

Zeitliche Entwicklung  
protoplanetarer  
Akkretionsscheiben im  
Strahlungsfeld des Zentralsterns

**Dissertationsschrift**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

von  
Anna Feiler  
Kiel 2016

**1. Gutachter** Prof. Dr. Wolfgang J. Duschl  
**2. Gutachter** Prof. Dr. Holger Kersten  
**Tag der mündlichen Prüfung** 21.09.2016  
**Zum Druck genehmigt** 21.09.2016

gez. Prof. Dr. Natascha Oppelt, Dekanin



# Zusammenfassung

Planeten entstehen in Akkretionsscheiben um junge Sterne. Allerdings bleibt die Frage, wie genau Mikrometer große Staubkörner zu Planeten anwachsen können, weiterhin Gegenstand der aktuellen Forschung. Ihr wird sowohl durch Beobachtungen der Scheiben und der daraus entstandenen Exoplaneten als auch durch die theoretische Modellierung dieser Objekte nachgegangen.

Die vorliegende Arbeit untersucht die zeitliche Entwicklung protoplanetarischer Scheiben mit Hilfe von hydrodynamischen Simulationen. Dabei ist die Heizung durch die Strahlung des zentralen Sterns entscheidend für die Temperaturstruktur der Akkretionsscheibe. Diesen Beitrag vollständig zu berücksichtigen ist jedoch extrem rechenintensiv. Deshalb wurden verschiedene Näherungsverfahren für den Strahlungstransport betrachtet. Um sicherzustellen, dass diese eine realistische Temperaturverteilung liefern, lag einer der Schwerpunkte der vorliegenden Arbeit im Test der Heizmodelle. Anschließend wurde der Einfluss der Sternheizung auf die Entwicklung protoplanetarischer Scheiben untersucht. Dabei hat sich gezeigt, dass die Heizung durch die Strahlung des Zentralsterns ausgeprägte Maxima und Minima in der vertikalen Druckskalenhöhe der Akkretionsscheibe verursachen kann. Betrachtet man längere Simulationszeiträume, wird auch die radiale Verteilung von Material durch die Sternheizung beeinflusst. Zudem verursacht sie thermische Instabilitäten im Innenbereich der Akkretionsscheibe.

Diese Ergebnisse sind nicht nur zur Interpretation neuester Beobachtungsergebnisse sehr interessant. Die hier gefundenen Strukturen können das radiale Migrations- und sowie Wachstumsverhalten von Planeten entscheidend beeinflussen. Zudem liefern die thermischen Instabilitäten eine mögliche Ursache der turbulenten Viskosität in der Akkretionsscheibe, welche für die gesamte Entwicklung dieser Objekte entscheidend ist.



# Abstract

Accretion disks around young stars are the birthplace of planets. Understanding the complex processes involved in the growth of planets from micron-sized dust grains is an important challenge of modern astrophysics. It is addressed by observations of protoplanetary disks and systems of exoplanets as well as theoretical simulations of these objects.

This work investigates the evolution of accretion disks around young stars using hydrodynamic simulations. In order to get realistic disk temperatures, it is very important to include the effect of radiative heating by the central star which is computationally challenging. That is why different approximations are used. Testing these approximations and making sure they provide realistic disk temperatures is a very important part of this thesis. Subsequently, the evolution of irradiated protostellar disks is investigated. Stellar irradiation causes strong local extrema in the vertical scale height. It can also change the radial distribution of material in long term disk simulations. Furthermore, stellar irradiation triggers thermal instabilities in the central region of the disk.

These results can be used to interpret density structures found in recent observations of protoplanetary disks. They are also important for theoretical models of planet formation. The structures caused by the radiative heating of the disk can have a strong influence on the growth and radial migration of young planets. In addition to that, thermal instabilities can support turbulent viscosity in the disk which is crucial for disk evolution.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Grundgleichungen . . . . .	3
2.2	Das 2 + 1-dimensionale Modell . . . . .	5
2.3	Quellterme . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Heizung durch den zentralen Stern</b>	<b>13</b>
3.1	Grundlegende Modellannahmen . . . . .	14
3.2	Die photosphärische Höhe . . . . .	16
3.3	Effektiv beleuchteter Anteil der Oberfläche . . . . .	20
3.4	Staubigenschaften und Streuung . . . . .	23
3.5	Reemission . . . . .	27
3.6	Radiale Umverteilung von Strahlung . . . . .	29
3.7	Zusammenfassung . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Vorbereitung der Simulationen</b>	<b>37</b>
4.1	Anfangsbedingungen . . . . .	37
4.2	Zeitskalen und Simulationszeit . . . . .	38
4.3	Auswahl des Gitters . . . . .	44
4.4	Selbstgravitation . . . . .	49
4.5	Randbedingungen . . . . .	51
4.6	Simulationsparameter . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Untersuchung der Temperaturstruktur</b>	<b>57</b>
5.1	Ergebnisse des Standardmodells . . . . .	58
5.2	Thermische Instabilitäten . . . . .	70
5.3	Parameterstudie . . . . .	72

5.4	Voraussetzungen für Instabilitäten . . . . .	81
5.5	Ursachen der Instabilitäten . . . . .	83
5.6	Zusammenfassung . . . . .	98
<b>6</b>	<b>Tests und Überprüfung der Annahmen</b>	<b>99</b>
6.1	Tests . . . . .	99
6.2	Überprüfung der Modellannahmen . . . . .	114
6.3	Zusammenfassung . . . . .	130
<b>7</b>	<b>Zeiteffiziente Näherungsverfahren</b>	<b>133</b>
7.1	Vergleich der Höhenberechnungsverfahren . . . . .	134
7.2	Flaring angle . . . . .	138
7.3	Zusammenfassung . . . . .	149
<b>8</b>	<b>Langzeitsimulationen</b>	<b>151</b>
8.1	Ergebnisse des Standardmodells . . . . .	151
8.2	Variation der Simulationsparameter . . . . .	167
8.3	Zusammenfassung . . . . .	172
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>175</b>
	<b>Anhang A Streuung</b>	<b>181</b>
	<b>Anhang B Vergleich mit MC3D</b>	<b>183</b>
	<b>Anhang C Zeitskalen</b>	<b>187</b>
	<b>Anhang D Vergleich der Näherungsverfahren</b>	<b>191</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>194</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Sterne entstehen durch den gravitativen Kollaps von kalten, hauptsächlich aus molekularem Wasserstoff bestehenden interstellaren Staub- und Gaswolken, den sogenannten Molekülwolken. Im Verlauf dieses Prozesses bilden sich auf Grund der Drehimpulserhaltung meist geometrisch dünne, rotierende Scheiben um die jungen Sterne. Diese Akkretionsscheiben sind derzeit eines der wichtigen Forschungsthemen der Astrophysik, da aus ihrem Staub und Gas Planeten entstehen können. Dabei haben sowohl die Vielzahl neu entdeckter Exoplaneten (siehe [exoplanets.org](http://exoplanets.org) für aktuelle Zählungen), als auch die ständig besser werdenden Beobachtungen der protoplanetaren Scheiben selbst (siehe z.B. Andrews u. a. (2016)), zu einem enormen Wissenszuwachs auf diesem Gebiet geführt. Gleichzeitig profitiert der Bereich der theoretischen Modellierung von Akkretionsscheiben von der Rechenleistung moderner Supercomputer. Dennoch bleibt die Frage, wie aus Mikrometer großen Staubkörnern Planeten entstehen können und damit auch die Frage nach der Entstehungsgeschichte der Erde selbst, weiterhin der Gegenstand aktueller Diskussionen.

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Untersuchung der dynamischen Entwicklung der Gaskomponente der Akkretionsscheibe. Mit einem typischen Anteil von 99 % der Gesamtmasse (Spitzer, 1978, Hildebrand, 1983) ist sie nicht nur Materiallieferant für das Wachstum junger Planeten, sondern kann auch deren Entstehung aus dem Staub der Akkretionsscheibe entscheidend beeinflussen. Beispielsweise ist schon seit Weidenschilling (1977) bekannt, dass die Abbremsung des Staubes durch das sie umgebende Gas im Extrem-

fall dazu führen kann, dass die Staubkörner auf den zentralen Stern stürzen. Auch die radiale Migration bereits entwickelter Planeten wird entscheidend durch den Drehimpulsaustausch mit dem sie umgebenden Gas beeinflusst (Goldreich & Tremaine, 1979, Ward, 1988). Theoretische Modelle zur Entwicklung der Akkretionsscheibe sind zudem unerlässlich, um die in den neuesten Beobachtungen der Scheiben sichtbar werdenden Strukturen (Andrews u. a., 2016) sinnvoll interpretieren zu können. Deshalb ist ein besseres Verständnis der Entwicklung der Gaskomponente der Akkretionsscheiben ein entscheidendes Teilstück zum Verständnis der Planetenentstehung.

Zur hydrodynamischen Beschreibung des Gases in der Akkretionsscheibe wird das Softwarepaket `Fosite` (Illenseer, 2006, Illenseer & Duschl, 2009) verwendet. Grundsätzlich ermöglicht es die Lösung allgemeiner 2-dimensionaler Advektionsprobleme mit Hilfe eines Finite-Volumen-Verfahrens. `Fosite` ist jedoch hauptsächlich auf die Simulation von Akkretionsscheiben optimiert. Dies beinhaltet auf diese Fragestellung angepasste Gitter sowie die Erhaltung des für Akkretionsscheiben extrem wichtigen Drehimpulses des Gases.

Allerdings bleibt die Heizung der Akkretionsscheibe durch die Strahlung des zentralen Sterns bisher unberücksichtigt. Dieser Beitrag ist jedoch, wie später gezeigt werden wird, für den Großteil der Scheibe der dominante Heizterm und kann deshalb nicht ignoriert werden. Um eine realistischere Beschreibung von Akkretionsscheiben um junge Sterne zu ermöglichen, wurde deshalb im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein Algorithmus entwickelt und implementiert, welcher diesen Beitrag zur Energiegleichung berücksichtigt. Dabei liegt die wesentliche Herausforderung nicht im Verständnis des Strahlungstransportes durch die Akkretionsscheibe. Dieser kann bereits mit Monte-Carlo-Strahlungstransportsimulationen wie beispielsweise `MC3D` (Wolf u. a., 1999, Wolf, 2003), im Detail beschrieben werden. Vielmehr ist die bei der Kombination von Strahlungstransport- und Hydrodynamiksimulationen benötigte Rechenzeit, zumindest bei der aktuell verfügbaren Rechenleistung, der limitierende Faktor. Deshalb wird zur Langzeitsimulation von Akkretionsscheibe weiterhin auf einfache Näherungsverfahren für den Strahlungstransport zurückgegriffen (siehe z.B. Baillié u. a. (2015) für ein aktuelles Beispiel). Dabei war die Beantwortung der Frage, ob diese vergleichsweise einfachen Näherungen eine realistische Temperatur für die Hydrodynamik liefern können, ein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Mit den derart überprüften Verfahren wurde anschließend die Entwicklung verschiedener Scheibenmodelle unter Berücksichtigung der Sternheizung und der Einfluss dieses neuen Energiebeitrages untersucht.



# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

Um die zeitliche Entwicklung der Akkretionsscheibe zu beschreiben wird angenommen, dass sich das Gas in der Scheibe wie ein kompressibles Fluid verhält. Dies ist gerechtfertigt, da alle hier betrachteten Skalen sehr viel größer als die mittlere freie Weglänge für Stöße zwischen zwei individuellen Teilchen sind (Frank u. a., 2002). Deshalb soll das folgende Kapitel einen Überblick zu den für die hydrodynamische Beschreibung von Akkretionsscheiben relevanten Gleichungen geben. Für detaillierte Herleitungen und ausführliche Diskussionen sei auf die Bücher von Frank u. a. (2002), Kato u. a. (2008) und für den Bereich der Grundgleichungen auf Landau & Lifschitz (1987) sowie Hirsch (2007) verwiesen. Alle im Folgenden besprochenen Gleichungen und Zusammenhänge wurden, wenn nicht explizit eine andere Quelle angegeben ist, aus diesen Standardlehrbüchern übernommen.

### 2.1 Grundgleichungen

Zur Beschreibung des Fluids werden die aus Masse-, Impuls- und Energieerhaltung abgeleitete Kontinuitätsgleichung (2.1), die Navier-Stokes-Gleichung (2.2) und die Energiegleichung (2.3) verwendet. Mit ihnen kann die zeitliche Entwicklung der sogenannten primitiven Variablen bestehend aus der Dichte  $\rho$ , dem Druck  $P$  und der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  für eine kompressible Flüssigkeit

beschrieben werden:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + P \mathbf{1}) = \rho \mathbf{f}_{\text{ext}} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot ((e + P) \mathbf{v}) = \rho \mathbf{f}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{v} + q. \quad (2.3)$$

Die Gesamtenergie ist mit  $e$  bezeichnet. Auf die externen, auf das Fluid wirkende Kräfte  $\mathbf{f}_{\text{ext}}$ , sowie den zusätzlichen Quellterm in der Energiegleichung  $q$  wird in Kapitel 2.3 genauer eingegangen.

Um dieses System gekoppelter, partieller, nichtlinearer Differentialgleichungen zu schließen, ist eine weitere Bedingung erforderlich, welche es erlaubt

$$e = \rho \epsilon + \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2 \quad (2.4)$$

durch einen Ausdruck zu ersetzen, welcher ausschließlich von den primitiven Variablen abhängt. Zur Berechnung der inneren Energie pro Einheitsmasse  $\epsilon$  wird deshalb angenommen, dass sich das Fluid wie ein ideales Gas verhält,

$$P = (\gamma - 1) \rho \epsilon, \quad (2.5)$$

wobei  $\gamma$  der Adiabatenindex ist.

Mit dieser Vorschrift ist es möglich,  $e$  als Funktion von Druck, Dichte und Geschwindigkeit anzugeben:

$$e = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2. \quad (2.6)$$

Damit ist das Differentialgleichungssystem (2.1) - (2.3) numerisch lösbar. Es bildet die Grundlage des in dieser Arbeit verwendeten Gleichungssystems, welches im folgenden Abschnitt besprochen wird.

## 2.2 Das 2 + 1-dimensionale Modell

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit findet auf Grund des damit verbundenen großen Aufwands an Rechenzeit keine 3-dimensionale Beschreibung der Akkretionsscheibe statt. Stattdessen wird ein, zur Untersuchung der Scheibendynamik sehr erfolgreiches, sogenanntes 2 + 1-dimensionales Modell verwendet. Es geht davon aus, dass Akkretionsscheiben geometrisch dünne Objekte sind, in denen sich die wesentlichen dynamischen Prozesse nah der Mittelebene abspielen. Als erste Näherung kann die Scheibe deshalb als zweidimensionale Strömung betrachtet werden, welche durch vertikal integrierte Variablen beschrieben wird.

Wenn zur Berechnung der Quellterme in (2.11)-(2.13) zusätzliche Informationen zur Vertikalstruktur erforderlich sind, wird angenommen, dass sich die Scheibe im vertikalen hydrostatischen Gleichgewicht befindet. Das Gleichgewicht stellt sich auch bei einer Änderung der vertikal integrierten Größen instantan wieder ein. Dies lässt sich anhand der verschiedenen, relevanten Zeitskalen begründen. Der hydrodynamischen Entwicklung der vertikal integrierten Größen ist die viskose Zeitskala

$$t_{\text{vis}} = \frac{r}{v_{\varphi} \alpha_v} \left( \frac{r}{h} \right)^2 \quad (2.7)$$

zugeordnet. Sie ist sehr viel größer als die hydrostatische Zeitskala

$$t_{\text{hyd}} = \frac{h}{c_s} \quad (2.8)$$

für das Erreichen des Gleichgewichts in der Vertikalstruktur. Hier bezeichnet  $r$  den radiale Abstand zum Zentralobjekt,  $v_{\varphi}$  die Azimuthalgeschwindigkeit,  $h$  die Druckskalenhöhe, welche in Abschnitt 2.2.2 definiert wird,  $\alpha_v$  den Viskositätsparameter aus Abschnitt 2.3.2 und  $c_s$  die Schallgeschwindigkeit:

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{\mathcal{R}}{\mu} T}. \quad (2.9)$$

Die universellen Gaskonstante ist mit  $\mathcal{R}$ , das mittlere Molekulargewicht mit  $\mu$  und die Temperatur mit  $T$  bezeichnet. Bei der Diskussion der Ergebnisse wird zudem gezeigt werden, dass auch die thermische Zeitskala  $t_{\text{th}}$  für Temperaturänderungen klein gegen die viskose Zeitskala ist.

Alle Zeitskalen, welche für die Entwicklung der Vertikalstruktur eine Rolle spielen, sind demnach sehr viel kleiner als die viskose Zeitskala. Damit ist es gerechtfertigt, anzunehmen, dass sich das hydrostatische Gleichgewicht für eine auf viskosen Zeitskalen stattfindende Änderung der vertikal integrierten Größen instantan einstellt.

Dadurch wird die Beschreibung der großräumigen Struktur im Rahmen der vertikal integrierten Grundgleichungen von der Entwicklung der Vertikalstruktur entkoppelt. Im Folgenden werden deshalb beide Bereiche separat beschrieben.

### 2.2.1 Die vertikal integrierten Grundgleichungen

Für die bereits erwähnten, vertikal integrierten Gleichungen wird die Dichte  $\rho$  durch die Oberflächendichte

$$\Sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho \, dz \quad (2.10)$$

ersetzt. Führt man analog den vertikal integrierten Druck  $\Pi$  und die integrierte Gesamtenergie  $E$  ein und nimmt an, dass die  $z$ -Abhängigkeit der Geschwindigkeit vernachlässigbar ist, lassen sich die integrierten Grundgleichungen formulieren:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v}) = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \Sigma \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + \Pi \mathbb{1}) = \Sigma \mathbf{f}_{\text{ext}} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot ((E + \Pi) \mathbf{v}) = \Sigma \mathbf{f}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{v} + Q. \quad (2.13)$$

Der vertikal integrierte Ausdruck für die Gesamtenergie nimmt folgende Form an:

$$E = \frac{\Pi}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \Sigma \mathbf{v}^2. \quad (2.14)$$

Zur Berechnung der Quellterme ist zudem noch der Zusammenhang zwischen der Schallgeschwindigkeit und den vertikal integrierten primitiven Variablen erforderlich. Nach Hōshi (1977) gilt im Falle vertikal isothermer Scheiben:

$$c_s = \sqrt{\frac{\Pi}{\Sigma}} = \sqrt{\frac{R}{\mu} T}. \quad (2.15)$$

Hierbei ist zu beachten, dass sich sowohl die Schallgeschwindigkeit, als auch die Temperatur  $T$  auf die Scheibenmittelebene beziehen.

Die Gleichungen (2.11)-(2.13) bilden die Grundlage der in der gesamten vorliegenden Arbeit verwendeten, hydrodynamischen Beschreibung von Akkretionsscheiben.

## 2.2.2 Vertikalstruktur

Die Vertikalstruktur ergibt sich aus dem hydrostatischen Gleichgewicht zwischen der vertikalen Komponente der Gravitation und dem vertikalen Druckgradienten

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad (2.16)$$

wobei  $\Phi$  das Gravitationspotential beschreibt. Im Folgenden wird angenommen, dass  $\Phi = -GM_*/\sqrt{z^2 + r^2}$  das Potential eines einzelnen Sternes der Masse  $M_*$  ist, der sich im Zentrum eines durch die Zylinderkoordinaten  $(r, \phi, z)$  beschriebenen Koordinatensystems befindet. Schreibt man den Druck als Funktion der Schallgeschwindigkeit (2.9), kann Gleichung (2.16) mit der Annahme einer vertikal isothermen Scheibe wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{c_s^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{GM_*}{\sqrt{r^2 + z^2}} \approx -\frac{GM_* z}{r^3}. \quad (2.17)$$

Die Näherung im letzten Schritt beinhaltet die Annahme einer geometrisch dünnen Scheibe, für die  $(z^2/r^2) \ll 1$  gilt.

Durch die Lösung von (2.17) kann die vertikale Dichteverteilung definiert werden

$$\rho = \rho_c e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (2.18)$$

mit der Dichte in der Zentralebene  $\rho_c = \Sigma/(\sqrt{2\pi}h)$  und der Druckskalenhöhe

$$h := \frac{c_s}{\Omega_K} \quad (2.19)$$

wobei die Kepler Winkelgeschwindigkeit wie folgt definiert ist:

$$\Omega_K := \sqrt{GM_*/r^3}. \quad (2.20)$$

## 2.3 Quellterme

Dieser Abschnitt soll einen Überblick zu den in Gleichung (2.12)-(2.13) auftretenden Quelltermen geben. Mit ihnen ist das zu lösende, gekoppelte System nichtlinearer Differentialgleichungen vollständig beschrieben:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v}) = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \Sigma \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + \Pi \mathbf{1}) = \nabla \cdot \mathbb{T} - \Sigma \nabla \Phi \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot ((E + \Pi) \mathbf{v}) = \nabla \cdot (\mathbb{T} \cdot \mathbf{v}) - \Sigma \nabla \Phi \cdot \mathbf{v} + Q_{\text{star}} - Q_{\text{cool}}. \quad (2.23)$$

Hier werden 4 zusätzliche Effekte berücksichtigt: die Viskosität, welche in Form des Spannungstensors  $\mathbb{T}$  in die Gleichungen eingeht, das Gravitationspotential des Zentralobjektes  $\Phi$ , die Kühlung der Scheibe durch Abstrahlung  $Q_{\text{cool}}$  und die Heizung durch den zentralen Stern  $Q_{\text{star}}$ . Auf die ersten 3 Effekte wird im Folgenden genauer eingegangen. Um die Heizung durch Strahlung des Zentralsternes  $Q_{\text{star}}$  beschreiben zu können, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein neues Modell entwickelt, welches in Kapitel 3 genauer erläutert wird.

### 2.3.1 Gravitation

Zur Berechnung des Gravitationsterms in Energie- und Impulsgleichung muss lediglich das bereits in Kapitel 2.2.2 besprochene Gravitationspotential

$$\Phi \approx -\frac{GM_*}{r} \quad (2.24)$$

bekannt sein. Für die hier betrachteten, nicht selbstgravitierenden Scheiben ist das Potential immer durch das Zentralobjekt dominiert. Alle Akkretions-scheiben für die dies nicht der Fall ist, werden aus dem Modellraum ausgeschlossen. Dies wird in Kapitel 4.4 anhand der Simulationsdaten verifiziert.

### 2.3.2 Viskosität

Viskosität spielt eine entscheidende Rolle bei der Entwicklung von Akkretionsscheiben. Sie ist für den Austausch von Drehimpuls innerhalb der dif-

ferentiell rotierenden Scheibe verantwortlich und ermöglicht dadurch einen Materialtransport zum Zentralobjekt. Ohne Viskosität gäbe es folglich keine Akkretion.

In den Gleichungen (2.22) und (2.23) wird die Viskosität durch den Spannungstensor berücksichtigt:

$$T_{ij} = \rho\nu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\nabla \cdot \mathbf{v} \right). \quad (2.25)$$

Die kinematische Viskosität wird mit  $\nu$  bezeichnet. Wie sie korrekt berechnet werden kann, ist Gegenstand aktueller Forschung (siehe Armitage (2010) für eine Übersicht und Sperling (2012) für eine mit `Fosite` durchgeführte Studie). Die wesentliche Herausforderung bei der Entwicklung eines geeigneten Viskositätsmodells liegt darin, dass es sich bei Akkretionsscheiben sehr wahrscheinlich um turbulente Strömungen handelt.

Zur Modellierung der Scheiben wird vielfach auf sehr einfache Parametrisierung  $\nu \propto \lambda_{\text{turb}} v_{\text{turb}}$  zurückgegriffen. Dabei beschreibt  $\lambda_{\text{turb}}$  die charakteristische turbulente Längen- und  $v_{\text{turb}}$  die entsprechende Geschwindigkeitsskala. In der vorliegenden Arbeit wird eines dieser Modelle, die  $\alpha$ -Viskosität (Shakura & Sunyaev, 1973) verwendet:

$$\nu = \alpha_v c_s h. \quad (2.26)$$

In diesem Fall wird die turbulente Längenskala durch die Druckskalenhöhe als maximal mögliche Wirbelgröße abgeschätzt. Die maximale turbulente Geschwindigkeit entspricht der Schallgeschwindigkeit. Größere Geschwindigkeiten würden zur Ausbildung von Stoßfronten führen, welche die kinetische Energie eines Wirbels durch Kompression des Materials sehr effizient in Wärme umwandeln würden.

Dieser Ansatz hat sich für die hier betrachteten protoplanetaren Scheiben als Standardmodell etabliert. Der Parameter  $\alpha_v$  wird auf einen typischen Wert von  $\alpha_v = 0.01$  gesetzt. So ist die Vergleichbarkeit mit früheren Arbeiten sichergestellt (Watanabe & Lin, 2008, Baillié & Charnoz, 2014).

### 2.3.3 Kühlung

Um die Kühlung durch Abstrahlung zu berechnen, wird die Oberfläche der Akkretionsscheibe als Schwarzkörper der Temperatur  $T_{\text{eff}}$  betrachtet. Die Ab-

strahlung der Scheibe ist dann nach dem Stefan-Boltzmann-Strahlungsgesetz

$$Q_{\text{cool}} = 2\sigma_{\text{B}}T_{\text{eff}}^4 \quad (2.27)$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstante  $\sigma_{\text{B}}$ . Der Faktor 2 ist notwendig, um beide Oberflächen der Scheibe zu berücksichtigen.

Für die Beschreibung der Kühlung benötigt man demnach die Effektivtemperatur der Scheibenoberfläche. Aus den bisher besprochenen Gleichungen ist jedoch ausschließlich die Mittelebenentemperatur  $T$  bekannt (2.15). Diese lässt sich über die effektive optische Tiefe  $\tau_{\text{eff}}$  mit der Effektivtemperatur verknüpfen

$$T_{\text{eff}}^4 = \frac{T^4}{\tau_{\text{eff}}}, \quad (2.28)$$

wobei  $\tau_{\text{eff}} \geq 1$  sein muss. Die effektive optische Tiefe fasst alle Extinktionsprozesse, welche zwischen der Mittelebene und der abstrahlenden Oberfläche stattfinden, zusammen. Der ursprüngliche Ansatz um  $\tau_{\text{eff}}$  zu berechnen stammt von Hubeny (1990). Hier wird eine vereinfachte Version von Günther u. a. (2004) verwendet, welche bereits erfolgreich auf Akkretionsscheiben angewendet wurde:

$$\tau_{\text{eff}} \approx \frac{3}{4} \left( \frac{1}{2}\tau_{\text{R}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3\tau_{\text{R}}} \right). \quad (2.29)$$

Um die optische Tiefe (Ruden & Pollack, 1991)

$$\tau_{\text{R}} = \frac{1}{2}\kappa_{\text{R}}\Sigma \quad (2.30)$$

berechnen zu können, muss das Rosseland Mittel der Opazität  $\kappa_{\text{R}}$  bekannt sein. Dies kann mit Hilfe des folgenden semi-analytischen Ansatzes für 8 unterschiedliche Temperatur- und Dichteregionen bestimmt werden (Bell & Lin, 1994):

$$\kappa_i = \kappa_{i,0}\rho^{a_i}T^{b_i}. \quad (2.31)$$

Die Werte für die 8 verwendeten  $\kappa_i$  und die Exponenten der Dichte und Temperaturabhängigkeit sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Für die betrachteten Scheiben sind vor allen Dingen die ersten, vergleichsweise kalten Scheibenregionen zugeordneten Terme von Bedeutung. Die Temperaturen die notwendig sind, damit die Elektronenstreuung die Opazität dominiert, werden eher in Aktiven Galaktischen Kernen als in protoplanetaren Scheiben erreicht.



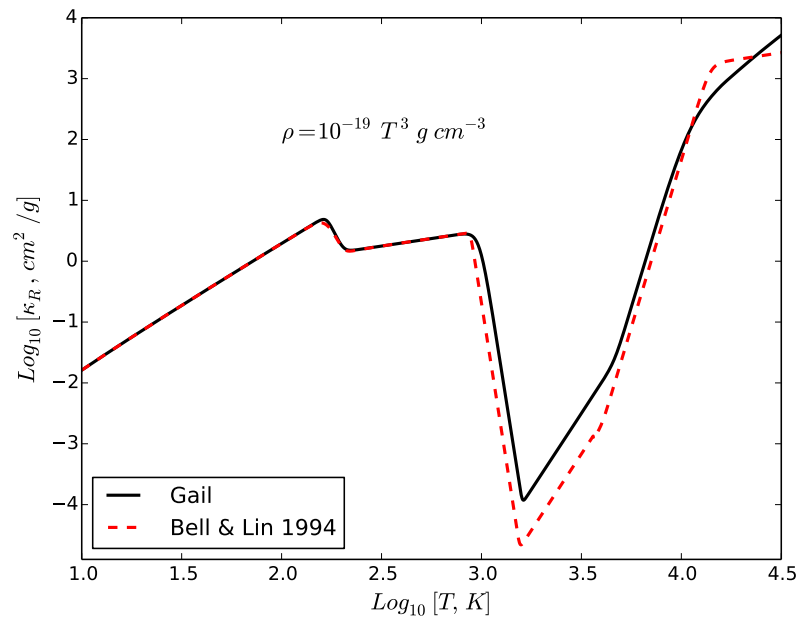
Region:	$\kappa_{i,0}$	$a_i$	$b_i$
Staubkörner mit Eisschicht	$2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/(\text{g K}^2)$	0	2
Verdunstung der Eisschicht	$2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^2\text{K}^7/\text{g}$	0	-7
Staubkörner	$1 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2/(\text{g K}^{1/2})$	0	$\frac{1}{2}$
Verdunstung von Staubkörnern	$2 \cdot 10^{81} \text{ cm}^5\text{K}^{24}/\text{g}^2$	1	-24
Moleküle	$1 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^4/(\text{g}^{5/3} \text{K}^3)$	$\frac{2}{3}$	3
H-Streuung	$2 \cdot 10^{-36} \text{ cm}^3/(\text{g}^{4/3} \text{K}^{10})$	$\frac{1}{3}$	-10
Gebunden-frei und frei-frei Übergänge	$1.5 \cdot 10^{20} \text{ cm}^5\text{K}^{5/2}/\text{g}^2$	1	$-\frac{5}{2}$
Elektronenstreuung	$3.48 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2/\text{g}$	0	0

**Tabelle 2.1:** Übersicht der einzelnen Opazitätsbeiträge.

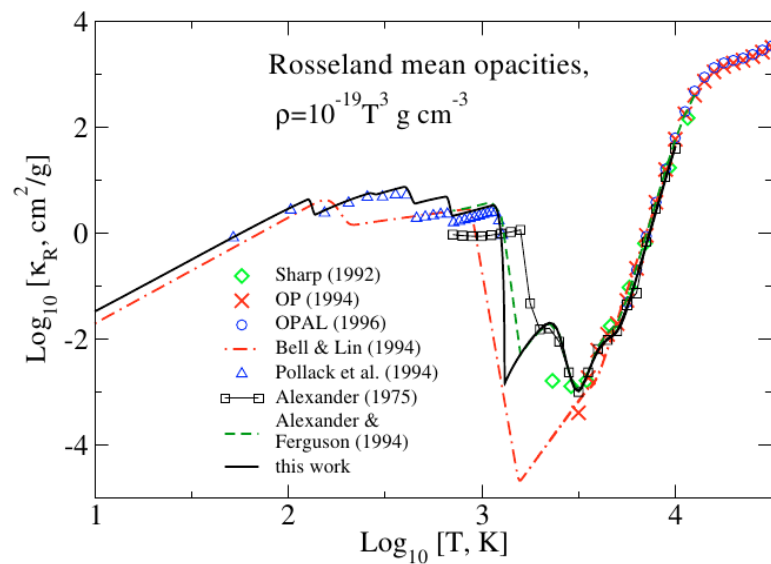
Um aus den einzelnen Beiträgen eine für den gesamten Temperatur- und Dichtebereich sinnvolle Gesamtopazität zu berechnen, wird die folgende Interpolationsformel verwendet:

$$\frac{1}{\kappa_R} = \sqrt[4]{\frac{1}{\kappa_1^4} + \frac{T_0^{10}}{T_0^{10} + T^{10}} \frac{1}{\kappa_2^4 + \kappa_3^4}} + \sqrt[4]{\frac{1}{\kappa_4^4 + \kappa_5^4 + \kappa_6^4} + \frac{1}{\kappa_7^4 + \kappa_8^4}} \quad (2.32)$$

mit  $T_0 = 3000 \text{ K}$ . Sie geht auf H. P. Gail zurück und ist in Britsch (2006) nachzulesen. Abbildung 2.1 zeigt den Vergleich der Opazitätsberechnung nach Gail mit ähnlichen Arbeiten. Es zeigt sich, dass die Abweichung von den Ergebnissen von Bell & Lin (1994) im Rahmen der Abweichungen unterschiedlicher, typischer Opazitätsmodelle (siehe Abbildung 2.1b) liegt. Zudem treten sie im Wesentlichen in Bereichen mit Temperaturen von mehr als 1000 K auf. Die Ergebnisse der Simulationen werden zeigen (siehe Kapitel 5), dass dieser Bereich im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine große Bedeutung besitzt.



(a) Vergleich der Rosseland Mittel der Opazität nach Gail und Bell & Lin (1994).



(b) Vergleich verschiedener Opazitätsmodelle für protoplanetare Scheiben (Semenov u. a., 2003).

**Abbildung 2.1:** Test der Opazitätsberechnung.

## Kapitel 3

# Heizung der Akkretionsscheibe durch Strahlung des Zentralsterns

Das Gleichgewicht zwischen Heizung und Kühlung durch Strahlung dominiert die Energiebilanz weiter Bereiche von Akkretionsscheiben (siehe z.B. Armitage 2010). Der Anteil der Abstrahlung kann in `Fosite` mit der im vorherigen Kapitel besprochenen Kühlfunktion, berechnet werden. Für eine sinnvolle Energiebilanz fehlte jedoch bisher der Beitrag der Energie-Einstrahlung. Deshalb sollen im Folgenden die theoretischen Grundlagen für ein Modell zur Heizung der Scheibe durch die Strahlung des Zentralsterns entwickelt werden.

Beide Teilprobleme, die Hydrodynamik und der Strahlungstransport, sind für sich genommen schon sehr komplex und können nur unter Verwendung großer Softwarepakete wie beispielsweise `Fosite` oder dem Monte-Carlo Strahlungstransportcode `MC3D` beschrieben werden. Der Frage, wie sie kombiniert werden können, ist seit den achtziger Jahren des letzten Jahrhunderts immer wieder mit verschiedenen Modellen nachgegangen worden. Sie ist immer noch Teil der aktuellen Forschung (siehe Watanabe & Lin (2008), Acreman u. a. (2010), Harries (2011), Bitsch u. a. (2013), Baillié & Charnoz (2014), Baillié u. a. (2015) für einige Beispiele der unterschiedlichen Ansätze). Dabei gibt es kein grundsätzliches Problem, welches die Kombination beider bereits bekannter Verfahren verhindert. Die Schwierigkeit liegt in der Optimierung der Laufzeit für eine Hydrodynamiksimulation, die in jedem Zeitschritt mindestens eine Strahlungstransportsimulation durchführen muss. Deshalb

sind, zumindest mit der aktuell verfügbaren Rechenleistung, für die jeweilige Fragestellung geeignete Modellannahmen erforderlich. Dies kann zu einer vereinfachten Beschreibung des Strahlungstransportes oder der Hydrodynamik führen. Es ist jedoch auch möglich die Größe des simulierten Bereiches oder die Simulationszeit einzuschränken.

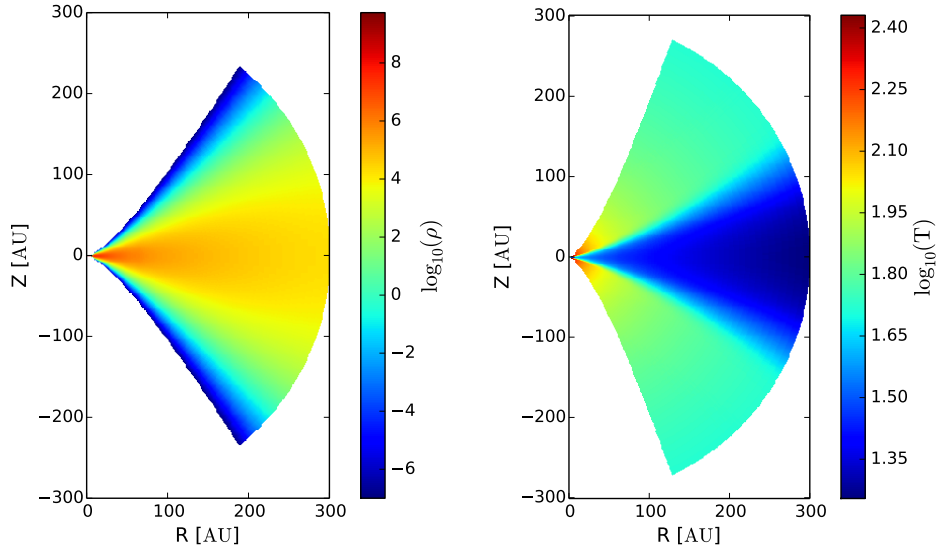
Fosites Stärke liegt im Bereich effizienter Langzeitsimulationen der gesamten Akkretionsscheibe. Deshalb wurde bei der Entwicklung des neuen Heizterms großen Wert darauf gelegt, ein einfaches, effizientes Modell zu verwenden, das dennoch möglichst viele der relevanten Effekte berücksichtigt. Teile der Modellentwicklung, insbesondere im Bereich der optischen Eigenschaften der Scheibe, fanden in Kooperation mit Jan-Philipp Ruge (ITAP, CAU) statt.

### 3.1 Grundlegende Modellannahmen

Das hier gewählte Modell teilt die Vertikalstruktur der Akkretionsscheibe in 2 Bereiche: Eine Oberflächenschicht, welche direkt durch den Stern beheizt wird, und einen durch diese Schicht abgeschirmten, kälteren, isothermen Zentralbereich. Dieses 2-Schichten-Modell geht auf Kenyon & Hartmann (1987) zurück und lässt sich mit modernen Strahlungstransport-Simulationen mit MC3D als sinnvolle Näherung bestätigen (siehe Abbildung 3.1). Die Bereiche sehr geringer Teilchendichten in großem, vertikalen Abstand zur Mittelebene werden dabei vernachlässigt. Dies ist eine plausible Annahme, da die kleinen Dichten dazu führen, dass dieser Bereich optisch dünn ist und die Heizung der darunter liegenden Schichten durch Strahlung nicht beeinflusst wird.

In der Abbildung ist noch ein dritter, vergleichsweise kalter Bereich um die Mittelebene der Scheibe außerhalb von etwa 100 AU zu sehen. Dieser wird in Kapitel 3.5 noch einmal aufgegriffen.

Kenyon & Hartmann (1987) waren die ersten, die Beobachtungen von Akkretionsscheiben im Rahmen des sogenannten *flared disk*-Modells beschrieben haben. In diesem Modell sorgt eine vertikal aufgeweitete Dichtestruktur in den Außenbereichen der Akkretionsscheibe dafür, dass die Scheibe auch bei großen Abständen vom Zentralobjekt noch effektiv durch die direkte Einstrahlung des Sterns geheizt werden kann. Für den mittleren Energieeintrag



(a) Anzahldichteverteilung

(b) Temperaturstruktur

**Abbildung 3.1:** Vertikaler Schnitt durch die Anzahldichteverteilung der Staubkörner und der mit MC3D simulierten, resultierenden vertikalen Temperatur einer Akkretionsscheibe. Der Stern befindet sich bei  $R = 0$  AU und  $Z = 0$  AU. Die Dichteverteilung beruht auf den Ergebnissen einer Fosite-Simulation mit dem in Kapitel 4 beschriebenen Standard-Parametersatz für die Akkretionsscheibe und den Stern nach 600 yr Simulationszeit.

pro Sekunde und Quadratmeter ergibt sich im Abstand  $s$  vom Stern:

$$Q_{\text{star}}(s) = \alpha \sigma_{\text{B}} T_*^4 \left( \frac{R_*}{s} \right)^2. \quad (3.1)$$

Die Effektivtemperatur des als Schwarzkörper angenommenen Sterns ist mit  $T_*$  und sein Radius mit  $R_*$  bezeichnet. Der Faktor  $\alpha$  berücksichtigt den effektiv beleuchteten Anteil der Scheibenoberfläche. Diese Oberfläche wird über die photosphärische Höhe  $H$  definiert. Hierbei handelt es sich um die Höhe über der Mittelebene, bei der die Scheibe beginnt für die Strahlung des Zentralsterns undurchlässig zu werden. Zur Berechnung dieser Akkretionsscheibenoberfläche existieren eine Reihe verschiedener Ansätze, auf die im Folgenden genauer eingegangen wird. Anschließend werden Methoden zur Bestimmung von  $\alpha$  selbst diskutiert, bevor auf die Beschreibung der optischen Eigenschaften des Staubes eingegangen wird. Der Rest des Kapitels

beschäftigt sich mit Erweiterungen des ursprünglichen Modells: der Streuung, der Reemission der beheizten Oberfläche in Richtung Zentralebene und der radialen Umverteilung von Strahlungsenergie.

## 3.2 Die photosphärische Höhe

Die photosphärische Höhe  $H$  ergibt sich implizit aus folgender Bedingung an die optische Tiefe:

$$\tau(r, \varphi, H) = 1. \quad (3.2)$$

Wie bereits im vorherigen Kapitel werden Zylinderkoordinaten  $(r, \varphi, z)$  verwendet. Die optische Tiefe ist als

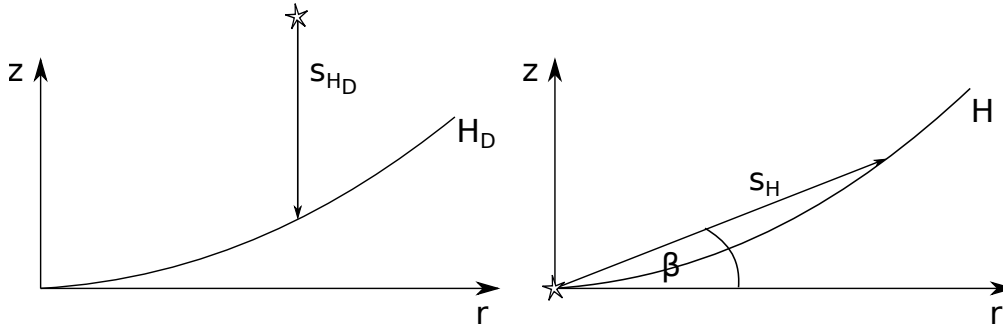
$$\tau(r, \varphi, z) = \int_s \kappa \rho_d(r, \varphi, z) ds(r, \varphi, z) \quad (3.3)$$

definiert. Die zu ihrer Berechnung benötigte Staubbichte  $\rho_d$  lässt sich für ein festes Verhältnis von Staub zu Gas äquivalent zur Gasdichte (2.18) als

$$\rho_d(r, \varphi, z) = \frac{\Sigma_d(r, \varphi)}{\sqrt{2\pi}h(r, \varphi)} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z}{h(r, \varphi)}\right)^2\right) \quad (3.4)$$

schreiben. Hier bezeichnet  $h$  wieder die Druckskalenhöhe. Auf die Bestimmung der Oberflächendichte des Staubes  $\Sigma_d$ , sowie der Opazität  $\kappa$  wird in Kapitel 3.4 genauer eingegangen. Der folgende Abschnitt konzentriert sich auf den Pfad  $s$  in Gleichung (3.3). Er beschreibt den Weg vom zunächst als punktförmig angenommenen Stern zur Oberfläche der Akkretionsscheibe. Da die Bestimmung von  $H$  mittels Integration entlang dieses Pfades durch die gesamte zwischen Stern und Oberfläche liegende Dichteverteilung sehr aufwändig werden kann, wurden  $\alpha$  und  $H$  in verschiedenen Arbeiten auf unterschiedlichen Wegen approximiert. Der folgende Abschnitt stellt einen Teil dieser Näherungen vor, um geeignete Modelle zur Bestimmung des effektiv beleuchteten Anteils der Scheibenoberfläche in **Fosite** zu finden.

Einige Arbeiten verzichten komplett auf eine Berechnung der photosphärischen Höhe, indem sie  $\alpha = 0.05$  setzen. Dieses von Brauer u. a. (2008) entwickelte Verfahren wird beispielsweise bei der Untersuchung der Dynamik und Entwicklung größerer Partikel in Akkretionsscheiben verwendet. Der gewählte Wert für  $\alpha$  entspricht dem minimalen, in einer bis heute viel beachteten



**Abbildung 3.2:** Vergleich des zur Berechnung von Integral (3.3) verwendeten Pfades nach Dullemond u. a. (2001) (links) und Watanabe & Lin (2008) (rechts).

Arbeit von Chiang & Goldreich (1997) abgeschätzten Wert für den effektiv beleuchteten Anteil der Oberfläche. Sie gehen von  $H/h \approx 4$  aus.

Andere Studien verwenden einen Ansatz von Dullemond u. a. (2001), bei dem ausschließlich entlang der  $z$ -Richtung integriert wird. Der Stern wird hier als weit entfernte, in vertikaler Richtung oberhalb der Akkretionsscheibe liegende Strahlungsquelle angenommen (siehe Abbildung 3.2).

Watanabe & Lin (2008) konnten jedoch zeigen, dass die bei den oben genannten Näherungen vernachlässigten Abschattungseffekte einen wesentlichen Einfluss auf die Entwicklung der Scheibe haben können. Sie folgern daraus, dass es notwendig ist, den realistischeren Pfad zwischen Stern und Oberfläche zu verwenden. Allerdings ist dieser Ansatz mit einem deutlichen Anstieg der pro Simulation benötigten Rechenzeit verknüpft.

Der neue Heizterm unterstützt 3 unterschiedliche Modelle zur Bestimmung der photosphärischen Höhe. Die ersten beiden folgen Chiang & Goldreich (1997) und Dullemond u. a. (2001) und erlauben eine schnelle Berechnung einer vergleichsweise groben Näherung für die Heizung durch den Stern. Diese Option ist für Problemstellungen verwendbar, welche selbst so viel Simulationszeit benötigen, dass eine zusätzliche, aufwändigere Bestimmung der Höhe nicht möglich ist. Die damit berechneten Höhen werden im Folgenden als  $H_{CG}$  und  $H_D$  bezeichnet.

Welche Methode die bessere Approximation liefert, wird in Kapitel 7 anhand eines Vergleiches mit den Ergebnissen des dritten Modells diskutiert. Es folgt dem Pfad vom Stern bis zur Scheibenoberfläche und ist somit äquivalent zum Ansatz von Watanabe & Lin (2008). Die daraus resultierende Höhe wird mit  $H$  bezeichnet.

Um die Methode von Chiang & Goldreich (1997) in `Fosite` verwenden zu

können, ist keine weitere Rechnung erforderlich. Die Höhe

$$H_{\text{CG}} = 4h \quad (3.5)$$

ergibt sich sofort aus der in der Simulation bekannten Druckskalenhöhe (siehe Gleichung (2.19)).

Das von Dullemond u. a. (2001) entwickelte Verfahren liefert hingegen keinen expliziten Ausdruck für die photosphärische Höhe. Deshalb wird  $H_{\text{D}}$  für den von Dullemond u. a. (2001) verwendeten Pfad im nächsten Abschnitt hergeleitet.

Anschließend erfolgt die Berechnung der Höhe für das Modell, welches das Integral (3.3) für den Pfad vom Stern zur Scheibenoberfläche löst. Dieses Modell ist zunächst auf rotationssymmetrische Scheiben beschränkt. Der verwendete Pfad ist äquivalent zu Watanabe & Lin (2008) (Gleichung 10), wird hier jedoch anders parametrisiert. Der wesentliche Unterschied im Vergleich beider Arbeiten besteht jedoch darin, dass der Heizterm hier Teil eines Modells für die hydrodynamische Entwicklung von Akkretionsscheiben ist. Watanabe & Lin (2008) berechnen lediglich die zeitliche Entwicklung der inneren Energie für eine Scheibe mit konstanter Oberflächendichte.

### 3.2.1 Herleitung von $H_{\text{D}}$

Zur Berechnung von  $H_{\text{D}}$  muss Gleichung (3.3) für den von Dullemond u. a. (2001) vorgeschlagenen Pfad gelöst werden:

$$1 = \tau(r, \varphi) = \int_{H_{\text{D}}}^{\infty} \kappa \frac{\Sigma_{\text{d}}(r, \varphi)}{\sqrt{2\pi}h(r, \varphi)} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{h(r, \varphi)}\right)^2\right) dz. \quad (3.6)$$

Im Folgenden werden die  $r$ - und  $\varphi$ -Abhängigkeit in allen Gleichungen unterdrückt, um die Lesbarkeit zu erhöhen. Für die Opazität  $\kappa$  wird angenommen, dass sie ausschließlich durch die Wellenlänge der vom Stern emittierten Strahlung bestimmt ist. Damit ist  $\kappa$  vom Ort in der Scheibe unabhängig.

Löst man das Integral (3.6) ergibt sich folgende Gleichung:

$$1 = \kappa \frac{\Sigma_{\text{d}}}{2} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{H_{\text{D}}}{\sqrt{2}h}\right)\right). \quad (3.7)$$

Dies ist äquivalent zu:

$$\operatorname{erf}\left(\frac{H_{\text{D}}}{\sqrt{2}h}\right) = 1 - \frac{2}{\Sigma_{\text{d}}\kappa}. \quad (3.8)$$



Aus diesem Zusammenhang ergibt sich sofort eine Bedingung für die Existenz einer  $\tau = 1$ -Fläche. Damit die Fehlerfunktion invertierbar ist, muss gelten:

$$x < 1 \quad \text{mit} \quad x = \left| 1 - \frac{2}{\Sigma\kappa} \right|. \quad (3.9)$$

Dies ist eine physikalisch sinnvolle Bedingung, da das Argument der Fehlerfunktion nur in Bereichen sehr kleine Oberflächendichten groß wird. Dort ist die Akkretionsscheibe optisch dünn und  $\tau = 1$  kann für den gewählten Pfad nie erreicht werden. Deshalb ist in diesem Fall keine sinnvolle Definition der photosphärischen Höhe möglich.

Theoretisch könnte die Fehlerfunktion auch für negative Werte von  $x$  invertiert werden. Dies würde zu negativen Höhen führen. Betrachtet man den Strahlungstransport durch die vertikale Dichteverteilung, bedeutet eine negative Höhe, dass die Strahlung die gesamte Dichtestruktur für  $z \geq 0$  durchquert und sich dann in negativer  $z$ -Richtung weiter ausbreiten kann, bevor  $\tau = 1$  erreicht wird. Die Scheibe ist also schon fast optisch dünn für die vom Stern kommende Strahlung. Im Rahmen des hier vorgestellten Heizmodells ist dieser Fall nicht sinnvoll. Es erfordert eine beleuchtete Oberfläche oberhalb der Mittelebene, welche Strahlung reemittiert. Für  $H_D$  gilt deshalb:

$$H_D = \begin{cases} \sqrt{2}h \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{2}{\Sigma_d\kappa} \right) & \text{für } 0 < 1 - \frac{2}{\Sigma_d\kappa} < 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.10)$$

Anhand der Simulationsergebnisse (siehe Kapitel 7) hat sich jedoch gezeigt, dass der Fall  $H_D = 0$  für den in der vorliegenden Arbeit betrachteten Modellraum keine Rolle spielt. Abgesehen von einem Scheibenmodell mit kompletter Staub-Sublimation ( $\Sigma_d = 0$ ), für das in `Fosite` keine Höhenberechnung stattfindet und das im Folgenden noch ausführlich diskutiert werden wird, kann mit diesem Verfahren für alle hier betrachteten Akkretionsscheiben die Höhe für die Heizung durch den Stern berechnet werden.

### 3.2.2 Herleitung von $H$

Die Berechnung von  $H$  beruht ebenfalls auf der Lösung von Gleichung (3.3). Allerdings beschreibt der Pfad hier eine gerade Linie vom Stern zur Oberfläche der Scheibe. Wie in Abbildung 3.2 ist  $\beta$  der Winkel zwischen der  $r$ -Achse

und dem Photonenpfad. Damit ergibt sich für  $s = r \cos \beta$  und  $z = r \tan \beta$  für eine als rotationssymmetrisch angenommene Akkretionsscheibe:

$$\tau(r_H, \beta) = \frac{\kappa}{\cos \beta} \int_{R_{\min}}^{r_H} \frac{\Sigma_d(r)}{\sqrt{2\pi}h(r)} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r \tan \beta}{h(r)}\right)^2} dr. \quad (3.11)$$

Die Radien  $r_H$  und  $R_{\min}$  sind die  $r$ -Koordinate zu der die Höhe berechnet werden soll und der innere Rand des simulierten Bereiches. Hier wird angenommen, dass die zwischen dem Stern und dem Simulationsgebiet liegende Dichteverteilung keinen wesentlichen Einfluss auf die optische Tiefe im Rechengebiet hat. Damit dies eine sinnvolle Annahme ist, wird bei der Auswahl der Scheibenparameter darauf geachtet werden, den Innenrand des Simulationsgebietes nah an den Innenrand der Akkretionsscheibe zu legen (siehe Kapitel 4 und 6.2.5).

Auch wenn die Höhe in diesem Fall nicht mehr explizit als Funktion von  $r_H$  geschrieben werden kann, liefert (3.11) eine Berechnungsvorschrift für  $H$ . Zu einem gegebenen  $r_H$  kann mit Hilfe einer Nullstellensuche ein  $\beta_H$  bestimmt werden, so dass

$$\tau(r_H, \beta_H) - 1 = 0 \quad (3.12)$$

gilt. Dann ergibt sich:

$$H = r_H \tan \beta_H. \quad (3.13)$$

### 3.3 Energieeintrag durch eine relativ zum Stern geneigte Oberfläche

Mit den beschriebenen Berechnungsverfahren für die photosphärische Höhe ist es möglich, den Faktor  $\alpha$  aus Gleichung (3.1) zu bestimmen. Anschaulich beschreibt er den effektiv beleuchteten Anteil der relativ zur Verbindungslinie zum Stern geneigten Oberfläche der Akkretionsscheibe. Dazu existieren verschiedene Ansätze. Der klassische Weg ist die Approximation von  $\alpha$  durch den sogenannten *flaring angle* nach Kenyon & Hartmann (1987) (siehe auch Ruden & Pollack (1991) für eine ausführlichere Herleitung):

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{3\pi} \frac{R_*}{s} + \frac{H}{s} \left( \frac{d \ln H}{d \ln r} - 1 \right) \right]. \quad (3.14)$$

Dabei ergibt sich Gleichung (3.1) und damit auch dieser Ausdruck für  $\alpha$ , durch die Berechnung des Strahlungsflusses durch die relativ zur Verbindungslinie zum Stern geneigte Oberfläche der Akkretionsscheibe. Der Strahlungsfluss beschreibt die pro Sekunde und Einheitsfläche eingestrahelte Energie. Die Bezeichnung *flaring angle* hat sich etabliert, da der zweite Summand als Winkel zwischen der durch die photosphärische Höhe definierte Oberfläche der Scheibe und der Verbindungslinie zwischen Stern und Oberfläche interpretiert werden kann. Der erste Summand berücksichtigt die endliche Ausdehnung des Sterns. Im Falle  $H = 0$  und damit  $s = r$  entspricht er dem Ergebnis für den Energieeintrag einer sogenannten *razor thin disk*. Gleichung (3.14) ist eine Weiterentwicklung dieses Modells einer unendlich dünnen Akkretionsscheibe. In ihr wird die Höhenstruktur der Scheibe berücksichtigt. Allerdings wird hier angenommen, dass  $H \ll r$  und  $R_* \ll r$  gilt. Wie viel Energie durch die Scheibe absorbiert werden kann, ist in diesem Modell im Wesentlichen durch die lokale Neigung der Oberfläche relativ zur Verbindungslinie zum Stern und nicht durch die Höhe der Scheibe über der Mittelebene vorgegeben. Dabei folgt die vorliegende Arbeit Ruden & Pollack (1991) und verwendet in Gleichung (3.1) und somit auch (3.14) die Näherung  $r \approx s$ . Dies hat den Vorteil, dass sowohl hier als auch für das folgende komplexere Modell für  $\alpha$ , der als geometrische Verdünnung interpretierbare  $(R_*/s)^2$  Term aus Gleichung (3.1) den echten Abstand vom Stern berücksichtigt.

Watanabe & Lin (2008) haben jedoch gezeigt, dass die Beschreibung über den *flaring angle* nur sinnvoll ist, wenn  $d \ln \zeta / d \ln r$  mit  $\zeta = h/r$  nicht stark mit dem Radius variiert. Dabei bezeichnet  $h$  weiterhin die Druckskalenhöhe aus Gleichung (2.19). Sie konnten außerdem beweisen, dass die Heizung durch den Stern genau diese Variation hervorrufen kann. Statt der Beschreibung über den Winkel schlagen sie deshalb einen erweiterten Ansatz, den sogenannten *area filling factor*, vor. Er beschreibt die Emission einer Schicht direkt durch den Stern beheizter Staubkörner und lässt sich im Grenzfall kleiner Gradienten in  $h/r$  auf einen Ausdruck zurückführen, welcher dem bekannten *flaring angle* sehr ähnlich ist (Watanabe & Lin, 2008):

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( 1 - \exp \left[ - \int_{H(r)}^{\infty} \kappa \rho_d(r, z) dz \right] \right). \quad (3.15)$$

Wie in Gleichung (3.11) bezeichnet  $\rho_d$  die Staubdichte und  $\kappa$  die Opazität, die wieder als ortsunabhängig angenommen wird. Im Vergleich mit Watanabe &

Lin (2008) (Gleichung 16) fällt der zusätzliche Faktor  $\frac{1}{2}$  auf. Er berücksichtigt die Tatsache, dass der Staub an der Oberfläche der Akkretionsscheibe nicht durch die Strahlung des gesamten Sterns, sondern lediglich von etwa der Hälfte der der Scheibe zugewandten Hemisphäre geheizt wird (Chiang u. a., 2001). Der restliche Bereich wird durch die Scheibe selbst verdeckt. Auch Gleichung (3.14) berücksichtigt diesen Effekt.

Um Gleichung (3.15) implementieren zu können, wurde das Integral gelöst (siehe Watanabe & Lin (2008), Anhang C) und die Staumdichte mit dem bereits in Gleichung (3.4) verwendeten Zusammenhang ersetzt:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( 1 - \exp \left[ -\frac{\kappa}{2} \Sigma_d \left( 1 - \operatorname{erf} \left[ \frac{H}{\sqrt{2}h} \right] \right) \right] \right). \quad (3.16)$$

Auch dieser Ausdruck gilt nur für große Entfernungen zum als punktförmig angenommenen Stern und wird deshalb um den schon bekannten Faktor für einen endlich ausgedehnten Stern ergänzt:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3\pi} \frac{R_*}{s} + 1 - \exp \left[ -\frac{\kappa}{2} \Sigma_d \left( 1 - \operatorname{erf} \left[ \frac{H}{\sqrt{2}h} \right] \right) \right] \right). \quad (3.17)$$

Mit diesem Ausdruck lässt sich der Energieeintrag durch Strahlung an der Oberfläche der Scheibe berechnen. Um zu berücksichtigen, dass die Scheibe 2 beheizte Flächen an der Ober- und Unterseite besitzt, muss er mit 2 multipliziert werden:

$$\alpha = \frac{4}{3\pi} \frac{R_*}{s} + 1 - \exp \left[ -\frac{\kappa}{2} \Sigma_d \left( 1 - \operatorname{erf} \left[ \frac{H}{\sqrt{2}h} \right] \right) \right]. \quad (3.18)$$

Sowohl die Näherungen des *flaring angle* als auch der *area filling factor* werden am Innenrand der Akkretionsscheibe problematisch. Dies gilt insbesondere im Fall von scharf definierten Innenkanten mit extremen Höhengradienten. Die bei der Bestimmung des *flaring angle* gemachte Annahme, dass  $\alpha$  weit entfernt vom zentralen Stern berechnet wird und die vertikale Ausdehnung der Akkretionsscheibe keine wesentliche Rolle spielt, ist hier verletzt. Für die Berechnung des *area filling factor* ist der Innenrand der Scheibe ebenfalls problematisch (Watanabe & Lin, 2008), da hier der radiale Strahlungstransport durch den Rand vernachlässigt wird. In den nachfolgenden Simulationen kann diese Einschränkung des Modells durch eine geschickte Wahl des Innenrandes des Simulationsgebietes weitestgehend umgangen werden. Dieser sollte zwar, wie bei der Höhenberechnung in Kapitel 3.2.2 verlangt, möglichst nah

am durch die Sublimation des Staubes festgesetzten Innenrand der Akkretionsscheibe liegen, diesen jedoch nicht einschließen. Sollte der Fall kompletter Staubs sublimation auftreten ist außerdem sichergestellt, dass  $\alpha \leq 1$  gilt. Die Auswirkungen der Sublimation von Staub am Innenrand der Scheibe werden in Kapitel 6.2.5 anhand der Simulationsergebnisse im Detail diskutiert werden.

Im Folgenden wird der *area filling factor* in Kombination mit der dritten, vom Stern ausgehenden Höhenberechnungsmethode als Standardmodell festgelegt. Diese Kombination bietet die vollständigere, wenn auch zeitaufwändigere Beschreibung des Heizterms. Zusätzlich wird auch die Berechnung von  $\alpha$  nach Gleichung (3.14) unterstützt, da sie sie für einige Anwendungen als vorteilhaft erwiesen hat, auf die beim Vergleich der vereinfachten Höhenberechnungsmethoden in Kapitel 7 noch genauer eingegangen wird.

### 3.4 Staubeigenschaften und Streuung

Im Folgenden wird ein typisches Staub-zu-Gas-Verhältnis in der Akkretionsscheibe von 1 : 100 angenommen. Dies entspricht sowohl der Zusammensetzung des Interstellaren Mediums (Spitzer, 1978) als auch den in Molekülwolken gemessenen Daten (Hildebrand, 1983). Auch wenn der Staub nur einen geringen Beitrag zur Gesamtmasse der Akkretionsscheibe liefert, ist er für die Berechnung der Sternheizung entscheidend, da er die optischen Eigenschaften des Materials dominiert (Chiang & Goldreich, 1997). Deshalb definiert die gewählte Staubart in Gleichung (3.3) und allen davon abgeleiteten Gleichungen die Opazität  $\kappa$ . Typischerweise wird in neueren Arbeiten zur Berechnung von  $\kappa$  in ähnlichen Heizmodellen auf das Planck-Mittel (siehe z.B. Dullemond u. a. (2001), Watanabe & Lin (2008), Baillié & Charnoz (2014), Baillié u. a. (2015)) der Opazität zurückgegriffen, wobei sich die dabei gewählten Staubzusammensetzungen teilweise stark unterscheiden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein anderer Ansatz gewählt, welche die Beschreibung der optischen Eigenschaften des Staubes durch die Mie-Theorie aus dem Monte-Carlo-Strahlungstransportcode MC3D übernimmt. Die dort verwendeten Staubeigenschaften wurden bereits sehr erfolgreich zur Beschreibung aktueller Beobachtungsdaten (siehe z.B. Madlener u. a. 2012, Gräfe u. a. 2013) verwendet. Deshalb kann angenommen werden, dass sie ein sinnvolles Modell für den Staub in protoplanetaren Scheiben liefern.

Die Staubkörner werden als kugelförmig angenommen. Ihre Größenverteilung folgt einem Potenzgesetz (Dohnanyi, 1969, Savage & Mathis, 1979)

$$dn(a) \propto a^{-3.5} da, \quad (3.19)$$

wobei  $n$  die Anzahl der Staubkörner mit Radien im Intervall  $[a, a + da]$  beschreibt. Der minimale Staubkornradius wird auf  $a_{\min} = 0.005 \mu\text{m}$  und der maximale Radius entweder auf  $a_{\max,1} = 0.25 \mu\text{m}$  oder  $a_{\max,2} = 2.5 \mu\text{m}$  gesetzt, wobei  $a_{\max,1}$  der Standardwert ist und  $a_{\max,2}$  lediglich dazu dient, den Einfluss der Staubkorngrößenverteilung auf das Ergebnis untersuchen zu können. Noch größere Staubkörner spielen hier keine Rolle, da der direkte Energieeintrag durch den Stern an der Oberfläche der Scheibe, weit entfernt von der Mittelebene stattfindet. Dort dominieren kleine Staubkörner die Verteilung, da sich größere Körner nahe der Mittelebene ansammeln (Goldreich & Ward (1973), siehe auch Armitage (2010) für eine aktuellere Zusammenfassung). Um den Einfluss der gewählten Staubart auf den Heizterm untersuchen zu können, werden zwei unterschiedliche Staubarten verwendet. Die erste besteht aus reinem Astronomischem Silikat (Weingartner & Draine, 2001), während die zweite eine Mischung aus 62.5% Astronomischem Silikat und 37.5% Graphit ist. In beiden Fällen wird für die Dichte des Materials  $\rho_{\text{dust}} = 2.7 \text{ g cm}^{-3}$  gewählt. Die Auswahl dieser Staubarten, sowie die Berechnung der daraus resultierenden optischen Eigenschaften mit MieX (Wolf & Voshchinnikov, 2004) wurde im Rahmen der bereits erwähnten Kooperation mit Jan Philipp Ruge durchgeführt. Daraus ergeben sich Tabellen für den Extinktionsquerschnitt  $C_{\text{ext}}$ , den Absorptionsquerschnitt  $C_{\text{abs}}$  und die Albedo  $A$ .

Mit diesen Werten lässt sich die Opazität der Staubkörner berechnen (Ruge u. a. (2013), siehe auch Ruge (2015) für eine ausführlichere Beschreibung)

$$\kappa = \frac{3C_{\text{ext}}(\lambda)}{4\rho_{\text{dust}}\pi a_{\text{eff}}^3}, \quad (3.20)$$

wobei  $a_{\text{eff}}$  den sich aus der gewählten Staubkorn-Größenverteilung ergebenden effektiven Staubkornradius beschreibt. Die Extinktionseffizienz ist eine von der Wellenlänge  $\lambda$  abhängige Größe. Zur Berechnung von  $\kappa$  wird sie für die Wellenlänge ausgewertet, bei der die Heizung durch den Stern am effektivsten ist. Sie ergibt sich aus dem Maximum der Planck-Funktion des Sterns multipliziert mit dem wellenlängenabhängigen Absorptionsquerschnitt der Staubkörner (Wolf, 2014). Ob die Vernachlässigung aller anderen Wellenlängen gerechtfertigt ist, wird im Abschnitt 6.2.2 überprüft.

