Professionelle Kompetenz von Lehrkräften zum Handeln im Mathematikunterricht: Eine empirische Untersuchung fachspezifischer Anteile und kognitiver Erwerbsprozesse

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades
an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

COLIN JESCHKE

Kiel, Oktober 2019

Erstgutachter:	Prof. Dr. Aiso Heinze
Zweitgutachterin:	Prof. Dr. Anke M. Lindmeier
Tag der mündlichen Prüfung:	29.01.2020

Danksagung

Zu Beginn möchte ich mich bei allen Personen bedanken, ohne die diese Arbeit nicht zustande gekommen wäre. Als erstes möchte ich mich bei meinem Betreuer Prof. Dr. Aiso Heinze und meiner Betreuerin Prof. Dr. Anke Lindmeier bedanken, die mich für die Wissenschaft begeistern konnten. Ganz herzlichen Dank für die tolle Betreuung, die Förderung und die Gelegenheit, am IPN promovieren zu können.

Außerdem bedanke ich mich bei Prof. Dr. Olga Zlatkin-Troitschanskaia, Dr. Christiane Kuhn und Hannes Saas für die nette und äußerst konstruktive Zusammenarbeit im ELMaWi-Projekt. Mein Dank gilt auch Dr. Jessica Hoth, Prof. Dr. Anika Dreher und Prof. Dr. Simone Dunekacke für den fachlichen Rat, den sie mir immer geben konnten. Ich danke Dr. Irene Neumann dafür, dass sie mir gezeigt hat, wie man wissenschaftliche Texte auf Englisch schreibt. Auch danke ich Dr. Simon Grund für seine Unterstützung bei methodischen Fragen. Zudem danke ich Birke Weber, Lena Mehrens, Lena-Mareen Gotthard, Lukas Schramm, Lena Bergweiler, Philipp Kaiser und Mareike Schumacher für die unermüdliche und gewissenhafte Arbeit, die sie als Hilfskräfte in das ELMaWi-Projekt gesteckt haben. Ich danke meinen Kolleginnen und Kollegen am IPN und der Abteilung Didaktik der Mathematik für die zahlreichen anregenden Gespräche, die gegenseitige Unterstützung und das schöne Arbeitsumfeld in den letzten vier Jahren. Insbesondere danke ich Robert von Hering für seine wachen Augen beim Korrekturlesen dieser Arbeit.

Mein tiefer Dank gilt meiner Familie und meinen Freunden, die mich stets bei meinen Entscheidungen unterstützt und ermutigt haben. Insbesondere danke ich meinem Großvater, der mich in meinem Interesse an der Wissenschaft bestärkt hat. Danke, Anna-Lena, dass du mich durch diese Zeit begleitet hast. Euer Rückhalt gibt mir Kraft, meine Ziele zu verfolgen und zu erreichen.

Zusammenfassung

Professionelle Kompetenz von Lehrkräften ist eine zentrale Einflussgröße für den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht. In aktuellen Modellierungsansätzen umfasst professionelle Kompetenz dabei nicht nur Professionswissen, also beispielsweise Fachwissen oder fachdidaktisches Wissen, sondern zusätzlich eine Fähigkeit, dieses Wissen zur Bewältigung der typischen Anforderungen des Berufs einer Lehrkraft anzuwenden. Insbesondere müssen Lehrkräfte ihr Wissen zur Bewältigung spontaner Anforderungen des Unterrichtens – hier definiert als *aktionsbezogene Kompetenz* – sowie der Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung – hier definiert als *reflexive Kompetenz* – anwenden können. In der vorliegenden Arbeit wurden vier Studien durchgeführt, um Erkenntnisse zur aktionsbezogenen Kompetenz zu gewinnen. Hierzu wurden angehende und praktizierende Lehrkräfte auf ihre aktionsbezogene Kompetenz, ihre reflexive Kompetenz, ihr Fachwissen und ihr fachdidaktisches Wissen hin untersucht. Die Erfassung von aktionsbezogener Kompetenz geschah anhand videobasierter Instrumente, in denen Lehrkräfte auf authentische Unterrichtssituationen verbal und unter Zeitdruck antworteten. Auch die Erfassung reflexiver Kompetenz geschah durch Aufgaben zur Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung. Fachwissen und fachdidaktisches Wissen wurde mit Papier-Bleistift-Tests erfasst.

Der erste Teil dieser Arbeit (Studie 1–3) adressiert die Fragestellung, inwieweit sich in der aktionsbezogenen Kompetenz fachspezifische und fachübergreifende Anteile finden lassen. Hierzu wurden angehende und praktizierende Lehrkräfte mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften getestet. In Studie 1 wurden zunächst Zusammenhänge zwischen dem Fachwissen und dem fachdidaktischen Wissen in den Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften bei $N = 96$ Personen untersucht. Es zeigte sich ein substanzieller Zusammenhang zwischen dem Fachwissen in beiden Fächern und, unter Kontrolle dieses Zusammenhangs, ein zusätzlicher schwacher Zusammenhang zwischen dem fachdidaktischen Wissen in beiden Fächern. Dies weist darauf hin, dass das mathematische Professionswissen fachübergreifende Anteile umfassen könnte, die genauer untersucht werden müssen. Studie 2 – eine qualitative Fallstudie – zeigte für $N = 6$ ausgewählte Lehramtsstudierende mit substanziellem Fachwissen und fachdidaktischen Wissen in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften fachspezifische qualitative Unterschiede in der Fähigkeit, dieses Wissen für unterrichtliche Situationen anzuwenden. Studie 3 zeigte

auf Grundlage von $N = 96$ angehenden und praktizierenden Lehrkräfte, dass ein Zusammenhang zwischen der aktionsbezogenen Kompetenz in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften bei Kontrolle der Zusammenhänge zwischen dem Fachwissen und dem fachdidaktischen Wissen in beiden Fächern zum Großteil aufgeklärt wird. Die Studien 2 und 3 geben somit Hinweise darauf, dass die Fähigkeit von Mathematiklehrkräften zur Anwendung von Fachwissen und fachdidaktischem Wissen für das Unterrichten im Wesentlichen fachspezifisch ist. Für die Lehramtsausbildung deuten die Ergebnisse darauf hin, dass Lerngelegenheiten für die Fähigkeit zur Anwendung von Fachwissen und fachdidaktischem Wissen mit engem Bezug zum Fach gestaltet werden sollten.

Der zweite Teil dieser Arbeit (Studie 4) adressiert die Fragestellung, inwieweit sich die reflexive Kompetenz von angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften auf deren aktionsbezogene Kompetenz auswirken könnte. Um dies zu untersuchen, wurden Zusammenhänge zwischen dem Fachwissen, fachdidaktischen Wissen, der reflexiven Kompetenz und der aktionsbezogenen Kompetenz bei $n = 116$ Mathematik-Lehramtsstudierenden und $n = 110$ Mathematiklehrkräften mit mindestens fünf Monaten Praxiserfahrung analysiert. Die Ergebnisse zeigten sowohl für Lehramtsstudierende als auch für Personen mit Praxiserfahrung eine vollständige Mediation des Zusammenhangs zwischen dem Fachwissen, fachdidaktischen Wissen und der aktionsbezogenen Kompetenz durch die reflexive Kompetenz. Dies liefert Hinweise darauf, dass die reflexive Kompetenz hilft, das Fachwissen und fachdidaktische Wissen für das Unterrichten verfügbar zu machen. Wird diese Annahme durch zukünftige Studien gestützt, kann für die Lehramtsausbildung gefolgert werden, dass geeignete Lerngelegenheiten zur Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung auch den Erwerb von aktionsbezogener Kompetenz fördern könnten.

Abstract

Teacher competence impacts students learning in mathematics. To describe teacher competence, recent models include not only teacher knowledge, such as content knowledge and pedagogical content knowledge, but also an ability to apply that knowledge to master the typical demands of teaching. In particular, teachers need to apply their knowledge to master the spontaneous demands of teaching—here defined as *action-related competence*—and the demands of preparing and post-processing instruction—here defined as *reflective competence*. In this thesis, four studies have been conducted to get insights about teachers' action-related competence. To this end, pre-service and in-service teachers' action-related competence, reflective competence, content knowledge and pedagogical content knowledge were analyzed. Action-related competence was assessed using video-based instruments, in which teachers verbally react to authentic teaching situation under time pressure. Similarly, reflective competence was assessed using tasks about preparing and post-processing instruction. Content knowledge and pedagogical content knowledge were assessed using paper-pencil tests.

The first part of this thesis focuses to investigate whether action related competence in one subject may encompass aspects that teachers can use for teaching another subject. For that, pre-service and in-service teachers who teach both mathematics and economics were consulted. First, in study 1, relationships between content knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics and economics for $N = 96$ pre- and in-service teachers were investigated. The results show a substantial relationship between the content knowledge in both subjects and, when controlling for this relationship, another weak relationship between pedagogical content knowledge in both subjects. This indicates that mathematical teacher knowledge could encompass aspects that are usable for both subjects, which should be further explored. In study 2—a qualitative case study—$N = 6$ selected pre-service teachers with substantial content and pedagogical content knowledge in both mathematics and economics were investigated. The results showed considerable qualitative differences in their' ability to apply mathematical and economical knowledge for teaching. In study 3, a relationship between the action-related competence in mathematics and economics for $N = 96$ pre-service and in-service teachers, was almost completely explained by relationships of the content knowledge and pedagogical content knowledge in both subjects. Therefore, studies

2 and 3 give evidence that mathematics teachers' ability to apply content knowledge and pedagogical content knowledge is mainly subject-specific. With respect to teacher training, this evidence may suggest that learning opportunities for the ability to apply knowledge should be designed with close connection to the subject.

The second part of this thesis (study 4) focuses on how (pre-service) teachers' reflective competence may affect their action-related competence. To investigate this, relationships of content knowledge, pedagogical content knowledge, reflective competence and action-related competence of $N = 116$ pre-service and $N = 110$ in-service mathematics teachers with at least five month in-service teaching experience were explored. The results showed for both, the pre-service and the in-service teachers, that the relationship between mathematics teacher knowledge (content knowledge and pedagogical content knowledge) and action-related competence was mediated by reflective competence. This provides evidence for the assumption that reflective competence helps to make a mathematics teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge accessible for teaching. If similar evidence can be found in future studies, this would suggest properly designed learning opportunities for planning and post-processing instruction may foster pre-service teachers action related competence.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung III

Zusammenfassung V

Abstract IX

1 Einleitung 1

2 Theoretischer Hintergrund 3

2.1 Aspekte professioneller Kompetenz: Analytische Zugänge 3

2.1.1 Professionelles Wissen von Lehrkräften nach Shulman 4

2.1.2 Mathematics Knowledge for Teaching 5

2.1.3 Das Kompetenzmodell von COACTIV 7

2.1.4 Das Kompetenzmodell von MT21 und TEDS-M 10

2.1.5 Professionelles Wissen in KiL und KeiLa 12

2.2 Aspekte professioneller Kompetenz: Situierte Zugänge 14

2.2.1 Usable Knowledge 14

2.2.2 Professional Vision, Noticing und angelehnte Konstrukte 16

2.2.3 Das Kompetenzmodell nach Blömeke, Gustaffson und Shavelson . . . 17

2.3 Zusammenfassung: Analytische und situierte Ansätze 21

2.4 Das Kompetenzmodell nach Lindmeier 22

2.4.1 Anforderungen an Lehrkräfte und deren kognitive Verarbeitung . . . 22

2.4.2 Aspekte professioneller Kompetenz im Modell nach Lindmeier 23

2.4.3 Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung des Modells nach Lindmeier 24

2.4.4 Adaption für Grundschul-Mathematiklehrkräfte 25

2.4.5 Adaption für den Elementarbereich 27

2.4.6 Adaption für das Fach Physik 27

2.4.7 Erfassung von AC anhand von Unterrichtssimulationen 29

2.4.8 Zusammenfassung und Einordnung des Modells nach Lindmeier . . . 30

2.5 Forschungsdesiderate zur Aktionsbezogenen Kompetenz 31
2.6 Forschungsstand zur Fachspezifität professioneller Kompetenz von Lehrkräften 32
2.6.1 Fachspezifität professioneller Kompetenz in analytischen Ansätzen . . 33
2.6.2 Fachspezifität professioneller Kompetenz in situierten Ansätzen . . . 35
2.6.3 Zusammenfassung 36
2.7 Forschungsstand zum Erwerb der Fähigkeit zur Anwendung des Wissens . . 37
2.7.1 Erklärungsansätze für das Ausbleiben von Wissensanwendung 37
2.7.2 Kognitionsmodell zur Anwendung von Wissen 38
2.7.3 Transformation von Professionswissen zu unterrichtlichem Handeln nach Stender, Brückmann und Neumann 40
2.7.4 Zusammenfassung 41

3 Die vier Studien dieser Arbeit 43
3.1 Studie 1 44
3.2 Studie 2 46
3.3 Studie 3 47
3.4 Studie 4 48

4 Stichproben und Instrumente 51
4.1 Stichproben 51
4.2 Instrumente 53
4.2.1 Aktionsbezogene Kompetenz (AC) 53
4.2.2 Reflexive Kompetenz (RC) 56
4.2.3 Fachbezogenes Professionswissen 58
4.2.4 Allgemeine kognitive Fähigkeiten 62
4.2.5 Testumfang und Testablauf 62

5 Zusammenfassungen der vier Studien 65
5.1 Studie 1 65
5.2 Studie 2 66
5.3 Studie 3 68
5.4 Studie 4 70

6 Diskussion 73
6.1 Zusammenfassung und Einordnung der Studien in den Forschungsstand . . 73
6.1.1 Fachspezifische und fachübergreifende Anteile von AC 73
6.1.2 Erwerbsprozesse für die Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen für das Unterrichten 77

6.2 Limitationen dieser Arbeit 78
6.3 Implikationen für zukünftige Untersuchungen der Struktur von AC 80
6.4 Implikationen für den Erwerb von AC 81

A Artikel zu Studie 1 **i**

B Artikel zu Studie 2 **xv**

C Artikel zu Studie 3 **xxxi**

D Artikel zu Studie 4 **xlv**

E Inhaltliche Zusammensetzung der Wissensskalen **lxxi**

Abbildungsverzeichnis **lxxv**

Tabellenverzeichnis **lxxvii**

Literaturverzeichnis **lxxix**

Eidesstattliche Erklärung **xcv**

1 Einleitung

Die Lehrkraft ist eine zentrale Einflussgröße für den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern. Diese Annahme ist nicht nur grundlegend für die meisten Modelle von schulischem Lernen (Fend, 1998; Seidel, 2014; Terhart, 2012), sondern wird auch durch empirische Befunde gestützt (Brühwiler & Blatchford, 2011; Hattie, 2009). Welche Aspekte professioneller Kompetenz – also welches Wissen, welche Fähigkeiten und welche affektiv-motivationalen Eigenschaften – eine Lehrkraft aufweisen muss, damit sie ein qualitativ hochwertiges Lernangebot schaffen sowie die Lernenden in ihren Lernaktivitäten effektiv begleiten kann, ist nach jahrzehntelanger Forschung noch nicht abschließend geklärt.

Frühere Modelle professioneller Kompetenz legten einen Schwerpunkt auf das Professionswissen von Lehrkräften (z. B. Baumert & Kunter, 2011). Neben dem *Fachwissen* erhielt insbesondere das *fachdidaktische Wissen* (Shulman, 1986) eine große Aufmerksamkeit. Als „specialized amalgam of content and pedagogy that is uniquely the province of teachers“ (Shulman, 1987, S. 8) gilt es nach wie vor als ein für Fachlehrkräfte zentrales Wissenskonstrukt, das sowohl ein Verständnis des Fachs als auch fachübergreifende Kenntnisse über Lernprozesse und Unterricht erfordert (Depaepe, Verschaffel & Kelchtermans, 2013). Dennoch wurde zunehmend Kritik geäußert, dass ein zu eingeschränkter Blick auf das Wissen von Lehrkräften deren Handlungsfähigkeiten außer Acht lassen könnte (z. B. Besser & Krauss, 2009). Folglich wurden bei aktuelleren Modellierungen von professioneller Kompetenz die realen Anforderungen des Berufs einer Lehrkraft stärker berücksichtigt (Blömeke et al., 2014). In solchen *situierten* Zugängen wird die *Anwendung* des Professionswissens zur Bewältigung von Anforderungen fokussiert (Renkl, Mandl & Gruber, 1996; Stürmer, Könings & Seidel, 2013). Modernere Erfassungsmethoden wie beispielsweise Videovignetten werden verwendet, um die typischen Anforderungen des Berufs einer Lehrkraft möglichst realitätsgetreu und valide abzubilden (Blömeke et al., 2014; Kersting, 2008; Lindmeier, 2011).

Einem situierten Zugang folgend definierte Lindmeier (2011) ein Modell professioneller Kompetenz von Lehrkräften, dass einerseits eine Befähigung zur Bewältigung spontaner Anforderungen des Unterrichtens, *Aktionsbezogene Kompetenz* (Action-Related Competence, AC), und andererseits eine Befähigung zur Bewältigung von Anforderungen der Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung, *Reflexive Kompetenz* (Reflective Competence,

RC), umfasst. Lehrkräfte benötigen demzufolge AC, um während des Unterrichtens beispielsweise passende Rückmeldung zu einer Schülerfrage zu geben. Lehrkräfte benötigen dagegen RC, um beispielsweise Unterricht zu planen oder zu analysieren. Es wird davon ausgegangen, dass AC und RC fachbezogenes Wissen (Fachwissen und fachdidaktisches Wissen) enthalten, darüber hinaus jedoch auch eine Fähigkeit, dieses Wissen in den Anforderungssituationen anzuwenden.

