:694–706, Oct. 2004. doi:10.1134/1.1808056. arXiv:astro-ph/0407035.
- S. Guilloteau, A. Dutrey, J. Pety, und F. Gueth. Resolving the circumbinary dust disk surrounding HH 30. *A&A*, 478:L31–L34, Feb. 2008. doi:10.1051/0004-6361:20079053.
- S. Guilloteau, A. Dutrey, V. Piétu, und Y. Boehler. A dual-frequency sub-arcsecond study of proto-planetary disks at mm wavelengths: first evidence for radial variations of the dust properties. *A&A*, 529:A105, May 2011. doi:10.1051/0004-6361/201015209. arXiv:1103.1296.
- E. Gullbring, L. Hartmann, C. Briceno, und N. Calvet. Disk accretion rates for T Tauri stars. *ApJ*, 492:323, Jan. 1998. doi:10.1086/305032.

- H. M. Günther, P. C. Schneider, und Z.-Y. Li. The evolution of the jet from Herbig Ae star HD 163296 from 1999 to 2011. *A&A* , 552:A142, Apr. 2013. doi:10.1051/0004-6361/201220772. arXiv:1302.3233.
- J. Gurland und R. C. Tripathi. A simple approximation for unbiased estimation of the standard deviation. *The American Statistician*, 25(4):30–32, 1971. ISSN 00031305.
- B. Hajek. Cooling schedules for optimal annealing. *Mathematics of Operations Research*, 13:311–329, May 1988.
- J. E. Hansen und L. D. Travis. Light scattering in planetary atmospheres. *Space Science Reviews*, 16(4):527–610, 1974. ISSN 0038-6308. doi:10.1007/BF00168069.
- L. Hartmann und S. J. Kenyon. The FU Orionis phenomenon. *Ann. Rev. Astr. Astroph.* , 34:207–240, 1996. doi:10.1146/annurev.astro.34.1.207.
- L. Hartmann, N. Calvet, E. Gullbring, und P. D'Alessio. Accretion and the evolution of T Tauri disks. *ApJ* , 495:385, Mar. 1998. doi:10.1086/305277.
- W. K. Hastings. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1):97–109, 1970. doi:10.1093/biomet/57.1.97.
- P. H. Hauschildt, F. Allard, J. Ferguson, E. Baron, und D. R. Alexander. The NEXTGEN model atmosphere grid. II. Spherically symmetric model atmospheres for giant stars with effective temperatures between 3000 and 6800 K. *ApJ* , 525:871–880, Nov. 1999. doi:10.1086/307954. arXiv:astro-ph/9907194.
- B. T. Hayden, P. M. Garnavich, R. Kessler, J. A. Frieman, S. W. Jha, B. Bassett, D. Cinabro, B. Dilday, D. Kasen, J. Marriner, R. C. Nichol, A. G. Riess, M. Sako, D. P. Schneider, M. Smith, und J. Sollerman. The rise and fall of type Ia supernova light curves in the SDSS-II supernova survey. *ApJ* , 712:350–366, Mar. 2010. doi:10.1088/0004-637X/712/1/350. arXiv:1001.3428.
- B. Hellyer. The fragmentation of the asteroids. *MNRAS* , 148:383, 1970.
- L. G. Henyey und J. L. Greenstein. Diffuse radiation in the galaxy. *ApJ*, 93:70–83, Jan. 1941. doi:10.1086/144246.
- G. H. Herbig. Draft catalog of Herbig-Haro objects. *Lick Observatory Bulletin*, 658:1, 1974.
- G. H. Herbig. Eruptive phenomena in early stellar evolution. *ApJ* , 217:693–715, Nov. 1977. doi:10.1086/155615.
- H. R. Hertz. *Über Strahlen elektrischer Kraft*. Verl. der Kgl. Akad. der Wissenschaften [u.a.], Berlin, 1888.
- E. Hertzsprung. *Zur Strahlung der Sterne*, volume 3. 1905.
- J. C. Higdon und R. E. Lingenfelter. OB associations, supernova-generated superbubbles, and the source of cosmic rays. *ApJ* , 628:738–749, Aug. 2005. doi:10.1086/430814.

- S. J. U. Higdon, D. Devost, J. L. Higdon, B. R. Brandl, J. R. Houck, P. Hall, D. Barry, V. Charmandaris, J. D. T. Smith, G. C. Sloan, and J. Green. The SMART Data Analysis Package for the Infrared Spectrograph on the Spitzer Space Telescope. *PASP* , 116: 975–984, Oct. 2004. doi:10.1086/425083. arXiv:arXiv:astro-ph/0408295.
- R. H. Hildebrand. The determination of cloud masses and dust characteristics from sub-millimetre thermal emission. *Q. Jl. R. astr. S.* , 24:267, Sept. 1983.
- J. A. Högbom. Aperture synthesis with a non-regular distribution of interferometer baselines. *A&AS* , 15:417, June 1974.
- M. Honda, H. Kataza, Y. K. Okamoto, T. Yamashita, M. Min, T. Miyata, S. Sako, T. Fujiyoshi, I. Sakon, and T. Onaka. Subaru/COMICS study on silicate dust processing around young low-mass stars. *ApJ* , 646:1024–1037, Aug. 2006. doi:10.1086/505035.
- F. Hoyle und W. A. Fowler. Nucleosynthesis in supernovae. *ApJ* , 132:565, Nov. 1960. doi:10.1086/146963.
- E. P. Hubble. Cepheids in spiral nebulae. *The Observatory*, 48:139–142, May 1925a.
- E. P. Hubble. NGC 6822, a remote stellar system. *ApJ* , 62:409–433, Dec. 1925b. doi:10.1086/142943.
- E. P. Hubble. A spiral nebula as a stellar system: Messier 33. *ApJ* , 63:236–274, May 1926. doi:10.1086/142976.
- E. P. Hubble. A spiral nebula as a stellar system, Messier 31. *ApJ* , 69:103–158, Mar. 1929. doi:10.1086/143167.
- R. Hueso und T. Guillot. Evolution of protoplanetary disks: constraints from DM Tauri and GM Aurigae. *A&A* , 442:703–725, Nov. 2005. doi:10.1051/0004-6361:20041905. arXiv:astro-ph/0506496.
- R. E. Hufnagel und N. R. Stanley. Modulation transfer function associated with image transmission through turbulent media. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 54:52, Jan. 1964.
- A. M. Hughes, S. M. Andrews, C. Espaillat, D. J. Wilner, N. Calvet, P. D'Alessio, C. Qi, J. P. Williams, und M. R. Hogerheijde. A spatially resolved inner hole in the disk around GM Aurigae. *ApJ* , 698:131–142, June 2009. doi:10.1088/0004-637X/698/1/131. arXiv:0903.4455.
- M. G. Hutchinson, A. Evans, H. Winkler, und J. Spencer Jones. Optical-infrared photometry of the 'isolated' T Tauri star V4046 Sgr. *A&A* , 234:230–232, Aug. 1990.
- J. D. Jackson. *Classical electrodynamics*. Wiley, 1975. ISBN 9780471431329.
- C. Jaeger, H. Mutschke, B. Begemann, J. Dorschner, und T. Henning. Steps toward interstellar silicate mineralogy. 1: Laboratory results of a silicate glass of mean cosmic composition. *A&A* , 292:641–655, Dec. 1994.