### 3.4.1 Streuung

Das bisherige Heizmodell vernachlässigt die Tatsache, dass ein Teil der auf die Staubkörner treffenden Strahlung gestreut wird und damit nicht zur Heizung der Akkretionsscheibe beiträgt. In einem Teil der früheren Arbeiten mit ähnlichen Heizmodellen wird dieser Effekt zwar erwähnt, dann jedoch vernachlässigt (siehe z.B. Dullemond u. a. (2001)). Das hier gewählte, verbesserte Staubmodell erlaubt es jedoch, die Streuung im Rahmen einer einfachen Näherung zu berücksichtigen (Ruge, 2013).

$$\epsilon_{\text{abs}} = \frac{\int (1 - A(\lambda)) B_{\lambda}(T_*) d\lambda}{\int B_{\lambda}(T_*) d\lambda} \quad (3.21)$$

mit der Staub-Albedo  $A$  und der Planck-Funktion  $B_{\lambda}(T_*)$ . Damit ist  $\epsilon_{\text{abs}}$  als mit der Planck-Funktion des Sterns gewichtetes Wellenlängenmittel des absorbierten Anteils der Strahlung  $(1 - A(\lambda))$  definiert. Die Gewichtung mit der Planck-Funktion des Sterns ist sinnvoll, da dieser seine Energie nicht gleichmäßig über alle Wellenlängen verteilt abstrahlt. Vielmehr wird hier erneut angenommen, dass der Stern sich wie ein Schwarzkörper der Effektivtemperatur  $T_*$  verhält.

In dieser Näherung wird die mit Hilfe der photosphärischen Höhe definierte Oberfläche der Scheibe im Wesentlichen als eine einfach streuende Fläche betrachtet. Dabei werden verschiedene Prozesse vernachlässigt, da ihre Berücksichtigung eine vollständige Beschreibung des vertikalen Strahlungstransportes erfordern würde, die mit dem hier vorgestellten Heizmodell gerade vermieden werden soll. Beispielsweise spielen Mehrfachstreuung sowie die Tatsache, dass ein Teil der oberhalb der Scheibenoberfläche liegenden, durch den *area filling factor* beschriebenen Staubsäule nicht mit derselben Frequenzabhängigkeit wie der Stern Strahlung reemittiert, keine Rolle.

`Fosite` berechnet den für die Absorption zur Verfügung stehenden Anteil der Strahlung nicht selbst, sondern übernimmt sie aus von Jan-Philipp Ruge im Rahmen der bereits erwähnten Kooperation berechneten Tabellen. Diese enthalten  $\epsilon_{\text{abs}}$  als Funktion von Sterntemperatur und Staubzusammensetzung (siehe Anhang A). Der verbesserte Energieeintrag durch Heizung ergibt sich damit zu:

$$Q_{\text{star}}(s) = \epsilon_{\text{abs}} \alpha \sigma_{\text{B}} T_*^4 \left( \frac{R_*}{s} \right)^2. \quad (3.22)$$

### 3.4.2 Sublimation

Wie bereits erwähnt wird ein typisches Staub-zu-Gas Verhältnis von 1 : 100 angenommen. Dies erlaubt es für weite Bereiche der Scheibe die Staub- und Gasdichte mit einem konstanten Faktor ineinander umzurechnen. In den Innenbereichen muss ein weiterer Effekt berücksichtigt werden, da dort die Temperaturen so hoch sein können, dass der Staub sublimiert. Sublimation in einer protoplanetaren Scheibe wurde erstmals von Natta u. a. (2001) für die besonders leuchtstarken Herbig-Ae-Sterne untersucht und wird inzwischen mit sehr detaillierten Modellen auch für T-Tauri Sterne simuliert (siehe z.B. Dullemond & Monnier (2010) oder McClure u. a. (2013) für eine Übersicht).

Eine genaue Modellierung des Sublimationsprozesses würde den Rahmen dieser Arbeit jedoch sprengen. Zudem wird das Rechenggebiet, aus den in Kapitel 3.3 diskutierten Gründen nach Möglichkeit so aufgesetzt, dass es den Bereich kompletter Staubs sublimation nicht umfasst. Für den Sublimationsterm soll lediglich dafür gesorgt werden, dass die Staubdichte im für Staub typischen Sublimationsbereich langsam reduziert und schließlich auf Null gesetzt wird. Deshalb wird das einfachste mögliche Modell eines linearen Abfalls des Staub-zu-Gas-Verhältnisses im Sublimationsbereich angenommen:

$$\Sigma_d = \frac{\Sigma}{100} \begin{cases} 1 & \text{für } T \leq T_{\min} \\ \frac{T_{\max}-T}{T_{\max}-T_{\min}} & \text{für } T_{\min} \leq T \leq T_{\max} \\ 0 & \text{für } T > T_{\max}. \end{cases} \quad (3.23)$$

$T_{\min}$  bezeichnet die Temperatur, bei der Staub anfängt zu sublimieren und  $T_{\max}$  die Temperatur, bei der kein Staub mehr existiert. Es werden typische Werte von  $T_{\min} = 1000$  K und  $T_{\max} = 1500$  K (Dullemond & Monnier, 2010) gewählt. Der Ort, an dem der gesamte Staub sublimiert, legt den Innenrand der Scheibe fest, innerhalb von dem in diesem Modell keine direkte Heizung durch den Stern mehr stattfindet.

### 3.4.3 Vergleich der optischen Eigenschaften in Heiz- und Kühlfunktion

Sowohl für die Heizung, als auch die für die Kühlung durch Strahlung aus Kapitel 2.3.3, werden die optischen Eigenschaften des Materials benötigt. Al-



lerdings unterscheiden sich die im vorherigen Abschnitt diskutierten Staubeigenschaften für die Heizung von den in Kapitel 2.3.3 gemachten Annahmen für die Kühlfunktion. Dies lässt sich dadurch begründen, dass die für die Heizung relevanten Staubkorneigenschaften die Oberfläche der Scheibe nah der photosphärischen Höhe beschreiben sollen. Die Kühlung bezieht sich auf die Abstrahlung der Mittelebene. Es ist sinnvoll anzunehmen, dass sich die Eigenschaften der Staubkörner in diesen Bereichen unterscheiden, da sich große Körner, wie bereits erwähnt, nah der Mittelebene sammeln. Anstelle einer gemeinsamen Annahme für beide Bereiche, wurden hier deshalb 2 unterschiedliche Staubmodelle verwendet, welche sich für ihren jeweiligen Bereich bereits bewährt hatten.

### 3.5 Reemission

Wie bereits zu Beginn des Kapitels erklärt wurde, nimmt das hier verwendete Modell eine aus zwei Schichten bestehende Vertikalstruktur der Scheibe an. Es besteht aus einer direkt durch den Stern beheizten Oberfläche, welche durch Reemission den darunter liegenden, zweiten Bereich aufheizt (siehe Abbildung 3.1). Diese zweite Schicht, welche die Mittelebene der Scheibe einschließt, wird als isotherm angenommen. Für die Hydrodynamiksimulation ist ausschließlich die Temperatur der Mittelebene relevant, da sie die Schallgeschwindigkeit in den Grundgleichungen (2.11) - (2.13) festlegt.

Durch diese indirekte Heizung des Zentralbereiches werden zwei Erweiterungen notwendig (Chiang u. a. (2001), Tanaka u. a. (2005), Watanabe & Lin (2008)). Der Heizterm wird halbiert, da nur etwa die Hälfte der isotrop an der Oberfläche reemittierten Strahlung in Richtung Scheibe emittiert wird. Der Rest bewegt sich von der Akkretionsscheibe weg und kann deshalb nicht mehr zur Heizung beitragen. Zudem muss der Anteil der von der Oberfläche reemittierten Strahlung, welcher sich in Richtung Zentralebene bewegt, dort nicht zwangsläufig absorbiert werden. Dies gilt besonders für den Außenbereich der Akkretionsscheibe. Auch dort ist die Scheibe noch optisch dick für die vom Stern kommende Strahlung und die Oberfläche wird somit geheizt. Allerdings kann sie aufgrund der geringen Dichten bei großen Radien optisch dünn für die von der geheizten Oberfläche reemittierte Strahlung sein. Damit können die für die Hydrodynamik entscheidenden Zentralbereiche nicht mehr effizient über die Reemission der Oberfläche geheizt werden. Dieser Effekt ist

auch aus Strahlungstransportsimulationen protoplanetarer Scheiben (Ober, 2015) bekannt.

Um ihm Rechnung zu tragen, wurde das Modell wie folgt erweitert. Nach dem von Watanabe & Lin (2008) verwendeten, auf Tanaka u. a. (2005) aufbauenden Modell, kann die Abschwächung der Strahlung durch den Faktor

$$\tilde{\epsilon}_{\text{re}} = 1 - \exp(-2\tau(T_{\text{re}})) \quad \text{mit} \quad \tau(T_{\text{re}}) = \int_0^H \kappa(T_{\text{re}})\rho_{\text{d}}dz \quad (3.24)$$

berechnet werden. Dabei bezeichnet  $T_{\text{re}}$  die Temperatur, bei der die Oberflächenschicht reemittiert. Anstelle des bei Watanabe & Lin (2008) verwendeten Planck-Mittels für die Opazität wird hier, analog zur durch den Stern geheizten Oberflächenschicht, die Opazität direkt aus den Staubeigenschaften aus Kapitel 3.4 bestimmt. Der Faktor 2 in der Exponentialfunktion modelliert nach Tanaka u. a. (2005) den Transport von Strahlung, welche sich nicht direkt in vertikaler Richtung, sondern leicht schräg dazu bewegt.

Um die Opazität für die Reemission des Staubes bestimmen zu können, muss seine Temperatur bekannt sein. Auch in diesem Fall ist mit dem hier gewählte Staubmodell eine Verbesserung des auf der mittleren Emissivität der Staubkörner beruhenden Modells von Watanabe & Lin (2008) möglich, da die Staubdaten es erlauben, die Gleichgewichtstemperatur der direkt durch den Stern geheizten Staubkörner implizit über folgenden Zusammenhang zu bestimmen (Wolf & Hillenbrand, 2003):

$$d(T_{\text{re}}) = \frac{R_*}{2} \left[ \frac{\int_0^\infty Q_{\text{abs}}(\lambda)B_\lambda(T_*)d\lambda}{\int_0^\infty Q_{\text{abs}}(\lambda)B_\lambda(T_{\text{re}})d\lambda} \right]. \quad (3.25)$$

Dabei bezeichnet  $d$  den Abstand vom Stern,  $\lambda$  die Wellenlänge,  $Q_{\text{abs}}$  den Absorptionsquerschnitt der Staubkörner und  $B_\lambda(T)$  die Planck-Funktion.  $Q_{\text{abs}}$  ergibt sich aus  $C_{\text{abs}}$  aus Kapitel 3.4 durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor. Beim Einsetzen in Gleichung (3.25) lässt sich diese Konstante herauskürzen, weshalb die Verwendung der bereits bekannten Extinktionseffizienz  $C_{\text{abs}}$  an Stelle von  $Q_{\text{abs}}$  zu einer äquivalenten Gleichung führt.

Mit Gleichung (3.25) lässt sich  $T_{\text{re}}$  zu jedem Abstand  $s$  vom Stern durch eine Nullstellensuche der Funktion  $f(T_{\text{re}}) := d(T_{\text{re}}) - s$  bestimmen. Dabei müsste theoretisch der Abstand  $s = \sqrt{r^2 + H^2}$  verwendet werden. Da sich  $H$  in jedem Zeitschritt ändert, müsste damit auch  $T_{\text{re}}$  in jedem Schritt neu berechnet werden, was durch die Nullstellensuche sehr zeitaufwendig ist. Deshalb wird die Näherung  $(H/r)^2 \ll 1 \Rightarrow s \approx r$  verwendet. Sie erlaubt es,  $T_{\text{re}}$  zu

Beginn der Simulation zu tabellieren, da sich die Abstände der Zellen zum Zentralobjekt während der Laufzeit nicht mehr ändern. Diese Annahme wird in Kapitel 6.2.6.1 anhand von zwei Simulationen mit  $s = \sqrt{r^2 + H^2}$  und  $s = r$  überprüft.

Sobald  $T_{\text{re}}$  bekannt ist, kann die Opazität für Reemission analog zur Opazität für die direkte Heizung durch den Stern mit Gleichung (3.20) berechnet werden. Damit ist auch  $\tilde{\epsilon}_{\text{re}}$  aus Gleichung (3.24) bekannt, da sich  $\tau(T_{\text{re}})$  nun bestimmen lässt:

$$\tau(T_{\text{re}}) = \int_0^H \kappa(T_{\text{re}}) \rho_{\text{d}} dz = \frac{1}{2} \kappa(T_{\text{re}}) \Sigma_{\text{d}} \operatorname{erf} \left( \frac{H}{\sqrt{2}h} \right). \quad (3.26)$$

Daraus folgt direkt:

$$\tilde{\epsilon}_{\text{re}} = 1 - \exp \left[ -\kappa(T_{\text{re}}) \Sigma_{\text{d}} \operatorname{erf} \left( \frac{H}{\sqrt{2}h} \right) \right]. \quad (3.27)$$

Für typische Werte von  $H \approx 4h$  gilt für die Optische Tiefe :

$$\tau(T_{\text{re}}) \approx \frac{1}{2} \kappa(T_{\text{re}}) \Sigma_{\text{d}}. \quad (3.28)$$

Die Gültigkeit dieser Näherung wird in Kapitel 6.2.6.2 überprüft. Unter Berücksichtigung der zu Beginn dieses Absatzes erklärten Halbierung der Heizung ergibt sich die gesamte Abschwächung durch Reemission:

$$\epsilon_{\text{re}} = \frac{1}{2} \tilde{\epsilon}_{\text{re}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \exp(-\kappa(T_{\text{re}}) \Sigma_{\text{d}}). \quad (3.29)$$

Der neue Heizterm hat die Form:

$$Q_{\text{star}}(s) = \epsilon_{\text{re}} \epsilon_{\text{abs}} \alpha \sigma_{\text{B}} T_{\text{*}}^4 \left( \frac{R_{\text{*}}}{s} \right)^2. \quad (3.30)$$

## 3.6 Radiale Umverteilung von Strahlung

Für alle bisherigen Überlegungen wurde der radiale Transport von Strahlung komplett vernachlässigt. Die gesamte reemittierte Strahlung der Oberflächenschicht bewegt sich entweder vertikal in Richtung Mittelebene, oder in die entgegengesetzte Richtung davon weg. Jedoch können sowohl die Reemission,

als auch die Streuung an Staubkörnern zwischen Oberfläche und Mittelebene dafür sorgen, dass eine radiale Umverteilung des Energieeintrages durch Heizung erforderlich wird.

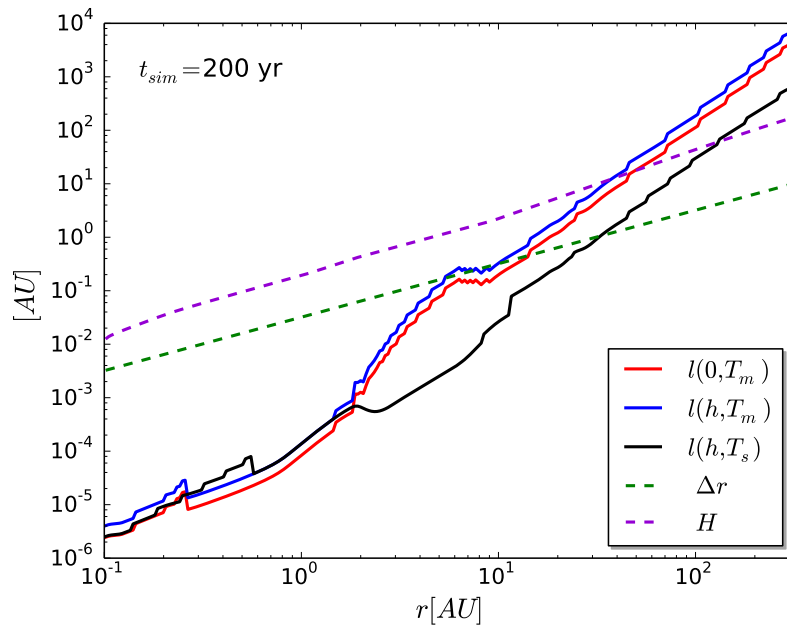
Dieser Effekt ist im Rahmen einer Beschreibung der Akkretionsscheibe mit vertikal integrierter Gleichungen schwer zu berücksichtigen. Theoretisch wäre dafür eine vollständige Simulation des Strahlungstransportes innerhalb der vertikal aufgelösten Dichteverteilung der Scheibe notwendig. Da diese im Rahmen des hier vorgestellten Modells nicht praktikabel ist, soll hier stattdessen der Einfluss der radialen Umverteilung der eingestrahlt Energie abgeschätzt und im Rahmen eines möglichst einfachen Modells berücksichtigt werden.

Watanabe & Lin (2008) lösen dieses Problem, indem sie die Heizterme aller Zellen mitteln, in denen der Abstand zur betrachteten Zelle höchstens  $H$  beträgt. Allerdings wird nicht begründet warum  $H$ , welches im Wesentlichen von den obersten Schichten der Dichtestruktur zwischen dem betrachteten Punkt in der Scheibe und dem Stern abhängt, ein sinnvolles Maß für den Strahlungstransport in den Zentralbereichen der Scheibe sein soll.

Um ein besseres Verständnis für die im radialen Strahlungstransport relevanten Längenskalen zu bekommen, wird deshalb die mittlere freie Weglänge für Photonen

$$l(r, z, T_{\text{re}}) = \frac{1}{\kappa_{\text{re}}(T_{\text{re}})\rho(r, z)} \quad (3.31)$$

betrachtet. Hier beschreibt  $T_{\text{re}}$  die Temperatur des reemittierenden Materials. In Abbildung 3.3 ist der Vergleich der mittleren freien Weglänge mit der photosphärischen Höhe  $H$  und der typischen radialen Ausdehnung der Gitterzellen  $\Delta r$  für das in Kapitel 4 genauer beschriebene Standardmodell der Akkretionsscheibe zu sehen. Für die mittlere freie Weglänge werden mehrere Kurven gezeigt, um den Einfluss des gewählten Wertes für  $z$  und  $T_{\text{re}}$  an einem gegebenen Ort  $r$  abschätzen zu können. Die Temperaturen decken mit der Mittelebenentemperatur  $T_m$  und der Temperatur der Oberflächenschicht  $T_s$  die im Rahmen des 2-Schichten-Modells sinnvollen Staubtemperaturen ab. Die Dichte wird bei  $z = 0$  und  $z = h$  berechnet. Auf Grund des exponentiellen Abfalls der Dichte in vertikaler Richtung (siehe Gleichung (3.4)) ist eine Wechselwirkung zwischen Staub und Strahlungsfeld in diesem Bereich nah an der Zentralebene besonders wahrscheinlich. Da es ohne diese Wechselwirkung in Form von Reemission oder Streuung keine radiale Umverteilung der durch Strahlung eingetragenen Energie gibt, wurden diese  $z$ -Werte gewählt. Der Vergleich der beiden mittleren freien Weglängen  $l(0, T_m)$  und  $l(h, T_m)$



**Abbildung 3.3:** Vergleich der mittleren freien Weglängen zu verschiedenen  $z$  Koordinaten und Temperaturen mit der radialen Ausdehnung der Zellen  $\Delta r$  und der photosphärischen Höhe  $H$ .

zeigt, dass die Auswahl des  $z$ -Wertes im Wesentlichen zu einer parallel Verschiebung der Kurven führt. Die Staubtemperatur hat einen größeren Einfluss. Mit demselben Argument, wie bei der Auswahl der  $z$  Werte lässt sich  $T_m$  als die Temperatur definieren, welche die radiale Umverteilung dominiert. Alle betrachteten mittleren freien Weglängen besitzen einen deutlich ausgeprägteren radialen Gradienten als die photosphärische Höhe  $H$ . In den Außenbereichen der Scheibe ergeben sich extrem große Werte für  $l$ , welche die gesamte radiale Ausdehnung der Akkretionsscheibe übersteigen. Hier zeigt sich ein bereits aus der Besprechung der Reemission der Oberfläche bekannter Effekt. Bei großen Radien wird das Material der Scheibe optisch dünn für die von ihm selbst emittierte Strahlung. Damit sind die großen mittleren freien Weglängen in diesem Bereich zwar nachvollziehbar, aber für ein Umverteilungsmodell durch lokale Mittelung nicht brauchbar. In der Auswertung von Strukturen bei großen Radien muss deshalb später berücksichtigt werden, dass die radiale Umverteilung von Strahlung möglicherweise unterschätzt wird.

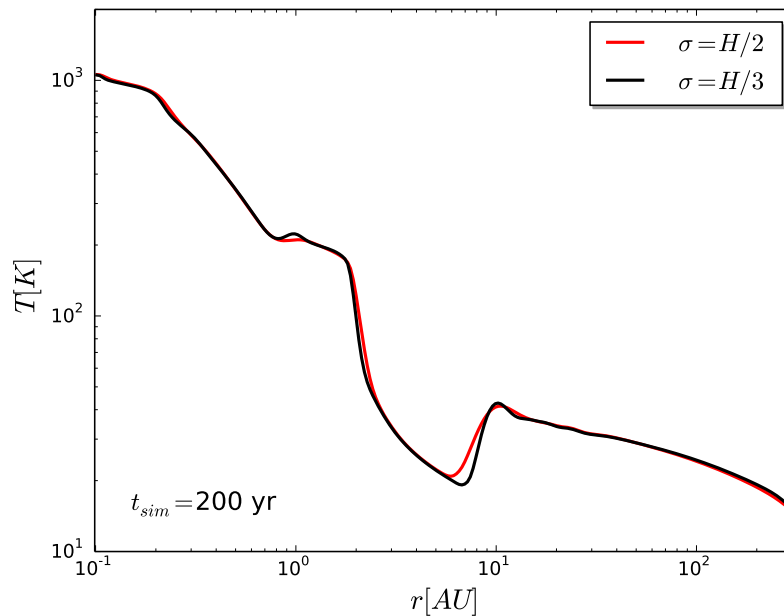
Für kleine Abstände vom Zentralobjekt ist die von Watanabe & Lin (2008) für die Mittelung verwendete photosphärische Höhe ein oberes Limit für die Umverteilungslänge. Dort wird die mittlere freie Weglänge durch  $H$  so stark überschätzt, dass auch Effekte wie beispielsweise mehrfache Streuung, die Tatsache dass die reemittierte Strahlung nicht in vertikaler Richtung reemittiert werden muss und Streuung bei  $z \approx H$  mit den entsprechend großen mittleren freien Weglängen, berücksichtigt sein sollten. Alle in diesem Bereich durch die Heizung entstehenden Strukturen werden deshalb bei einer Mittelung über  $H$  eher zu stark als zu wenig geglättet. Wenn dort durch die Heizung Strukturen entstehen, würden diese auch bei einem komplexeren Modell für die radiale Umverteilung bestehen bleiben und vermutlich stärker ausgeprägt sein.

Im Bereich zwischen den extrem kleinen und großen mittleren freien Weglängen ist eine vorsichtigere Interpretation erforderlich. Auch hier sollten die wesentlichen Umverteilungsprozesse berücksichtigt sein, da alle berechneten mittleren freien Weglängen unterhalb der photosphärischen Höhe liegen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die von Watanabe & Lin (2008) gewählte photosphärische Höhe in den besonders stark durch die Heizung durch Strahlung beeinflussten, optisch dicken Innenbereichen der Scheibe ein großzügig abgeschätztes oberes Limit für die Umverteilungslänge liefert. Deshalb wird sie hier für die Umverteilung durch Strahlung übernommen.

Allerdings geben Watanabe & Lin (2008) keine genaue Vorschrift für die

Mittelung an. Hier wurde eine Gewichtung mit einer Gauß-Funktion gewählt. Dies entspricht der Annahme, dass die radiale Umverteilung durch Strahlung sich als Diffusionsprozess verstehen lässt (Fleck & Canfield (1984), siehe auch Castor (2004) Kapitel 4.4 für einen alternativen Ansatz), dessen Lösung im 1-dimensionalen Fall diese funktionale Form besitzt. Dabei werden Dichte und Temperaturänderung der Scheibe im Umverteilungsbereich vernachlässigt. Auch die Abschwächung der Strahlungsenergie durch Absorption bleibt unberücksichtigt, was dazu beiträgt, dass die radiale Umverteilung weiterhin eher über- als unterschätzt wird. Dieser Diffusionsansatz ist insbesondere im optisch dicken Zentralbereiche der Akkretionsscheibe eine sinnvolle Annahme, was an den sehr geringen mittleren freien Weglängen aus Abbildung 3.3 deutlich wird. Im Zentralbereich ist die Umverteilung auch besonders wichtig, da die Temperaturverteilung bei kleinen Abständen zum Zentralobjekt deutlich ausgeprägte Strukturen zeigt (siehe z.B. Abbildung 3.4). Im Außenbereich wird die Diffusionsannahme problematisch. Dort wird lediglich der allgemeine Trend sehr großer Umverteilungslängen richtig wiedergegeben. Allerdings spielt die genaue Methode der Mittelwertbildung in den



**Abbildung 3.4:** Auswirkungen der Umverteilungslänge auf die Mittelebenentemperatur des Standardmodells aus Kapitel 4.

Außenbereichen der Akkretionsscheibe keine entscheidende Rolle. Die Temperaturstruktur wird dort sehr glatt und flach und reagiert deshalb weniger stark auf Umverteilung (siehe Abbildung 3.4).

Die Energiebeitrag, welche die Zelle am Ort  $r_i$  durch Umverteilung der Energie  $E_j$  aus der Zelle am Ort  $r_j$  erhält, hat folgende Form:

$$E_{i,j} = E_j c \exp\left(-\frac{(r_i - r_j)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.32)$$

Der Faktor  $c$  ergibt sich aus der Bedingung:

$$\sum_i E_{i,j} = E_j. \quad (3.33)$$

Er sorgt dafür, dass die Energie beim Umverteilungsprozess erhalten bleibt.  $\sigma$  aus Gleichung (3.32) gibt die Standardabweichung der Verteilung an. Hier wurde  $2\sigma = H$  gewählt. Dies bewirkt, dass die Gewichte im Abstand  $H$  von der Zelle am Ort  $r_j$  um einen Faktor  $e^{-2} \approx 0,1$  geringer sind, als der Maximalbeitrag. Dabei ändert sich die grundlegende Struktur der Temperaturverteilung durch die genaue Wahl von  $\sigma$  nicht (siehe Abbildung 3.4). Allerdings werden die Temperaturstrukturen bei kleineren Standardabweichungen stärker ausgeprägt. Hier wird wieder die vorsichtige Abschätzung für die Standardabweichung  $\sigma = H/2$  gewählt, welche die Temperaturextrema im Zweifelsfall lieber zu stark als zu wenig glättet. Die Auswirkungen dieser Modellierung der Umverteilung werden im Folgenden durch den Vergleich mit einer vollständigen Strahlungstransportsimulation noch einmal aufgegriffen.

### 3.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die theoretischen Grundlagen des neuen Heizmodells für `Fosite` vorgestellt. Es teilt die Akkretionsscheibe in eine beheizte Oberfläche, einen darunter liegenden isothermen, durch Reemission der Oberfläche geheizten Zentralbereich und einen nur in den Außenbereichen relevanten, kalten, dritten Teil nah der Mittelebene. Dieser Bereich zeichnet sich dadurch aus, dass er optisch dünn für die von der Oberfläche reemittierte Strahlung ist. Zur Bestimmung der Lage der beheizten Oberfläche wurden verschiedene Verfahren vorgestellt und für die Anwendung in `Fosite` angepasst. Sie erlauben es, abhängig von der gerade betrachteten Problemstellung, die benötigte Rechenzeit gegen die erwünschte Genauigkeit abzuwägen.



Der Heizterm beinhaltet zudem einfache Modelle zur radialen Umverteilung der eingestrahnten Energie und zur Sublimation des Staubes im Innenbereich der Akkretionsscheibe. Das für diese Art der Beschreibung des Strahlungstransportes neue Staubmodell ermöglicht eine Reihe von Verbesserungen. Es erlaubt die direkte Berechnung des Anteils der gestreuten Strahlung, einen neuen Weg zur Bestimmung des dominanten Beitrages zur Opazität sowie die Möglichkeit die Gleichgewichtstemperatur der direkt durch den Stern beheizten Staubkörner zu bestimmen. Dies bedeutet wiederum eine Verbesserung des Reemissionsmodells.



# Kapitel 4

## Vorbereitung der Simulationen

Nachdem nun die theoretischen Grundlagen des Modells der Akkretionsscheibe und des neu hinzugekommenen Heizterms durch Strahlung des zentralen Sterns bekannt sind, sollen die numerischen Simulationen dieser Objekte mit `Fosite` vorbereitet werden. Dazu gehört neben der Auswahl geeigneter Simulationsparameter, Anfangsbedingungen und Simulationszeiten auch die Entwicklung geeigneter Randbedingungen. Zudem muss überprüft werden, ob das gewählte Setup die in der theoretischen Herleitung gemachten Modellannahmen erfüllt.

### 4.1 Anfangsbedingungen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die zeitliche Entwicklung von Akkretionsscheiben durch die Lösung der gekoppelten, partiellen Differentialgleichungen (2.21) - (2.23) beschrieben. Dazu müssen Anfangsbedingungen für die Oberflächendichte, für den Druck und für die beiden Komponenten der Geschwindigkeit in  $r$ - und  $\varphi$ -Richtung bekannt sein. Zur Initialisierung der Oberflächendichte und des Druckes werden zunächst mit aktuellen Simulationsergebnissen (Baillié & Charnoz, 2014) und im Falle der Oberflächendichten auch mit den Beobachtungen Andrews u. a. (2010) solcher Objekte übereinstimmende Potenzgesetze für  $\Sigma$  und die Mittelebenentemperatur  $T$

gesetzt:

$$\Sigma(r) = \Sigma_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-1} \quad T(r) = T_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-0.5}. \quad (4.1)$$

Der Parameter  $\Sigma_0$  lässt sich aus der Bedingung, dass die gewählte Scheibenmasse gleich dem Integral der Oberflächendichte über die Fläche der Akkretionsscheibe sein muss, bestimmen. Die Temperatur  $T_0 = 1000$  K am Innenrand des simulierten Gebietes  $r_0 = 0,1$  AU entspricht der minimalen Temperatur für die Sublimation von Staub, welche bereits in Kapitel 3.4 diskutiert wurde. Mit Gleichung (2.15) lässt sich mit  $\Sigma$  und  $T$  der Druck berechnen.

Die Annahmen für die Geschwindigkeit lassen sich z.B. bei Frank u. a. (2002) nachlesen. Für die  $\varphi$ -Geschwindigkeit wird vorausgesetzt, dass die Scheibe keplersch rotiert. Die zweite Geschwindigkeitskomponente ist üblicherweise klein im Vergleich zu  $v_\varphi$  und wird zunächst auf Null gesetzt.

$$v_r(r) = 0 \quad v_\varphi(r) = \sqrt{\frac{GM_*}{r}}. \quad (4.2)$$

Wie bereits bei der Vorstellung des Heizmodells erwähnt, sind alle hier simulierten Akkretionsscheiben rotationssymmetrisch.

In wie weit die Simulationsergebnisse von den Anfangsbedingungen abhängig sind, wird in Kapitel 4.2 und 5.3 untersucht.

## 4.2 Zeitskalen und Simulationszeit

Zeitskalen spielen nicht nur für die numerische Stabilität einer Simulation, sondern vor allem auch für die Interpretation der Ergebnisse eine entscheidende Rolle. Erst nach Ablauf der dazugehörigen Zeitskala kann eine berechnete Größe als von den Anfangsbedingungen weitestgehend unabhängig angesehen werden. Dementsprechend muss bei der Auswahl der Simulationszeit, die der zu untersuchenden Fragestellung zugeordnete Zeitskala beachtet werden. Im Folgenden werden 3 hier relevante Zeitskalen diskutiert: die viskose Zeitskala  $t_{\text{vis}}$  (siehe Gleichung (2.7)) und die Zeitskalen für Heizung  $t_{\text{star}}$  und Kühlung durch Strahlung  $t_{\text{cool}}$ . Die Entwicklung der Oberflächendichte findet, wie bereits in Kapitel 2 erläutert wurde, typischerweise auf viskosen Zeitskalen statt. Allerdings trifft dies nur dann zu, wenn sich die Dichteverteilung lediglich durch viskose Prozesse verändert. Kommt beispielsweise durch die

Entstehung von Instabilitäten zu lokalen Störungen der in der Scheibe, kann Gas auch auf kürzeren Zeitskalen umverteilt werden. Anhand der Simulationsergebnisse wird sich jedoch zeigen, dass sich die großräumige Entwicklung der Oberflächendichte im Wesentlichen auf viskosen Zeitskalen abspielt. Bereiche für die dies nicht länger der Fall ist, werden später separat diskutiert. Heizung und Kühlung durch Strahlung beeinflussen die Temperatur und damit die innere Energie des Gases in der Akkretionsscheibe. Für eine Abschätzung der dazugehörigen Zeitskalen wird angenommen, dass die zeitliche Änderung der vertikal integrierten inneren Energie pro betrachtetem Flächenelement (siehe Gleichungen (2.4)-(2.6) und (2.14) für die vertikal integrierte Form)

$$e_i = \epsilon \Sigma = \frac{\Pi}{\gamma - 1} \quad (4.3)$$

im Wesentlichen durch die Heiz- und Kühlprozesse durch Strahlung dominiert ist. Dies ist eine sinnvolle Annahme, da alle anderen in diesem Zusammenhang möglicherweise relevanten Prozesse auf deutlich längeren Zeitskalen ablaufen (siehe z.B. Frank u. a. (2002)). Über den Zeitraum, für den sich das Gleichgewicht der Strahlungsprozesse einstellt, können sie deshalb als konstant angenommen werden und tragen nicht zur Änderung der inneren Energie bei. Damit gilt:

$$\frac{de_i}{dt} = Q_{\text{cool}} + Q_{\text{star}}. \quad (4.4)$$

Linearisiert man diesen Ausdruck für kleine Zeitschritte und löst ihn nach dem gesuchten  $\Delta t$  auf ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta e_i}{Q_{\text{cool}} + Q_{\text{star}}} \\ &\leq \frac{e_i}{Q_{\text{cool}} + Q_{\text{star}}} \\ &\leq \frac{e_i}{2 \max(Q_{\text{cool}}, Q_{\text{star}})} \\ &= \frac{1}{2} \min\left(\frac{e_i}{Q_{\text{cool}}}, \frac{e_i}{Q_{\text{star}}}\right) \\ &= \frac{1}{2(\gamma - 1)} \min\left(\frac{\Pi}{Q_{\text{cool}}}, \frac{\Pi}{Q_{\text{star}}}\right) \\ &\approx \min\left(\frac{\Pi}{Q_{\text{cool}}}, \frac{\Pi}{Q_{\text{star}}}\right). \end{aligned}$$

Im zweiten Schritt wurde angenommen, dass  $e_i \geq 0$  gilt. Dies ist immer erfüllt, da in Gleichung (4.3) weder die innere Energie pro Einheitsmasse noch die Oberflächendichte negativ werden können. Die Näherung im letzten Schritt vernachlässigt für ein typisches  $\gamma = 1,4$  einen Faktor 1,25, was für eine einfache Abschätzung der Zeitskala zulässig ist. Aus diesem Ausdruck werden nun die Kühl-

$$t_{\text{cool}} := \frac{\Pi}{Q_{\text{cool}}} \quad (4.5)$$

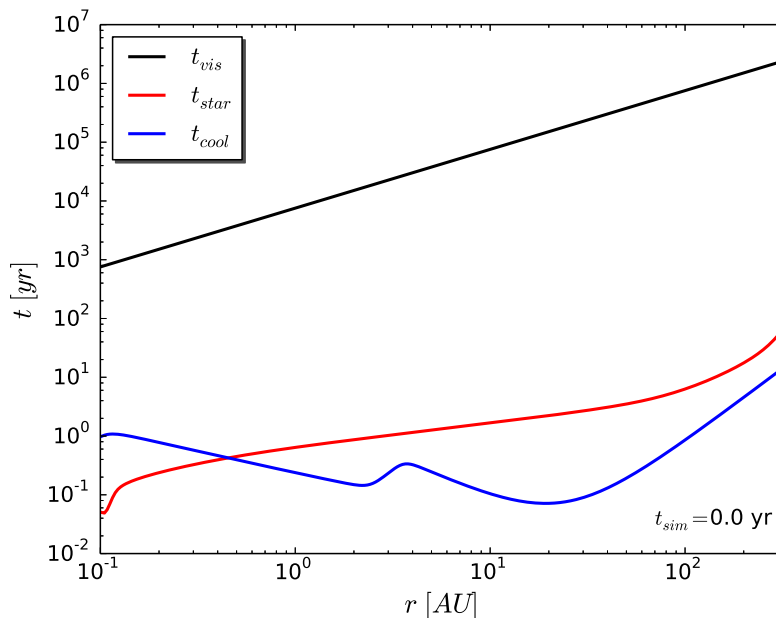
und Heizzeitskala definiert:

$$t_{\text{star}} = \frac{\Pi}{Q_{\text{star}}}, \quad (4.6)$$

wobei die Kühlzeitskala bereits in dieser Form in `Fosite` implementiert war, da die Abschätzung von  $\Delta t$  aus Gleichung (4.4) ohne den Beitrag der Heizung zum selben Ergebnis für die Kühlung führt. Die Bildung des Minimums über alle berechneten Zeitskalen wird in der Simulation immer durchgeführt, um den nächsten Zeitschritt zu berechnen.

Beide Zeitskalen liefern für weite Teile der Akkretionsscheibe Ergebnisse  $\leq 10$  yr (siehe Abbildung 4.1). Lediglich die Heizung am Außenrand findet auf Zeitskalen von etwa 50 yr statt. Im Folgenden soll getestet werden, ob die neu hinzugekommene Heiz-Zeitskala eine sinnvolle Abschätzung für den Zeitschritt liefert. Zu diesem Zweck werden zwei Simulationen mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen für die Temperatur verglichen und überprüft, ob sie nach Ablauf der Heiz- und Kühlzeitskala tatsächlich praktisch identische Ergebnisse liefern. Zusätzlich zum bereits beschriebenen Potenzgesetz aus Gleichung (4.1) wird eine willkürliche, aus dem typischerweise in protoplanetaren Scheiben auftretendem Temperaturbereich gewählte, konstante Anfangstemperatur von 300 K angesetzt. Abbildung 4.2 zeigt den Vergleich der Ergebnisse beider Simulationen. Wie erwartet stimmen sie in großen Teilen der Akkretionsscheibe bereits nach 10 yr sehr gut überein. Lediglich bei großen Abständen zum Zentralobjekt ist, wie durch die Zeitskalenabschätzung vorhergesagt wurde, eine längere Simulationszeit von etwa 50 yr erforderlich. Es wird deutlich, dass die Zeitskala eine gute Abschätzung für das Erreichen einer von der Anfangsbedingung unabhängigen Temperatur liefert.

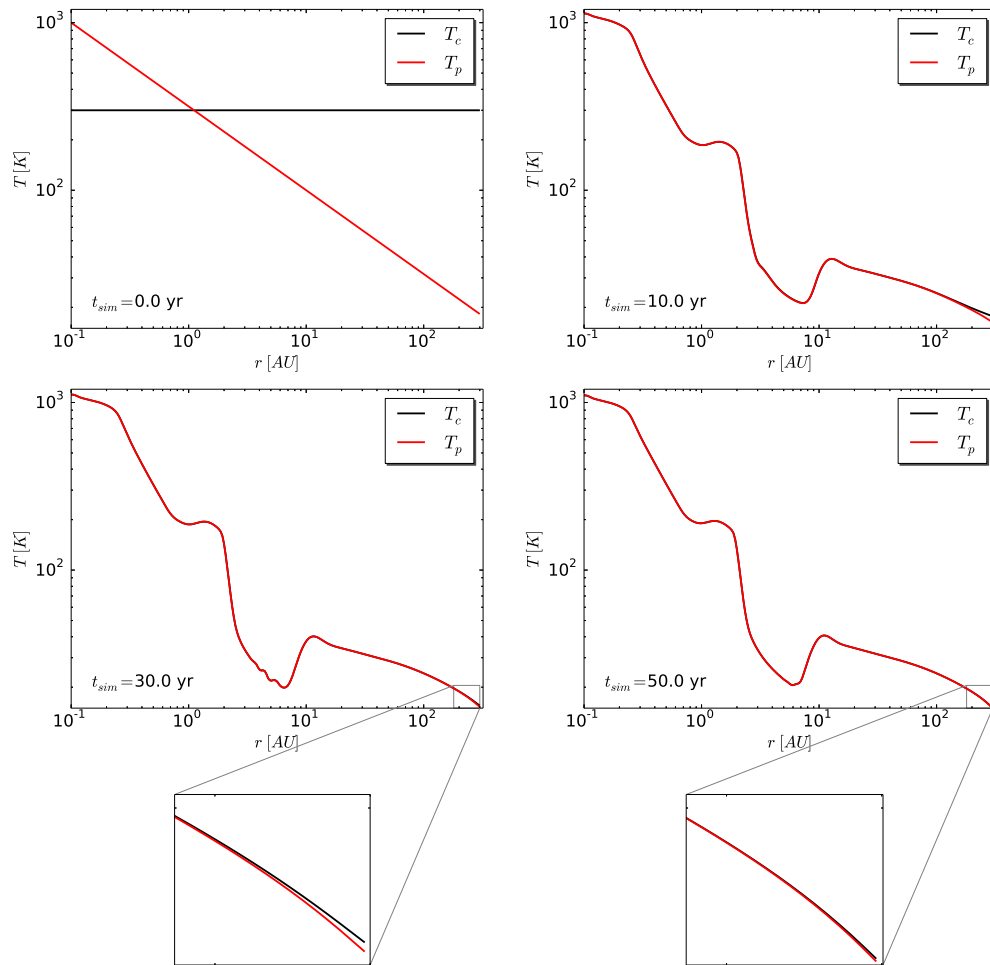
Demnach würde eine Simulationszeit von  $t_{\text{sim}} = 50$  yr ausreichen, um die Temperaturstruktur und damit auch die Funktionsweise des Heizterms zu untersuchen. Um sicher zu gehen, dass die Simulationszeit auch bei einer leichten Variation des hier gezeigten Setups ausreicht, wurde  $t_{\text{sim},1} = 600$  yr



**Abbildung 4.1:** Vergleich der Zeitskalen für Viskosität  $t_{vis}$ , Heizung durch den Zentralstern  $t_{star}$  und Kühlung durch Abstrahlung  $t_{cool}$

als kürzeste Simulationszeit bei Änderung der Anfangsbedingungen gewählt. Dieser Zeitraum ist für einen Vergleich günstig, da er die nach etwas mehr als 500 yr nach dem Beginn der Simulation im Standardmodell auftretenden thermischen Instabilitäten in der Akkretionsscheibe beinhaltet. Dieses bereits von Watanabe & Lin (2008) untersuchte Phänomen wird in Abschnitt 5.2 genauer diskutiert. Zuvor soll jedoch das Verhalten der ungestörten Akkretionsscheibe untersucht werden. Deshalb wird für das hier untersuchte Standardmodell eine zusätzliche kürzere Simulationszeit von 200 yr betrachtet.

Abbildung 4.1 zeigt, dass die viskose Zeitskala weder nach 200 yr noch nach 600 yr erreicht wird. Dies war zu erwarten und ist im Rahmen des verwendeten Modells auch notwendig, um die Annahmen zur Vertikalstruktur aus Kapitel 2.2.2 zu erfüllen. Allerdings bedeutet dies auch, dass Untersuchungen der viskosen Entwicklung der Oberflächendichte unter dem Einfluss des Heizterms eine deutlich längere Simulationszeit in der Größenordnung von  $10^6$  yr erfordern. Dies ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich, da es mit zu langen Rechenzeiten verknüpft ist. Diese Schwierigkeit ließe sich



**Abbildung 4.2:** Vergleich der Mittelebenentemperatur zweier Simulationen mit einer konstanten Anfangstemperatur ( $T_c$ ) und dem Standard Potenzgesetz ( $T_p$ ) zu verschiedenen Zeitschritten.



theoretisch durch eine Verkleinerung des Rechengebietes lösen. Sie wäre allerdings nur dann besonders effizient, wenn die mit den kurzen Zeitskalen und damit auch Simulationszeitschritten verknüpften Innenbereiche der Akkretionsscheibe vernachlässigt würden. Gerade dort entstehen jedoch die interessanten, ausgeprägten Temperaturstrukturen (siehe z.B. Abbildung 4.2). Zudem entspricht die viskose Zeitskala im Außenbereich der Scheibe der Größenordnung der gesamten, typischen Lebensdauer solcher Objekte (siehe z.B. Armitage (2010)). Allerdings kann diese Lebensdauer, von der angenommen wird, dass sie durch die Kombination von Photoevaporation und Akkretion begrenzt ist (Clarke u. a., 2001), von hydrodynamischen Simulationen nicht reproduziert werden (Baillié & Charnoz, 2014). Deshalb ist fragwürdig, ob Simulationen mit Laufzeiten in der Größenordnung der viskosen Zeitskala noch ein realistisches Bild der Akkretionsscheibe vermitteln.

Zudem bedeutet die Tatsache dass die viskose Zeitskala in den Außenbereichen der Scheibe nicht erreicht wird nicht, dass die Dichteverteilung unverändert bleibt. Dynamische Umverteilungsprozesse, welche z.B. durch die bereits erwähnten thermischen Instabilitäten verursacht werden, können einen radialen Transport von Material auf deutlich kürzeren Zeitskalen bewirken. Auf Grund der mit der viskosen Zeitskala vergleichbaren Lebensdauer der Akkretionsscheibe ist es zudem möglich, dass die Dichteverteilung in diesen Objekten stark durch die Anfangsverteilung und nicht durch die viskose Entwicklung der Scheibe bestimmt ist. Deshalb werden im Folgenden statt extrem langer Simulationszeiten unterschiedliche Anfangsdichteverteilungen untersucht. Die zusätzlich gewählten Simulationszeiten von 200 yr bzw. 600 yr sind nützlich, da sie es ermöglichen, die Simulationsergebnisse mit einer sehr hohen zeitlichen Auflösung zu betrachten. Bei Langzeitsimulationen wird typischerweise auf die Ausgabe sehr nah bei einander liegender Zeitschritte verzichtet, da dies die Simulation zu stark ausbremsen würden. Diese Schwierigkeit wird hier durch die zusätzlichen kurzen Simulationszeiträume umgangen, welche zum Verständnis der Temperaturstruktur an sich und insbesondere zur Untersuchung der bereits erwähnten Instabilitäten sehr hilfreich sind.

### 4.3 Auswahl des Gitters

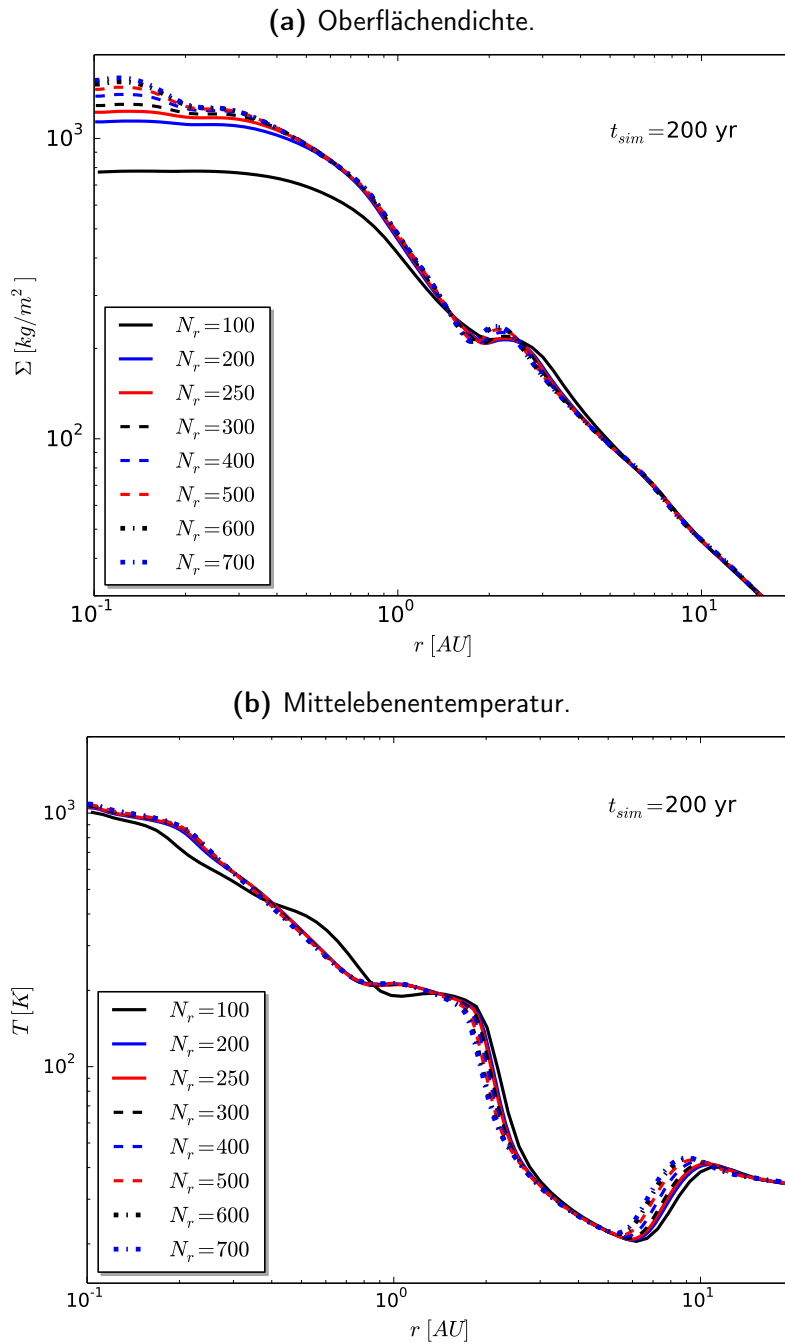
Alle Simulationen wurden auf einem polaren Gitter mit logarithmisch skaliertem  $r$ -Koordinate durchgeführt. Diese Geometrie ist besonders gut geeignet, da sie eine hohe Auflösung des Zentralbereiches ermöglicht, welcher durch den neuen Heizterm besonders stark verändert wird. Die glatten Außenbereiche in denen kaum neue Strukturen entstehen, verlangsamen die Simulation nicht durch eine unnötig große Anzahl kleiner Zellen in diesem Bereich.

Grundsätzlich ermöglicht `Fosite` zweidimensionale Simulationen. Da hier jedoch ausschließlich rotationssymmetrische Akkretionsscheiben betrachtet werden, bringt eine zweidimensionale Simulation keine zusätzliche Information und führt lediglich zu einem erhöhten Rechenaufwand. Deshalb wird die Anzahl der Zellen in  $\varphi$  Richtung  $N_\varphi = 1$  gesetzt. Deshalb bezieht sich die gesamte folgende Diskussion nur auf die radiale Ausdehnung der Gitterzellen. Bei der Wahl einer geeigneten Anzahl von Gitterzellen werden 4 Kriterien berücksichtigt:

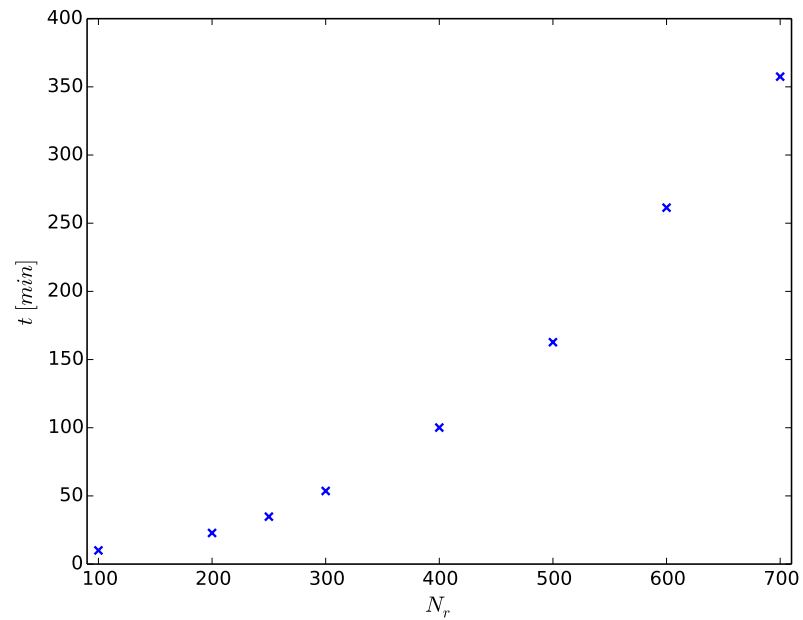
1. Der Diskretisierungsfehler
2. Die für eine gegebene Auflösung benötigte Rechenzeit.
3. Die durch die Modellannahmen bedingten Zeitskalen.
4. Die radiale Umverteilungslänge im Heizterm.

Bei der numerischen Lösung von Gleichungen entsteht ein Diskretisierungsfehler. Allerdings muss die Simulation bei hinreichend großer Auflösung gegen das richtige Ergebnis konvergieren. Dass dies für die hier erzeugten Lösungen der Fall ist, wird in Abbildung 4.3 am Beispiel von mit verschiedenen Anzahlen an radialen Gitterzellen berechneter Oberflächendichten und Temperaturen gezeigt. Dort wurde der Ausschnitt aus der Akkretionsscheibe gewählt, in dem die größten Abweichungen auftreten, um kleine Unterschiede besser sichtbar zu machen. Die Ergebnisse der Simulationen mit unterschiedlichen Auflösungen konvergieren gegen eine gemeinsame Lösung. Aus dieser Betrachtung ergibt sich eine optimale Auflösung von 600 Gitterzellen, da diese sich nur noch minimal von dem Ergebnis mit einer höheren Auflösung von 700 Zellen unterscheidet.

Die pro Modell benötigte Rechenzeit steigt jedoch mit wachsender Anzahl der Zellen selbst für diesen kurzen Test stark an (siehe Abbildung 4.4) Dadurch sind Langzeitsimulationen von Akkretionsscheiben mit 600 radialen Gitter-



**Abbildung 4.3:** Vergleich der mit unterschiedlicher Anzahl radialer Gitterpunkte  $N_r$  simulierten Oberflächendichten und Mittelebenentemperaturen für  $r < 20$  AU.



**Abbildung 4.4:** Vergleich der benötigten Rechenzeiten für unterschiedliche radiale Auflösungen. Alle diese Tests wurden mit dem auch für die späteren Simulationen verwendeten NEC SX-ACE Hochleistungs-Vektorrechner der CAU-Kiel durchgeführt.

zellen derzeit nicht praktikabel. Kleinere Auflösungen führen zu Abweichungen vom Ergebnis mit 600 Zellen in Bereichen starker Temperaturgradienten. Allerdings ändert sich der qualitative Verlauf der Kurve nicht, solange wenigstens 200 Gitterzellen verwendet werden.

Zudem ist die maximale radiale Auflösung, für die die entstehenden Strukturen noch sinnvoll interpretiert werden können, durch die Modellannahmen begrenzt. Zur Entkopplung der vertikalen und radialen Dichtestruktur wird angenommen, dass sich instantan ein vertikales, hydrostatisches Gleichgewicht einstellt (siehe Kapitel 2.2). Alle radialen Änderungen finden auf längeren Zeitskalen statt. Damit muss also die Zeitskala für einen radialen Transport von Material zwischen zwei Zellen

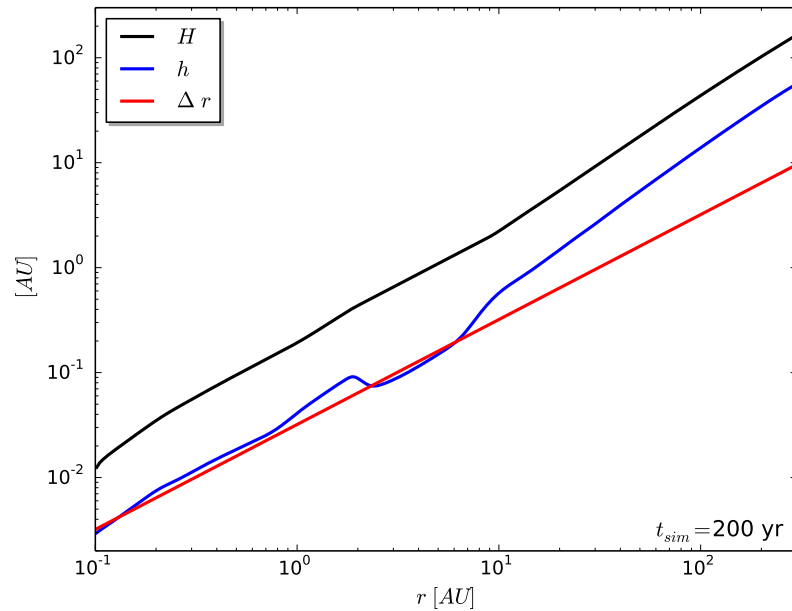
$$t_{\text{drift}} = \frac{\Delta r}{v_r} \quad (4.7)$$

groß gegen die Zeitskala zum Einstellen eines hydrostatischen Gleichgewichts  $t_{\text{hyd}}$  aus Gleichung (2.8) sein. Nur dann können beide Prozesse als unabhängig gelten. Dies kann zu einer starken Einschränkung der Anwendbarkeit des 2 + 1-dimensionalen Modells der Akkretionsscheibe führen. In ähnlichen Fällen, welche den Vergleich der thermischen Zeitskalen mit der hydrostatischen Zeitskala betreffen (siehe z.B. Pringle (1976), Dullemond (2000)), wird häufig angenommen, dass das hydrostatische Gleichgewicht in der Vertikalstruktur auch dann noch eine sinnvolle Annahme ist, wenn die gerade betrachtete Zeitskala gleich der hydrostatischen ist. Im Hinblick auf die radiale Umverteilung entspricht dies der Vorstellung, dass das hydrostatische Gleichgewicht gerade genug Zeit hat sich einzustellen, bevor sich die Dichteverteilung wesentlich ändert. Allerdings muss diese Annahme bei der Interpretation der Ergebnisse berücksichtigt werden. Aus der Forderung, dass die Driftzeitskala größer als oder schlimmstenfalls gleich der hydrostatischen Zeitskala (2.8) sein soll, folgt die Bedingung

$$\Delta r \geq \frac{v_r}{c_s} h \quad (4.8)$$

mit der Schallgeschwindigkeit  $c_s$  und der Druckskalenhöhe  $h$  aus Gleichung (2.19). Wie bereits bei der Wahl der Anfangsbedingungen für die Geschwindigkeit erwähnt wurde, sind die vorherrschenden radialen Geschwindigkeiten in Akkretionsscheiben typischerweise sehr klein gegen  $c_s$ . Allerdings kann es beispielsweise durch die Bildung der bereits erwähnten Instabilitäten in der Scheibe auch zu erhöhten Radialgeschwindigkeiten kommen, welche im

Extremfall vom Auftreten von Stoßfronten, sogar gleich der Schallgeschwindigkeit sind. Um einerseits die radiale Auflösung nicht künstlich zu stark zu verringern und andererseits nicht beim Auftreten erhöhter Radialgeschwindigkeiten die Modellannahmen zu verletzen, wird  $\Delta r$  in der Größenordnung der Druckskalenhöhe  $h$  gewählt. Dies ist insbesondere für den Innenbereich der Akkretionsscheibe wichtig, da die bereits erwähnten thermischen Instabilitäten dort auftreten. Abbildung 4.5 zeigt, dass 250 radiale Gitterzellen die genannten Anforderungen erfüllen. Bei der Auswertung der Simulations-



**Abbildung 4.5:** Vergleich der photosphärischen Höhe  $H$ , der Druckskalenhöhe  $h$  und der radialen Ausdehnung der Zellen  $\Delta r$  für  $N_r = 250$

ergebnisse wird das Verhältnis aller relevanten Zeitskalen überprüft werden. Abbildung 4.5 zeigt außerdem, dass auch die vierte Bedingung an die Auflösung durch die Auswahl von  $N = 250$  Zellen erfüllt ist. Wie in Kapitel 3.6 beschrieben wurde, entspricht die charakteristische Umverteilungslänge im Heizterm der photosphärische Höhe  $H$  aus Kapitel 3.2. Die Auflösung des Gitters sollte es erlauben, wenigstens diese Längenskala in der Simulation zu berücksichtigen. Eine gröbere Auflösung wäre gleichbedeutend mit einer Mittelung über die radiale Ausdehnung der Zellen.

Aus diesen Gründen wurde eine radiale Auflösung von 250 Zellen gewählt. Sie

hat den weiteren Vorteil, dass sie eine optimale Ausnutzung des zur Durchführung der Simulationen verwendeten Vektorrechners bietet, da sie nah an der Vektorlänge von 256 liegt.

## 4.4 Selbstgravitation

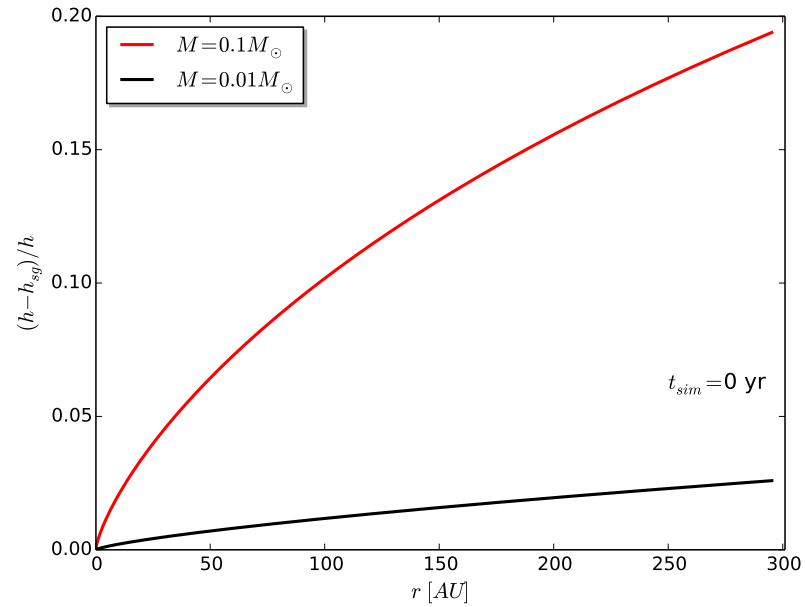
In der gesamten Arbeit wird davon ausgegangen, dass die betrachteten Akkretionsscheiben nicht selbstgravitierend sind. Das Potential der Scheibe ist vernachlässigbar gegenüber dem Potential des Zentralobjekts.

Nach Duschl u. a. (2000) müssen in diesem Zusammenhang 3 Fälle unterschieden werden: die voll (FSG), Keplersch (KSG) und nicht selbstgravitierenden (NSG) Scheiben. Da der FSG-Fall nur für Scheibenmassen in der Größenordnung der Masse des Zentralobjektes auftritt, was für die hier betrachteten Objekte nicht der Fall ist, wird er nicht weiter diskutiert. Damit müssen lediglich die KSG-Scheiben ausgeschlossen werden. Für diese Akkretionsscheiben bleibt die Radialstruktur durch die Selbstgravitation unbeeinflusst, während sich die Vertikalstruktur durch das Potential der Scheibe ändert. Um ein Kriterium zur Identifikation dieser Akkretionsscheiben zu entwickeln, wird hier der von Sakimoto & Coroniti (1981) berechneten Ausdruck für die Überlagerung des Potentials des Sterns mit dem der als dünne, isotherme Schicht angenommene Scheibe

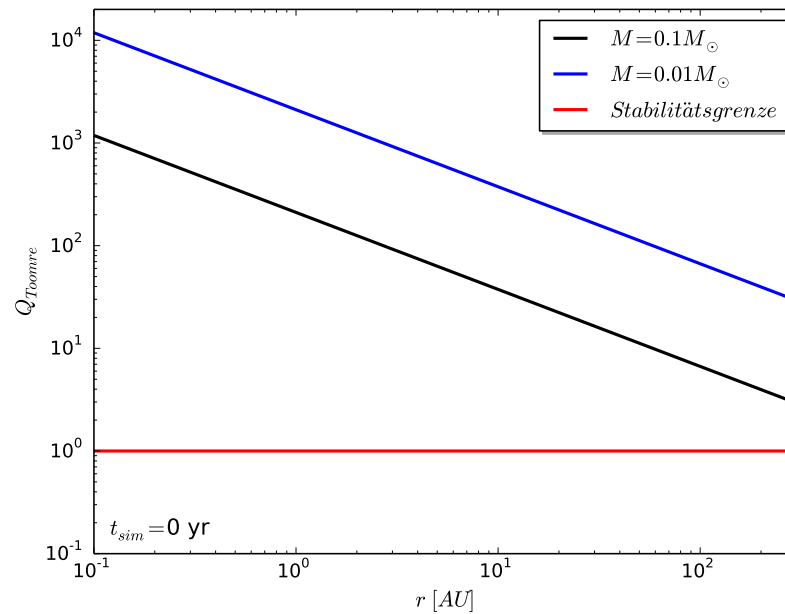
$$h_{\text{sg}} = c_s \sqrt{4\pi G \rho_0 + \Omega_K^2}^{-1} \quad (4.9)$$

verwendet. In Abbildung 4.6 ist der Vergleich zwischen  $h$  und  $h_{\text{sg}}$  für zwei typische Scheibenmassen (Williams & Cieza, 2011) von  $M_{\text{disk}} = 0,1 M_{\odot}$  und  $M_{\text{disk}} = 0,01 M_{\odot}$  zu sehen. Die Druckskalenhöhe der massereicheren Scheibe weicht in den äußeren Bereichen um mehr als 20% von der ohne Selbstgravitation berechneten Höhe ab. Sie entspricht damit dem KSG Fall. Diese Scheibenmasse wurde deshalb aus dem Parameterraum ausgeschlossen.

Auch bei der zweiten, kleineren Masse zeigt sich eine leicht beeinflusste Vertikalstruktur, die allerdings im Rahmen der Modellannahmen und der Abschätzung für  $h_{\text{sg}}$  akzeptabel ist. Sie wird als oberes Limit für die Masse der Akkretionsscheibe verwendet. Am Beispiel der massereicheren Akkretionsscheibe wird deutlich, wie wichtig es ist, den Fall der KSG-Scheiben zu berücksichtigen, welcher zur Modellierung protoplanetarer Scheiben oft



**Abbildung 4.6:** Relative Abweichung der Druckskalenhöhe unter Berücksichtigung der Selbstgravitation von der nicht selbstgravitierenden Skalenhöhe.



**Abbildung 4.7:** Toomre Parameter



ignoriert wird. Häufig wird als Test auf den Einfluss der Selbstgravitation lediglich das Toomre-Kriterium für radiale Fragmentation (Toomre, 1964)

$$Q_{\text{Toomre}} = \frac{c_s \Omega_K}{\pi G \Sigma} \quad (4.10)$$

verwendet, wobei  $Q_{\text{Toomre}} > 1$  bedeutet, dass die Scheibe stabil bleibt und nicht fragmentiert. Wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist, ist auch die massereichere Akkretionsscheibe Toomre stabil und würde somit fälschlicherweise als nicht durch Selbstgravitation beeinflusst klassifiziert werden.

## 4.5 Randbedingungen

In der Hydrodynamik spielt, im Gegensatz zu Problemstellungen wie Diffusionsprozessen, die Richtung der Informationsausbreitung eine Rolle. Dies hat große Auswirkungen auf die Auswahl der Randbedingungen, da der aktuelle Strömungszustand am Rand festlegt, ob und wenn ja welcher Teil des Rechengebietes Auswirkungen auf den Zustand auf dem Rand hat. Im Folgenden sollen Randbedingungen für die Simulation entwickelt werden, die dies berücksichtigen.