Trotz Fortschritten bei der Modellierung und Erfassung professioneller Kompetenz von Mathematiklehrkräften (z. B. Blömeke et al., 2014) sind zentrale Fragen zum Erwerb von AC und RC bislang nicht geklärt. So ist unklar, inwieweit Aspekte von AC in einem Fach (z. B. in Mathematik) auf das Unterrichten eines anderen Fachs übertragen werden können (vgl. Beck, 2005; Bromme, 2006). Dies betrifft einerseits Aspekte des fachbezogenen Professionswissens und andererseits die Fähigkeit, dieses Wissen für Anforderungssituationen des Unterrichtens anzuwenden. Empirische Befunde zu dieser Frage sind auch deshalb kaum vorhanden, da Lehrkräfte zumeist nur in einem ihrer Schulfächer untersucht wurden. Weiterhin gibt es kaum gesicherte Erkenntnisse auf die Frage, wie die Fähigkeit zur Anwendung des Professionswissens für das Unterrichten erworben wird. Zwar wird die Kompetenz zur Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung (RC) als förderlich für das spontane Handeln im Unterricht (AC) angenommen (z. B. Stender, Brückmann & Neumann, 2015), quantitative empirische Evidenz für diese Vermutung gibt es jedoch bislang nicht.

Vor diesem Hintergrund wird in der vorliegenden Arbeit über insgesamt vier Studien berichtet. Die Studien 1–3 adressieren fachspezifische und fachübergreifende Anteile von AC. Hierzu werden Fachwissen, fachdidaktisches Wissen und AC bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften analysiert. Zunächst werden Zusammenhänge zwischen dem fachspezifischen Professionswissen in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften untersucht (Studie 1). Basierend auf diesen Ergebnissen werden Zusammenhänge zwischen AC in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften mit qualitativen (Studie 2) und quantitativen (Studie 3) Methoden untersucht. Schließlich werden Zusammenhänge zwischen Fachwissen, fachdidaktischem Wissen, RC und AC bei angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften analysiert (Studie 4).

2 Theoretischer Hintergrund

Die Konzeptualisierung und Operationalisierung von Modellen für professionelle Kompetenz von Lehrkräften sind zentrale Voraussetzung für die Erforschung und Verbesserung der Lehramtsausbildung. Folgt man der Definition von Weinert (2002), so bezeichnet dabei Kompetenz „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (S. 27 f.). Jedoch gibt es in der Professionsforschung konkurrierende Zugänge, diese oder ähnliche Definitionen von Kompetenz für Lehrkräfte auszudifferenzieren und zu operationalisieren (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015; Kaiser et al., 2017). Die meisten Ansätze lassen sich dabei entweder einem *analytischen* (auch *kognitiven*) Zugang oder einem situierten (auch *holistischen*) Zugang zuordnen. Die Wahl des Zugangs bestimmt dabei maßgeblich die Art und Weise, wie professionelle Kompetenz von Lehrkräften empirisch untersucht wird (Depaepe et al., 2013).

2.1 Aspekte professioneller Kompetenz: Analytische Zugänge

Insbesondere frühe Arbeiten zur Profession von Lehrkräften nahmen in der Regel eine analytische Perspektive ein. Bei diesem Zugang wird versucht, die für den Beruf der Fachlehrkraft relevanten und funktionalen kognitiven und nicht-kognitiven Fähigkeiten, Fertigkeiten und Merkmale zu identifizieren (Baumert & Kunter, 2011; Kaiser et al., 2017). Dies sind zumeist wohldefinierte, isoliert messbare Attribute, von denen entweder nachgewiesen ist oder theoretisch angenommen werden kann, dass sie einen positiven Effekt auf das professionelle Handeln einer Lehrkraft haben (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015). Analytische Zugänge legen dabei zumeist einen Schwerpunkt auf das professionelle Wissen von Lehrkräften (Ball, Thames & Phelps, 2008; Baumert et al., 2011; Blömeke, Felbrich & Müller, 2008; Kleickmann et al., 2014), dessen Konzeptualisierung wesentlich durch Shulman (1986) geprägt wurde.

2.1.1 Professionelles Wissen von Lehrkräften nach Shulman

Shulman (1986, 1987) schlug bereits Mitte der 1980er Jahre ein theoretisches Rahmenmodell für die Wissenbasis von Lehrkräften vor. Dabei kritisierte Shulman (1986) einen Mangel an Konzeptualisierungen für das Zusammenspiel von pädagogischen und fachlichen Kenntnissen einer Lehrkraft. Shulman (1986) adressierte diese Lücke, die er als das „missing paradigm“ (S. 7) bezeichnete, indem er eine Ausdifferenzierung der Wissensbasis von Lehrkräften in vier Kategorien vorschlug: das *allgemeine pädagogische* Wissen (*general pedagogical knowledge*), das Fachwissen (*content knowledge*, CK)[1], das *fachdidaktische* Wissen (*pedagogical content knowledge*, PCK) und das *curriculare* Wissen (*curricular knowledge*).

Das allgemeine pädagogische Wissen beinhaltet laut Shulman (1987) ein Wissen über die umfangreichen Prinzipien und Strategien der Klassenführung und -organisation, die über das fachliche Wissen hinausgehen. Diese Kategorie wurde von Shulman (1987), aber auch von weiteren Autorinnen und Autoren nach ihm (Baumert & Kunter, 2006, 2011; Tatto et al., 2012), als fachunspezifisch charakterisiert und somit konzeptuell klar vom fachlichen Wissen, also insbesondere von CK und PCK, abgegrenzt (vgl. König, Doll et al., 2018). Das CK bezeichnet laut Shulman (1986) die Menge und Organisation des Wissens über das Fach per se, während das PCK darüber hinaus ein Wissen über das Unterrichten eines Fachs umfasst. Insbesondere das PCK gilt als zentrale Voraussetzung, die eine Lehrperson auf der kognitiven Ebene dazu befähigt, die ‘Sache’ in den pädagogischen Kontext des Lehrens und Lernens zu stellen (Kennedy, 1990; König, Doll et al., 2018; Shulman, 1986, 1987).

Shulman (1987) erweiterte diese Wissenstypologie kurze Zeit später um die fachübergreifenden Kategorien *Psychologie des Lerners* (*knowledge of learners and their characteristic*s), *Organisationswissen* (*knowledge of educational contexts*) und *erziehungsphilosophisches, bildungstheoretisches und bildungshistorisches Wissen* (*knowledge of educational ends, purposes, and values, and their philosophical and historical grounds*), jedoch ohne Anspruch auf Vollständigkeit (vgl. Baumert & Kunter, 2011). Nur die Unterscheidung zwischen allgemeinem pädagogischen Wissen, CK und PCK hat sich derart durchgesetzt, dass sie in fast allen Übersichtsarbeiten zu professionellem Wissen von Lehrkräften aufgegriffen wird (vgl. Baumert & Kunter, 2011; König, Doll et al., 2018).

Nach Shulman (1986) können diese Wissenskategorien bei Lehrkräften in drei *Formen* (auch *Repräsentationen*) vorliegen: *propositional*, *fallbezogen* oder *strategisch*. Propositionales Wissen (*propositional knowledge*) ist dabei in der Regel vom konkreten Anwendungskon-

[1] Das Fachwissen wird von Shulman (1986) als subject-matter content knowledge eingeführt, aber u. a. im darauffolgenden Satz nur als content knowledge bezeichnet. Zuvor betont er jedoch, dass es sich sowohl beim subject-matter content knowledge als auch beim pedagogical content knowledge und curricular knowledge um verschiedene Formen des content knowledge handelt. Dieser scheinbare Widerspruch wird von Shulman (1986) diskutiert. In dieser Arbeit wird, wie gemeinhin üblich, content knowledge und subject matter content knowledge miteinander identifiziert.

text losgelöst (*dekontextualisiert*) und wird von angehenden Lehrkräften hauptsächlich in der Lehramtsausbildung aufgebaut (Shulman, 1986, vgl. *deklaratives* Wissen in Abschnitt 2.7.2). Im Gegensatz dazu ist das fallbezogene Wissen (*case knowledge*) deutlich anwendungsorientierter. Es ist dabei nicht nur als ein Wissen über Berichte konkreter Ereignisse oder Fälle zu verstehen, sondern vielmehr als ein Wissen über kontextspezifische, gut strukturierte und detailliert beschriebene Ereignisse, die als repräsentativ für einen bestimmten Sachverhalt angesehen werden können (Kuhn, 2014). Der Erwerb fallbezogenen Wissens geschieht dementsprechend durch Ereignisse in der schulischen Praxis (Shulman, 1986). Das strategische Wissen („strategic knowledge“) formiert und entwickelt sich schließlich auf Grundlage des propositionalen und fallbezogenen Wissens. Es bezeichnet Wissen, das die Lehrkraft zum Abwägen und Beurteilen verschiedener Strategien zur Lösung unterrichtlicher Problemsituationen befähigt, wobei sich die Strategien vor dem Hintergrund des propositionalen und fallbezogenen Wissens konstituieren (Kuhn, 2014). Laut Shulman (1986) ist dies die Wissensform, die die Arbeit einer Lehrkraft anleitet. In diesem Zusammenhang ist von Bedeutung, dass, obwohl diese Formen von Shulman (1986) getrennt wurden, sie jedoch als gleichwertige, sich gegenseitig beeinflussende Wissensaspekte zu sehen sind (Dick, 2009; Kuhn, 2014).

Das so von Shulman (1986, 1987) vorgeschlagene Modell von Professionswissen ist eine theoretisch-analytische Differenzierung von Wissenskomponenten und -formen, über die Lehrkräfte zur Bewältigung berufsbezogener Anforderungen verfügen müssen (Baumert & Kunter, 2006; Bremerich-Vos & Dämmer, 2013; Bromme, 2001; König, Doll et al., 2018). Es korrespondiert mit den heute etablierten wissenschaftlichen Disziplinen (Fachdisziplin, Fachdidaktik, Pädagogik bzw. pädagogische Psychologie und Bildungswissenschaft), die typische Komponenten der universitären Lehrerausbildung darstellen (KMK, 2004, 2008; vgl. König, Doll et al., 2018). Jedoch beschreibt Shulman (1986, 1987) die Komponenten professionellen Wissens von Lehrkräften auf einer allgemeinen Ebene und lieferte kaum Informationen darüber, wie diese für einzelne Fächer (z. B. Mathematik) auszudifferenzieren oder zu operationalisieren sind (z. B. Dreher, Lindmeier, Heinze & Niemand, 2018). Dadurch blieb auch ein Nachweis der angenommenen konzeptuellen Trennbarkeit der Konstrukte CK und PCK (vgl. Hill, Schilling & Ball, 2004) sowie PCK und pädagogischem/pädagogisch-psychologischem Wissen (vgl. König, Doll et al., 2018) unklar.

2.1.2 Mathematics Knowledge for Teaching

Aufbauend auf der Arbeit von Shulman entwickelte die Arbeitsgruppe um Deborah Ball an der University of Michigan (‘Michigan Group’) ein differenzierteres Modell von fachspezifischem Wissen von Mathematik-Grundschullehrkräften (Ball, 1990, 2000; Ball & Bass,

2003; Ball et al., 2008; Hill, Ball, Blunk, Goffney & Rowan, 2007; Hill & Chin, 2018; Hill, Rowan & Ball, 2005; Hill et al., 2004). Dieses, als *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) bekannte Modell, ist eine Verfeinerung („refinement“) des Modells von Shulman (1986) und unterscheidet jeweils drei Unterkategorien des CK und PCK (Ball et al., 2008, S. 402; s. auch Abbildung 2.1). Bezüglich des CK wird das *common content knowledge* – ein mathematisches Alltagswissen, über das jeder gebildete Erwachsene verfügen sollte – und das *specialized content knowledge* – ein Wissen, das Lehrkräfte über spezielles Training und Berufserfahrung erreichen – unterschieden (Kunter & Baumert, 2011). Das specialized content knowledge ist beispielsweise nötig, um zu entscheiden, ob ein unerwarteter Lösungsweg von Lernenden auch allgemein funktionieren würde, oder ob ein Inhalt aus dem Schulbuch mathematisch korrekt ist (Ball et al., 2008; Heinze, Dreher, Lindmeier & Niemand, 2016). Eine dritte Kategorie des CK, die als *horizon content knowledge* bezeichnet wird und ein Wissen über die Zusammenhänge der (Schul-)Mathematik enthält, wurde von Ball et al. (2008) zwar beschrieben, jedoch nicht im Detail konzeptualisiert oder operationalisiert (Dreher et al., 2018; Lindmeier, 2011). Bezüglich des PCK wird das *knowledge of content and students* – ein Wissen, das mathematische Inhalte mit Schülervorstellungen verbindet (Kunter & Baumert, 2011) – das *knowledge of content and teaching* – ein Wissen über das Unterrichten von Mathematik – und das *knowledge of content and curriculum* – ein curriculares mathematisches Wissen – unterschieden (Ball et al., 2008).

Dieses Modell bildete die Grundlage für die Untersuchung mathematischen Professionswissens im Projekt *Learning Mathematics for Teaching* (LMT; Ball et al., 2008). Betrachtet wurden hierbei jedoch nur die Konstrukte common content knowledge, specialized content knowledge und knowledge of content and students, für die standardisierte Papier-Bleiftift-Tests entwickelt wurden (für Beispielitems s. Ball & Hill, 2008). Bifaktor-Analysen der IRT-skalierten Daten zeigten, dass sich ein Großteil der erklärbaren Kommunalität der drei betrachteten Kategorien mathematischen Professionswissens durch einen einzelnen Faktor erklären ließ ($\geqslant$ 72.5 %[2]), während eine Unterscheidung zwischen Kategorien des CK (common content knowledge und specialized content knowledge) und PCK (knowledge of content and students) höchstens weitere 27.5 % erklärte (Hill et al., 2004). Die zusätzlich erklärte Varianz durch Hinzunahme der Differenzierung der Teilaspekte von CK und PCK interpretierten Hill et al. (2004) jedoch als erste empirische Evidenz für die konzeptuelle Trennbarkeit der Konstrukte.

Als eines der zentralen Ergebnisse des LMT-Projekts gelang es Hill et al. (2005) für jeweils eine Stichprobe aus 334 Mathematiklehrkräften der 1. Klasse (1190 Lernende) und 365 Mathematiklehrkräften der 3. Klasse (1773 Lernende) einen signifikanten Effekt des

[2]In Anlehnung an die englischsprachige Konvention wird in dieser Arbeit der Punkt als Dezimaltrennzeichen verwendet (vgl. AERA, APA & NCME, 2014).

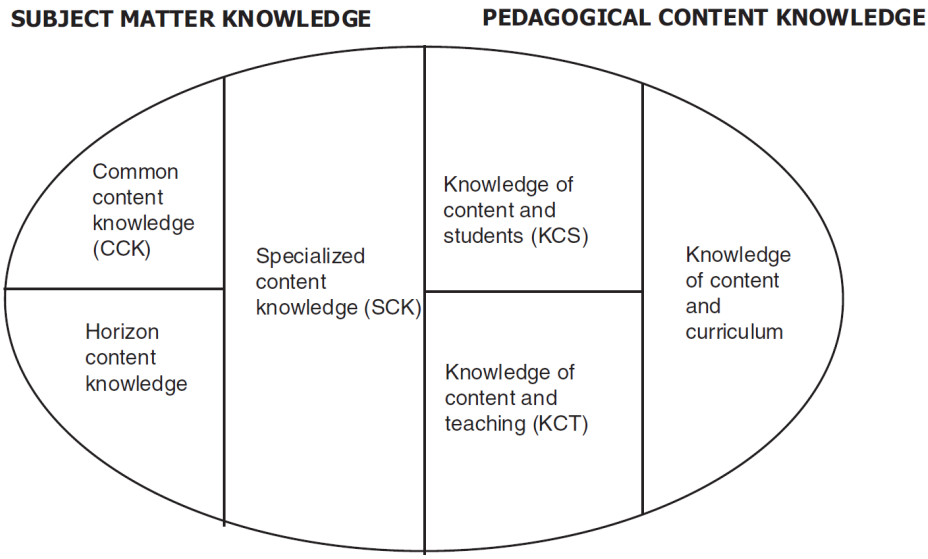


Abbildung 2.1: Kategorien des Mathematics Knowledge for Teaching (MKT) nach Ball et al. (2008).

CK (aggregierte Skala aus common content knowledge und specialized content knowledge) auf den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern in Mathematik über ein Jahr zu zeigen. Außerdem zeigten Hill et al. (2008) in einer qualitativen Studie mit 10 Grundschul-Mathematiklehrkräften einen positiven Zusammenhang zwischen dem CK und der Unterrichtsqualität der Lehrkräfte (ermittelt durch standardisierte Bewertung videographierter Unterrichtsstunden), die als Vermittler zwischen dem Professionswissen der Lehrkraft und Lernerfolg bei Schülerinnen und Schülern angenommen wurde. Eine detaillierte Analyse der Rolle des PCK (bzw. entsprechender Teilkategorien des MKT) fehlt jedoch bei diesen Studien.