- F. A. Jenkins und H. E. White. *Fundamentals of optics*. McGraw-Hill, 1957.
- E. L. N. Jensen und R. D. Mathieu. Evidence for cleared regions in the disks around pre-main-sequence spectroscopic binaries. *AJ* , 114:301–316, July 1997. doi:10.1086/118475.
- E. L. N. Jensen, R. D. Mathieu, und G. A. Fuller. The connection between submillimeter continuum flux and binary separation in young binaries: Evidence of interaction between stars and disks. *ApJ* , 458:312, Feb. 1996. doi:10.1086/176814. arXiv:astro-ph/9508099.
- H. L. Johnson. Interstellar extinction in the galaxy. *ApJ* , 141:923, Apr. 1965. doi:10.1086/148186.
- H. L. Johnson und J. Borgman. The law of interstellar extinction. *BAIN* , 17:115, Dec. 1963.
- H. L. Johnson und W. W. Morgan. Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the revised system of the Yerkes spectral atlas. *ApJ* , 117:313, May 1953. doi:10.1086/145697.
- D. Jones. Norman Pogson and the definition of stellar magnitude. *Leaflet of the Astronomical Society of the Pacific*, 10:145–152, July 1968.
- J. K. Jørgensen, T. L. Bourke, P. C. Myers, F. L. Schöier, E. F. van Dishoeck, und D. J. Wilner. Probing the inner 200 AU of low-mass protostars with the submillimeter array: Dust and organic molecules in NGC 1333 IRAS 2A. *ApJ* , 632:973–981, Oct. 2005a. doi:10.1086/433181. arXiv:astro-ph/0506671.
- J. K. Jørgensen, F. Lahuis, F. L. Schöier, E. F. van Dishoeck, G. A. Blake, A. C. A. Boogert, C. P. Dullemond, N. J. Evans, II, J. E. Kessler-Silacci, und K. M. Pontoppidan. Protostellar holes: Spitzer Space Telescope observations of the protostellar binary IRAS 16293-2422. *ApJL* , 631:L77–L80, Sept. 2005b. doi:10.1086/497003. arXiv:astro-ph/0508210.
- J. K. Jørgensen, E. F. van Dishoeck, R. Visser, T. L. Bourke, D. J. Wilner, D. Lommen, M. R. Hogerheijde, und P. C. Myers. PROSAC: a submillimeter array survey of low-mass protostars. II. The mass evolution of envelopes, disks, and stars from the Class 0 through I stages. *A&A* , 507:861–879, Nov. 2009. doi:10.1051/0004-6361/200912325. arXiv:0909.3386.
- A. H. Joy. T Tauri variable stars. *ApJ* , 102:168, Sept. 1945. doi:10.1086/144749.
- I. Kant. *Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*. Johann Friederich Petersen, Königsberg und Leipzig, 1755.
- J. C. Kapteyn. Remarks on the determination of the number and mean parallax of stars of different magnitude and the absorption of light in space. *AJ* , 24:115–122, Aug. 1904. doi:10.1086/103590.

- J. H. Kastner, B. Zuckerman, P. Hily-Blant, and T. Forveille. Molecules in the disk orbiting the twin young suns of V4046 Sagittarii. *A&A* , 492:469–473, Dec. 2008. doi:10.1051/0004-6361:200810815. arXiv:0810.0472.
- J. H. Kastner, G. G. Sacco, R. Montez, D. P. Huenemoerder, H. Shi, E. Alecian, C. Argiroffi, M. Audard, J. Bouvier, F. Damiani, J.-F. Donati, S. G. Gregory, M. Güdel, G. A. J. Hussain, A. Maggio, and T. Montmerle. GSC 07396-00759 = V4046 Sgr C[D]: A wide-separation companion to the close T Tauri binary system V4046 Sgr AB. *ApJL* , 740:L17, Oct. 2011. doi:10.1088/2041-8205/740/1/L17. arXiv:1109.3389.
- A. P. Kazantsev. Enhancement of a magnetic field by a conducting fluid. *Sov. J. Exp. Theoret. Phys.* , 26(5):1031, 1968.
- S. J. Kenyon und L. Hartmann. Pre-main-sequence evolution in the Taurus-Auriga molecular cloud. *ApJS* , 101:117, Nov. 1995. doi:10.1086/192235.
- J. Kepler. *Ad Vitellionem paralipomena quibus astronomiae pars optica traditur*. Claudius Marnius & Johann Aubrius, Frankfurt, 1604.
- J. Kepler. *De stella nova in pede serpentarii, et qui sub ejus exortum de novo iniit, trigono igneo*. Paul Sessius, Prag, 1606.
- J. Kepler. *Astronomia nova aitologetus: seu physica coelestis, tradita commentariis de motibus stellae Martis, ex observationibus G. V. Tychonis Brahe*. G. Voegelinus, Heidelberg, 1609.
- J. Kepler. *Dioptrice*. David Franck, Augsburg, 1611.
- J. Kepler. *Harmonices mundi*. G. Tampach, Linz, 1619.
- S.-H. Kim und P. G. Martin. Can we improve upon astronomical silicate? *ApJ* , 442:172–176, Mar. 1995. doi:10.1086/175432.
- S.-H. Kim, P. G. Martin, und P. D. Hendry. The size distribution of interstellar dust particles as determined from extinction. *ApJ* , 422:164–175, Feb. 1994. doi:10.1086/173714.
- S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, und M. P. Vecchi. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220:671–680, May 1983. doi:10.1126/science.220.4598.671.
- W. Kley, J. C. B. Papaloizou, und G. I. Ogilvie. Simulations of eccentric disks in close binary systems. *A&A* , 487:671–687, Aug. 2008. doi:10.1051/0004-6361:200809953. arXiv:0806.3873.
- K. T. Knox und B. J. Thompson. Recovery of images from atmospherically degraded short-exposure photographs. *ApJL* , 193:L45–L48, Oct. 1974. doi:10.1086/181627.
- C. Koike und A. Tsuchiyama. Simulation and alteration for amorphous silicates with very broad bands in infrared spectra. *MNRAS* , 255:248–254, Mar. 1992.
- N. Kopernikus. *De revolutionibus orbium coelestium*. Johannes Petreius, Nürnberg, 1543.

- W. Kraetschmer und D. R. Huffman. Infrared extinction of heavy ion irradiated and amorphous olivine, with applications to interstellar dust. *ApSS* , 61:195–203, Mar. 1979. doi:10.1007/BF00645803.
- J. Krist. Simulation of HST PSFs using Tiny Tim. In R. A. Shaw, H. E. Payne, und J. J. E. Hayes, editors, *Astronomical Data Analysis Software and Systems IV*, volume 77 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 349, 1995.
- R. Kulsrud und W. P. Pearce. The effect of wave-particle interactions on the propagation of cosmic rays. *ApJ* , 156:445, May 1969. doi:10.1086/149981.
- M. W. Kunz und T. C. Mouschovias. The initial core mass function due to ambipolar diffusion in molecular clouds. *MNRAS* , 399:L94–L98, Oct. 2009. doi:10.1111/j.1745-3933.2009.00731.x. arXiv:0908.0102.
- A. Labeyrie. Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images. *A&A* , 6:85, May 1970.
- C. J. Lada. Star formation - From OB associations to protostars. In M. Peimbert und J. Jugaku, editors, *Star Forming Regions*, volume 115 of *IAU Symposium*, pages 1–17, 1987.
- P. O. Lagage, J. W. Pel, M. Authier, J. Belorgey, A. Claret, C. Doucet, D. Dubreuil, G. Durand, E. Elswijk, P. Girardot, H. U. Käufl, G. Kroes, M. Lortholary, Y. Lussignol, M. Marchesi, E. Pantin, R. Peletier, J.-F. Pirard, J. Pragt, Y. Rio, T. Schoenmaker, R. Siebenmorgen, A. Silber, A. Smette, M. Sterzik, und C. Veysiere. Successful commissioning of VISIR: The mid-infrared VLT instrument. *The Messenger*, 117:12–16, Sept. 2004.
- L. D. Landau und E. M. Lifschitz. *The classical theory of fields*. Addison-Wesley physics series. Addison-Wesley Press, 1951.
- A. U. Landolt. Broadband UBVRI photometry of the Baldwin-Stone southern hemisphere spectrophotometric standards. *AJ* , 104:372–376, July 1992. doi:10.1086/116243.
- P.-S. Laplace. *Exposition du système du monde*. Imprimerie du Cercle-Social, Paris, 1796.
- K. A. Larson, D. C. B. Whittet, und J. H. Hough. Interstellar extinction, polarization, and grain alignment in the high-latitude molecular cloud toward HD 210121. *ApJ* , 472:755, Nov. 1996. doi:10.1086/178104.
- R. B. Larson. Turbulence and star formation in molecular clouds. *MNRAS* , 194:809–826, Mar. 1981.
- R. B. Larson. The physics of star formation. *Reports on Progress in Physics*, 66:1651–1697, Oct. 2003. doi:10.1088/0034-4885/66/10/R03. arXiv:astro-ph/0306595.
- G. Laughlin und P. Bodenheimer. Nonaxisymmetric evolution in protostellar disks. *ApJ* , 436:335–354, Nov. 1994. doi:10.1086/174909.