Dazu wird die Informationsausbreitung entlang der sogenannten Charakteristiken betrachtet, zu der hier eine kurze Erklärung gegeben wird. Eine detailliertere Beschreibung findet sich in Hedström (1979) oder in den Lehrbüchern von Hirsch (1990, 2007), auf denen der folgende Abschnitt beruht.

Zunächst werden Gleichung (2.1) - (2.3) umformuliert (Illenseer & Duschl, 2009), wobei die Quellterme zur Beschreibung der Randbedingungen üblicherweise 0 gesetzt werden. Vernachlässigt man alle Quellterme auf der rechten Seite von (2.1) - (2.3) und beschränkt sich auf rotationssymmetrische Scheiben, ergibt sich:

$$\partial_t \mathbf{u} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{F}(\mathbf{u})) = 0 \quad (4.11)$$

mit dem Vektor der konservativen Variablen:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_r \\ \rho v_\varphi \\ E \end{pmatrix} \quad \text{und dem Flussvektor: } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v_r \\ \rho v_r^2 + P \\ \rho v_r v_\varphi \\ (E + P)v_r \end{pmatrix}.$$

In Gleichung (4.11) ist immer noch ein geometrischer Quellterm enthalten:

$$\partial_t \mathbf{u} + \partial_r \mathbf{F}(\mathbf{u}) = -\frac{\mathbf{F}(\mathbf{u})}{r}. \quad (4.12)$$

Er wird im Folgenden ebenfalls vernachlässigt.

Nun soll dieses Gleichungssystem auf eine Form gebracht werden, die Rückschlüsse auf die Ausbreitungsrichtungen und Geschwindigkeiten entlang bestimmter Kurven zulässt. Nutzt man die Homogenität der hier verwendeten Flüsse, aus der folgt (siehe Illenseer (2006))

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}} \right) \mathbf{u}, \quad (4.13)$$

und transformiert in das System der primitiven Variablen

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \rho \\ v_r \\ v_\varphi \\ P \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

für das in **Fosite** die Randbedingungen gesetzt werden, ergibt sich:

$$\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{A} \cdot \partial_r \mathbf{v} = 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{A} = \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{v}} \right)^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}} \right). \quad (4.15)$$

Nun soll die Matrix  $\mathbf{A}$  auf Diagonalform  $\mathbf{\Lambda}$  gebracht werden. Für die hier betrachteten Systeme ist es möglich, Matrizen  $\mathbf{L}^{-1}$  und  $\mathbf{L}$  zu finden, die dies ermöglichen:

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{L} \quad (4.16)$$

wobei die Diagonalelemente von  $\mathbf{\Lambda}$  die Eigenwerte  $\lambda_i$  der Matrix  $\mathbf{A}$  sind, deren Eigenvektoren  $\mathbf{l}_i$  die Spalten von  $\mathbf{L}$  festlegen. Multipliziert man Gleichung (4.15) von links mit  $\mathbf{L}^{-1}$  und ergänzt eine Einheitsmatrix, ergibt sich:

$$0 = \mathbf{L}^{-1} \cdot \partial_t \mathbf{v} + \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \partial_r \mathbf{v}. \quad (4.17)$$

Mit Hilfe dieses Gleichungssystems lässt sich die Frage nach der Informationsausbreitung beantworten. Jede der einzelnen, hier als Komponenten der Vektoren geschriebenen Gleichungen, ist einer sogenannten Charakteristik zugeordnet. Diese Charakteristiken sind die Raumkurven, entlang derer die

Ausbreitungsgeschwindigkeiten den Eigenwerten  $\lambda_i$  entsprechen.

Für das hier betrachtete System ergeben sich die nicht entarteten Eigenwerte  $\lambda_1 = v_r - c_s$ ,  $\lambda_2 = v_r + c_s$  und der zweifach entartete Eigenwert  $\lambda_{3,4} = v_r$ , sowie die Eigenvektoren

$$\mathbf{l}_1 = \begin{pmatrix} \rho \\ -\frac{c_s}{\rho} \\ 0 \\ c_s^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{l}_2 = \begin{pmatrix} \rho \\ \frac{c_s}{\rho} \\ 0 \\ c_s^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{l}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{l}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

Gleichung (4.17) wird zu:

$$C_1 : \quad \frac{\partial_t P}{\rho c_s} - \partial_t v_r + (v_r - c_s) \left( \frac{\partial_r P}{\rho c_s} - \partial_r v_r \right) = 0 \quad (4.19)$$

$$C_2 : \quad \frac{\partial_t P}{\rho c_s} + \partial_t v_r + (v_r + c_s) \left( \frac{\partial_r P}{\rho c_s} + \partial_r v_r \right) = 0 \quad (4.20)$$

$$C_3 : \quad \partial_t \rho - \frac{\partial_t P}{c_s^2} + v_r \left( \partial_r \rho - \frac{\partial_r P}{c_s^2} \right) = 0 \quad (4.21)$$

$$C_4 : \quad \partial_t v_\phi + v_r \partial_r v_\phi = 0. \quad (4.22)$$

Abhängig von Betrag und Richtung der Geschwindigkeit  $v_r$  und von der Größe der Schallgeschwindigkeit ändert sich der Einflussbereich der Charakteristiken. Betrachtet man beispielsweise einen Unterschall-Ausfluss am Innenrand ( $v_r < 0 \wedge |v_r| < c_s$ ), ergibt sich:  $\lambda_1 < 0$ ,  $\lambda_2 > 0$  und  $\lambda_{3,4} < 0$ . Informationen breiten sich entlang von  $C_1, C_3$  und  $C_4$  in Strömungsrichtung vom Rechengebiet hin zum Rand aus. Dementsprechend müssen Daten aus dem Rechengebiet verwendet werden, um die Randbedingung zu setzen. Allerdings breitet sich  $C_2$  in entgegengesetzter Richtung aus und muss deshalb aus den Randdaten bestimmt werden. Durch diese Überlegungen ergibt sich Tabelle 4.1 entlang welcher Charakteristiken die gezeigten Kombinationen der primitiven Variablen die in den Zellen neben dem Rand durch den Rand bzw. das Rechengebiet vorgegeben werden müssen. Die Fälle Unterschall-Ein- und Ausfluss sind hier besonders interessant, da die Geschwindigkeiten senkrecht zum Rand in den hier durchgeführten Simulationen die Schallgeschwindigkeit nicht erreichen (siehe Kapitel 8).

Betrachtet man zunächst den Fall eines Unterschall-Ausflusses aus dem Rechengebiet am Innenrand, erfolgt die Informationsausbreitung entlang  $C_2$  (siehe Tabelle 4.1) vom Rand ins Rechengebiet. Dies erfordert zusätzliche

Überschall Einfluss:	$C_1$ : Rand $C_2$ : Rand $C_3$ : Rand $C_4$ : Rand
Unterschall Einfluss:	$C_1$ : Rand $C_2$ : Rechengebiet $C_3$ : Rand $C_4$ : Rand
Unterschall Ausfluss:	$C_1$ : Rechengebiet $C_2$ : Rand $C_3$ : Rechengebiet $C_4$ : Rechengebiet
Überschall Ausfluss:	$C_1$ : Rechengebiet $C_2$ : Rechengebiet $C_3$ : Rechengebiet $C_4$ : Rechengebiet

**Tabelle 4.1:** Übersicht zu den Gebieten, die das Verhalten der charakteristischen Variablen in den Zellen neben dem Rand definieren.

Annahmen zum Verhalten der Akkretionsscheibe außerhalb des simulierten Ausschnittes. Nimmt man an, dass sich die Scheibe glatt über den Rand fortsetzt, sollte der Innenrand keine zeitlich anwachsende Störung am Rand der Simulation erzeugen. Deshalb wird für Gleichung (4.20) mit der Argumentation von Hedström (1979)

$$\frac{\partial_t P}{\rho c_s} + \partial_t v_r = 0 \quad (4.23)$$

und damit auch

$$\frac{\partial_r P}{\rho c_s} + \partial_r v_r = 0 \quad (4.24)$$

gefordert. Mit derselben Begründung wie für die gesamte Charakteristik wird außerdem verlangt, dass der Rand keinen Druckgradienten erzeugt. Dies würde eine zusätzliche, unbegründete Kraft am Rand bewirken. Aus  $\partial_r P = 0$  folgt  $\partial_r v_r = 0$ . Damit fehlen noch Informationen zu  $\partial_r \rho$  und  $\partial_r v_\varphi$ , um die Randbedingungen für die primitiven Variablen setzen zu können. Da  $C_2$  aus den Daten im Rechengebiet extrapoliert werden muss und bereits  $\partial_r P = 0$  gilt, wird die Dichte extrapoliert. Dasselbe gilt für die  $v_\varphi$ -Geschwindigkeit,

bei deren Extrapolation allerdings zusätzlich berücksichtigt wird, dass die Scheibe mit der Kepler-Geschwindigkeit rotiert (siehe Sperling 2012).

Damit tatsächlich Akkretion auf das Zentralobjekt stattfinden kann, soll der Unterschall-Ausfluss der am Innenrand vorherrschende Zustand sein. Dennoch ist es möglich, dass sich die Strömungsgeschwindigkeit am Rand umkehrt. In diesem Fall ergibt sich ein Unterschall-Einfluss und die Schwierigkeit, dass nun 3 der 4 Charakteristiken Informationen vom Rand ins Rechengebiet transportieren. In der Erfahrung mit hydrodynamische Simulationen hat sich jedoch herausgestellt, dass Rückflüsse in die Scheibe über den Innenrand problematisch sind (Kley, 2013). Deshalb soll eine Rückströmung von Gas vom Zentralobjekt in die Akkretionsscheibe verhindert werden. Dazu reicht die intuitive Forderung, dass die Radialgeschwindigkeit am Rand 0 sein soll, nicht aus, da auch ein Druckgradient zu einem Transport von Material über den Rand führen kann. Stattdessen wird hier die bereits in `Fosite` vorhandene, reflektierende Randbedingung gewählt. Für die primitiven Variablen rechts (Index  $R$ ) und links (Index  $L$ ) vom Rand ergibt sich (siehe z.B. (Hirsch, 1990) für eine Herleitung):

$$v_{\varphi,R} = v_{\varphi,L} \quad (4.25)$$

$$v_{r,R} = -v_{r,L} \quad (4.26)$$

$$\rho_R = \rho_L \quad (4.27)$$

$$P_R = P_L. \quad (4.28)$$

Diese Kombination aus Ein- und Ausfluss Randbedingungen wurde in einem neuen Modul `boundary_outflow.f90` implementiert. Sie stellt selbstverständlich nicht die einzige, mögliche Randbedingung dar, hat sich jedoch in der Praxis bewährt, da sie keine Störungen in den primitiven Variablen nah dem Innenrand verursacht.

Am Außenrand der simulierten Akkretionsscheiben ist die Auswahl einer Randbedingung wesentlich einfacher. Da in der Simulation keine viskosen Zeitskalen erreicht werden, hat der Strömungszustand am Außenrand keinen Einfluss auf die zentralen, sich entwickelnden Bereiche der Akkretionsscheibe. Zudem sind die Gradienten in den primitiven Variablen am Außenrand typischerweise sehr klein. Damit wird auch der Unterschied zwischen einer Extrapolation von Daten aus dem Rechengebiet auf den Rand und der physikalische Bedingung, dass der Gradient am Rand verschwindet, sehr gering. Deshalb wird auf die Unterscheidung zwischen Ein- und Ausströmung verzichtet und alle Gradienten Null gesetzt. Die Ausnahme ist die Winkelge-

schwindigkeit, bei der weiterhin ein Keplersches Profil angenommen wird. Dies verhindert einen künstlichen Drehimpulseintrag am Rand.

## 4.6 Simulationsparameter

In Tabelle 4.6 sind die bereits besprochenen Simulationsparameter noch einmal zusammengefasst. Sie wurden mit typischen Werten für junge Sterne (Hillenbrand & White, 2004) und Scheiben (Williams & Cieza, 2011) um diese Objekte ergänzt. Dabei wird angenommen, dass sich der zentrale Stern während der gesamten Simulation nicht wesentlich verändert. Seine Temperatur, sein Radius und seine Masse bleiben konstant, wobei auch die Selbstkonsistenz dieser Annahme später an den Simulationsdaten überprüft wird.

Parameter Zentralstern:	
Masse	$M_* = 0,7 M_\odot$
Radius	$R_* = 2,5 R_\odot$
Temperatur	$T_* = 4000 \text{ K}$
Parameter Scheibe:	
Innenrand	$r_{\min} = 0,1 \text{ AU}$
Außenrand	$r_{\max} = 300 \text{ AU}$
Masse	$M_{\text{disk}} = 0,01 M_\odot$
Parameter Numerik:	
Gitterzellen	250 x 1
Geometrie	logpolar
Simulationszeiten	200 yr, 600 yr, 10000 yr
Randbedingungen	outflow

# Kapitel 5

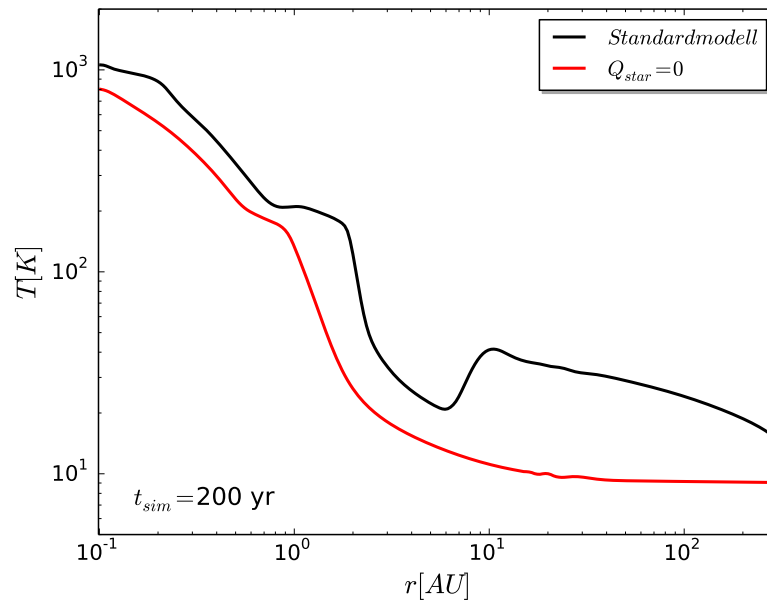
## Untersuchung der Temperaturstruktur der Akkretionsscheibe

Im Folgenden werden Ergebnisse von `Fosite`-Simulationen von durch den zentralen Stern geheizten, protoplanetaren Scheiben vorgestellt. An ihnen wird zunächst die Temperaturentwicklung des im letzten Kapitel eingeführten Scheibenmodells gezeigt und interpretiert. Anschließend erfolgt die bereits angekündigte Untersuchung der Abhängigkeit der Ergebnisse von den gewählten Simulationsparametern, welche die Grundlage zur genaueren Untersuchung der bereits erwähnten thermischen Instabilitäten liefert. Dabei liegt der Schwerpunkt dieses Kapitels auf dem Verständnis der Temperaturstruktur der Akkretionsscheibe bei Verwendung des neuen Heizmodells. Dazu werden die bereits in Kapitel 4.2 vorgegebenen kurzen Simulationszeiträume verwendet. Sie sind hier vorteilhaft, da sie die Ausgabe einer hohen Anzahl nah beieinander liegender Zeitschritte ermöglichen und gleichzeitig für eine von der Anfangsbedingung unabhängige Temperaturstruktur vollkommen ausreichend sind.

## 5.1 Ergebnisse des Standardmodells

Hier sollen erste Simulationsergebnisse für das Standardmodell vorgestellt und interpretiert werden. Dabei bezeichnet das Standardmodell die Kombination aus dem in Kapitel 4 besprochenen Standard-Setup mit dem Standard-Heizmodell aus Kapitel 3. Wie bereits in Kapitel 4.2 besprochen beträgt die Simulationszeit hier zunächst 200 yr. Sie reicht für eine sinnvolle Interpretation der Temperaturstruktur aus.

Abbildung 5.1 zeigt den Vergleich der simulierten Mittelebenentemperaturen mit und ohne Heizung durch den Stern und verdeutlicht dadurch den Einfluss dieses Beitrags zur Energiegleichung auf die Energiebilanz der Akkretions-scheibe. Es ist offensichtlich, dass der Energieeintrag durch Strahlung zu einer



**Abbildung 5.1:** Vergleich der Mittelebenentemperatur zweier Simulationen mit (Standardmodell) und ohne Heizung ( $Q_{\text{star}} = 0$ ) durch den Stern.

signifikanten Erhöhung der Temperatur führt. Dieser Effekt nimmt mit steigendem Abstand zum Zentralobjekt zu. Außerdem sind im Fall  $Q_{\text{star}} \neq 0$  lokale Maxima in der Temperaturstruktur bei etwa 1 AU und 10 AU zu erkennen, zwischen denen ein ausgeprägtes Temperaturminimum liegt. Diese Strukturen treten in der Simulation ohne Sternheizung nicht auf. Allerdings



entsteht auch dort eine Region mit einem vergleichsweise flachen Temperaturgradienten bei  $\sim 1$  AU.

Um die Entstehung dieser auffälligen Strukturen zu verstehen, soll zunächst geklärt werden, welche Beiträge einen wesentlichen Einfluss auf die innere Energie und damit auch auf die Temperatur der Akkretionsscheibe haben. Dazu wird an Stelle von Gleichung (2.3) bzw. (2.13) die Bilanzgleichung für die innere Energie untersucht. Rein hydrodynamisch betrachtet hat sie folgende Form (siehe z.B. Bartelmann 2013, Gleichung 3.60):

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \epsilon \mathbf{v}) = -P \nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (5.1)$$

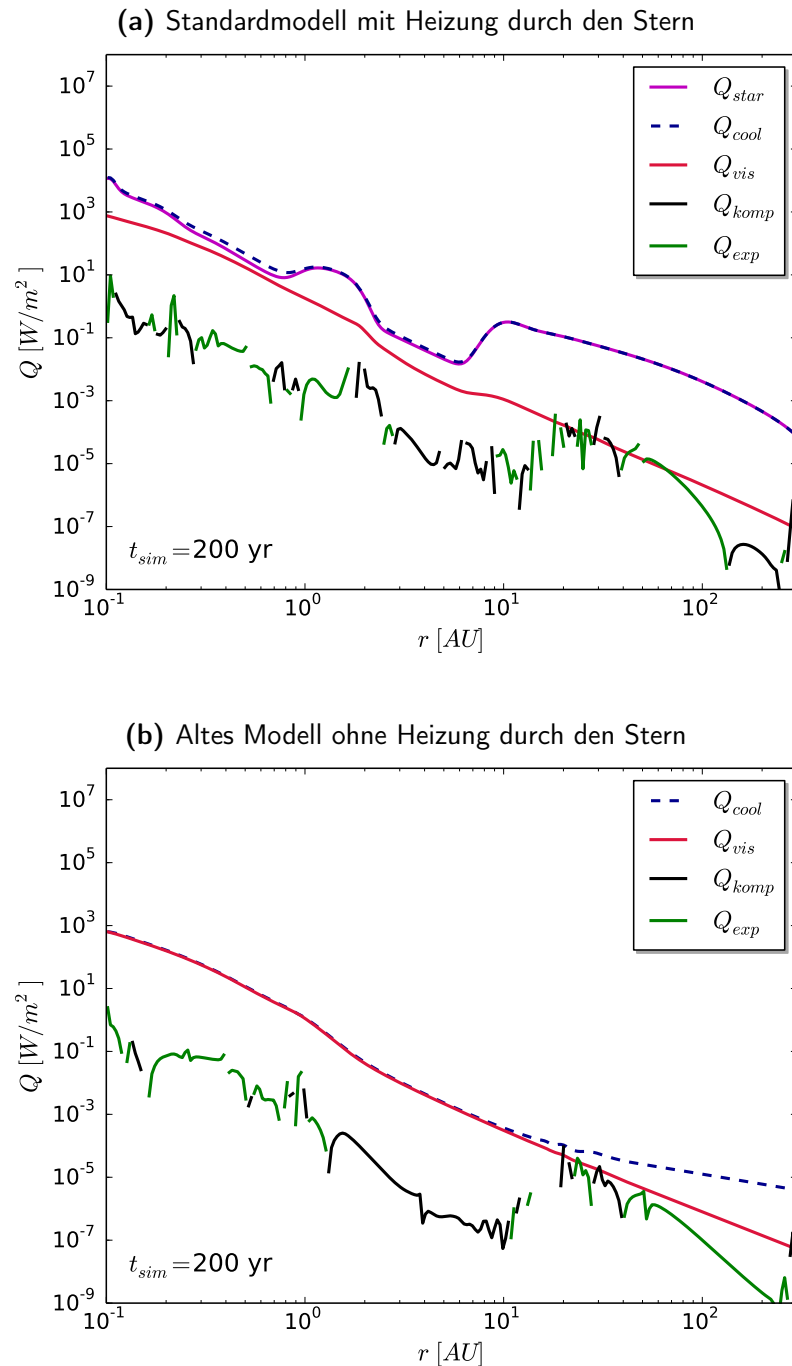
Der Quellterm auf der rechten Seite der Gleichung berücksichtigt Heizung bzw. Kühlung durch Kompression oder Expansion des Gases. Zur Beschreibung von Akkretionsscheiben kommen noch Terme für die viskose Heizung (Lynden-Bell & Pringle (1974), siehe auch Kato u. a. (2008), Gleichung (3.34) für eine ausführlichere Erläuterung):

$$Q_{\text{vis}} \approx -\frac{3v_\varphi}{2r} T_{r\varphi} \quad (5.2)$$

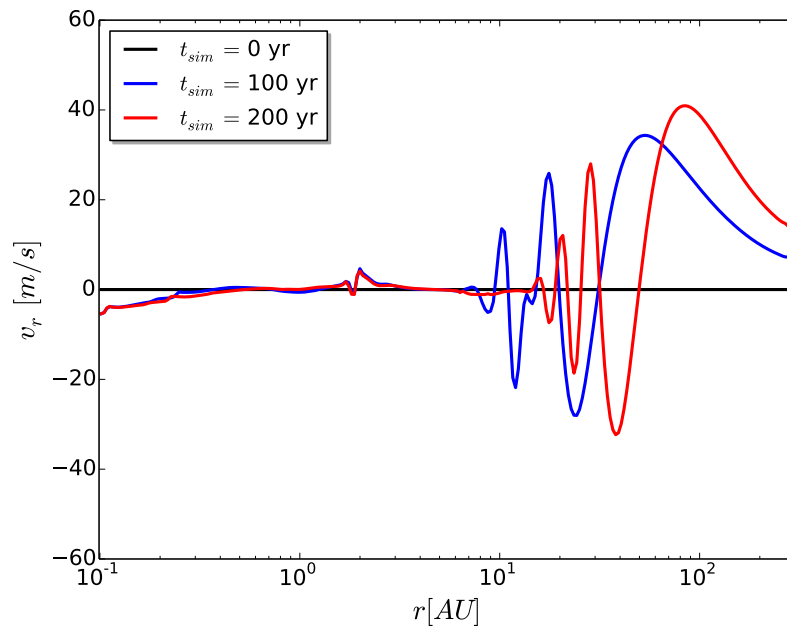
und die bereits bekannte Heizung und Kühlung durch Strahlung hinzu. Hier beschreibt  $T_{r\varphi}$  die  $r$ - $\phi$ -Komponente des viskosen Spannungstensors aus Gleichung (2.25). Für die viskose Heizung wird von einer keplersch-rotierenden Akkretionsscheibe ausgegangen, was für die hier betrachteten Scheiben sinnvoll ist (siehe auch Abbildung 8.5). Zudem müssen wieder die vertikal integrierten Größen betrachtet werden. Insgesamt ergibt sich:

$$\frac{\partial \Sigma \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \epsilon \mathbf{v}) = -\Pi \nabla \cdot \mathbf{v} + Q_{\text{vis}} + Q_{\text{star}} + Q_{\text{cool}}. \quad (5.3)$$

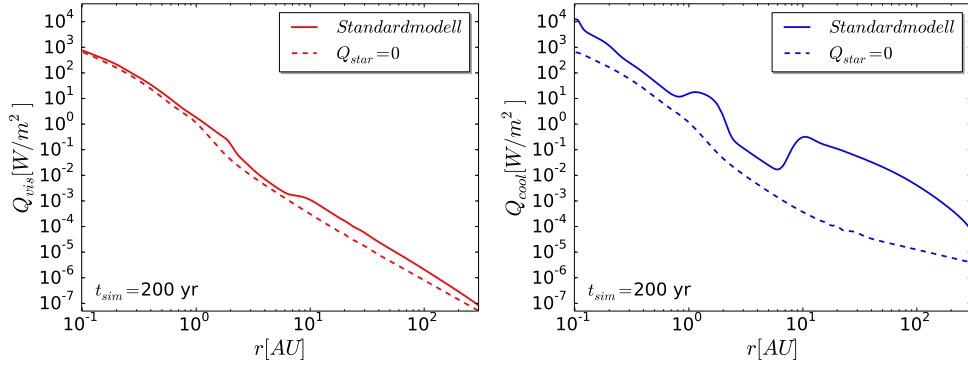
Der Vergleich dieser Quellterme ist in Abbildung 5.2 gezeigt. Wie bereits bei der Entwicklung des Heizterms erwartet wurde, dominieren Heizung und Kühlung durch Strahlung die Energiebilanz. Kompression und Expansion liefern dagegen den geringsten Beitrag. Die relativ unregelmäßige Form dieser beiden Kurven ist insbesondere bei großen Werten für  $r$  noch stark durch Einschalteneffekte der Simulation beeinflusst. Die Anfangsbedingungen beruhen auf Annahmen zu typischen Temperatur- Dichte und Geschwindigkeitsprofilen in der Akkretionsscheibe. Sie stellen jedoch in der Regel keine exakte Lösung der Differentialgleichung dar. Deshalb kommt es zu Beginn der Simulation zu Umverteilungsprozessen, durch die ein Gleichgewichtszustand



**Abbildung 5.2:** Vergleich des Betrages der Quellterme der inneren Energie. Die Aufheizung durch Kompression ist mit  $Q_{komp}$  und die Kühlung durch Expansion mit  $Q_{exp}$  bezeichnet. Bereiche in denen diese beiden Terme gleich 0 sind werden nicht dargestellt und führen zu den sichtbaren Unterbrechungen der gemeinsamen Kurve für Kompression und Expansion.



**Abbildung 5.3:** Zeitliche Entwicklung der Radialgeschwindigkeit. Die im Text besprochenen, nach außen laufenden Störungen durch Einschalteteffekte sind hier deutlich zu erkennen.



**Abbildung 5.4:** Vergleich des viskosen Heiz- (linke Abbildung) und Kühlterms (rechte Abbildung) für Simulationen mit und ohne Heizung durch den Stern.

hergestellt wird. Dies ist besonders gut an der Entwicklung der Radialgeschwindigkeit zu erkennen, welche in Abbildung 5.3 gezeigt ist. Dort ist eine nach außen durch das Rechengebiet laufende Störung zu sehen. Sie befindet sich bereits nach 200 yr jenseits von 10 AU. Deshalb hat dieser Effekt keine Auswirkungen auf die auffälligen Temperaturstrukturen bei  $r < 10$  AU und wird als Einschalteneffekt ignoriert.

Für die Radialgeschwindigkeit einer akkretierenden Scheibe wären kleine negative Werte zu erwarten, welche den Transport von Material auf das Zentralobjekt auf viskosen Zeitskalen widerspiegeln. Dies ist jedoch auch innerhalb von 10 AU nicht überall der Fall. Auch dort zeigt die Radialgeschwindigkeit lokale Extrema an Orten großer Temperaturgradienten. Dies lässt sich anhand von Gleichung (2.12) verstehen, die zeigt, dass Temperatur und damit auch Druckgradienten die Radialgeschwindigkeit beeinflussen können. Deshalb sind die Änderungen in der Radialgeschwindigkeit, welche insbesondere an Orten großer Temperaturgradienten auftreten, nachvollziehbar.

In Bezug auf die Energiebilanz lässt sich sagen, dass sowohl Kompressions- als auch Expansionsterme keinen wesentlichen Einfluss auf die Temperatur der Scheibe haben. Dies gilt insbesondere für die ausgeprägten Strukturen im Zentralbereich.

Dagegen liefert die viskose Heizung bei kleinen Abständen zum Zentralobjekt einen wesentlichen Beitrag zur inneren Energie (siehe Abbildung 5.2). Im alten Modell ohne Heizung durch den Stern ist sie, zumindest bei  $r \lesssim 10$  AU, der dominante Heizterm. Dies ändert sich zwar bei der Ergänzung der Sternheizung, allerdings muss auch in diesem Fall die viskose Heizung im

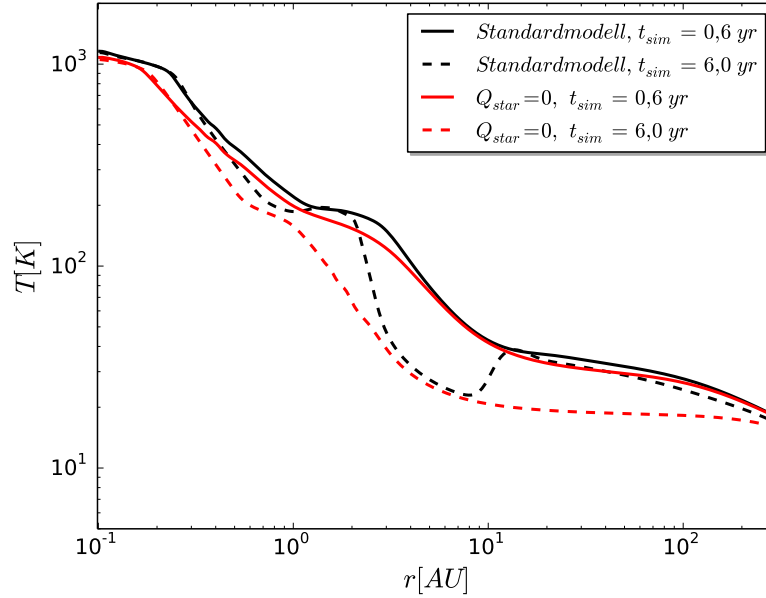
Innenbereich der Scheibe berücksichtigt werden.

Der Unterschied zwischen den Werten für  $Q_{\text{vis}}$  und  $Q_{\text{cool}}$  für Simulationen mit und ohne den Beitrag  $Q_{\text{star}}$  ist in Abbildung 5.4 noch einmal gezeigt, um die Rückkopplungseffekte zwischen den einzelnen Quelltermen zu verdeutlichen. Die viskose Heizung ändert sich abhängig davon, ob noch ein zusätzlicher Energieeintrag durch den Stern hinzukommt. Dies ist nachvollziehbar, da eine Heizung durch den Stern zu größeren Temperaturen, diese zu größeren Schallgeschwindigkeiten (siehe Gleichung 2.15) und diese wiederum zu einem größeren kinematischen Viskosität (siehe Gleichung 2.26) führt. Genauso sind auch die Opazitäten der Kühlfunktion (Gleichung 2.31) von der Dichte und Temperatur abhängig. Die Energiebilanz kann also nicht aus einer Summe von einander unabhängiger Terme zusammengesetzt werden. Dieses Ergebnis ist besonders für den Vergleich mit anderen Arbeiten, welche unterschiedliche Quellterme in der Energiegleichung berücksichtigen, wichtig. Bevor auf solche Vergleiche genauer eingegangen wird, soll hier zunächst die Entwicklung der Temperaturstruktur untersucht werden.

### 5.1.1 Lokale Maxima der Temperatur

In Abbildung 5.1 sind 2 auffällige Maxima in der Temperaturstruktur bei  $\sim 1$  AU und  $\sim 10$  AU zu sehen. Um ihre Entstehung besser zu verstehen, ist in Abbildung 5.5 derselbe Vergleich der Mittelebenentemperaturen mit und ohne Heizung durch den Stern zu sehr frühen Simulationszeitpunkten gezeigt. Zu Beginn der Simulation sind die Ergebnisse noch sehr ähnlich und die Temperatur im Bereich um 2 AU ist für beide Modelle im Vergleich zum restlichen Verlauf erhöht. Dort bildet sich auch ohne die Heizung durch den Stern zunächst ein Temperaturplateau. Um seine Entstehung zu erklären, werden in Abbildung 5.6 die unterschiedlichen Beiträge zur Opazität in der Kühlfunktion genauer untersucht und mit dem radialen Verlauf der Mittelebenentemperatur überlagert. Es wird deutlich, dass das Plateau in der Mittelebenentemperatur in dem Bereich entsteht, in dem die optische Tiefe vom Staub dominierten Bereich in dem durch Staub mit Eisschicht dominierten Bereich übergeht (siehe Beiträge zur Kühlfunktion in Kapitel 2.3.3). Dieser Bereich beinahe konstanter Temperatur wird demzufolge zunächst durch eine Änderung der Opazität in der Kühlfunktion erzeugt.

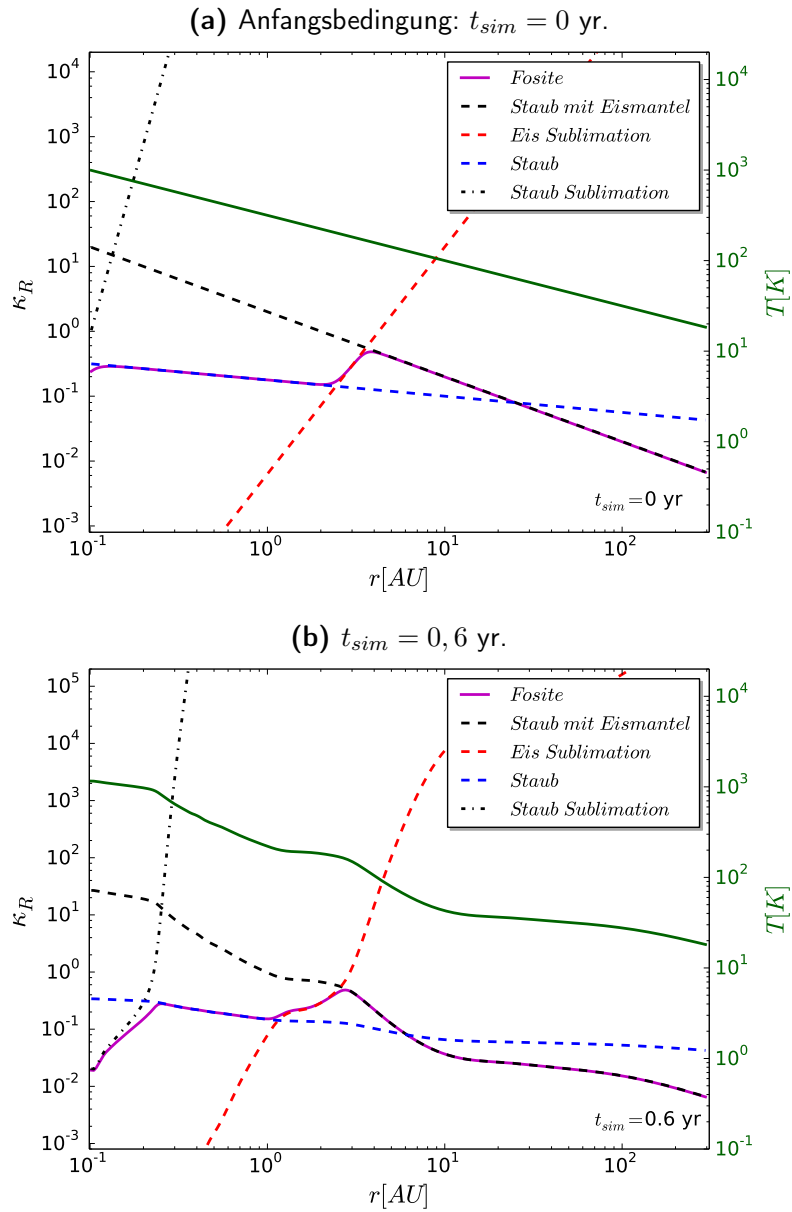
Allerdings zeigen Abbildung 5.1 und 5.5, dass die Heizung durch den Stern die weitere Entwicklung der Mittelebenentemperatur stark beeinflusst. An-



**Abbildung 5.5:** Vergleich der Mittelebenentemperatur zweier Simulationen mit und ohne Heizung durch den Stern zu verschiedenen Zeitpunkten.

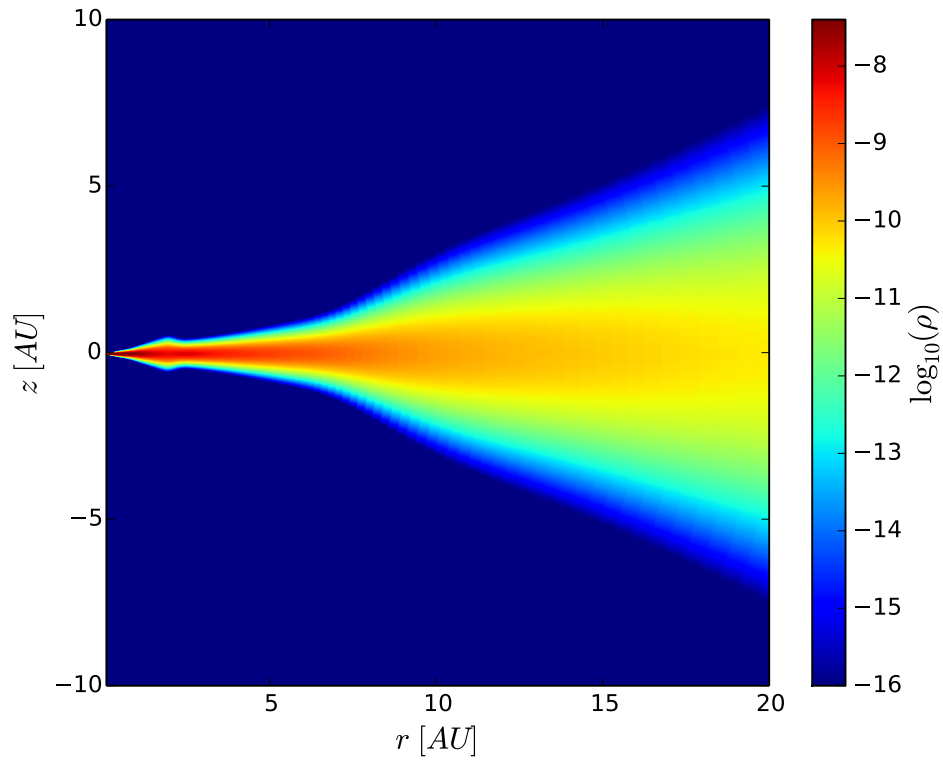
schaulich ist dies am besten anhand der in Abbildung 5.7 dargestellten, mit Gleichung (2.18) aus der Druckskalenhöhe und der Oberflächendichte rekonstruierten vertikalen Dichtestruktur verständlich. Am Ort der Temperaturmaxima oder Temperaturplateaus ist diese in  $z$ -Richtung deutlich stärker ausgedehnt als in ihrer Umgebung. Deshalb ist es plausibel, dass die am Ort des ersten Temperaturmaximums vertikal aufgeweitete Dichtestruktur den weiter außen liegenden Teil der Akkretionsscheibe abschatten kann. Dadurch entsteht ein kälterer Bereich, welcher mit einem lokalen Maximum an dem Ort, an dem die Akkretionsscheibe nicht mehr abgeschattet ist, endet. Auch die im Vergleich zur Simulation ohne Heizung durch den Stern höheren Temperaturen am Ort des Temperaturmaximums bei  $\sim 1$  AU sind nachvollziehbar, da dieser Abschnitt der Scheibe gerade wegen der vergleichsweise ausgedehnten vertikalen Verteilung besonders gut durch den Stern geheizt werden kann.

Diese Effekte lassen sich selbstverständlich auch anhand der Modellgleichungen nachvollziehen. Nach Gleichung (2.15) führt eine erhöhte Mittelebenentemperatur zu einer größeren Schallgeschwindigkeit und diese wiederum zu einer vergrößerten Druckskalenhöhe (siehe Gleichung 2.19). Die Druckska-

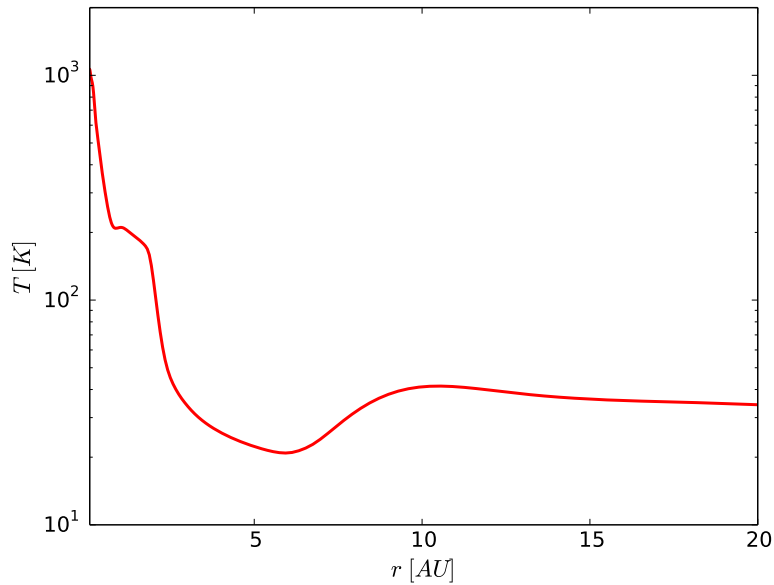


**Abbildung 5.6:** Linke Achse: Vergleich der Beiträge zur Opazität in der Kühlfunktion (siehe Kapitel 2.3.3) für die Anfangsbedingung und für einen Zeitschritt direkt nach dem Start der Simulation. Die in Fosite verwendete, kombinierte Opazität ist mit Fosite bezeichnet. Rechte Achse: Mittelebenentemperatur zu denselben Zeitpunkten

(a) Rekonstruierte vertikale Dichtestruktur im Innenbereich der Akkretionsscheibe.

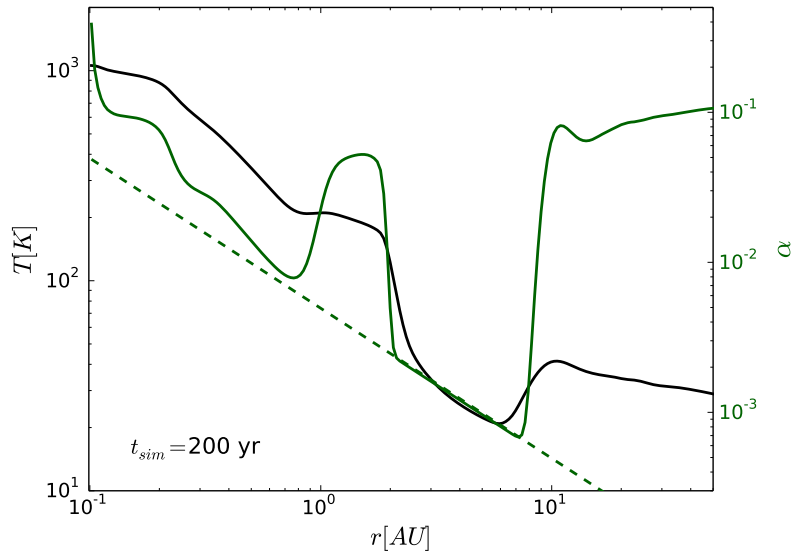


(b) Radialer Verlauf der Mittelebenentemperatur.



**Abbildung 5.7:** Vertikalen Dichtestruktur nach 200 yr Simulationszeit. Um den Zusammenhang der Dichtestruktur mit der Mittelebenentemperatur zu verdeutlichen, wird  $T$  hier noch einmal gezeigt. Dabei ist die  $r$ -Achse, genau wie bei der Dichteverteilung, linear skaliert.





**Abbildung 5.8:** Vergleich des radialen Verlaufs der effektiv beleuchteten Oberfläche  $\alpha$  (grün, rechte Achse) mit dem der Mittelebenentemperatur  $T$  (schwarz, linke Achse) für den zum Verständnis der Temperaturmaxima relevanten Ausschnitt der Akkretionsscheibe. Der minimale, durch die endliche Ausdehnung des Sternes zu Stande kommende Wert für  $\alpha$  ist als gestrichelte Linie eingezeichnet.

lenhöhe legt den vertikalen Abfall der Dichte fest, wobei größere Druckskaalenhöhen nach Gleichung (2.18) zu einer in  $z$ -Richtung stärker ausgedehnten Verteilung führen. Dementsprechend führen die Temperaturmaxima auch zu Maxima der vertikalen Ausdehnung der Dichtestruktur. Diese bewirken wiederum Maxima in der photosphärischen Höhe (Gleichung 3.11 und 3.13), welche sich dann auf die effektiv beleuchtete Oberfläche auswirken (Gleichung 3.18), die wiederum linear in den Heizterm (Gleichung 3.30) eingeht. Dies ist deutlich anhand des Vergleiches der Temperaturstruktur und der effektiv beleuchteten Oberfläche  $\alpha$  (siehe Kapitel 3.3 für die Definition von  $\alpha$ ) zu erkennen, welcher in Abbildung 5.8 gezeigt ist. Wie bereits anhand der Vertikalstruktur vorhergesagt wurde, führt das erste Temperaturmaximum einerseits zu einem lokalen Maximum der effektiv beleuchteten Oberfläche und damit zu einer verstärkten Heizung durch den Stern. Zudem bewirkt es, dass  $\alpha$  bei benachbarten, größeren Radien auf den Minimalwert abfällt. Das zweite Temperaturmaximum befindet sich tatsächlich direkt außerhalb dieses abgeschatteten Bereichs.

Dass Opazitätsänderungen einen derart starken Einfluss auf die Tempera-

turstruktur der Akkretionsscheibe haben könne, ist bereits bekannt (siehe z.B. Watanabe & Lin (2008) und Baillié u. a. (2015)). Auf den Vergleich mit diesen Arbeiten wird im Folgenden noch genauer eingegangen werden. Nachdem nun die auffälligen Strukturen im Bereich 1-10 AU erklärt wurden, soll auf die Temperaturentwicklung im Rest der Akkretionsscheibe eingegangen werden. Dies bietet auch gleich die Möglichkeit, die Auswirkungen zweier Erweiterungen des ursprünglichen Modells zu untersuchen: die Sublimation von Staub bei kleinen und die optische Tiefe der Scheibe für die von der beheizten Oberfläche reemittierte Strahlung bei großen Radien.

### **5.1.2 Die Entwicklung des Zentralbereiches**

Aus der Diskussion der Energiebeiträge ist bereits bekannt, dass bei kleinen Abständen vom Zentralobjekt sowohl Heizung und Kühlung durch Strahlung als auch viskose Heizung eine Rolle spielen. Die resultierenden Temperaturen (siehe Abbildung 5.1) liegen am Innenrand knapp oberhalb der für den Beginn der Sublimation des Staubes benötigten Temperatur von 1000 K. Das in Kapitel 3.4.2 beschriebene Sublimationsmodell sorgt in diesem Fall für eine Anpassung des Staub-zu-Gas-Verhältnisses, welches in Abbildung 5.9 gezeigt wird. Allerdings ist dieser Effekt hier so gering, dass die Sublimation von Staub für dieses Modell keine wesentliche Rolle spielt.

### **5.1.3 Die Entwicklung der Mittelebenentemperatur bei großen Abständen zum Zentralobjekt**

Bei der Entwicklung des Heizmodells ist auch die optische Tiefe der Akkretionsscheibe für die von ihrer Oberfläche reemittierte Strahlung berücksichtigt worden (siehe Kapitel 3.5). Es ist möglich, dass die zentralen Regionen der Scheibe nah der Mittelebene optisch dünn für die von der beheizten Oberfläche reemittierte Strahlung werden. Dieser Effekt spielt insbesondere in den kalten Außenbereichen eine Rolle in denen die Dichte des Materials in der Scheibe gering ist (siehe Abbildung 5.10). Insgesamt führt die Berücksichtigung der optischen Tiefe der Scheibe selbst jedoch zu keinen gravierenden Änderungen der Temperaturstruktur der Scheibe.

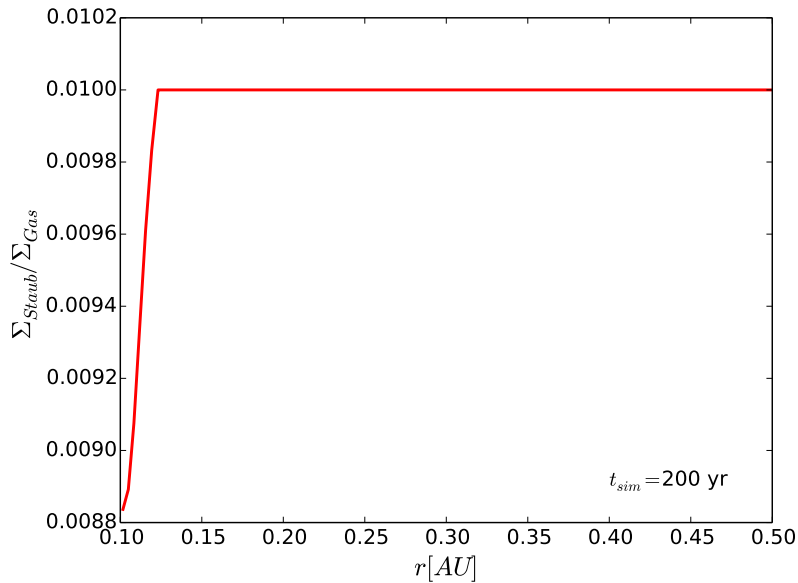
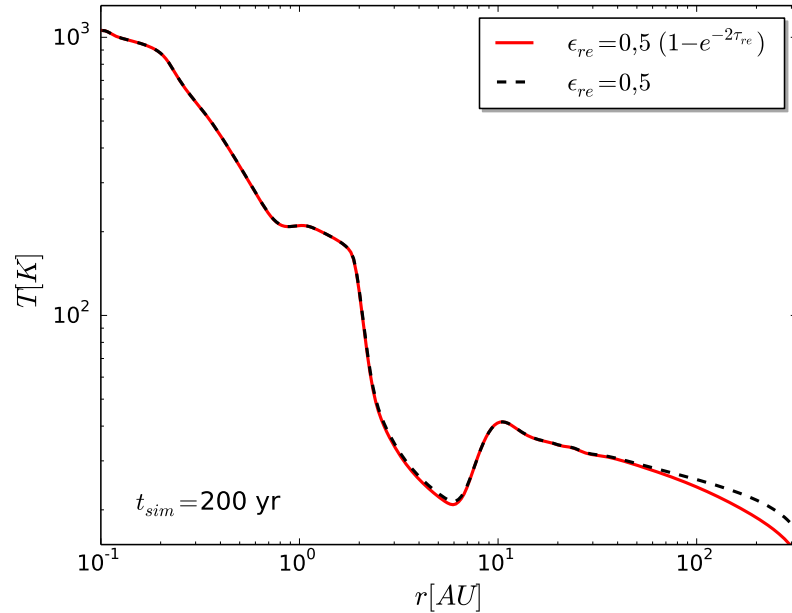


Abbildung 5.9: Staub-zu-Gas-Verhältnis im Zentralbereich.

#### 5.1.4 Zusammenfassung

Hier sollen noch einmal die wichtigsten Ergebnisse zur Temperaturstruktur des Standardmodells zusammengefasst werden:

- Heizung und Kühlung durch Strahlung dominieren die Energiebilanz. Zudem spielt die viskose Heizung bei Radien bis  $\sim 10$  AU eine wesentliche Rolle.
- Im Bereich zwischen 1-10 AU bilden sich zwei lokale Temperaturmaxima. Das erste entsteht durch die Wechselwirkung der Heizung und Kühlung durch Strahlung. Dabei wird der Ort, an dem das Maximum entsteht, durch eine Änderung der Opazität in der Kühlfunktion festgelegt. Durch die erhöhte Temperatur und die damit einhergehende Zunahme der vertikalen Ausdehnung der Scheibe kommt es zu Abschattungseffekten und dadurch zur Entstehung eines zweiten Temperaturmaximums bei  $r \approx 10$  AU.
- Es gibt Rückkopplungseffekte zwischen den einzelnen Quelltermen in der Energiegleichung.



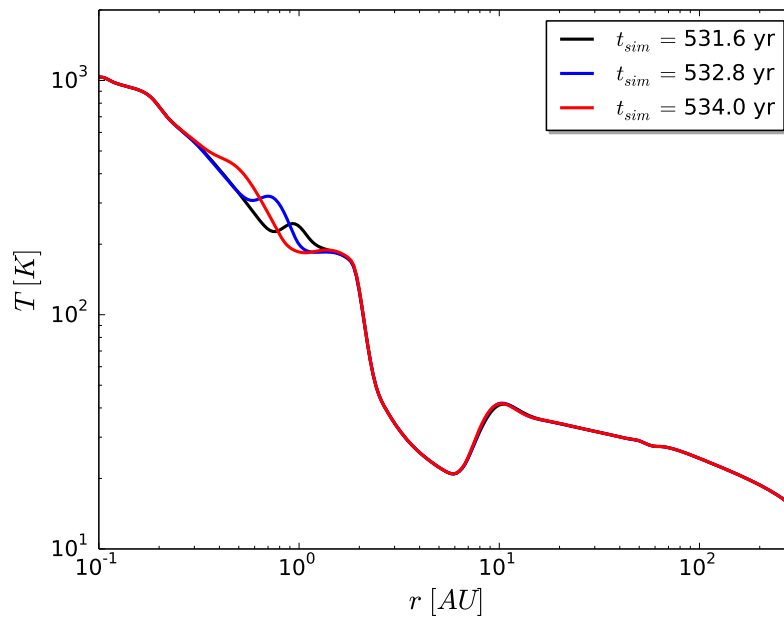
**Abbildung 5.10:** Vergleich der Mittelebenentemperatur für 2 Simulationen mit  $\epsilon_{re} = 0,5 (1 - e^{-2\tau_{re}})$  und  $\epsilon_{re} = 0,5$ . Der zweite Fall vernachlässigt die optische Tiefe der Akkretionsscheibe selbst und berücksichtigt lediglich die Annahme, dass sich nur etwa die Hälfte der reemittierten Strahlung in Richtung Mittelebene bewegt (siehe Reemissionskorrektur, Kapitel 3.5).

## 5.2 Thermische Instabilitäten

Nachdem nun die Temperaturentwicklung der ungestörten Akkretionsscheibe diskutiert wurde, soll genauer auf die bereits erwähnten thermischen Instabilitäten eingegangen werden. Dabei greift die Bezeichnung als thermische Instabilität dem Ergebnis dieses Kapitels vor. Die Bestätigung für die Annahme dass eine echte Instabilität die in der Simulation gefundenen Temperaturstrukturen verursacht, kann erst nach der vollständigen Analyse dieses Effekts in Kapitel 5.5 gefunden werden. Um umständliche Umschreibungen zu vermeiden, wird der Begriff hier dennoch bereits verwendet.

Nach etwas mehr als 500 yr Simulationszeit bilden sich bei etwa 1 AU Abstand zum Zentralobjekt neue, lokale Maxima der Temperatur (siehe Abbildung 5.11). Sie liegen direkt innerhalb des Bereiches, in dem die Opazitätsänderung der Kühlfunktion ebenfalls ein deutlich schwächer ausgeprägtes

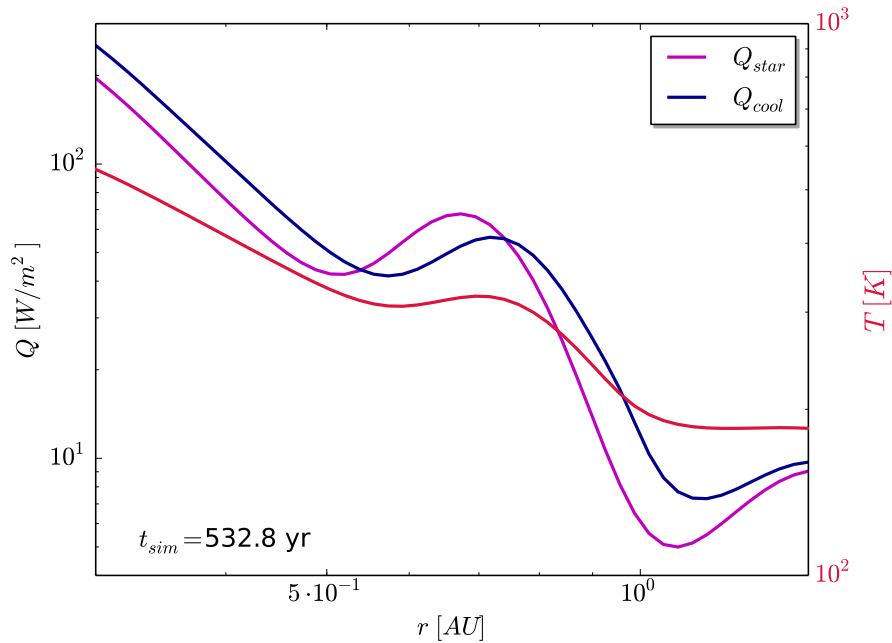
Temperaturmaximum erzeugt, welches für die bereits diskutierten Abschattungseffekte verantwortlich ist. Im Gegensatz zu den bisher besprochenen Strukturen, sind diese neuen Temperaturpeaks jedoch zeitlich nicht stabil. Nach ihrer Entstehung wandern sie in Richtung Stern (siehe Abbildung 5.11), bevor sie sich im heißen Zentralbereich auflösen. Die Bewegung der Tempera-



**Abbildung 5.11:** Zeitliche Entwicklung der Temperatur.

turmaxima lässt sich mit der Argumentation von Dullemond (2000) erklären. Ein lokales Maximum in der Temperatur- und damit auch vertikalen Dichtestruktur der Akkretionsscheibe wird auf der dem Stern zugewandten Seite stärker geheizt werden, als auf der abgewandten, abgeschatteten Seite. Dies erklärt, warum das Maximum der Sternheizung in Abbildung 5.12 relativ zum Temperaturmaximum nach innen verschoben ist. Dagegen folgt der radiale Verlauf der Kühlfunktion dem der Temperatur. Deshalb wird die dem Stern zugewandte Seite des Temperatur- und des resultierenden vertikalen Dichtemaximums stärker geheizt als gekühlt. Ihre Temperatur wächst. Dagegen dominiert auf der Rückseite dieser Struktur die Kühlung und führt zu sinkenden Temperaturen. Deshalb wandert das Temperaturmaximum mit der Zeit nach innen.

Damit lässt sich die Bewegung der Temperaturmaxima in Richtung Stern



**Abbildung 5.12:** Vergleich der zeitlichen Entwicklung der Heizung und Kühlung durch Strahlung (linke Achse) und der Mittelebenentemperatur (rechte Achse) im Bereich der Instabilität.

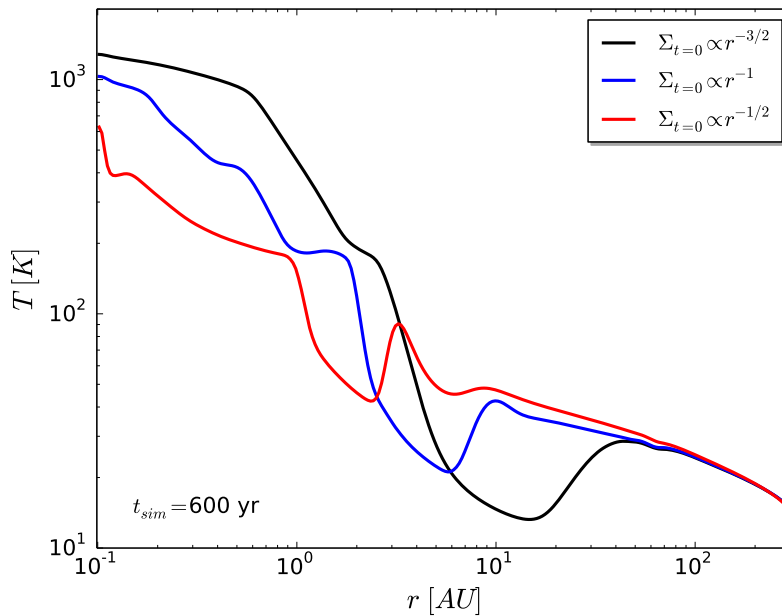
nachvollziehen. Allerdings erklärt dies nicht, warum die Maxima in diesem Bereich überhaupt entstehen. Anders formuliert sind nun zwar die Auswirkungen aber nicht die Ursachen der bereits erwähnten thermischen Instabilitäten bekannt. Deshalb werden im Folgenden die Bedingungen, welche zur Entstehung der wandernden Temperaturpeaks notwendig sind, genauer untersucht.

### 5.3 Abhängigkeit der Simulationsergebnisse von den gewählten Parametern

Im Folgenden wird überprüft, wie sehr die im vorletzten Abschnitt beschriebenen Ergebnisse von der Wahl der Simulationsparameter abhängen. Dabei werden insbesondere die Entstehungsbedingungen der thermischen Instabilitäten genauer untersucht.

### 5.3.1 Der radiale Verlauf der Oberflächendichte

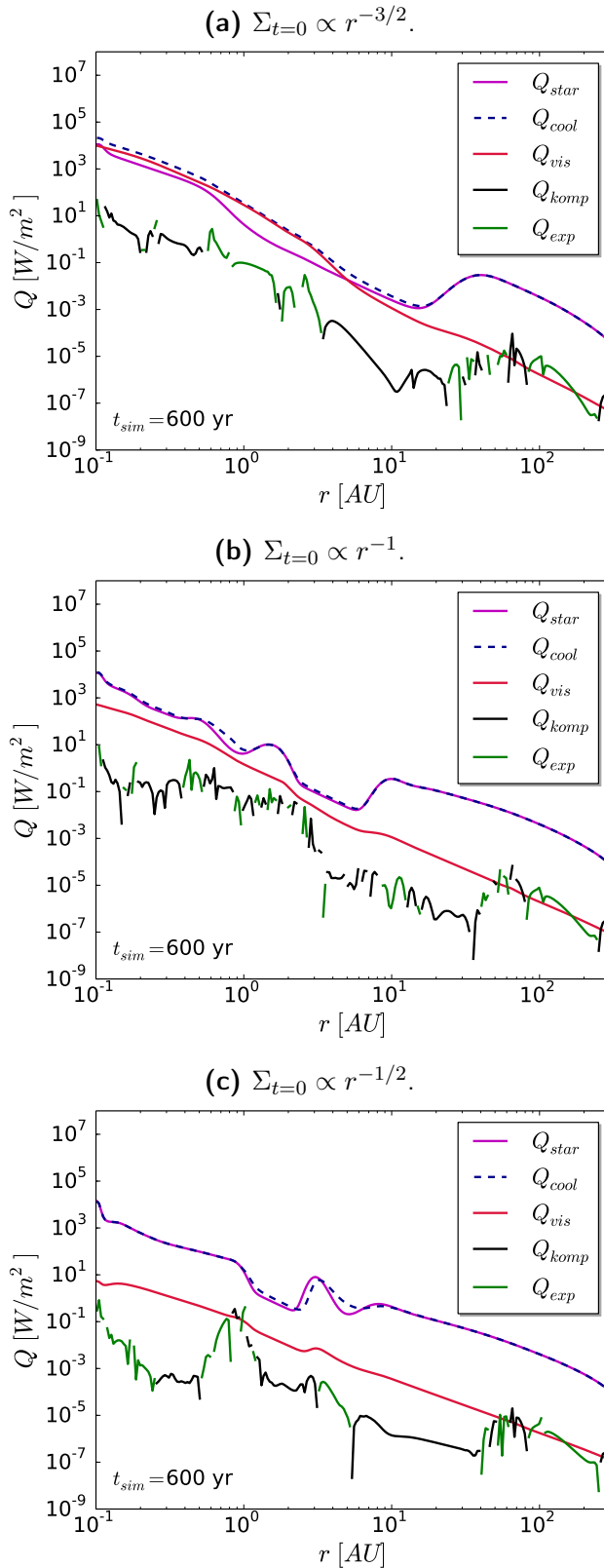
Zunächst wird die Standard-Anfangsbedingung für das Oberflächendichteprofil  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1}$  mit den Fällen  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$  und  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  verglichen. Dabei sorgt ein stärkerer Dichtegradient bei gleichbleibender Scheibenmasse dafür, dass sich mehr Masse nah am Zentralobjekt konzentriert. Da die Oberflächendichte sich typischerweise sehr viel langsamer entwickelt als die Mittelebenentemperatur (siehe Kapitel 4.2 und 5.4), bestimmt die Anfangsbedingung zum hier gewählten Vergleichszeitpunkt die Dichteverteilung weiter Teile der Akkretionsscheibe. Abbildung 5.13 zeigt den Vergleich der resultierenden Mittelebenentemperaturen. Qualitativ zeigen die Temperaturen aller



**Abbildung 5.13:** Vergleich der Mittelebenentemperatur für 3 Simulationen mit unterschiedlichen radialen Oberflächendichteprofilen.

drei Oberflächendichten ein ähnliches Verhalten. In allen Modellen tritt der bereits bekannte abgeschattete Bereich mit einem Temperaturmaximum an seinem Außenrand auf. Quantitativ betrachtet unterscheiden sich die Mittelebenentemperaturen jedoch deutlich.

Die Unterschiede lassen sich mit Hilfe der in Abbildung 5.14 gezeigten Beiträge zur inneren Energie erklären. Für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$  ist die viskose Heizung

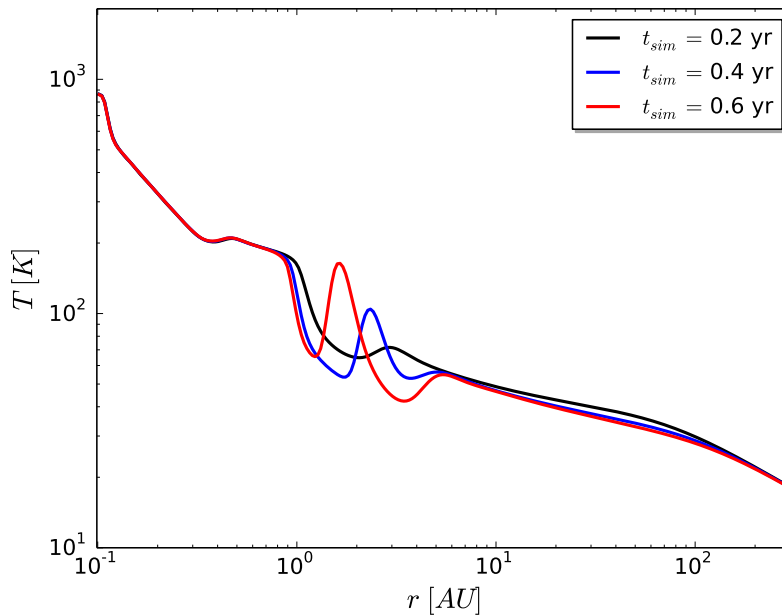


**Abbildung 5.14:** Vergleich der Beiträge zur inneren Energie der Akkretionsscheibe für verschiedene Oberflächendichteprofile.



bei kleinen Abständen zum Zentralobjekt auf Grund der höheren, linear in Gleichung (2.25) eingehenden Dichte stärker und liefert für  $r \lesssim 5$  AU sogar einen größeren Beitrag als die Heizung durch den Stern. Deshalb kann sich im Bereich  $r \lesssim 2$  AU ein vergleichsweise heißer Zentralbereich bilden, dessen Temperatur im Sublimationsbereich des Staubes liegt.