2.1.3 Das Kompetenzmodell von COACTIV

Ein umfassendes analytisches Modell professioneller Kompetenz für das sowohl professionelle Wissensdimensionen als auch motivational-affektive Aspekte bei Lehrkräften umfassend konzeptualisiert wurden, entstand im Rahmen des Projekts 'Cognitive Activation in the Classroom' (Kunter et al., 2011, COACTIV). Übergeordnetes Ziel des Projekts war die Untersuchung der Genese, Struktur und Handlungsrelevanz professioneller Kompetenz von Lehrkräften (Baumert et al., 2011). Ziel der Konzeptualisierung professioneller Kompetenz war es, die „individuellen Merkmale zu identifizieren, die Lehrkräfte für die erfolgreiche Bewältigung ihrer beruflichen Anforderungen benötigten" (Baumert & Kunter, 2011, S. 29). Professionelle Kompetenz umfasst bei COACTIV vier Kompetenz*aspekte* (Baumert & Kunter, 2011): (1) *Professionswissen*, (2) *professionelle Werte, Überzeugungen, subjektive Theo-*

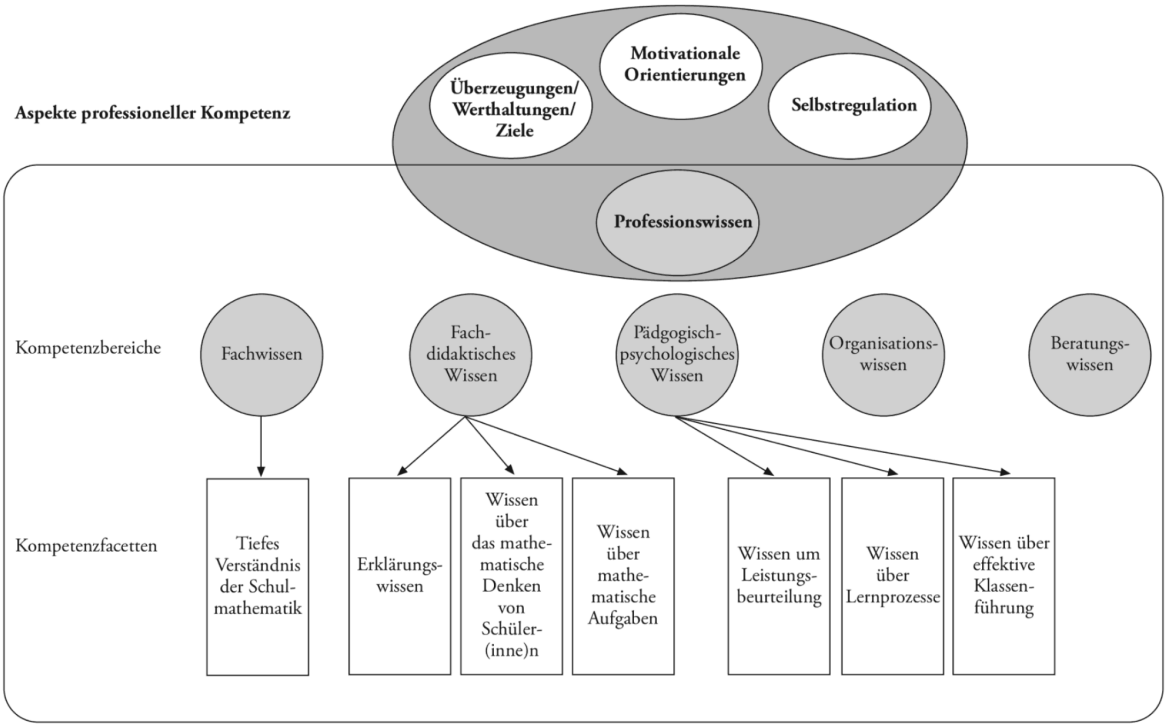


Abbildung 2.2: Das Kompetenzmodell von COACTIV mit Spezifikationen für das Professionswissen ('pädagogisch-psychologisches Wissen' unvollständig) nach Baumert und Kunter (2011).

rien, normative Präferenzen und Ziele, (3) *motivationale Orientierungen* und (4) *Fähigkeiten der professionellen Selbstregulation* (s. Abbildung 2.2).

Hinsichtlich des Professionswissens werden weiterhin die Kompetenz*bereiche* CK, PCK, pädagogisch-psychologisches Wissen sowie *Organisationswissen* und *Beratungswissen* unterschieden. Für das CK unterscheiden Krauss et al. (2011) vier *Ebenen*: *mathematisches Alltagswissen*, *Beherrschung des Schulstoffs*, *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt* und *reines universitäres Wissen*. Für die Operationalisierung des CK wurde dabei die dritte Ebene fokussiert, die ein tieferes Verständnis der Fachinhalte der Mittelstufe widerspiegelt (Krauss et al., 2011). Für das PCK wurden wiederum drei unterschiedliche *Facetten* unterschieden (Baumert & Kunter, 2011; Krauss et al., 2011):

- Das *Wissen über multiple Repräsentations- und Erklärungsmöglichkeiten mathematischer Inhalte* (auch *Erklärungswissen*), das Lehrkräfte dazu befähigt, beispielsweise eine adaptive Erklärung bei einem lokalen Verständnisproblem (etwa warum $(-1)(-1) = +1$ ist) zu geben (vgl. Fischer & Malle, 1985; Hefendehl-Hebeker, 1996).

- Das *Wissen über typische Schülerfehler und -schwierigkeiten* (auch *Wissen über fachbezogene Schülerkognitionen*), das Lehrkräfte dazu befähigt, beispielsweise Fehlkonzeptionen oder häufig auftretende Fehler oder Fehlerstrategien zu erkennen sowie das Wis-

sen und die Verständnisprobleme von Lernenden zu diagnostizieren (vgl. Malle, 1993; Matz, 1982).

– Das *Wissen über das didaktische und diagnostische Potenzial mathematischer Aufgaben* (auch *Wissen über mathematische Aufgaben*), das Lehrkräfte dazu befähigt, die kognitiven Anforderungen und impliziten Wissensanforderungen von Aufgaben, ihre Sequenzierung und langfristige curriculare Anordnung einzuschätzen (vgl. Bromme, Seeger & Steinbring, 1990; Christiansen & Walther, 1986; Große, 2005).

In COACTIV wurden sowohl das CK als auch das PCK mit offenen, schriftlichen Testinstrumenten operationalisiert (Baumert & Kunter, 2011; für Itembeispiele s. Krauss et al., 2011). Innerhalb des pädagogisch-psychologischen Wissens wurden in COACTIV fünf verschiedene Facetten unterschieden: *Wissen über Klassenführung*, *Wissen über Unterrichtsmethoden*, *Wissen über Leistungsbeurteilung*, *Wissen über Lernprozesse* und *Wissen über individuelle Besonderheiten* (Baumert & Kunter, 2011; Voss & Kunter, 2011). Das pädagogisch-psychologische Wissen wurde dabei fachunabhängig konzeptualisiert (Voss & Kunter, 2011). Während für die Operationalisierung in der COACTIV-Hauptstudie nur auf Selbstberichte der Lehrkräfte zurückgegriffen wurde, erfolgte für die Anschlussstudie COACTIV-Referendariat die Entwicklung standardisierter Videovignetten-Items (nur Facette Klassenführung) und Papier-Bleistift-Items (für Itembeispiele s. Voss & Kunter, 2011). Das Organisationswissen und das Beratungswissen wurden in COACTIV nicht konzeptualisiert.

Hinsichtlich der motivational-affektiven Aspekte professioneller Kompetenz wurden als einzige Repräsentanten des Kompetenzaspekts 'professionelle Werte, Überzeugungen, subjektive Theorien, normative Präferenzen und Ziele' die professionellen Überzeugungen von Mathematiklehrkräften fachbezogen betrachtet (Baumert & Kunter, 2011). Hierbei wurden die *epistemologischen Überzeugungen zu Mathematik* und die *Überzeugungen über das Lernen und Lehren von Mathematik* operationalisiert (für Itembeispiele s. Voss, Kleickmann, Kunter & Hachfeld, 2011). Die motivationale Orientierung wurde mathematikbezogen in Form des *Enthusiasmus am Fach Mathematik* (z. B. „Ich bin selbst noch immer vom Fach begeistert") und andererseits in Form des *Enthusiasmus am Unterrichten* („Mir macht das Unterrichten von Mathematik in dieser Klasse großen Spaß") untersucht (Kunter, 2011, S. 263). Die professionelle Selbstregulation – das heißt „die Fähigkeit, im beruflichen Kontext effektiv mit den eigenen Ressourcen haushalten zu können" (Klusmann, 2011, S. 277) – wurde nicht fachbezogen konzeptualisiert und mit einem nicht-lehramtsspezifischen Instrument erfasst (z. B. „Bei der Arbeit kenne ich keine Schonung"; Schaarschmidt & Fischer, 1997).

Den Analysen der COACTIV-Studie lag eine Stichprobe aus $N = 229$ Mathematiklehrkräften zugrunde, dessen Schülerinnen und Schüler am *Programme for International Stu-*

dent Assessment (PISA) 2003 teilnahmen (Krauss, Neubrand et al., 2008). Die Ergebnisse für das fachspezifische Wissen zeigten eine latente Korrelation der Wissenskonstrukte CK und PCK von .79 auf, wobei sich diese Korrelation signifikant von 1 unterscheidet (Krauss, Baumert & Blum, 2008; Krauss et al., 2011). Jedoch zeigte sich für die Teilstichprobe der gymnasialen Lehrkräfte ($n = 85$) eine nicht mehr von 1 unterscheidbare Korrelation von .96 (nichtgymnasiale Lehrkräfte: .61, $n = 113$). Krauss et al. (2011) begründen dies mit einer stärkeren Vernetzung von (prinzipiell trennbaren) Wissensarten. Eine Analyse der Zusammenhänge zwischen PCK und pädagogisch-psychologischem Wissen wurde nicht vorgenommen. CK und PCK erwiesen sich zudem als prädiktiv für die Mathematikleistungen der Lernenden (Längsschnitt mit $N = 181$ und $N = 4353$ Lernenden). Dieser Effekt des PCK wurde vollständig durch Aspekte der Unterrichtsqualität (*kognitive Aktivierung*, *konstruktive Unterstützung der Lernenden*; für Details s. Kunter & Voss, 2011) mediiert. Das PCK zeigte eine substanziell größere Vorhersagekraft für den Lernfortschritt der Lernenden und die Unterrichtsqualität als das CK (Kunter & Baumert, 2011). Auf ähnliche Weise wird ein signifikanter Effekt der mathematikbezogenen Überzeugungen auf die Mathematikleistungen der Lernenden vollständig durch die Unterrichtsqualität (kognitive Aktivierung, konstruktive Unterstützung) mediiert (Voss et al., 2011). Für die motivationale Orientierung der Lehrkräfte wurde ein signifikanter Effekt des Enthusiasmus für das Unterrichten sowohl auf die Schülerleistung als auch auf die drei betrachteten Aspekte der Unterrichtsqualität (Schüler-Ratings zu *Klassenführung*, kognitive Aktivierung, konstruktive Unterstützung) gefunden, wohingegen der Enthusiasmus für das Fach keinerlei Effekt zu haben schien (s. Kunter, 2011). Hinsichtlich der Selbstregulation erreichten Lehrkräfte mit hohen selbstregulativen Fähigkeiten (bei gleichzeitig hohem Engagement) signifikant höhere Schüler-Ratings bezüglich Unterrichtsqualität (kognitive Aktivierung, konstruktive Unterstützung, *Angemessenheit des Unterrichtstempos*; s. Klusmann, 2011).

2.1.4 Das Kompetenzmodell von MT21 und TEDS-M

Ein Ziel der Studie *Mathematics Teaching in the 21st Century* (MT21; Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008; Schmidt et al., 2007) und der Anschlussstudie *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M; Tatto et al., 2008) war die Untersuchung professioneller Kompetenz von angehenden Lehrkräften der Mathematik in Abhängigkeit von unterschiedlichen individuellen und institutionellen Faktoren, insbesondere der Lehramtsausbildung, im internationalen Vergleich. Sowohl die theoretische Konzeption als auch die entwickelten Instrumente für Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I wurden für die Folgestudie TEDS-M weitestgehend übernommen (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010b; Döhrmann,

Kaiser & Blömeke, 2010) sowie auf Primarstufen-Mathematiklehrkräfte erweitert (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2010a).

In MT21 und TEDS-M umfasst professionelle Kompetenz einerseits das Professionswissen und andererseits fachbezogene Beliefs (Blömeke, Felbrich & Müller, 2008; Schmidt et al., 2007). Hinsichtlich des Professionswissens wurden die drei Kategorien CK, PCK und *erziehungswissenschaftliches Wissen* unterschieden (Blömeke, Felbrich & Müller, 2008). Das CK wurde als Wissen über sowohl die Themengebiete der Sekundarstufen I als auch deren Erweiterungen für die Sekundarstufe II und elementare universitäre Mathematik konzeptualisiert (Döhrmann et al., 2010). Das PCK wurde in die Teilaspekte *lehrbezogenes* PCK (in Anlehnung an Krauthausen & Scherer, 2007; Vollrath, 2001) und *lernprozessbezogenes* PCK (in Anlehnung an Blum et al., 2004; Helmke, 2003; Klieme, Schümer & Knoll, 2001) unterteilt (Blömeke, Seeber et al., 2008). Lehrbezogenes PCK ist dabei hauptsächlich für die Unterrichtsvorbereitung relevant und wird von der Lehrkraft verwendet, um beispielsweise Fachinhalte auszuwählen, zu vereinfachen und in verschiedenen Formen darzustellen (Schmidt et al., 2007). Lernprozessbezogenes PCK fokussiert die Interaktion zwischen Lernenden und Lehrkraft (Blömeke, Seeber et al., 2008). Es wird benötigt, um Äußerungen von Lernenden einzuschätzen, typische Fehlvorstellungen zu identifizieren und Feedback zu geben (Schmidt et al., 2007). Zudem wird ein *curriculares Wissen* als dritter Teilaspekt von PCK betrachtet (Schmidt et al., 2007).

Hinsichtlich der mathematikbezogenen Beliefs wird zwischen *epistemologischen Beliefs*, *Beliefs über das Lehren und Lernen von Mathematik* sowie *schul- und professionstheoretischen Beliefs* unterschieden (Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008; Schmidt et al., 2007; aufbauend auf Calderhead, 1996; Hofer & Pintrich, 2002; Op't Eynde, De Corte & Verschaffel, 2002; Thompson, 1992). Diese drei Teilbereiche der Beliefs wurden wiederum für das Fach Mathematik ausdifferenziert und spezifiziert (epistemologischen Beliefs: Blömeke, Müller, Felbrich & Kaiser, 2008; Beliefs über das Lehren und Lernen von Mathematik: Müller, Felbrich & Blömeke, 2008a; schul- und professionstheoretische Beliefs: Müller, Felbrich & Blömeke, 2008b). Für das erziehungswissenschaftliche Wissen wurden die Teilkategorien *Strukturierung von Unterricht*, *Motivierung*, *Umgang mit Heterogenität*, *Klassenführung* und *Leistungsbeurteilung* unterschieden, die nicht bezogen auf das Fach Mathematik konzeptualisiert wurden (Blömeke & König, 2010; vgl. Voss & Kunter, 2011). Die Konstrukte wurden in Form von Papier-Bleistift-Instrumenten operationalisiert (Schmidt et al., 2007; für Itembeispiele s. Blömeke & König, 2010; Blömeke, Seeber et al., 2008).

Entsprechend der Zielsetzung von MT-21 und TEDS-M fokussiert ein Großteil der Ergebnisse den internationalen Vergleich professioneller Kompetenz sowie unterschiedlicher Bedingungsfaktoren dafür (s. Blömeke, Kaiser & Lehmann, 2008, 2010a; für eine Zu-

sammenfassung s. Lindmeier, 2011 oder Kuhn, 2014). Hinsichtlich der Zusammenhangsmuster innerhalb des Professionswissens wurde für die Sekundarstufen-I-Stichprobe in MT21 eine latente Korrelation von .81 zwischen CK und PCK ermittelt (Blömeke, Seeber et al., 2008). Auch in TEDS-M zeigte sich für Sekundarstufen-I-Mathematiklehrkräfte aus Deutschland eine manifeste Korrelation von .70 zwischen CK und PCK (Blömeke, Kaiser, Döhrmann & Lehmann, 2010). Im internationalen Vergleich zeigten sich diesbezüglich jedoch starke länderspezifische Unterschiede, sodass beispielsweise in Russland (.68) und den USA (.64) ähnlich hohe Korrelationen gefunden wurden wie in Deutschland, in der Schweiz (.40) und Botswana (.18) jedoch deutlich niedrigere. In MT21 zeigte ein dreidimensionales Modell mit CK und einer Unterscheidung der beiden PCK-Subskalen (lehrbezogenes und lernprozessbezogenes PCK) einen deutlich besseren Modellfit als ein eindimensionales Modell von mathematischem Professionswissen (Blömeke, Seeber et al., 2008). Dabei waren latente Korrelationen zwischen dem lehrbezogenen PCK zur Unterrichtsvorbereitung und CK (.81) stärker als zwischen dem lehrbezogenen PCK und dem lernprozessbezogenen PCK zum Unterrichten (.73) sowie dem lernprozessbezogenem PCK und CK (.71).