- H. S. Leavitt und E. C. Pickering. Periods of 25 variable stars in the Small Magellanic Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, 173:1–3, Mar. 1912.
- R. Lenzen, M. Hartung, W. Brandner, G. Finger, N. N. Hubin, F. Lacombe, A.-M. Lagrange, M. D. Lehnert, A. F. M. Moorwood, und D. Mouillet. NAOS-CONICA first on sky results in a variety of observing modes. In M. Iye und A. F. M. Moorwood, editors, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 4841 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 944–952, Mar. 2003. doi:10.1117/12.460044.
- I. Lerche. The relativistic gardenhose instability. *ApJ* , 145:806, Sept. 1966. doi:10.1086/148827.
- I. Lerche. The relativistic gardenhose instability II. *ApJ* , 147:681, Feb. 1967. doi:10.1086/149044.
- Y. Liu, D. Madlener, S. Wolf, H. Wang, und J. P. Ruge. DoAr 33: A good candidate for revealing dust growth and settling in protoplanetary disks. *A&A* , 546:A7, Oct. 2012. doi:10.1051/0004-6361/201219336.
- Y. Liu, D. Madlener, S. Wolf, und H.-C. Wang. A comparison of approaches in fitting continuum SEDs. *RAA* , 13:420–434, Apr. 2013. doi:10.1088/1674-4527/13/4/005. arXiv:1211.4309.
- L. Loinard, R. M. Torres, A. J. Mioduszewski, und L. F. Rodríguez. A preliminary VLBA distance to the core of Ophiuchus, with an accuracy of 4%. *ApJL* , 675:L29–L32, Mar. 2008. doi:10.1086/529548. arXiv:0801.2192.
- L. W. Looney, L. G. Mundy, und W. J. Welch. Envelope emission in young stellar systems: A subarcsecond survey of circumstellar structure. *ApJ* , 592:255–265, July 2003. doi:10.1086/375582. arXiv:astro-ph/0303640.
- M. Lundstrom. Moore's law forever? *Science*, 299(5604):210–211, 2003. doi:10.1126/science.1079567.
- D. Lynden-Bell und J. E. Pringle. The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *MNRAS* , 168:603–637, Sept. 1974.
- M. N. Machida, S.-i. Inutsuka, und T. Matsumoto. High- and low-velocity magnetized outflows in the star formation process in a gravitationally collapsing cloud. *ApJ* , 676:1088–1108, Apr. 2008. doi:10.1086/528364.
- A. Macke und M. I. Mishchenko. Applicability of regular particle shapes in light scattering calculations for atmospheric ice particles. *Appl. Opt.*, 35(21):4291–4296, Jul 1996. doi:10.1364/AO.35.004291.
- D. Madlener, S. Wolf, A. Dutrey, und S. Guilloteau. The circumstellar disk of HH 30. Searching for signs of disk evolution with multi-wavelength modeling. *A&A* , 543:A81, July 2012. doi:10.1051/0004-6361/201117615. arXiv:1205.4901.

- D. Massa und E. L. Fitzpatrick. Ultraviolet extinction toward five open clusters, and the accuracy of IUE extinction measurements. *ApJS* , 60:305–321, Jan. 1986. doi:10.1086/191088.
- J. S. Mathis. Interstellar dust and extinction. *Ann. Rev. Astr. Astroph.* , 28:37–70, 1990. doi:10.1146/annurev.aa.28.090190.000345.
- J. S. Mathis, W. Rumpl, und K. H. Nordsieck. The size distribution of interstellar grains. *ApJ* , 217:425–433, Oct. 1977. doi:10.1086/155591.
- J. C. Maxwell. A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155:459–512, 1865. ISSN 02610523.
- M. Mayor und D. Queloz. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature* , 378: 355–359, Nov. 1995. doi:10.1038/378355a0.
- J. F. McCarthy, W. J. Forrest, D. A. Briotta, Jr., und J. R. Houck. The galactic center - 16-30 $\mu$ m observations and the 18 $\mu$ m extinction. *ApJ* , 242:965–975, Dec. 1980. doi:10.1086/158528.
- R. X. McGee und J. A. Milton. A sky survey of neutral hydrogen at  $\lambda=21$  cm. III. Gas at higher radial velocities. *Australian Journal of Physics*, 17:128, Mar. 1964. doi:10.1071/PH640128.
- C. F. McKee. Photoionization-regulated star formation and the structure of molecular clouds. *ApJ* , 345:782–801, Oct. 1989. doi:10.1086/167950.
- C. F. McKee und J. P. Ostriker. A theory of the interstellar medium - Three components regulated by supernova explosions in an inhomogeneous substrate. *ApJ* , 218:148–169, Nov. 1977. doi:10.1086/155667.
- H. Meller. Die Himmelscheibe von Nebra. *SuW* , pages 29–33, Dec. 2003.
- P. W. Merrill und C. G. Burwell. Additional stars whose spectra have a bright H $\alpha$  line. *ApJ* , 112:72, July 1950. doi:10.1086/145319.
- N. Metropolis und S. Ulam. The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247):335–341, 1949. ISSN 01621459.
- N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, und E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.* , 21:1087–1092, June 1953. doi:10.1063/1.1699114.
- G. Mie. Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen. *Annalen der Physik*, 330(3):377–445, 1908.
- D. Mihalas. *Stellar atmospheres*. W. H. Freeman and Co., San Francisco, 2 edition, 1978.
- G. E. Miller und J. M. Scalo. The initial mass function and stellar birthrate in the solar neighborhood. *ApJS* , 41:513–547, Nov. 1979. doi:10.1086/190629.

- K. A. Misselt, G. C. Clayton, und K. D. Gordon. A reanalysis of the ultraviolet extinction from interstellar dust in the Large Magellanic Cloud. *ApJ* , 515:128–139, Apr. 1999. doi:10.1086/307010. arXiv:astro-ph/9811036.
- H. Mitter. *Elektrodynamik*. BI-Hochschultaschenbücher. Bibliographisches Institut, 1980. ISBN 9783411007073.
- T. Montmerle, L. Koch-Miramond, E. Falgarone, und J. E. Grindlay. Einstein observations of the  $\rho$  Ophiuchi dark cloud - an X-ray christmas tree. *ApJ* , 269:182–201, June 1983. doi:10.1086/161029.
- G. E. Moore. Cramming more components onto Integrated Circuits. *Electronics*, 38: 114–117, 1965.
- G. H. Moriarty-Schieven, D. Johnstone, J. Bally, und T. Jenness. Multigenerational star formation in L1551. *ApJ* , 645:357–368, July 2006. doi:10.1086/500357. arXiv:astro-ph/0512351.
- T. C. Mouschovias. Magnetic braking, ambipolar diffusion, cloud cores, and star formation - Natural length scales and protostellar masses. *ApJ* , 373:169–186, May 1991. doi:10.1086/170035.
- R. Mundt und J. W. Fried. Jets from young stars. *ApJL* , 274:L83–L86, Nov. 1983. doi:10.1086/184155.
- J. Muzerolle, L. E. Allen, S. T. Megeath, J. Hernández, und R. A. Gutermuth. A Spitzer census of transitional protoplanetary disks with AU-scale inner holes. *ApJ* , 708:1107–1118, Jan. 2010. doi:10.1088/0004-637X/708/2/1107. arXiv:0911.2704.
- P. C. Myers und A. A. Goodman. Evidence for magnetic and virial equilibrium in molecular clouds. *ApJL* , 326:L27–L30, Mar. 1988a. doi:10.1086/185116.
- P. C. Myers und A. A. Goodman. Magnetic molecular clouds - Indirect evidence for magnetic support and ambipolar diffusion. *ApJ* , 329:392–405, June 1988b. doi:10.1086/166385.
- S. Nayakshin und G. Lodato. Fu Ori outbursts and the planet-disc mass exchange. *MNRAS* , 426:70–90, Oct. 2012. doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21612.x. arXiv:1110.6316.
- J. A. Nelder und R. Mead. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4):308–313, 1965. doi:10.1093/comjnl/7.4.308.
- I. Newton. *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Edmund Halley, London, 1687.
- Y. Nourani und B. Andresen. A comparison of simulated annealing cooling strategies. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 31(41):8373, 1998.
- D. Nürnberger, W. Brandner, H. W. Yorke, und H. Zinnecker. Millimeter continuum observations of X-ray selected T Tauri stars in Ophiuchus. *A&A* , 330:549–558, Feb. 1998.