Im Gegensatz dazu spielt die viskose Heizung für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  wegen der kleineren Dichten nah am Stern eine wesentlich geringere Rolle. Betrachtet man die zeitliche Entwicklung dieser Temperaturstruktur fällt auf, dass sofort zu Beginn der Simulation thermische Instabilitäten auftreten (siehe Abbildung 5.15). Im Gegensatz zum Standardmodell mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1}$  betreffen sie hier jedoch die Bewegung des Temperaturmaximums außerhalb des abgeschatteten Bereichs. Für das Modell mit dem stärksten Dichtegradienten  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$  spielen Instabilitäten für die gesamte hier gezeigte Simulationszeit keine Rolle. Wenn sie auftritt, beeinflusst die radiale Bewegung der

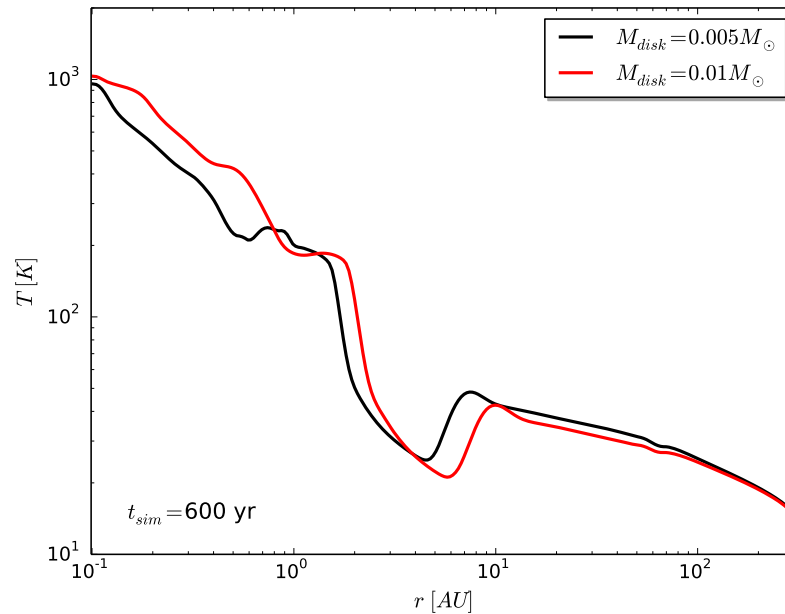


**Abbildung 5.15:** Thermische Instabilitäten für das Modell mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$ .

Temperaturmaxima Kompressions- und Dekompressionstermen im Bereich dieser Strukturen (siehe Abbildung 5.14). Sie können zu Energiebeiträgen in der Größenordnung der viskosen Heizung führen, sind jedoch weiterhin klein gegen die dominanten Heiz- und Kühlprozesse.

### 5.3.2 Die Masse der Akkretionsscheibe

Die bei der Variation der Anfangsbedingung für die Scheibenmasse auftretenden Effekte (siehe Abbildung 5.16) sind ähnlich zu denen, welche durch eine Änderung des radialen Verlaufs der Oberflächendichte hervorgerufen werden. Dies ist nicht überraschend, da die Verringerung der Anfangsmasse der Akkretionsscheibe auf  $0,005 M_{\odot}$  bei gleichbleibender radialer Abhängigkeit von  $\Sigma$  ebenfalls zu geringeren Dichten führt. Auch in diesem Fall bewirken kleinere Dichten eine im Vergleich zum Standardmodell geringer werdende viskose Heizung. Dadurch verschieben sich der Sublimationsbereich für Eis in der Kühlfunktion sowie der radial dahinter liegende abgeschattete Bereich in Richtung Stern (siehe Abbildung 5.16). In beiden Simulationen treten im



**Abbildung 5.16:** Vergleich der Mittelebenentemperatur für 2 Simulationen mit unterschiedlichen Scheibenmassen, wobei  $M_{\text{disk}} = 0,01 M_{\odot}$  dem Standardmodell entspricht.

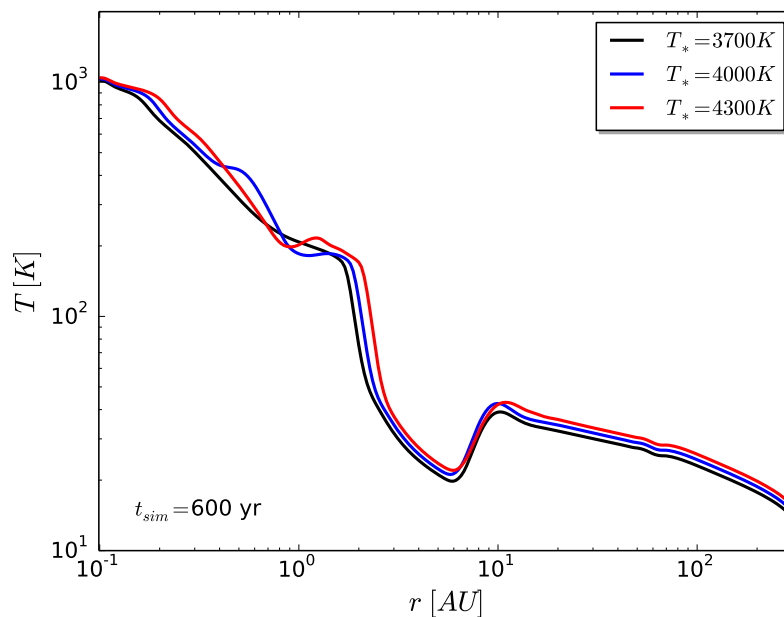
Innenbereich der Scheibe erneut thermische Instabilitäten auf. Allerdings ist dies für das Modell geringerer Scheibenmasse bereits nach etwa 300 yr der Fall. Für das Standardmodell dauert es etwa 500 yr bis dieser Effekt zu sehen ist.

### 5.3.3 Der zentrale Stern

Um den Einfluss des Sterns auf die Akkretionsscheibe zu untersuchen, wird seine Temperatur variiert. Grundsätzlich ist die für die Strahlungsheizung interessante Größe die Leuchtkraft des Sterns

$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_*^4, \quad (5.4)$$

da sie die pro Zeiteinheit abgestrahlte Energie angibt. Da eine Änderung der Temperatur des Sterns sich stärker auf seine Leuchtkraft auswirkt als eine Radiusänderung, wird hier der Einfachheit halber die Temperatur variiert, um die Leuchtkraft zu verändern. Zusätzlich zu  $T_* = 4000$  K werden  $T_* = 3700$  K und  $T_* = 4300$  K betrachtet. Abbildung 5.17 zeigt, dass eine Erhöhung der Sterntemperatur zu größeren Mittelebenentemperaturen führt. Dies ist nachvollziehbar, da die Heizung durch den Stern bei höheren Sterntemperaturen effizienter wird. Lediglich im Sublimationsbereich des Staubes am Innenrand der Scheibe hat ein vergrößertes  $T_*$  kaum Auswirkungen. Die



**Abbildung 5.17:** Vergleich der Mittelebenentemperatur für 3 Simulationen mit unterschiedlichen Temperaturen des zentralen Sterns.

thermischen Instabilitäten werden ebenfalls durch die Temperatur des zen-

tralen Sterns beeinflusst. Eine Vergrößerung von  $T_*$  führt zu früher auftretenden, stärker ausgeprägten, nach innen wandernden Temperaturmaxima. Sie sind ausgeprägt genug um den abgeschatteten Bereich und damit auch das Temperaturmaximum bei 10 AU zu beeinflussen. Im Gegensatz dazu bleibt die Scheibe mit  $T_* = 3700$  K über den gesamten Simulationszeitraum hinweg stabil.

Insgesamt hat die Änderung der mit  $T_*^4$  in den Heizterm (siehe Gleichung 3.30) eingehenden Temperatur des Sterns jedoch weniger starke Auswirkungen als die zuvor gezeigten Änderungen der Dichteverteilung der Akkretionsscheibe.

### 5.3.4 Staubeigenschaften

In Kapitel 3.4 wurden 2 verschiedene Staub-Zusammensetzungen, MRN-Staub (mrn) und astronomisches Silikat (asil), sowie 2 maximale Staubkornradien  $a_{\max} = 0,25 \mu\text{m}$  auf  $a_{\max} = 2,5 \mu\text{m}$  vorgestellt. Alle bisher gezeigten Simulationen wurden aus den bereits in Kapitel 3.4 geschilderten Gründen mit MRN-Staub und dem kleineren maximalen Radius durchgeführt. Nun soll der Einfluss dieser Parameter untersucht werden.

Abbildung 5.18 zeigt den Vergleich der Staub-Zusammensetzungen bei gleich bleibendem  $a_{\max} = 0,25 \mu\text{m}$ . Die Mittelebenentemperaturen für astronomisches Silikat sind etwas geringer als die für MRN-Staub. Dies lässt sich durch die für astronomisches Silikat etwas geringere Opazität und die dadurch verringerte photosphärische Höhe (siehe Kapitel 3.2) erklären. Eine flachere Höhenstruktur sorgt dafür, dass die Strahlung des Sterns weniger effizient durch die Akkretionsscheibe aufgefangen werden kann. Dieser Effekt wird dadurch verstärkt, dass das astronomische Silikat zu etwas stärkerer Streuung von Strahlung an der Scheibenoberfläche führt (siehe Gleichung (3.21) und Anhang A für die damit berechneten Werte). Damit steht weniger Energie zur Heizung der Scheibe zur Verfügung, die Temperatur der Scheibe sinkt und die vertikale Dichteverteilung wird, wie bereits zu Beginn dieses Kapitels besprochen wurde, ebenfalls flacher. Wie schon bei der Variation der Sterntemperatur beobachtet wurde, führt auch hier die dadurch verringerte Heizung durch den Stern zu einer über den gesamten Simulationszeitraum stabilen Akkretionsscheibe.

Die Erhöhung des maximalen Staubkornradius hat sehr ähnliche Auswirkungen. Auch diese Änderung bewirkt geringere photosphärische Höhen und

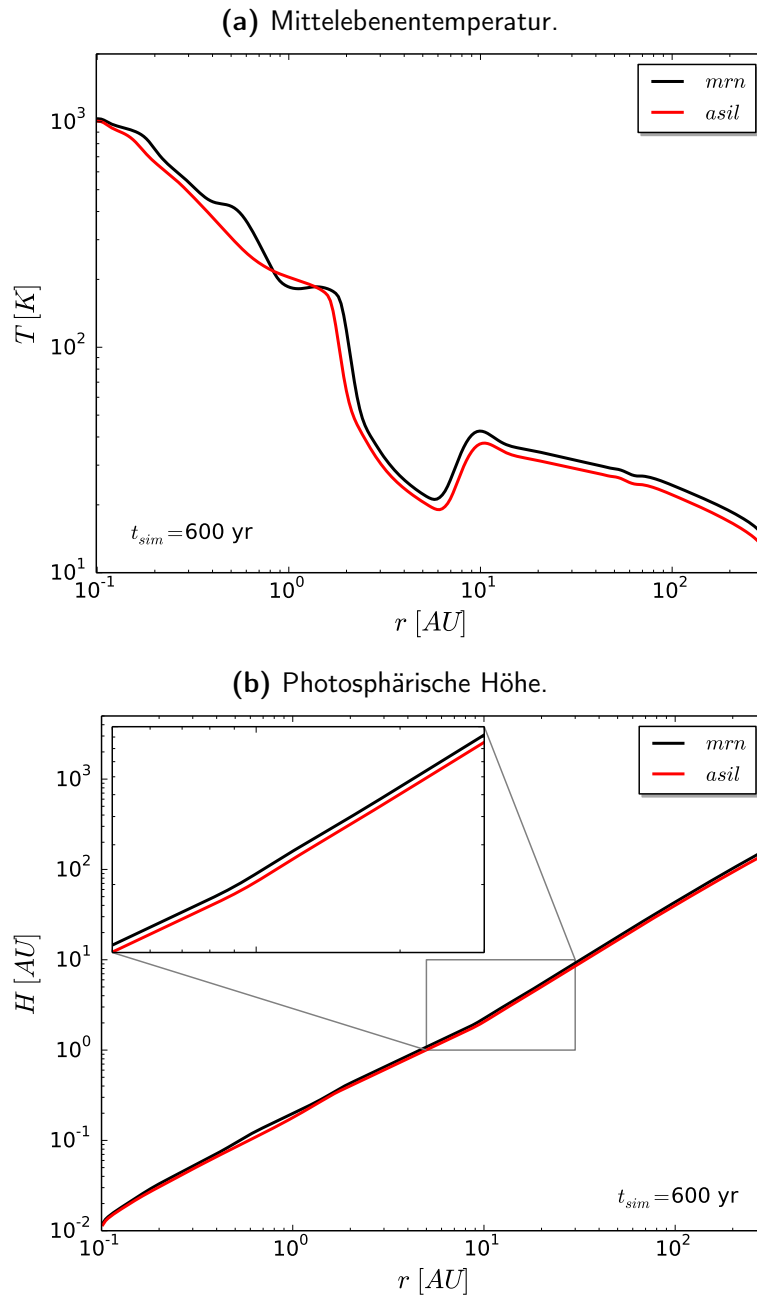
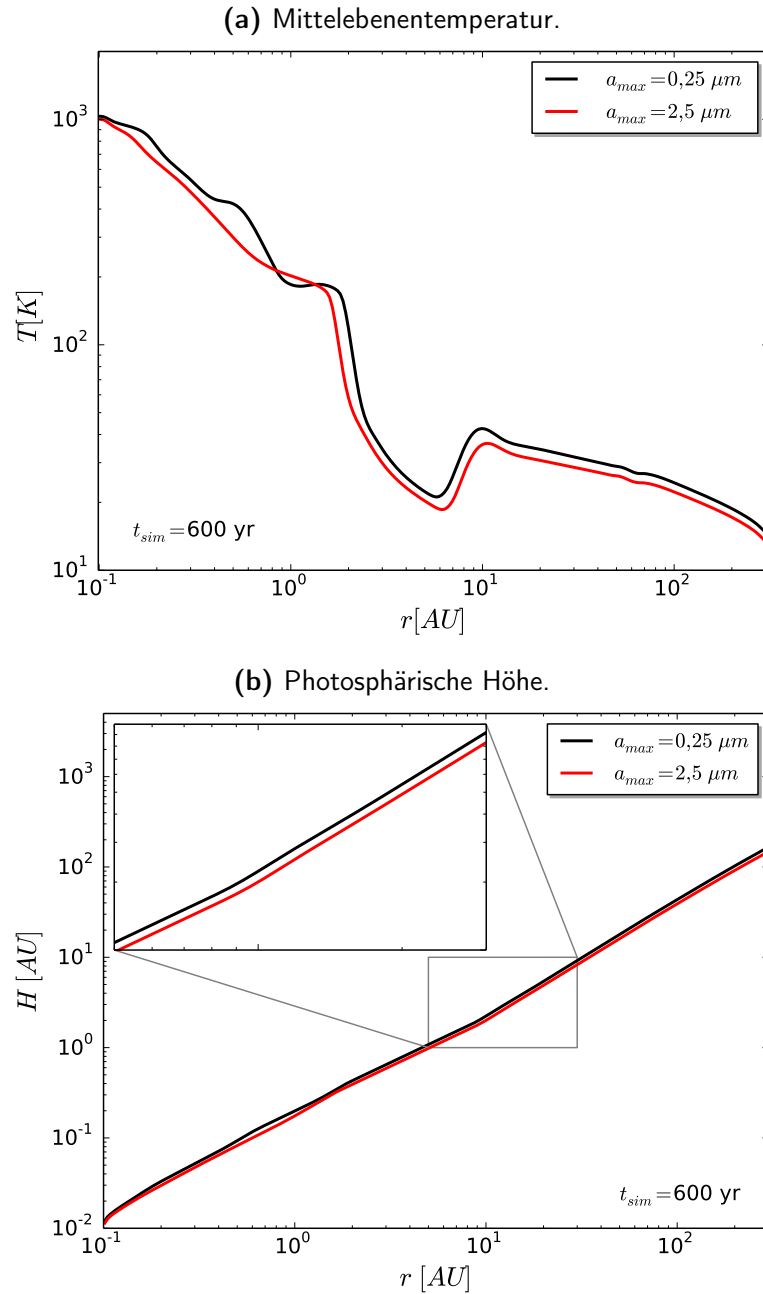


Abbildung 5.18: Vergleich verschiedener Staubzusammensetzungen.



**Abbildung 5.19:** Vergleich der Ergebnisse zu unterschiedlichen maximalen Staubkornradien.

Temperaturen (siehe Abbildung 5.19). Allerdings ist der Einfluss der Staubeigenschaften im Vergleich zu den Auswirkungen der Variationen der Dichteverteilung der Akkretionsscheibe ebenfalls gering.

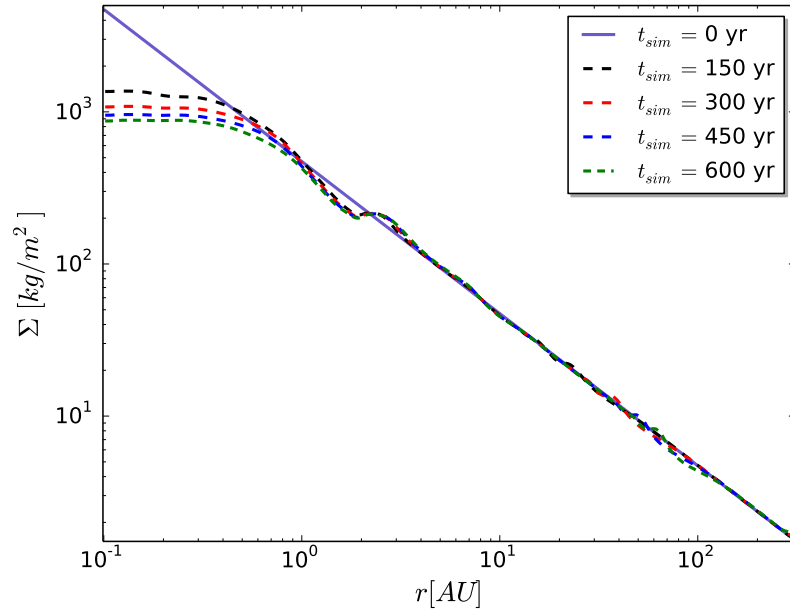
### 5.3.5 Zusammenfassung

Alle hier berechneten Temperaturstrukturen zeigen einen qualitativ ähnlichen Verlauf wie das im vorherigen Kapitel diskutierte Standardmodell und sind mit den dort besprochenen Effekten erklärbar. Allerdings hängt die Ausprägung der einzelnen Bereiche von der Wahl der Parameter ab. Dabei verursacht eine Variation der Dichte und der damit zusammenhängenden viskosen Heizung im Vergleich zum Standardmodell die größten Änderungen. Die hier gewählte Beschreibung des Heizterms ermöglicht es jedoch auch schwächere Effekte wie die Wahl der Staubzusammensetzung oder der maximalen Staubkorngröße zu untersuchen.

Die Entstehung von Instabilitäten wird durch geringe Dichten sowie verstärkte Heizung durch den Stern begünstigt.

## 5.4 Voraussetzungen für die Entstehung der Instabilitäten

Hier soll zunächst genauer auf den Zusammenhang zwischen der Entstehung von Instabilitäten und der Dichte des Materials in der Akkretionsscheibe eingegangen werden. Er hängt eng mit der Frage nach dem Entstehungszeitpunkt der nach innen wandernden Temperaturmaxima zusammen. Deshalb ist in Abbildung 5.20 die zeitliche Entwicklung der Oberflächendichte  $\Sigma$  für das Standardmodell gezeigt. Im Innenbereich der Akkretionsscheibe nimmt  $\Sigma$  stark ab, wobei sich dieser Prozess im Verlauf der Simulation deutlich verlangsamt. Zudem reagiert die Dichte nicht auf die nach innen laufenden Temperaturmaxima und behält einen vergleichsweise glatten Verlauf bei. Damit kann ausgeschlossen werden, dass die Instabilitäten durch eine Störung der Dichteverteilung hervorgerufen werden. Jenseits von etwa 3 AU ändert sich die Oberflächendichte nur minimal, da dort die damit verknüpfte viskose Zeitskala noch nicht erreicht ist (siehe Kapitel 4.2, Abbildung 4.1). Lediglich bei sehr großen Radien sind kleine Unregelmäßigkeiten zu erkennen. Sie sind

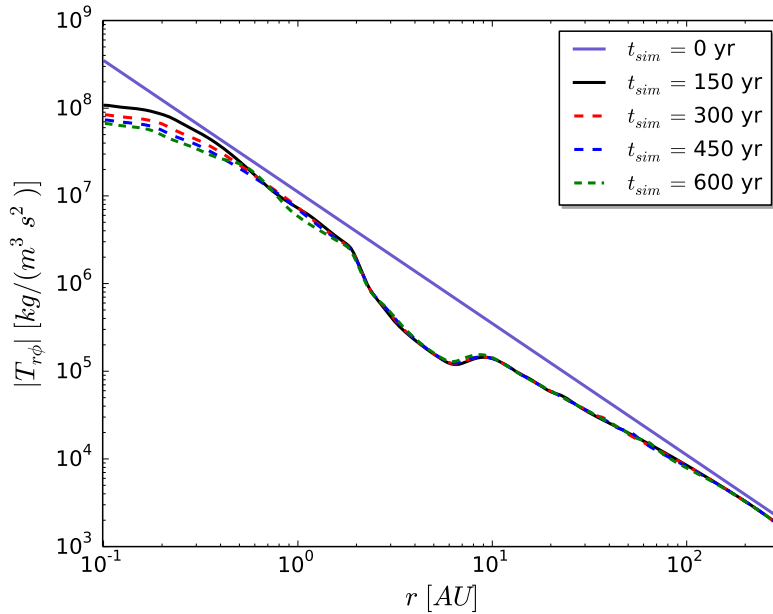


**Abbildung 5.20:** Zeitliche Entwicklung der Oberflächendichte.

ein Artefakt der bereits erwähnten, anhand der Radialgeschwindigkeit diskutierten, zwangsläufig künstlichen Anfangsbedingungen. Unabhängig von der Temperaturstruktur sind auch die in Abbildung 5.3 gezeigten, negativen Radialgeschwindigkeiten bei kleinen Abständen zum Zentralobjekt interessant. Sie sind konsistent mit einem langsam akkretierenden Zentralobjekt, was auch die Abnahme der Oberflächendichte im Zentralbereich erklärt.

Die Oberflächendichte geht wiederum linear in den viskosen Spannungstensor (siehe Gleichung 2.25) ein, dessen dominante Komponente in Abbildung 5.21 gezeigt ist. Deshalb folgt aus einer Abnahme der Oberflächendichte im Zentralbereich auch ein geringer werdendes  $T_{r\varphi}$ . Es ist also möglich, dass der gefundene Zusammenhang zwischen der Dichte und dem Auftreten der Instabilitäten seine Ursache eigentlich in einem Zusammenhang zwischen der Viskosität und dem Auftreten von Instabilitäten hat. Um dies zu überprüfen, wurde für die in Abbildung 5.22 gezeigten Simulationsergebnisse der  $\alpha_v$ -Parameter der Viskosität variiert, welcher ebenfalls linear in den Spannungstensor eingeht. Alle weiteren Simulationsparameter entsprechen dem Standardmodell, das von  $\alpha_v = 0.01$  ausgeht (siehe Kapitel 2.3.2). Die Ergebnisse zeigen den erwarteten Trend. Für im Vergleich zum Standardmodell





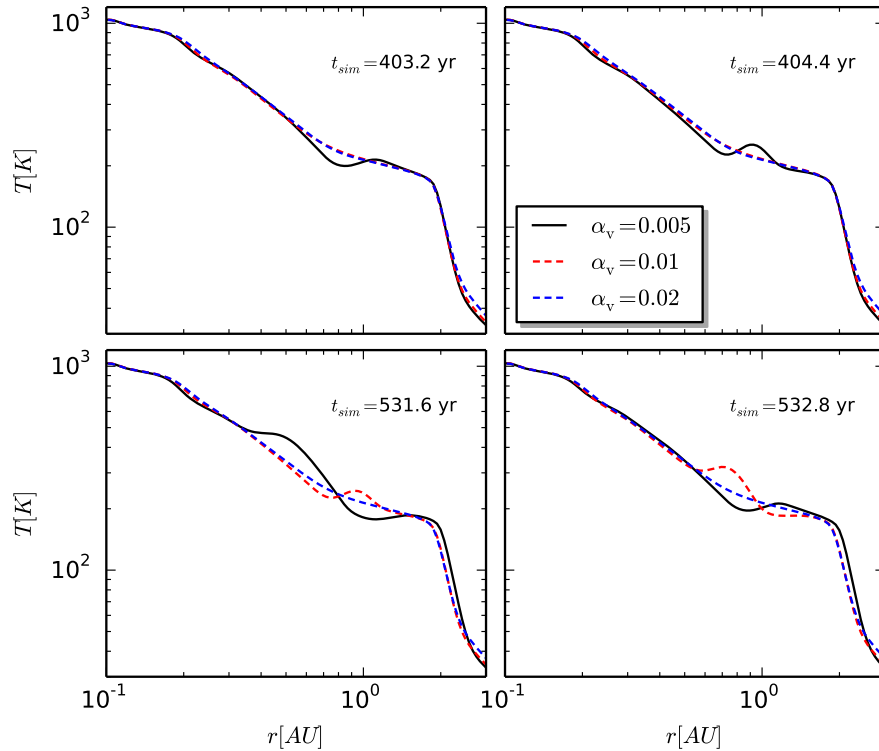
**Abbildung 5.21:** Zeitliche Entwicklung der  $r, \varphi$ -Komponente des viskosen Spannungstensors.

verkleinertes  $\alpha_v$  treten die Instabilitäten früher auf und sind zudem stärker ausgeprägt. Dagegen bleibt das Modell mit  $\alpha_v = 0.02$  über den gesamten hier betrachteten Simulationszeitraum hinweg stabil.

Diese Ergebnisse zeigen, dass die Viskosität in der Lage ist die thermischen Instabilitäten zu unterdrücken oder zumindest ihren Entstehungszeitpunkt zu verzögern. Durch den linearen Zusammenhang zwischen der Dichte und dem viskosen Spannungstensor kann eine Änderung der Dichte ebenfalls zu einer Änderung der Viskosität führen.

## 5.5 Ursachen der Instabilitäten

Die Diskussion um thermische und thermisch-viskose Instabilitäten in Akkretionsscheiben ist nicht neu. Bereits Shakura & Sunyaev (1976) und Pringle (1976) haben die Innenbereiche von Akkretionsscheiben um Schwarze Löcher untersucht und herausgefunden, dass diese instabil gegenüber kleinen Störungen sind. Diese Instabilität lässt sich allein mit der Temperaturabhän-



**Abbildung 5.22:** Vergleich der Temperaturprofile dreier Simulationen mit unterschiedlichen  $\alpha_v$ -Parametern der Viskosität für den Ausschnitt der Scheibe, in welchem im Standardmodell die Instabilitäten entstehen.

gigkeit der viskosen Heizung und der Kühlung durch Abstrahlung erklären. Sie tritt dann auf, wenn der Druck durch den Strahlungsdruck und die Opazität durch Elektronenstreuung dominiert ist. Wird das in diesen Arbeiten gefundene Stabilitätskriterium jedoch auf die hier betrachteten deutlich kälteren Akkretionsscheiben um junge Sterne angewandt, in denen der Druck durch den Gasdruck und die Opazität nicht durch die Elektronenstreuung definiert ist, stellt sich heraus, dass die Scheiben stabil sind.

Spätere Arbeiten haben sich mit Instabilitäten beschäftigt, welche durch die Wechselwirkung zwischen Heizung und Kühlung durch Strahlung hervorgerufen werden (siehe z.B. D'Alessio u. a. (1999), Dullemond (2000), Watanabe & Lin (2008)). Im Folgenden ist insbesondere die Arbeit von Watanabe & Lin (2008) interessant, da die dortige Diskussion auf das hier verwendete Mo-

dell übertragbar ist. Deshalb wird die von Watanabe & Lin (2008) gegebene Erklärung zum Auftreten der Instabilitäten hier kurz zusammengefasst. Sie beruht im Wesentlichen auf dem im effektiv beleuchteten Anteil der Oberfläche  $\alpha$  (siehe Kapitel 3.3) auftretenden Verhältnis der photosphärischen Höhe  $H$  (siehe Kapitel 3.2.2) zur Druckskalenhöhe  $h$  (siehe Kapitel 2.2.2). Dabei wächst  $\alpha$ , wenn  $H/h$  verringert wird. Eine lokale Erhöhung der Temperatur führt zu einem größeren  $h$ . Dagegen bleibt die photosphärische Höhe  $H$  näherungsweise unverändert, da sie von der gesamten zwischen Stern und Scheibe liegenden vertikalen Dichtestruktur und nicht nur von den lokalen Größen in einer Zelle abhängt. Dadurch verringert sich das Verhältnis  $H/h$  und die effektiv beleuchtete Oberfläche sowie die Heizung durch den Stern steigen an.

Watanabe & Lin (2008) schätzen zudem die Änderung der Kühlung durch Strahlung ab und stellen fest, dass diese die gewachsene Heizung durch Einstrahlung nicht komplett kompensieren kann. Deshalb kann sich aus einer leichten Störung der Temperatur ein anwachsendes Temperaturmaximum bilden. Watanabe & Lin (2008) stellen ebenfalls fest, dass eine starke Viskosität einen stabilisierenden Einfluss auf die Akkretionsscheibe hat, vernachlässigen diese jedoch in der oben beschriebenen Diskussion. Zudem liefert die von ihnen geführte Diskussion zwar eine plausible Erklärung dafür, dass die Heizung durch den Stern eine thermische Instabilität verursachen könnte, ist jedoch kein Beweis dafür, dass es sich bei den hier gefundenen Strukturen tatsächlich um eine Instabilität handelt.

Um die Entwicklung möglicher Instabilitäten zu verstehen und nachzuweisen, dass die Akkretionsscheibe wirklich instabil wird, müssen, wie dies beispielsweise bei Pringle (1976) geschehen ist, die Wachstumsraten kleiner Störungen der Lösung betrachtet werden. Nur wenn sich herausstellt, dass kleine Störungen exponentiell mit der Zeit anwachsen, entsteht eine Instabilität. Wenn dies nicht der Fall ist, müsste genauer untersucht werden, welcher Mechanismus die durch die Scheibe wandernden Temperaturmaxima antreibt.

Deshalb soll nun die Reaktion der Akkretionsscheibe auf kleine, lokale Störungen untersucht werden. Dazu wird zunächst der einfachste Fall einer kleinen, zeitlichen Störung der Temperatur betrachtet. Dafür ist es nützlich, Gleichung (5.3) so umzuformulieren, dass sie nicht länger die Änderung der inneren Energie pro Einheitsvolumen  $e = \Sigma\epsilon$  sondern die Änderung der inneren Energie pro Einheitsmasse  $\epsilon$  beschreibt:

$$\partial_t \epsilon + \mathbf{v} \cdot \nabla \epsilon = -\frac{\Pi}{\Sigma} \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{Q_{\text{star}} - Q_{\text{cool}} + Q_{\text{vis}}}{\Sigma} \quad (5.5)$$

Dies lässt sich für eine radialsymmetrische Scheibe und unter Verwendung von  $\epsilon = c_v T$ , Gleichung (2.15) und dem Zusammenhang zwischen der inneren Energie und vertikal integriertem Druck aus Gleichung (2.14) umformulieren. Dabei bezeichnet  $c_v$  die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen

$$\partial_t T = -v_r \partial_r T - (\gamma - 1) \frac{T}{r} \partial_r (rv_r) + \tilde{Q} \quad (5.6)$$

mit

$$\tilde{Q} = \frac{Q_{\text{star}} - Q_{\text{cool}} + Q_{\text{vis}}}{c_v \Sigma}. \quad (5.7)$$

Nun soll eine kleine zeitliche Störung  $\delta T$  der Lösung  $T_0$  dieser Differentialgleichung betrachtet werden, d.h.  $T := T_0 + \delta T$ . Für die Heizung durch den Stern wird dabei angenommen, dass sich die photosphärische Höhe durch eine kleine Störung in der Temperatur nicht wesentlich ändert. Dies ist, wie Watanabe & Lin (2008) bereits beschrieben haben, äquivalent zu der Annahme, dass die Höhenstruktur durch die globale, 3-dimensionale Dichteverteilung und nicht durch die lokale Scheibenstruktur definiert wird. Hält man außerdem  $\Sigma$  und  $v_r$  konstant, ergibt sich folgende Differentialgleichung für die zeitliche Entwicklung der Störung:

$$\partial_t \delta T = -(\gamma - 1) \frac{\partial_r (rv_r)}{r} \delta T + \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T} \delta T. \quad (5.8)$$

Sie lässt sich wie folgt lösen

$$\delta T = C e^{at} \quad (5.9)$$

mit der Integrationskonstante  $C$  und der Wachstumsrate der Störungen

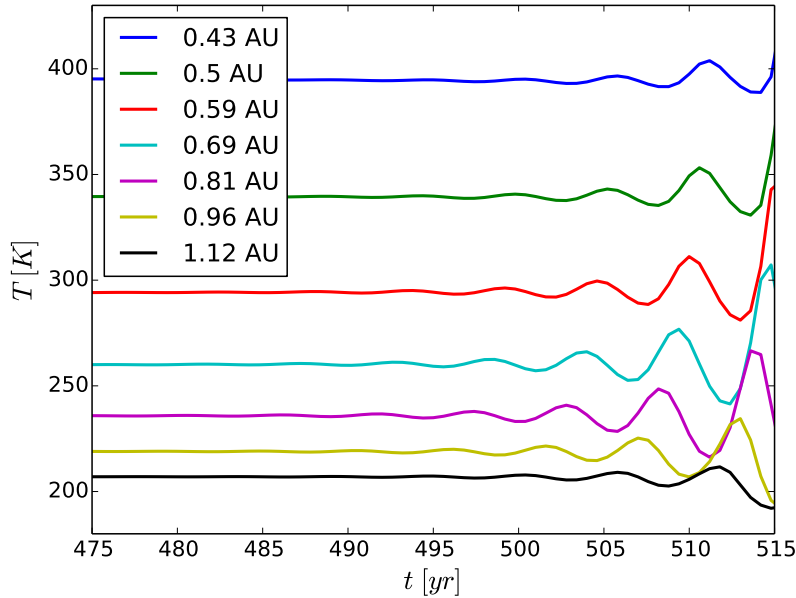
$$a = \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T} - (\gamma - 1) \frac{\partial_r (rv_r)}{r}. \quad (5.10)$$

Für eine exponentiell anwachsende Störung muss dementsprechend  $a > 0$  und damit

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T} > (\gamma - 1) \frac{\partial_r (rv_r)}{r} \quad (5.11)$$

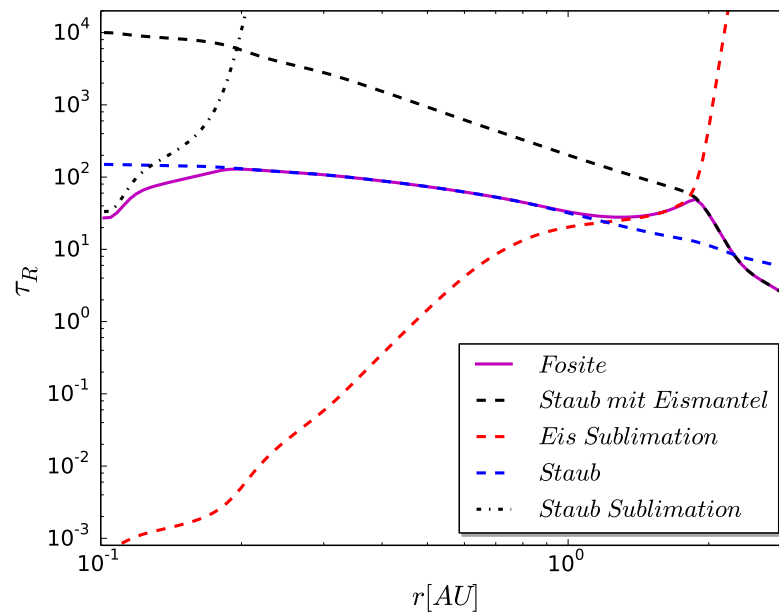
gelten. Ist dieses Kriterium erfüllt, wird die Akkretionsscheibe instabil gegenüber kleinen Störungen in der Temperatur.

Um diese Stabilitätsbedingung überprüfen zu können, muss die Ableitung der Heiz- und Kühlraten  $\tilde{Q}$  nach der Temperatur bekannt sein. Zu ihrer Berechnung wurden verschiedene, vereinfachende Annahmen gemacht, welche

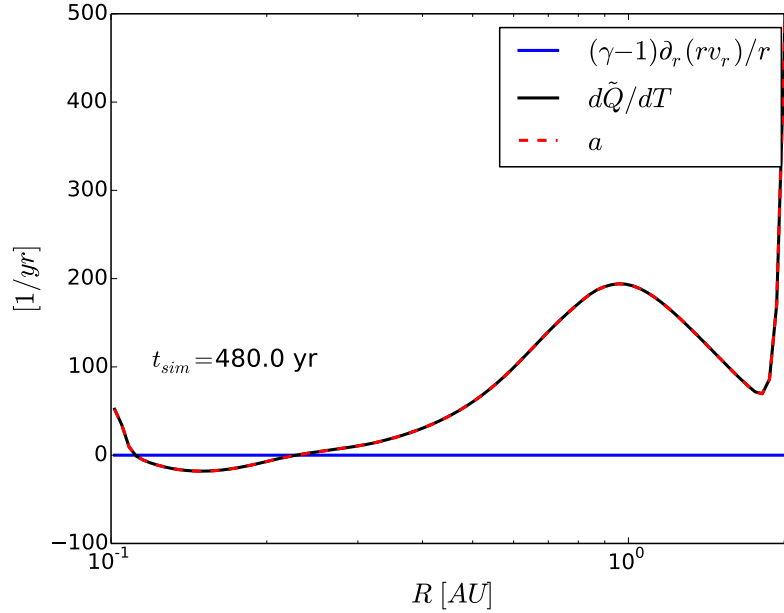


**Abbildung 5.23:** Zeitentwicklung der Temperatur bei verschiedenen Abständen vom Zentralobjekt.

im Folgenden motiviert werden sollen. Dazu wird zunächst untersucht, wo in der Akkretionsscheibe die ersten Instabilitäten entstehen. Um dies tun zu können, ist in Abbildung 5.23 die zeitliche Entwicklung der Temperatur für verschiedene Abstände vom Zentralobjekt gezeigt. Es ist schwer festzustellen, wo genau die ersten Instabilitäten auftreten. Im Folgenden wird auf Grund der in Abbildung 5.23 gezeigten Temperaturverläufe von einem Entstehungsbereich:  $0,5 \text{ AU} < r < 1 \text{ AU}$  ausgegangen. Dort werden das Rosseland Mittel der Opazität (siehe Gleichung 2.31) in der Kühlfunktion, sowie die daraus abgeleitete optische Tiefe (siehe Gleichung 2.30), durch den Beitrag des Staubes dominiert (siehe Abbildung 5.24). Deshalb wird für die Kühlfunktion ausschließlich der durch den Staub dominierte Bereich betrachtet. Bei diesen Abständen vom zentralen Stern ist die Scheibe optisch dick, so dass die effektive optische Tiefe aus Gleichung (2.29) mit  $\tau_{\text{eff}} \approx \frac{3}{8} \tau_{\text{R,Staub}}$  beschrieben werden kann. Für die Heizung durch den Stern wird angenommen, dass die Temperaturabhängigkeit des Reemissionsterms (siehe Kapitel 3.5) hier unberücksichtigt bleiben kann, da dieser sich, lediglich auf den Außenbereich der Akkretionsscheibe auswirkt (siehe Kapitel 5.1.3). Außerdem wird die radiale Umverteilung durch Strahlung (siehe Kapitel 3.6) vernachlässigt.



**Abbildung 5.24:** Beiträge zur optischen Tiefe  $\tau_R$ , für die verschiedenen in der Kühlfunktion berücksichtigten Materialien, nah am Entstehungsbereich der Instabilitäten. Das in Fosite verwendete, interpolierte Profil ist mit Fosite bezeichnet.



**Abbildung 5.25:** Überprüfung der Stabilitätsbedingung für das Standardmodell.

Mit diesen Annahmen folgt für die Änderung der Heiz- und Kühlraten mit der Temperatur

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T} = \frac{1}{c_v \Sigma} \left( \frac{Q_{\text{vis}} - \frac{7}{2} Q_{\text{cool}}}{T} + \beta \left( \frac{(1 + \alpha_{\text{min}})}{\alpha} - 1 \right) Q_{\text{star}} \right) \quad (5.12)$$

mit

$$\beta := \frac{\kappa}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\Sigma_d H}{hT} e^{-\left(\frac{H}{\sqrt{2}h}\right)^2} \quad (5.13)$$

und  $\alpha_{\text{min}}$  als Beitrag des endlich ausgedehnten Sterns aus Gleichung (3.18). Damit kann nun anhand der Simulationsdaten überprüft werden, ob die Akkretionsscheiben stabil sind. Allerdings muss darauf geachtet werden, dass der Ausdruck für  $\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T}$  lediglich in den optisch dicken Bereichen der Akkretionsscheibe gilt, in denen die Opazität in der Kühlfunktion durch den Staub dominiert ist. Abbildung 5.25 zeigt die Stabilitätsuntersuchung für das Standardmodell der Akkretionsscheibe, kurz bevor die ersten Instabilitäten sichtbar werden. Wie bei instabilem Verhalten zu erwarten war, ist  $a$  im Entstehungsbereich der Instabilitäten positiv und kleine Störungen in der Temperaturstruktur können somit exponentiell mit der Zeit anwachsen. Die Ab-

bildung zeigt außerdem, dass die rechte Seite von Ungleichung (5.11) sehr klein wird. Das Anwachsen der Störungen wird dementsprechend durch die Änderungen der Summe der Heiz- und Kühlraten mit der Temperatur  $\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T}$  verursacht. Dies ist anschaulich sofort nachvollziehbar. Wächst  $\tilde{Q}$  mit der Temperatur, d.h. wachsen die Heizraten mit steigender Temperatur schneller als die Kühlrate, heizt sich die Scheibe bei steigender Temperatur immer weiter auf.

Das von Pringle (1976) gefundene Stabilitätskriterium ist dem hier abgeleiteten sehr ähnlich, wenn die rechte Seite von Ungleichung (5.11) vernachlässigt werden kann. Er betrachtet allerdings nicht exakt dasselbe Gleichungssystem. Die Unterschiede ergeben sich aus verschiedenen Annahmen zu den Heiz- und Kühltermen und der Tatsache, dass nicht die vertikal integrierten Größen untersucht und etwas andere Annahmen zur Vertikalstruktur gemacht werden. Zudem vernachlässigt Pringle (1976) die Advektionsterme in der Energiegleichung. Dennoch entspricht die dort gefundene Bedingung für Stabilität der Scheibe (siehe auch Kato u. a. (2008), Kapitel 4.2),

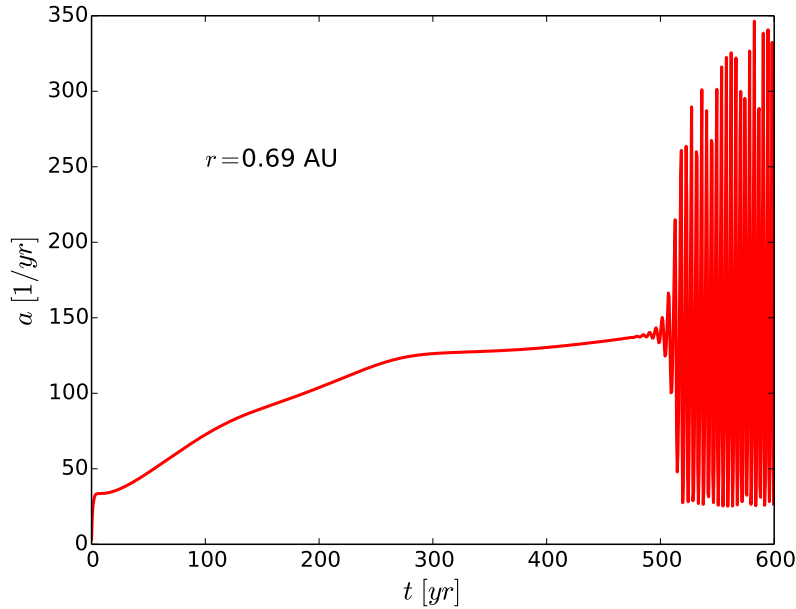
$$\left[ \frac{\partial}{\partial T} (Q^+ - Q^-) \right]_{\Sigma} < 0. \quad (5.14)$$

für die Heiz- ( $Q^+$ ) und Kühlterme ( $Q^-$ ), für die hier betrachtete Akkretions-scheibe der Bedingung  $a < 0$ , da Gleichung (5.10) als

$$a \approx \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T} \quad (5.15)$$

geschrieben werden kann. Ist die Stabilitätsbedingung nicht erfüllt, können auch bei Pringle (1976) unter bestimmten Bedingungen an die Heiz- und Kühlterme Instabilitäten auftreten. Dabei ist die dort geführte Diskussion der Wachstumsraten dieser Instabilitäten auch hier interessant. Pringle (1976) weist darauf hin, dass radiale Umverteilung von Energie durch Strahlung eine Dämpfung von Störungen und damit ein langsames Anwachsen verursachen können. Zudem ist die Annahme einer konstanten Oberflächendichte während der gesamten Anwachsdauer der Instabilität möglicherweise nicht sinnvoll. Diese Forderung ist hier noch problematischer als bei Pringle (1976), da die gesamte zwischen dem Stern und dem instabilen Bereich liegende Dichteverteilung während des Anwachsens der Störungen konstant sein muss, um die Annahme einer zeitlich unveränderten photosphärischen Höhe zu rechtfertigen.





**Abbildung 5.26:** Zeitentwicklung der Wachstumsrate der Instabilitäten für das Standardmodell.

Im Folgenden soll deshalb das Wachstum der Instabilitäten genauer untersucht werden. Theoretisch liefert der Ausdruck  $1/a$  eine typische Zeitskala für die Entstehung von Instabilitäten. Betrachtet man die Entwicklung von  $a$  im Abstand von 1 AU zum Zentralobjekt (siehe Abbildung 5.26), wird deutlich, dass die Akkretionsscheibe dort vom Beginn der Simulation an instabil ist. Theoretisch müssten die Instabilitäten in einem Zeitraum  $1/a$  in der Größenordnung 0.01 yr anwachsen. In der Simulation zeigen sich jedoch erst nach 500 yr Simulationszeit sichtbare Temperaturschwankungen. Möglicherweise führen eine oder mehrere der schon von Pringle (1976) diskutierten in der Stabilitätsanalyse gemachten Annahmen dazu, dass die Wachstumsraten der Instabilitäten nicht korrekt wiedergegeben werden. Denkbar wäre außerdem, dass eine lineare Stabilitätsanalyse nicht ausreicht, um die Wachstumsraten korrekt vorherzusagen. Zudem wurden hier ausschließlich Störungen in der Temperatur betrachtet, während die Heiz und Kühlterme noch von weiteren Faktoren, wie der Dichte, der Geschwindigkeit und im Fall der Sternheizung auch der photosphärischen Höhe abhängig sind. Auch Störungen in diesen Größen können möglicherweise zu instabilem Verhalten führen.

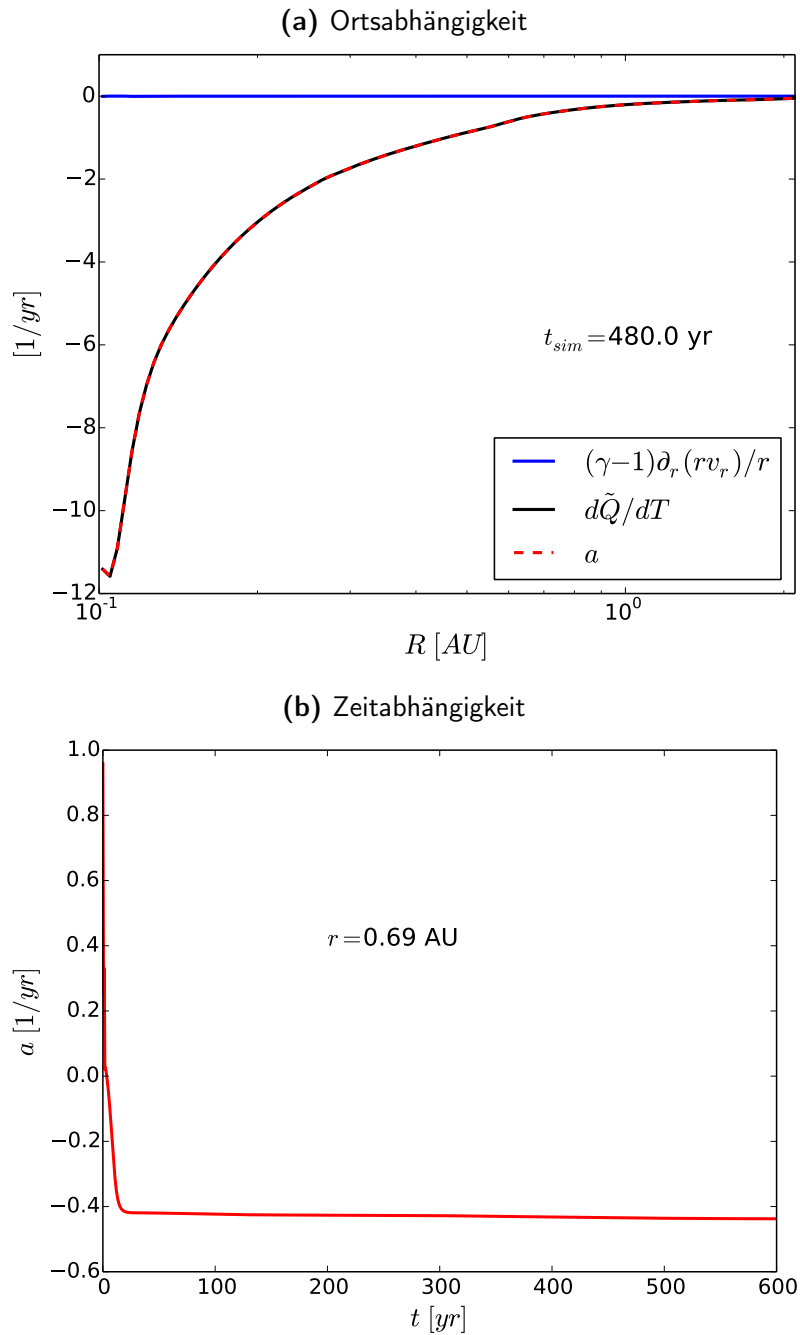
Bevor dieser Punkt genauer untersucht wird, soll jedoch der Vergleich mit Pringle (1976) und ähnlichen Arbeiten abgeschlossen werden. Sie sagen voraus, dass die hier betrachteten Akkretionsscheiben stabil gegenüber kleinen Störungen in der Temperatur sind, solange sie lediglich viskos geheizt werden. Deshalb wird nun die durch viskose Heizung dominierte Akkretionsscheibe mit  $\Sigma_0 \propto r^{-3/2}$  betrachtet (siehe Abbildung 5.27). Bei ihr liegt der durch den Staub dominierte Bereich in der Kühlfunktion bei etwa  $0,6 \text{ AU} \lesssim r \lesssim 1,7 \text{ AU}$ , wobei die Annahme einer optisch dicken Scheibe hier ebenfalls gerechtfertigt ist. Wie schon nach Pringle (1976) erwartet, ist diese stabil gegenüber kleinen Störungen in der Temperatur.

Auch wenn sie nicht den dominanten Beitrag zur inneren Energie liefert, hat die Viskosität, wie bereits bei den Voraussetzungen zur Entstehung der Instabilitäten diskutiert wurde, einen stabilisierenden Einfluss auf die Akkretionsscheibe (siehe Abbildung 5.28). Selbst wenn sie nicht der dominante Heizterm ist, führt eine Erhöhung der Viskosität durch einen im Vergleich zum Standardmodell erhöhten  $\alpha_{\text{vis}}$ -Parameter zu kleineren Werten für die Wachstumsrate. Dabei ist der Vergleich in Abbildung 5.28 insbesondere bei frühen Simulationszeitpunkten interessant, da die betrachteten Akkretionsscheiben noch keine Möglichkeit hatten, sich unterschiedlich zu entwickeln. Das gebremste Wachstum der Instabilitäten durch die Viskosität wird auch direkt in der Temperaturentwicklung der Scheibe deutlich. Während das Standardmodell bereits nach etwa 500 yr nach innen wandernde Temperaturmaxima aufweist, ist die Scheibe mit  $\alpha_{\text{vis}} = 0,02$  zu diesem Zeitpunkt noch stabil (siehe Abbildung 5.22). In diesem Modell werden erst nach mehr als 800 yr die ersten Auswirkungen der Instabilitäten sichtbar.

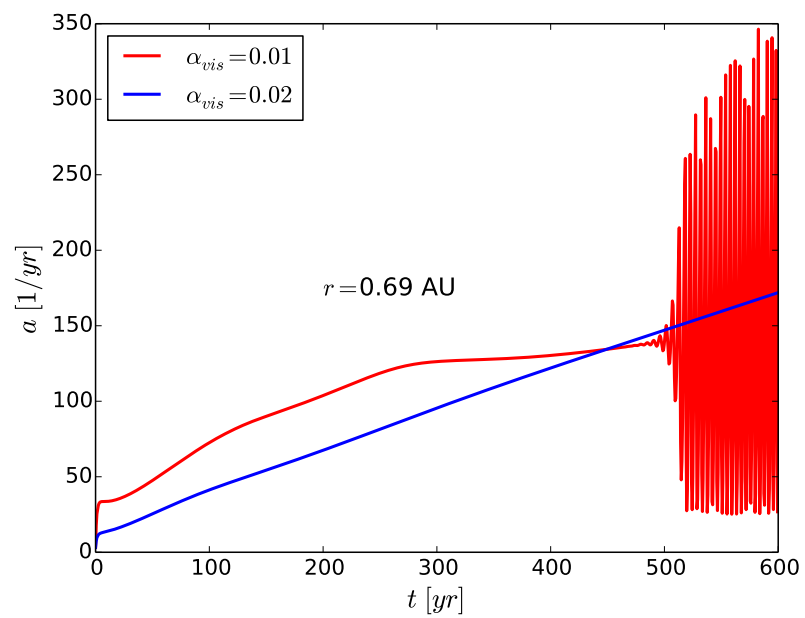
Da die Viskosität einen stabilisierenden Einfluss hat, ist es zudem sehr wahrscheinlich, dass die Heizung durch den Stern tatsächlich der Auslöser der Instabilitäten ist. Eine von Watanabe & Lin (2008) diskutierte Möglichkeit, dieses starke Wachstum der Sternheizung bei steigender Temperatur zu erklären, wurde dabei schon zu Beginn dieses Kapitels vorgestellt. Mit der hier durchgeführten Stabilitätsanalyse konnte gezeigt werden, dass es sich tatsächlich um eine echte Instabilität handelt.

### 5.5.1 Die erweiterte Stabilitätsanalyse

Wie bereits bei der Diskussion der Wachstumsraten der Instabilitäten besprochen wurde, können nicht nur durch lokale Störungen in der Temperatur, son-



**Abbildung 5.27:** Überprüfung der Stabilitätsbedingung für das Modell mit  $\Sigma_0 \propto r^{-3/2}$ .



**Abbildung 5.28:** Zeitentwicklung der Wachstumsrate der Instabilitäten für das Standardmodell ( $\alpha_{vis} = 0.01$ ) und ein Modell mit erhöhter Viskosität ( $\alpha_{vis} = 0.02$ ).

den auch kleine Veränderungen der Oberflächendichte sowie des Geschwindigkeitsfeldes zu instabilem Verhalten führen. Um dies zumindest teilweise zu berücksichtigen, werden nun auch die Kontinuitätsgleichung sowie die radiale Impulsbilanz in die Stabilitätsanalyse mit einbezogen. Dabei gilt weiterhin die Annahme einer radialsymmetrischen Akkretionsscheibe. Zudem wird die radiale Impulsbilanz durch die Vernachlässigung der Viskosität und die Annahme einer keplersch rotierenden Akkretionsscheibe vereinfacht. Mit denselben Annahmen, wie bei der einfachen Stabilitätsanalyse, ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\partial_t \Sigma = -\frac{1}{r} \partial_r (r \Sigma v_r) \quad (5.16)$$

$$\partial_t v_r = -v_r \partial_r v_r - \frac{\mathcal{R}}{\mu \Sigma} \partial_r (\Sigma T) \quad (5.17)$$

$$\partial_t T = -v_r \partial_r T - (\gamma - 1) \frac{T}{r} \partial_r (r v_r) + \tilde{Q}. \quad (5.18)$$

Für die Entwicklung kleiner, zeitlicher Störungen der Oberflächendichte  $\delta \Sigma$ , der Radialgeschwindigkeit  $\delta v_r$  und der Temperatur  $\delta T$  folgt

$$\partial_t \begin{pmatrix} \delta \Sigma \\ \delta v_r \\ \delta T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta \Sigma \\ \delta v_r \\ \delta T \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

mit

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{\partial_r (r v_r)}{r} & c_2 &= -\frac{\Sigma}{r} - \partial_r \Sigma \\ d_1 &= \frac{\mathcal{R} T}{\mu \Sigma^2} \partial_r \Sigma & d_2 &= -\partial_r v_r \\ d_3 &= -\frac{\mathcal{R}}{\mu} \frac{\partial_r \Sigma}{\Sigma} & f_1 &= \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \Sigma} \\ f_2 &= -\partial_r T - (\gamma - 1) \frac{T}{r} & f_3 &= -(\gamma - 1) \left( \frac{\partial_r (r v_r)}{r} \right) + \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T}. \end{aligned}$$

Die Eigenwerte  $\lambda$  der Matrix aus Gleichung (5.19) bestimmen nun die Stabilität des Gleichungssystems gegen kleine Störungen. Sie ergeben sich aus

dem charakteristischen Polynom:

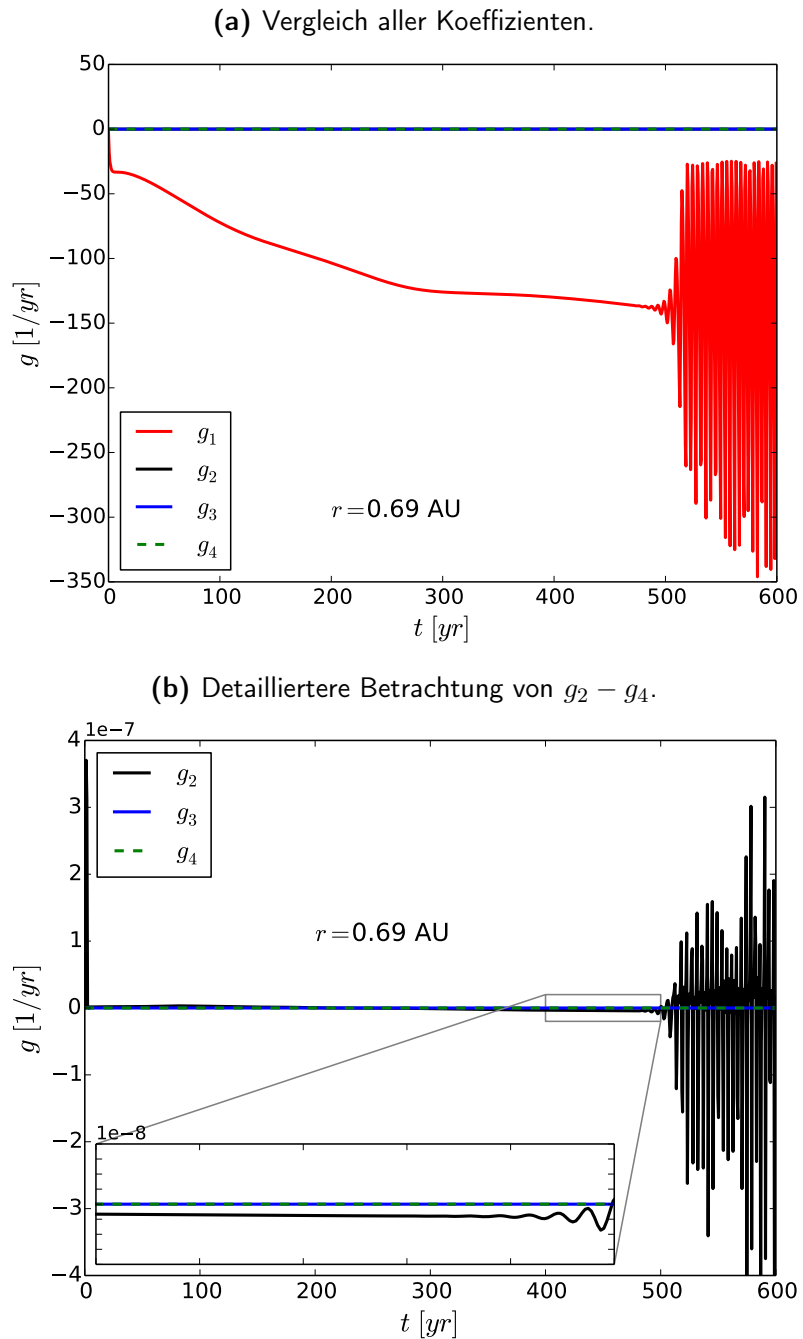
$$\begin{aligned} 0 &= \lambda^3 - (c_1 + d_2 + f_3)\lambda^2 + (c_1f_3 + d_2f_3 - d_3f_2 + c_1d_2 - c_2d_1)\lambda \\ &\quad + c_1d_3f_2 - c_2d_3f_1 - c_1d_2f_3 + c_2d_1f_3 \\ &=: \lambda^3 + g_1\lambda^2 + g_2\lambda + g_3. \end{aligned}$$

Nach dem Routh-Hurwitz Theorem (Routh, 1877, Hurwitz, 1895) müssen die Nullstellen dieses Polynoms nicht explizit bekannt sein, um eine Aussage zur Stabilität treffen zu können. Für Stabilität reicht es zu zeigen, dass  $g_i > 0$  und  $g_4 = g_1g_2 - g_3 > 0$  gilt. Ist mindestens eine dieser Bedingungen verletzt, kommt es zu Instabilitäten. Dabei ergibt sich für den Fall  $g_1 < 0$  eine sehr ähnliche Bedingung für Instabilität wie für den zuvor betrachteten einfachen Fall:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T} > \gamma \frac{\partial_r(rv_r)}{r} + \partial_r v_r \approx 0. \quad (5.20)$$

Auch hier kann ein starkes Anwachsen von  $\tilde{Q}$  durch verstärkte Heizung durch den Stern zu Instabilitäten führen. Die weiteren Routh-Hurwitz Bedingungen sind schwer direkt zu interpretieren, da sie in komplizierterer Art von den Koeffizienten der Matrix aus Gleichung (5.19) abhängen. Allerdings lassen sie sich, wenn für die Berechnung der Ableitung  $\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \Sigma}$ , dieselben Annahmen gemacht werden, wie für  $\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial T}$ , aus den Simulationsdaten bestimmen. Abbildung 5.29 zeigt die zeitliche Entwicklung von  $g_1$  bis  $g_4$  für das Standardmodell. Sie bestätigen das Ergebnis der einfachen Analyse, da der durch die Temperaturableitung von  $\tilde{Q}$  dominierte Koeffizient negativ ist und somit zu instabilem Verhalten führt. Zudem sind  $g_2 - g_4$  klein gegen diesen Term. Betrachtet man diese kleinen Beiträge jedoch genauer wird deutlich, dass auch  $g_2$  negativ wird und somit eine weitere Ursache für Instabilitäten liefern könnte. Insbesondere nach dem Auftreten der ersten nach innen wandernden Temperaturmaxima nach  $\sim 500$  yr, könnte dies die Entstehung weiterer exponentiell anwachsender Störungen begünstigen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die erweiterte Stabilitätsanalyse die Ergebnisse des einfachen Modells bestätigt hat. Zudem liefert sie Hinweise auf weitere mögliche Ursachen von instabilem Verhalten. Allerdings hängen die Entstehungsbedingungen dieser neuen Instabilitäten in vergleichsweise komplizierter Art von der lokalen Dichteverteilung, der Radialgeschwindigkeit, der Temperatur und der radialen Ableitungen dieser Größen ab. Deshalb ist eine einfache physikalische Interpretation der neuen Stabilitätsbedingungen, im Gegensatz zum einfachen Fall, hier nicht möglich.



**Abbildung 5.29:** Überprüfung der Routh-Hurwitz Bedingung für das Standardmodell.

## 5.6 Zusammenfassung

- Die Heizung und Kühlung durch Strahlung bestimmen die Energiebilanz fast aller betrachteten Akkretionsscheiben. Viskose Heizung ist in den Innenbereich der meisten Modelle ebenfalls relevant, aber nur im Falle großer Dichten der dominante Heizterm.
- Für alle hier betrachteten Modelle sorgt der Sublimationsbereich von Eis in der Kühlfunktion für einen abgeschatteten Bereich mit dahinter liegendem Temperaturmaximum, wobei die Ausprägung dieser Strukturen von den jeweils gewählten Parametern abhängt.
- Die Heizung der Akkretionsscheibe durch den zentralen Stern kann zum Auftreten nach innen wandernder Temperaturpeaks führen. Die hier durchgeführte Stabilitätsanalyse zeigt, dass sie durch eine thermische Instabilität hervorgerufen werden, welche durch die Sternheizung getrieben wird. Hauptsächlich viskos geheizte Scheiben sind dagegen, wie aus der Literatur zu diesem Thema erwartet, stabil.



# Kapitel 6

## Test des neuen Heizmodells und Überprüfung der Modellannahmen

Im Folgenden soll die korrekte Funktionsweise des neuen Heizterms verifiziert und das Modell als sinnvolle Näherung für den Strahlungstransport bestätigt werden. Dies geschieht erst nach der Interpretation der Ergebnisse, da für einige der Tests die Ergebnisse der zuvor gezeigten Parameterstudie sowie ein genaues Verständnis der für ein gegebenes Modell relevanten Energiebeiträge erforderlich sind. Anschließend werden die Simulationsergebnisse genutzt, um die gemachten Modellannahmen soweit dies möglich ist zu überprüfen oder zumindest auf Selbstkonsistenz zu testen.