2.1.5 Professionelles Wissen in KiL und KeiLa

Die Studie 'Messung professioneller Kompetenzen in mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehramtsstudiengängen' (KiL) sowie die Anschlussstudie 'Kompetenzentwicklung in mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehramtsstudiengängen' (KeiLa) verfolgten die Frage, wie sich professionelles Wissen bei Lehramtsstudierenden messen lässt (KiL; Querschnitt-Design) und wie sich professionelles Wissen im Laufe des Lehramtsstudiums entwickelt (KeiLa; Längsschnitt-Design) (z. B. Kleickmann et al., 2014). In den Studien wurde ein Fokus auf die Erfassung des professionellen Wissens bei angehenden Lehrkräften der Fächer Mathematik, Physik, Chemie und Biologie gelegt (Kleickmann et al., 2014). Konzeptuell wurde sich an dem COACTIV-Modell von Professionswissen (Baumert & Kunter, 2011) orientiert, wobei das mathematische Professionswissen einer gründlichen konzeptuellen Revision unterzogen, neu operationalisiert und um eine weitere Komponente ergänzt wurde (Dreher et al., 2018; Heinze et al., 2016; Kleickmann et al., 2014).

Ausgangspunkt für die Revision war die Disparität zwischen akademischer Mathematik, wie sie Lehramtsstudierenden an der Universität gelehrt wird, und der Schulmathematik, wie sie Lehrkräfte an der Schule unterrichten müssen (Heinze et al., 2016; Klein, 1908; Rach, 2014; Wu, 2011). Auch in COACTIV wurde die Schulmathematik gegenüber der akademischen Mathematik als „Wissensdomäne für sich" beschrieben (Kunter & Baumert, 2011, S. 169; vgl. Bromme, 1994) und folglich die Erfassung eines Wissens über die 'Elementarmathematik vom höheren Standpunkt' einer Erfassung rein akademisch-

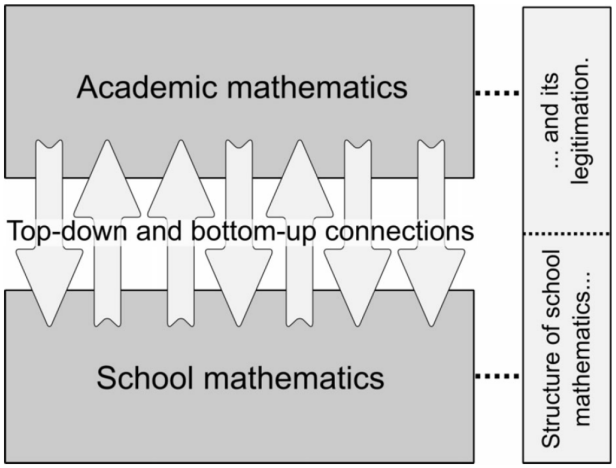


Abbildung 2.3: Konzeptualisierung des Fachwissens im schulischen Kontext (SRCK) nach Dreher et al. (2018).

mathematischen Wissens bei Lehrkräften vorgezogen. Jedoch konnten die entsprechenden Instrumente zur Erfassung des CK bei COACTIV prinzipiell auch Schülerinnen und Schüler in der 13. Jahrgangsstufe lösen (Krauss et al., 2011). Entsprechend wurde versucht, ein für Mathematiklehrkräfte spezifisches Fachwissenskonstrukt zu konzeptualisieren. Hierfür wurden im Rahmen der KiL-Studie zwei unterschiedliche Komponenten des CK unterschieden (Dreher et al., 2018; Heinze et al., 2016): *akademisches Fachwissen* und *schulbezogenes Fachwissen* (school-related CK, kurz: SRCK). Das SRCK wurde dabei nicht ausschließlich als ein Wissen über die Schulmathematik, sondern als ein berufsspezifisches Wissen über die Zusammenhänge schulischer Mathematik und akademischer Mathematik konzeptualisiert (Heinze et al., 2016). Es umfasst drei Wissenskategorien (Abbildung 2.3):

1. Wissen über die Reduktion akademisch-mathematischer Inhalte, sodass sie einerseits im schulischen Kontext anschlussfähig im Sinne des Spiralprinzips gelehrt werden können und andererseits nicht fachlich verzerrt sind (*SRCK-Top-Down*).
2. Wissen über die akademisch-mathematischen Hintergründe von Begriffen und Aussagen der Schulmathematik, wie sie in Schulbüchern, Lernmaterialien und im Unterricht vorkommen (*SRCK-Bottom-Up*).
3. *Curriculares Wissen* über die Struktur der Schulmathematik sowie der zugehörigen Begründungen des Aufbaus und der inhaltlichen Auswahl.

Im Rahmen der KiL-Studie konnte gezeigt werden, dass sich akademisches CK, SRCK und PCK empirisch voneinander trennen lassen (Heinze et al., 2016). Dabei setzte sich ein dreidimensionales Modell gegenüber einem eindimensionalen und zwei zweidimensionalen Modellen (CK vs. SRCK + PCK bzw. CK + SRCK vs. PCK) durch. Erste Analysen der KeiLa-Längsschnittdaten zeigten zudem, dass Mathematik-Lehramtsstudierende nach dem

ersten Studienjahr zwar ein signifikant höheres akademisches CK aufweisen, jedoch kein signifikant höheres SRCK (Hoth, Jeschke, Dreher, Lindmeier & Heinze, 2019). Prädiktiv für einen Zuwachs im SRCK waren jedoch die eigenen Praxiserfahrungen (Erfahrungen mit eigenem Unterricht ja/nein) und die allgemeinen kognitiven Fähigkeiten der Studierenden. Offen blieb in diesem Zusammenhang, ob und in welchem Rahmen auch universitäre Lerngelegenheiten einen Zuwachs im SRCK bewirken können. Wie in den zuvor genannten Studien wurde auch in den Projekten KiL und KeiLa das Professionswissen nur in jeweils einem Fach, also Mathematik, Physik, Chemie oder Biologie, untersucht. Eine Analyse von Zusammenhängen innerhalb des fachbezogenen Professionswissens bei Personen, die in mehreren Fächern ausgebildet werden, wurde noch nicht durchgeführt.

2.2 Aspekte professioneller Kompetenz: Situierte Zugänge

Trotz der aufgeführten Befunde zur Wirksamkeit analytisch modellierter Aspekte professioneller Kompetenz für den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern (Hill et al., 2005; Kunter & Baumert, 2011) sowie des offenkundigen Nutzens zur Untersuchung des Wissenszuwachses im Lehramtsstudium (z. B. Hoth et al., 2019; Kleickmann et al., 2013), besteht weitestgehend Konsens darüber, dass eine Erfassung von dekontextualisiertem Professionswissen nur begrenzt Hinweise dafür liefern kann, wie dieses Wissen zur Bewältigung von Anforderungen in der Praxis genutzt wird (Besser & Krauss, 2009; Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015; Charalambous, 2019; Darling-Hammond & Baratz-Snowden, 2005; Kersting, 2008; Lindmeier, 2011). Hier setzt der situierte Ansatz an, bei dem Kompetenz schwerpunktmäßig als Voraussetzung zur Bewältigung professioneller Anforderung verstanden wird (Blömeke et al., 2014; Lindmeier, 2011; Weinert, 2002). Entsprechend beschreiben die meisten situierten Ansätze neben einem dekontextualisierten Professionswissen zudem eine Anwendung dieses Wissens (vgl. Sherin & van Es, 2009; Stürmer et al., 2013). Ob und wie diese Anwendung des Professionswissens modelliert und erfasst wird, ist in den aktuell vorliegenden Untersuchungsansätzen nicht einheitlich (vgl. Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015; Kersting, 2008; Lindmeier, 2011; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011).

2.2.1 Usable Knowledge

Kersting, Givvin, Thompson, Santagata und Stigler (2012) bezeichneten *mathematics teachers' usable knowledge* als „[the] knowledge that teachers are able to access and use in a classroom situation“ (S. 571). Anlass zur Definition dieses Konstrukts sahen Kersting, Givvin, Sotelo und Stigler (2010) in der geringen prädiktiven Kraft der von Hill (2005) eingesetzten multiple-choice Instrumente für MKT für den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern (ein Unterschied von 1 *SD* im MKT korrespondierte mit einem Unterschied von .06 *SD* in

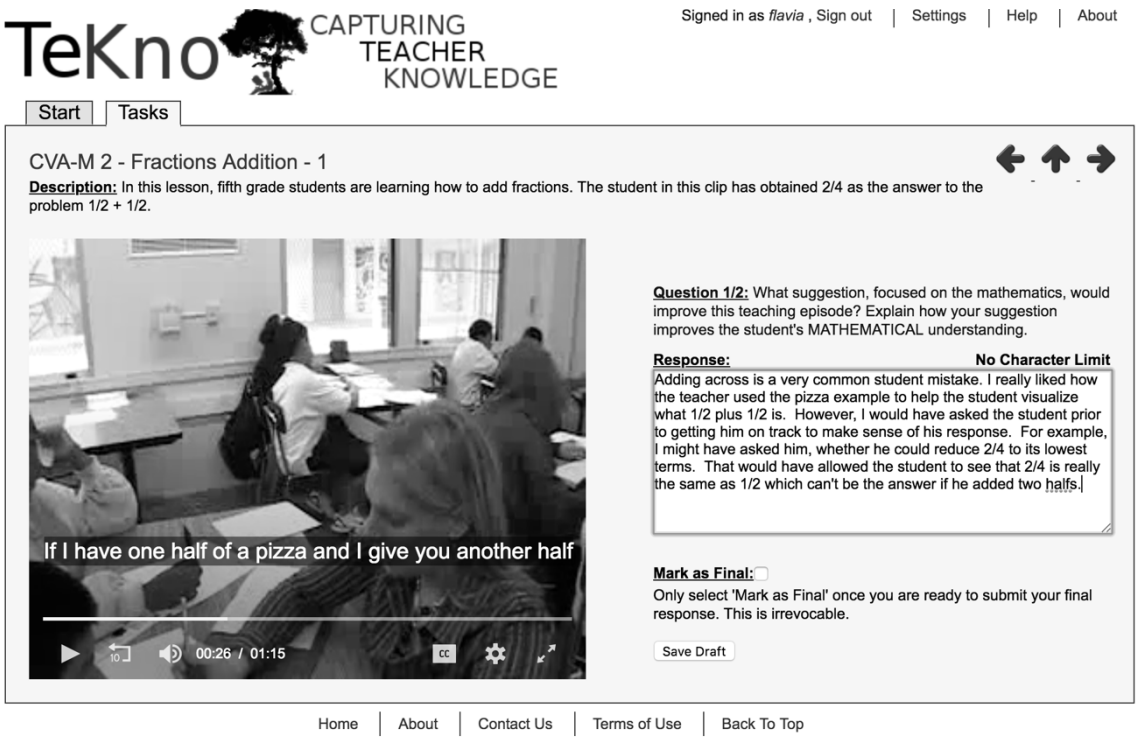


Abbildung 2.4: Beispielitem zu Erfassung von Usable Knowledge bei US-amerikanischen Sekundarstufen-I-Lehrkräften mittels Online-Befragung. Das gezeigte Item entstammt dem CVA-M-Instrument (Erweiterung des CVA; aus Kersting et al., 2018).

den Mathematikleistungen der Lernenden). Dieses Problem führten Kersting et al. (2010) unter anderem auf das Phänomen des *trägen* Wissens (*inert* knowledge; Renkl et al., 1996) zurück, also ein Wissen, das zwar abstrakt verstanden wurde (und in dekontextualisierten Papier-Bleistift-Tests abrufbar ist), aber in Anforderungssituationen handlungsunwirksam bleibt[3]. Kersting et al. (2012) unterschieden dabei (1) das Wissen einer Mathematiklehrkraft, (2) die *Aktivierung* von Wissen und (3) die *Anwendung* von Wissen. Diese drei Aspekte ermöglichen es einer Lehrkraft beispielsweise während des Unterrichts zu begründen, zu bewerten, Handlungsoptionen abzuwägen, zu reflektieren sowie Handlungsentscheidungen zu treffen (Kersting et al., 2010).

Zur Erfassung von usable knowledge entwickelte Kersting (2008) erstmals ein videovignettenbasiertes Instrument. Die 'Classroom Video Analysis' (CVA) enthält Items zu unterschiedlichen mathematischen Inhaltsbereichen der Sekundarstufe I in verschiedenen Itemzahlen (z. B. in Kersting et al., 2016: *fractions* und *ratio and proportions*: 13 Items; *variables, expressions and equations*: 14 Items). Die Items enthalten jeweils eine Kontextinformation, in der der Hintergrund der Videosituation beschrieben wird (z. B. Klassenstufe, Thema der Stunde), einen Video-Clip von ungefähr 1–3 Minuten Länge sowie eine Handlungsaufforderung (vgl. Abbildung 2.4 oder Kersting et al., 2016). Die Video-Clips fokussieren typische

[3] Auf das Phänomen des trägen Wissens wird in Abschnitt 2.7.1 näher eingegangen.

mathematische Fehler oder mathematische Fragen von Lernenden sowie Ausschnitte, in denen Lehrkräfte Schülerinnen oder Schüler mathematisch unterstützen (Kersting et al., 2016). Die Teilnehmenden haben unbegrenzte Bearbeitungszeit für jedes Item, können den Video-Clip mehrmals anschauen und beantworten das Item durch schriftliche Eingabe in ein Textfeld (Kersting et al., 2016). Die Antworten wurden hinsichtlich vier Kategorien bewertet: Qualität der Analyse der im Clip enthaltenen (i) Mathematik und (ii) Schülerkognitionen, (iii) Qualität der gegebenen Verbessungsvorschläge und (iv) eine allgemeine Bewertung der Kohärenz und Tiefe der gegebenen Antwort. Die so ermittelten Scores wurden zu einem Gesamtscore für das Item zusammengefasst (Kersting et al., 2016).

Empirische Befunde von Kersting (2008) zeigten eine moderate manifeste Korrelation der CVA-Scores und MKT-Scores ($r(62) = .53$, $p < .01$). Die Autorin interpretierte dieses Resultat als Hinweis dafür, dass die teilnehmenden Lehrkräfte ihr mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen für die Beantwortung des CVA nutzten. Kersting et al. (2010) fanden zudem einen positiven Zusammenhang zwischen dem Gesamtscore des CVA einer Lehrkraft (Subfacette iii, Qualität der gegebenen Verbesserungsvorschläge) und dem Lernerfolg ihrer Schülerinnen und Schüler in einer Unterrichtseinheit zum Thema Bruchrechnung ($r(19) = .52$, $p < .05$). Scores des MKT zeigten in dieser Studie hingegen keine signifikante Korrelation zum Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler. Kersting et al. (2012) berichteten zudem für Lehrkräfte der fünften, sechsten und siebten Klasse ($N = 36$) eine Mediation zwischen den Scores ihres CVA, ihrer Unterrichtsqualität (gemessen via Rating einer aufgezeichneten Einführungsstunde) und den Lernerfolg ihrer Schülerinnen und Schüler.

2.2.2 Professional Vision, Noticing und angelehnte Konstrukte

Eine Reihe situierter Modellierungen zentriert die Begriffe *professional vision* (z. B. Goodwin, 1994; Stürmer et al., 2013) und *teacher noticing* (z. B. Schifter, 2011; van Es & Sherin, 2008). Dieses Forschungsfeld stützt sich auf Ergebnisse der Expertiseforschung, in denen Experten-Lehrkräften gegenüber Novizen-Lehrkräften systematische Unterschiede in der *Wahrnehmung* und *Interpretation* bestimmter unterrichtlicher Ereignisse (Berliner, 2001; Borko et al., 1992; Carter, Cushing, Sabers, Stein & Berliner, 1988) sowie der *Generierung von Handlungsoptionen* für unterrichtliches Handeln (*decision-making*, Borko, Roberts & Shavelson, 2008; Schoenfeld, 2008) zugeschrieben wurden.

Je nach Forschungsansatz werden die Begriffe professional vision und noticing unterschiedlich definiert, konzeptualisiert sowie auf verschiedene Anforderungskontexte bezogen. Während manche Definitionen ausschließlich eine Fähigkeit zur Identifikation bestimmter handlungsrelevanter Aspekte in einem unterrichtlichen Setting umfassen (z. B. Star, Lynch & Perova, 2011), beinhalten die meisten Definitionen zusätzlich eine wissens-

basierte Interpretation der identifizierten Ereignisse (Goldsmith & Seago, 2011; Seidel & Stürmer, 2014; Sherin, 2007) sowie teilweise Aspekte des decision-making (Barnhart & van Es, 2015; Friesen, Kuntze & Vogel, 2018; Jacobs, Lamb & Philipp, 2010; vgl. Dreher, 2015). Beispielsweise bezeichneten van Es und Sherin das Konzept des *noticing for teaching* – aufbauend auf dem Konzept der professional vision von Goodwin (1994) – als die Fähigkeit („skill“) einer Lehrkraft, (a) relevante unterrichtliche Ereignisse zu identifizieren (auch *selective attention*), (b) Aussagen über die identifizierten Ereignisse vor dem Hintergrund des eigenen Wissens zu treffen (auch *knowledge-based reasoning*) und (c) Verbindungen zwischen diesen Ereignissen und Prinzipien des Unterrichtens zu ziehen (van Es & Sherin, 2008, S. 245; Sherin & van Es, 2009). Während Sherin und van Es (2009) für (b) und (c) direkt auf die Notwendigkeit von professionellem Wissen hinwiesen, wurde auch für (a) eine Abhängigkeit von professionellem Wissen und Beliefs angenommen (Bromme, 1992; Schoenfeld, 1998; Sherin, 2007; vgl. Dreher, 2015). Für Stürmer et al. (2013) umfasst professional vision von Lehrkräften ebenfalls sowohl Wissen in dekontextualisierter Form als auch eine Fähigkeit („ability“, S. 469), das vorhandene Professionswissen auf eine Situation anzuwenden, um Beschreibungen, Erklärungen und Vorhersagen darüber zu machen. Ein an die noticing-Forschung angelehntes Konstrukt wurde zudem von Friesen et al. (2018) in Form der *fachdidaktischen Analysekompetenz* bezüglich Darstellungen im Mathematikunterricht eingeführt. Sie unterscheiden dabei (a) die Identifikation relevanter Ereignisse, (b) die kritische Bewertung von Ereignissen, Verbindungen mit Theorieelementen sowie (c) die Artikulation des Analyseergebnisses, wobei alle Schritte als wissensbasierte Prozesse beschrieben wurden.