- K. I. Öberg, C. Qi, J. K. J. Fogel, E. A. Bergin, S. M. Andrews, C. Espaillat, D. J. Wilner, I. Pascucci, and J. H. Kastner. Disk imaging survey of chemistry with SMA. II. Southern sky protoplanetary disk data and full sample statistics. *ApJ* , 734:98, June 2011. doi:10.1088/0004-637X/734/2/98. arXiv:1104.1236.
- D. Padgett, K. Stapelfeldt, and A. Sargent. Millimeter interferometry of HST circumstellar disks. In C. E. Woodward, M. D. Bica, and J. M. Shull, editors, *Tetons 4: Galactic structure, stars and the interstellar medium*, volume 231 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 586, 2001.
- J. C. B. Papaloizou and C. Terquem. Planet formation and migration. *Reports on Progress in Physics*, 69:119–180, Jan. 2006. doi:10.1088/0034-4885/69/1/R03. arXiv:astro-ph/0510487.
- A. A. Penzias and R. W. Wilson. A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. *ApJ* , 142:419–421, July 1965. doi:10.1086/148307.
- J. Pety. Successes of and challenges to GILDAS, a state-of-the-art radioastronomy toolkit. In F. Casoli, T. Contini, J. M. Hameury, and L. Pagani, editors, *SF2A-2005: Semaine de l'Astrophysique Française*, page 721, Dec. 2005.
- J. Pety, F. Gueth, S. Guilloteau, and A. Dutrey. Plateau de Bure interferometer observations of the disk and outflow of HH 30. *A&A* , 458:841–854, Nov. 2006. doi:10.1051/0004-6361:20065814. arXiv:astro-ph/0608218.
- S. Pfalzner. Encounter-driven accretion in young stellar clusters - A connection to FUors? *A&A* , 492:735–741, Dec. 2008. doi:10.1051/0004-6361:200810879. arXiv:0810.2854.
- M. M. Phillips. The absolute magnitudes of type IA supernovae. *ApJL* , 413:L105–L108, Aug. 1993. doi:10.1086/186970.
- V. Piétu, A. Dutrey, S. Guilloteau, E. Chapillon, and J. Pety. Resolving the inner dust disks surrounding LkCa 15 and MWC 480 at mm wavelengths. *A&A* , 460:L43–L47, Dec. 2006. doi:10.1051/0004-6361:20065968. arXiv:astro-ph/0610200.
- M. Pincus. A Monte Carlo method for the approximate solution of certain types of constrained optimization problems. *Operations Research*, 18(6):1225–1228, 1970. ISSN 0030364X.
- M. H. Pinsonneault, S. D. Kawaler, and P. Demarque. Rotation of low-mass stars - A new probe of stellar evolution. *ApJS* , 74:501–550, Oct. 1990. doi:10.1086/191507.
- C. Pinte, D. L. Padgett, F. Ménard, K. R. Stapelfeldt, G. Schneider, J. Olofsson, O. Panić, J. C. Augereau, G. Duchêne, J. Krist, K. Pontoppidan, M. D. Perrin, C. A. Grady, J. Kessler-Silacci, E. F. van Dishoeck, D. Lommen, M. Silverstone, D. C. Hines, S. Wolf, G. A. Blake, T. Henning, and B. Stecklum. Probing dust grain evolution in IM Lupi's circumstellar disc. Multi-wavelength observations and modelling of the dust disc. *A&A* , 489:633–650, Oct. 2008. doi:10.1051/0004-6361:200810121. arXiv:0808.0619.

- M. Planck. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik*, 309:553–563, 1901. doi:10.1002/andp.19013090310.
- J. B. Pollack, D. Hollenbach, S. Beckwith, D. P. Simonelli, T. Roush, und W. Fong. Composition and radiative properties of grains in molecular clouds and accretion disks. *ApJ*, 421:615–639, Feb. 1994. doi:10.1086/173677.
- K. R. Popper. *Logik der Forschung: zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft*, volume 9. J. Springer, 1935.
- W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, und B. P. Flannery. *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*. Cambridge University Press, second edition, 1992.
- J. E. Pringle. Accretion discs in astrophysics. *Ann. Rev. Astr. Astroph.*, 19:137–162, 1981. doi:10.1146/annurev.aa.19.090181.001033.
- G. R. Quast, C. A. O. Torres, R. de La Reza, und G. F. P. Mello. Isolated post-T Tauri stars. *RevMexAA*, 14:360, May 1987.
- G. R. Quast, C. A. O. Torres, R. de La Reza, L. da Silva, und M. Mayor. V4046 Sgr, a key young binary system. In *IAU Symposium*, volume 200 of *IAU Symposium*, page 28P, 2000.
- J. F. Ramaley. Buffon's noodle problem. *The American Mathematical Monthly*, 76(8): 916–918, 1969. ISSN 00029890.
- I. Ramírez und J. Meléndez. The effective temperature scale of FGK Stars. II.  $T_{\text{eff}}:\text{color}:[\text{Fe}/\text{H}]$  calibrations. *ApJ*, 626:465–485, June 2005. doi:10.1086/430102. arXiv:astro-ph/0503110.
- R. Randelman und G. Grest. N-city traveling salesman problem: Optimization by simulated annealings. *Journal of Statistical Physics*, 45:885–890, 1986. ISSN 0022-4715. doi:10.1007/BF01020579.
- B. Reipurth, R. Chini, E. Krugel, E. Kreysa, und A. Sievers. Cold dust around Herbig-Haro energy sources - a 1300  $\mu\text{m}$  survey. *A&A*, 273:221, June 1993.
- L. Ricci, L. Testi, A. Natta, und K. J. Brooks. Dust grain growth in  $\rho$  Ophiuchi protoplanetary disks. *A&A*, 521:A66, Oct. 2010. doi:10.1051/0004-6361/201015039. arXiv:1008.1144.
- H. Riedwyl. Rudolf Wolf's contribution to the Buffon Needle Problem (an early Monte Carlo experiment) and application of least squares. *The American Statistician*, 44(2): 138–139, May 1990. ISSN 0003-1305 (print), 1537-2731 (electronic).
- G. O. Roberts, A. Gelman, und W. R. Gilks. Weak convergence and optimal scaling of random walk Metropolis algorithms. *The Annals of Applied Probability*, 7(1):110–120, 1997.