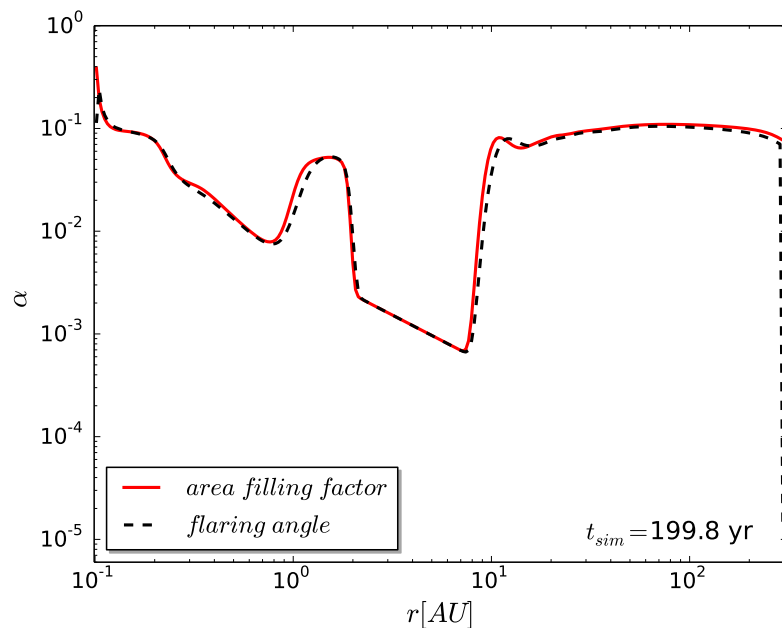
### 6.1 Tests

Zunächst erfolgt der Test zweier zentraler Größen zur Berechnung des Heizterms: der effektiv beleuchteten Oberfläche und der photosphärischen Höhe. Anschließend wird die Mittelebenentemperatur mit einer mit dem Monte-Carlo-Strahlungstransport-Programm MC3D (Wolf u. a., 1999, Wolf, 2003) berechneten Temperatur derselben Akkretionsscheibe verglichen. Zum Schluss dieses Abschnitts werden Beobachtungsergebnisse und die Resultate ausge-

wählter ähnlicher Simulationen genutzt, um zu überprüfen, ob die hier durchgeführten Simulationen realistische Daten liefern.

### 6.1.1 Die effektiv beleuchtete Oberfläche

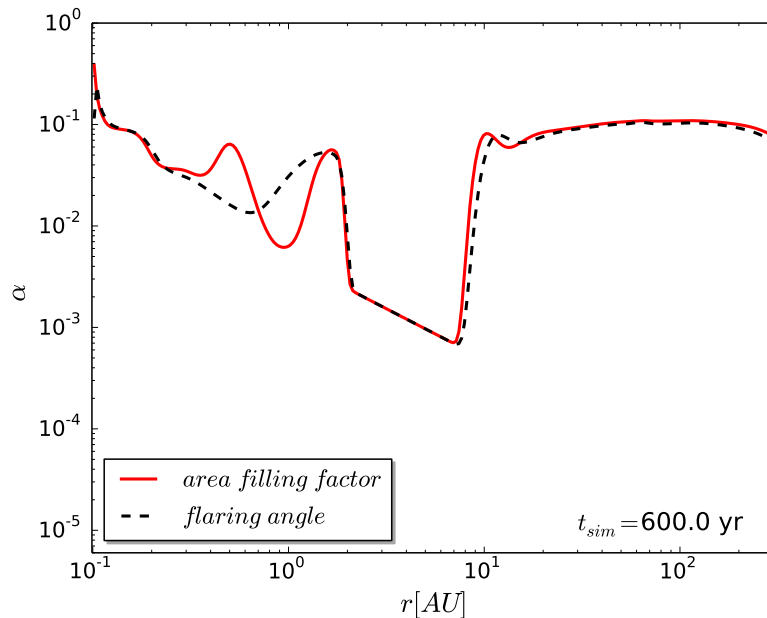
Um die Berechnung der effektiv beleuchteten Oberfläche  $\alpha$  zu testen, werden die Ergebnisse beider in Kapitel 3.3 beschriebenen Verfahren verglichen. Nach Watanabe & Lin (2008) erwartet man, dass der *flaring angle* eine sinnvolle Näherung für den *area filling factor* ist, solange die effektiv beleuchtete Oberfläche lediglich von der lokalen Höhenstruktur in der Akkretionsscheibe abhängig ist. Sie bricht jedoch zusammen, wenn es zu starken radialen Ände-



**Abbildung 6.1:** Vergleich der Berechnungsmethoden für  $\alpha$ .

rungen in  $d \ln \zeta / d \ln r$  mit  $\zeta := h/r$  kommt, wobei  $h$  weiterhin die Druckskaulenhöhe aus Gleichung (2.19) bezeichnet. In diesem Falle ist die effektiv beleuchtete Oberfläche von der gesamten zwischen dem Stern und dem gerade betrachteten Punkt in der Scheibe abhängig. Damit verliert die Berechnung des *flaring angle* aus dem lokalen Gradienten der Höhe ihre Gültigkeit. Abbildung 6.1 zeigt den Vergleich beider Berechnungsmethoden für  $\alpha$  vor

der Entstehung der ersten Instabilitäten. Wie erwartet, führen beide Verfahren zu sehr ähnlichen Ergebnissen. Allerdings weichen diese an den Rändern des Rechengebietes voneinander ab. Dort werden die mit dem *flaring angle* berechneten Werte sehr klein. Dies lässt sich verstehen, wenn man berücksichtigt, dass der *flaring angle* von der logarithmischen Ableitung von  $H$  abhängt. Um diese auf einem diskreten Gitter zu berechnen, werden die Höhen in den Nachbarzellen der gerade betrachteten Zelle benötigt. Am Rand des Rechengebietes wird angenommen, dass die Höhe jenseits des Randes dieselbe ist wie die Höhe der letzten Zelle im Rechengebiet. Dadurch wird



**Abbildung 6.2:** Vergleich der Berechnungsmethoden für  $\alpha$  nach dem Auftreten der Instabilitäten im Standardmodell.

der *flaring angle* dort sehr klein. Allerdings ist in Abbildung 6.1 zu sehen, dass dies keine Änderung des Kurvenverlaufs in den weiter innerhalb des Rechengebietes liegenden Zellen verursacht. Diese Randbedingung für die Höhe wird deshalb beibehalten.

Betrachtet man den selben Vergleich nach dem Auftreten der Instabilitäten im Standardmodell, fällt auf, dass sie sich im Bereich der Instabilitäten unterschiedlich verhalten. Die Simulation mit dem *flaring angle* bleibt stabil und weist keine nach innen wandernden Temperaturmaxima auf, was sich

auch in der effektiv beleuchteten Oberfläche niederschlägt. Dies entspricht der Vorhersage von Watanabe & Lin (2008). Die Beschreibung durch den *flaring angle* ist für die Untersuchung der Instabilitäten nicht möglich, weil die zu seiner Berechnung gemachte Annahme einer ausschließlich durch die lokale Struktur festgelegten effektiv beleuchteten Oberfläche ihre Gültigkeit verliert (siehe auch Kapitel 5.2).

### 6.1.2 Vergleiche mit MC3D

Da sowohl der Test der photosphärischen Höhe als auch der der Mittelebenentemperatur auf MC3D zurückgreift, wird dieses Programm im Folgenden kurz vorgestellt. Die theoretischen Grundlagen zu MC3D sind in Wolf u. a. (1999) und Wolf (2003) veröffentlicht. Für diesen Abschnitt wurde zusätzlich auf die in Kirchschrager (2015) und Ruge (2015) gegebenen Zusammenfassungen zurückgegriffen.

MC3D verwendet einen Monte-Carlo-Ansatz zur Lösung der Strahlungstransportgleichung. Dazu wird die Dichteverteilung der Akkretionsscheibe auf einem sphärischen Gitter diskretisiert, in dessen Zentrum sich der Stern befindet. Er sendet Photonenpakete einer oder mehrerer vorgegebener Wellenlänge in zufällige Richtungen aus. Die Auswahl der Wellenlängen richtet sich nach der Frage, ob der Nutzer die Berechnung einer Streu-, Temperatur-, Reemissionskarte oder der spektralen Energieverteilung der Scheibe wünscht.

Für die vorliegende Arbeit wurde die Möglichkeit der Temperaturberechnung gewählt. Dazu wird die abgestrahlte Energie des Sterns in Photonenpaketen unterschiedlicher Wellenlängen diskretisiert. Diese bewegen sich dann vom Stern ausgehend durch die Akkretionsscheibe. Die Temperaturstruktur der Scheibe ergibt sich aus der Energiebilanz der in einer Zelle absorbierten und anschließend sofort in einer zufälligen Richtung wieder reemittierten Photonenpakete (siehe Bjorkman & Wood (2001) für das Reemissionsverfahren).

Fosite und MC3D sind auf unterschiedliche Aspekte der Simulation von Akkretionsscheiben spezialisiert. Das Monte-Carlo-Verfahren liefert eine sehr detaillierte Beschreibung der Wechselwirkung der Strahlung des Sterns mit der zeitlich konstanten, dreidimensionalen Dichteverteilung der Akkretionsscheibe. Im Bereich der Wechselwirkung zwischen Staub und Strahlung ist es damit dem vergleichsweise einfachen Heizmodell von Fosite deutlich überlegen. Dafür vernachlässigt es jedoch die dynamische Entwicklung der Scheibe, alle in Gleichung (5.3) beschriebenen Beiträge bis auf Heizung und Kühlung

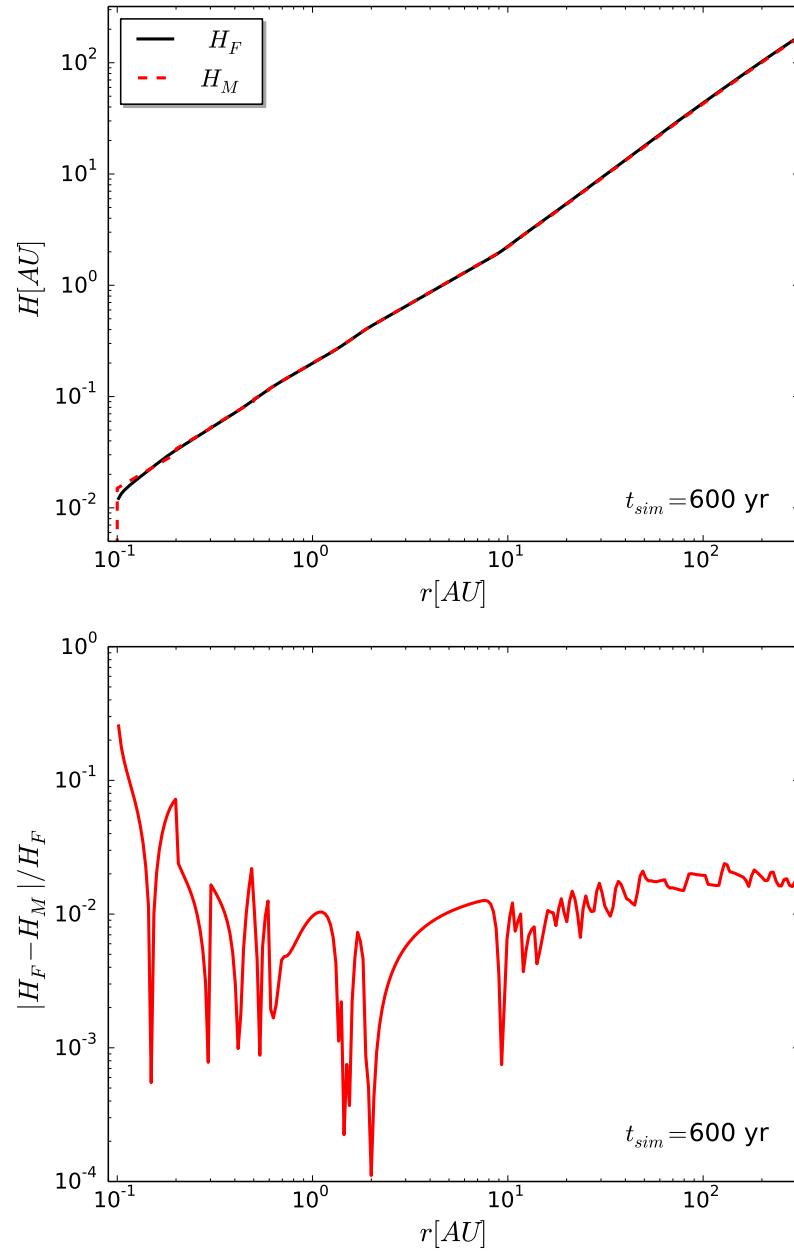
durch Strahlung, alle in der Kühlfunktion berücksichtigten Materialien bis auf den Staub ohne Eisschicht, sowie die Tatsache, dass es über die in Gleichung 3.4 auftretende, von der Schallgeschwindigkeit abhängige Druckskalenhöhe Rückkopplungseffekte zwischen der in MC3D als konstant angenommenen vertikalen Dichtestruktur und der Temperatur gibt. Der letzte Punkt ist in Bereichen in denen die Mittelebenentemperaturen von `Fosite` und MC3D übereinstimmen unproblematisch. Dort ist durch die von `Fosite` vorgegebene vertikale Dichtestruktur sichergestellt, dass sich die Scheibe auch in MC3D im vertikalen hydrostatischen Gleichgewicht befindet.

Die hier besprochenen unterschiedlichen Stärken und Schwächen beider Programme müssen beim Vergleich der mit ihnen berechneten Ergebnisse berücksichtigt werden. Allerdings bietet gerade der Vergleich der verschiedenen Verfahren die Möglichkeit herauszufinden, wie sehr die berechnete Temperaturstruktur von den gewählten Heiz- und Kühlmodellen abhängt.

#### 6.1.2.1 Berechnung der photosphärischen Höhe

Die photosphärische Höhe  $H$  ist eine zentrale Größe zur Bestimmung der effektiv beleuchteten Oberfläche und somit auch der gesamten Heizung durch den Stern. Um das Berechnungsverfahren für  $H$  zu testen, wird eine erweiterte, von Jan-Philipp Ruge im Rahmen der bereits erwähnten Kooperation zur Verfügung gestellte, Version von MC3D verwendet. Diese ist in der Lage, eine externe, auf einem sphärischen Gitter diskretisierte Dichteverteilung einzulesen. Diese 3-dimensionale Dichteverteilung lässt sich mit Hilfe von (3.4) aus der von `Fosite` erzeugten Oberflächendichte des Staubes und der Skalenhöhe rekonstruieren. So kann die zu einem beliebigen Ausgabezeitpunkt von `Fosite` berechneten photosphärischen Höhen mit dem von MC3D zur selben Dichteverteilung berechneten Ergebnis verglichen werden.

Die photosphärische Höhe hängt ausschließlich von der dreidimensionalen Dichte und den optischen Eigenschaften des Staubes ab, welche in `Fosite` und MC3D gleich sind. Deshalb können die Ergebnisse beider Programme für  $H$  sinnvoll verglichen werden. Abbildung 6.3 zeigt den Vergleich beider photosphärischer Höhen. Zusätzlich wird die relative Abweichung gezeigt, um kleine Unterschiede besser sichtbar zu machen. Insgesamt stimmen die Ergebnisse sehr gut überein. Die Abweichungen am Innen- und Außenrand kommen sehr wahrscheinlich durch die unterschiedliche Behandlung der Ränder zu Stande. MC3D nimmt am Innenrand eine scharfe Kante der Dichtevertei-



**Abbildung 6.3:** Vergleich der mit Fosite ( $H_F$ ) und MC3D ( $H_M$ ) berechneten photosphärischen Höhen.

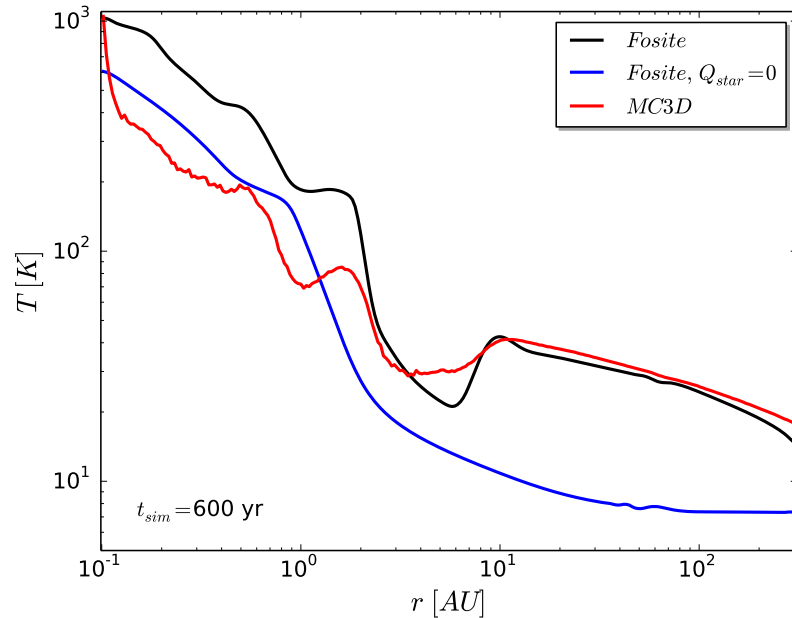
lung an, welche in `Fosite` nicht existiert. Am Außenrand setzt `MC3D` die Höhen aller Zellen, denen im Rechengebiet kein sinnvoller Wert zugewiesen werden kann, gleich dem Außenradius der Scheibe. Zudem kommt es durch die Diskretisierung der Dichteverteilung zu kleinen Fehlern. `MC3D` braucht in  $\theta$  - Richtung diskrete Zellen, während `Fosite` den analytischen Ausdruck für  $\rho$  aus Gleichung (3.4) verwendet und die Höhe damit theoretisch auf Maschinengenauigkeit berechnen kann. Dies ist allerdings sehr aufwändig, da die Genauigkeit der Höhenberechnung in `Fosite` durch die Nullstellenbestimmung in Gleichung 3.13 vorgegeben ist. Die Gleichung wird als gelöst betrachtet, wenn die linke Seite  $\leq 10^{-4}$  ist. Dies führt im Vergleich zu einer Fehlergrenze von  $\leq 10^{-6}$  zu einem relativen Fehler der Temperaturbestimmung von etwa 0,01%, was im Rahmen dieser Beschreibung des Heizmodells vollkommen ausreicht.

### 6.1.2.2 Mittelebenentemperatur

Der Vergleich mit `MC3D` wurde bereits dazu verwendet die Berechnung der photosphärischen Höhe zu überprüfen. Nun sollen auch die Mittelebenentemperaturen getestet werden.

Im Gegensatz zur photosphärischen Höhe hängt die Mittelebenentemperatur von allen Quellen und Senken der inneren Energie ab. Ergebnisse von `Fosite` und `MC3D` können deshalb nur in den Bereichen der Scheibe verglichen werden, in denen die innere Energie stark durch die Heizung und Kühlung durch Strahlung dominiert wird. Um den Einfluss der anderen Energie-Quellterme zu verdeutlichen, ist in Abbildung 6.4 nicht nur der Vergleich der Mittelebenentemperaturen in `Fosite` und `MC3D`, sondern auch die von `Fosite` ohne Heizung des Zentralsternes berechnete Temperatur zu sehen. In Kapitel 5.1 wurde gezeigt, dass der dominante Heizterm im letzten Fall die viskose Heizung ist. Allerdings verringert sich der Beitrag der viskosen Heizung durch die in Kapitel 5.1 besprochenen Rückkopplungseffekte im Falle  $Q_{\text{star}} = 0$ . Deshalb stellt die hier gezeigte Kurve lediglich ein unteres Limit für ihren Einfluss auf die Mittelebenentemperatur dar.

In Anbetracht der vergleichsweise einfachen Beschreibung des Strahlungstransportes stimmen die Ergebnisse in den Bereichen der Akkretionsscheiben, in denen Viskosität nur eine sehr geringe Rolle spielt (siehe auch Abbildung 5.2), sehr gut überein. Zudem sind die bereits diskutierten Maxima in der Temperaturstruktur zu sehen, wobei diese für  $r \leq 3$  AU für `MC3D` sogar stär-



**Abbildung 6.4:** Vergleich von mit Fosite und MC3D berechneten Mittelebenen-temperaturen. Für Fosite werden die Temperaturen zweier Simulationen mit und ohne Heizung durch den Stern, gezeigt.

ker ausgeprägt ist als in Fosite. Dies bestätigt die in Kapitel 3.6 getroffene Annahme, dass die radiale Umverteilung der eingestrahelten Energie bei kleinen Abständen zum Zentralobjekt eher unter- als überschätzt wird.

Auch das Maximum bei  $\sim 10$  AU entsteht in beiden Fällen, ist jedoch in der MC3D Simulation weniger stark ausgeprägt. Dies könnte ein Zeichen dafür sein, dass der radiale Transport von Strahlung hier unterschätzt wird. Allerdings lässt sich dies nicht eindeutig feststellen, da auch die in MC3D vernachlässigte viskose Heizung am Ort eines Temperaturpeaks ein lokales Maximum ausbildet (siehe Abbildungen 5.2 und 5.4) und damit ebenfalls zu einer im Vergleich mit dem reinen Strahlungstransport größeren Temperatur führen kann.

Um sicher zu stellen, dass die Simulationen nicht zufällig auf Grund eines glücklich gewählten Parametersatzes übereinstimmen, wurden die Ergebnisse der zu Beginn des Kapitels durchgeführten Parameterstudie verwendet, um den Vergleich mit MC3D zu wiederholen. Die Resultate sowie die Beiträge zur inneren Energie für die jeweiligen Akkretionsscheiben sind in Anhang

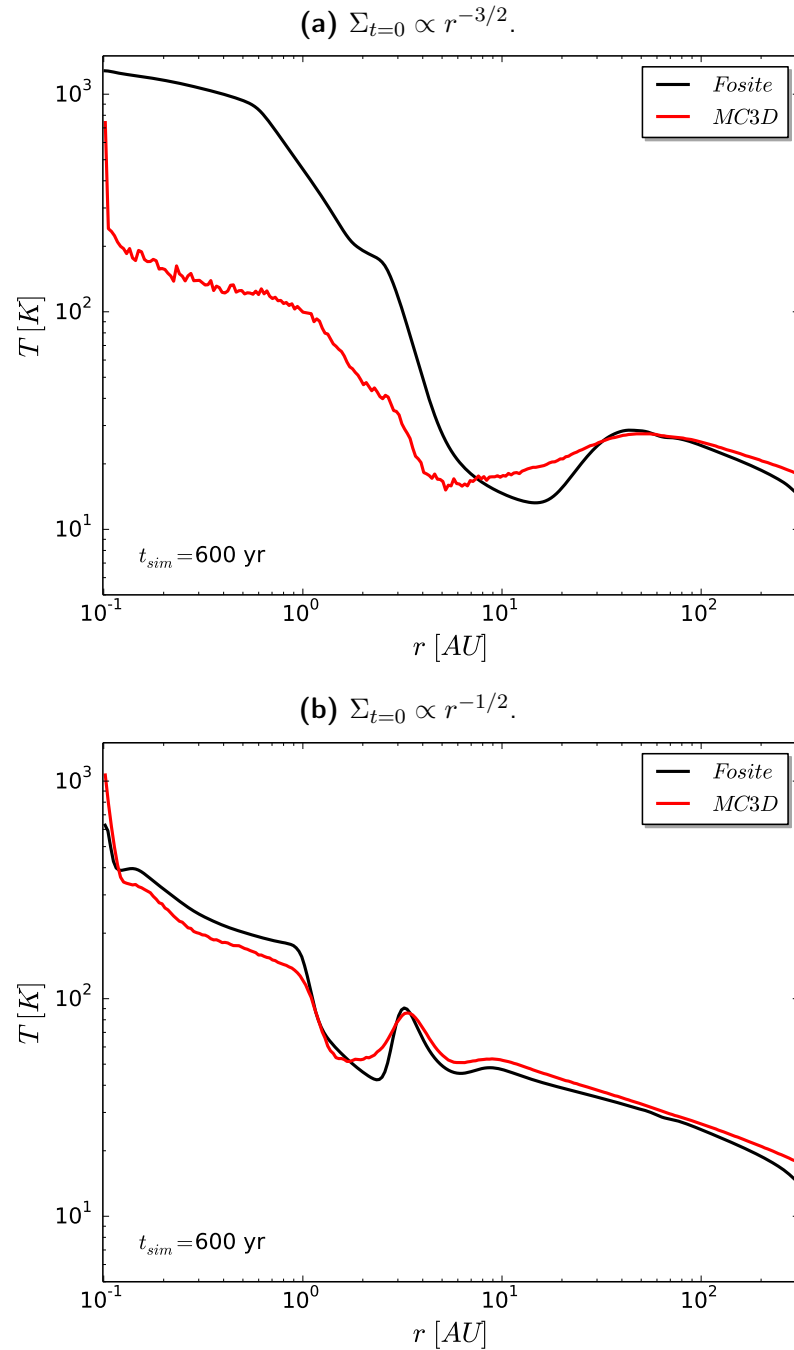


B gezeigt. Alle Temperaturvergleiche bestätigen die sehr gute Übereinstimmung zwischen den von `Fosite` und `MC3D` berechneten Temperaturen, wobei die Modelle mit MRN-Staub etwas besser übereinstimmen als die mit Astro-nomischem Silikat. Als Zusammenfassung dieser Parameterstudie sollen hier lediglich das Modell mit der größten und der geringsten Abweichung zwischen den Temperaturverläufen vorgestellt werden (siehe Abbildung 6.5). Sie treten für die in Kapitel 5.3.1 gezeigte Variation des radialen Profils der Oberflächendichte auf. Die Beiträge zur inneren Energie dieser Modelle sind bereits in Abbildung 5.14 gezeigt worden. Dort wird deutlich, dass sich die viskose Heizung in beiden Fällen sehr unterschiedlich auswirkt. Für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$  ist sie auf Grund der hohen Dichte des Gases der Akkretionsscheibe nah am Stern der dominante Heizterm. Dagegen hat sie bei der gleichmäßigeren Verteilung des Material in der Akkretionsscheibe für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  insgesamt einen deutlich geringeren Einfluss.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass `Fosite` und `MC3D` in den vergleichbaren, durch Heizung und Kühlung durch Strahlung dominierten Bereichen der Akkretionsscheibe sehr ähnliche Temperaturen berechnen. Damit ist sichergestellt, dass das hier neu implementierte Heizmodell in Kombination mit der Kühlfunktion für diese Bereiche realistische Temperaturen liefert. Zudem kann ausgeschlossen werden, dass sich die beobachteten Temperaturmaxima durch eine vollständige Beschreibung des radialen Strahlungstransportes auflösen würden. Dies gilt insbesondere für den radialen Bereich der Scheibe, in dem die thermischen Instabilitäten auftreten. Weiter außen liegende Strukturen, wie beispielsweise das Maximum im Standardmodell bei  $\sim 10$  AU, wären bei einem Modell mit kompletten radialen Strahlungstransport möglicherweise weniger stark ausgeprägt.

### 6.1.3 Vergleich mit Beobachtungen

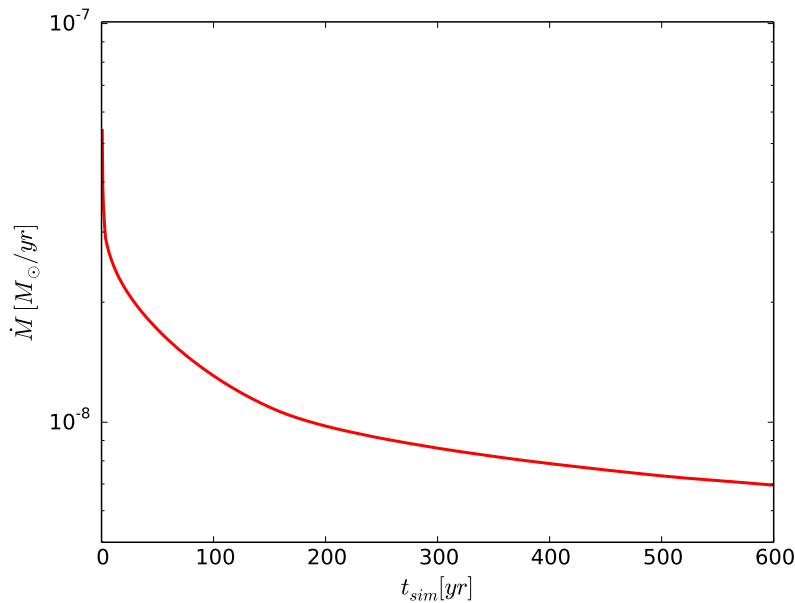
Um zu testen, ob die Simulation sinnvolle Ergebnisse liefert, ist der Vergleich mit beobachteten Akkretionsscheiben entscheidend. Allerdings sind viele der simulierten Größen wie z. B. die Mittelebenentemperatur nicht durch direkte Beobachtungen zugänglich. Eine Größe, die sowohl in den Simulationen als auch in Beobachtungen vergleichsweise leicht zu bestimmen ist, ist die Akkretionsrate. Sie wird im ersten Teil dieses Kapitels genauer betrachtet. Der zweite Abschnitt beschäftigt sich mit der Frage, ob die Beobachtungen Hinweise auf die hier gefundenen thermischen Instabilitäten liefern.



**Abbildung 6.5:** Vergleich der Mittelebenentemperaturen von Fosite und MC3D für 2 Akkretionsscheiben mit unterschiedlichen Oberflächendichteprofilen.

### 6.1.3.1 Akkretionsraten

Im Folgenden sollen die simulierten Akkretionsraten  $\dot{M}$  mit den Ergebnissen zweier großer Studien der Taurus- (Isella u. a., 2009) und Ophiuchus-Sternentstehungsregion (Andrews u. a., 2010) verglichen werden. Dies ist ein interessanter Test für die hydrodynamische Simulation, da die Akkretionsrate eine Möglichkeit liefert, den radialen Transport von Material durch die inneren Bereiche der Akkretionsscheibe sowie die Randbedingung am Innenrand zu überprüfen.  $\dot{M}$  kann in `Fosite` durch den Fluss von Gas über den



**Abbildung 6.6:** Akkretionsrate als Funktion der Zeit.

Innenrand bestimmt werden. Die Beobachtungen nutzen folgenden Zusammenhang (Natta u. a., 2006):

$$\dot{M}_{\text{acc}} = \frac{L_{\text{acc}} R_*}{GM_*}. \quad (6.1)$$

Die Akkretionsleuchtkraft  $L_{\text{acc}}$  kann direkt beobachtet werden. Der Radius des Sterns ergibt sich aus seiner Effektivtemperatur und seiner Leuchtkraft, während seine Masse aus theoretischen Modellen zur Entwicklung junger Sterne abgeleitet werden muss (siehe Isella u. a. (2009) für eine genauere Erklärung und Diskussion der entstehenden Fehler). Aus den Beobachtungen

ergeben sich Akkretionsraten im Bereich  $10^{-7} - 10^{-10} M_{\odot}/\text{yr}$  (Isella u. a., 2009, Andrews u. a., 2010), wobei die meisten untersuchten Objekte Akkretionsraten der Größenordnung  $10^{-8} - 10^{-9} M_{\odot}/\text{yr}$  aufweisen.

Die berechneten Akkretionsraten sind in Abbildung 6.6 zu sehen. Zu Beginn der Simulation sind sie vergleichsweise groß, was sich durch die Anfangsbedingung erklären lässt. Da die Anfangsdichte proportional zu  $r^{-1}$  gesetzt wird, steht am Innenrand der Scheibe sehr viel Material für die Akkretion zur Verfügung. Zu späteren Zeitpunkten in der Simulation flacht das Oberflächendichteprofil im Innenbereich ab und die Akkretionsraten werden moderater (siehe Kapitel 5.4 Abbildung 5.20). Alle gezeigten Akkretionsraten liegen im für protoplanetare Scheiben typischen Bereich. Sie ist zudem konsistent mit der Annahme einer über den hier betrachteten Simulationszeitraum von 600 yr zeitlich näherungsweise unveränderten Masse des Sterns aus Kapitel 4.6.

### 6.1.3.2 Zeitliche Variabilität

Variabilität ist ein typisches Merkmal der hier untersuchten T-Tauri Sterne (Joy, 1945). Die Möglichkeit, dass diese Variationen nicht ausschließlich durch Helligkeitsänderungen des Sterns, sondern durch eine zusätzliche Veränderungen der Akkretionsscheibe erklärbar sind, wurde bereits von Skrutskie u. a. (1996) diskutiert. Sie wird durch neuere Beobachtungen (siehe z.B. Carpenter u. a. 2001, Muzerolle u. a. 2009, Bary u. a. 2009, Ábrahám u. a. 2009, Skemer u. a. 2010, Morales-Calderón u. a. 2011, Faesi u. a. 2012) bestätigt. Dabei stammen auch die meisten neueren, zu diesem Thema veröffentlichten Arbeiten, bereits aus den Jahren 2009 und 2010. Sie beruhen auf Daten des Spitzer Weltraumteleskops, welches seit 2009 nur noch sehr eingeschränkt zur Verfügung steht, da sein Kühlmittel erschöpft ist.

Die beobachteten Zeiträume, über die eine Helligkeitsänderung statt findet, liegen im Bereich von Tagen bis zu Jahren. Wodurch sie verursacht werden, ist noch nicht abschließend geklärt. Eine mögliche Ursache wäre die Störung der Dichtestruktur der Akkretionsscheibe durch einen Doppelstern oder einen Planeten (siehe z.B. Muzerolle u. a. (2009) oder Skemer u. a. (2010)). Außerdem kann die turbulente Durchmischung der Akkretionsscheibe (Turner u. a., 2010), welche zu einer zeitlich variablen, vertikalen Staub und Gasschichtung führt, einen Teil der beobachteten Variabilität erklären. Zudem wird insbesondere für die sehr leuchtstarken Herbig-Ae-Sterne der Fall einer zeitlich

variablen, stark beheizten und damit vertikal ausgedehnten Innenkante diskutiert (Sitko u. a., 2008). Diese könnte eine zeitlich variable Abschattung der Akkretionsscheibe bewirken. Allerdings wurde das letzte genannte Modell für einige Beobachtungen verworfen (Muzerolle u. a., 2009), da in der spektralen Energieverteilung der Akkretionsscheibe keine Hinweise auf einen stark beleuchteten, variablen inneren Rand der Akkretionsscheibe zu finden waren.

Die hier genannten Ursachen für Variabilität in Akkretionsscheiben stellt lediglich eine Auswahl der derzeit diskutierten Erklärungsmöglichkeiten dar. Zudem ist es denkbar, dass die Variabilität durch Kombinationen der diskutierten Effekte zu Stande kommt und bei unterschiedlichen beobachteten Objekten verschiedene Ursachen haben kann. Allerdings können viele Beobachtungen mit der Änderung der Temperatur des emittierenden Staubes der Akkretionsscheibe innerhalb von wenigen Jahren erklärt werden. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit gefundenen, nach innen wandernden Temperaturmaxima verursachen ebenfalls Temperaturänderungen auf passenden Zeitskalen. Es bleibt die Frage, ob die hier beobachteten thermischen Instabilitäten eine ausreichend große Änderung bewirken, um beobachtbar zu sein. In diesem Zusammenhang ist die Arbeit von Flaherty & Muzerolle (2010) interessant. Sie berechnen eine sehr einfache Näherung für die spektrale Energieverteilung (SED) von Akkretionsscheiben, deren zentrale Dichteverteilung durch verschiedene Prozesse gestört ist. Eine der getesteten Störungen ist auch eine nach innen laufende Temperaturfront, welche ein Maximum in der photosphärischen Höhe verursacht. Sie bewirkt eine leichte Änderung in der simulierten SED. Allerdings sind Flaherty & Muzerolle (2010) mehr an zeitlicher Variabilität innerhalb weniger Wochen interessiert, als an Effekten die sich über mehrere Jahre hinweg entwickeln. Deshalb verfolgen sie dieses Modell nicht weiter, da die mit ihm verbundenen Zeitskalen zu lang sind.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass zeitliche Variabilität auf kurzen Zeitskalen typisch für Akkretionsscheiben um T-Tauri-Sterne ist. Derzeit existieren viele verschiedene Erklärungsansätze für dieses Phänomen. Möglicherweise spielen auch die hier gezeigten Instabilitäten eine Rolle, was allerdings mit simulierten Beobachtungen der hier gezeigten Akkretionsscheiben genauer untersucht werden müsste.

### 6.1.4 Vergleich mit den Ergebnissen ähnlicher Arbeiten

Auf Grund der Ähnlichkeit der verwendeten Heizmodelle bietet sich hier ein Vergleich mit der Arbeit von Watanabe & Lin (2008) an. Einige der zentralen Annahmen des Heizterms, wie die Berechnungsmethode für die photosphärische Höhe und die effektiv beleuchtete Oberfläche wurden für das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Heizmodell von Watanabe & Lin (2008) übernommen. Allerdings unterscheidet sich die weitere Beschreibung der Akkretionsscheibe in beiden Arbeiten deutlich. Der wichtigste Unterschied besteht darin, dass bei Watanabe & Lin (2008) lediglich eine Bilanzgleichung für die innere Energie an Stelle der gekoppelten Differentialgleichungen (2.21)-(2.23) gelöst wird. Sie betrachten demnach lediglich die Temperaturentwicklung für einen kurzen Zeitraum in der Entwicklung der Akkretionsscheibe, in dem sich das Dichteprofil nicht signifikant ändert. Auch die Radialgeschwindigkeit hat keine Möglichkeit, auf einen zeitlich variablen Druck zu reagieren. Für die Energiebilanz werden Heizung und Kühlung durch Strahlung sowie viskose Heizung berücksichtigt. Alle drei Terme unterscheiden sich von der im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Beschreibung, wobei Watanabe & Lin (2008) eine im Vergleich zur vorliegenden Arbeit sehr einfache Beschreibung der viskosen Dissipation (siehe Gleichung 5.2) wählen. Sie hängt lediglich von der konstanten Akkretionsrate, sowie dem Potential des Zentralobjektes ab.

Für den Vergleich mit der vorliegenden Arbeit, ist insbesondere der von Watanabe & Lin (2008) diskutierte Fall mit realistischen Opazitäten, welcher die Sublimation von Eis berücksichtigt, interessant. Er zeigt ein zur vorliegenden Arbeit sehr ähnliches Verhalten der Mittelebenentemperatur:

- Die Sublimation von Eis auf den Staubkörnern führt zu einem zeitlich stabilen Temperaturmaximum im Sublimationsbereich. Bei größeren Abständen zum Zentralobjekt bildet sich ein möglicherweise durch das erste Maximum hervorgerufenen, zeitlich stabiles zweites Temperaturmaximum aus.
- Innerhalb des Sublimationsbereichs entstehen Instabilitäten in Form von nach innen wandernden Temperaturmaxima.
- Die Viskosität hat einen Einfluss auf die Ausbildung thermischer Instabilitäten und kann diese im Falle großer Viskosität verhindern.

Dies zeigt, dass sich die Mittelebenentemperatur unabhängig von den genauen Annahmen zur Beschreibung der Heiz- und Kühlprozesse und insbesondere auch unabhängig von den genauen Annahmen zu den Staubeigenschaften qualitativ ähnlich entwickelt.

Wie schon in Kapitel 5.2 erwähnt, lässt sich auch die Entstehung der Instabilitäten mit den Argumenten von Watanabe & Lin (2008) erklären. Sie widersprechen den Ergebnissen einiger früherer Arbeiten. D'Alessio u. a. (1999) kommen zu dem Ergebnis, dass thermische Instabilitäten bei der Betrachtung von Akkretionsscheiben keine wesentliche Rolle spielen. Allerdings verwenden sie den *flaring angle* sowie die Näherung für die Höhe  $H_{CG}$  aus Kapitel 3.2. Beide vernachlässigen die globale Struktur der Akkretionsscheibe und können deshalb die hier gefundenen Instabilitäten nicht erklären, die gerade durch die Abhängigkeit von der globalen Dichtestruktur entstehen (siehe Kapitel 5.2).

Auch Dullemond (2000) verwendet dieselben Annahmen zur Höhenstruktur und effektiv beleuchteten Oberfläche wie D'Alessio u. a. (1999). In seinen Überlegungen treten thermische Instabilitäten auf, welche sich allerdings nur unter der Voraussetzung bilden, dass sich die Scheibe nicht im vertikalen hydrostatischen Gleichgewicht befindet. Dies widerspricht den hier gemachten Modellannahmen und auch den Ergebnissen von Dullemond & Dominik (2004). Dort wird die Vertikalstruktur von Akkretionsscheiben um Herbig-Ae Sterne mit Hilfe von Strahlungstransportsimulationen iterativ so bestimmt, dass die Temperatur- und Dichtestruktur einem vertikalen hydrostatischen Gleichgewicht entsprechen. Allerdings konvergiert das Verfahren nicht vollständig gegen eine eindeutige Lösung, da kleine, nach innen laufende Temperatur-Wellen auftreten. Die Autoren vermuten, dass dieser Effekt für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten T-Tauri Sterne eine größere Rolle spielt und weisen auf die Möglichkeit thermischer Instabilitäten in Akkretionsscheiben hin. Allerdings wird dort, im Gegensatz zum in Dullemond (2000) betrachteten Fall, ein vertikales thermisches Gleichgewicht erzwungen. Deshalb entsprechen die Instabilitäten dem hier betrachteten Fall und nicht den Überlegungen von Dullemond (2000).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass thermische Instabilitäten nur dann korrekt beschrieben werden können, wenn die globale Höhenstruktur der Scheibe berücksichtigt wird. Dies erklärt ihr Fehlen in einigen früheren Arbeiten zur Stabilität von Akkretionsscheiben. Die hier gewählte Beschreibung der Heizung durch den Stern ist in der Lage die Abhängigkeit von der globalen Höhenstruktur und damit auch die Instabilitäten zu berück-

sichtigen und zeigt dabei ein sehr ähnliches Verhalten wie die Simulationen von Watanabe & Lin (2008). Dabei liefern die Ergebnisse von Dullemond & Dominik (2004) einen Hinweis darauf, dass die gefundenen thermischen Instabilitäten auch bei Verwendung von vollständigen Monte-Carlo-Strahlungstransportsimulationen auftreten können. Sie sind damit nicht von der exakten Wahl des Heizmodells abhängig, solange dieses in der Lage ist globale Abschattungseffekte zu berücksichtigen.

## 6.2 Überprüfung der Modellannahmen

Sowohl die Beschreibung der Akkretionsscheibe im Rahmen eines 2+1-dimensionalen Modells (siehe Kapitel 2.2), als auch die Modellierung der Heizung durch den Stern (siehe Kapitel 3) erfordern eine Reihe von Annahmen. Diese sollen hier, soweit dies möglich ist, überprüft oder zumindest auf Selbstkonsistenz getestet werden.

### 6.2.1 Zeitskalen

Bei der Einführung des 2 + 1-dimensionalen Modells in Kapitel 2.2 wurden bereits die damit verbundenen Anforderungen an die verschiedenen Zeitskalen diskutiert. Die Zeitskala für das Einstellen eines vertikalen thermischen Gleichgewichtes  $t_{\text{hyd}}$  (siehe Gleichung 2.8) muss kleiner sein als die Zeitskalen für eine radiale Änderung der Dichteverteilung. Nur dann ist sichergestellt, dass Radial- und Vertikalstruktur voneinander entkoppelt werden können. Außerdem muss  $t_{\text{hyd}}$  klein gegenüber den Zeitskalen für die thermische Entwicklung der Akkretionsscheibe sein, um die Annahme eines vertikalen thermischen Gleichgewichts zu rechtfertigen.

Hier soll zunächst die Entwicklung der radialen Dichteverteilung betrachtet werden. Meist findet diese innerhalb der viskosen Zeitskala statt, die groß gegenüber allen anderen beteiligten Zeitskalen ist (siehe Kapitel 4.2 und Abbildung 6.7). Allerdings muss ein radialer Materialtransport nicht notwendigerweise durch den viskosen Austausch von Drehimpuls stattfinden. Andere Prozesse, wie beispielsweise ein Druckgradient (siehe Kapitel 5.1 oder 8.1) oder die durch die thermischen Instabilitäten verursachten, nach innen laufenden Temperaturmaxima, können ebenfalls zu einer radialen Umvertei-



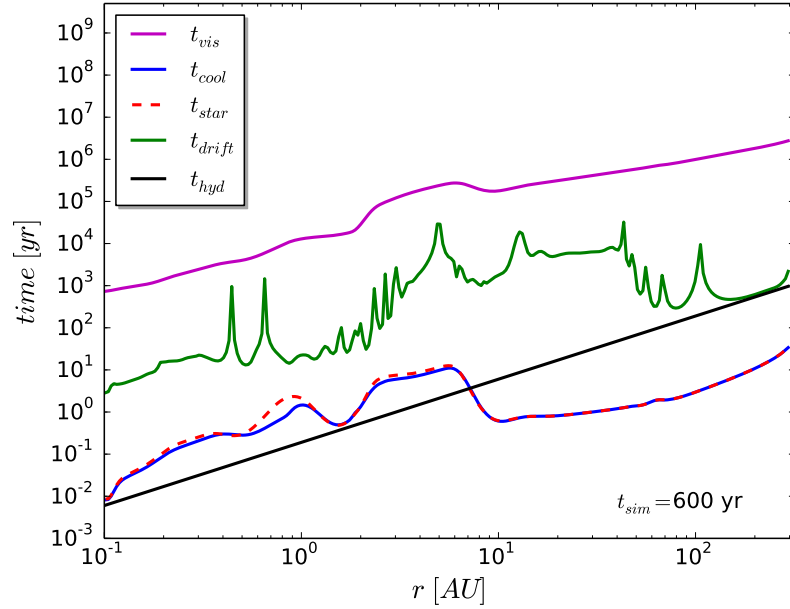
lung von Material führen. Deshalb wird hier zusätzlich die Zeitskala  $t_{\text{drift}}$  für Umverteilung von Material auf Grund von radialen Strömungen durch die Scheibe (siehe Kapitel 4.2) betrachtet. Für sie muss ebenfalls die Forderung  $t_{\text{hyd}} < t_{\text{drift}}$  erfüllt werden. Diese Bedingung ist über weite Teile der Akkretionsscheibe hinweg unproblematisch (siehe Abbildung 6.7). Lediglich bei sehr großen Abständen zum Zentralobjekt nähern sich die Zeitskalen einander an. Dies geschieht sehr wahrscheinlich auf Grund der bereits in Kapitel 5.1 erwähnten Einschalteneffekte. Dort wird ein Grenzbereich des Modells erreicht, in dem die Zeitskala zum Einstellen eines vertikalen Gleichgewichts gerade noch ausreicht, bevor der Zustand der Akkretionsscheibe sich signifikant ändert. Insgesamt ist die Verwendung des 2 + 1-dimensionalen Modells für die Akkretionsscheibe hier gerechtfertigt.

Beim Vergleich zwischen der thermischen und der hydrostatischen Zeitskala wird folgende Frage untersucht: Hat die Vertikalstruktur genug Zeit nach einer Änderung der Temperatur ein erneutes hydrostatisches Gleichgewicht einzustellen, bevor sich die Temperatur der Scheibe durch Heiz- und Kühlprozesse erneut signifikant ändert? In Abbildung 6.7 ist deshalb auch der Vergleich der thermischen Zeitskalen für die Heizung- und Kühlung durch Strahlung mit der hydrostatischen Zeitskala gezeigt. Im Bereich der Instabilitäten bei  $r \lesssim 1$  AU (siehe Abbildung 5.11) ist die hydrostatische Zeitskala kleiner als die thermischen Zeitskalen der dominanten Beiträge zur inneren Energie. Damit kann sich ein vertikales Gleichgewicht einstellen, bevor die Temperatur sich erneut ändert.

Allerdings zeigt sich auch, dass dies nicht für die gesamte Akkretionsscheibe der Fall ist. Insbesondere bei großen Radien ändert sich das Verhältnis der Zeitskalen. Jedoch zeigt Abbildung 5.11, dass die Temperatur in den Bereichen, in denen keine Instabilitäten auftreten, nur marginal durch diese beeinflusst wird. Die Außenbereiche der Akkretionsscheibe zeigen ein zeitlich sehr stabiles Temperaturprofil. Deshalb ist es sinnvoll anzunehmen, dass das hydrostatische Gleichgewicht dort noch immer eine sehr gute Näherung darstellt.

Die Überprüfung der Zeitskalen wurde für alle in der Parameterstudie aus Kapitel 5.3 gezeigten Modelle wiederholt und ihre Ergebnisse sind im Anhang C gezeigt. Hier werden lediglich 2 extreme Beispiele im Detail vorgestellt.

Besonders kritisch ist die Frage nach den Zeitskalen für das Modell mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  (siehe Abbildung 6.8). Hier sind die thermischen Zeitskalen kleiner als die hydrostatische Zeitskala. Gleichzeitig ändert sich die Temperatur innerhalb der Scheibe durch das Auftreten der Instabilitäten, innerhalb

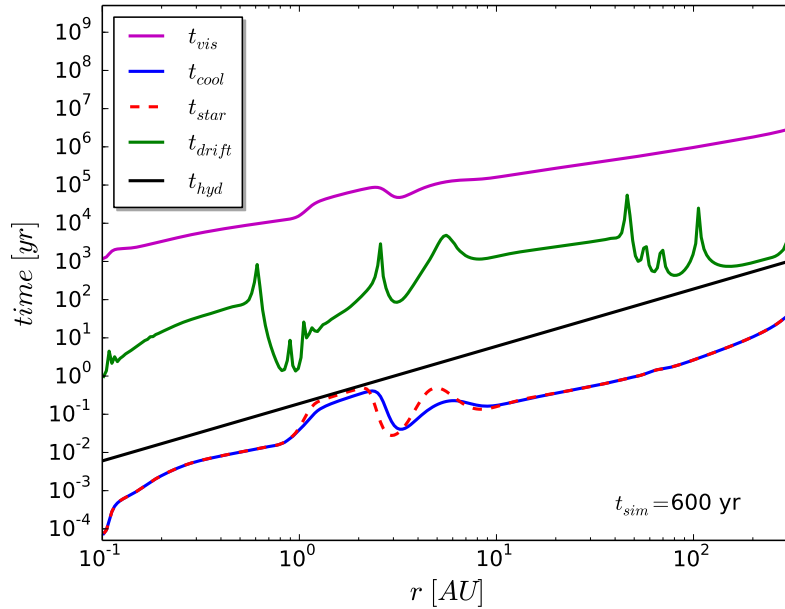


**Abbildung 6.7:** Zeitskalen des Standardmodells nach 600 yr Simulationszeit.

der thermischen Zeitskalen. Deshalb ist die Annahme eines vertikalen, hydrostatischen Gleichgewichts verletzt. Es ist möglich und auf Grund der geringen Dämpfung durch Viskosität auch durchaus wahrscheinlich, dass auch diese Scheibe thermische Instabilitäten aufweist. Allerdings könne diese im Rahmen der hier verwendeten Modellgleichungen nicht sinnvoll beschrieben werden. Deshalb wird dieses Modell bei der Simulation der Langzeitentwicklung der Akkretionsscheibe nicht berücksichtigt. Dasselbe gilt für die Scheibe mit der im Vergleich zum Standardmodell halbierten Masse (siehe Anhang C). Das Modell, bei dem die thermischen Zeitskalen im Vergleich zur hydrostatischen am größten sind (siehe Abbildung 6.9), verwendet das Oberflächendichteprofil  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$ . Da dies das einzige Modell ist, bei dem die viskose Heizung den gesamten Heizterm dominiert, wird hier auch die dazugehörige Zeitskala betrachtet. Analog zur Heizung und Kühlung durch Strahlung in Kapitel 4.2, wird sie als

$$t_{\text{vis heat}} = \frac{\Pi}{Q_{\text{vis}}} \quad (6.2)$$

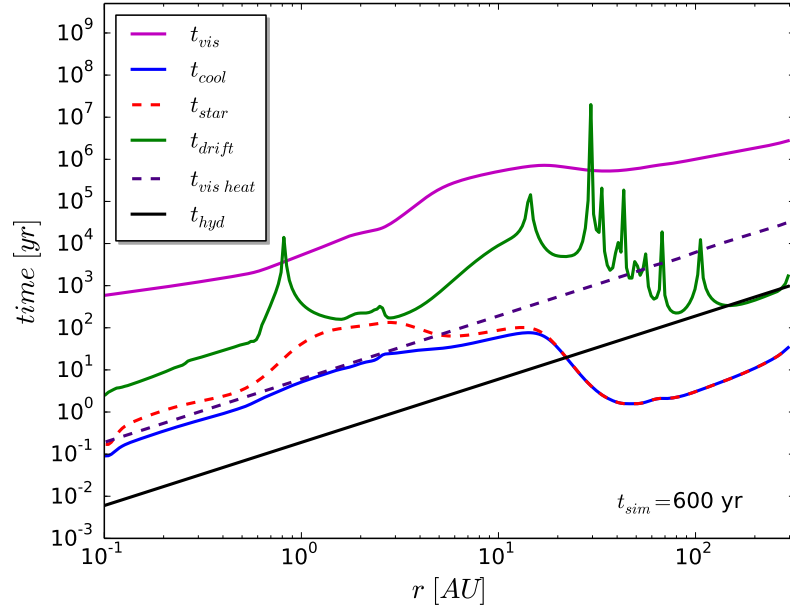
definiert. Auch diese Zeitskala ist groß gegen die hydrostatische Zeitskala (siehe Abbildung 6.9).



**Abbildung 6.8:** Zeitskalen des Modells mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  nach 600 yr Simulationszeit.

Die für die anderen Modelle berechneten Zeitskalen (siehe Anhang C) liegen zwischen diesen Extremem. Bis auf die bereits genannten Modelle mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  und  $M_d = 0,005M_\odot$  sind bei ihnen die relevanten thermischen Zeitskalen im Bereich der Instabilitäten groß gegen die hydrostatische Zeitskala. Deshalb können diese Modelle zumindest für den hier betrachteten Zeitraum genutzt werden, um die Entwicklung der Instabilitäten sinnvoll zu beschreiben.

Grundsätzlich entspricht das hier beschriebene Verhältnis der Zeitskalen dem erwarteten Ergebnis. Auch D’Alessio u. a. (1999) und Dullemond (2000) gehen von einem Zentralbereich der Scheibe im hydrostatischen Gleichgewicht und einem Außenbereich, in dem sich dieses Gleichgewicht nicht auf hydrostatischen Zeitskalen einstellt aus. Dies gilt, obwohl die Annahmen zu den Heiz- und Kühlmodellen, zur radialen Dichteverteilung sowie die Abschätzung der Zeitskalen sich untereinander sowie auch im Vergleich zur vorliegenden Arbeit unterscheiden. Allerdings gibt es auch Arbeiten, die für das von ihnen gewählte Modell zu dem Ergebnis kommen, dass sich das hydrostatische Gleichgewicht in der gesamten Akkretionsscheibe immer sofort einstellt



**Abbildung 6.9:** Zeitskalen des Modells mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$  nach 600 yr Simulationszeit.

(Watanabe & Lin, 2008). Für die hier betrachteten Modelle wird auch bei der weiteren Interpretation der Ergebnisse insbesondere für die Langzeitsimulationen auf die Entwicklung des Verhältnisses der Zeitskalen untereinander geachtet werden.

### 6.2.2 Heizung bei einer dominanten Wellenlänge

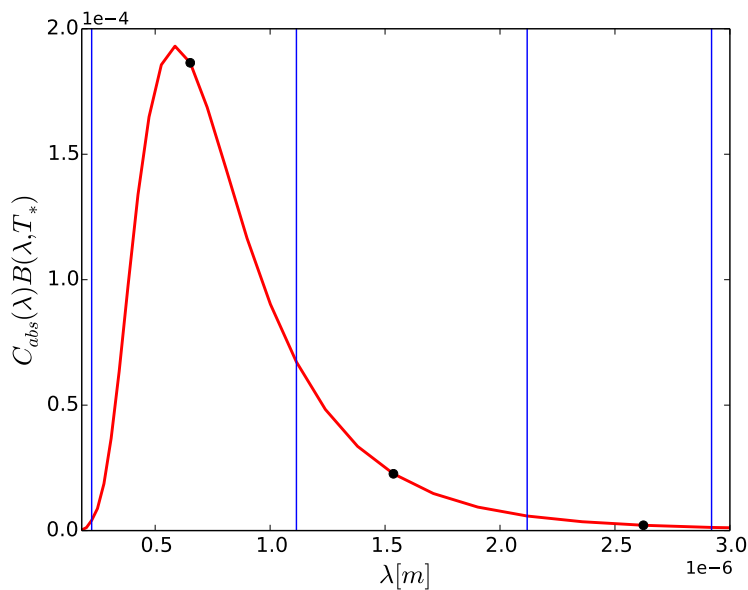
Die optischen Eigenschaften des Staubes sind wellenlängenabhängig. Bei der Berechnung der photosphärischen Höhe  $H$  wurde jedoch angenommen, dass es ausreicht die Wellenlänge zur Opazitätsberechnung zu verwenden, bei der die Heizung am effizientesten ist. Sie ergibt sich aus dem Maximum des Produktes der wellenlängenabhängigen Absorptionseffizienz  $C_{\text{abs}}$  des Staubes mit der Planck-Funktion des als Schwarzkörper betrachteten Sterns  $B_{\lambda}(T_*)$  (siehe Kapitel 3.4). Hier soll nun überprüft werden, ob die Vernachlässigung aller anderen Wellenlängen zur Höhenbestimmung gerechtfertigt ist.

Bisher wurde die photosphärische Höhe für eine einzelne Wellenlänge berechnet und anschließend die gesamte, für alle Wellenlängen eingestrahelte

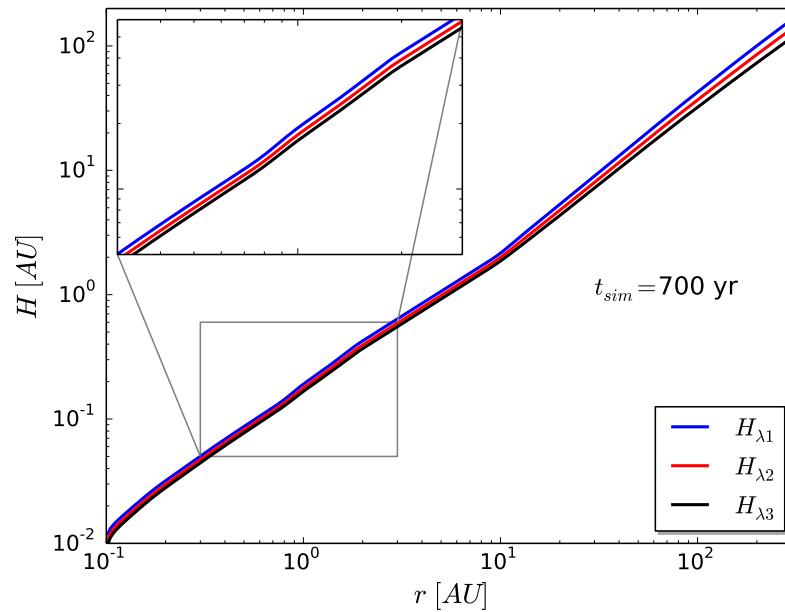
Energie dort deponiert. Für diesen Test werden stattdessen 3 photosphärische Höhen zu 3 verschiedenen Wellenlängen (Tabelle 6.1) bestimmt. Dies ersetzt zwar keine vollständige, wellenlängenabhängige Betrachtung, ermöglicht aber zumindest eine Abschätzung wie gut die Näherung einer einzigen Heizwellenlänge ist. Jeder Testwellenlänge ist ein Wellenlängenintervalle zugeordnet (siehe Abbildung 6.10), welche es ermöglichen, den Anteil der in diesen Intervallen vom Stern abgestrahlten Energie zu berechnen.

$\lambda_1$	$0,53 \mu m$
$\lambda_2$	$1,54 \mu m$
$\lambda_3$	$2,62 \mu m$

**Tabelle 6.1:** Auswahl der Testwellenlängen



**Abbildung 6.10:** Die blauen Linien stellen die Begrenzung der gewählten Wellenlängenintervalle dar. Ihnen wird je eine mit den schwarzen Punkten gekennzeichnete Wellenlänge zugeordnet, die etwa im Zentrum des jeweiligen Intervalls liegt.

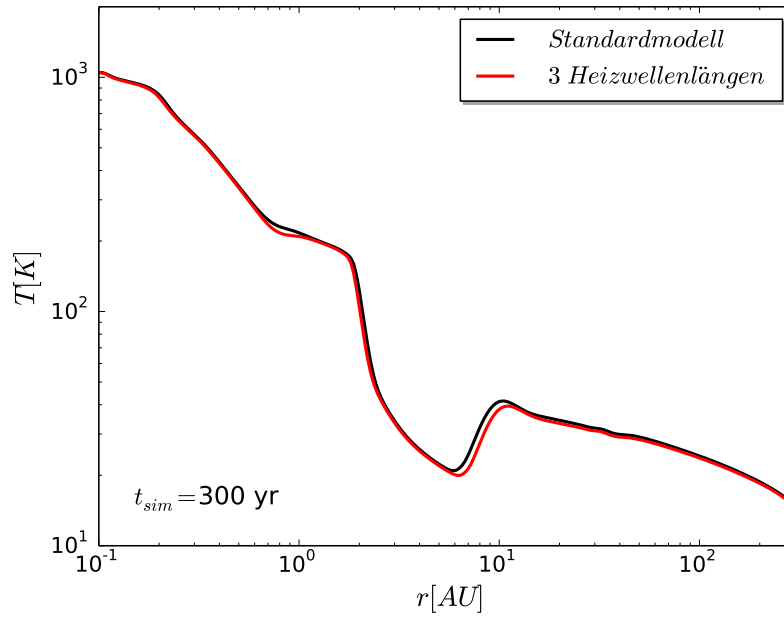


**Abbildung 6.11:** Vergleich der zu den 3 Testwellenlängen berechneten photosphärischen Höhen.

Dabei ist die Auswahl auf den Energie-Bereich beschränkt, in dem die Wellenlängen mindestens 1% des Maximalbeitrages zur Heizung liefert. Das dazu gehörige Wellenlängenintervall wurde in etwa äquidistante Teilstücke unterteilt. Dabei ist die Wahl der Wellenlängen und ihre Zuordnung in Intervalle ein Stück weit willkürlich. Allerdings hat sich gezeigt, dass eine Variation dieser Parameter keinen wesentlichen Einfluss auf das Ergebnis hat.

Abbildung 6.11 zeigt den Vergleich der photosphärischen Höhen  $H$  zu den 3 gewählten Testwellenlängen. Die Änderung der Heizwellenlänge führt auf Grund der damit einhergehenden Opazitätsänderung des Staubs in der Scheibe zu einer leichten Verschiebung der Höhenstruktur. Allerdings ändert sich der qualitative Verlauf der Kurve nicht. Auch die Temperaturstruktur (siehe Abbildung 6.12) entwickelt sich sehr ähnlich zu dem bereits aus Kapitel bekannten Standardmodell. Allerdings werden hier die Ergebnisse nach 700 yr und nicht nach 600 yr Simulationszeit gezeigt, da die Instabilitäten in der Temperaturstruktur für dieses Modell etwas später auftreten. Dies ist plausibel, da die durch den Stern eingestrahelte Gesamtenergie nicht mehr an einem einzigen, durch eine photosphärische Höhe vorgegebenen Ort, sondern

(a) Vergleich des Standardmodells mit dem Modell mit 3 Wellenlängen.



(b) Thermische Instabilitäten im Modell mit 3 Heizwellenlängen.

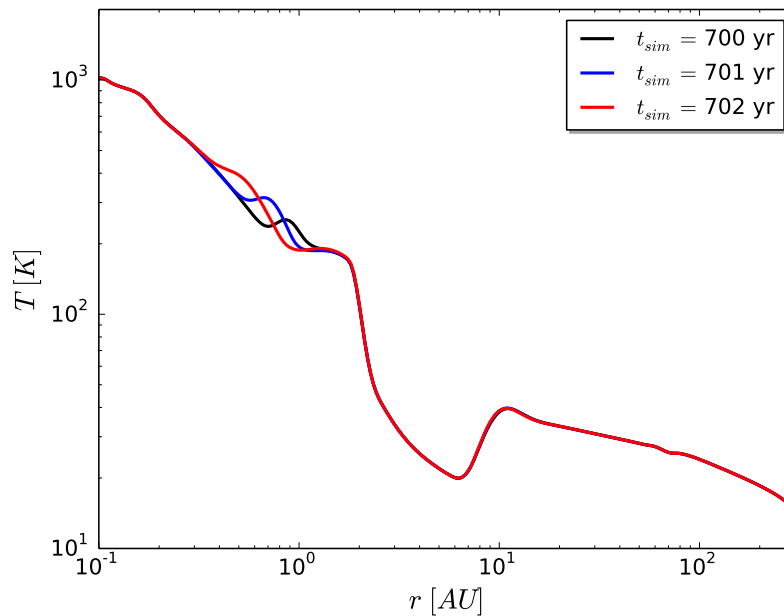


Abbildung 6.12: Überprüfung der Mittelebenentemperatur

anhand von 3 Höhenstrukturen an 3 Orten deponiert wird. Dies kann zu einer Glättung der Kurve der Temperaturstruktur führen, welche sich auch im in Abbildung 6.12 gezeigten Vergleich der Temperaturen mit dem Standardmodell vor dem Auftreten der Oszillationen zeigt. Insbesondere das Maximum bei 10 AU ist etwas weniger stark ausgeprägt. Allerdings kommt es nicht zu wesentlichen Änderungen in der Temperaturstruktur. Auch ihre zeitliche Entwicklung im Verlauf der Simulation entspricht bis auf die etwas verspätet auftretenden Oszillationen dem Standardmodell.

Insgesamt lässt sich daraus folgern, dass die Heizung bei einer Wellenlänge eine sinnvolle Näherung ist, jedoch zu kleinen Fehlern in der Temperaturstruktur, insbesondere für das außerhalb des abgeschatteten Bereichs liegende Maximum sowie etwas zu früh auftretenden Instabilitäten führen kann.

### 6.2.3 Radiale Umverteilung durch Strahlung

Die Frage, ob die beschriebene Temperaturstrukturen und insbesondere die wandernden Temperaturmaxima entstehen können, ist nicht nur eng mit der Glättung durch Viskosität, sondern auch mit der Glättung durch radiale Umverteilung durch Strahlung verknüpft. Auch diese könnte die Ausbildung von Temperaturmaxima verhindern.

Die radiale Umverteilung von Strahlung ist bereits in Kapitel 3.6 und 6.1.2.2 diskutiert worden, wobei sich die Ergebnisse wie folgt zusammenfassen lassen: Bei kleinen Abständen vom Zentralobjekt wird die Glättung durch radiale Umverteilung eher über- als unterschätzt. Deshalb ist es plausibel anzunehmen, dass sich die hier beobachteten Strukturen auch bei Berücksichtigung der vollständigen Beschreibung der radialen Umverteilung ausbilden und sogar stärker ausgeprägt sein könnten. Dies wird durch den Vergleich mit der vollständigen Beschreibung des Strahlungstransportes mit MC3D bestätigt. Dagegen könnte das durch Abschattungseffekte entstehende Temperaturmaximum bei größeren Abständen vom Zentralobjekt ( $\sim 10$  AU im Standardmodell) bei einer genaueren Beschreibung des radialen Strahlungstransportes etwas weniger stark ausgeprägt sein. Dementsprechend ist es möglich, dass auch die diesem Bereich auftretenden Instabilitäten stärker geglättet werden.

Allerdings beschränken sich die hier sinnvoll beschreibbaren Instabilitäten (siehe Kapitel 6.2.1) auf den Zentralbereich. Dort ist es zulässig anzunehmen, dass die radiale Umverteilung von Energie durch Strahlung die Ausbil-



dung dieser Strukturen nicht verhindern kann und sie mit dem hier verwendeten Modell im Gegensatz eher zu stark geglättet werden. Auch bei einer Änderung der Umverteilungsmethode von der Gewichtung mit einer Gauß-Funktion zur gleichmäßigen Verteilung der Energie über alle Zellen mit weniger als einer photosphärischen Höhe Abstand zum gerade betrachteten Ort kommt es nicht zu unerwarteten Änderungen in der Temperaturstruktur.