Zur Operationalisierung von professional vision und noticing liegen unterschiedliche Ansätze vor, die sich vom Einsatz von Text- und Bildvignetten (z. B. Dreher & Kuntze, 2015; Friesen et al., 2018) bis hin zu Videovignetten (Friesen et al., 2018; Stürmer et al., 2013) erstrecken. Zur Erfassung von noticing bei Mathematiklehrkräften nutzten van Es und Sherin (2010) hauptsächlich standardisierte Auswertungen videographierter Seminare (*video clubs*), in denen die teilnehmenden Lehrkräfte videographierten Unterricht von sich selbst und den anderen Teilnehmenden reflektierten. Anhand von Fallstudien konnte gezeigt werden, dass sich durch Teilnahme an den video clubs bestimmte Aspekte ihrer professional vision fördern lassen (Sherin & van Es, 2009; van Es & Sherin, 2010; s. a. Star et al., 2011). Zudem zeigten van Es und Sherin (2010), dass sich diese Förderung auf den Umgang der Lehrkräfte mit Schülerideen während des Unterrichtens auswirkt.

2.2.3 Das Kompetenzmodell nach Blömeke, Gustaffson und Shavelson

Blömeke, Gustafsson und Shavelson (2015) integrierten die genannten Vorarbeiten der Expertiseforschung und Professional-Vision- bzw. Noticing-Literatur in ihrem Modell profes-

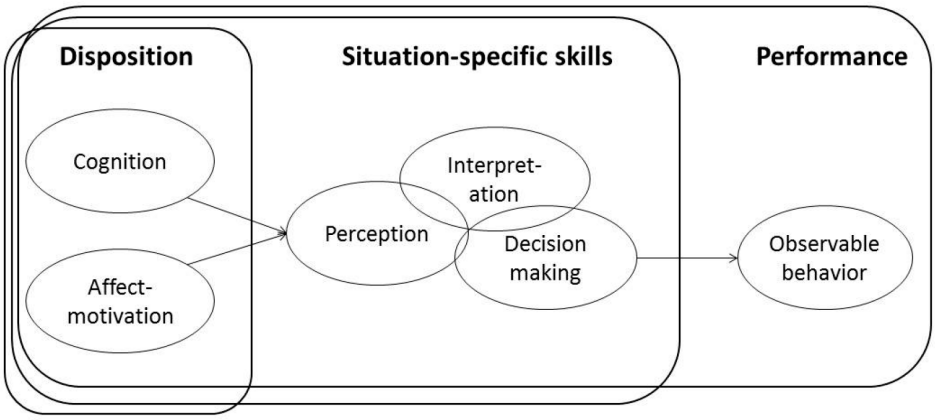


Abbildung 2.5: Modell von Kompetenz als Kontinuum (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015).

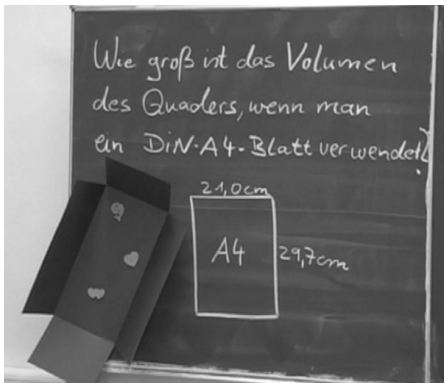
sioneller Kompetenz (für Lehrkräfte: Blömeke et al., 2014). In diesem Modell gelten das professionelle Wissen und motivational-affektive Merkmale von Individuen als *Dispositionen*, die „unmittelbar und mit hoher Effektstärke mit der erfolgreichen Bewältigung unterrichtlicher Anforderungen [zusammenhängen]“ (S. 513). Zwischen Dispositionen (cognition, affect-motivation) und Performanz (‘criterion behaviour’) stehen die *situation-specific skills* (Blömeke et al., 2014, s. Abbildung 2.5): Wahrnehmung (*perception*, P), Interpretation (*interpretation*, I) und Generierung von Handlungsoptionen (decision-making, D). P bezeichnet hierbei die Zuweisung von Aufmerksamkeit auf spezifische Ereignisse in einem unterrichtlichen Setting, I bezeichnet die Sinnstiftung der wahrgenommenen Ereignisse und D bezeichnet die Generierung von Handlungsvorschlägen entweder in Form von Feedback zu einer Schüleraktivität oder in Form von alternativen Instruktionsstrategien[4] (Kaiser, Busse, Hoth, König & Blömeke, 2015). Blömeke, Gustafsson und Shavelson (2015) bezeichnen dieses Modell als Versuch, die ‘Dichotomie’ zwischen analytischen und situativen Kompetenzmodellierungen aufzulösen und Kompetenz als Kontinuum zu betrachten.

Eine Operationalisierung dieses Modells für unter anderem Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I wurde im Rahmen der Teacher Education and Development Study – Follow Up (TEDS-FU) vorgenommen (Blömeke et al., 2014; Kaiser et al., 2015). Hinsichtlich der Dispositionen konnte auf bewährte Instrumente aus der Vorstudie TEDS-M zurückgegriffen werden (s. Abschnitt 2.1.4). Zur Operationalisierung der situation-specific skills wurden zusätzlich drei Videovignetten entwickelt. Die Vignetten informieren dabei die Teilnehmenden zunächst in Form einer Kontextbeschreibung über den Hintergrund der Unterrichtssituation (Kaiser et al., 2015). Video-Clips von 2.5–4 Minuten Länge zeigen die wichtigsten Ereignisse in einer fiktiven (geskripteten) Mathematikstunde, wie etwa die Erklärung einer Aufgabenstellung und die folgende Arbeitsphase. Die Video-Clips können je-

[4] D umfasst in einigen Arbeiten von TEDS-FU nur die Generierung von Handlungsoptionen (z. B. Blömeke et al., 2014) und in anderen zusätzlich die Ausführung dieser Handlungsoptionen (z. B. Kaiser et al., 2017).

weils nur einmal abgespielt werden und ein Pausieren des Videos ist nicht möglich (Kaiser et al., 2015). Zu den gezeigten Kontextinformationen und Unterrichtsausschnitten sollen die Teilnehmenden anschließend Anforderungen in Bezug auf effektive Klassenführung, Heterogentität, Individualisierung im Lernprozess, Instruktionsstrategien und Fortführung der Unterrichtssequenz bewältigen (Kaiser et al., 2017). Aufgrund dieser inhaltlichen Ausrichtung und der Tatsache, dass die Lösung des mathematischen Problems schon in der Kontextinformation gegeben wird (Kaiser et al., 2015), werden die Vignettentests als 'mathematikdidaktischer Vignettentests' (P-I-D math) und 'Vignettentests bezüglich Klassenführung' (P-I-D CM) bezeichnet (Blömeke, Busse, Kaiser, König & Suhl, 2016; Blömeke et al., 2014; Blömeke, König, Suhl, Hoth & Döhrmann, 2015). Dabei wurden Aufgaben zur Erfassung von jeweils P, I und D gestellt (s. Abbildung 2.6, 2.7). Die Beantwortung der Items geschieht entweder auf einer Rating-Skala oder durch schriftliche Eingabe in ein Textfeld (s. Kaiser et al., 2015 für eine detaillierte Beschreibung des Auswertungsverfahrens).

Die Ergebnisse von TEDS-FU beinhalteten signifikante manifeste Korrelationen zwischen den in TEDS-M eingesetzten Wissenstests für CK und PCK und einem aggregierten Score des P-I-D math (insgesamt 34 Items zu drei Vignetten) von $r = .33$, $p < .001$ für CK und $r = .38$, $p < .001$ für PCK (Blömeke et al., 2014). Zudem berichten Blömeke et al. (2014) einen signifikanten Zusammenhang zwischen dem P-I-D math und der Note im 2. Staatsexamen der Lehrkräfte. Untersucht wurden hierbei $N = 171$ praktizierende Lehrkräfte, die vier Jahre zuvor bereits an TEDS-M teilnahmen.



Inhalt des Video-Clips: Gezeigt werden Szenen aus einer Mathematikstunde in einer leistungsheterogenen 9. Klasse an einem Gymnasium. Die Schülerinnen und Schüler führen zu der untenstehenden Aufgabe eine Partnerarbeit durch. Die Lernenden bearbeiten diese Aufgaben auf unterschiedliche Weisen. Im Anschluss an die Partnerarbeit findet ein Gespräch im Plenum statt, um sich über die Ergebnisse auszutauschen.

Abbildung 2.6: Links: Screenshot aus dem Videoclip 'Schachtel', wie es in einer Videovignette in TEDS-FU eingesetzt wurde (aus Blömeke, König et al., 2015). **Rechts:** Beschreibung des Videoclips (nach Blömeke et al., 2014).

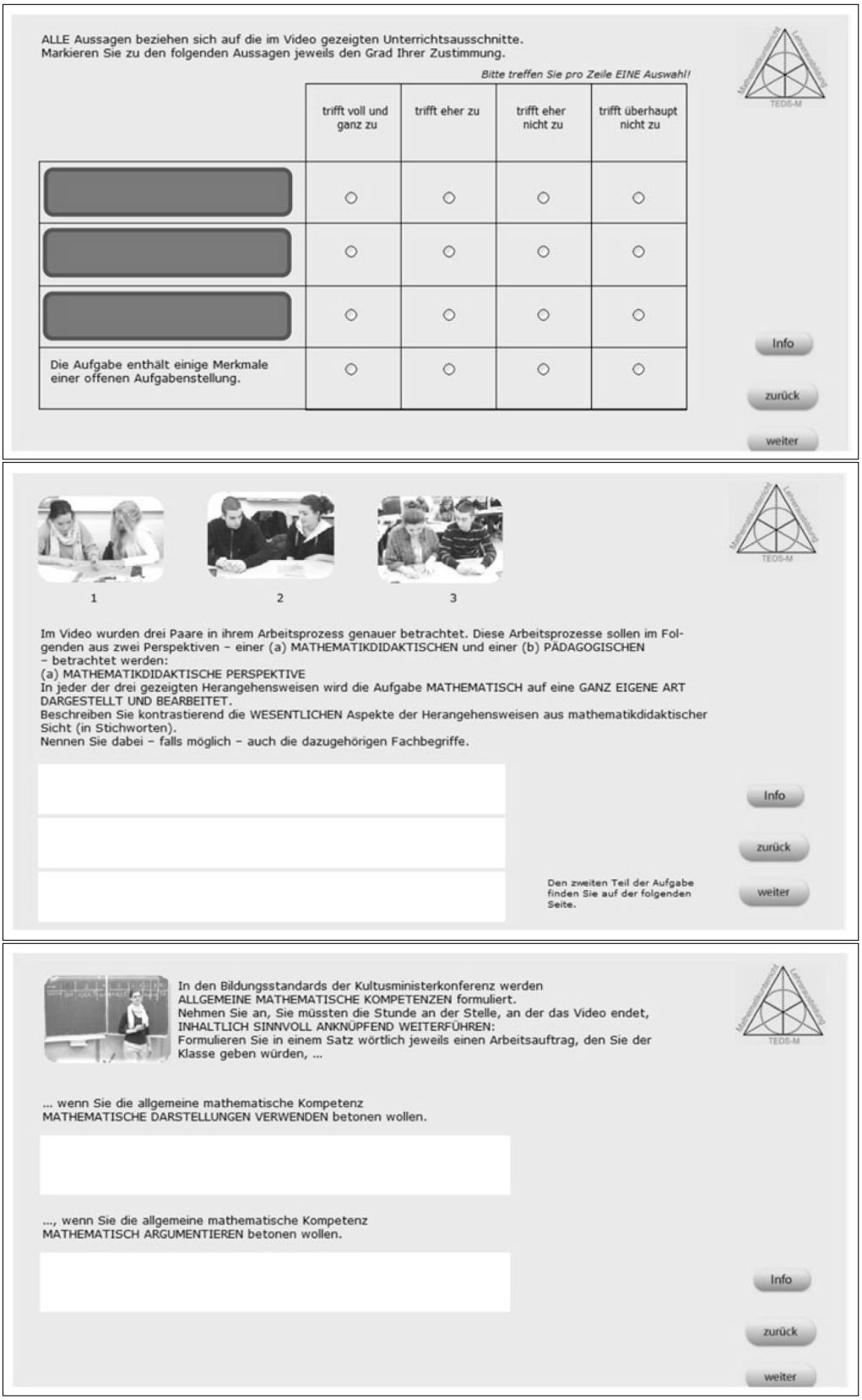


Abbildung 2.7: Items zur Erfassung der situation-specific skills Wahrnehmung (**oben**), Interpretation (**mitte**) und Generierung von Handlungsoptionen (**unten**) bei Mathematiklehrkräften in TEDS-FU. Die Items beziehen sich auf die Unterrichtssituation in Abbildung 2.6. (Abbildungen übernommen aus Blömeke et al., 2014; geschwärzte Felder sind im Original ebenfalls geschwärzt.)

2.3 Zusammenfassung: Analytische und situierte Ansätze

Insgesamt können zwei unterschiedliche Ansätze zur Modellierung und Erfassung von Kompetenz identifiziert werden. Im analytischen Zugang werden einzelne Personenmerkmale identifiziert, bei denen man davon ausgeht, dass sie für Lehrkräfte relevant sind (z. B. Baumert & Kunter, 2011). Zumeist wird hier das professionelle Wissen von Lehrkräften vordergründig betrachtet. Dieser Zugang bietet einerseits den Vorteil, dass sich einzelne Aspekte professioneller Kompetenz definieren, isoliert messen und in vielen Fällen gezielt fördern lassen. So konnte beispielsweise das mathematikbezogene Wissen von Lehrkräften in unterschiedlichen Studien als Prädiktor für die Unterrichtsqualität und Lernzuwachs von Lernenden nachgewiesen werden (Hill et al., 2008, 2005; Kunter & Baumert, 2011). Andererseits bleibt dabei unklar, auf welche Weise Lehrkräfte ihr Wissen zur Bewältigung professioneller Anforderungen tatsächlich anwenden. Das komplexe Wechselspiel unterschiedlicher Aspekte professioneller Kompetenz kann in diesem Ansatz nicht untersucht werden. Dies ist insbesondere dadurch begründet, dass analytische Modellierungen aufgrund ihrer Größe und Komplexität nur in Teilen untersucht werden können (Knievel, Lindmeier & Heinze, 2015).

Im situierten Zugang wird dagegen die Anwendung des Wissens zur Bewältigung spezifischer berufsrelevanter Anforderungen fokussiert. Aus theoretischer Perspektive lassen sich hierbei wiederum zwei unterschiedliche Ansätze unterscheiden: auf der einen Seite die *situierte Erfassung* von Wissen und auf der anderen Seite die *situierte Modellierung* professioneller Kompetenzen. Bei der situierten Wissenserfassung wird davon ausgegangen, dass Lehrkräfte über professionelles Wissen in unterschiedlichen Qualitäten verfügen (vgl. Shulman, 1986). Die Wissensqualität, die Lehrkräfte in Anforderungssituationen verwenden, wird dabei je nach Forschungsansatz beispielsweise als nutzbares Wissen (usable knowledge; Kersting, 2008; Kersting, Smith, Vezino, Chen & Stigler, im Review), enaktiviertes Wissen (enacted Knowledge; Carlson & Daehler, 2019), aber auch als prozedurales Wissen (Olszewski, Neumann & Fischer, 2010; Star & Stylianides, 2013) bezeichnet. Ob und inwieweit weitere kognitive und nicht-kognitive Merkmale (z. B. Beliefs) in die handlungsnahen Wissensqualitäten eingehen, wird dabei nicht immer thematisiert. Die Qualitätssichtweise ermöglicht zum Teil eine Verortung des Wissenskonstruktes in analytisch geprägten Kompetenzmodellen (z. B. 'enacted PCK': Carlson & Daehler, 2019). Bei der situierten Kompetenzmodellierung erfolgt dagegen die Definition von Kompetenz durch die Bewältigung von Anforderungen und nicht durch die Merkmale, die Lehrkräfte dazu befähigen (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015; Lindmeier, 2011). Per Definition sind somit alle individuellen Eigenschaften und Merkmale, die die Bewältigung professioneller Anforderungen begünstigen, Teil von professioneller Kompetenz. Sowohl bei der situierte Wissenserfassung,

als auch bei der situierten Kompetenzmodellierung bieten die theoretischen Konstrukte derzeit nur wenig Informationen darüber, wie eine Anwendung von Wissen ermöglicht oder erlernt wird.