- T. P. Robitaille, B. A. Whitney, R. Indebetouw, K. Wood, and P. Denzmore. Interpreting spectral energy distributions from young stellar objects. I. A grid of 200,000 YSO model SEDs. *ApJS* , 167:256–285, Dec. 2006. doi:10.1086/508424. arXiv:astro-ph/0608234.
- T. P. Robitaille, B. A. Whitney, R. Indebetouw, and K. Wood. Interpreting spectral energy distributions from young stellar objects. II. Fitting observed SEDs using a large grid of precomputed models. *ApJS* , 169:328–352, Apr. 2007. doi:10.1086/512039. arXiv:astro-ph/0612690.
- D. R. Rodriguez, J. H. Kastner, D. Wilner, and C. Qi. Imaging the molecular disk orbiting the twin young suns of V4046 Sgr. *ApJ* , 720:1684–1690, Sept. 2010. doi:10.1088/0004-637X/720/2/1684. arXiv:1007.3993.
- J. H. Rogers. Origins of the ancient constellations: I. The Mesopotamian traditions. *Journal of the British Astronomical Association* , 108:9–28, Feb. 1998.
- M. M. Romanova, G. V. Ustyugova, A. V. Koldoba, and R. V. E. Lovelace. Propeller-driven outflows and disk oscillations. *ApJL* , 635:L165–L168, Dec. 2005. doi:10.1086/499560. arXiv:astro-ph/0511600.
- M. M. Romanova, G. V. Ustyugova, A. V. Koldoba, and R. V. E. Lovelace. Launching of conical winds and axial jets from the disc-magnetosphere boundary: axisymmetric and 3D simulations. *MNRAS* , 399:1802–1828, Nov. 2009. doi:10.1111/j.1365-2966.2009.15413.x.
- F. Romeo and A. Sangiovanni-Vincentelli. A theoretical framework for simulated annealing. *Algorithmica* , 6:302–345, 1991. ISSN 0178-4617. doi:10.1007/BF01759049.
- J. Rosato. The photon picture of radiation transport. *American Journal of Physics* , 78(8): 851–857, 2010. doi:10.1119/1.3377132.
- K. A. Rosenfeld, S. M. Andrews, D. J. Wilner, and H. C. Stempels. A disk-based dynamical mass estimate for the young binary V4046 Sgr. *ApJ* , 759:119, Nov. 2012. doi:10.1088/0004-637X/759/2/119. arXiv:1209.4407.
- F. Rouleau and P. G. Martin. Shape and clustering effects on the optical properties of amorphous carbon. *ApJ* , 377:526–540, Aug. 1991. doi:10.1086/170382.
- G. Rousset, F. Lacombe, P. Puget, N. N. Hubin, E. Gendron, T. Fusco, R. Arsenault, J. Charton, P. Feautrier, P. Gigan, P. Y. Kern, A.-M. Lagrange, P.-Y. Madec, D. Mouillet, D. Rabaud, P. Rabou, E. Stadler, and G. Zins. NAOS, the first AO system of the VLT: on-sky performance. In P. L. Wizinowich and D. Bonaccini, editors, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 4839 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 140–149, Feb. 2003. doi:10.1117/12.459332.
- R. W. Russell, B. T. Soifer, and W. J. Forrest. Spectrophotometric observations of  $\mu$  Cephei and the moon from 4 to 8  $\mu$ m. *ApJL* , 198:L41–L43, May 1975. doi:10.1086/181806.

- R. Salmeron. Formation of stars and planets: the role of magnetic fields. *ApSS* , 335: 353–371, Oct. 2011. doi:10.1007/s10509-011-0783-x. arXiv:1106.4179.
- E. E. Salpeter. The luminosity function and stellar evolution. *ApJ* , 121:161, Jan. 1955. doi:10.1086/145971.
- M. Sarazin, J. Melnick, J. Navarrete, und G. Lombardi. Seeing is believing: new facts about the evolution of seeing on Paranal. *ESO Messenger*, 132:11–17, 2008.
- W. A. Saturno, D. Stuart, A. F. Aveni, und F. Rossi. Ancient Maya astronomical tables from Xultun, Guatemala. *Science*, 336(6082):714–717, 2012. doi:10.1126/science.1221444.
- J. Sauter und S. Wolf. Observing dust settling and coagulation in circumstellar discs. Selected constraints from high resolution imaging. *A&A* , 527:A27, Mar. 2011. doi:10.1051/0004-6361/201014546. arXiv:1011.4834.
- J. Sauter, S. Wolf, R. Launhardt, D. L. Padgett, K. R. Stapelfeldt, C. Pinte, G. Duchêne, F. Ménard, C.-E. McCabe, K. Pontoppidan, M. Dunham, T. L. Bourke, und J.-H. Chen. The circumstellar disc in the Bok globule CB 26. Multi-wavelength observations and modelling of the dust disc and envelope. *A&A* , 505:1167–1182, Oct. 2009. doi:10.1051/0004-6361/200912397. arXiv:0907.1074.
- B. D. Savage. Ultraviolet photometry from the Orbiting Astronomical Observatory. XX - The ultraviolet extinction bump. *ApJ* , 199:92–109, July 1975. doi:10.1086/153668.
- B. D. Savage und J. S. Mathis. Observed properties of interstellar dust. *Ann. Rev. Astr. Astroph.* , 17:73–111, 1979. doi:10.1146/annurev.aa.17.090179.000445.
- A. A. Schekochihin, S. A. Boldyrev, und R. M. Kulsrud. Spectra and growth rates of fluctuating magnetic fields in the kinematic dynamo theory with large magnetic Prandtl numbers. *ApJ* , 567:828–852, Mar. 2002. doi:10.1086/338697. arXiv:astro-ph/0103333.
- W. Schlosser. Astronomische Deutung der Himmelscheibe von Nebra. *SuW* , pages 34–40, Dec. 2003.
- A. Schuster. Radiation through a foggy atmosphere. *ApJ* , 21:1, Jan. 1905. doi:10.1086/141186.
- K. Schwarzschild. On the equilibrium of the Sun's atmosphere. *Nachrichten von der Kgl. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen*, 195:41–53, 1906.
- A. Scott und W. W. Duley. Ultraviolet and infrared refractive indices of amorphous silicates. *ApJS* , 105:401, Aug. 1996. doi:10.1086/192321.
- C. G. Seab, C. L. Joseph, und T. P. Snow, Jr. Ultraviolet extinction curves derived from IUE data. *ApJ* , 246:788–793, June 1981. doi:10.1086/158972.
- M. J. Seaton. Interstellar extinction in the UV. *MNRAS* , 187:73P–76P, June 1979.
- M. Sekiguchi und M. Fukugita. A study of the B-V color-temperature relation. *AJ* , 120: 1072–1084, Aug. 2000. doi:10.1086/301490. arXiv:astro-ph/9904299.

- N. I. Shakura und R. A. Sunyaev. Black holes in binary systems. Observational appearance. *A&A* , 24:337–355, 1973.
- F. H. Shu. Self-similar collapse of isothermal spheres and star formation. *ApJ* , 214: 488–497, June 1977. doi:10.1086/155274.
- F. H. Shu, F. C. Adams, und S. Lizano. Star formation in molecular clouds - Observation and theory. *Ann. Rev. Astr. Astroph.* , 25:23–81, 1987. doi:10.1146/annurev.aa.25.090187.000323.
- F. H. Shu, J. Najita, E. Ostriker, F. Wilkin, S. Ruden, und S. Lizano. Magnetocentrifugally driven flows from young stars and disks. 1: A generalized model. *ApJ* , 429:781–796, July 1994. doi:10.1086/174363.
- F. H. Shu, D. Galli, S. Lizano, und M. Cai. Gravitational collapse of magnetized clouds. II. The role of Ohmic dissipation. *ApJ* , 647:382–389, Aug. 2006. doi:10.1086/505258. arXiv:astro-ph/0604574.
- R. Siebenmorgen und E. Kruegel. Dust model containing polycyclic aromatic hydrocarbons in various environments. *A&A* , 259:614–626, June 1992.
- L. Siess, E. Dufour, und M. Forestini. An internet server for pre-main sequence tracks of low- and intermediate-mass stars. *A&A* , 358:593–599, June 2000. arXiv:astro-ph/0003477.
- M. Simon, A. Dutrey, und S. Guilloteau. Dynamical masses of T Tauri stars and calibration of pre-main-sequence evolution. *ApJ* , 545:1034–1043, Dec. 2000. doi:10.1086/317838. arXiv:astro-ph/0008370.
- S. Singh. *Fundamentals of optical engineering*. Discovery Publishing House Pvt. Limited, 2009. ISBN 9788183564366.
- M. F. Skrutskie, R. M. Cutri, R. Stiening, M. D. Weinberg, S. Schneider, J. M. Carpenter, C. Beichman, R. Capps, T. Chester, J. Elias, J. Huchra, J. Liebert, C. Lonsdale, D. G. Monet, S. Price, P. Seitzer, T. Jarrett, J. D. Kirkpatrick, J. E. Gizis, E. Howard, T. Evans, J. Fowler, L. Fullmer, R. Hurt, R. Light, E. L. Kopan, K. A. Marsh, H. L. McCallon, R. Tam, S. Van Dyk, und S. Wheelock. The Two Micron All Sky Survey (2MASS). *AJ* , 131:1163–1183, Feb. 2006. doi:10.1086/498708.
- C. H. Smith, C. M. Wright, D. K. Aitken, P. F. Roche, und J. H. Hough. Studies in mid-infrared spectropolarimetry - II. An atlas of spectra. *MNRAS* , 312:327–361, Feb. 2000. doi:10.1046/j.1365-8711.2000.03158.x.
- R. L. Snell, R. B. Loren, und R. L. Plambeck. Observations of CO in L1551 - Evidence for stellar wind driven shocks. *ApJL* , 239:L17–L22, July 1980. doi:10.1086/183283.
- P. M. Solomon und D. B. Sanders. Star formation in a galactic context - The location and properties of molecular clouds. In D. C. Black und M. S. Matthews, editors, *Protostars and Planets II*, pages 59–80, 1985.