### 6.2.4 Streuung

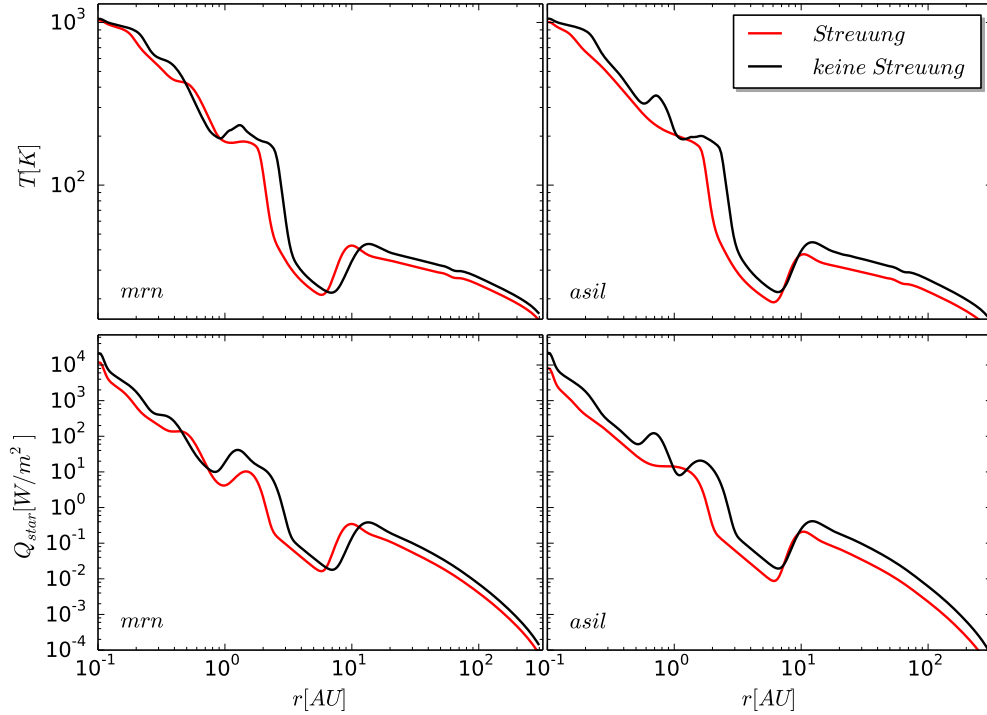
Mit den hier verwendeten Staubdaten ist es möglich die Streuung an den Staubkörnern der Akkretionsscheibe zur Bestimmung des Heizterms zu berücksichtigen (siehe Kapitel 3.4.1). Dadurch wird verhindert, dass der gestreute Anteil der Strahlung fälschlicherweise zur Heizung der Scheibe beiträgt. Die Auswirkungen dieser Erweiterung des ursprünglichen Heizmodells sollen hier untersucht werden.

Wie zu erwarten war, führt eine Verringerung der Sternheizung durch Streuung zu geringeren Temperaturen in der Akkretionsscheibe (siehe Abbildung 6.13). Auch die Instabilitäten verhalten sich wie anhand der Ergebnisse von Kapitel 5.3 erwartet und sind im Falle stärkerer Heizung ausgeprägter und treten früher in der Simulation auf. Qualitativ entwickelt sich die Temperaturstruktur mit und ohne Streuung jedoch ähnlich und zeigt weiterhin einen ausgeprägten abgeschatteten Bereich sowie Instabilitäten bei kleinen Abständen vom Zentralobjekt.

Insgesamt führt die Berücksichtigung der Streuung zu einer realistischeren Beschreibung der Temperatur als die Vernachlässigung dieses Effekts, ohne die qualitative Entwicklung der Temperatur der Scheibe zu verändern.

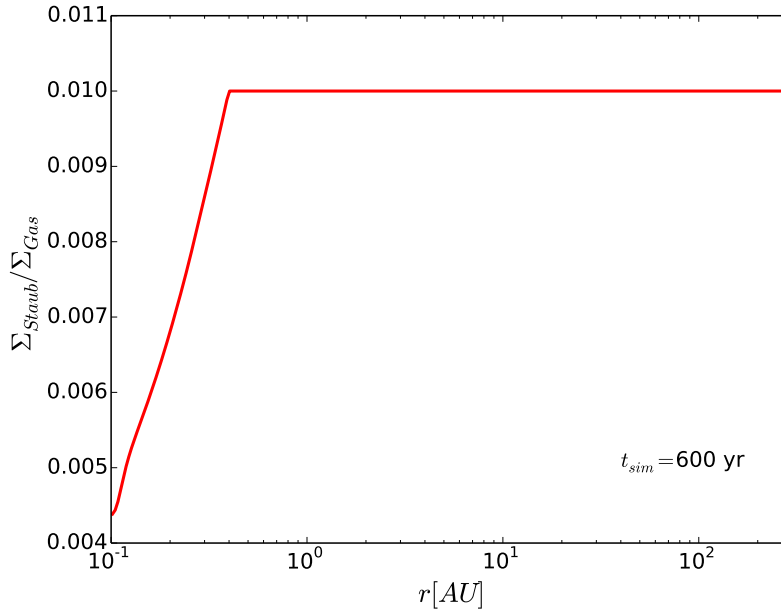
### 6.2.5 Sublimation

Hier sollen die Annahmen zum Sublimationsterm aus Kapitel 3.4.2 sowie seine Auswirkungen auf die Simulationsergebnisse überprüft werden. Der Sublimationsbereich von 1000 K -1500 K in Kombination mit einem linearen Abfall der Dichte bei Sublimation führt dazu, dass dieser Effekt für das Standardmodell der Akkretionsscheibe nur bei sehr kleinen Abständen zum Zentralobjekt eine Rolle spielt und auch dort nur zur Verdampfung von etwa 10 % des Staubes führt. Dies ist plausibel, da typische innere Ränder von



**Abbildung 6.13:** Vergleich der Temperaturen und der Heizung durch den Stern für Simulationen mit und ohne Berücksichtigung des Streutерms für MRN-Staub (mrn) und astronomisches Silikat (asil).

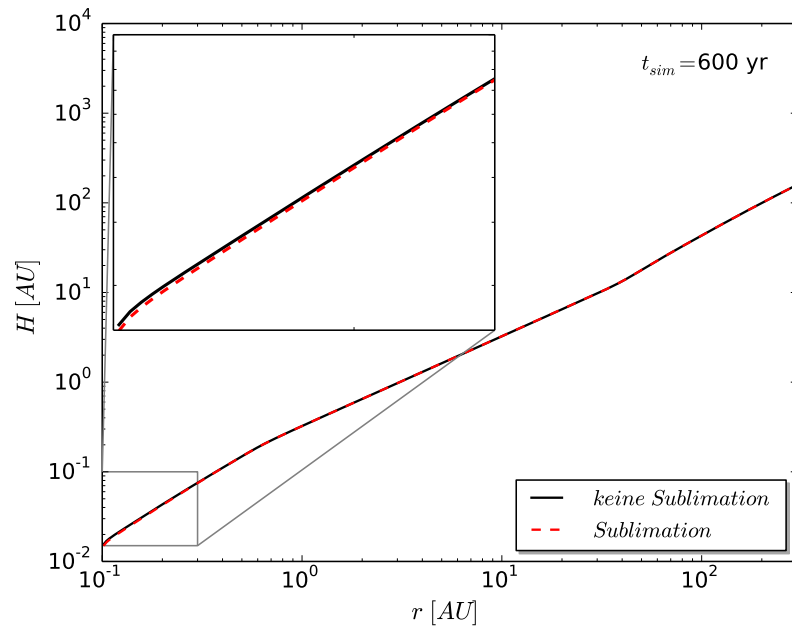
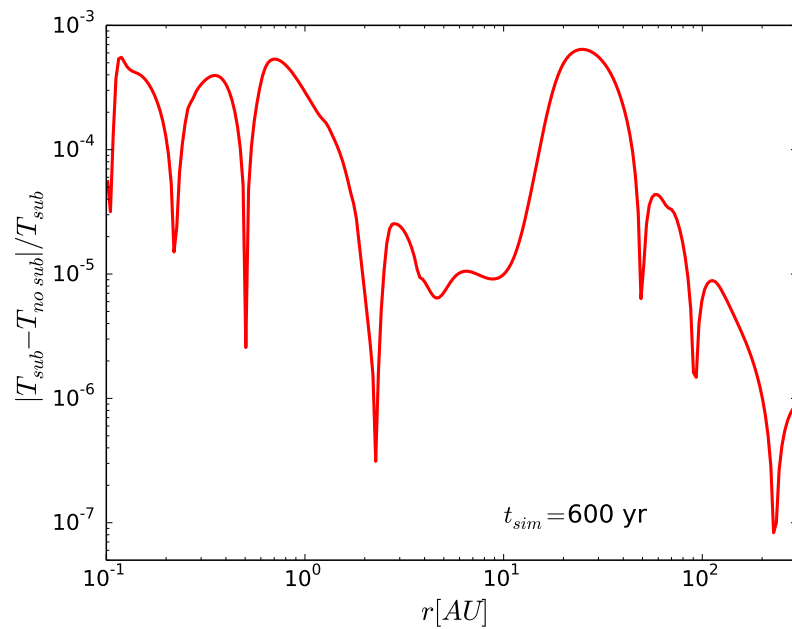
Akkretionsscheiben ohne große Strukturen im Zentrum im Bereich von 0,03–0,19 AU (Andrews u. a., 2010) beobachtet werden. Bei dem hier verwendeten Innenrand des Rechengebietes von 0,1 AU muss dementsprechend noch keine komplette Sublimation stattgefunden haben. Gleichzeitig liegt dieser Innenrand, wie in Kapitel 3.2.2 gefordert, nah am Sublimationsbereich des Staubes. Um die Auswirkungen des hier gewählten Sublimationsmodells noch etwas genauer untersuchen zu können, wird im Folgenden das Scheibenmodell betrachtet, welches im hier gewählten Modellraum am stärksten durch Sublimation beeinflusst ist. Bis auf die Anfangs-Oberflächendichteverteilung, welche proportional zu  $r^{-3/2}$  abfällt, entspricht es dem Standardmodell. Wie bereits besprochen erhöht diese Änderung im radialen Verlauf von  $\Sigma$  die Dichte des Gases bei kleinen Radien und mit ihr auch die viskose Heizung und die Mittelebenentemperatur (siehe Abbildung 5.14 für den Vergleich der Energiebeiträge). Dies führt wiederum zu einer Veränderung des Staub-zu-Gas-



**Abbildung 6.14:** Staub zu Gas Verhältnis für das Modell mit  $\Sigma \propto r^{-3/2}$ .

Verhältnisses, welches in Abbildung 6.14 gezeigt ist. Bei diesem Scheibenmodell kann die viskose Heizung in den ersten Zeitschritten der Simulation sogar zu einer kompletten Verdampfung des Staubes am Innenrand des Rechengebietes führen. Wie bereits in Kapitel 3.3 beschrieben ist, wird dabei eine Grenze des Heizmodells erreicht, bei der weitere Effekte wie der radiale Transport von Strahlung durch die Innenkante der Scheibe berücksichtigt werden müssten. Da hier jedoch die viskose Heizung den dominanten Beitrag zur inneren Energie liefert und vollständige Staubsublimation nur kurz nach dem Einschalten der Simulation in den ersten  $\sim 4$  yr eine Rolle spielt, wird dies ignoriert. Im Folgenden wird zudem gezeigt, dass die Berücksichtigung der Sublimation auch für diese Akkretionsscheibe nur minimale Auswirkungen auf das Simulationsergebnis hat.

Grundsätzlich verringert sich durch Sublimation die photosphärische Höhe nah am zentralen Stern geringfügig (siehe Abbildung 6.15) und der radiale Gradient der Höhe wird etwas größer. Allerdings führt dies im Vergleich zum Standardmodell lediglich zu relativen Abweichungen der Mittelebenentemperatur  $T$  nach 600 yr Simulationszeit von weniger als 0,1% (siehe Abbildung 6.16). Dies ist nachvollziehbar, da  $T$  im Sublimationsbereich des Staubes, in

**Abbildung 6.15:** Photosphärische Höhe mit und ohne Sublimation.**Abbildung 6.16:** Relative Abweichung der Temperaturstruktur ohne Sublimation von der Temperatur des Standardmodells.

dem die größte Änderung zu erwarten wäre, durch die viskose Heizung dominiert wird. Allerdings hängt die photosphärische Höhe an einem gegebenen Ort von der gesamten zwischen diesem Ort und dem Stern liegenden, dreidimensionalen Dichteverteilung ab (siehe Kapitel 3.2). Deshalb kann Sublimation im Innenbereich theoretisch auch Auswirkungen auf die Entwicklung der Scheibe bei größeren Abständen vom Zentralobjekt haben. In diesem Zusammenhang ist interessant, dass kein vertikal aufgeblasener innerer Rand der Scheibe, welcher durch eine im Sublimationsbereich stark beheizte innere Kante aufrechterhalten wird, entsteht. Ein solcher Rand wäre theoretisch dazu in der Lage einen Schatten auf weiter außen liegende Teile der Akkretionsscheibe zu werfen. Die Entstehung eines sogenannten *puffed up inner rim* wurde von Dullemond u. a. (2001) vorgeschlagen und seitdem kontrovers diskutiert (siehe Dullemond & Monnier (2010) für eine Zusammenfassung). Inzwischen ist akzeptiert worden, dass dieser beheizte Rand, wenn er existiert, deutlich weniger stark ausgeprägt sein muss als zunächst angenommen wurde.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Sublimationsmodell am Innenrand das erwartete Verhalten zeigt, ohne die Simulationsergebnisse stark zu verändern. Deshalb wird es beibehalten.

### 6.2.6 Reemission

Die optische Tiefe des Materials in der Akkretionsscheibe für die von der Oberfläche reemittierte Strahlung muss, wie zu Beginn dieses Kapitels gezeigt wurde, bei großen Abständen zum Stern berücksichtigt werden. Dazu sind verschiedene Annahmen notwendig, welche im Folgenden überprüft werden sollen. Allerdings kann eine von ihnen hier modellbedingt nicht sinnvoll getestet werden. Sie bezieht sich auf den zur Berechnung der Opazität verwendeten Staub. Für die optischen Eigenschaften von Staub werden in der Heiz- und Kühlfunktion unterschiedliche Annahmen gemacht, welche bereits in Kapitel 3.4.3 begründet wurden. Die Heizung betrachtete die kleinen, direkt durch den Stern bestrahlten Staubkörner weit entfernt von der Mittelebene, während die Kühlung aus den optischen Eigenschaften verschiedener Materialien nah der Mittelebene berechnet wird.

Im Falle der Reemission wird nun Strahlung betrachtet, welche sich vom heißen Staub der Oberfläche in Richtung Mittelebene bewegt. Deshalb ist die hier gemachte Annahme der Staubeigenschaften der Heizung lediglich für

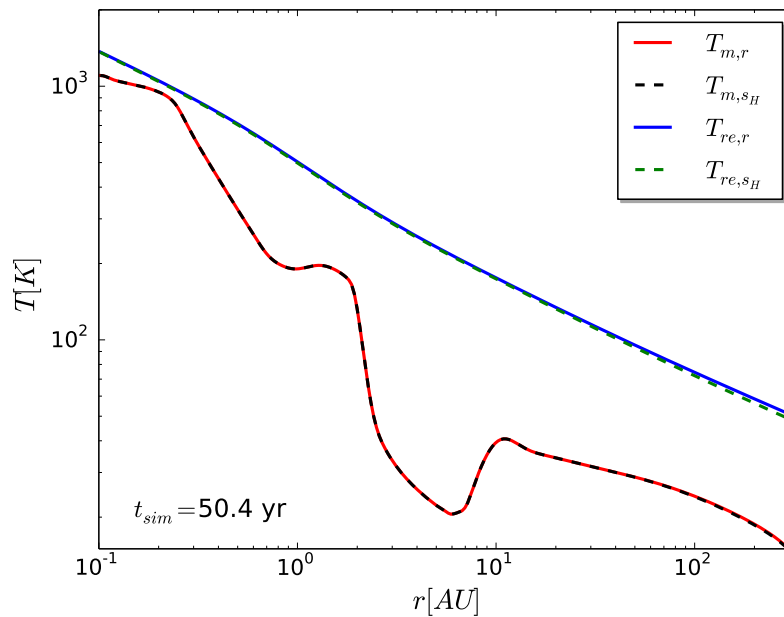
den ersten Teil dieser Wegstrecke sinnvoll. Theoretisch müsste das Integral in Gleichung (3.24) in verschiedene Teilbereiche unterschiedlicher Staubeigenschaften aufgespalten werden. Allerdings ist es im Rahmen eines vertikal integrierten Modells schwierig, die Ausdehnung dieser Bereiche sowie den Übergangsbereich zwischen den Staubarten korrekt zu bestimmen. Zudem ist das Rosseland-Mittel der Opazität der Kühlung nicht geeignet um die Opazität im Zentralbereich zu bestimmen. Es würde theoretisch ebenfalls eine optische Tiefe liefern. Diese darf hier jedoch nicht verwendet werden, da die Berechnung des Rosseland-Mittels auf der Diffusionsnäherung der Strahlungstransportgleichung beruht. Diese ist im optisch dünnen Fall mit sehr langen mittleren freien Weglängen problematisch. Für die Kühlfunktion wird dieser Übergang vom optisch dicken zum optisch dünnen Fall durch die Berechnung der effektiven optischen Tiefe (siehe Gleichung 2.29) berücksichtigt. Sie sorgt für eine sinnvolle optisch dünne Kühlung, ist jedoch zur Lösung des Reemissionsproblems nicht hilfreich. Grundsätzlich ließe sich dieses Problem durch die Verwendung eines Planck-Mittels für die Opazität lösen, was allerdings die Frage nach der vertikalen Schichtung immer noch nicht beantworten würde.

Hinzu kommt, dass ein gedachtes von der Oberfläche der Akkretionsscheibe emittiertes Photon sich nicht notwendigerweise in vertikaler Richtung, sondern möglicherweise leicht schräg dazu bewegt. Dadurch verlängert sich die Wegstrecke durch die Akkretionsscheibe und damit auch die optische Tiefe entlang dieser Strecke (siehe Tanaka u. a. (2005)). Diese Effekte können im Rahmen eines vertikal integrierten Modells nicht sinnvoll untersucht werden. Zudem haben diese Reemissionseffekte keine Auswirkungen auf die zu Beginn dieses Kapitels beschriebenen, durch das Zusammenspiel von Heizung und Kühlung entstehenden Temperaturstrukturen in der Akkretionsscheibe und bewirken lediglich eine Änderung von wenigen Kelvin im Außenbereich. Deshalb wird das Berechnungsverfahren für  $\kappa_{\text{re}}$  beibehalten.

### 6.2.6.1 Die Temperatur der Scheibenoberfläche

Um die optische Tiefe  $\tau_{\text{re}}$  bestimmen zu können, muss die Opazität und für diese wiederum die Wellenlänge der reemittierten Strahlung bekannt sein. Die Wellenlänge ergibt sich wie in Kapitel 3.4 und 6.2.2 besprochen aus der Effektivtemperatur des emittierenden Materials, in diesem Fall also aus

der Temperatur der Oberfläche der Akkretionsscheibe und der Absorptionseffizienz des Staubes. Zur Berechnung dieser Oberflächentemperatur wurde eine weitere Annahme gemacht.  $T_{re}$  wird im Abstand  $s = r$  und nicht



**Abbildung 6.18:** Vergleich der Oberflächen- (Index re) und Mittelebenentemperaturen (Index m) zweier Simulationen, welche die Oberflächentemperatur als Funktion des wahren Abstandes  $s_H$  und der Näherung  $r$  berechnen. Als Vergleichszeitpunkt wurde hier, auf Grund der bereits bei der Motivation der Näherung beschriebenen starken Erhöhung der Rechenzeit für das Modell, welches  $s_H$  verwendet, etwa 50 yr gewählt. Auch zu diesem Zeitpunkt hat sich bereits die Gleichgewichtstemperatur für dieses Modell eingestellt (siehe Kapitel 4.2).

$s_H = \sqrt{r^2 + H^2}$  vom Stern berechnet, um das Verfahren zeit-effizienter zu machen. Um zu überprüfen, ob dies gerechtfertigt ist, zeigt Abbildung 6.18 den Vergleich der mit dem korrekten Abstand  $s_H$  und der Näherung  $r$  berechneten Oberflächen- und der resultierenden Mittelebenentemperaturen. Die mit  $s_H$  anstelle von  $r$  berechneten Oberflächentemperaturen sind etwas geringer. Dies war zu erwarten, da  $s_H$  immer größer als  $r$  und  $T_{re}$  eine streng monoton fallende Funktion des Abstandes ist.

Betrachtet man zusätzlich die Mittelebenentemperatur, ist zunächst erstaunlich, dass ihre stark ausgeprägten Maxima und Minima keine sichtbare Auswirkung auf die Oberflächentemperatur haben. Theoretisch können sich Än-

derungen in  $T_m$  über Veränderungen in der photosphärischen Höhe auf den Abstand  $s_H$  auswirken und somit  $T_{re}$  beeinflussen. Allerdings sind die am Ort der Extrema in der Mittelebenentemperatur auftretenden Strukturen in  $H$  nicht so stark ausgeprägt, dass eine signifikante Änderung der Oberflächentemperatur erwartet werden kann, wenn diese schon durch die Vernachlässigung der gesamten photosphärischen Höhe in der Abstandsberechnung kaum Veränderungen aufweist. Damit ist die Näherung  $s = r$  gerechtfertigt.

### 6.2.6.2 Approximation der Fehlerfunktion

Dieser Abschnitt bezieht sich auf die Näherung

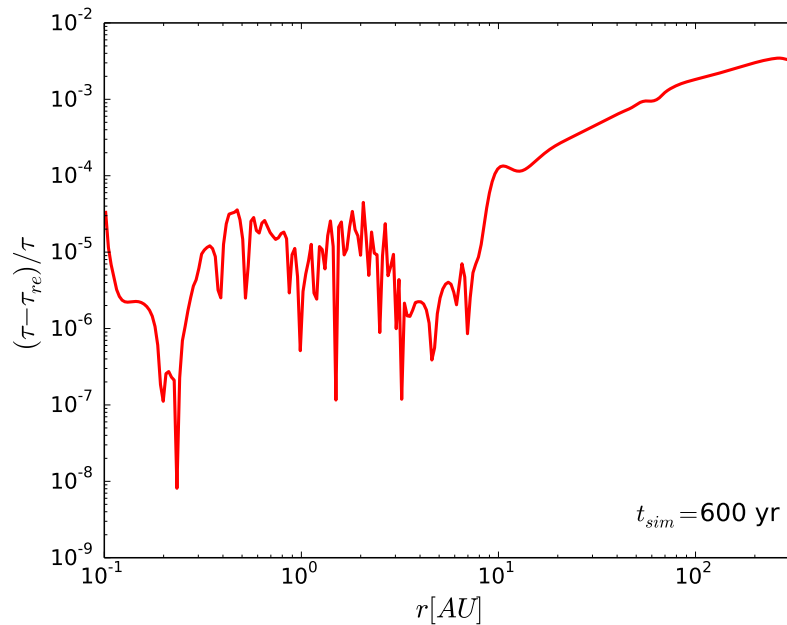
$$\tau_r(T_{re}) = \kappa(T_{re})\Sigma \operatorname{erf}\left(\frac{H}{\sqrt{2}h}\right) \approx \kappa(T_{re})\Sigma \quad (6.3)$$

aus Gleichung 3.24. Sie optimiert die benötigte Rechenzeit der Simulation, da Auswertungen der Fehlerfunktion vergleichsweise aufwändig sind. Zum Test der Annahme ist in Abbildung 6.19 die relative Abweichung des genähereten vom ohne Näherung berechneten Wert zu sehen. Für das hier gewählte Reemissionsmodell ist sie vollkommen ausreichend.

## 6.3 Zusammenfassung

Dieses Kapitel hat sich mit dem Test des Heizterms und der Überprüfung der gemachten Modellannahmen beschäftigt. Für den Test der Mittelebenentemperatur ist der Vergleich mit der vollständigen Beschreibung des Strahlungstransportes mit MC3D besonders interessant. Er bestätigt, dass die Simulation sinnvolle Temperaturen für den durch Strahlungsprozesse dominierten Teil der Scheibe liefert. Zudem kann durch ihn gezeigt werden, dass die radiale Umverteilung durch Strahlung im Bereich der thermischen Instabilitäten erwartungsgemäß eher über- als unterschätzt wird. Allerdings zeigt sich auch, dass das Temperaturmaximum am Außenbereich des im letzten Kapitel diskutierten abgeschatteten Bereiches möglicherweise weniger stark ausgeprägt sein könnte. Wenn in diesem Bereich ausgeprägte Strukturen auftreten, muss dies bei ihrer Interpretation berücksichtigt werden.





**Abbildung 6.19:** Relativer durch die Approximation der Fehlerfunktion bei der Berechnung der optischen Tiefe entstehender Fehler.

Für die thermischen Instabilitäten war sowohl der Vergleich mit den Beobachtungen, als auch der mit den Ergebnissen anderer Arbeiten wichtig. Es hat sich gezeigt, dass auch Simulationen unter Berücksichtigung eines vollständigen Monte-Carlo-Strahlungstransportes Hinweise auf thermische Instabilitäten liefern. Zudem treten sie auch bei anderen Annahmen zum verwendeten Staubmodell und zur Kühlfunktion auf. Die Beobachtungsdaten zeigen eine deutliche zeitliche Variabilität, welche möglicherweise auf Instabilitäten zurückzuführen ist. Allerdings lassen sie keinen eindeutigen Schluss auf die Ursachen dieses Effekts zu.

Die im Rahmen der Modellbildung neu hinzugekommenen Annahmen wurden, soweit dies möglich ist, überprüft und als sinnvoll bestätigt.



# Kapitel 7

## Zeiteffiziente Näherungsverfahren für den Heizterm

Bei der Entwicklung des Heizterms in Kapitel 3 wurden die bis heute verwendeten Näherungen  $H_{CG}$  (siehe Gleichung 3.5) und  $H_D$  (siehe Gleichung 3.10) zur Berechnung der photosphärischen Höhe  $H$  (siehe Kapitel 3.2.2) vorgestellt. Im Gegensatz zum bisher verwendeten Standardmodell zur Berechnung von  $H$  sind sie nicht von der gesamten, zwischen einem gegebenen Punkt und dem Stern liegende 3-dimensionalen Dichteverteilung abhängig. Stattdessen lassen sie sich aus den lokalen Eigenschaften der Akkretionsscheibe bestimmen. Dabei beruht die Berechnung von  $H_{CG}$  auf der Annahme, dass die photosphärische Höhe und die sich aus dem vertikalen hydrostatischen Gleichgewicht ergebende Druckskalenhöhe (siehe 2.2.2) parallel zu einander verlaufen. Dagegen wird bei  $H_D$  die Absorption von Strahlung, welche sich vertikal durch die Dichtestruktur bewegt, zur Höhenbestimmung genutzt. Damit liefern beide Näherungen, wie bereits in Kapitel 3.2 diskutiert wurde, eine schlechtere Beschreibung der photosphärischen Höhe als das Standardmodell. Allerdings benötigen sie dafür auch deutlich weniger Rechenzeit. Im Folgenden soll deshalb überprüft werden, welches der genannten Höhenberechnungsverfahren die bessere Approximation des Standard-Heizmodells liefert. Mit einer sinnvollen Näherung ist es dann möglich, die Heizung durch den Stern auch für physikalische Fragestellungen zu berücksichtigen, für die das Standardmodell zu viel Rechenzeit beansprucht. Zudem wird überprüft, wie groß die Zeitersparnis der einzelnen Modelle tatsächlich ist. Anschließend

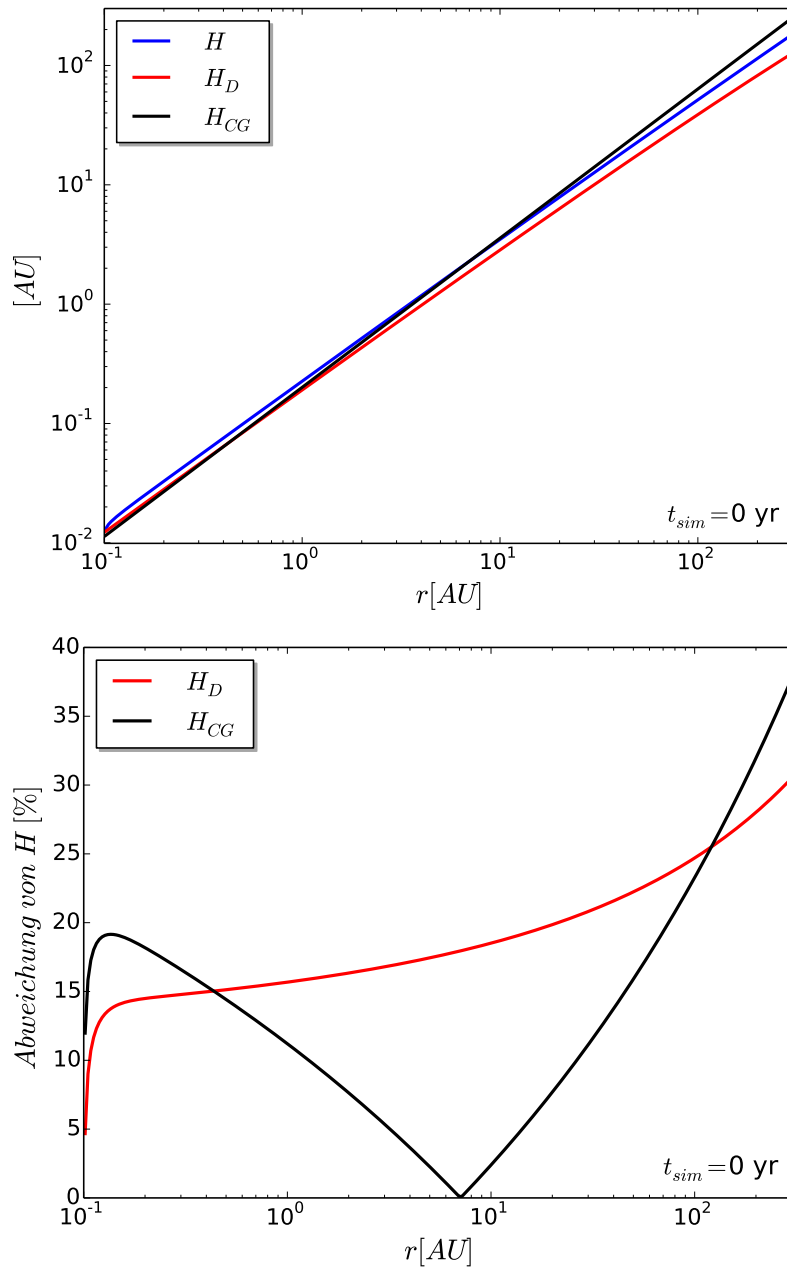
erfolgt ein Vergleich mit den Ergebnissen von Baillié u. a. (2015), welche sehr ähnliche Näherungen zur Höhenstruktur verwenden.

Für das gesamte folgende Kapitel wird das bisher verwendete Standard-Heizmodell als Referenz verwendet.

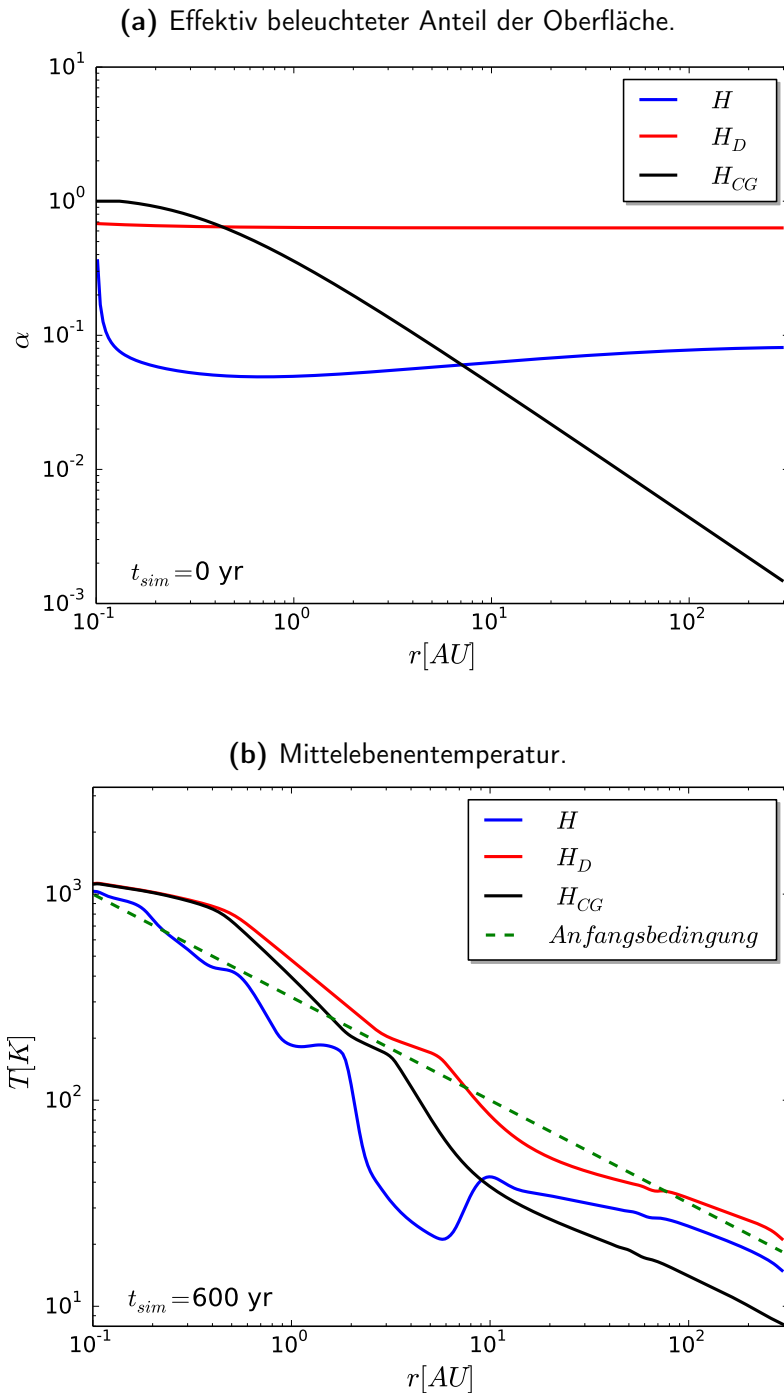
## 7.1 Vergleich der Höhenberechnungsverfahren

In Abbildung 7.1 ist der Vergleich der mit allen 3 Verfahren berechneten Höhen bei  $t_{\text{sim}} = 0$  yr zu sehen. Dieser Zeitpunkt wurde gewählt, da die Temperatur- und Dichtestruktur durch die Anfangsbedingung gegeben und für alle Simulationen gleich ist. So kann die Höhe für an sich identische Akkretionsscheiben verglichen werden.

Besonders bei großen Radien zeigen sich deutliche Abweichungen zwischen allen 3 Verfahren, wobei  $H_{\text{D}}$  die Referenzhöhe  $H$  systematisch unterschätzt während  $H_{\text{CG}}$  sie bei kleinen Abständen zum Zentralobjekt unter- und bei größeren Entfernungen überschätzt. Dadurch kann es zu Abweichungen von mehr als 30% vom Standard-Höhenberechnungsverfahren kommen. Dies führt zu den in Abbildung 7.2a gezeigten Unterschieden bei der Berechnung des effektiv beleuchteten Anteils der Oberfläche  $\alpha$  (siehe Kapitel 3.3). In Bereichen in denen die Höhe unterschätzt wird, steigt der effektiv beleuchtete Anteil der Oberfläche stark an. Dies ist ein nachvollziehbares Ergebnis, da das hier verwendete Modell des *area filling factor* auf der Emission einer Säule direkt durch den Stern beheizter Staubkörner bei  $z \geq H$  beruht. Wird diese Höhe unterschätzt, vergrößert sich die vertikale Ausdehnung der betrachteten Säule und damit auch ihre effektiv Strahlung in Richtung Scheibe emittierende Fläche. Zusätzlich werden dadurch Regionen näher an der Scheibenmittelebene mit größeren Dichten fälschlicherweise mit berücksichtigt. Umgekehrt führt eine überschätzte Höhe zu deutlich geringeren Werten für  $\alpha$ . Die vertikale Dichteverteilung wird durch den Term  $e^{-\frac{1}{2}(\frac{z}{h})^2}$  aus Gleichung (2.18) beschrieben. Hier bezeichnet  $h$  die Druckskalenhöhe aus Gleichung (2.19). Sie ist für diesen Vergleich konstant, da von identischen Akkretionsscheiben ausgegangen wird. Ein falsches  $H$  wirkt sich demnach lediglich auf die Werte von  $z$  aus, für welche die Dichteverteilung in der oberhalb der Scheibe liegenden, emittierenden Säule berücksichtigt wird. Da die Dichte proportional zu  $e^{-z^2}$  abfällt, ist es plausibel, dass ein Fehler in der Größenordnung von 30% in den betrachteten  $z$ -Werten zu der in Abbildung 7.2a gezeigten,



**Abbildung 7.1:** Berechnungsverfahren für die photosphärische Höhe im direkten Vergleich (oben) und als relative Abweichung vom Standardmodell (unten).



**Abbildung 7.2:** Vergleich der Ergebnisse der 3 Höhenberechnungsverfahren. Der effektiv beleuchtete Anteil der Oberflächen (a) wird, genau wie die photosphärischen Höhen zu Beginn der Simulation gezeigt, um den Unterschied in der Berechnung bei gleichen Akkretionsscheiben zu verdeutlichen. Dagegen sind die Auswirkungen auf die Mittelebenentemperatur (b) am Besten im entwickelten Modell zu sehen.

starken Abweichung des effektiv beleuchteten Anteils der Scheibenoberfläche vom Referenzwert führen kann. Dabei wird weder der qualitative Verlauf der Kurve noch der Wertebereich von  $\alpha$  durch die Näherungsverfahren sinnvoll wiedergegeben.

Der effektiv beleuchtete Anteil der Oberfläche geht linear in den Heizterm ein. Deshalb sind die in Abbildung 7.2b gezeigten großen Unterschiede in der berechneten Mittelebenentemperatur nachvollziehbar. Im durch das lokale Temperaturminimum im Standardmodell gekennzeichneten, abgeschatteten Bereich der Scheibe waren diese Abweichungen zu erwarten. Er kann bei einer Vernachlässigung der globalen Dichtestruktur nicht sinnvoll dargestellt werden. Allerdings sind die Abweichungen der Temperaturen der Näherungsverfahren in den Innen- und Außenbereichen der Akkretionsscheibe nicht wesentlich geringer. Sie liefern in den Innenbereichen der Scheibe teilweise nicht einmal dieselbe Größenordnung für die Temperatur wie das Referenzmodell. In diesem Fall würde die Annahme eines typischen, zeitlich konstanten Temperaturprofils, wie beispielsweise der ebenfalls in Abbildung 7.2b gezeigten Anfangsbedingung, eine bessere Approximation der Referenztemperatur als beide Näherungsverfahren liefern.

Deshalb wird der Vergleich im Folgenden mit einer weiteren Methode zur Berechnung des effektiv beleuchteten Anteils Oberfläche, dem *flaring angle* (siehe Kapitel 3.3) wiederholt. Im Gegensatz zum *area filling factor* beruht diese Beschreibung auf der Orientierung der Scheibenoberfläche relativ zur Verbindungslinie zwischen Stern und Akkretionsscheibe. Beim Test des effektiv beleuchteten Anteils der Oberfläche in Kapitel 6.1.1 wurde bereits gezeigt, dass der *flaring angle* eine sinnvolle Approximation für den im Standardmodell verwendeten *area filling factor* liefern kann, wenn das Standard-Höhenberechnungsverfahren verwendet wird. Allerdings kann der *flaring angle* die im vorherigen Kapitel beschriebenen thermische Instabilitäten nicht beschreiben, da er lediglich von der lokalen Orientierung der Akkretionsscheibe abhängig ist. Dies ist hier jedoch unproblematisch, da auch die beiden getesteten Höhenberechnungsverfahren lediglich von der lokalen Struktur der Scheibe abhängig sind. Durch die Verwendung des *flaring angle* entsteht deshalb kein zusätzlicher Nachteil.

## 7.2 Wiederholung des Vergleichs bei Verwendung des *flaring angle*

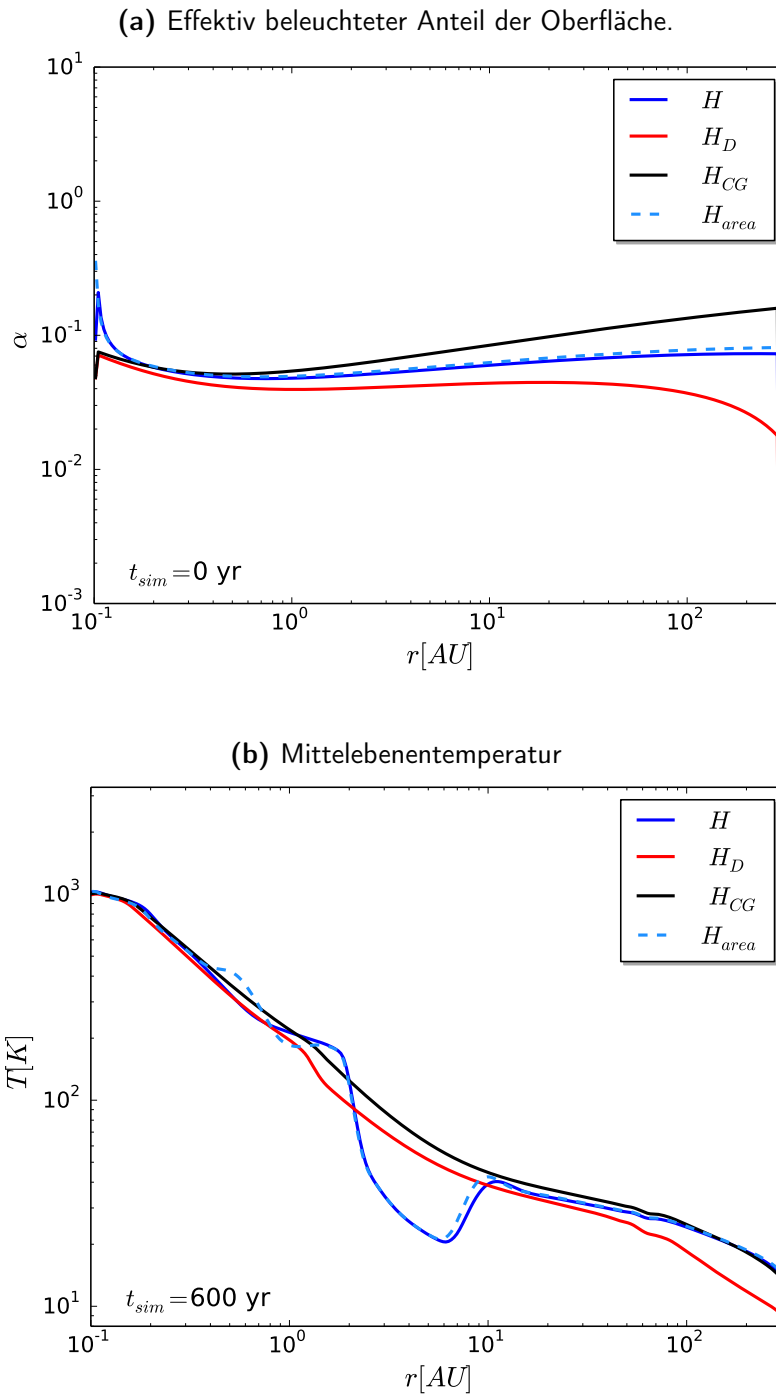
In Abbildung 7.3a wird der Vergleich des effektiv beleuchteten Anteils der Oberfläche zu den photosphärischen Höhen aus Abbildung 7.1 wiederholt. Hier wurde jedoch statt der *area filling factor*- die *flaring angle*-Methode verwendet.

Wie aufgrund der Ergebnisse von Kapitel 6.1.1 erwartet, unterscheidet sich das hier berechnete  $\alpha$  für das Standard-Höhenberechnungsverfahren  $H$  kaum von  $\alpha(H)$  (in Abbildung 7.3a als  $\alpha(H_{\text{area}})$  bezeichnet) bei Verwendung des *area filling factor*. Lediglich an den Rändern des Rechengebietes treten die bereits besprochenen, größeren Abweichungen auf. Betrachtet man die mit dem Referenz-Höhenberechnungsverfahren  $H$  bestimmten Mittelbenentemperaturen (siehe Abbildung 7.3b), führt die Verwendung des *flaring angle* an Stelle des *area filling factor* grundsätzlich zu keiner im Rahmen der hier gemachten Modellannahmen (siehe Kapitel 6) signifikante Abweichung. Die einzige Ausnahme von dieser Aussage bilden die mit dem *flaring angle* nicht darstellbaren thermischen Instabilitäten.

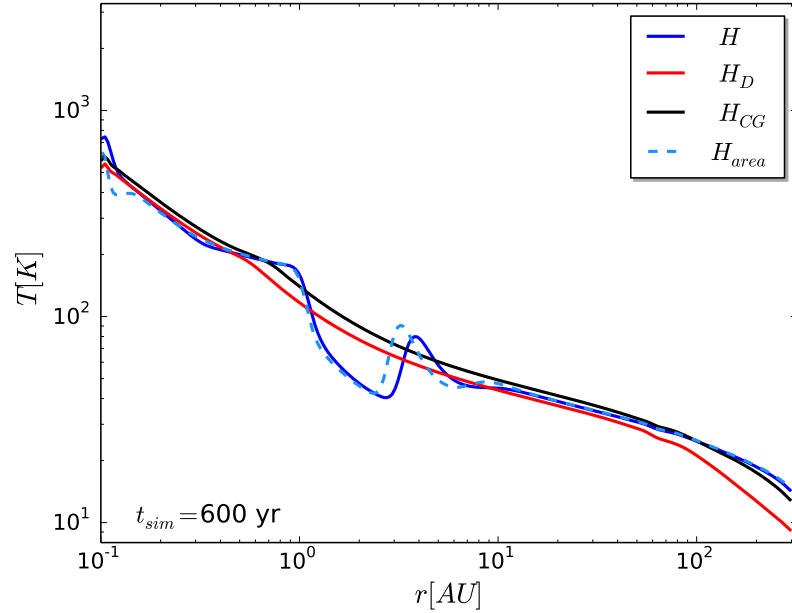
Betrachtet man die mit  $H_{\text{CG}}$  und  $H_{\text{D}}$  berechneten Ergebnisse wird deutlich, dass beide Näherungen für die photosphärische Höhe bessere Näherungen für den effektiv beleuchteten Anteil der Oberfläche liefern (siehe Abbildung 7.3a). Der *flaring angle* ist scheinbar weniger anfällig für Fehler in der Höhenberechnung. Dies kann daran liegen, dass er nicht direkt von der mit  $e^{-z^2}$  abfallenden, vertikalen Dichteverteilung, sondern vom logarithmischen radialen Gradienten der Höhe und dem Verhältnis  $H/s$  abhängt (siehe Gleichung 3.14). Diese reagieren weniger empfindlich auf Fehler in der Höhenbestimmung, als die exponentiell abfallende vertikale Dichteverteilung. Dementsprechend liegen auch die mit beiden Näherungen für die photosphärische Höhe berechneten Mittelbenentemperaturen näher an den mit  $H$  berechneten Werten (siehe Abbildung 7.3b).

Dabei treten die deutlichsten Abweichungen im Bereich zwischen etwa 2 – 10 AU auf, in dem für die Rechnung mit der korrekten Höhe  $H$  ein vergleichsweise kalter, abgeschatteter Bereich entsteht (siehe Kapitel 5.1.1 für eine genauere Beschreibung). Weder die Simulation mit  $H_{\text{CG}}$  noch die mit  $H_{\text{D}}$  zeigt einen ähnlichen Temperaturverlauf. Dies lässt sich dadurch erklären, dass weder  $H_{\text{CG}}$  noch  $H_{\text{D}}$  von der zwischen einem gegebenen Ort in der Akkretionsscheibe und dem Stern liegenden Höhenstruktur abhängig sind





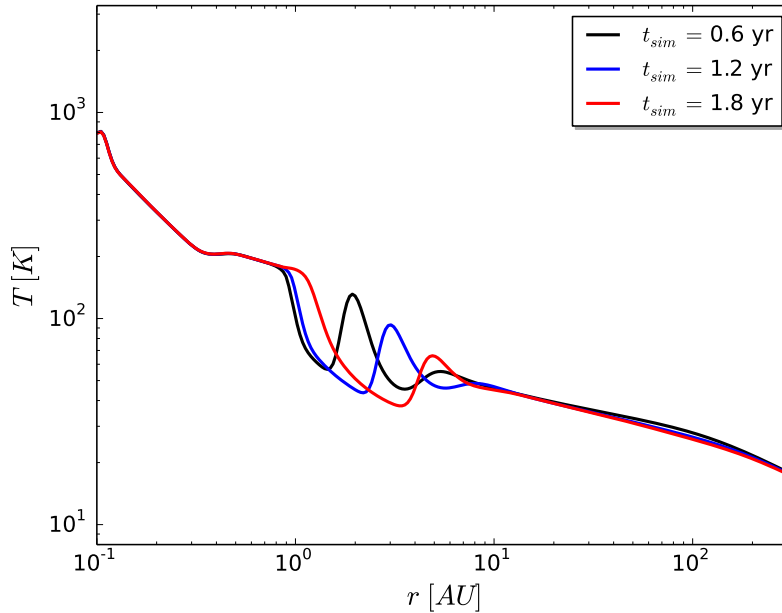
**Abbildung 7.3:** Wiederholung des Vergleichs aus Abbildung 7.2b für das *flaring angle* Modell der Oberflächenberechnung. Das Referenzmodell ist hier mit  $H_{area}$  bezeichnet.



**Abbildung 7.4:** Vergleich der mit unterschiedlichen photosphärischen Höhen berechneten Mittelebenentemperaturen für das Modell mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$ .

und die Entstehung großräumiger, abgeschatteter Bereiche in der Akkretions-scheibe nicht sinnvoll wiedergeben können. Abgesehen von dieser Einschränkung liefern beide Höhenberechnungsverfahren eine sinnvolle Näherung für die Mittelebenentemperatur, wobei  $H_{CG}$  die Referenztemperatur besser approximiert als  $H_D$ . Insbesondere bei sehr großen und sehr kleinen Abständen vom Zentralobjekt sind die mit  $H$  und  $H_{CG}$  berechneten Temperaturen praktisch identisch. Dies gilt auch, wenn die Simulationsparameter analog zur in Kapitel 5.3 gezeigten Parameterstudie variiert werden (siehe Anhang D für den kompletten Vergleich der Ergebnisse).

Hier soll lediglich der Fall  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  noch einmal aufgegriffen werden. Auch bei dieser Variation des Dichteprofiles stimmen die Temperaturen der Näherungsverfahren für die Höhe außerhalb der instabilen und abgeschatteten Bereiche gut überein (siehe Abbildung 7.5). Allerdings treten hier auch für die Rechnung unter Verwendung des Höhenberechnungsverfahrens  $H$  mit dem *flaring angle* nach innen wandernde Temperaturmaxima auf, welche sich analog zu denen im Standardmodell entwickeln (siehe Abbildung 5.15). Allerdings reicht die hier verwendete Zeitauflösung nicht aus, um die Be-



**Abbildung 7.5:** Thermische Instabilitäten im Modell mit  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$  bei Verwendung des Standard-Höhenberechnungsverfahrens  $H$  und der *flaring angle* Näherung für die effektiv beleuchtete Oberfläche  $\alpha$ .

wegung der Maxima nachzuvollziehen. Die Entstehung weiterer nach innen wandernder Temperaturmaxima entspricht der Vorhersage von Dullemond u. a. (2001), nach der auch die Beschreibung des effektiv beleuchteten Anteils der Oberfläche mittels des *flaring angle* zu instabilem Verhalten führen kann, falls die thermischen Zeitskalen klein gegen die Zeitskala zum Einstellen eines vertikalen hydrostatischen Gleichgewichts ist. Dies ist hier der Fall (siehe Kapitel 6.2.1). Allerdings ist die Beschreibung dieses Phänomens im Rahmen des hier verwendeten Modells, wie bereits in Kapitel 6.2.1 erläutert wurde, problematisch. Die Grundannahme eines vertikalen hydrostatischen Gleichgewichts ist verletzt. Deshalb ist die Frage, ob es sich um eine weitere thermische Instabilität handelt, im Rahmen des verwendeten Modells nicht sinnvoll zu beantworten. Allerdings tritt dieser Effekt für keines der beiden untersuchten Näherungsverfahren für die photosphärische Höhe auf, was auf Grund der vernachlässigten, für die von Dullemond u. a. (2001) beschriebenen Instabilitäten sehr wichtigen großräumigen Abschattungseffekte auch nicht zu erwarten war.

Im direkten Vergleich von  $H_{CG}$  mit  $H_D$  liefert das Höhenberechnungsverfahren nach Chiang & Goldreich (1997) die bessere Näherung für die korrekte Mittelebenentemperatur.  $H_{CG}$  hat den zusätzlichen Vorteil, dass es weniger aufwändig zu berechnen ist. Dies wirkt sich selbstverständlich auch auf die in Tabelle 7.1 gezeigten Rechenzeiten aus. Da jede Form von Rechengeschwindigkeitstest und -optimierung von der verwendeten Hardware abhängig ist, sind hier sowohl Simulationen auf einem einfachen, lokalen Arbeitsplatzrechner (Intel CPU i5-2400), als auch Rechnungen auf dem NEC SX-ACE-Vektorrechner des Rechenzentrums der CAU Kiel verglichen worden. Der größte Zeitgewinn ergibt sich bei Verwendung von  $H_{CG}$  auf dem

	$t_{\text{ref}}/t(H_{CG})$	$t_{\text{ref}}/t(H_D)$
NEC SX-ACE-Vektorrechner	8,1	1,4
lokaler Computer	3,0	2,8

**Tabelle 7.1:** Laufzeitvergleich der verschiedenen Höhenberechnungsverfahren mit dem Referenzmodell

Vektorrechner. Das Referenzmodell braucht dort etwa einen Faktor 8 mehr an Rechenzeit. Zudem wird deutlich, dass die Verwendung von  $H_D$  hier kaum eine Zeitersparnis liefert. Dies lässt sich mit der schlechten Vektorisierung von Gleichung 3.10 in `Fosite` erklären, welche die Simulationsgeschwindigkeit auf der NEC SX-ACE stark begrenzt. Sehr wahrscheinlich lässt sich die Simulationsdauer in diesem Punkt durch die Verwendung geeigneter Näherungen für die inverse Fehlerfunktion verkürzen. Allerdings liefert  $H_{CG}$  eine bessere Näherung der Mittelebenentemperatur als  $H_D$ . Deshalb wird das Verfahren von Chiang & Goldreich (1997) als Standardnäherung für  $H$  verwendet und keine Zeit in die Optimierung der Berechnung von  $H_D$  investiert.

In Bezug auf die Rechenzeit haben beide Näherungen im Vergleich zum Standardmodell den zusätzlichen Vorteil, dass sie sich für zukünftige, zeitaufwändige Rechnungen sehr einfach mit dem in `Fosite` verwendeten *message passing interface* (MPI) parallelisieren lassen. Da die Verfahren lediglich von lokal in einer Zelle verfügbaren Daten abhängen, erfordert ihre Berechnung deutlich weniger zeitaufwändige Kommunikation zwischen den parallel ablaufenden MPI-Prozessen als das Standardmodell mit seiner Abhängigkeit von der globalen Dichteverteilung.

### 7.2.1 Vergleich mit Baillié & Charnoz (2014) und Baillié u. a. (2015)

Das in Baillié & Charnoz (2014) präsentierte und in Baillié u. a. (2015) um realistischere Staubeigenschaften erweiterte Modell, verwendet ähnliche Annahmen zur Heizung der Akkretionsscheibe durch den Stern, wie das hier gezeigte vereinfachte Modell aus  $H_D$  und dem *flaring angle*. Deshalb wird es im Folgenden genutzt, um die hier berechneten Resultate mit den Ergebnissen anderer aktueller Arbeiten zu vergleichen.

Auch wenn die Heizung durch den Stern ähnlich beschrieben wird, unterscheidet sich die Modellierung der Akkretionsscheibe deutlich. Anstelle des Systems gekoppelter, partieller Differentialgleichungen (2.21)-(2.23) verwenden Baillié & Charnoz (2014) einen Ausdruck von Lynden-Bell & Pringle (1974) zur Bestimmung der zeitlichen Entwicklung der Oberflächendichte einer radialsymmetrischen, dünnen, keplersch-rotierenden Akkretionsscheibe. Die Lösung der Energiegleichung wird durch Gleichung (18) aus Calvet u. a. (1991) ersetzt. Diese beschreibt die Gleichgewichtstemperatur einer sowohl durch viskose- als auch durch Sternheizung beeinflussten Scheibenoberfläche. Aus dem Beitrag der Viskosität zur Oberflächentemperatur, kann anschließend die Mittelebenentemperatur rekonstruiert werden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die viskose Heizung bei der Bestimmung der Oberflächentemperatur vernachlässigt. Allerdings dient diese Temperatur anders als bei Baillié & Charnoz (2014) lediglich zur Berechnung der Opazität der zentralen Bereiche der Akkretionsscheibe für reemittierte Strahlung (siehe Kapitel 3.5), welche erst bei großen Abständen zum Zentralobjekt relevant wird (siehe Kapitel 5.1.3). Da die Energiebilanz der Akkretionsscheibe dort in allen betrachteten Modellen durch Heizung und Kühlung durch Strahlung dominiert ist (siehe Kapitel 5.3), handelt es sich bei der Vernachlässigung der viskosen Heizung um eine plausible und bereits etablierte (siehe z.B. Watanabe & Lin 2008) Annahme.

Für die kinematische Viskosität  $\nu$  wird in beiden Fällen der Ansatz von Shakura & Sunyaev (1973) verwendet. Die optischen Eigenschaften für Heizung und Kühlung durch Strahlung unterscheiden sich. Baillié u. a. (2015) nutzen die in Helling u. a. (2000) und Semenov u. a. (2003) beschriebenen Verfahren, um ihr ursprüngliches Modell um realistischere Staubeigenschaften zu erweitern. Ein für den hier durchgeführten Vergleich wichtiger Unterschied zwischen den Staubmodellen besteht darin, dass bei Baillié u. a. (2015)

mehrere verschiedene Sublimationsbereiche unterschiedlicher Staubkomponenten berücksichtigt werden. Die größten Unterschiede in der Modellierung der Kühlung der Mittelebene durch Strahlung treten sehr wahrscheinlich in den optisch dünnen Außenbereichen der Scheibe auf. In `Fosite` dominiert dort der Term  $1/(3\tau_R)$  die Summe der Beiträge zur effektiven optische Tiefe in Gleichung (2.29). Calvet u. a. (1991) und damit auch Baillié & Charnoz (2014) und Baillié u. a. (2015) gehen von einer optisch dicken Scheibe aus und berücksichtigen keinen vergleichbaren Term.

Um leichter vergleichen zu können, wurden die von Baillié u. a. (2015) gewählten Parameter für den Stern und die Dichteverteilung (Weidenschilling, 1977, Hayashi, 1981)

$$\Sigma(r) = 17000 \left( \frac{r}{AU} \right)^{-3/2} \text{ kg m}^{-2} \quad (7.1)$$

der Akkretionsscheibe übernommen und die Simulationszeit auf 1000 yr erhöht. Dies ist deutlich kleiner als die viskose Zeitskala und erlaubt deshalb keine Interpretation der Dichtestruktur. Es reicht jedoch für einen sinnvollen Vergleich der durch die Heiz- und Kühlprozesse bestimmten Mittelebenentemperaturen vollkommen aus (siehe Kapitel 4.2). Das in `Fosite` verwendete Gitter wurde beibehalten.

Die von Baillié u. a. (2015) berechneten Temperaturen zeigen ein ähnliches Verhalten, wie die im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit  $H_D$  berechneten Kurven (siehe Abbildung 7.6). Bei kleinen Abständen  $r \lesssim 2$  AU bildet sich in beiden Arbeiten ein Temperaturplateau mit  $T \gtrsim 1500$  K. Dabei sind die Abweichungen zwischen den von Baillié u. a. (2015) und den mit `Fosite` für  $r \lesssim 0,3$  AU berechneten Temperaturen sehr wahrscheinlich durch verschiedene Annahmen zur Staubsublimation zu erklären. Analog zu dem in Kapitel 6.2.5 diskutierten Modell kann es hier zu einer kompletten Staubsublimation im innersten Bereich der Scheibe kommen. Baillié & Charnoz (2014) und Baillié u. a. (2015) nehmen in diesem Fall eine im Vergleich zum Gas um den Faktor 100 verringerte Opazität zur Berechnung der photosphärischen Höhe an. Damit bestimmen sie auch in diesem Teil der Scheibe einen Heizterm. In `Fosite` schaltet eine komplette Sublimation des Staubes die Heizung durch den Stern an diesem Ort in der Scheibe ab (siehe Kapitel 3.4.2). Allerdings findet die radiale Umverteilung von Energie durch Strahlung weiterhin statt, so dass die betrachtete Zelle indirekt durch ihre Nachbarn geheizt werden kann. In diesem Zusammenhang soll noch einmal auf die in Kapitel 3.3 und 6.2.5 diskutierten Grenzen des verwendeten Heizmodells hingewiesen werden,

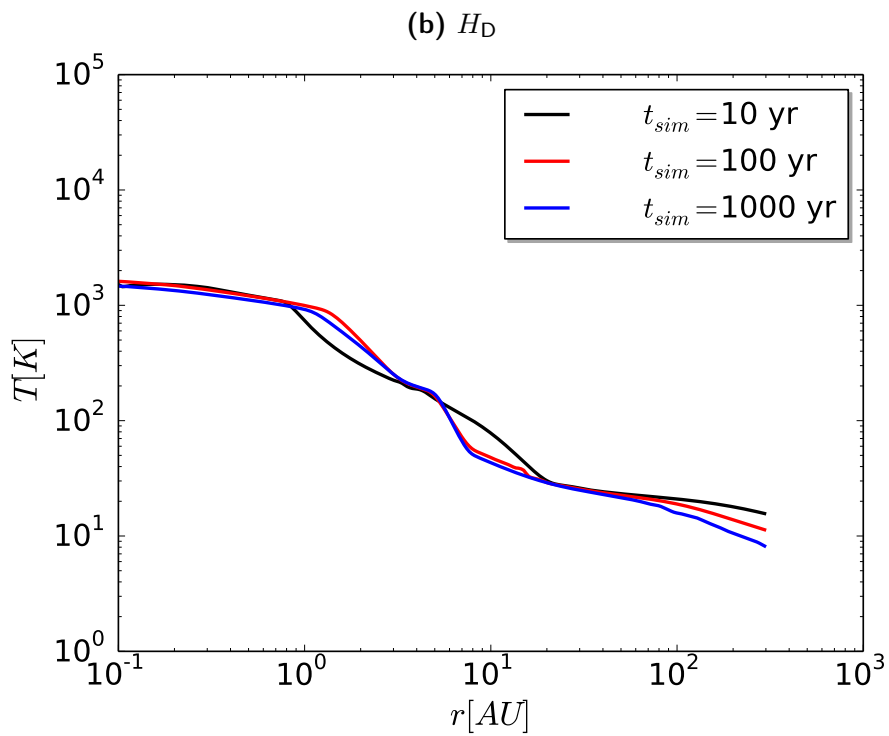
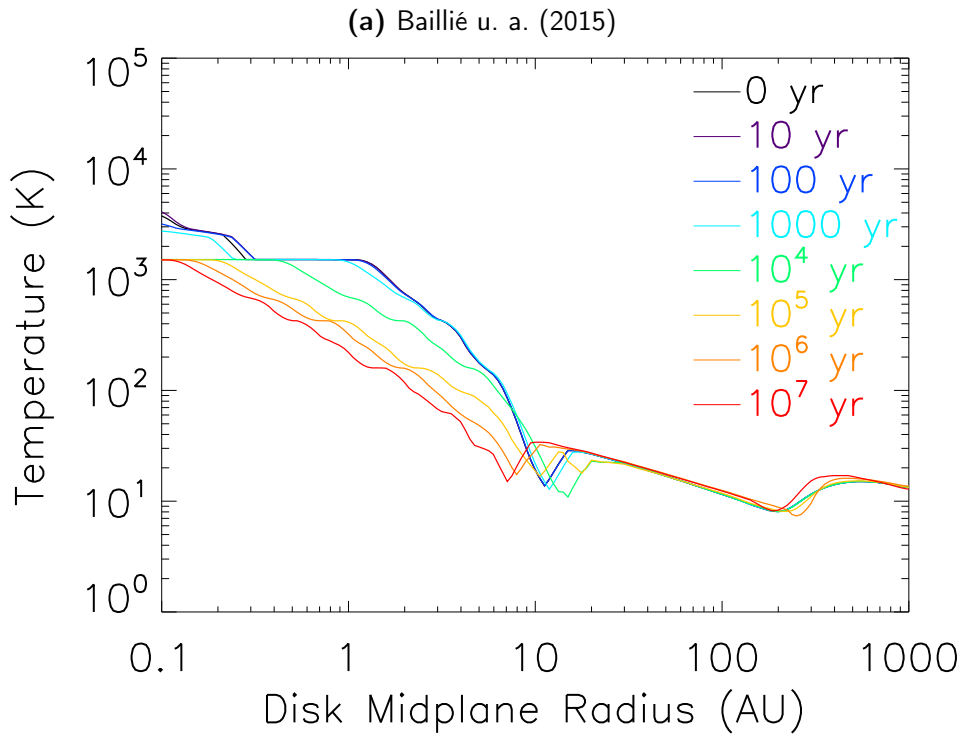


Abbildung 7.6: Zeitliche Entwicklung der Mittelebenentemperatur.