In beiden situierten Ansätzen wird einer handlungsnahen Erfassung der Konstrukte entscheidende Bedeutung zugesprochen. Insbesondere videobasierte Erhebungsformate (z. B. Videovignetten) werden als geeignet betrachtet, da sie einerseits die Komplexität unterrichtlicher Situationen näherungsweise abbilden können und andererseits eine standardisierte Erfassung mit akzeptablem Zeit- und Personalaufwand darstellen (Kaiser et al., 2015; Lindmeier, 2013). Solche Vignettentests ließen sich bereits empirisch von traditionellen Papier-Bleiftift-Tests für dekontextualisiertes Professionswissen trennen (Kersting et al., 2010, 2012) und zeigten ihnen gegenüber einen höheren Nutzen für die Prädiktion des Lernzuwachses bei Schülerinnen und Schülern (Kersting et al., 2010, 2012).

2.4 Das Kompetenzmodell nach Lindmeier

Ausgangspunkt dieser Arbeit bildet das Modell professioneller Kompetenz von Lindmeier (2011), das hier ausführlicher vorgestellt wird. Hierbei handelt es sich um eine weitere situierte Kompetenzmodellierung, bei der die Anforderungen an Lehrkräfte fokussiert werden.

2.4.1 Anforderungen an Lehrkräfte und deren kognitive Verarbeitung

Zentrale Annahme des Modells nach Lindmeier ist, dass die Bewältigung fachbezogener Anforderungen ein fachbezogenes Professionswissen erfordert (Lindmeier, 2011, 2013; Lindmeier, Heinze & Reiss, 2013). Darüber hinaus wird berücksichtigt, dass Fachlehrkräfte Anforderungen aus verschiedenen Tätigkeitsbereichen bewältigen müssen, die gegebenenfalls substanziell unterschiedliche kognitive Verarbeitungsprozesse erfordern (Lindmeier, 2011, 2013; Lindmeier et al., 2013; Wahl, 1991): (1) Anforderungen der Vorbereitung, Analyse und Nachbereitung von Fachunterricht, bei denen Lehrkräfte prinzipiell ausreichend Zeit für einen vertiefenden und reflektierten Umgang des eigenen Professionswissens haben (vgl. 'reflection-on-action'; Schön, 1983) und (2) Anforderungen des Unterrichtens im Klassenraum, die einen spontanen und unmittelbaren Umgang des eigenen Professionswissens unter Zeitdruck erfordern (vgl. 'reflection-in-action'; Schön, 1983).

Gestützt werden die Annahmen zu unterschiedlichen kognitiven Verarbeitungsprozessen von Arbeiten aus der Kognitionsforschung (Evans, 2007; Evans & Stanovich, 2013; Kahneman, 2011; Pyszczynski, Greenberg & Solomon, 1999; Wason & Evans, 1974). In den *dual process* Theorien (Evans & Stanovich, 2013; Wason & Evans, 1974) werden *intuitive* kognitive Prozesse und *reflektive* kognitive Prozesse unterschieden. Intuitive Prozesse werden dadurch charakterisiert, dass sie schnell, automatisiert, unbewusst und heuristisch ablaufen

(Evans, 2007; Evans & Stanovich, 2013). Reflektive Prozesse dagegen laufen eher langsam, kontrolliert, bewusst und analytisch ab. Begriffe wie 'automatisiert' und 'unbewusst' im Kontrast zu 'kontrolliert' und 'bewusst' meinen dabei, dass intuitive Prozesse im Gegensatz zu reflektiven Prozessen keiner kontrollierten Steuerung („controlled attention"; Evans & Stanovich, 2013, S. 236) und daher weniger kognitive Ressourcen bedürfen.

Auf welche Art diese Typen kognitiver Prozesse als Reaktion auf eine Anforderungssituation ausgelöst werden, wird in den Dual Process Theorien nicht einheitlich beschrieben. Ein Großteil der Arbeiten geht von einem *default-interventionism*-Ansatz aus (vgl. Evans, 2007; Evans & Stanovich, 2013), bei dem für eine beliebige Anforderungsituation zunächst nur intuitive Verarbeitungsprozesse ausgelöst werden. Als Resultat dieser Prozesse wird eine „default response" ausgearbeitet (Evans, 2007, S. 328), die aber nicht notwendigerweise geäußert wird. Ist genug Zeit vorhanden, können sich reflektive Prozesse anschließen und – nur sofern diese zu einem anderen Ergebnis kommen – in die kognitive Verarbeitung 'intervenieren'. Demnach äußern sich in Anforderungssituationen unter Zeitdruck mit einer höheren Wahrscheinlichkeit intuitive Verarbeitungsprozesse, da reflektive Prozesse sich noch nicht anschließen oder noch nicht intervenieren konnten. Andere Theorien gehen von einem *parallel-competetive*-Ansatz aus (vgl. Evans, 2007; Klaczynski, 2000), bei dem in einer Anforderungssituation grundsätzlich sowohl intuitive als auch reflektive Prozesse ausgelöst werden, die in der kognitiven Verarbeitung miteinander konkurrieren (Evans, 2007). Da die Verarbeitungsprozesse in unterschiedlichen Geschwindigkeiten funktionieren, setzen sich in Anforderungssituationen unter Zeitdruck mit einer höheren Wahrscheinlichkeit intuitive Prozesse durch.

2.4.2 Aspekte professioneller Kompetenz im Modell nach Lindmeier

Ausgehend von der beschriebenen Zweiteilung berufstypischer Anforderungen sowie den korrespondierenden kognitiven Prozessen beschreibt Lindmeier (2011) drei zentrale Aspekte professioneller fachspezifischer Kompetenz von Mathematiklehrkräften (vgl. Knievel et al., 2015; Lindmeier, 2011; Abbildung 2.8):

1. *Fachbezogenes Professionswissen* (original: *Basiswissen*): Dies beinhaltet das Wissen, das einer Lehrkraft in dekontextualisierter Form (d. h. nicht an einen bestimmten Kontext wie die Unterrichtsvorbereitung oder das Handeln in einer Unterrichtssituation gebunden) zur Verfügung steht. Es umfasst sowohl CK über die akademische und schulische Mathematik als auch PCK[5]. Dieses Wissen bildet die Grundlage für die Bewältigung fachbezogener Anforderungen einer Lehrkraft.

[5]Eine Differenzierung von CK und PCK wurde von Lindmeier (2011) nicht vorgenommen, da diese für die Anwendung des Wissens bei AC und RC nicht relevant ist.

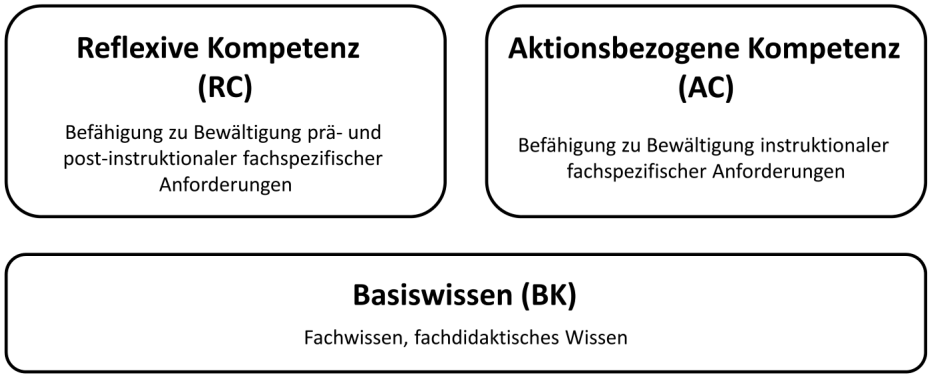


Abbildung 2.8: Modell professioneller Kompetenz von Lehrkräften nach Lindmeier (2011) (übersetzt nach Lindmeier et al., angenommen).

2. *Reflexive Kompetenz* (*reflective competence*, RC): Dies beinhaltet alle kognitiven und motivational-affektiven Fähigkeiten und Merkmale, die eine Lehrkraft zur Bewältigung der Anforderungen der Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung befähigt. RC wird benötigt um beispielsweise eine konkrete kommende Unterrichtsstunde zu planen, vergangenen Unterricht zu evaluieren und für eine gegebene Situation geeignete Materialien auszuwählen.
3. *Aktionsbezogene Kompetenz* (*action-related competence*, AC): Dies beinhaltet alle kognitiven und motivational-affektiven Fähigkeiten und Merkmale, die eine Lehrkraft zur Bewältigung der Anforderungen des Unterrichtens unter Zeitdruck befähigt. AC wird benötigt, um beispielsweise während einer konkreten Unterrichtssituation eine Fehlvorstellung in einer Schüleraussage zu identifizieren, geeignete Rückmeldung auf eine Schülerfrage zu geben oder spontan alternative Erklärungen zu präsentieren.

Während das fachbezogene Professionswissen als Voraussetzung für professionelle Kompetenz (AC, RC) modelliert wird (Lindmeier, 2011), sind AC und RC per Definition Voraussetzung für professionelles Handeln (Performanz) vor, während und nach dem Unterricht. Die Komponenten professioneller Kompetenz (RC, AC) umfassen dabei sämtliche kognitiven und affektiv-motivationalen Ressourcen, die zur Bewältigung der jeweiligen Anforderungstypen beitragen, insbesondere also das notwendige fachbezogene Professionswissen (Lindmeier, 2011). Darüber hinaus umfassen AC und RC aber auch Aspekte wie Motivation, Selbstregulation und Beliefs, die zur zielgerichteten Anwendung des Wissens notwendig sind (vgl. Baumert & Kunter, 2011; Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015).

2.4.3 Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung des Modells nach Lindmeier

Erste Operationalisierungen für das fachbezogene Professionswissen, RC und AC wurden im Rahmen einer Machbarkeitsstudie von Lindmeier (2011) bezogen auf den Mathematik-

unterricht der Sekundarstufe I entwickelt. Ziel bei der Operationalisierung von RC und AC war es, die typischen Anforderungen der Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung sowie des Unterrichtens möglichst valide abzubilden (Heinze & Lindmeier, 2007; Lindmeier et al., 2013). Insbesondere für AC wurde der komplexe, spontane, unmittelbare und interaktive Charakter der Anforderungen des Unterrichtens betont (Jackson, 1986; Lindmeier, 2013; Wahl, 1991). Lindmeier (2011) wählte ebenfalls einen videovignettenbasierten Ansatz, um eine möglichst gute Annäherung an die oben genannten Anforderungen zu erreichen (vgl. 'approximation of practice' in Grossman et al., 2009). In den vier entwickelten Videovignetten adressierte Lindmeier (2011) die Komplexität durch Einsatz realistischer und authentischer Video-Clips von Unterrichtssituationen, die Spontanität durch den Einsatz von Zeitdruck und die Unmittelbarkeit, indem die Aufgabe ein direktes, verbales Feedback als Reaktion auf den Video-Clip verlangte (die per Mikrofon aufgenommen wurde). Zusätzlich zum verbalen Feedback konnte auch schriftlicher Input zur Beantwortung des Items gegeben werden (z. B. eine unterstützende Skizze; Lindmeier et al., 2013). Darüber hinaus wurden zur Operationalisierung von RC (8 Items) sowohl Videovignetten als auch Textvignetten sowie zur Operationalisierung des fachbezogenen Professionswissens (11 Items) ausschließlich textbasierte Items verwendet (Lindmeier, 2011; Lindmeier et al., 2013). Die Auswertung der offenen Antworten geschah anhand eines detaillierten Kodiermanuals und resultierte jeweils in einem Score von 0, 1 (partial credit) oder 2 (full credit)[6].

In einer ersten Erprobung dieser Instrumente bei $n = 22$ Mathematik-Lehramtsstudierenden und $n = 28$ praktizierenden Mathematiklehrkräften (Sekundarstufe I) wurden teilweise substantielle (Spearman-)Rangkorrelationen zwischen dem fachbezogenen Professionswissen und RC (Lehrkräfte: $r_S = .48$, $p < .01$; Studierende: $r_S = .67$, $p < .001$) und dem fachbezogenen Professionswissen und AC (Lehrkräfte: $r_S = .43$, $p = .02$) berichtet, während zwischen RC und AC keine signifikante Korrelation gefunden wurde (Lindmeier, 2011).

2.4.4 Adaption für Grundschul-Mathematiklehrkräfte

Aufbauend auf den Vorarbeiten von Lindmeier (2011) entwickelte Knievel et al. (2015) analoge Instrumente für AC (8 Items; s. Abbildung 2.9), RC (9 Items) und Basiswissen (9 Items) für Grundschullehrkräfte der Mathematik. Eine Untersuchung von $N = 85$ Grundschullehrkräften zeigte, dass sich die drei Konstrukte AC, RC und fachbezogenes Professionswissen empirisch voneinander trennen lassen. In einer konfirmatorischen Faktorenanalyse zeigten sich latente Korrelationen von .80 ($p < .001$) zwischen fachbezogenem Professionswis-

[6] Eine detaillierte Darstellung der verwendeten Items für RC und AC sowie des Auswertungsverfahrens wird in Abschnitt 4.2 gegeben. Für ein Beispielitem für AC im Kontext der Grundschul-Mathematik siehe Abbildung 2.9. Für Details zur Operationalisierung des fachbezogenen Professionswissens wird auf Lindmeier (2011) verwiesen.

sen und RC, .47 ($p < .001$) zwischen fachbezogenem Professionswissen und AC sowie .71 ($p < .001$) zwischen RC und AC. Damit wurde ein Teil der Ergebnisse der Machbarkeitsstudie von Lindmeier (2011) für Grundschullehrkräfte reproduziert. Ein Kontrastgruppen-Vergleich von fachfremd unterrichtenden Lehrkräften und ausgebildeten Mathematiklehrkräften (51.8 % der Stichprobe) zeigte signifikante Unterschiede in RC und im fachbezogenen Professionswissen, wobei ausgebildete Lehrkräfte jeweils besser abschnitten. Für AC wurde zwar ein höherer Mittelwert im Vergleich zu den fachfremd unterrichtenden Lehrkräften festgestellt, die Gruppen unterschieden sich diesbezüglich jedoch nicht signifikant.

Kontextinformation: Halbieren ganzer Zahlen. Im Video sehen Sie Anton und Julia, zwei Lernende in der ersten Klasse. In dieser Stunde wurde das Halbieren einer ganzen Zahl eingeführt. Die Lernenden üben dies mit kleinen Steinen.

Handlungsaufforderung: Schauen Sie das Video und geben Sie anschließend Anton direkt eine Erklärung.

Beschreibung des Video-Clips: Anton startet mit 14 Steinen. Er legt die Steine in zwei Reihen (nacheinander einen Stein in jede Reihe) und sagt: „Die Hälfte von 14 ist 7“. Er entfernt eine Reihe und wiederholt den Vorgang mit den verbleibenden 7 Steinen. Nach 6 Steinen hält er ein. Den verbleibenden Stein in der Hand haltend fragt Anton: „Gibt es eine Hälfte von 7?“

Labels: (1a) Kontrollen für die Videowiedergabe: Das Video ist nur einmal abspielbar und es ist keine Pausierung möglich; (2a) Kontrolle der Mikrofon-Aufnahme; (3) Wechsel zum nächsten Item; (4) Verbleibende Zeit für die Bearbeitung.

Abbildung 2.9: Beispielitem zur Erfassung von AC bei Mathematik-Grundschullehrkräften (aus Knievel et al., 2015) in der ‘vKID’ Testumgebung (vgl. Lindmeier, 2011).

2.4.5 Adaption für den Elementarbereich

Im Rahmen einer weiteren Studie wurden die Konstrukte und Instrumente zur Erfassung von AC, RC und mathematikbezogenem Professionswissen bei pädagogischen Fachkräften im Elementarbereich (Kindergarten) adaptiert (Hepberger, Lindmeier, Moser Opitz & Heinze, 2017; Hepberger, Moser Opitz, Heinze & Lindmeier, 2019; Lindmeier et al., angenommen, in Vorbereitung). Als interaktiv-spontane mathematikbezogene Anforderungen, die eine entsprechende AC erfordern, galten hierbei Situationen, in denen Fachkräfte beispielweise natürliche (spontan auftretende) Lernanlässe zur mathematischen Kompetenzentwicklung nutzen und begleiten können (Hepberger et al., 2017). Als reflektive Anforderungen, die eine entsprechende RC erfordern, galten beispielsweise die Organisation und Planung von mathematischen Lernprozessen und -angeboten im Kindergarten sowie deren Nachbereitung, Diagnose und Dokumentation. Die entwickelten Instrumente enthielten 9 Items für AC (Videovignetten), 9 Items für RC (Video- und Textvignetten) und 9 Items für das fachbezogene Professionswissen (textbasiert; u. a. Wissen über elementare mathematische Inhalte, typische Schwierigkeiten von Kindern, mathematische Kompetenzentwicklung; vgl. Hepberger et al., 2017). Ähnlich wie beim Instrument von Lindmeier (2011) und Knievel et al. (2015) wurden die offenen Vignetten-Antworten zu Scores von 0, 1, oder 2 kodiert (für ein Beispielitem s. Hepberger et al., 2017).

Mit diesen Instrumenten konnte die empirische Trennbarkeit der Konstrukte AC, RC und mathematikbezogenem Professionswissen auch für Kindergarten-Fachkräfte gezeigt werden (Lindmeier et al., angenommen). In einer experimentellen Untersuchung (drei Gruppen: Intervention AC, Intervention RC, Kontrollgruppe) konnte zudem nachgewiesen werden, dass sich AC fördern lässt (Lindmeier et al., in Vorbereitung). Die Interventionen waren halbjährige Schulungen der Fachkräfte (Intervention AC: $n = 55$; Intervention RC: $n = 60$; Kontrollgruppe: $n = 55$) zum Einsatz von speziell entwickelten Brett- und Kartenspielen zur Förderung mathematischer Kompetenz bei Kindergartenkindern. In der Gruppe mit Intervention für AC konnte dabei ein Zuwachs in AC gefunden werden. Ein Zuwachs im RC wurde bei allen Teilnehmenden Fachkräften, unabhängig von der Gruppenzugehörigkeit, festgestellt.