- P. M. Solomon, A. R. Rivolo, J. Barrett, und A. Yahil. Mass, luminosity, and line width relations of galactic molecular clouds. *ApJ* , 319:730–741, Aug. 1987. doi:10.1086/165493.
- M. Sonnleitner, M. Ritsch-Marte, und H. Ritsch. Attractive optical forces from blackbody radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 111:023601, Jul 2013. doi:10.1103/PhysRevLett.111.023601.
- L. Spitzer, Jr. Theoretical problems of stellar magnetism. In B. Lehnert, editor, *Electromagnetic phenomena in cosmical physics*, volume 6 of *IAU Symposium*, page 169, 1958.
- L. Spitzer, Jr. und M. G. Tomasko. Heating of H I regions by energetic particles. *ApJ* , 152:971, June 1968. doi:10.1086/149610.
- K. Stapelfeldt und A. Moneti. The spectral energy distribution of HH 30 measured with ISO. In P. Cox und M. Kessler, editors, *The Universe as Seen by ISO*, volume 427 of *ESA Special Publication*, page 521, Mar. 1999.
- K. R. Stapelfeldt, A. M. Watson, J. E. Krist, C. J. Burrows, D. Crisp, G. E. Ballester, J. T. Clarke, R. W. Evans, J. S. Gallagher, III, R. E. Griffiths, J. J. Hester, J. G. Hoessel, J. A. Holtzman, J. R. Mould, P. A. Scowen, und J. T. Trauger. A variable asymmetry in the circumstellar disk of HH 30. *ApJL* , 516:L95–L98, May 1999. doi:10.1086/312001.
- T. P. Stecher. Interstellar extinction in the ultraviolet. *ApJ* , 142:1683, Nov. 1965. doi:10.1086/148462.
- T. P. Stecher. Interstellar extinction in the ultraviolet II. *ApJL* , 157:L125, Aug. 1969. doi:10.1086/180400.
- T. P. Stecher und B. Donn. On graphite and interstellar extinction. *ApJ* , 142:1681, Nov. 1965. doi:10.1086/148461.
- T. M. Steel und W. W. Duley. A 217.5nm absorption feature in the spectrum of small silicate particles. *ApJ* , 315:337–339, Apr. 1987. doi:10.1086/165138.
- M. Steglich, Y. Carpentier, C. Jäger, F. Huisken, H.-J. Räder, und T. Henning. The smoothness of the interstellar extinction curve in the UV. Comparison with recent laboratory measurements of PAH mixtures. *A&A* , 540:A110, Apr. 2012. doi:10.1051/0004-6361/201118618. arXiv:1203.2026.
- H. C. Stempels und G. F. Gahm. The close T Tauri binary V4046 Sagittarii. *A&A* , 421:1159–1168, July 2004. doi:10.1051/0004-6361:20034502.
- J. R. Stephens, A. Blanco, E. Bussoletti, L. Colangeli, S. Fonti, V. Mennella, und V. Orfino. Effect of composition on IR spectra of synthetic amorphous silicate cosmic dust analogues. *Planet. Space Sci.* , 43:1241–1246, Feb. 1995. doi:10.1016/0032-0633(95)00005-P.

- S. B. Stetson, D. B. Reynolds, M. G. Stapelbroek, und R. L. Stermer. Design and performance of blocked-impurity-band detector focal plane arrays. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 686 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 48–65, Jan. 1986.
- G. G. Stokes. On the metallic reflexion exhibited by certain non-metallic substances. *Phil. Mag.*, pages 393–403, 1853.
- B. Strömgren. On the Interpretation of the Hertzsprung-Russell-Diagram. *Zeitschrift für Astrophysik*, 7:222, 1933.
- F. G. W. Struve. *Études d'Astronomie Stellaire : Sur la voie lactee et sur la distance des étoiles fixes*. Impr. de l'Académie impériale des sciences, St. Petersburg, 1847.
- S. Sturm, A. Wagner, B. Schabinger, J. Zatorski, Z. Harman, W. Quint, G. Werth, C. H. Keitel, und K. Blaum.  $g$  factor of hydrogenlike  $^{28}\text{Si}^{13+}$ . *Phys. Rev. Lett.*, 107:023002, Jul 2011. doi:10.1103/PhysRevLett.107.023002.
- J. Stutzki, F. Bensch, A. Heithausen, V. Ossenkopf, und M. Zielinsky. On the fractal structure of molecular clouds. *A&A*, 336:697–720, Aug. 1998.
- S. Sur, C. Federrath, D. R. G. Schleicher, R. Banerjee, und R. S. Klessen. Magnetic field amplification during gravitational collapse - influence of turbulence, rotation and gravitational compression. *MNRAS*, 423:3148–3162, July 2012. doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21100.x. arXiv:1202.3206.
- A. Szomoru und P. Guhathakurta. Extinction curves, distances, and clumpiness of diffuse interstellar dust clouds. *AJ*, 117:2226–2243, May 1999. doi:10.1086/300862. arXiv:astro-ph/9901422.
- L. V. Tambovtseva und V. P. Grinin. Disc wind in the HH 30 binary models. *MNRAS*, 387:1313–1317, July 2008a. doi:10.1111/j.1365-2966.2008.13329.x. arXiv:0804.3688.
- L. V. Tambovtseva und V. P. Grinin. Dust in the disk winds from young stars as a source of the circumstellar extinction. *Astronomy Letters*, 34:231–240, Apr. 2008b. doi:10.1134/S1063773708040026. arXiv:0801.2236.
- L. V. Tambovtseva, V. P. Grinin, und G. Weigelt. Moving shadows on the dusty disks of young stars. *A&A*, 448:633–639, Mar. 2006. doi:10.1051/0004-6361:20053884.
- V. I. Tatarski. *Wave Propagation in Turbulent Medium*. McGraw-Hill, New York, 1961.
- S. Terebey, F. H. Shu, und P. Cassen. The collapse of the cores of slowly rotating isothermal clouds. *ApJ*, 286:529–551, Nov. 1984. doi:10.1086/162628.
- A. R. Thompson, J. M. Moran, und G. W. Swenson. *Interferometry and synthesis in radio astronomy*. Wiley, New York, 1986.
- R. I. Thompson. NICMOS on HST and its implications for NGST. In E. P. Smith und A. Koratkar, editors, *Science With The NGST*, volume 133 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 34, 1998.