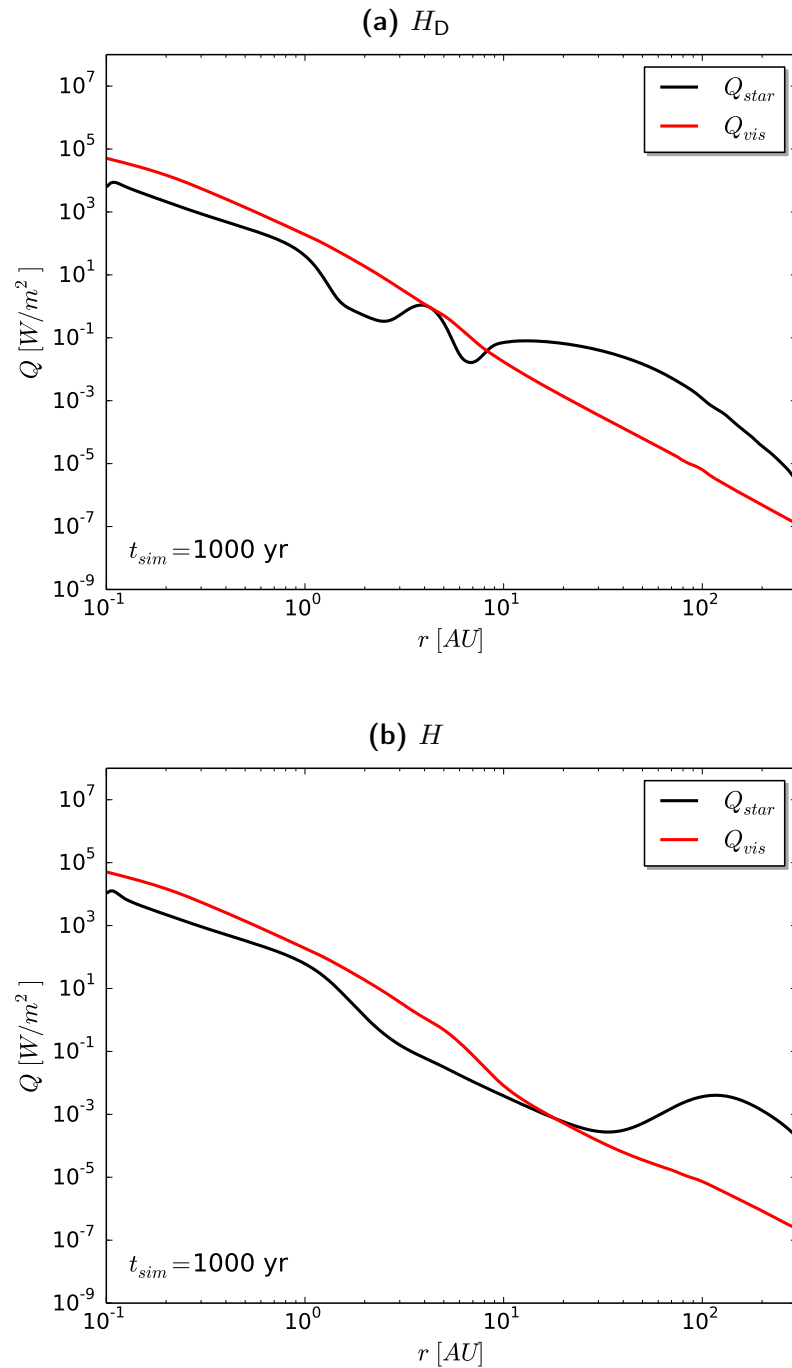


Abbildung 7.7: Vergleich der dominanten Heizterme.



welches möglicherweise zu falschen Beiträgen für die Sternheizung führen kann. Dieses Problem wird hier jedoch dadurch entschärft, dass die Heizung durch den zentralen Stern für die gerade betrachteten, sehr kleinen Abstände vom Zentralobjekt nicht der dominante Heizterm (siehe Abbildung 7.7a) ist. Die Temperatur wird dort im Wesentlichen durch die sehr starke viskose Heizung festgelegt, welche die Sublimation von Staub erst verursacht.

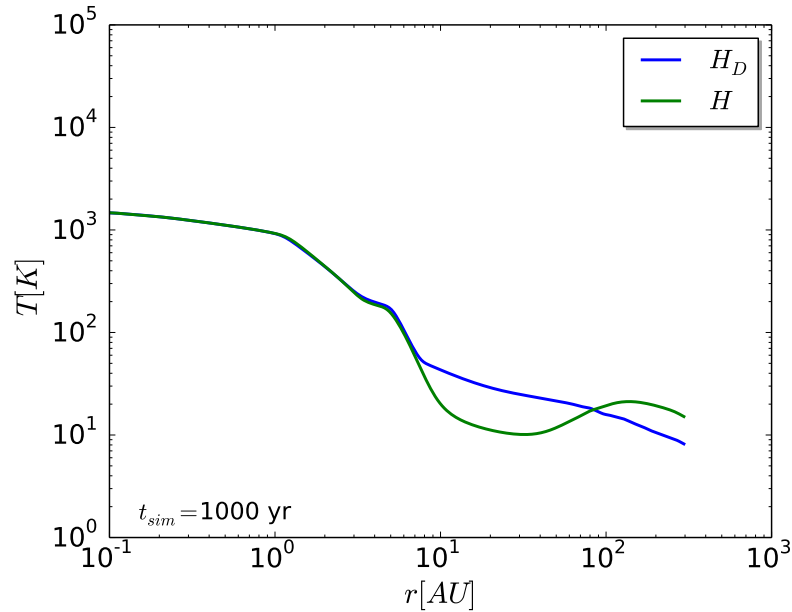
Radial außerhalb des zentralen Temperaturplateaus folgt ein Bereich fallender Temperaturen. Er ist bei Baillié u. a. (2015) durch Abschnitte mit beinahe konstanter Temperatur unterbrochen, welcher durch die Sublimation einzelner Komponenten des von ihnen verwendeten Staubes hervorgerufen werden. Die mit `Fosite` berechnete Temperatur zeigt grundsätzlich dasselbe Verhalten. Da hier jedoch nicht zwischen unterschiedlichen Staubspezies unterschieden wird, entsteht lediglich das aus 5.1 bekannte Plateau durch das Verdampfen von Eis auf Staubkörnern.

Auch in diesem Teil der Akkretionsscheibe ist die viskose Heizung noch der dominante Heizterm (siehe Abbildung 7.7a) in der `Fosite` Simulation. Dabei ist die Ausdehnung des viskos dominierten Bereiches der Scheibe mit  $r \lesssim 10$  AU in den hier verglichenen Arbeiten sehr ähnlich. Sein Außenrand ist bei Baillié u. a. (2015) leicht durch das dort entstehende, ausgeprägte Temperaturminimum erkennbar (siehe Abbildung 7.6a). In den mit `Fosite` berechneten Temperaturprofilen tritt dieser Effekt nicht auf und die Bereiche unterschiedlicher dominanter Heizterme gehen glatt ineinander über (siehe Abbildung 7.6 und 7.7a).

Bei  $r \gtrsim 10$  AU schließt sich in beiden Arbeiten ein Bereich flacherer Temperaturgradienten an. Die hier berechneten Temperaturen im Bereich von  $\sim 30$  K bis  $\sim 10$  K sind praktisch identisch. Bei Baillié u. a. (2015) endet dieser Abschnitt der Scheibe mit einem erneuten Temperaturmaximum, welches in der vorliegenden Arbeit nicht vorhanden ist. Dies lässt sich möglicherweise auf unterschiedliche Annahmen zur Opazität und dem Verhalten der Kühlfunktion im optisch dünnen Außenbereich der Akkretionsscheibe zurückführen.

Obwohl die Modellierung der Akkretionsscheibe sich in den hier verglichenen Simulationen stark unterscheidet, zeigen die Temperaturprofile qualitativ und quantitativ sehr ähnliche Effekte: einen durch viskose Heizung dominierten Zentralbereich, einen Temperaturabfall mit Plateaus an den Orten starker Opazitätsänderungen des Staubes und ein anschließendes, vergleichsweise flaches Temperaturprofil. Auch die radiale Ausdehnung des durch Viskosität dominierten Bereiches stimmt überein.

Nun soll untersucht werden, wie wichtig die sowohl von Baillié u. a. (2015) als



**Abbildung 7.8:** Vergleich der mit  $H$  und  $H_D$  berechneten Mittelebenentemperaturen.

auch bei der Näherung  $H_D$  lediglich in einer lokalen Näherung berücksichtigten Abschattungseffekte sind. Dazu werden in Abbildung 7.8 die mit  $H$  und  $H_D$  berechneten Temperaturen verglichen. Wie bereits in Kapitel 5 gezeigt wurde, verursacht das durch die Sublimation von Eis in der Kühlfunktion entstehende Temperaturplateau einen abgeschatteten Bereich, der einen signifikanten Einfluss auf die Energiebilanz der Akkretionsscheibe (siehe auch Abbildung 7.7b) hat. Bei einer Berücksichtigung der Abschattungseffekte verschiebt sich der Außenrand des durch viskose Heizung dominierten Bereichs der Akkretionsscheibe von  $\sim 10$  AU auf  $\sim 20$  AU. Dies lässt sich auf die im Vergleich zum zuvor betrachteten Modell um etwa 2 Größenordnungen reduzierte Sternheizung zurückführen (siehe Abbildung 7.7). Damit sind auch die in Abbildung 7.8 gezeigten Temperaturunterschiede im durch Sternheizung dominierten Bereich der Akkretionsscheibe nachvollziehbar. Die Berücksichtigung der Abschattungseffekte kann nicht nur die Temperaturen um mehr als einen Faktor 2 verändern, sondern beeinflusst auch den qualitativen Verlauf des gesamten Temperaturprofils. Ob sich dieselben, abgeschatteten Bereiche auch bei Verwendung des Staubmodells von Baillié u. a. (2015) bilden

würden und welchen Einfluss dies auf Mittelebenentemperatur der Akkretionsscheibe hätte, lässt sich nicht eindeutig sagen. Dazu müsste die von Baillié u. a. (2015) durchgeführte Studie mit einer vollständigen Höhenbeschreibung wiederholt werden.

## 7.3 Zusammenfassung

Die Ergebnisse dieses Kapitels lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Bei Verwendung von Näherungsverfahren zur Höhenbestimmung liefert der *flaring angle* eine deutlich bessere Näherung für den Heizterm als der *area filling factor*, da er weniger sensibel auf Fehler in der Höhenbestimmung reagiert.
2. Beide vorgestellten Näherungsverfahren für die Höhe liefern in Kombination mit dem *flaring angle* eine sinnvolle Näherung für die Temperatur, wobei Abschattungseffekte hier modellbedingt nicht vollständig berücksichtigt werden. Das kompliziertere Verfahren nach Dullemond u. a. (2001) hat keine Vorteile gegenüber dem einfacheren Modell nach Chiang & Goldreich (1997).
3. Trotz der großen Unterschiede in der Modellierung der Akkretionsscheibe sind die mit der Näherung  $H_D$  berechneten Ergebnisse mit denen von Baillié u. a. (2015) vergleichbar. Allerdings ändert sich die Energiebilanz der hier betrachteten Scheibe signifikant, wenn Abschattungseffekte berücksichtigt werden.

### Fazit

Mit Hilfe der beschriebenen Verfahren konnte eine sinnvolle Näherung für die Mittelebenentemperatur gefunden werden. Diese kann für sehr aufwändige Simulationen, für die lediglich eine schnelle Näherung für die Temperatur benötigt wird, verwendet werden. Eine denkbare Anwendung wäre z.B. die Simulation von Akkretionsscheiben um Doppelsterne. Zur genaueren Untersuchung der Temperaturstruktur selbst und des Einflusses der Opazität verschiedener Materialien in der Scheibe ist eine Überprüfung des Einflusses

von Abschattungseffekten mit Hilfe des komplexeren Höhenberechnungsverfahrens notwendig.

# Kapitel 8

## Langzeitsimulationen

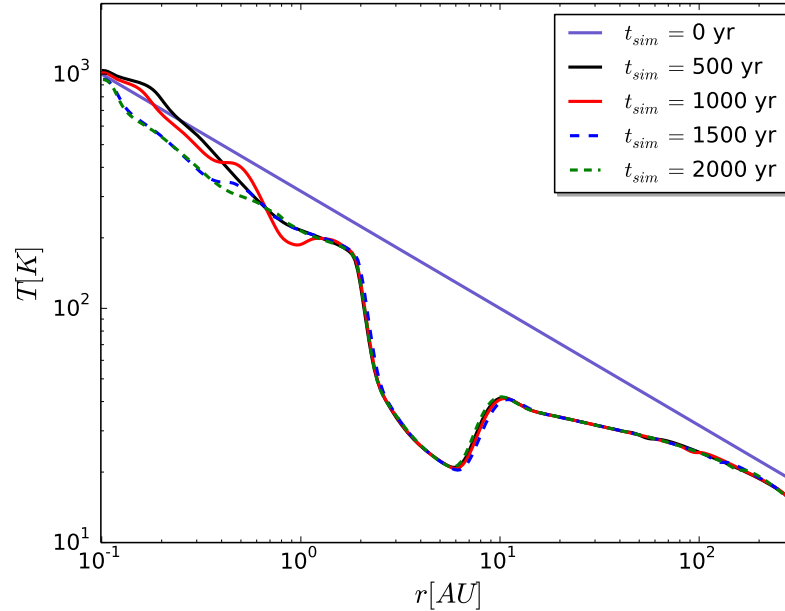
In diesem Kapitel wird der neue, vollständige Heizterm genutzt, um die Langzeitentwicklung von Akkretionsscheiben unter Berücksichtigung der Strahlung des zentralen Sterns zu untersuchen. Dabei liegt der Fokus nicht länger ausschließlich auf der Untersuchung der Temperaturentwicklung. Hier wird die gesamte Scheibe, welche nach den Grundgleichungen (2.21)-(2.23) durch den integrierten Druck, die Oberflächendichte und das Geschwindigkeitsfeld des Gases beschrieben wird, betrachtet.

### 8.1 Ergebnisse des Standardmodells

Die Beschreibung der Entwicklung des Standardmodells (siehe Kapitel 4) wird in 2 Phasen unterteilt. Zunächst werden die ersten 2000 yr im Detail untersucht, da hier die stärksten Veränderungen in der Akkretionsscheibe auftreten. Anschließend erfolgt die Diskussion der Langzeittrends.

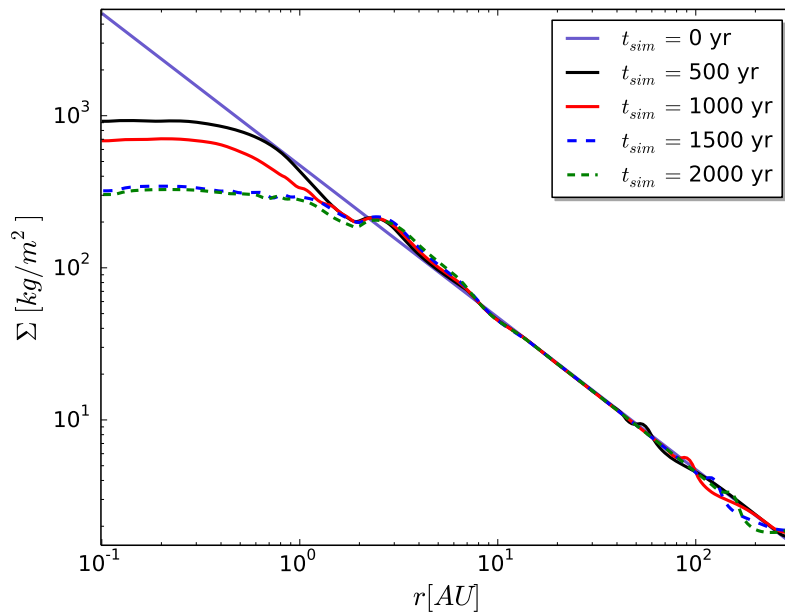
#### 8.1.1 Die erste Entwicklungsphase

Bei der Interpretation dieser Simulationsdaten ist zu beachten, dass der Dichteverlauf noch stark durch die Anfangsbedingungen beeinflusst wird. Dagegen ist die Temperaturstruktur weder nach 2000 yr, noch für einen der

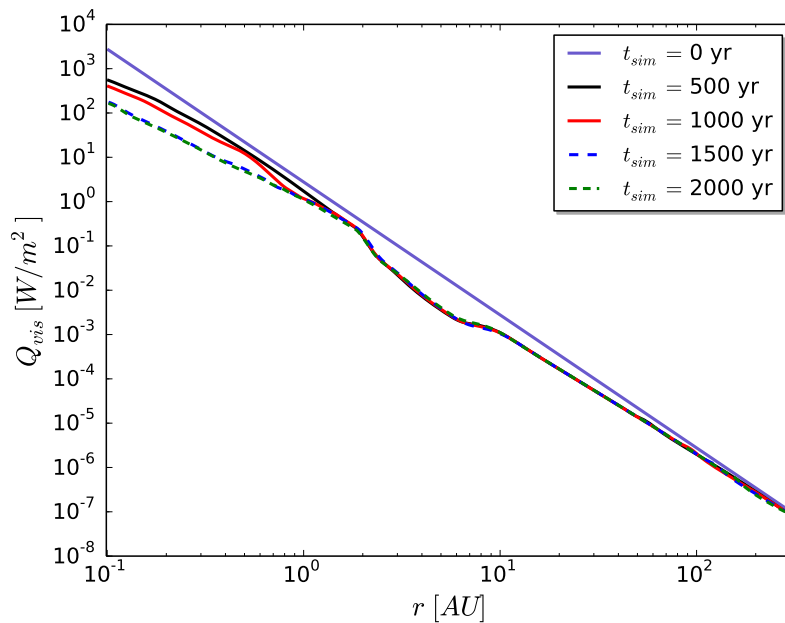


**Abbildung 8.1:** Zeitliche Entwicklung der Mittelebenentemperatur innerhalb der ersten 2000 yr Simulationszeit.

gezeigten Zwischenschritte von der Anfangstemperatur abhängig (siehe Kapitel 4.2 für die hier relevanten viskosen und thermischen Zeitskalen). Wie in Abbildung 8.1 gezeigt wird, stellt sich zunächst das bereits aus Kapitel 5.1 bekannte Temperaturprofil inklusive der in Kapitel 5.2 diskutierten Instabilitäten ein. Diese Temperaturstruktur bleibt im weiteren Verlauf der Simulation über weite Teile der Akkretionsscheibe erhalten. Allerdings kommt es bei kleinen Abständen zum Zentralobjekt zu einer deutlichen Abkühlung. Dies lässt sich durch die Abnahme der Oberflächendichte  $\Sigma$  (siehe Abbildung 8.2) und der damit verbundenen Abnahme der viskosen Heizung  $Q_{\text{vis}}$  (siehe Abbildung 8.3) erklären (siehe Kapitel 5.4 für den Zusammenhang zwischen Oberflächendichte und viskoser Heizung). Die durch die geringer werdende viskose Heizung verringerte Temperatur, kann den Abkühlungsprozess der Scheibe noch beschleunigen. Auch  $T$  geht über die Schallgeschwindigkeit  $c_s \propto \sqrt{T}$  (siehe Gleichung (2.9)) und die zur Schallgeschwindigkeit proportionale Druckskalenhöhe (siehe Gleichung 2.19) in die Viskosität in Gleichung (2.26) ein. Dabei führen große Temperaturen zu starker Viskosität. Eine geringer werdende Viskosität durch die sinkende Temperatur und Dichte



**Abbildung 8.2:** Zeitliche Entwicklung der Oberflächendichte innerhalb der ersten 2000 yr Simulationszeit.



**Abbildung 8.3:** Zeitliche Entwicklung der viskosen Heizung innerhalb der ersten 2000 yr Simulationszeit.

ist außerdem eine mögliche Erklärung dafür, dass die zeitliche Abnahme der Oberflächendichte sich im Verlauf der Simulation verlangsamt. Die Viskosität ist entscheidend für den radialen Transport von Material durch die Scheibe zum Stern, da sie den dafür notwendigen Drehimpulsaustausch ermöglicht (siehe Kapitel 2.3.2). Dementsprechend führt eine sinkende Viskosität zu geringerer Akkretion.

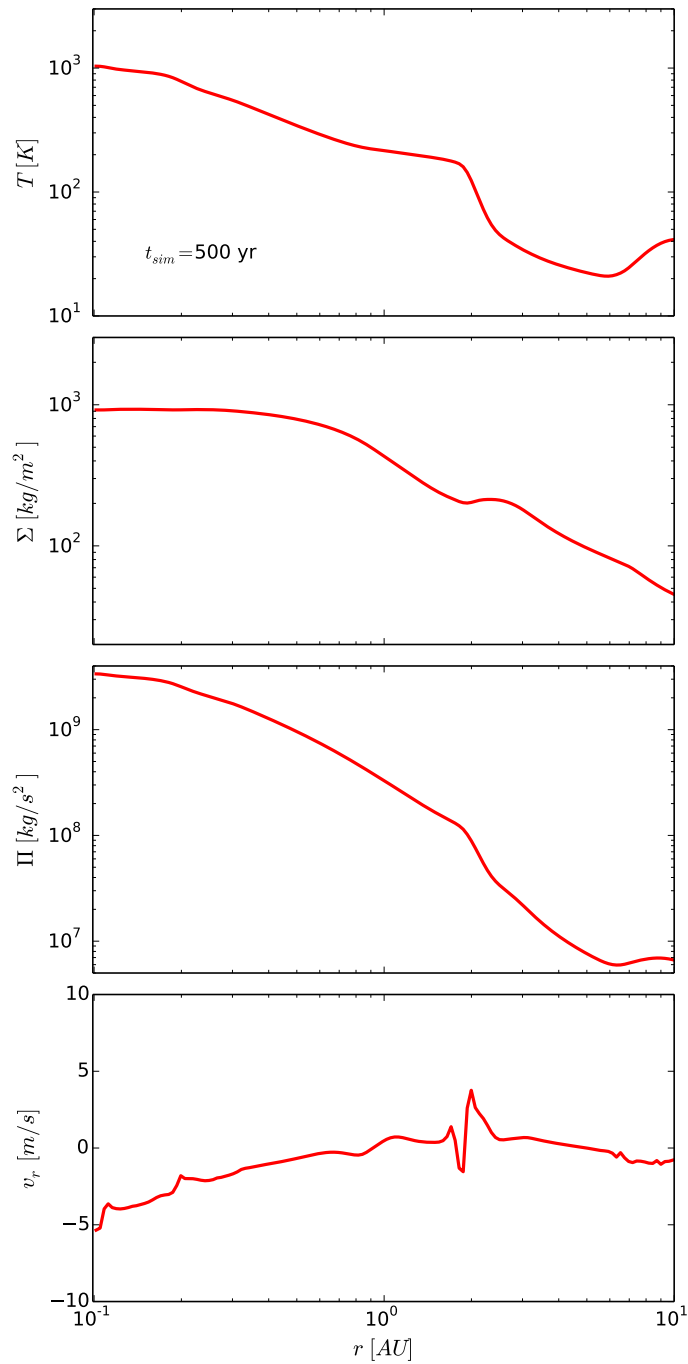
Allerdings zeigt die bereits nach 500 yr Simulationszeit vorhandene Ansammlung von Gas bei  $\sim 3$  AU (siehe Abbildung 8.2), dass der radiale Transport von Material durch die Akkretionsscheibe hier nicht ausschließlich durch viskose Prozesse stattfindet. Wäre dies der Fall, hätte sich  $\Sigma$  an diesem Ort der Scheibe nicht signifikant ändern dürfen, da die viskose Zeitskala noch nicht erreicht ist (siehe Kapitel 4.2). Deshalb muss es hier einen zusätzlichen Mechanismus geben, welcher Gas innerhalb der Scheibe umverteilt. Um dies genauer untersuchen zu können, zeigt Abbildung 8.4 den radialen Verlauf der Temperatur, der Oberflächendichte, des vertikal integrierten Drucks und der Radialgeschwindigkeit im Innenbereich der Akkretionsscheibe. Der Temperaturgradient bei etwa 2 AU Abstand vom Zentralobjekt verursacht einen Druckgradienten am selben Ort. Das bereits erwähnte Maximum in der Oberflächendichte liegt bei etwas größeren Radien. Dass es dort zu einer Ansammlung von Material kommt, lässt sich anhand der Radialgeschwindigkeit in der Scheibe verstehen. Sie wechselt am Ort des Druckgradienten das Vorzeichen und wird positiv, was bedeutet, dass Gas vom Stern weg strömt (siehe Abbildung 8.4). Weiter außen sind die Radialgeschwindigkeiten jedoch wieder negativ, was einer Strömung in Richtung Stern entspricht. Im Bereich dazwischen sammelt sich Gas an.

Dass Druckgradienten einen Einfluss auf das Geschwindigkeitsfeld in der Scheibe haben, lässt sich an der radialen Komponente von Gleichung (2.22) nachvollziehen. Für eine radialsymmetrische Scheibe kann sie, wenn die viskosen Terme vernachlässigt werden, wie folgt umformuliert werden (siehe Kato u. a. (2008) Gleichung B.16):

$$\partial_t v_r + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\Sigma} \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{GM_*}{r^2} = 0. \quad (8.1)$$

Typischerweise werden in dieser Gleichung der Beitrag der Radialgeschwindigkeit sowie der Druckgradient vernachlässigt, da sie als klein gegenüber dem durch die Gravitation des Zentralobjektes hervorgerufenen Term  $GM_*/r^2$  und dem durch die Fliehkraft bedingten Term  $-v_\varphi^2/r$  angenommen werden. Die Gleichung zeigt allerdings, dass ein hinreichend starker Druckgra-





**Abbildung 8.4:** Vergleich des radialen Verlaufs der Temperatur, der Oberflächendichte, des vertikal integrierten Drucks und der Radialgeschwindigkeit im Innenbereich der Akkretionsscheibe.

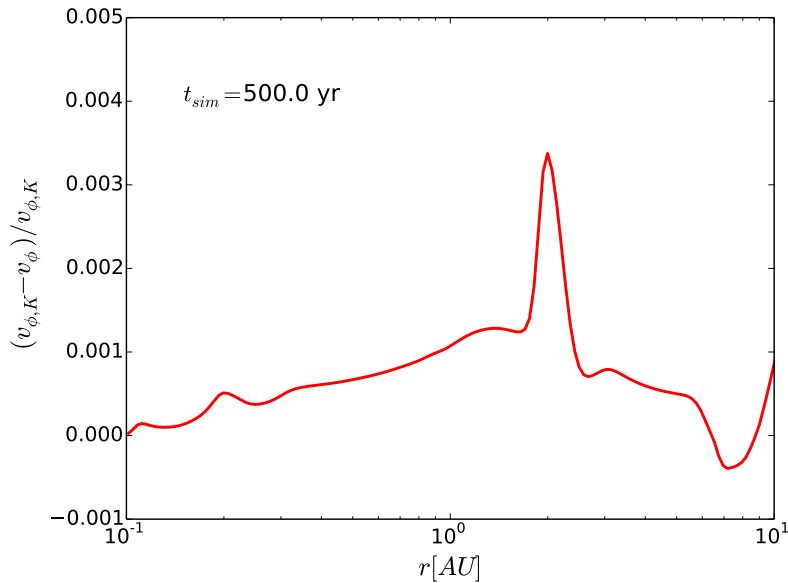
dient, gerade wenn sich die beiden dominanten Terme in der radialen Bilanzgleichung etwa die Waage halten, sowohl eine zeitliche Änderung der Radialgeschwindigkeit als auch eine Änderung des Geschwindigkeitsgradienten hervorrufen kann. Eine Umkehrung der Strömungsgeschwindigkeit am Ort starker Druckgradienten ist somit plausibel. Damit kann der aus der Balance zwischen Heizung und Kühlung durch Strahlung entstehende Temperaturgradient (siehe Kapitel 5.1) einen Druckgradienten und dieser wiederum eine Ansammlung von Gas radial außerhalb des Bereiches des starken Temperatur-/Druckgradienten verursachen. Verglichen mit der viskosen Zeitskala, geschieht dies innerhalb von sehr kurzen Zeiträumen.

Um die Reaktion der Azimutalgeschwindigkeit auf den Druckgradienten besser nachvollziehen zu können, wird eine stationäre Scheibe betrachtet, in der sich ein zeitlich stabiles Geschwindigkeits- und Dichteprofil eingestellt hat. Zudem wird der Beitrag  $v_r \frac{\partial v_r}{\partial r}$  vernachlässigt. In diesem Fall ergibt sich folgender Ausdruck:

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{GM_*}{r} + \frac{r}{\Sigma} \frac{\partial \Pi}{\partial r}} = \sqrt{v_{\varphi,K}^2 + \frac{r}{\Sigma} \frac{\partial \Pi}{\partial r}}. \quad (8.2)$$

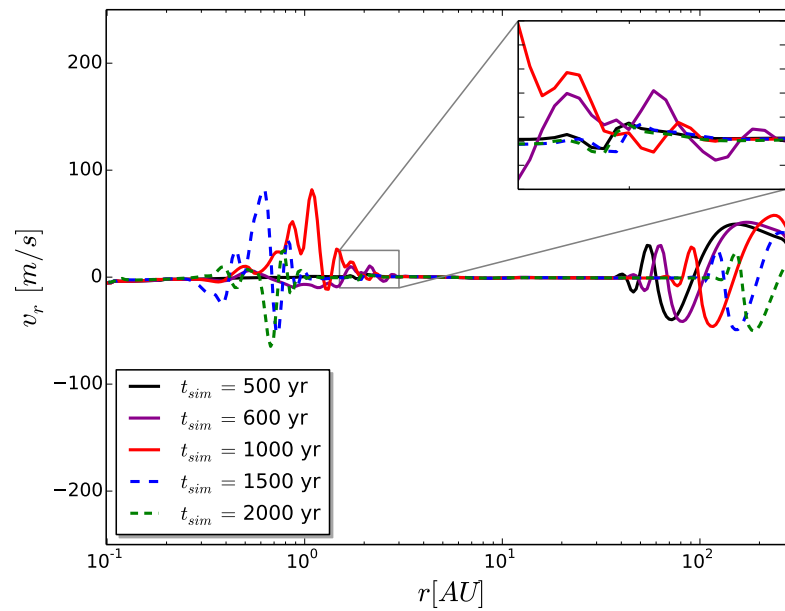
Hier bezeichnet  $v_{\varphi,K}$  die Keplersche-Rotationsgeschwindigkeit, welche sich aus dem Gleichgewicht zwischen Gravitations- und Fliehkraft ergibt. Durch einen nach außen gerichteten Druckgradienten rotiert das Gas minimal langsamer, als dies bei einem ungestörten Fliehkraftgleichgewicht der Fall wäre. Dies wird durch Abbildung 8.5 bestätigt, wobei die größte Abweichung von der Keplerschen-Rotationsgeschwindigkeit erwartungsgemäß am Ort des größten Druckgradienten auftritt (siehe Abbildung 8.4). Allerdings sind die gezeigten Abweichungen von  $v_{\varphi,K}$  betragsmäßig sehr klein und die Annahme einer Keplersch rotierende Akkretionsscheibe stellt weiterhin eine sehr gute Näherung dar. Dennoch ist auch diese kleine Änderung in  $v_\varphi$  ein wichtiges Ergebnis der Simulation, welches insbesondere im Zusammenhang mit Planetenentstehungsmodellen relevant wird. Der Geschwindigkeitsunterschied zwischen der druckunterstützten Gaskomponente und dem Staub kann zur Migration von Staubkörnern durch die Scheibe führen, welche das Wachstum von Planeten stark beeinflusst (Weidenschilling (1977) siehe auch Laibe u. a. (2012), Laibe (2014) für eine aktuellere Diskussion). Dabei liegt das hier gefundene Verhältnis  $\Delta v/v_k$  in der Größenordnung des von Weidenschilling (1977) für ein stark vereinfachtes Modell angenommenen Wertes von  $3,75 \cdot 10^{-3}$ .

Nachdem nun der Zustand der Akkretionsscheibe vor dem Auftreten der

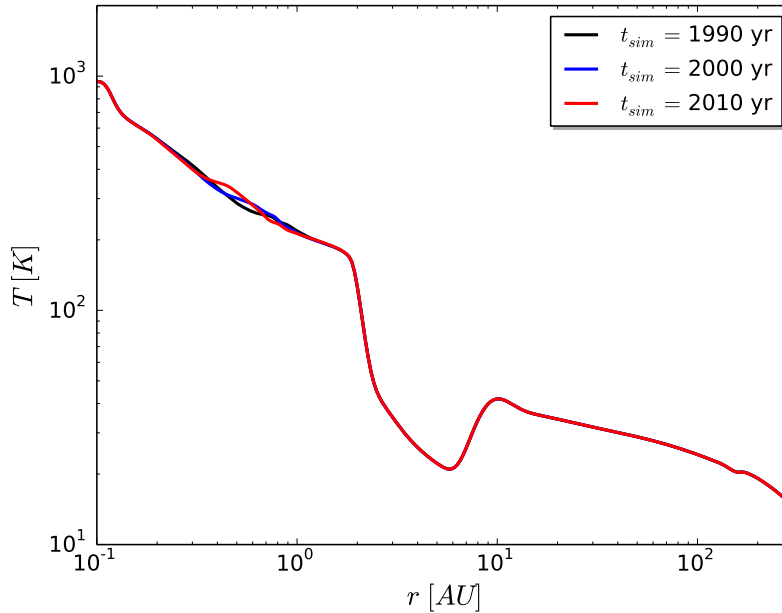


**Abbildung 8.5:** Relative Abweichung der simulierten  $v_\varphi$  Geschwindigkeit vom Keplerschen-Rotationsgesetz  $v_{\varphi,K}$  im Innenbereich der Akkretionsscheibe.

ersten, nach etwas mehr als 500 yr entstehenden Instabilitäten untersucht wurde, soll nun der weitere Verlauf betrachtet werden. Dort wird die Radialgeschwindigkeit zunehmend durch die Instabilitäten beeinflusst (siehe Abbildung 8.6). Die nach innen wandernden Temperaturmaxima spiegeln sich in den Radialgeschwindigkeiten wieder. Im Verlauf der Simulation nimmt die Ausprägung dieser Geschwindigkeitsextrema zu, was sich mit der geringer werdenden Dämpfung durch Viskosität erklären lässt. Zudem hat die in Kapitel 5.5.1 durchgeführte Stabilitätsanalyse gezeigt, dass insbesondere nach dem ersten Auftreten der Instabilitäten noch ein weiteres Stabilitätskriterium verletzt wird. Dadurch kommt es möglicherweise zu einem zusätzlichen Anwachsen von Störungen in der Radialgeschwindigkeit. Die am Außenrand immer noch sichtbaren Einschalteneffekte (siehe Kapitel 5.1) werden hier weiterhin ignoriert. Zunächst beeinflusst das Auftreten der Instabilitäten auch die Radialgeschwindigkeit am Ort des zuvor diskutierten Druckgradienten. Allerdings stellt sich  $v_r$  dort nach etwa 1500 yr wieder so ein, wie es vor dem Auftreten der Instabilitäten war. Dies lässt sich möglicherweise dadurch erklären, dass die durch die Instabilitäten verursachten Temperaturmaxima im Verlauf der Simulation abnehmen und sich ihr Entstehungsort leicht in

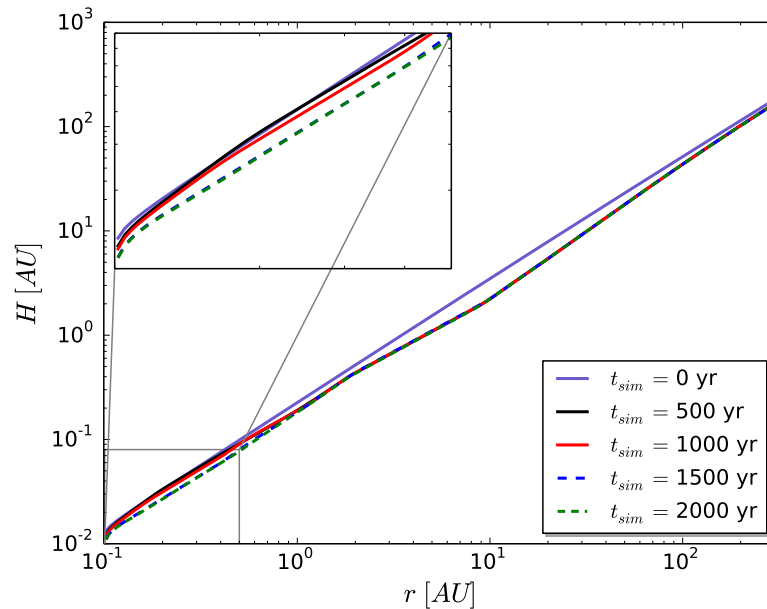


**Abbildung 8.6:** Zeitliche Entwicklung der Radialgeschwindigkeit innerhalb der ersten 2000 yr Simulationszeit. Hier wird nicht nur der Zustand nach 500 yr sondern auch nach 600 yr gezeigt, um den Unterschied im Verlauf der Radialgeschwindigkeit vor und nach dem ersten Auftreten der Instabilitäten sichtbar zu machen.



**Abbildung 8.7:** Zeitliche Entwicklung der Mittelebenen­temperatur innerhalb der ersten 2000 yr Simulationszeit.

Richtung Zentralobjekt verschiebt (siehe Abbildung 8.7). Allerdings sind die in Kapitel 5.5 für instabiles Verhalten gefundene Bedingungen weiterhin erfüllt. Warum die Instabilitäten zu späteren Simulationszeitpunkten weniger stark ausgeprägt sind, lässt sich anhand der Entwicklung der photosphärischen Höhe  $H$  (siehe Kapitel 3.2) erklären, welche in Abbildung 8.8 gezeigt ist. Wie bereits in Kapitel 5.2 erläutert wurde beruht eine plausible Erklärung für das Auftreten der Instabilitäten auf der Annahme, dass die photosphärische Höhe hauptsächlich von der zwischen dem Stern und dem gerade betrachteten Punkt in der Akkretionsscheibe liegenden Dichtestruktur abhängig ist. So ändert sich bei einer lokalen Temperaturänderung lokal lediglich die Druckskalenhöhe  $h$  (siehe Kapitel 2.2.2), während  $H$  konstant bleibt. Dies führt zu einem Anstieg des effektiv beleuchteten Anteils der Scheibenoberfläche und damit zu einer steigenden Sternheizung. Durch die Abnahme von Temperatur und Dichte in den zentralen Bereichen der Scheibe, wird das Höhenprofil dort mit der Zeit flacher. Deshalb hat es einen weniger starken Einfluss auf die Höhe in den Außenbereichen und der Mechanismus der die Instabilität möglicherweise antreibt, wird abgeschwächt.

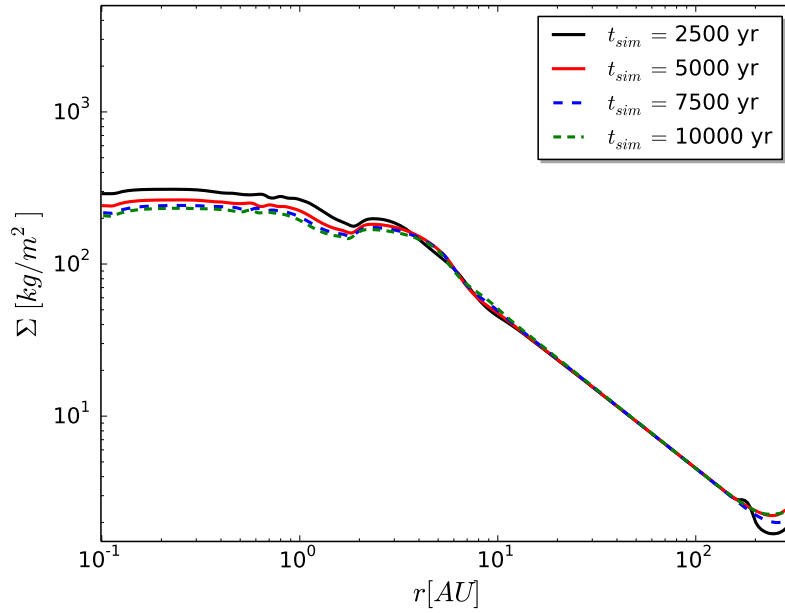
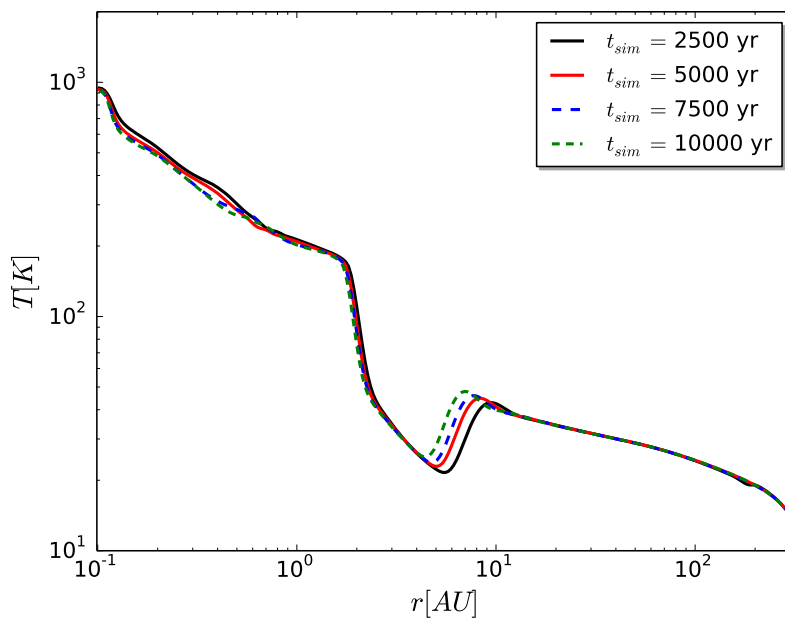


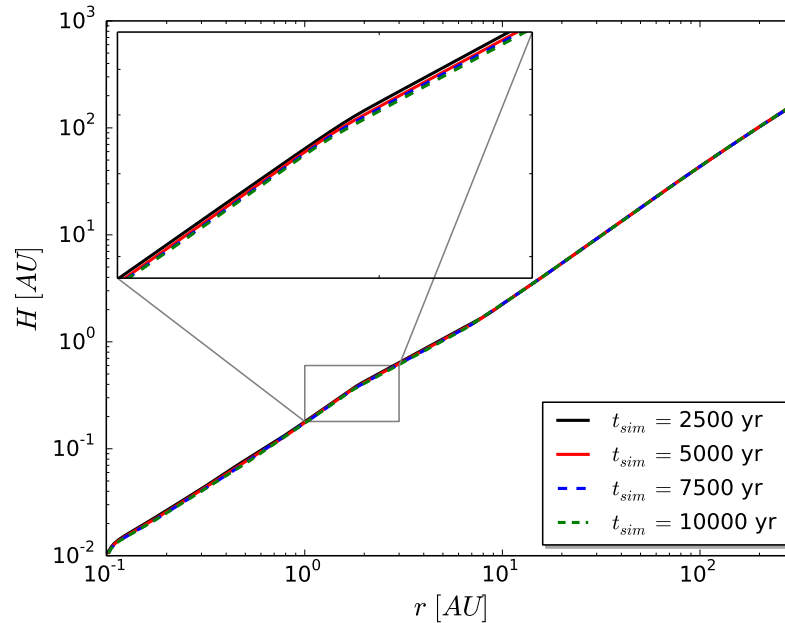
**Abbildung 8.8:** Zeitliche Entwicklung der photosphärischen Höhe innerhalb der ersten 2000 yr Simulationszeit.

### 8.1.2 Betrachtung des gesamten Simulationszeitraums

Nun soll der gesamte Simulationszeitraum von  $10^4$  yr betrachtet werden. Hier bleibt auch der bereits diskutierte Trend einer zeitlich nur noch langsam abnehmenden Oberflächendichte bestehen (siehe Abbildung 8.9). Selbst für diese längste Simulationszeit ist die Dichtestruktur nur für Bereiche innerhalb weniger AU Abstand unabhängig von den Anfangsbedingungen (siehe Kapitel 4.2). Im sinnvoll interpretierbaren Bereich bleibt das bekannte, vergleichsweise glatte Dichteprofil erhalten. Es wird nur minimal durch die thermischen Instabilitäten beeinflusst. Auch das bereits diskutierte Dichtemaximum bei  $\sim 3$  AU ist über den gesamten Simulationszeitraum hinweg stabil.

Die im Vergleich zum Beginn der Simulation verlangsamte Entwicklung der Oberflächendichte spiegelt sich auch in der in Abbildung 8.10 gezeigten Temperaturentwicklung wieder. Die Mittelebenentemperatur verhält sich nach 10000 yr grundsätzlich noch wie nach 2000 yr. Auch die nach innen laufenden Temperaturmaxima bleiben bestehen. Die deutlichste Veränderung zeigt

**Abbildung 8.9:** Zeitliche Entwicklung der Oberflächendichte.**Abbildung 8.10:** Zeitliche Entwicklung der Temperatur.



**Abbildung 8.11:** Zeitliche Entwicklung der photosphärischen Höhe.

sich am Temperaturmaximum im Außenbereich des abgeschatteten Bereichs, welches langsam nach innen wandert. Allerdings ist die Bewegung dieses Maximums nicht mit den zuvor besprochenen Instabilitäten vergleichbar. Vielmehr wandert die Außenkante des abgeschatteten Bereichs über den gesamten Simulationszeitraum hinweg langsam von  $\sim 10$  AU zu  $\sim 7$  AU Abstand zum Stern. Dies lässt sich möglicherweise mit der langsam fortschreitenden Abnahme der Temperatur und Dichte im Innenbereich erklären. Sie führen zu einer leichten Abnahme der photosphärischen Höhe an den Orten in der Scheibe, welche den Schatten verursachen (siehe Abbildung 8.11).

Auch das in Abbildung 8.12 gezeigte Verhalten der Radialgeschwindigkeit bleibt weitestgehend unverändert wie dies bereits auf Grund der Oberflächen-dichte- und Temperaturentwicklung zu erwarten war. Dasselbe gilt für die Azimutalgeschwindigkeit, welche sich im gezeigten Simulationszeitraum weiterhin nur minimal von dem als Anfangsbedingung aufgesetzten keplerschen Rotationsgesetz unterscheidet.

Die zeitliche Entwicklung der Oberflächendichte und der Radialgeschwindigkeit spiegelt sich direkt in den in Abbildung 8.13 gezeigten Akkretionsraten wieder. Es kommt zu einer Anfangsphase starker Akkretion und einem dar-



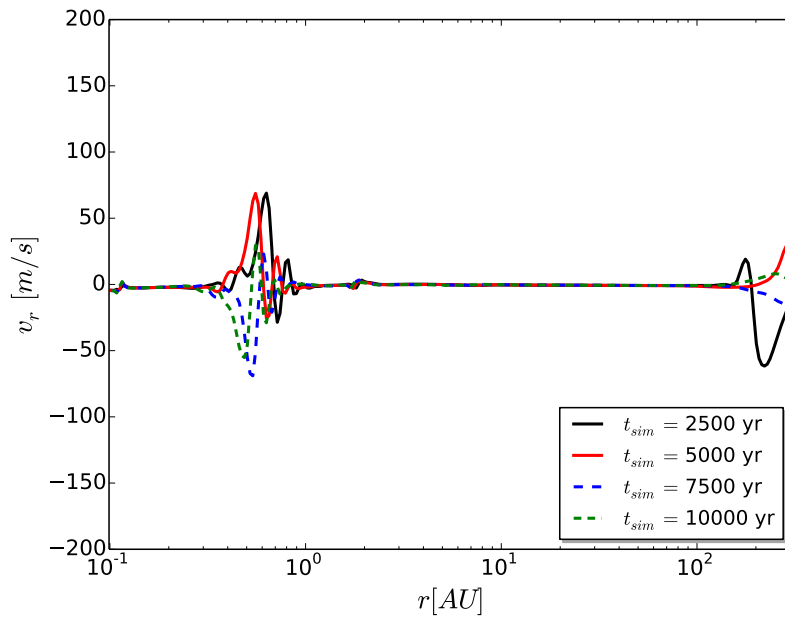


Abbildung 8.12: Zeitliche Entwicklung der Radialgeschwindigkeit.

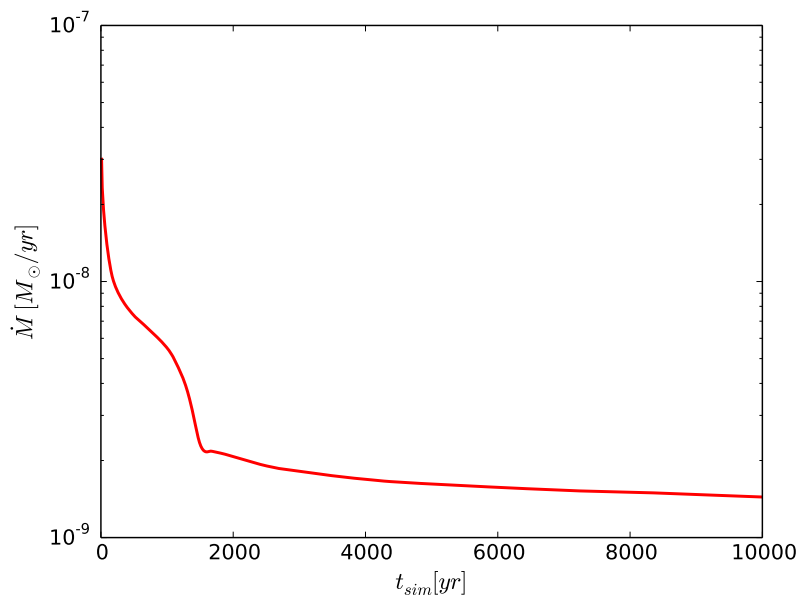


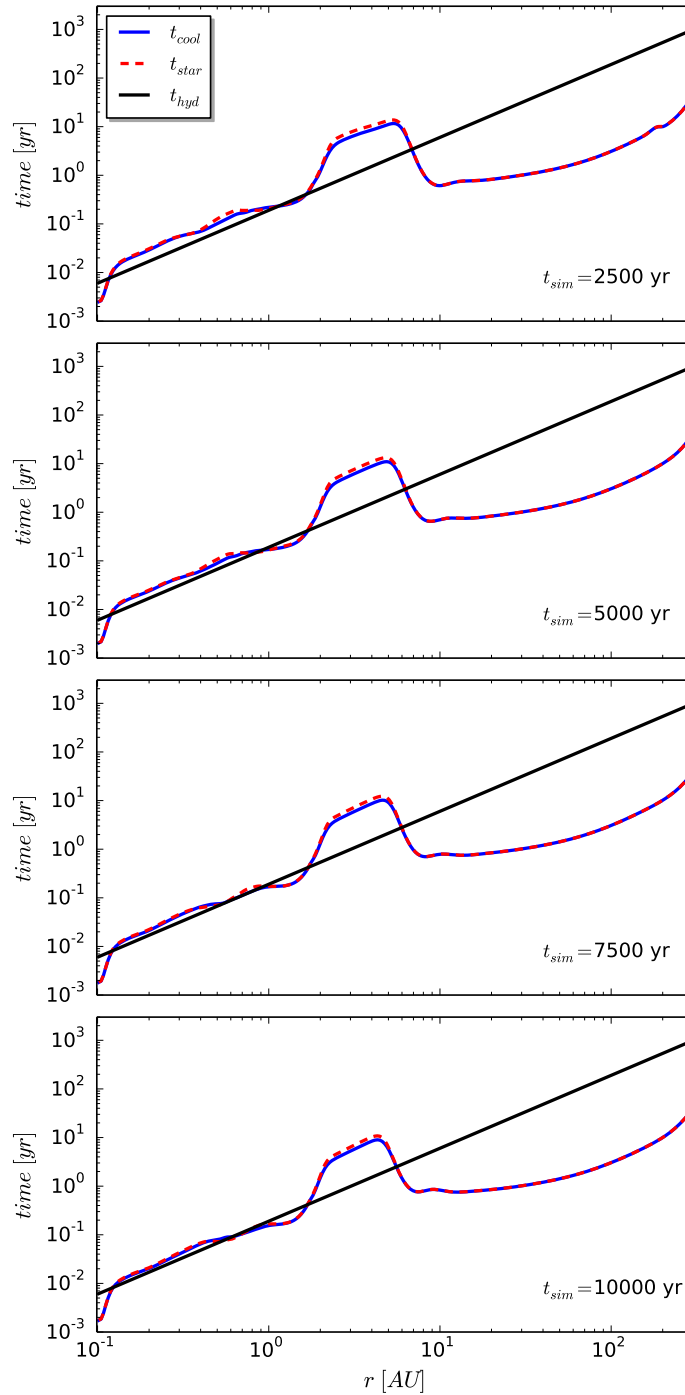
Abbildung 8.13: Zeitliche Entwicklung der Akkretionsrate.

auf folgenden, längeren Zeitraum mit moderaten Akkretionsraten der Größenordnung  $10^{-9}M_{\odot}/\text{yr}$ . Auch hier ist die Annahme, dass sich die Masse des Zentralobjektes über einen Simulationszeitraum von  $10^4$  yr nicht wesentlich ändert (siehe Kapitel 4.6), konsistent mit den Akkretionsraten. Alle hier gezeigten Werte für  $\dot{M}$  liegt innerhalb des in Kapitel 6.1.3.1 besprochenen typischen Bereichs von  $10^{-7} - 10^{-10}M_{\odot}/\text{yr}$ . Zudem zeigen sie keine Hinweise auf einen durch die Instabilitäten gestörten Materialtransport, wie beispielsweise stark schwankende Akkretionsraten.

### 8.1.3 Zeitskalen

Bereits in Kapitel 2.2 und 6.2.1 wurde darauf hingewiesen, dass die Annahme eines vertikalen hydrostatischen Gleichgewichts zur Entkopplung der Radial- von der Vertikalstruktur, Bedingungen an das Verhältnis verschiedener Zeitskalen zueinander stellt. Dies gilt insbesondere für den Bereich der thermischen Instabilitäten. Dort stellt sich die Frage, ob sich ein vertikales, hydrostatisches Gleichgewicht einstellen kann, bevor sich die Temperatur durch Heiz- und Kühlprozesse erneut ändert. Dafür sind die thermischen Zeitskalen im Bereich der Instabilitäten idealerweise groß gegen die Zeitskala zur Einstellung eines hydrostatischen Gleichgewichts. Hier wird zudem angenommen, dass das hydrostatische Gleichgewicht und damit die Beschreibung der vertikalen Dichtestruktur nach Gleichung (2.18), auch dann noch eine sinnvolle Annahme sind, wenn die thermischen und dynamischen Zeitskalen gleich sind. Dies entspricht dem Bild einer Vertikalstruktur die gerade genug Zeit hat sich im Gleichgewicht neu einzustellen, bevor sich die Temperatur erneut ändert.

In Abbildung 8.14 ist die zeitliche Entwicklung der thermischen Zeitskalen für Heizung- und Kühlung durch Strahlung sowie die dynamische Zeitskala gezeigt. Für den Bereich der thermischen Instabilitäten bei  $0,2 \text{ AU} \lesssim r \lesssim 1 \text{ AU}$  (siehe Abbildung 8.7) sind zum frühesten hier gezeigten Simulationszeitpunkt die thermischen Zeitskalen wie gewünscht größer als die dynamische Zeitskala. Allerdings ist der Abstand zwischen ihnen bereits kleiner als zu früheren Zeitpunkten in der Simulation, zu denen auch die Instabilitäten noch stärker ausgeprägt sind (siehe Kapitel 6.2.1). Dieser Trend, der sich annähernden thermischen und dynamischen Zeitskala setzt sich im instabilen Bereich der Scheibe fort. Sowohl die Heiz- als auch die Kühlzeitskala werden geringer, während die dynamische Zeitskala praktisch unverändert



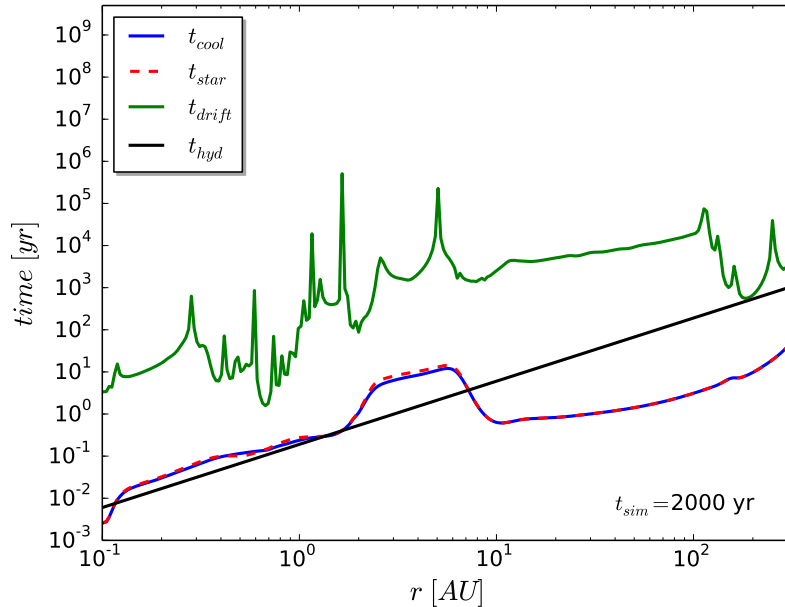
**Abbildung 8.14:** Zeitliche Entwicklung der thermischen Zeitskalen und der hydrostatischen Zeitskalen.

bleibt. Die Abnahme der thermischen Zeitskalen lässt sich wieder durch die geringer werden Oberflächendichten erläutern, da sie linear vom Druck (siehe Gleichung 4.5 und 4.6) und damit in einem idealen Gas auch linear von der Dichte abhängen. Die konstante dynamische Zeitskala lässt sich auf die bereits erwähnte, über den gesamten Simulationszeitraum konstante Masse  $M_*$  des Zentralobjekts zurückführen. Dies wird durch Einsetzen der Definitionen (2.19) und (2.20) in Gleichung (2.8) deutlich:

$$t_{\text{hyd}} = \frac{h}{c_s} = \sqrt{\frac{r^3}{GM_*}}. \quad (8.3)$$

Hier bezeichnet  $G$  wieder die Gravitationskonstante. Damit ist die unterschiedliche Entwicklung der Zeitskalen nachvollziehbar und man kann davon ausgehen, dass die thermischen Zeitskalen weiterhin langsam kleiner werden. Schon für den hier betrachteten Simulationszeitraum fallen sie innerhalb des Bereiches von 1 AU leicht unter die dynamische. Damit wird die Beschreibung thermischer Instabilitäten zu diesen späten Simulationszeitpunkten und insbesondere für darüber hinaus gehende Simulationszeiten problematisch. Es wäre möglich, dass die bereits sehr schwach ausgeprägten wandernden Temperaturmaxima wie von D'Alessio u. a. (1999) vorgeschlagen in diesem Fall gedämpft werden und komplett verschwinden. Allerdings ist es auch genauso denkbar, dass für thermische Zeitskalen welche deutlich kleiner sind als die dynamische, wieder Instabilitäten auftreten (Dullemond, 2000). Jedoch kann dieser Fall mit dem hier verwendeten Modell nicht weiter untersucht werden, da er die Grundannahmen der 2 + 1-dimensionalen Beschreibung der Akkretionsscheibe einer von der Vertikalstruktur entkoppelten Radialstruktur aus Kapitel 2.2 verletzt.

In Kapitel 4.2 wurde noch eine weitere Forderung an die Zeitskalen in der Akkretionsscheibe gestellt, die ebenfalls auf die Entkopplung der Radial- von der Vertikalstruktur zurückzuführen ist. Die Zeitskala für den radialen Transport soll größer oder wenigstens gleich der dynamischen Zeitskala sein. Diese Forderung ist für den gesamten Simulationszeitraum erfüllt. Abbildung 8.15 zeigt zusätzlich zu den bereits bekannten auch die Zeitskala für den radialen Transport für einen typischen Fall.



**Abbildung 8.15:** Vergleich der mit *drift* bezeichneten Zeitskala für den radialen Transport mit den thermischen Zeitskalen und der hydrostatischen Zeitskala.

## 8.2 Variation der Simulationsparameter

Auch für die Langzeitsimulationen wurden die Simulationsparameter in der aus Kapitel 5.3 bekannten Art variiert. Allerdings bleibt das Modell mit der Scheibenmasse  $M_d = 0,005M_\odot$ , sowie das mit dem Oberflächendichteverlauf  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-1/2}$ , wie bereits in Kapitel 6.2.1 besprochen, aus dem Parameterraum ausgeschlossen. Dies geschieht auf Grund der in diesem Fall im Vergleich zur hydrostatischen Zeitskala zu geringen thermischen Zeitskalen.

Dagegen ist das Verhältnis dieser Zeitskalen für das Oberflächendichteprofil  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$  besonders günstig (siehe Abbildung 8.16), weshalb dieser Fall hier genauer betrachtet wird. Da der Zentralbereich dieser Akkretionsscheibe auf Grund der höheren Dichten stärker durch die viskose Heizung beeinflusst ist als das Standardmodell, wird hier wie in Kapitel 6.2.1 die Zeitskala für viskose Heizung mit überprüft. Allerdings ist die viskose Heizung, im Gegensatz zu den in Kapitel 5 besprochenen Zeitpunkten, nicht mehr der dominante Heizterm, wie in Abbildung 8.17 gezeigt ist. Analog zum Standardmodell nimmt auch hier die viskose Heizung durch die sinkende Oberflächendich-

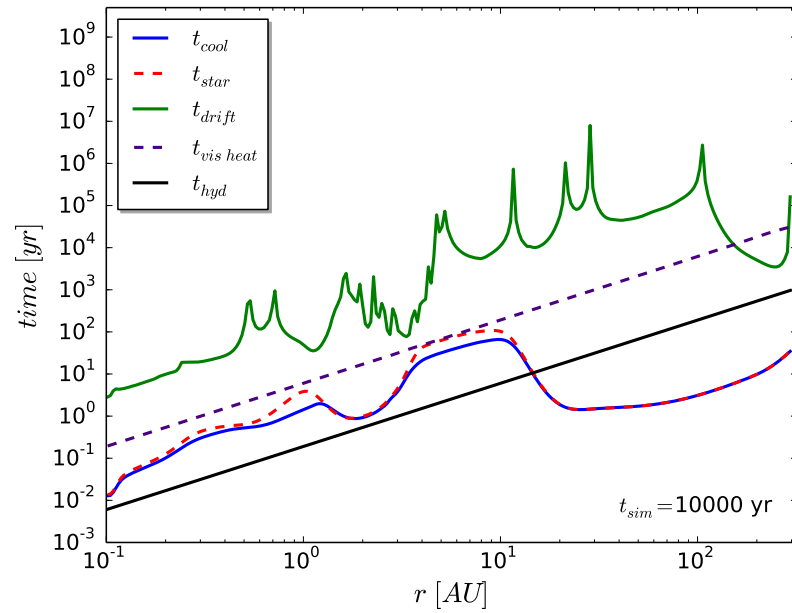


Abbildung 8.16: Vergleich der Zeitskalen für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$ .

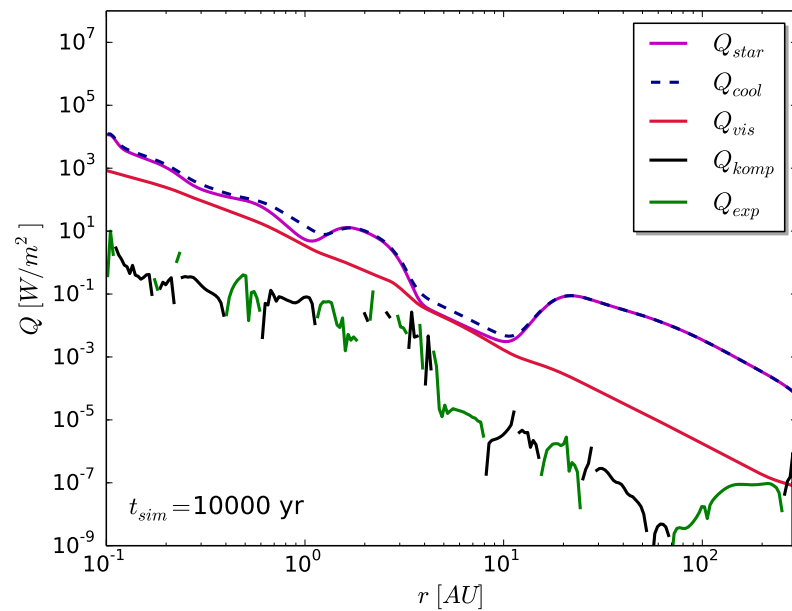
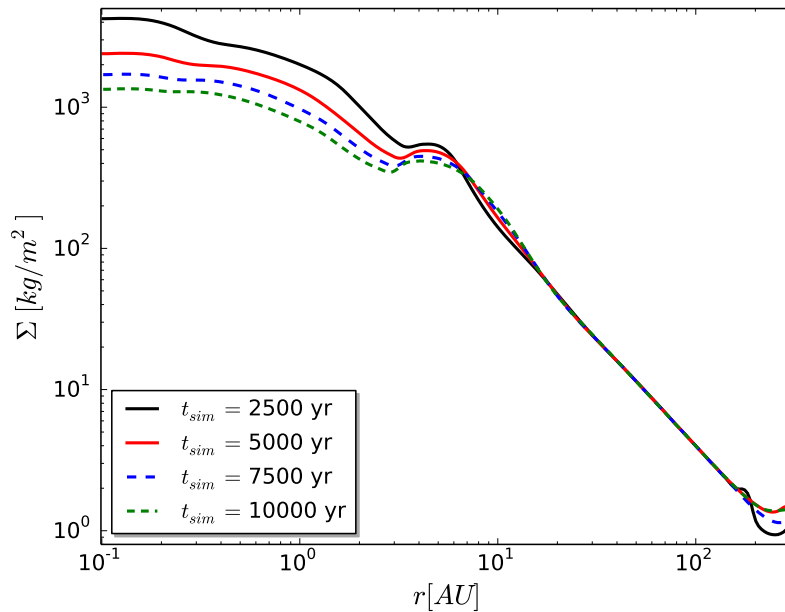


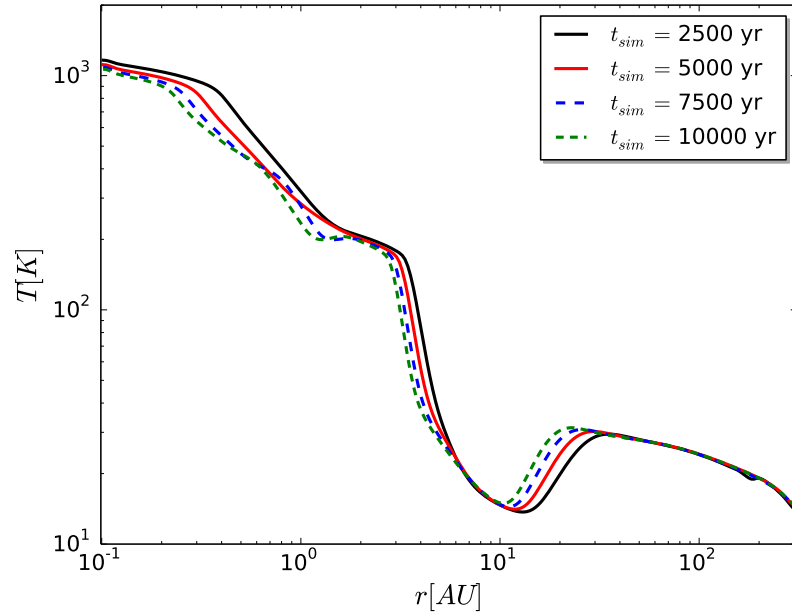
Abbildung 8.17: Vergleich der Quellterme der inneren Energie für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$ .