2.4.6 Adaption für das Fach Physik

Für das Fach Physik wurde aufbauend auf Vorarbeiten von Kulgemeyer und Tomczyszyn (2015) mit der *„Erklärensfähigkeit“* (*explaining skills*) ein Teilaspekt von AC konzeptualisiert und operationalisiert (Bartels, Geelan & Kulgemeyer, 2019; Kulgemeyer & Tomczyszyn, 2015, S. 112). Die Erklärensfähigkeit bezeichnet dabei die Fähigkeit einer Physiklehrkraft,

Hintergrund: Zuvor äußerte die gezeigte Schülerin Verständnisprobleme zur Überlagerung von Geschwindigkeits-Vektoren in einem Szenario, bei dem sich ein Asteroid auf direktem Kurs der Erde nähert. In diesem Video fragt der Lehrer die Schülerin, welchen Teil sie nicht verstanden habe. Sie antwortet, sie sei nicht sicher, es gäbe zu viele Fachausdrücke. Sie fragt den Lehrer, ob er die Überlagerung von Vektoren nochmal so erklären könne, dass sie es verstehe.

Gekürztes Stufe-1-Item (Erklärensfähigkeit, genau ein Kreuz erlaubt):

- □ Das Prinzip der Superposition beschreibt, wie zwei aus verschiedenen Richtungen angreifende Kräfte addiert werden müssen. Das Ergebnis ist eine weitere Kraft mit derselben Richtung wie die der Beschleunigung des Körpers. Genau das passiert mit den Teilen des Asteroids.
- □ Schauen wir uns das mal genauer an. Zunächst bewegt sich der Asteroid mit einer bestimmten Geschwindigkeit direkt auf die Erde zu. Wenn er gesprengt wird, wird der Asteroid in zwei Teile aufgeteilt, die sich jeweils rechts und links an der Erde vorbei bewegen. Deswegen verfehlt uns der Asteroid und die Menschheit überlebt.
- □ Wir haben gerade herausgefunden, dass sich die Geschwindigkeit beider Bruchstücke des Asteroids jeweils in zwei Teile aufteilen lässt, die in verschiedene Richtungen zeigen. Da der Asteroid sich auf die Erde zubewegte, zeigt ein Teil auf die Erde. Der zweite Teil wird durch die Sprengung hinzugefügt und zeigt jeweils seitlich. Das Prinzip der Superposition sagt nun, dass diese zwei Geschwindigkeiten sich zur Geschwindigkeit des Objektes addieren. Daher bewegen sich die Teile des Asteroids schräg vorwärts.

Gekürztes Stufe-2-Item (Gründe für die Entscheidung, mehrere Kreuze erlaubt):

- □ Verwendung von Sprache, die für die Schülerin angemessen ist.
- □ Verwendung von angemessenen physikalischen Fachbegriffen.
- □ Verwendung eines Kontexts, der für die Schülerin interessant sein könnte.

Abbildung 2.10: Beispielitems zur Erfassung der Erklärensfähigkeit als Teilaspekt von AC (Stufe 1) sowie von Gründen getroffenen Entscheidung (Stufe 2). (Übersetzt nach Bartels et al., 2019.)

Schülerinnen oder Schülern einen physikalischen Sachverhalt 'lernendengerecht' zu erklären (übersetzt nach Bartels et al., 2019, S. 2035).

Ein videovignettenbasiertes Instrument zur handlungsnahen Erfassung dieser Fähigkeit enthält typischerweise Video-Clips zu einem Dialog zwischen Lehrkraft und einem oder mehreren Lernenden (Abbildung 2.10). Im Dialog zeigen die Lernenden beispielsweise ein Unverständnis oder stellen eine Frage zu einem physikalischen Problem oder Sachverhalt. Das Video konnte nur einmal abgespielt werden. Als Reaktion auf diese Situation umfasst die Vignette Items auf zwei Stufen: Auf Stufe 1 sollen Teilnehmende aus mehreren vorgegebenen Erklärungen auswählen, wie sie an dieser Stelle fortfahren würden (Single Choice). Die Teilnehmenden haben insgesamt drei Minuten Zeit für die Bearbeitung dieser Aufgabe, wobei Bartels et al. (2019) zwei Minuten für das Lesen der Aufgabe und der Antwortmöglichkeiten einplanten. Zusätzlich sollten Teilnehmende in darauffolgenden Fragen

angeben, warum sie sich für die gewählte Antwort entschieden haben. Insgesamt ergaben sich somit Skalen von 17 Items für die Erklärensfähigkeit und 50 Items zu entsprechenden Begründungen.

Die Ergebnisse der Validierungsstudie von Bartels et al. (2019) zeigten für eine Stichprobe von $N = 154$ Lehramtsstudierenden und Physikstudierenden (ohne Lehramtsstudiengang) starke Zusammenhänge zu einem Papier-Bleistift-Instrument für PCK (Riese, Gramzow & Reinhold, 2017) und moderate Zusammenhänge zur Leistung in einer gestellten Erklärsituation im Rahmen eines standardisierten Interviews (DEA-Test, s. Kulgemeyer & Tomczyszyn, 2015). Schwache signifikante Zusammenhänge wurden zum gewählten Studiengang (Lehramtsstudierende vs. Nicht-Lehramtsstudierende) und zur Semesterzahl gefunden.

2.4.7 Erfassung von AC anhand von Unterrichtssimulationen

Ein weiterer, möglicher Ansatz zur Erfassung von AC bildet der Einsatz von Unterrichtssimulationen (Charalambous, 2019; Kulgemeyer & Tomczyszyn, 2015). Diesen Ansatz wählte beispielsweise Charalambous (2019) ausgehend von eigenen Vorarbeiten zur Erfassung der Fähigkeit von Mathematiklehrkräften zur Anwendung von Professionswissen (Charalambous, 2008). In seinem Rahmenmodell unterscheidet Charalambous (2008) drei Kategorien von Anforderungen, die eine Lehrkraft typischerweise bewältigen muss: Die *Planung*, also beispielsweise das Auswählen, Modifizieren und Sequenzieren von Unterrichtstätigkeiten und -aufgaben sowie das Antizipieren von Schüler-Schwierigkeiten, die *Präsentation*, also beispielsweise das Erklären, das Darlegen von Definitionen und (Gegen-)Beispielen, das Benutzen von Analogien und Repräsentationen, und das *Enaktivieren*, also beispielsweise das Antworten auf Schülerfragen, das Identifizieren von Schülerfehlern, das Analysieren von Schülerkognition oder das Verstehen sowie Sequenzieren und Teilen von alternativen Schülerlösungen.

Zum Zweck der Operationalisierung isolierte Charalambous (2008) daraus fünf *'teaching practices'*: (1) Auswählen und Verwenden von Aufgaben, (2) eine Erklärung geben, (3) Repräsentationen nutzen, (4) Schülerbearbeitungen und -beiträge analysieren und (5) eine Antwort auf Hilfeanfragen von Lernenden geben (Charalambous, 2019). Erfasst wurden die fünf practices in Form eines standardisierten Interviews, dem eine Unterrichtssimulation in Form einer Powerpoint-Präsentation zugrunde lag. Die Präsentation fokussiert eine vollständige Unterrichtsstunde einer fiktiven 6. Klasse (mitsamt Lehrkraft) in einer Einführungsstunde zur Division von Bruchzahlen. Die Klasse wurde von animierten Comic-Figuren dargestellt (Herbst & Chazan, 2006). Die Präsentation stoppt zu bestimmten Zeitpunkten, an denen eine Reaktion der fiktiven Lehrkraft gefordert ist. An dieser Stelle

wird die Handlungsaufforderung an die teilnehmende Lehrkraft weitergegeben und das Interviewpersonal übernimmt die Rolle der Lernenden, mit denen die Teilnehmenden interagieren sollen. So wurde das Interviewpersonal beispielsweise in einer Situation aufgefordert, auf eine Erklärung der Teilnehmenden zu bestehen (Charalambous, 2008). Jede der fünf practices wurde genau einmal in der Unterrichtssimulation adressiert. Die Testzeit lag zwischen 80 und 135 Minuten. Die Angaben der Teilnehmenden wurden anschließend auf Grundlage eines validierten Kriterienkatalogs (s. Charalambous, 2019) zu Scores zwischen 0 (no credit) und 3 (full credit) ausgewerten, sodass zu jeder der 5 practices ein Score vorlag. Im Rahmen einer Validierungsstudie ($N = 20$ US-amerikanische Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I) konnte gezeigt werden, dass diese Scores teilweise mit der Leistung in einem textbasierten Instrument zur Erfassung des MKT (s. Abschnitt 2.1.2; Items mit Fokus auf die Division von Brüchen) korrelierten. Für die practices (2)–(5) wurden Rangkorrelationen $r_S = .49$–$.65$ ($p < .01$) berichtet, (1) zeigte keine signifikante Korrelation zum MKT.

Da das so erfasste Verhalten jeweils eine Reaktion auf unterrichtliche Anforderungen darstellt, bringt Charalambous (2019) dieses mit AC in Verbindung. Der gewählte Ansatz unterscheidet sich damit sowohl konzeptuell als auch methodisch von dem von Lindmeier (2011). Während beispielsweise die Auswahl von Aufgaben für Charalambous (2019) zu AC zählt (practice 1), da sie als Anforderung während der Unterrichtsstunde auftaucht, wird diese von Lindmeier (2011) zumeist mit RC in Verbindung gebracht, da derartige Entscheidungen typischerweise im Rahmen der Unterrichtsvorbereitung und nicht unter Zeitdruck getroffen werden. Methodisch wurde beim Verfahren von Charalambous (2019) auf den Einsatz von Zeitdruck verzichtet und ein erneutes Betrachten von Simulations-Episoden war möglich. Im Gegensatz zum Vignettentest von Lindmeier (2011) konnte im Interview-Format hingegen eine Interaktion simuliert werden, die eine Form von zeitlichem Druck aufbaut (Charalambous, 2019). Nachteile dieses Interview-Formates sind der hohe zeitliche und personelle Aufwand bei gleichzeitig geringer Skalenlänge (1 Item pro practice) (Bartels et al., 2019; Charalambous, 2019).

2.4.8 Zusammenfassung und Einordnung des Modells nach Lindmeier

Insgesamt liegen unterschiedliche Konzeptualisierungen und Erfassungsformate für das Modell professioneller Kompetenz von Lehrkräften nach Lindmeier (2011) vor. Durch die Arbeitsgruppe um Lindmeier wurde das Konstrukt auf den Primar- und Elementarbereich übertragen und mittels Videovignetten auf jeweils ähnliche Weisen operationalisiert (vgl. auch Abschnitt 4.2). Zu den zentralen Ergebnissen zählt, dass sich die Konstrukte AC, RC und mathematikbezogenes Professionswissen empirisch voneinander trennen ließen (Primar- und Elementarbereichs-Studie), mathematikbezogenes Professionswissen

höchstens moderat mit AC und RC korreliert (Sekundar-, Primar- und Elementarbereichs-Studie), und AC sich differenziell fördern lässt (Elementarbereichs-Studie). Darüber hinaus liegen videovignettenbasierte Instrumente für AC von Physiklehrkräften mit geschlossenem Itemformat sowie ein Verfahren zur Erfassung von AC mittels einer Unterrichtssimulation (Interview-Format) vor.

Bezogen auf bestehende Ansätze zur Kompetenzmodellierung (Abschnitt 2.1, 2.2) lässt sich das Modell nach Lindmeier (2011) als situierte Modellierung professioneller Kompetenz verorten. In diesem Zusammenhang gibt es es außer dem Modell nach Lindmeier kaum alternative Ansätze, die potenziell unterschiedliche kognitive Verarbeitungsprozesse während des Unterrichtens von denen der Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung abgrenzen. Im Modell von Blömeke, Gustafsson und Shavelson (2015) wird zwar auf die Situationsspezifität der 'Skills' P, I und D hingewiesen, dies wird jedoch nicht systematisch für Situationen mit und ohne Zeitdruck differenziert. Die Konstrukte professional vision und noticing können als Teilaspekt von AC oder RC gesehen werden, je nachdem, in welchem Anforderungstyp eine (i. S. dieser Konstrukte gefasste) Wahrnehmung und Interpretation stattfindet. Lindmeier (2013) merkte hierzu an, dass professional vision und noticing als notwendige, aber nicht hinreichende Voraussetzung für Kompetenz verstanden werden können. Insbesondere für Blömeke, Gustafsson und Shavelson (2015) bildet das Generieren von Handlungsoptionen (D) das fehlende Bindeglied zur Kompetenz. Jedoch wurde die Frage der empirischen Trennbarkeit dieser Fähigkeit von der situationsspezifischen Wahrnehmung und Interpretation für Mathematiklehrkräfte noch nicht abschließend geklärt.

Bezüglich der Operationalisierung von AC und RC zeigen sich Ähnlichkeiten zum Ansatz von Kersting (2008). In beiden Fällen werden mehrere, spezifisch zugeschnittene Anforderungssituationen in Form von jeweils einer Kontextbeschreibungen und einem Video-Clip dargelegt, auf die Lehrkräfte reagieren sollen. Während bei Kersting (2008) die Reaktion ohne Zeitdruck durch Eingabe in ein Textfeld erfolgt und zusätzlich zu beispielsweise einer Impulsfrage an die Lernenden noch eine Begründung für die Wahl dieser Frage gegeben werden soll, erfolgt die Reaktion bei Lindmeier (2011) mit Zeitdruck und durch direkte Spracheingabe ohne die Angabe von Begründungen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass das Erhebungsformat von Kersting (2008) nicht darauf abzielt, die Umstände des Unterrichtens von denen der Unterrichtsreflexion abzugrenzen.

2.5 Forschungsdesiderate zur Aktionsbezogenen Kompetenz

Trotz der oben dargestellten Fortschritte bei der Modellierung und Erfassung von AC in vielfältigen Kontexten ist noch immer ein umfassender Forschungsbedarf insbesondere zum Erwerb von AC zu konstatieren. Hierbei kann zwischen dem Erwerb von mathematikbezo-

genem Professionswissen und dem Erwerb einer Fähigkeit zur Anwendung des mathematikbezogenen Professionswissens in unterrichtlichen Anforderungssituationen unterschieden werden (vgl. Kersting, 2008; Lindmeier, 2013; Stürmer et al., 2013). In diesem Zusammenhang besteht insbesondere Bedarf an empirischen Untersuchungen (1) des *fachspezifischen* Anteils von AC und (2) der Erwerbsprozesse für die Fähigkeit zur Anwendung des mathematikbezogenen Professionswissens in unterrichtlichen Anforderungssituationen.

Der fachspezifische Anteil von AC ist dabei der Anteil, der weder generisch noch fachübergreifend (d. h. auf Kontexte in verschiedenen Fächern anwendbar) ist[7]. Aus mathematikdidaktischer Perspektive könnte die Untersuchung fachspezifischer Anteile von AC Implikationen für Lernangebote für sowohl das Professionswissen als auch die Fähigkeit zur Anwendung dieses Wissens mit sich bringen. Sollten sich beispielsweise kaum generische oder fachübergreifende Anteile finden lassen (*Fachspezifität*), so würde dies für eine Ausbildung von AC in einem Fachkontext sprechen. Dies würde zudem gegen einen Einfluss bestimmter nicht erlernbarer generischer Personenmerkmale, wie beispielsweise kognitiver Fähigkeiten oder Persönlichkeit, auf die Fähigkeit zur Anwendung des Wissens sprechen und den Bedarf an spezifischen Lerngelegenheiten für diese Fähigkeit verstärken. Hinweise auf generische oder fachübergreifende Anteile könnten dagegen den Bedarf einer fachübergreifenden Sichtweise auf den Erwerb von AC in unterschiedlichen Fächern implizieren. Hierbei würde sich die Frage anschließen, ob in einer Lehramtsausbildung in zwei Schulfächern (wie bei Sekundarstufenlehrkräften in Deutschland) bestimmte Fächerkombinationen besonders günstig für den Erwerb von AC sind oder ob fachunabhängige Lerngelegenheiten für AC möglich sind.

An die Frage der Fachspezifität von AC schließt die Frage nach den Erwerbsprozessen für die Fähigkeit zur Anwendung von mathematikbezogenem Professionswissen an. Bislang ist nur wenig untersucht, was angehende Lehrkräfte dazu befähigt, ihr Professionswissen unter Zeitdruck anzuwenden und wie diese Fähigkeit ausgebildet werden kann. Dies ist auch darauf zurückzuführen, dass die meisten bisherigen Studien in Bezug auf den Kompetenzerwerb in der Lehramtsausbildung hauptsächlich die Entwicklung von fachbezogenem Wissen fokussierten (z. B. Hoth et al., 2019; Kleickmann et al., 2013).