- S. Toft, J. Hjorth, and I. Burud. The extinction curve of the lensing galaxy of B1152+199 at  $z=0.44$ . *A&A* , 357:115–119, May 2000. arXiv:astro-ph/0003098.
- C. A. O. Torres, G. R. Quast, L. da Silva, R. de La Reza, C. H. F. Melo, und M. Sterzik. Search for associations containing young stars (SACY). I. Sample and searching method. *A&A* , 460:695–708, Dec. 2006. doi:10.1051/0004-6361:20065602. arXiv:astro-ph/0609258.
- C. A. O. Torres, G. R. Quast, C. H. F. Melo, und M. F. Sterzik. *Young nearby loose associations*, page 757. ASP Monograph Publications, Dec. 2008.
- R. J. Trumpler. Absorption of light in the galactic system. *PASP* , 42:214, Aug. 1930. doi:10.1086/124039.
- R. K. Ulrich. An infall model for the T Tauri phenomenon. *ApJ* , 210:377–391, Dec. 1976. doi:10.1086/154840.
- S. A. Vainshtein. Theory of small-scale magnetic fields . *Sov. J. Exp. Theoret. Phys.* , 83 (1):161, 1982.
- G. T. van Belle, A. B. Meinel, und M. P. Meinel. The scaling relationship between telescope cost and aperture size for very large telescopes. In J. M. Oschmann, Jr., editor, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 5489 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 563–570, Oct. 2004. doi:10.1117/12.552181.
- P. van Cittert. Die wahrscheinliche Schwingungsverteilung in einer von einer Lichtquelle direkt oder mittels einer Linse beleuchteten Ebene. *Physica*, 1:201–210, 1934.
- H. C. van de Hulst. *Light scattering by small particles*. Structure of Matter Series. Dover Publications, Incorporated, 1957. ISBN 9780486642284.
- E. Vázquez-Semadeni, J. Kim, M. Shadmehri, und J. Ballesteros-Paredes. The lifetimes and evolution of molecular cloud cores. *ApJ* , 618:344–359, Jan. 2005. doi:10.1086/425951. arXiv:astro-ph/0409247.
- J. von Neumann. Various techniques used in connection with random digits. *J. Research Nat. Bur. Stand., Appl. Math. Series*, 12:36–38, 1951.
- E. I. Vorobyov und S. Basu. The burst mode of accretion and disk fragmentation in the early embedded stages of star formation. *ApJ* , 719:1896–1911, Aug. 2010. doi:10.1088/0004-637X/719/2/1896. arXiv:1007.2993.
- N. V. Voshchinnikov. In the kitchen of dust modeling. In G. Videen und M. Kocifaj, editors, *Optics of cosmic dust*, 2002. arXiv:astro-ph/0303162.
- N. V. Voshchinnikov. Interstellar extinction and interstellar polarization: Old and new models. *JQSRT* , 113:2334–2350, Dec. 2012. doi:10.1016/j.jqsrt.2012.06.013. arXiv:1206.4090.

- F. J. Vrba, A. E. Rydgren, und D. S. Zak. JHKL photometry of three Herbig-Haro jet sources and a nebulous T Tauri star. *AJ* , 90:2074–2076, Oct. 1985. doi:10.1086/113914.
- S. Wada, C. Kaito, S. Kimura, H. Ono, und A. T. Tokunaga. Carbonaceous onion-like particles as a component of interstellar dust. *A&A* , 345:259–264, May 1999.
- C. Walker, K. Wood, C. J. Lada, T. Robitaille, J. E. Bjorkman, und B. Whitney. The structure of brown dwarf circumstellar discs. *MNRAS* , 351:607–616, June 2004. doi:10.1111/j.1365-2966.2004.07807.x. arXiv:astro-ph/0403276.
- M. Wardle. Star formation and the Hall effect. *ApSS* , 292:317–323, Aug. 2004. doi:10.1023/B:ASTR.0000045033.80068.1f. arXiv:astro-ph/0307086.
- M. Wardle. Magnetic fields in protoplanetary disks. *ApSS* , 311:35–45, Oct. 2007. doi:10.1007/s10509-007-9575-8. arXiv:0704.0970.
- A. M. Watson. *Near IR emission from nuclear starburst galaxies*. PhD thesis, Wisconsin University, Jan. 1994.
- A. M. Watson und W. J. Henney. An efficient Monte Carlo algorithm for a restricted class of scattering problems in radiation transfer. *RevMexAA* , 37:221–236, Oct. 2001. arXiv:astro-ph/0108475.
- A. M. Watson und K. R. Stapelfeldt. The visible and near-infrared dust opacity law in the HH 30 circumstellar disk. *ApJ* , 602:860–874, Feb. 2004. doi:10.1086/381142.
- W. B. Weaver und G. Jones. A catalog of co-added IRAS fluxes of Orion population stars. *ApJS* , 78:239–266, Jan. 1992. doi:10.1086/191626.
- A. S. Webster. Fullerenes, fullerenes and the interstellar extinction. *A&A* , 257:750–756, Apr. 1992.
- S. Weidenschilling. The distribution of mass in the planetary system and solar nebula. *Astrophysics and Space Science*, 51:153–158, Sept. 1977. ISSN 0004-640X. doi:10.1007/BF00642464.
- S. J. Weidenschilling. Aerodynamics of solid bodies in the solar nebula. *MNRAS* , 180:57–70, July 1977.
- S. J. Weidenschilling. The origin of comets in the solar nebula: A unified model. *Icarus* , 127:290–306, June 1997. doi:10.1006/icar.1997.5712.
- G. P. Weigelt. Modified astronomical speckle interferometry 'speckle masking'. *Optics Communications*, 21:55–59, Apr. 1977. doi:10.1016/0030-4018(77)90077-3.
- J. C. Weingartner und B. T. Draine. Dust grain size distributions and extinction in the Milky Way, LMC, and SMC. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 32 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1466, Dec. 2000.

- J. C. Weingartner und B. T. Draine. Dust grain-size distributions and extinction in the Milky Way, Large Magellanic Cloud, and Small Magellanic Cloud. *ApJ* , 548:296–309, Feb. 2001. doi:10.1086/318651. arXiv:astro-ph/0008146.
- D. E. Welty und J. R. Fowler. Ultraviolet, optical, and infrared observations of the high-latitude molecular cloud toward HD 210121. *ApJ* , 393:193–205, July 1992. doi:10.1086/171497.
- D. G. Wentzel. Hydromagnetic waves excited by slowly streaming cosmic rays. *ApJ* , 152: 987, June 1968. doi:10.1086/149611.
- D. G. Wentzel. Acceleration and heating of interstellar gas by cosmic rays. *ApJ* , 163:503, Feb. 1971. doi:10.1086/150794.
- B. A. Whitney. Monte Carlo radiative transfer. *Bulletin of the Astronomical Society of India*, 39:101–127, Mar. 2011. arXiv:1104.4990.
- B. A. Whitney und L. Hartmann. Model scattering envelopes of young stellar objects. I - Method and application to circumstellar disks. *ApJ* , 395:529–539, Aug. 1992. doi:10.1086/171673.
- B. A. Whitney, R. Indebetouw, J. E. Bjorkman, und K. Wood. Two-dimensional radiative transfer in protostellar envelopes. III. Effects of stellar temperature. *ApJ* , 617:1177–1190, Dec. 2004. doi:10.1086/425608.
- D. C. B. Whittet. *Dust in the galactic environment*. Institute of Physics Publishing, 1992.
- N. C. Wickramasinghe und C. Guillaume. Interstellar extinction by graphite grains. *Nature* , 207:366–368, July 1965. doi:10.1038/207366a0.
- B. A. Wilking, R. D. Schwartz, und J. H. Blackwell. An H $\alpha$  emission-line survey of the  $\rho$  Ophiuchi dark cloud complex. *AJ* , 94:106–110, July 1987. doi:10.1086/114452.
- B. A. Wilking, M. R. Meyer, J. G. Robinson, und T. P. Greene. Optical spectroscopy of the surface population of the  $\rho$  Ophiuchi molecular cloud: The first wave of star formation. *AJ* , 130:1733–1751, Oct. 2005. doi:10.1086/432758. arXiv:astro-ph/0506251.
- J. P. Williams und L. A. Cieza. Protoplanetary disks and their evolution. *Ann. Rev. Astr. Astroph.* , 49:67–117, Sept. 2011. doi:10.1146/annurev-astro-081710-102548. arXiv:1103.0556.
- W. Wiscombe. Mie scattering calculations: Advances in technique and fast, vector-speed computer codes. Technical report, NCAR, 1979.
- A. N. Witt. Multiple scattering in reflection nebulae. I - A Monte Carlo approach. *ApJS* , 35:1–6, Sept. 1977. doi:10.1086/190463.
- A. N. Witt, R. C. Bohlin, und T. P. Stecher. The ultraviolet interstellar extinction curve in the Pleiades. *ApJ* , 244:199–204, Feb. 1981. doi:10.1086/158697.