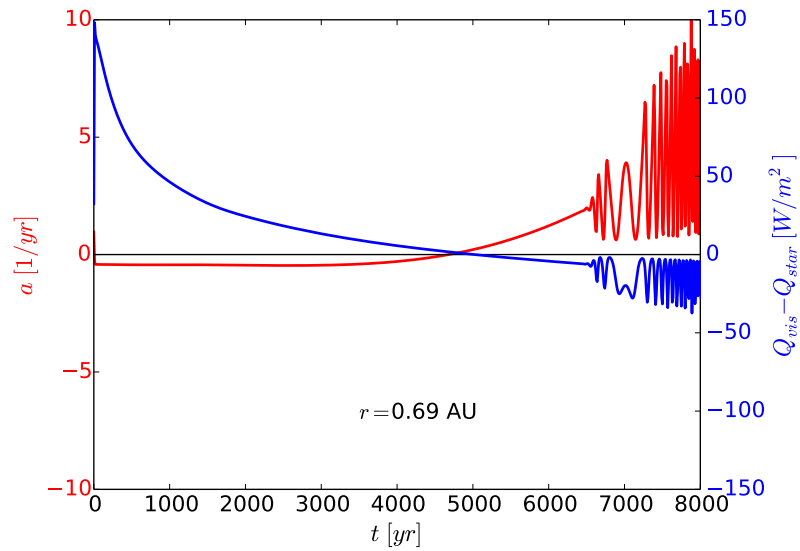
**Abbildung 8.18:** Zeitliche Entwicklung der Oberflächendichte für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$ .

te (siehe Abbildung 8.18) im Zentralbereich ab. Durch die Abnahme der Viskosität können sich zu späteren Simulationszeiten auch für dieses Modell thermische Instabilitäten in den Innenbereichen der Akkretionsscheibe bilden. Wie bei den zuvor besprochenen Modellen äußern sich diese in Abbildung 8.19 als Temperaturschwankungen bei  $r \lesssim 2$  AU. Dabei verdeutlicht Abbildung 8.20 noch einmal den Einfluss der Viskosität auf die Stabilität der Akkretionsscheibe. Sobald die Sternheizung die viskose Heizung als dominanten Heizterm ablöst, wird die Wachstumsrate für Instabilitäten  $a$  aus Gleichung (5.10) positiv und kleine Störungen in der Temperatur erfahren eine exponentielle Verstärkung. Dies ist ein erneuter starker Hinweis darauf, dass die Heizung durch den Stern die thermischen Instabilitäten verursacht. Hauptsächlich viskos geheizte Akkretionsscheiben sind, wie nach Shakura & Sunyaev (1976) und Pringle (1976) erwartet, stabil.

Eine vergleichsweise starke Dämpfung durch Viskosität kann auch erklären, warum die Schwankungen der Radialgeschwindigkeit im Bereich der Instabilitäten weniger stark ausgeprägt sind als im Standardmodell (siehe Abbildung 8.21). Insgesamt lassen sich die zur Entwicklung des Standardmodells beschriebenen Effekte direkt auf dieses Modell übertragen. Dabei soll insbe-

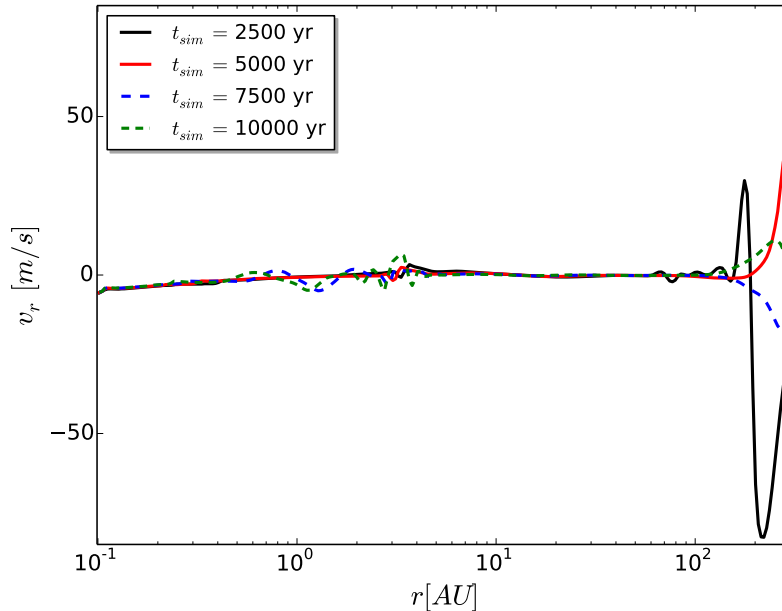


**Abbildung 8.19:** Zeitliche Entwicklung der Mittelebenentemperatur für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$ .



**Abbildung 8.20:** Zeitliche Entwicklung der Wachstumsraten  $a$  der Instabilitäten und der Differenz aus viskoser Heizung und Sternheizung.

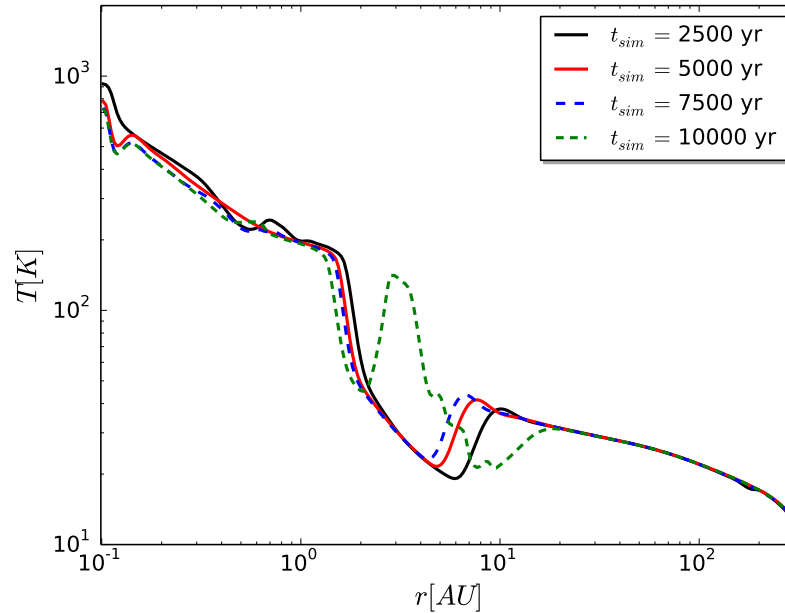




**Abbildung 8.21:** Zeitliche Entwicklung der Radialgeschwindigkeit für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$ .

sondere auf die Entstehung des zeitlich stabilen Dichtemaximums, welches durch den durch Abschattungseffekte hervorgerufenen Temperaturgradienten entsteht, hingewiesen werden (siehe Abbildung 8.18 und 8.19).

Auch die Variation der Staubzusammensetzung und der Temperatur des Sterns führt zu einer mit den vom Standardmodell bekannten Mechanismen beschreibbaren Entwicklung der Akkretionsscheibe. Allerdings sind, wie schon bei der Änderung des radialen Dichteverlaufs, Auswirkungen einzelner Parameteränderungen erkennbar. Beispielweise verschwinden die thermischen Instabilitäten bei Verwendung des Astronomischen Silikats an Stelle von MRN-Staub (siehe Kapitel 3.4 für die Staubzusammensetzung) zeitweise komplett, statt lediglich wie im Standardmodell abgeschwächt zu werden. Dies ist konsistent mit der Vorstellung, dass die Abschwächung der Temperaturmaxima durch eine flachere Höhenstruktur im Innenbereich der Scheibe hervorgerufen wird. Es ist davon auszugehen, dass eine Akkretionsscheibe mit Astronomischem Silikat stärker auf diese Effekte reagiert, da die Höhenstruktur dort auf Grund der geringeren Opazität dieser Staubart bereits grundsätzlich flacher ist (siehe Kapitel 5.3.4).



**Abbildung 8.22:** Zeitliche Entwicklung der Mittelebenentemperatur für Astronomisches Silikat.

Sowohl im Modell mit Astronomischen Silikat, als auch für eine Temperatur des Sterns von 3700 K treten zum Ende der Simulationszeit, Instabilitäten des außerhalb des abgeschatteten Bereichs liegenden Temperaturmaximums auf (siehe Abbildung 8.22). Wie bereits in Kapitel 6.2.1 erläutert wurde ist dies zwar durchaus plausibel, kann aber mit dem vorliegenden Modell nicht sinnvoll beschrieben werden.

### 8.3 Zusammenfassung

Die Ergebnisse der hier durchgeführten Langzeitsimulationen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Alle betrachteten Akkretionsscheiben entwickeln sich qualitativ ähnlich. Zu Beginn der Simulationen kommt es zu starker Akkretion und damit zu einer Verringerung der Oberflächendichte im Zentralbereich. Im späteren Verlauf wird dieser Akkretionsprozess moderater.

- In allen Akkretionsscheiben kommt es zum Auftreten thermischer Instabilitäten, wobei ihre Ausprägung je nach betrachtetem Setup und Simulationszeitpunkt unterschiedlich ist. Auch der Entstehungszeitpunkt variiert stark und ist insbesondere vom Verhältnis zwischen viskoser Heizung und Sternheizung abhängig.
- Durch Abschattungseffekte entstehen ein über die gesamte Simulationszeit hinweg stabiles Temperaturminimum sowie ein Temperaturmaximum außerhalb des abgeschatteten Bereichs.
- Durch den Druckgradienten am inneren Rand des abgeschatteten Bereichs bildet sich ein zeitlich stabiles Dichtemaximum.



## Kapitel 9

# Zusammenfassung, Einordnung der Ergebnisse in die Theorie zur Entwicklung Protoplanetarer Scheiben und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein zeiteffizientes Modell zur Heizung einer Akkretionsscheibe durch den zentralen Stern entwickelt und in `Fosite` implementiert. Dieser für die Bilanz der inneren Energie über weite Bereiche der Akkretionsscheibe hinweg entscheidende Effekt kann nun bei der Simulation protoplanetarer Scheiben berücksichtigt werden. Allerdings ergeben sich aus den zur Begrenzung des Rechenaufwandes gemachten Annahmen Einschränkungen für die Anwendbarkeit des Modells: Die Akkretionsscheibe darf nicht selbstgravitierend sein und die Annahme eines vertikalen hydrostatischen Gleichgewichts muss eine sinnvolle Beschreibung der Vertikalstruktur liefern.

Vergleiche der von `Fosite` berechneten Mittelebenentemperaturen mit den Ergebnissen von Monte-Carlo-Strahlungstransportsimulationen mit `MC3D` haben gezeigt, dass das hier gewählte Heizmodell realistische Temperaturen für den durch die Heizung und Kühlung durch Strahlung dominierten Teil der Akkretionsscheibe liefert. Dies wird durch den Vergleich mit den Ergebnissen ähnlicher Arbeiten bestätigt.

Der derart getestete neue Heizterm wurde verwendet, um die Qualität ver-

schiedener, stärker vereinfachter aber auch schneller zu berechnender Beschreibungen für die Sternheizung zu bewerten. Motiviert durch den Wunsch geeignete Mittelebenentemperaturen für bereits ohne Heizung durch den Stern extrem aufwändige, hydrodynamische Simulationen berechnen zu können, wurden diese ebenfalls in `Fosite` implementiert. Einige dieser Näherungen geben den mit dem vollständigen Heizmodell berechneten, globalen Temperaturverlauf sinnvoll wieder. Abschattungseffekte werden hierbei jedoch vernachlässigt. Eine denkbare Anwendung dieser Näherungslösungen wäre die Berücksichtigung einer realistischeren Temperaturverteilung bei der Simulation der Akkretionsscheiben um junge Doppelsterne.

Das vollständige Heizmodell wurde zudem zur Durchführung von Simulationen zur Entwicklung von Akkretionsscheiben unter dem Einfluss der Heizung des zentralen Sterns genutzt. Unabhängig von der genauen Wahl der Parameter hat sich dabei gezeigt, dass die Heizung durch den Stern die Bilanzgleichung der inneren Energie über weite Teile der Akkretionsscheibe dominiert. Dabei ist die Berücksichtigung der Sternheizung nicht nur für die Berechnung einer realistischen Temperatur entscheidend. Sie beeinflusst auch das radiale Geschwindigkeitsfeld und die eng damit verknüpfte Entwicklung der Oberflächendichte. Dies ist besonders deutlich an dem in allen Modellrechnungen auftretenden, durch eine Kombination von Abschattungseffekten in der Sternheizung und Opazitätsänderung in der Kühlung durch Strahlung entstehenden Temperaturminimum zu sehen. Im Verlauf der Simulation entsteht ein lokales Dichtemaximum an der Innenkante des abgeschatteten Bereiches. Ein weiteres, sehr interessantes Ergebnis dieser Modellrechnungen sind die für alle hier betrachteten Modelle auftretenden thermischen Instabilitäten im Innenbereich der Akkretionsscheibe.

Die durch das neue Heizmodell mögliche Berücksichtigung einer realistischen Temperaturstruktur bei der Simulation der Langzeitentwicklung von Akkretionsscheiben, ist ein wichtiger Schritt zum Verständnis der Planetenentstehung und Entwicklung. Ein Beispiel hierfür ist die sogenannte *meter size barrier* (Weidenschilling, 1977). Durch die Wechselwirkung des Keplerschrotierenden Staubes mit dem druckunterstützten, minimal langsamer rotierenden Gas stürzen einige Staubteilchen auf den zentralen Stern, bevor sie die Zeit hatten weiter anzuwachsen. Dies betrifft, wie der Name schon sagt, Staubpartikel mit der Größe im Bereich  $\sim 1$  m welche sich bei ähnlichen Abständen zum Zentralobjekt befinden wie die Erde. Allerdings ist dieses Migrationsverhalten stark vom Verlauf der typischerweise durch einfache Potenzgesetze beschriebene Dichte- und Temperaturprofile in der Akkretions-

scheibe abhängig. Zudem spielt die Größe der betrachteten Staubkörner und das Wachstum dieser Körner während der Migration eine Rolle (siehe z.B. Laibe u. a. (2012), Laibe (2014) für aktuellere Untersuchungen). In diesem Zusammenhang sind die in der vorliegenden Arbeit gefundenen, ausgeprägten zeitlich sehr langsam variierenden Temperaturstrukturen interessant. Möglicherweise sorgen sie dafür, dass Staub sich in bestimmten Regionen der Akkretionsscheibe sammeln kann, während er in anderen Teilen der Scheibe schnell radial nach innen transportiert wird. Auch die Umkehrung der Strömungsgeschwindigkeit im Bereich des durch Abschattungseffekte entstehenden Druckgradienten könnte radiale Migration verlangsamen. Zudem steht in diesem Bereich der Scheibe durch das dort entstehende Dichtemaximum viel Gas zur Verfügung, welches auf Planetesimale akkretiert werden kann. Die Abhängigkeit des Migrationsverhaltens von der Temperatur- und Dichteverteilung des Gases in der Akkretionsscheibe wird auch für bereits entstandene Planeten und Protoplaneten diskutiert. Baillié u. a. (2015) finden, dass ihre durch Sublimation von Staub verursachten Temperaturplateaus den Drehimpulsaustausch zwischen einem gerade entstehenden Planeten und der Akkretionsscheibe stark genug beeinflussen können, um Migration des jungen Planeten zum Zentralobjekt zu verlangsamen oder möglicherweise sogar zu stoppen. Es wäre denkbar, dass auch die hier gefundenen vergleichbaren Strukturen einen ähnlichen Einfluss auf das Migrationsverhalten junger Planeten haben. In diesem Zusammenhang wäre eine Erweiterung von **Fosite** um ein noch komplexeres Staubmodell interessant. Ähnlich wie bei Baillié u. a. (2015) könnte die Berücksichtigung der Sublimationsbereiche verschiedener Staubspezies möglicherweise zur Ausbildung weiterer Temperatur- und Dichtestrukturen führen. Im Gegensatz zu Baillié u. a. (2015) könnten mit dem in **Fosite** implementierten Heizverfahren auch Abschattungseffekte korrekt berücksichtigt werden. Ein Fernziel dieser Überlegungen wäre die Simulation der Langzeit-Scheibenentwicklung, welche sowohl eine realistische Energiebilanz als auch das Wachstum und die Migration von Staub und den daraus entstehenden Planeten umfasst.

Die hier gefundenen thermischen Instabilitäten sind jedoch auch für eine weitere, noch unbeantwortete Frage zur Entwicklung protoplanetarer Scheiben interessant. Sie können möglicherweise zu einem besseren Verständnis der Viskosität in diesen Objekten beitragen. Viskosität spielt eine entscheidende Rolle für die Entwicklung aller Akkretionsscheiben, da sie Drehimpulsaustausch zwischen einzelnen Teilchen und somit den radialen Transport von Material ermöglicht. Die derzeit am häufigsten verwendete Erklärung für die

dazu benötigte turbulente Viskosität beruht auf der Wechselwirkung des ionisierten Gases der Scheibe mit Magnetfeldern und der dadurch zu Stande kommenden Magnetorotationsinstabilität (MRI, Balbus & Hawley (1991), siehe auch Armitage (2010) für eine Übersicht der weiteren möglichen Ursachen). Diese Erklärung ist jedoch nicht unproblematisch, da die MRI in den Teilen der Akkretionsscheibe unwirksam wird, in denen der Ionisationsgrad des Materials zu gering ist (Gammie, 1996). Dies gilt insbesondere für die Regionen nah der Mittelebene im optisch dicken Zentralbereich der Scheibe. Dort liefern die hier gefundenen thermischen Instabilitäten eine mögliche, zusätzliche Ursache für Turbulenz und damit turbulente Viskosität. Dabei bieten die hier durchgeführten Parameterstudien den idealen Ausgangspunkt, um die Entwicklung der thermischen Instabilitäten und ihre Auswirkungen auf die Akkretionsscheibe im Rahmen eines vertikal aufgelösten Modells mit einem vollständigen Monte-Carlo-Strahlungstransport genauer zu untersuchen. Wie bereits bei der Motivation des Heizterms erwähnt wurde, liegt die wesentliche Herausforderung bei der Beschreibung des Strahlungstransportes in einer sich hydrodynamisch entwickelnden Akkretionsscheibe, im sehr großen damit verbundenen Rechenaufwand. Durch die Parameterstudien und die anschließend erfolgte Stabilitätsanalyse sind nun der Ort, an dem Instabilitäten entstehen können sowie die Bedingungen unter denen dies bevorzugt geschieht, bekannt. Damit kann die Simulation gleich für einen hier instabilen Zustand aufgesetzt werden. Zudem bräuchte sie nicht die komplette Akkretionsscheibe, sondern lediglich die innersten Bereich beschreiben. Dabei sind die kurzen Entwicklungszeitskalen der Instabilitäten vorteilhaft, da durch sie nur sehr kurze Simulationszeiten erforderlich wären.

Eine weitere davon unabhängige Anwendung des neuen Heizmodells, ist die Berechnung theoretischer Modelle für die sich ständig verbessernden Beobachtungsdaten. Neueste Aufnahmen des *Atacama Large Millimeter Array* (ALMA) erreichen für die der Erde nächstgelegene protoplanetare Scheibe um TW-Hya eine Auflösung von  $\sim 1$  AU. Sie finden ausgeprägte Ringstrukturen (Andrews u. a., 2016), deren Ursachen derzeit viel diskutiert werden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Weiterentwicklung kombinierter Hydrodynamik und Strahlungstransportsimulationen notwendig ist, um einige sehr grundsätzliche Fragestellungen zur Entwicklung von protoplanetaren Scheiben und der in ihnen entstehenden Planeten beantworten zu können. Das hier entwickelte Heizmodell ist ein erster Schritt in diese Richtung und führt bereits zur Entwicklung einiger sehr interessanter Temperatur- und Dichtestrukturen.







# Anhang A

## Streuung

Die Absorptionseffizienzen aus Kapitel 3.4.1 werden nicht direkt von **Fosite** berechnet. Sie wurden von Jan-Philipp Ruge im Rahmen der bereits erwähnten Kooperation zur Verfügung gestellt. Die folgende Tabelle zeigt  $\epsilon_{abs}$  der verschiedenen in der vorliegenden Arbeit verwendeten Staubarten in Abhängigkeit von der Sterntemperatur. Dabei bezieht sich  $\epsilon_{abs\ 1}$  auf MRN-Staub mit einem maximalem Staubkornradius von  $a_{max} = 0.25\ \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_{abs\ 2}$  auf MRN-Staub mit einem maximalen Staubkornradius  $a_{max} = 0.25\ \mu\text{m}$  und  $\epsilon_{abs\ 3}$  auf Astronomisches Silikat mit einem maximalem Staubkornradius von  $a_{max} = 0.25\ \mu\text{m}$  (siehe Kapitel 3.4 für Details zur Staubzusammensetzung und Größenverteilung). Wegen der vergleichsweise schwachen Abhängigkeit von  $\epsilon_{abs}$  von der Sterntemperatur, wurde  $\Delta T_* = 100\ \text{K}$  gewählt.

$T_*/K$	$\epsilon_{\text{abs } 1}$	$\epsilon_{\text{abs } 2}$	$\epsilon_{\text{abs } 3}$	$T_*/K$	$\epsilon_{\text{abs } 1}$	$\epsilon_{\text{abs } 2}$	$\epsilon_{\text{abs } 3}$
3000	0.63	0.33	0.49	6400	0.47	0.36	0.24
3100	0.62	0.33	0.47	6500	0.47	0.36	0.24
3200	0.61	0.33	0.46	6600	0.47	0.36	0.24
3300	0.61	0.33	0.45	6700	0.47	0.36	0.24
3400	0.60	0.34	0.43	6800	0.46	0.36	0.23
3500	0.59	0.33	0.42	6900	0.46	0.36	0.23
3600	0.58	0.33	0.41	7000	0.46	0.36	0.23
3700	0.58	0.34	0.40	7100	0.46	0.37	0.23
3800	0.57	0.34	0.39	7200	0.46	0.37	0.22
3900	0.56	0.34	0.38	7300	0.46	0.37	0.22
4000	0.56	0.34	0.37	7400	0.46	0.37	0.22
4100	0.55	0.34	0.36	7500	0.45	0.37	0.22
4200	0.55	0.34	0.36	7600	0.45	0.37	0.22
4300	0.54	0.34	0.35	7700	0.45	0.37	0.22
4400	0.54	0.34	0.34	7800	0.45	0.37	0.21
4500	0.53	0.34	0.33	7900	0.45	0.37	0.21
4600	0.53	0.34	0.33	8000	0.45	0.37	0.21
4700	0.52	0.35	0.32	8100	0.45	0.37	0.21
4800	0.52	0.35	0.31	8200	0.45	0.37	0.21
4900	0.51	0.35	0.31	8300	0.45	0.37	0.21
5000	0.51	0.35	0.30	8400	0.45	0.38	0.21
5100	0.51	0.35	0.30	8500	0.45	0.38	0.21
5200	0.50	0.35	0.29	8600	0.44	0.38	0.21
5300	0.50	0.35	0.29	8700	0.44	0.38	0.21
5400	0.50	0.35	0.28	8800	0.44	0.38	0.21
5500	0.49	0.35	0.28	8900	0.44	0.38	0.20
5600	0.49	0.35	0.27	9000	0.44	0.38	0.20
5700	0.49	0.35	0.27	9100	0.44	0.38	0.20
5800	0.49	0.36	0.26	9200	0.44	0.38	0.20
5900	0.48	0.36	0.26	9300	0.44	0.38	0.20
6000	0.48	0.36	0.26	9400	0.44	0.38	0.20
6100	0.48	0.36	0.25	9500	0.44	0.38	0.20
6200	0.46	0.36	0.25	9600	0.44	0.38	0.20
6300	0.47	0.36	0.25	9700	0.44	0.38	0.20

# Anhang B

## Vergleich mit MC3D

Hier werden die Ergebnisse der in Kapitel 6.1.2.2 durchgeführten Parameterstudie zum Vergleich der **Fosite** mit den MC3D Mittelebenentemperaturen gezeigt, welche bisher noch nicht besprochen wurden. In den Bereichen, in denen Heizung und Kühlung durch Strahlung die Energiebilanz stark dominieren, stimmen sie sehr gut überein.

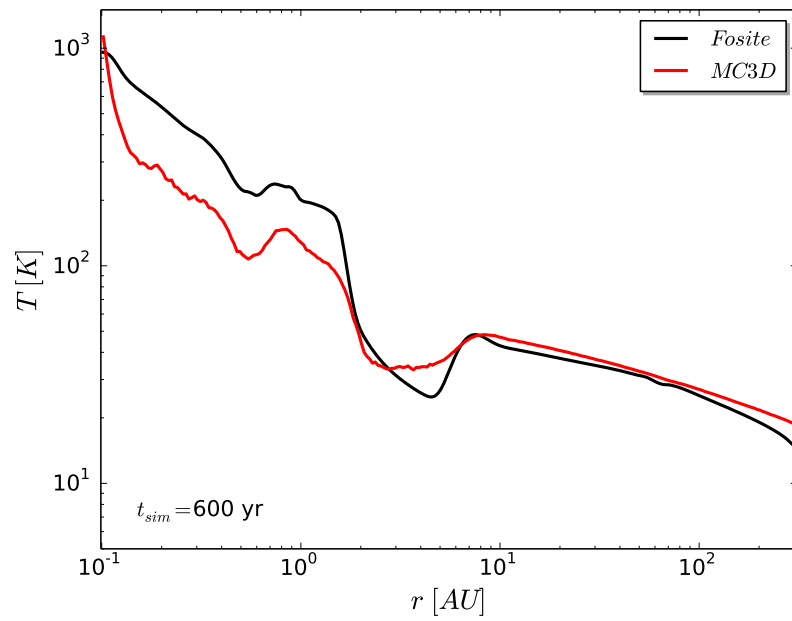
Abbildung B.1:  $M_{\text{disk}} = 0,005M_{\odot}$ 

Abbildung B.3: Astronomische Silikat

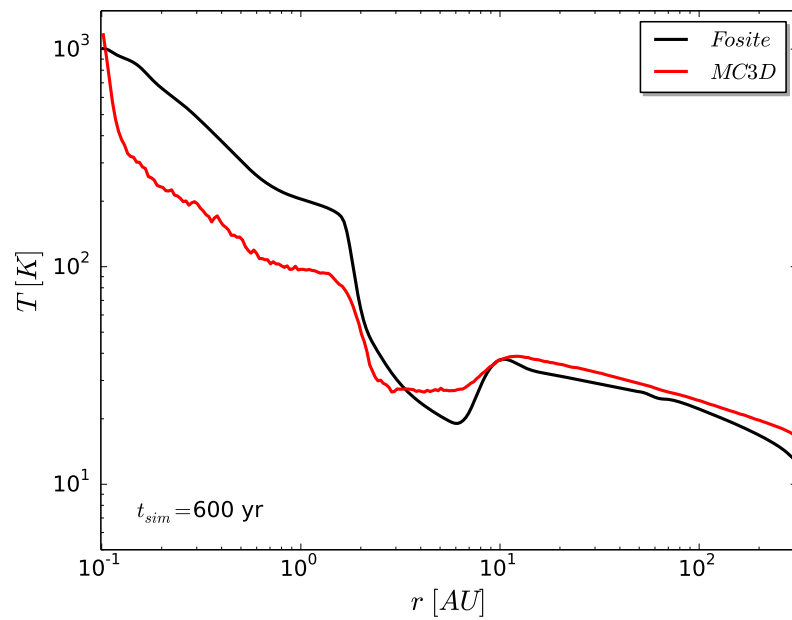
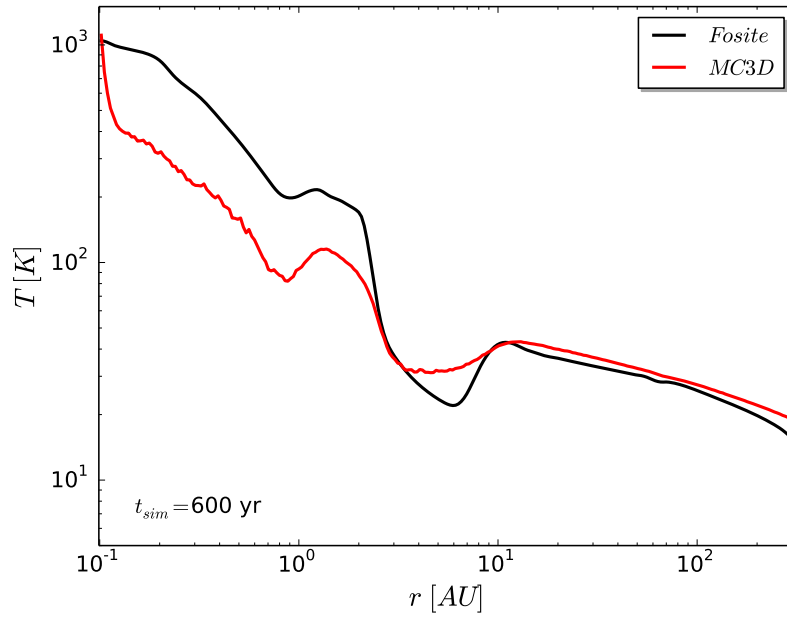
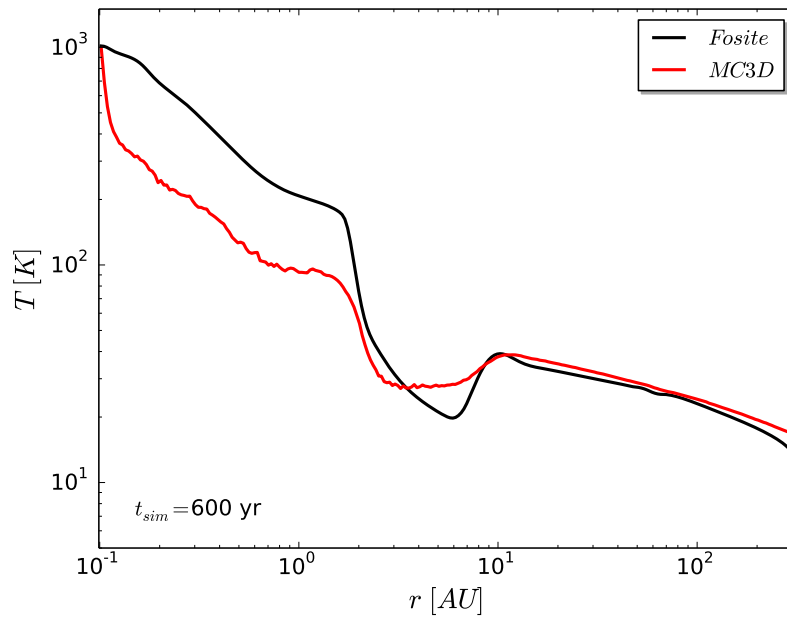


Abbildung B.5:  $T_* = 4300$  KAbbildung B.6:  $T_* = 3700$  K





# Anhang C

## Zeitskalen

Die folgenden Abbildungen zeigen das in Kapitel 6.2.1 diskutierte Verhältnis der relevanten Zeitskalen, für die einzelnen Scheibenmodelle der dort besprochenen Parameterstudie.

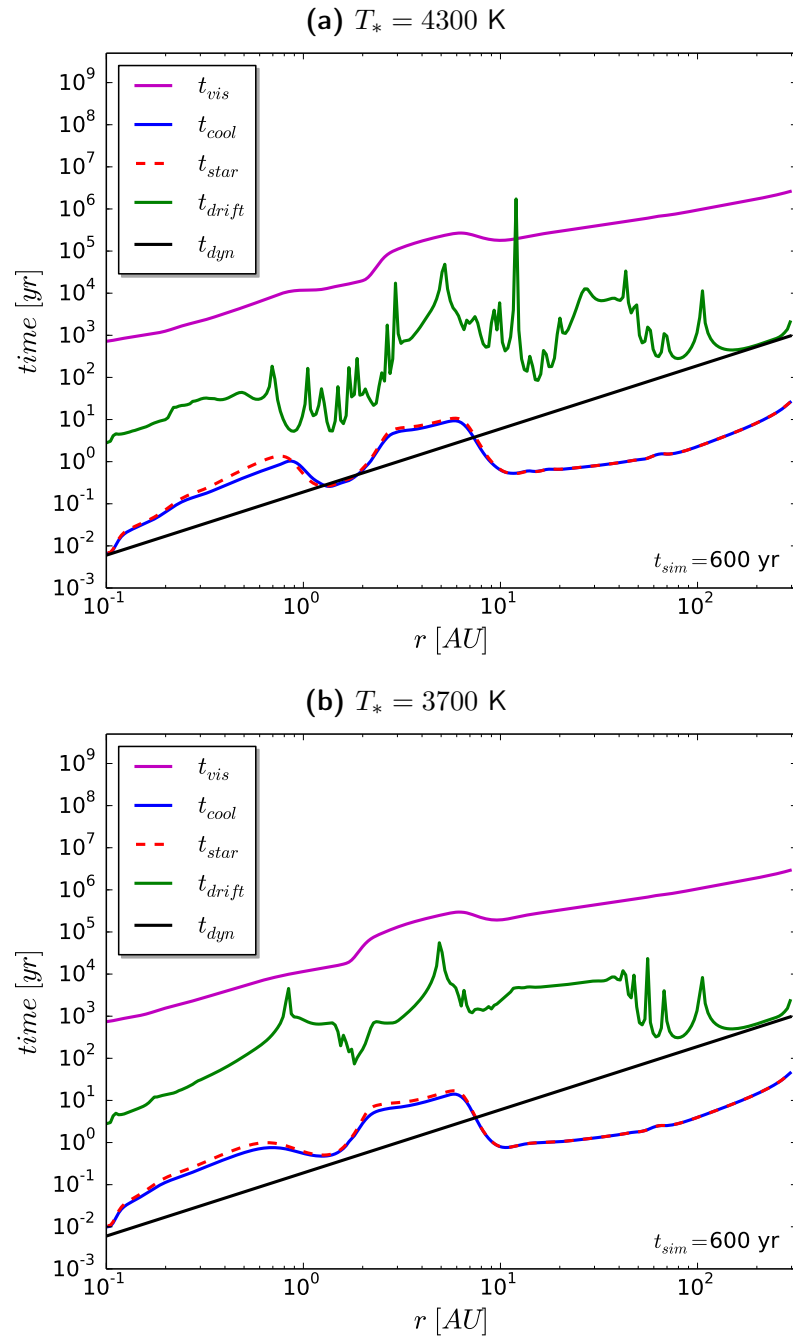
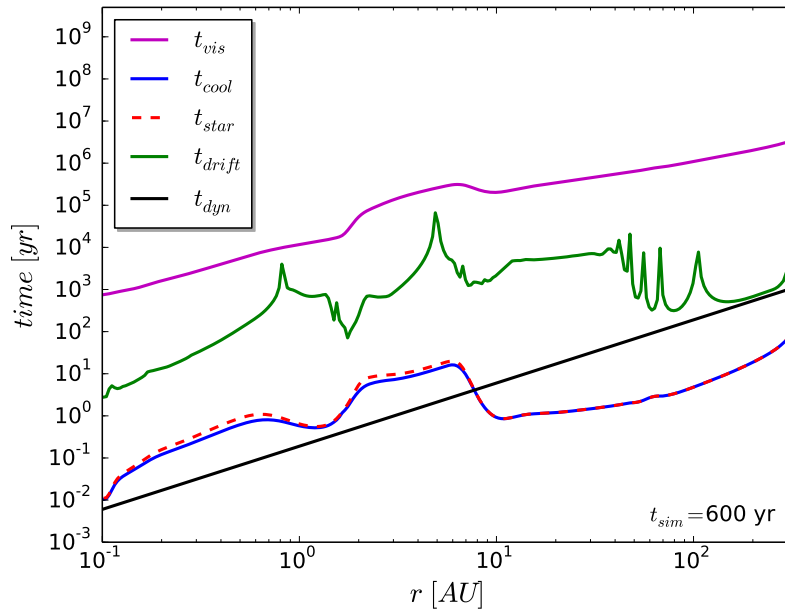
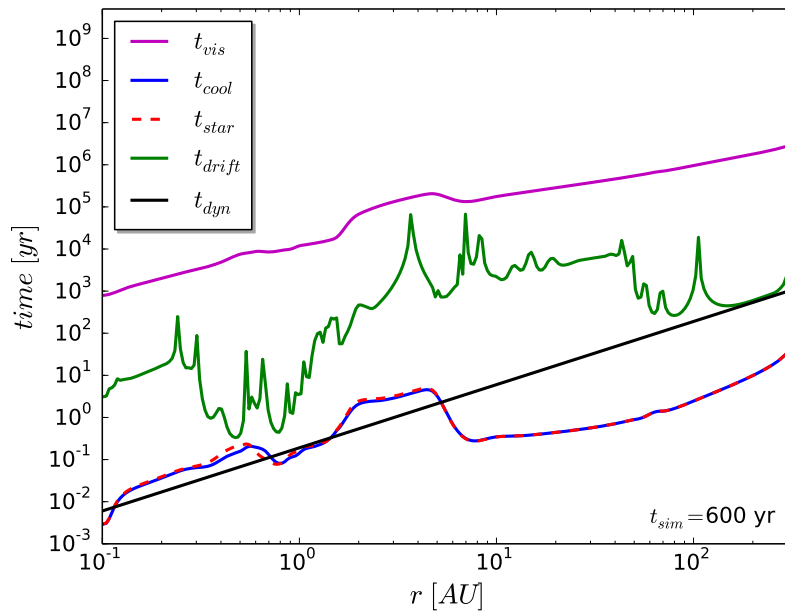


Abbildung C.1: Temperatur des zentralen Sterns

**Abbildung C.2:** Staubzusammensetzung: Astronomisches Silikat**Abbildung C.3:** Scheibenmasse  $M_d = 0,005M_{\odot}$ 



# Anhang D

## Vergleich der Näherungsverfahren

Im Folgenden werden die Ergebnisse der in Kapitel 7.2 beschriebenen Parameterstudie zum Vergleich der unterschiedlichen Näherungsverfahren des Heizterms gezeigt, welche dort noch nicht aufgegriffen wurden. Sie zeigen das erwartete Verhalten.

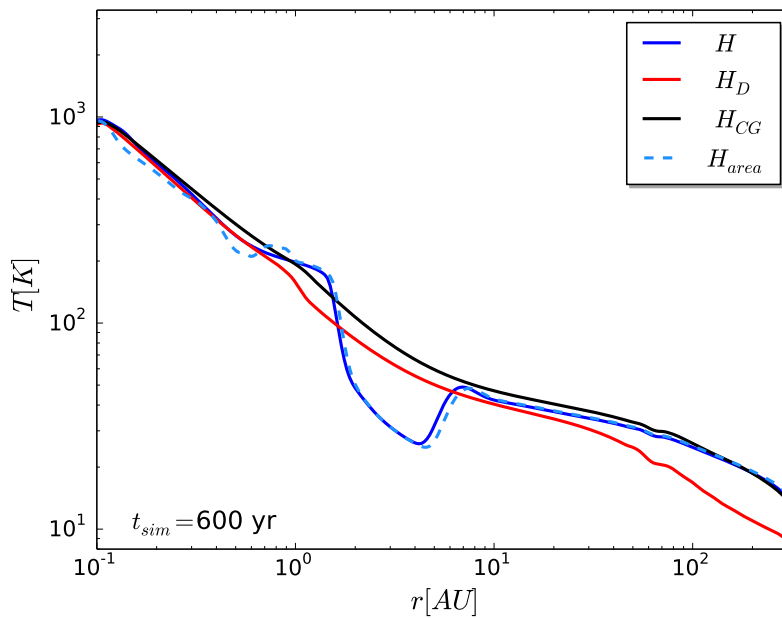


Abbildung D.1:  $M_{\text{disk}} = 0,005M_{\odot}$

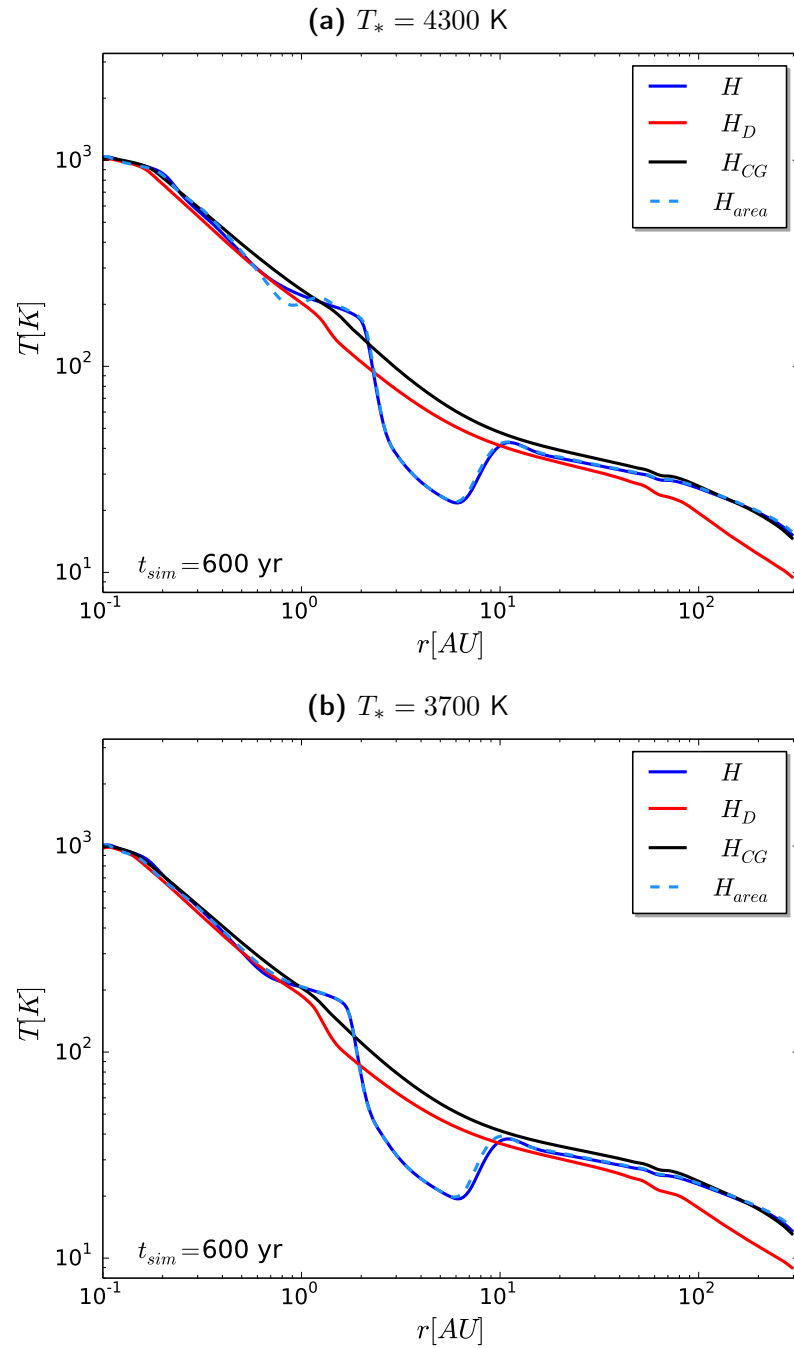
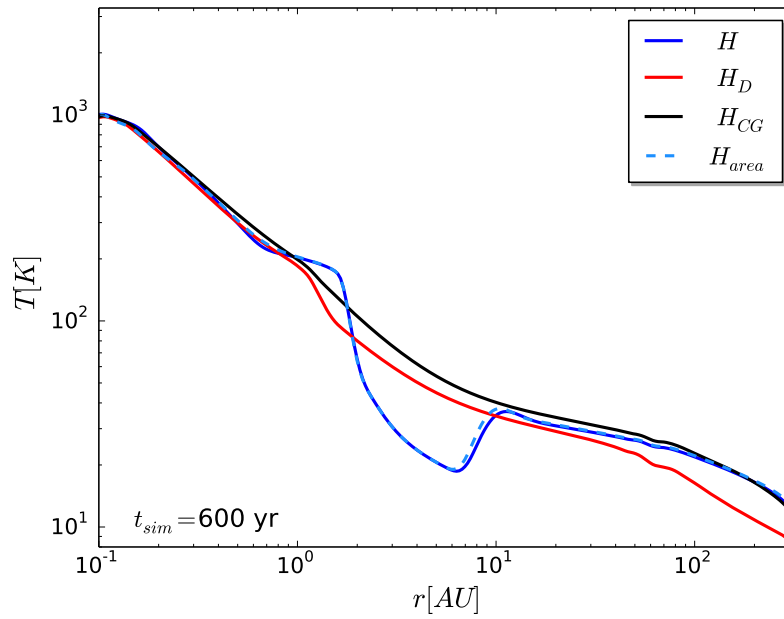
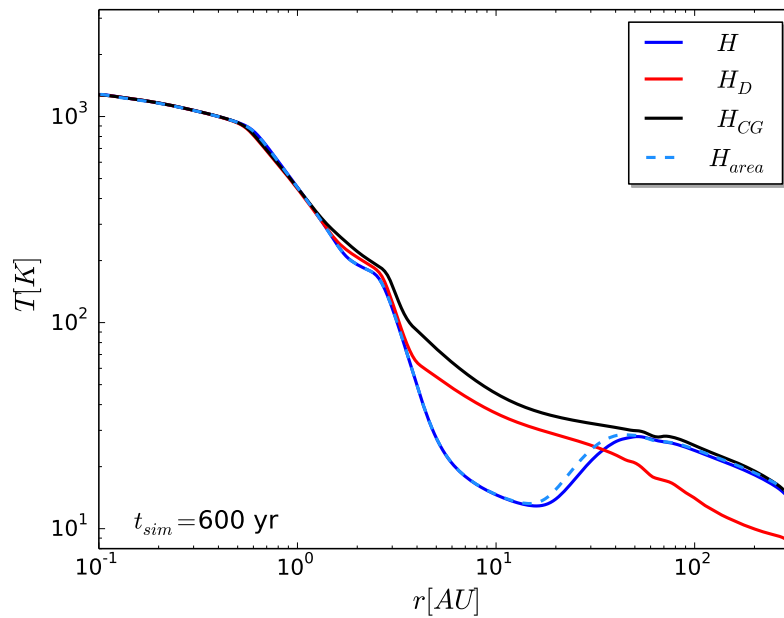


Abbildung D.2: Temperatur des zentralen Sterns

**Abbildung D.3:** Staubzusammensetzung: Astronomisches Silikat



**Abbildung D.4:** Vergleich der Heizmodelle für  $\Sigma_{t=0} \propto r^{-3/2}$







# Literaturverzeichnis

- P. Abraham, A. Juhász, C. P. Dullemond, Á. Kóspál, R. van Boekel, J. Bouwman, T. Henning, A. Moór, L. Mosoni, A. Sicilia-Aguilar, und N. Sipos. Episodic formation of cometary material in the outburst of a young Sun-like star. *Natur*, 459:224–226, May 2009.
- D. M. Acreman, T. J. Harries, und D. A. Rundle. Modelling circumstellar discs with three-dimensional radiation hydrodynamics. *Monthly Notices of the RAS*, 403:1143–1155, April 2010.
- S. M. Andrews, D. J. Wilner, A. M. Hughes, C. Qi, und C. P. Dullemond. Protoplanetary Disk Structures in Ophiuchus. II. Extension to Fainter Sources. *Astrophysical Journal*, 723:1241–1254, November 2010.
- S. M. Andrews, D. J. Wilner, Z. Zhu, T. Birnstiel, J. M. Carpenter, L. M. Pérez, X.-N. Bai, K. I. Öberg, A. M. Hughes, A. Isella, und L. Ricci. Ringed Substructure and a Gap at 1 au in the Nearest Protoplanetary Disk. *The Astrophysical Journal Letters*, 820:L40, April 2016.
- P. J. Armitage. *Astrophysics of Planet Formation*. Cambridge University Press, 2010.
- K. Baillié und S. Charnoz. Time Evolution of a Viscous Protoplanetary Disk with a Free Geometry: Toward a More Self-consistent Picture. *Astrophysical Journal*, 786:35, May 2014.
- K. Baillié, S. Charnoz, und E. Pantin. Time evolution of snow regions and planet traps in an evolving protoplanetary disk. *Astronomy & Astrophysics*, 577:A65, May 2015.
- S. A. Balbus und J. F. Hawley. A powerful local shear instability in weakly

- magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution. *Astrophysical Journal*, 376:214–233, July 1991.
- M. Bartelmann. *Theoretical Astrophysics*. Wiley VCH, 2013.
- J. S. Bary, J. M. Leisenring, und M. F. Skrutskie. Variations of the 10  $\mu\text{m}$  Silicate Features in the Actively Accreting T Tauri Stars: DG Tau and XZ Tau. *The Astrophysical Journal Letters*, 706:L168–L172, November 2009.
- K. R. Bell und D. N. C. Lin. Using FU Orionis outbursts to constrain self-regulated protostellar disk models. *Astrophysical Journal*, 427:987–1004, June 1994.
- B. Bitsch, A. Crida, A. Morbidelli, W. Kley, und I. Dobbs-Dixon. Stellar irradiated discs and implications on migration of embedded planets. I. Equilibrium discs. *Astronomy and Astrophysics*, 549:A124, January 2013.
- J. E. Bjorkman und K. Wood. Radiative Equilibrium and Temperature Correction in Monte Carlo Radiation Transfer. *Astrophysical Journal*, 554:615–623, June 2001.
- F. Brauer, C. P. Dullemond, und T. Henning. Coagulation, fragmentation and radial motion of solid particles in protoplanetary disks. *Astronomy and Astrophysics*, 480:859–877, March 2008.
- M. Britsch. *Gravitational instability and fragmentation of self-gravitating accretion disks*. PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2006.
- N. Calvet, A. Patino, G. C. Magris, und P. D’Alessio. Irradiation of accretion disks around young objects. I - Near-infrared CO bands. *Astrophysical Journal*, 380:617–630, October 1991.
- J. M. Carpenter, L. A. Hillenbrand, und M. F. Skrutskie. Near-Infrared Photometric Variability of Stars toward the Orion A Molecular Cloud. *Astronomical Journal*, 121:3160–3190, June 2001.
- J. Castor. *Radiation Hydrodynamics*. Cambridge University Press, 2004.
- E. I. Chiang und P. Goldreich. Spectral Energy Distributions of T Tauri Stars with Passive Circumstellar Disks. *Astrophysical Journal*, 490:368–376, November 1997.
- E. I. Chiang, M. K. Joung, M. J. Creech-Eakman, C. Qi, J. E. Kessler, G. A. Blake, und E. F. van Dishoeck. Spectral Energy Distributions of

- Passive T Tauri and Herbig Ae Disks: Grain Mineralogy, Parameter Dependences, and Comparison with Infrared Space Observatory LWS Observations. *Astrophysical Journal*, 547:1077–1089, February 2001.
- C. J. Clarke, A. Gendrin, und M. Sotomayor. The dispersal of circumstellar discs: the role of the ultraviolet switch. *Monthly Notices of the RAS*, 328: 485–491, December 2001.
- P. D'Alessio, J. Cantó, L. Hartmann, N. Calvet, und S. Lizano. On the Thermal Stability of Irradiation-dominated Pre-Main-Sequence Disks. *The Astrophysical Journal*, 511:896–903, February 1999.
- J. S. Dohnanyi. Collisional Model of Asteroids and Their Debris. *Journal of Geophysics Research*, 74:2531, May 1969.
- C. P. Dullemond. Are passive protostellar disks stable to self-shadowing? *Astronomy and Astrophysics*, 361:L17–L20, September 2000.
- C. P. Dullemond und C. Dominik. Flaring vs. self-shadowed disks: The SEDs of Herbig Ae/Be stars. *Astronomy and Astrophysics*, 417:159–168, April 2004.
- C. P. Dullemond, C. Dominik, und A. Natta. Passive Irradiated Circumstellar Disks with an Inner Hole. *Astrophysical Journal*, 560:957–969, October 2001.
- C. P. Dullemond und J. D. Monnier. The Inner Regions of Protoplanetary Disks. *Annual Review of Astron and Astrophys*, 48:205–239, September 2010.
- W. J. Duschl, P. A. Strittmatter, und P. L. Biermann. A note on hydrodynamic viscosity and selfgravitation in accretion disks. *Astronomy and Astrophysics*, 357:1123–1132, May 2000.
- exoplanets.org. Website mit aktueller Auflistung der bestätigten Exoplanetenbeobachtungen. <http://exoplanets.org/>[Stand: 04.04.2016].
- C. M. Faesi, K. R. Covey, R. Gutermuth, M. Morales-Calderón, J. Stauffer, P. Plavchan, L. Rebull, I. Song, und J. P. Lloyd. Potential Drivers of Mid-Infrared Variability in Young Stars: Testing Physical Models with Multiepoch Near-Infrared Spectra of YSOs in  $\rho$  Oph. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 124:1137–1158, November 2012.

- K. M. Flaherty und J. Muzerolle. Modeling Mid-infrared Variability of Circumstellar Disks with Non-axisymmetric Structure. *Astrophysical Journal*, 719:1733–1749, August 2010.
- J. A. Fleck, Jr. und E. H. Canfield. A random walk procedure for improving the computational efficiency of the implicit Monte Carlo method for nonlinear radiation transport. *Journal of Computational Physics*, 54:508–523, June 1984.
- J. Frank, A. King, und D. Raine. *Accretion Power in Astrophysics*. Cambridge University Press, Third edition, 2002.
- C. F. Gammie. Layered Accretion in T Tauri Disks. *Astrophysical Journal*, 457:355, January 1996.
- P. Goldreich und S. Tremaine. The excitation of density waves at the Lindblad and corotation resonances by an external potential. *Astrophysical Journal*, 233:857–871, November 1979.
- P. Goldreich und W. R. Ward. The Formation of Planetesimals. *Astrophysical Journal*, 183:1051–1062, August 1973.
- C. Gräfe, S. Wolf, S. Guilloteau, A. Dutrey, K. R. Stapelfeldt, K. M. Pontoppidan, und J. Sauter. Vertical settling and radial segregation of large dust grains in the circumstellar disk of the Butterfly Star. *Astronomy and Astrophysics*, 553:A69, May 2013.
- R. Günther, C. Schäfer, und W. Kley. Evolution of irradiated circumbinary disks. *Annual Review of Astron and Astrophys*, 423:559–566, August 2004.
- R. Hōshi. Basic Properties of a Stationary Accretion Disk Surrounding a Black Hole. *Progress of Theoretical Physics*, 58:1191–1204, October 1977.
- T. J. Harries. An algorithm for Monte Carlo time-dependent radiation transfer. *Monthly Notices of the RAS*, 416:1500–1508, September 2011.
- C. Hayashi. Structure of the Solar Nebula, Growth and Decay of Magnetic Fields and Effects of Magnetic and Turbulent Viscosities on the Nebula. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70:35–53, 1981.
- G. W. Hedström. Nonreflecting Boundary Conditions for Nonlinear Hyperbolic Systems. *Journal of Computational Physics*, 30:222–237, February 1979.

- C. Helling, J. M. Winters, und E. Sedlmayr. Circumstellar dust shells around long-period variables. VII. The role of molecular opacities. *Astronomy and Astrophysics*, 358:651–664, June 2000.
- R. H. Hildebrand. The Determination of Cloud Masses and Dust Characteristics from Submillimetre Thermal Emission. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, 24:267, September 1983.
- L. A. Hillenbrand und R. J. White. An Assessment of Dynamical Mass Constraints on Pre-Main-Sequence Evolutionary Tracks. *Astrophysical Journal*, 604:741–757, April 2004.
- C. Hirsch. *Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*. Numerical Computation of Internal and External Flows. Elsevier, First edition, 1990.
- C. Hirsch. *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Numerical Computation of Internal and External Flows. Elsevier, Second edition, 2007.
- I. Hubeny. Vertical structure of accretion disks - A simplified analytical model. *Astrophysical Journal*, 351:632–641, March 1990.
- A. Hurwitz. Ueber die Bedingungen, unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen reellen Theilen besitzt. *Mathematische Annalen*, 46: 273–284, June 1895.
- T. F. Illenseer. *Hochauflösende Verfahren zur numerischen Berechnung von strahlungsgetriebenen Scheibenwinden*. PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2006.
- T. F. Illenseer und W. J. Duschl. Two-dimensional central-upwind schemes for curvilinear grids and application to gas dynamics with angular momentum. *Computer Physics Communications*, 180:2283–2302, November 2009.
- A. Isella, J. M. Carpenter, und A. I. Sargent. Structure and Evolution of Pre-main-sequence Circumstellar Disks. *Astrophysical Journal*, 701:260–282, August 2009.
- A. H. Joy. T Tauri Variable Stars. *Astrophysical Journal*, 102:168, September 1945.
- S. Kato, J. Fukuge, und S. Mineshige. *Black-Hole Accretion Disks Towards a New Paradigm*. Kyoto University Press, 2008.

- S. J. Kenyon und L. Hartmann. Spectral energy distributions of T Tauri stars - Disk flaring and limits on accretion. *Astrophysical Journal*, 323: 714–733, December 1987.
- F. Kirchschräger. *Der Einfluss poröser Staubkörner auf das Erscheinungsbild zirkumstellarer Scheiben*. PhD thesis, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 2015.
- W. Kley. Private Kommunikation, 2013.
- G. Laibe. Growing dust grains in protoplanetary discs - II. The radial-drift barrier problem. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 437: 3037–3054, February 2014.
- G. Laibe, J.-F. Gonzalez, und S. T. Maddison. Revisiting the "radial-drift barrier" of planet formation and its relevance in observed protoplanetary discs. *Astronomy and Astrophysics*, 537:A61, January 2012.
- L. Landau und E. M. Lifschitz. *Fluid Mechanics*. Course of Theoretical Physics. Elsevier, Second edition, 1987.
- D. Lynden-Bell und J. E. Pringle. The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *Monthly Notices of the RAS*, 168:603–637, September 1974.
- D. Madlener, S. Wolf, A. Dutrey, und S. Guilloteau. The circumstellar disk of HH 30. Searching for signs of disk evolution with multi-wavelength modeling. *Astronomy and Astrophysics*, 543:A81, July 2012.
- M. K. McClure, P. D'Alessio, N. Calvet, C. Espaillat, L. Hartmann, B. Sargent, D. M. Watson, L. Ingleby, und J. Hernández. Curved Walls: Grain Growth, Settling, and Composition Patterns in T Tauri Disk Dust Sublimation Fronts. *Astrophysical Journal*, 775:114, October 2013.
- M. Morales-Calderón, J. R. Stauffer, L. A. Hillenbrand, R. Gutermuth, I. Song, L. M. Rebull, P. Plavchan, J. M. Carpenter, B. A. Whitney, K. Covey, C. Alves de Oliveira, E. Winston, M. J. McCaughrean, J. Bouvier, S. Guieu, F. J. Vrba, J. Holtzman, F. Marchis, J. L. Hora, L. H. Wasserman, S. Terebey, T. Megeath, E. Guinan, J. Forbrich, N. Huélamo, P. Riviere-Marichalar, D. Barrado, K. Stapelfeldt, J. Hernández, L. E. Allen, D. R. Ardila, A. Bayo, F. Favata, D. James, M. Werner, und K. Wood. Ysovar: The First Sensitive, Wide-area, Mid-infrared Photometric Moni-

- toring of the Orion Nebula Cluster. *Astrophysical Journal*, 733:50, May 2011.
- J. Muzerolle, K. Flaherty, Z. Balog, E. Furlan, P. S. Smith, L. Allen, N. Calvet, P. D'Alessio, S. T. Megeath, A. Muench, G. H. Rieke, und W. H. Sherry. Evidence for Dynamical Changes in a Transitional Protoplanetary Disk with Mid-Infrared Variability. *The Astrophysical Journal Letters*, 704:L15–L19, October 2009.
- A. Natta, T. Prusti, R. Neri, D. Wooden, V. P. Grinin, und V. Mannings. A reconsideration of disk properties in Herbig Ae stars. *Astronomy and Astrophysics*, 371:186–197, May 2001.
- A. Natta, L. Testi, und S. Randich. Accretion in the  $\rho$ -Ophiuchi pre-main sequence stars. *Astronomy and Astrophysics*, 452:245–252, June 2006.
- F. Ober. Private Kommunikation, 2015.
- J. E. Pringle. Thermal instabilities in accretion discs. *Monthly Notices of the RAS*, 177:65–71, October 1976.
- E. J. Routh. *Stability of a given state of Motion, Particularly steady motion*. Macmillan and Co., 1877.
- S. P. Ruden und J. B. Pollack. The dynamical evolution of the protosolar nebula. *Astrophysical Journal*, 375:740–760, July 1991.
- J. P. Ruge. Private Kommunikation. 2013.
- J. P. Ruge. *Beobachtbarkeit von großskaligen Strukturen in zirkumstellaren Scheiben und Analyse ihrer Ursprünge*. PhD thesis, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 2015.
- J. P. Ruge, S. Wolf, A. L. Uribe, und H. H. Klahr. Tracing large-scale structures in circumstellar disks with ALMA. *Astronomy and Astrophysics*, 549:A97, January 2013.
- P. J. Sakimoto und F. V. Coroniti. Accretion disk models for QSOs and active galactic nuclei - The role of magnetic viscosity. *Astrophysical Journal*, 247:19–31, July 1981.
- B. D. Savage und J. S. Mathis. Observed properties of interstellar dust. *Annual Review of Astron and Astrophys*, 17:73–111, 1979.

- D. Semenov, T. Henning, C. Helling, M. Ilgner, und E. Sedlmayr. Rosseland and Planck mean opacities for protoplanetary discs. *Astronomy and Astrophysics*, 410:611–621, November 2003.
- N. I. Shakura und R. A. Sunyaev. Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astronomy and Astrophysics*, 24:337–355, 1973.
- N. I. Shakura und R. A. Sunyaev. A theory of the instability of disk accretion on to black holes and the variability of binary X-ray sources, galactic nuclei and quasars. *Monthly Notices of the RAS*, 175:613–632, June 1976.
- M. L. Sitko, W. J. Carpenter, R. L. Kimes, J. L. Wilde, D. K. Lynch, R. W. Russell, R. J. Rudy, S. M. Mazuk, C. C. Venturini, R. C. Puetter, C. A. Grady, E. F. Polomski, J. P. Wisniewski, S. M. Brafford, H. B. Hammel, und R. B. Perry. Variability of Disk Emission in Pre-Main-Sequence and Related Stars. I. HD 31648 and HD 163296: Isolated Herbig Ae Stars Driving Herbig-Haro Flows. *Astrophysical Journal*, 678:1070–1087, May 2008.
- A. J. Skemer, L. M. Close, P. M. Hinz, W. F. Hoffmann, T. P. Greene, J. R. Males, und T. L. Beck. ISM Dust Grains and N-band Spectral Variability in the Spatially Resolved Subarcsecond Binary UY Aur. *Astrophysical Journal*, 711:1280–1290, March 2010.
- M. F. Skrutskie, M. R. Meyer, D. Whalen, und C. Hamilton. Near-Infrared Photometric Monitoring of Young Stellar Objects. *Astronomical Journal*, 112:2168, November 1996.
- B. Sperling. *Large Eddy Simulationen von selbstgravitierenden Akkretions-scheiben*. PhD thesis, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 2012.
- L. Spitzer. *Physical Processes in the Interstellar Medium*. John Wiley & Sons, 1978.
- H. Tanaka, Y. Himeno, und S. Ida. Dust Growth and Settling in Protoplanetary Disks and Disk Spectral Energy Distributions. I. Laminar Disks. *Astrophysical Journal*, 625:414–426, May 2005.
- A. Toomre. On the gravitational stability of a disk of stars. *Astrophysical Journal*, 139:1217–1238, May 1964.
- N. J. Turner, A. Carballido, und T. Sano. Dust Transport in Protostellar Disks Through Turbulence and Settling. *Astrophysical Journal*, 708:188–201, January 2010.



- W. R. Ward. On disk-planet interactions and orbital eccentricities. *Icarus*, 73:330–348, February 1988.
- S.-i. Watanabe und D. N. C. Lin. Thermal Waves in Irradiated Protoplanetary Disks. *Astrophysical Journal*, 672:1183–1195, January 2008.
- S. J. Weidenschilling. The distribution of mass in the planetary system and solar nebula. *Astrophysics and Space Science*, 51:153–158, September 1977.
- J. C. Weingartner und B. T. Draine. Dust Grain-Size Distributions and Extinction in the Milky Way, Large Magellanic Cloud, and Small Magellanic Cloud. *Astrophysical Journal*, 548:296–309, February 2001.
- J. P. Williams und L. A. Cieza. Protoplanetary Disks and Their Evolution. *Annual Review of Astron and Astrophys*, 49:67–117, September 2011.
- S. Wolf. MC3D-3D continuum radiative transfer, Version 2. *Computer Physics Communications*, 150:99–115, February 2003.
- S. Wolf. Private Kommunikation, 2014.
- S. Wolf, T. Henning, und B. Stecklum. Multidimensional self-consistent radiative transfer simulations based on the Monte-Carlo method. *Astronomy and Astrophysics*, 349:839–850, September 1999.
- S. Wolf und L. A. Hillenbrand. Model Spectral Energy Distributions of Circumstellar Debris Disks. I. Analytic Disk Density Distributions. *Astrophysical Journal*, 596:603–620, October 2003.
- S. Wolf und N. V. Voshchinnikov. Mie scattering by ensembles of particles with very large size parameters. *Computer Physics Communications*, 162:113–123, September 2004.



# Danksagung

Für die Möglichkeit an diesem sehr spannenden Thema zu arbeiten, möchte ich Herrn Prof. Dr. Wolfgang Duschl herzlich danken. Er gab mir die Freiheit eigene Ideen auszuprobieren und umzusetzen und stand gleichzeitig jederzeit für Fragen und Anregungen zur Verfügung.

Mein besonderer Dank gilt auch Dr. Tobias Illenseer. Mit ihm konnte ich immer über meine Probleme und Ideen diskutieren und er hatte stets hilfreiche Ratschläge für mich. Auch für die vielen, teilweise kritischen, Nachfragen bin ich ihm sehr dankbar.

Für die sehr gute Zusammenarbeit möchte ich Dr. Jan-Philipp Ruge danken. Von ihm habe ich viel über Monte-Carlo-Strahlungstransportsimulationen und über die optischen Eigenschaften des Staubes in protoplanetaren Scheiben gelernt.

Ich danke den Mitgliedern der Arbeitsgruppen Duschl und Wolf für viele hilfreiche Diskussionen, Anregungen und die angenehme Arbeitsatmosphäre. Insbesondere möchte ich mich bei Roman Avramenko, Stefan Deschner und Dr. Tobias Illenseer für die konstruktive Kritik am Text dieser Arbeit bedanken. Auch Dr. Björn Sperling möchte ich herzlich danken. Er hat mir die Einarbeitung in FOSITE durch die geduldige Beantwortung all meiner Fragen sehr erleichtert.

Für die stets mit einem freundlichen Lächeln gewährte, unentbehrliche Hilfe bei technischen und bürokratischen Hindernissen danke ich Brigitte Kuhr und Holger Boll.

Meiner Familie, insbesondere Christian und meinen Eltern möchte ich für ihre Unterstützung danken. Sie haben sich mit mir über Erfolge gefreut und hatten stets ein aufmunterndes Wort für mich, wenn die Behebung eines Problems länger gebraucht hat, als geplant war. In diesem Zusammenhang danke ich auch meinen Freunden, besonders Melanie.



# Erklärung

Hiermit erkläre ich,

1. dass die Abhandlung, abgesehen von der Beratung durch meinen Betreuer, nach Inhalt und Form meine eigene Arbeit ist.
2. dass die Arbeit nicht bereits an anderer Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegen hat, nicht veröffentlicht worden ist und nicht zur Veröffentlichung eingereicht wurde.
3. dass die Arbeit unter Einhaltung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis der Deutschen Forschungsgemeinschaft entstanden ist.

Kiel, den \_\_\_\_\_  
Anna Feiler