- P. Woitke, C. Pinte, I. Tilling, F. Ménard, I. Kamp, W.-F. Thi, G. Duchêne, und J.-C. Augereau. Continuum and line modelling of discs around young stars - I. 300000 disc models for Herschel/GASPS. *MNRAS* , 405:L26–L30, June 2010. doi:10.1111/j.1745-3933.2010.00852.x. arXiv:1003.2323.
- S. Wolf. Efficient radiative transfer in dust grain mixtures. *ApJ* , 582:859–868, Jan. 2003a. doi:10.1086/344710. arXiv:astro-ph/0209281.
- S. Wolf. MC3D - 3D continuum radiative transfer, version 2. *Computer Physics Communications*, 150:99–115, Feb. 2003b. doi:10.1016/S0010-4655(02)00675-6. arXiv:astro-ph/0207374.
- S. Wolf und T. Henning. Accelerated self-consistent radiative transfer based on the Monte Carlo method. *Computer Physics Communications*, 132(1-2):166–188, 2000. doi:10.1016/S0010-4655(00)00144-2.
- S. Wolf und N. V. Voshchinnikov. Mie scattering by ensembles of particles with very large size parameters. *Computer Physics Communications*, 162:113–123, Sept. 2004. doi:10.1016/j.cpc.2004.06.070. arXiv:astro-ph/0406118.
- S. Wolf, T. Henning, und B. Stecklum. Multidimensional self-consistent radiative transfer simulations based on the Monte-Carlo method. *A&A* , 349:839–850, Sept. 1999.
- S. Wolf, D. L. Padgett, und K. R. Stapelfeldt. The circumstellar disk of the Butterfly Star in Taurus. *ApJ* , 588:373–386, May 2003. doi:10.1086/374041. arXiv:astro-ph/0301335.
- S. Wolf, A. Schegerer, H. Beuther, D. L. Padgett, und K. R. Stapelfeldt. Submillimeter structure of the disk of the Butterfly Star. *ApJL* , 674:L101–L104, Feb. 2008. doi:10.1086/529188. arXiv:0801.1422.
- A. Wolszczan und D. A. Frail. A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257+12. *Nature* , 355:145–147, Jan. 1992. doi:10.1038/355145a0.
- K. Wood, S. J. Kenyon, B. Whitney, und M. Turnbull. Optical and near-infrared model images of the circumstellar environments of classical T Tauri stars. *ApJ* , 497:404, Apr. 1998. doi:10.1086/305449.
- K. Wood, M. J. Wolff, J. E. Bjorkman, und B. Whitney. The spectral energy distribution of HH 30 IRS: Constraining the circumstellar dust size distribution. *ApJ* , 564:887–895, Jan. 2002. doi:10.1086/324285. arXiv:astro-ph/0109048.
- N. J. Woolf. High resolution imaging from the ground. *Ann. Rev. Astr. Astroph.* , 20: 367–398, 1982. doi:10.1146/annurev.aa.20.090182.002055.
- E. L. Wright, P. R. M. Eisenhardt, A. K. Mainzer, M. E. Ressler, R. M. Cutri, T. Jarrett, J. D. Kirkpatrick, D. Padgett, R. S. McMillan, M. Skrutskie, S. A. Stanford, M. Cohen, R. G. Walker, J. C. Mather, D. Leisawitz, T. N. Gautier, III, I. McLean, D. Benford, C. J. Lonsdale, A. Blain, B. Mendez, W. R. Irace, V. Duval, F. Liu, D. Royer, I. Heinrichsen, J. Howard, M. Shannon, M. Kendall, A. L. Walsh, M. Larsen, J. G. Cardon, S. Schick, M. Schwalm, M. Abid, B. Fabinsky, L. Naes, und C.-W. Tsai. The Wide-field Infrared

- Survey Explorer (WISE): Mission description and initial on-orbit performance. *AJ* , 140: 1868, Dec. 2010. doi:10.1088/0004-6256/140/6/1868. arXiv:1008.0031.
- H. W. Yorke, P. Bodenheimer, and G. Laughlin. The formation of protostellar disks. I - 1 M(solar). *ApJ* , 411:274–284, July 1993. doi:10.1086/172827.
- H. W. Yorke, P. Bodenheimer, and G. Laughlin. The formation of protostellar disks. 2: Disks around intermediate-mass stars. *ApJ* , 443:199–208, Apr. 1995. doi:10.1086/175514.
- F. Zernike. The concept of degree of coherence and its application to optical problems. *Physica*, 5:785–795, 1938.
- Z. Zhu und Z. Ye. Detection of cosmic-ray hits for single spectroscopic ccd images. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 120(869):814–820, 2008. ISSN 00046280.
- Z. Zhu, L. Hartmann, C. Gammie, and J. C. McKinney. Two-dimensional simulations of FU Orionis disk outbursts. *ApJ* , 701:620–634, Aug. 2009. doi:10.1088/0004-637X/701/1/620. arXiv:0906.1595.
- V. G. Zubko, V. Mennella, L. Colangeli, and E. Bussoletti. Optical constants of cosmic carbon analogue grains - I. Simulation of clustering by a modified continuous distribution of ellipsoids. *MNRAS* , 282:1321–1329, Oct. 1996.
- B. Zuckerman, I. Song, M. S. Bessell, and R. A. Webb. The  $\beta$  Pictoris moving group. *ApJL* , 562:L87–L90, Nov. 2001. doi:10.1086/337968.

# Danksagung

Diese Arbeit konnte nur durch die Hilfe und Unterstützung von Freunden und Kollegen geschrieben werden und es ist daher angebracht an dieser Stelle ihren Beitrag zu würdigen. Mein Dank geht an

- meinen Betreuer *Sebastian Wolf*, der mir die Möglichkeit gegeben hat an diesem aktuellen Thema zu arbeiten und der stets ein offenes Ohr und Rat für mich bereit hielt,
- *Jürgen Sauter*, der mich in die Geheimnisse von MC3D eingeweiht hat und nie einer philosophischen Diskussion abgeneigt war,
- *Thies Heidecke* für ausführliche Gespräche über Monte Carlo, Strahlungstransport und was die Welt zusammenhält,
- *Steve Ertel* für seine Ausführungen zur Kunst der astrophysikalischen Beobachtung,
- *Daniel Asmus* für seine Unterstützung bei der Auswertung von VISIR-Daten,
- *Petra Mohr*, für interessante Einsichten in das Bildungssystem von SH,
- *Marvin Blank* für sein geduldiges Zuhören bei allen Themen,
- *Florian Kirchschlager* für die Hilfe bei der Vorbereitung von Phase II mit NACO,
- *Florian Ober* für Einsichten in die thermische Struktur von Scheiben,
- *Christian Gräfe* für lange Diskussionen über Modellierung, Opazitäten und Beobachtung im MIR,
- *Jan-Philip Ruge* für seine tatkräftige Unterstützung mit CASA,
- *Yao Liu* für die vielen Gespräche über Optimierungsverfahren, der Anpassung von SEDs und das gute Essen,
- *Holger Boll* für seine unermüdlichen Bemühungen mein wichtigstes Werkzeug in Betrieb zu halten und
- *Brigitte Kuhr* für ihre Hilfe bei allen dringenden Angelegenheiten, die nicht direkt mit Physik zu tun hatten.

Und natürlich allen Kollegen am ITAP, die mich ein Stück auf dem Weg begleitet haben und hier nicht explizit genannt sind.



# Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass

- i) die vorliegende Arbeit, abgesehen von der Beratung durch meinen Betreuer Prof. Dr. Sebastian Wolf, in Form und Inhalt von mir selbständig verfasst worden ist.
- ii) diese Arbeit und ihre Teile nicht an anderer Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegt worden sind.
- iii) Teile der Kapitel 4.3, 5.3, 6 und 8 auf Inhalten der Veröffentlichungen Madlener et al. (2012) [*A&A*, 543:A81], Liu et al. (2012) [*A&A*, 546:A7] und Liu et al. (2013) [*RAA*, 13:420–434] basieren.
- iv) die Arbeit unter Einhaltung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis der Deutschen Forschungsgemeinschaft entstanden ist.

Kiel, den 15.8.2013

---