2.6 Forschungsstand zur Fachspezifität professioneller Kompetenz von Lehrkräften

Auch außerhalb der Forschung zum Modell nach Lindmeier ist die Befundlage zu fachspezifischen Anteilen defizitär und nicht immer einheitlich. In beiden Ansätzen (analytisch und

[7] Der Begriff 'Fachspezifität' (bzw. 'fachspezifisch') wird in der Literatur zum Teil synonym mit dem Begriff 'Fachbezogenheit' (bzw. 'fachbezogen') verwendet. In dieser Arbeit werden die Begriffe unterschieden.

situiert) wird bei der Modellierung professioneller Kompetenz von Fachlehrkräften entsprechend zu einem großen Teil ein Fachbezug vorgenommen. Inwieweit fachbezogene Konstrukte jedoch als fachspezifisch gesehen werden können oder nicht-fachspezifische Anteile umfassen, ist bei genauerer Betrachtung nicht immer klar.

2.6.1 Fachspezifität professioneller Kompetenz in analytischen Ansätzen

Analytische Kompetenzmodellierungen zentrieren eine Reihe von klar definierten, isoliert messbaren Konstrukten. Insbesondere das Professionswissen und motivational-affektive Merkmale von Lehrkräften wurden hierbei getrennt voneinander betrachtet (s. Abschnitt 2.1). Im Rahmen der Konstruktdefinition oder der Operationalisierung wird dabei in der Regel entweder ein Bezug auf das Unterrichten eines konkreten Fachs (z. B. 'Beliefs über das Lehren und Lernen von Mathematik'; vgl. Abschnitt 2.1.4; Blömeke, Felbrich & Müller, 2008) oder auf das Unterrichten im Allgemeinen (z. B. 'Wissen über effektive Klassenführung'; vgl. Abschnitt 2.1.3; Baumert & Kunter, 2011) hergestellt.

Bezüglich des Professionswissens einer Lehrkraft erfolgt die Konzeptualisierung des pädagogischen bzw. pädagogisch-psychologischen Wissens in der Regel fachunabhängig und wird daher als ein für Lehrkräfte aller Fächer gleichsam relevantes Konstrukt betrachtet (König, Doll et al., 2018; Voss & Kunter, 2011). Das CK einer Lehrkraft kann, obwohl es fachbezogen konzeptualisiert wird (Baumert & Kunter, 2011; Blömeke, Felbrich & Müller, 2008; Heinze et al., 2016; Hill et al., 2004), ebenfalls fachspezifische und fachübergreifende Aspekte enthalten. So ist beispielsweise im Wesentlichen unumstritten, dass gewisse mathematische Kenntnisse für den Aufbau von Fachkenntnissen in Physik (Hudson & Liberman, 1982; Meltzer, 2002) oder Wirtschaftswissenschaften (Anderson, Benjamin & Fuss, 1994; Ballard & Johnson, 2004) notwendig sind. Abhängig von der zugrundeliegenden Konzeptualisierung kann das CK von Physiklehrkräften somit nicht-physikspezifische und das CK von Lehrkräften der Wirtschaftswissenschaften nicht-wirtschaftsspezifische Anteile enthalten. Jedoch enthält in der Regel das CK von Lehrkräften der Physik oder Wirtschaftswissenschaften auch Aspekte, die nur auf physikalische oder wirtschaftliche Kontexte angewendet werden und somit als spezifisch für das jeweilige Fach bezeichnet werden können. Wie das CK von Lehrkräften mit Ausbildung in zwei unterschiedlichen Schulfächern zusammenhängt, ist jedoch kaum untersucht.

Auch beim PCK wird in der Regel eine fachbezogene Konzeptualisierung vorgenommen (Großschedl, Harms, Glowinski & Waldmann, 2014; Krauss et al., 2011; Kuhn, 2014; Loch, Lindmeier & Heinze, 2013; Riese et al., 2017). Auf der einen Seite deuten die teilweise substanziellen Korrelationen von CK und PCK auf fachspezifische Anteile im PCK hin (vgl. Abschnitte 2.1.3, 2.1.4). Teilweise wird CK sogar als Voraussetzung (Baumert et al., 2011;

Depaepe et al., 2013) oder als hinreichend (Tröbst et al., 2018) für den Erwerb von PCK gesehen. Auf der anderen Seite bezeichnete Shulman (1986, 1987) das PCK jedoch als ein für den Beruf der Lehrkraft spezifisches „Amalgam“ aus Fach und Pädagogik (S. 8). Dies führte mitunter zu einer Vorstellung des PCK als Mischkonstrukt zwischen CK und pädagogischem (bzw. pädagogisch-psychologischem) Wissen (z. B. Tröbst et al., 2018).

Diese ‘Amalgamhypothese’ wurde beispielsweise von Tröbst et al. (2018) untersucht. Im Rahmen einer experimentellen Studie mit $N = 100$ Mathematik-Lehramtsstudierenden zeigte sich, dass eine Förderung von CK und pädagogischem Wissen (Gruppengröße $n = 20$) zu einem (schwachen) Zuwachs von PCK führt. Dieser Zuwachs war in einem Follow-Up nach sechs Wochen jedoch nicht mehr feststellbar. Eine ausschließliche Förderung des CK bewirkte ebenfalls einen Zuwachs im PCK, der sich in schwächerer Ausprägung im Follow-Up noch nachweisen ließ. Die Studie von Tröbst et al. (2018) liefert somit begrenzte, aber sichtbare Hinweise für einen fachübergreifenden Anteil im PCK. Weitere Hinweise für die Amalgamhypothese wurden von König, Doll et al. (2018) gegeben, die untersuchten, wie PCK von Lehramtsstudierenden im Fach Deutsch, Englisch und Mathematik mit ihrem pädagogisch-psychologischen Wissen zusammenhängt (s. a. König, Blömeke & Doll, 2011). Die Ergebnisse unterstützten zwar weitgehend eine empirische Trennbarkeit vom PCK und pädagogisch-psychologischem Wissen, jedoch zeigten sich substanzielle latente Korrelationen (Deutsch: $r = .55$, $p < .001$, $n = 266$; Englisch: $r = .65$, $p < .001$, $n = 133$; Mathematik: $r = .64$, $p < .001$, $n = 135$). Das PCK einer Lehrkraft wurde dabei jeweils nur in einem Fach untersucht, sodass fachübergreifende Zusammenhänge nicht analysiert werden konnten.

In Bezug auf fachübergreifende Aspekte des PCK wird zudem in aktuellen Diskussionen argumentiert, dass sich auch inhaltliche Überschneidungen der Fachdisziplinen auf das PCK auswirken können (Kirschner, Verschaffel, Star & Van Dooren, 2017). So kann beispielsweise PCK von Mathematiklehrkräften zu angewandter Mathematik (z. B. zu mathematischem Modellieren) eine hohe Ähnlichkeit zu Aspekten des PCK von Physiklehrkräften aufweisen (Kirschner et al., 2017). Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, inwieweit bei Lehrkräften mit Ausbildung in zwei Unterrichtsfächern eine Trennung der jeweiligen fachbezogenen PCK-Facetten immer möglich ist.

Bezüglich motivational-affektiver Aspekte professioneller Kompetenz wurden in bestehenden analytischen Modellierungen sowohl fachübergreifende (z. B. professionelle Selbstregulation in COACTIV) als auch fachbezogene Merkmale betrachtet (vgl. Abschnitt 2.1.3, 2.1.4). Hinsichtlich der fachbezogenen Merkmale können Konstrukte mit Fokus auf die Fachdisziplin (z. B. epistemologischen Überzeugungen zur Mathematik in COACTIV) und mit Fokus auf Schule, Lernen und Unterrichten (z. B. Beliefs über das Lehren und Lernen

von Mathematik in TEDS-M) unterschieden werden. Insbesondere in Bezug auf die letzteren Konstrukte bleibt zumeist offen, inwieweit die Ausprägung der entsprechenden Merkmale fachspezifisch ist. Beispielsweise ist bezüglich der fachbezogenen Beliefs durchaus eine fachübergreifende Konfundierung mit allgemeinen, lern- und unterrichtsbezogenen Überzeugungen denkbar (z. B. bei den Überzeugungen über das Lernen und Lehren von Mathematik in COACTIV, Subfacette 'Einschleifen von technischem Wissen', u. a. operationalisiert durch „Der effizienteste Lösungsweg einer Aufgabenklasse sollte durch Üben eingeschliffen werden", Voss et al., 2011, S. 243). Dies gilt ebenfalls für Aspekte fachbezogener Motivation (z. B. in COACTIV als 'Enthusiasmus am Unterrichten' fachbezogen operationalisiert), die von einer allgemeinen Motivation für das Unterrichten abhängig sein könnte.

2.6.2 Fachspezifität professioneller Kompetenz in situierten Ansätzen

Auch für die Fachspezifität der Fähigkeit von Lehrkräften zur Bewältigung berufstypischer Anforderungen, wie sie in situierten Zugängen fokussiert werden, liegen derzeit nur wenige Forschungsbefunde vor. So zeigten frühe Arbeiten aus der Expertiseforschung, dass Experten in einem Gebiet ihr Wissen und ihre Fähigkeiten nur schwer von einer Domäne in eine andere übertragen können (Blömeke et al., 2016; Glaser & Chi, 1988; Van Overschelde, Rawson, Dunlosky & Hunt, 2005), weshalb Expertise im Wesentlichen als domänenspezifisches Konstrukt gesehen wurde (de Groot, 1976; Gruber & Mandl, 1996). Aktuellere Diskussionen betonten jedoch, dass das Anforderungsfeld einer Lehrkraft stets eine Kombination aus Anforderungen eines (Schul-)Fachs und Anforderungen der Pädagogik und Psychologie umfasst (Blömeke et al., 2016). So wird beispielsweise die Klassenführung als zentrale fachunspezifische Anforderung von Fachunterricht gesehen (Fauth, Decristan, Rieser, Klieme & Büttner, 2014; König, 2015). Folglich ist unklar, inwieweit sich die Ergebnisse der Expertiseforschung sinnvoll übertragen lassen, da der Domänenbegriff für Lehrkräfte unterschiedlich aufgefasst werden kann (z. B. Lehrkräfte als Experten für das Unterrichten vs. Experten für das Fach vs. Experten für das Unterrichten eines Fachs).

Darüber hinaus wurden spezifisch für den Beruf der Lehrkraft verschiedene generische oder fachübergreifende Einflussfaktoren für die Fähigkeit von Lehrkräften zur Anwendung von Professionswissen vorgeschlagen. Für Schoenfeld (2010) umfasst beispielsweise das Generieren von Handlungsoptionen (decision-making) für das Unterrichten eine generische Fähigkeit zum Problemlösen. Empirische Hinweise für diese Annahme gibt es jedoch kaum. Ein fachübergreifender Anteil von professioneller Kompetenz bei Lehrkräften wird beispielsweise von Seidel und Stürmer (2014) in Form ihres Professional-Vision-Konstruktes vorgeschlagen, bei dem ein Fokus auf fachübergreifende Aspekte von Unterrichtsqualität liegt. Auch hier umfasst professional vision einerseits Professionswissen und andererseits

eine Fähigkeit, dieses Wissen anzuwenden (s. Abschnitt 2.2.2). Unklar bleibt in diesem Zusammenhang, inwieweit diese Fähigkeit auch zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen (vgl. professional vision bei Sherin, 2007) genutzt werden kann.

Um die Fachspezifität der Fähigkeit zur Anwendung von Professionswissen im Rahmen des P-I-D-Modells (vgl. Abschnitt 2.2.3) zu untersuchen, führten Blömeke et al. (2016) im Rahmen von TEDS-FU eine Studie mit $N = 171$ Sekundarstufen-Mathematiklehrkräften aus ganz Deutschland durch. Betrachtet wurden dabei insgesamt sechs Konstrukte: Mathematikbezogenes CK (MCK), mathematikbezogenes PCK (MPCK), die Fähigkeit zur schnellen Diagnose von Schülerfehlern (MDiagnose), allgemeines pädagogisches Wissen (GPK) und P-I-D zur Anwendung von jeweils mathematikbezogenem Professionswissen (P-I-D math) und pädagogischem Professionswissen in Bezug auf Klassenführung (P-I-D CM). Das Instrument zur Erfassung von MDiagnose wurde von Blömeke et al. (2016) als eher dekontextualisiert beschrieben („rather independent of the specific classroom situation", S. 37) während das Papier-Bleistift-basierte Instrument für GPK als eher situiert bezeichnet wurde („developed to cover not only declarative but also procedural[8] knowledge", S. 37). Eine von Blömeke et al. (2016) theoretisch angenommene empirische Trennung von mathematikbezogenen und nicht-mathematikbezogenen Konstrukten konnte nicht bestätigt werden. Stattdessen stützen die Daten eine zweidimensionale Modellierung von dekontextualisierten mathematikbezogenen Instrumenten (MCK, MPCK, MDiagnose) und situiert erfassten Konstrukten (P-I-D math, P-I-D CM, GPK) gegenüber einem eindimensionalen Modell. Die Faktorladungen des ersten Faktors waren für MCK ($\lambda = .96$, $p < .01$) und MPCK ($\lambda = .74$, $p < .01$) deutlich höher als für MDiagnose ($\lambda = .48$, $p < .01$), während gleichzeitig P-I-D math deutlich höher auf den zweiten Faktor lud ($\lambda = .99$, $p < .01$) als P-I-D CM oder GPK (beide: $\lambda = .54$, $p < .01$). Die latente Korrelation beider Faktoren war signifikant bei $r = .41$ (ohne p-Wert berichtet). Die Studie lieferte somit Hinweise, dass sich eine Fähigkeit zur Anwendung von mathematikbezogenem Professionswissen empirisch nicht dem mathematikbezogenem Professionswissen, sondern einer Fähigkeit zur Anwendung von fachübergreifendem Wissen zuordnen lässt.

2.6.3 Zusammenfassung

Insgesamt werden in der vorliegenden Literatur zu analytischen Modellierungen das Professionswissen sowie motivational-affektive Merkmale von Lehrkräften entweder mit klarem Fachbezug oder fachübergreifend definiert. Unter den fachübergreifenden Konstrukten wird beispielsweise dem pädagogisch-psychologischen Wissen eine hohe Relevanz für Lehrkräfte zugesprochen. Hinsichtlich fachbezogener Aspekte wurde nur wenig untersucht, inwieweit diese mit fachübergreifenden Konstrukten konfundiert sind. Insbesondere

[8] Auf die Begriffe *deklaratives* und *prozedurales* Wissen wird in Abschnitt 2.7.2 eingegangen.

wurde bislang nicht direkt untersucht, inwieweit fachbezogenes Professionswissen (CK und PCK) in einem Fach Anteile umfasst, die auch für das fachbezogene Professionswissen in einem anderen Fach verwendet werden können (DESIDERAT 1).

Bezüglich situierter Kompetenzmodellierungen wurde lediglich in einer Studie untersucht, wie sich die Fähigkeit zur Anwendung von mathematischem Professionswissen in Bezug auf mathematikbezogene oder fachübergreifende Konstrukte empirisch zuordnen lässt. Die Ergebnisse wiesen dabei im Wesentlichen auf eine fachunabhängige Zuordnung hin. Jedoch wurde in dieser Studie nicht zwischen Anforderungen des Unterrichtens unter Zeitdruck und Anforderungen der Unterrichtsreflexion unterschieden. Zudem wurde in dieser Studie die Fähigkeit zur Anwendung von mathematikbezogenem Professionswissen gegenüber der Fähigkeit zur Anwendung von pädagogisch-psychologischem Wissens untersucht. Eine Untersuchung der Fachspezifität der Fähigkeit zur Anwendung fachbezogenen Professionswissens während des Unterrichtens in unterschiedlichen Fächern steht daher noch aus (DESIDERAT 2).

2.7 Forschungsstand zum Erwerb der Fähigkeit zur Anwendung des Wissens

Es wird davon ausgegangen, dass die Entwicklung professioneller Kompetenz von Lehrkräften mit dem Erwerb eines fundierten Professionswissens an der Universität beginnt (Baumert & Kunter, 2011; Kleickmann & Anders, 2011). Auf welche Art und zu welchem Zeitpunkt angehende Lehrkräfte die Fähigkeit zur Anwendung des Professionswissens erwerben, ist jedoch nur wenig untersucht. In der vorliegenden Literatur besteht im Wesentlichen der Konsens, dass der Erwerb von Wissen nicht dessen Anwendbarkeit in Anforderungssituationen garantiert (z. B. Bromme & Tillema, 1995; Cramer, 2014; Stender et al., 2015). Diese Annahme stützt sich unter anderem auf empirische Befunde zur Anwendbarkeit des Wissens in der Kognitionsforschung (z. B. Gentner, Loewenstein, Thompson & Forbus, 2009; Renkl et al., 1996; Trench & Minervino, 2017; Whitehead, 1929).

2.7.1 Erklärungsansätze für das Ausbleiben von Wissensanwendung

Bereits Whitehead (1929) beschrieb ein Phänomen, bei dem Wissen zwar abstrakt erfasst worden ist, aber in Anforderungssituationen nicht angewendet werden kann[9]. Insbesondere aus der Kognitionsforschung und pädagogischen Psychologie gibt es im Wesentlichen drei verschiedene Ansätze, das Phänomen einer ausbleibenden Wissensanwendung zu erklären (nach Renkl, 1994):

[9]Dieses Phänomen wird häufig als 'träges Wissen' bezeichnet (z. B. Gentner et al., 2009; Renkl et al., 1996; Whitehead, 1929), wobei die Bezeichnung 'träge' eine umstrittene Annahme impliziert, dass das Ausbleiben der Wissensanwendung eine Eigenschaft des Wissens ist.

Im *Metaprozessansatz* wird eine mangelnde Wissensanwendung auf beispielsweise mangelnde motivationale (z. B. Krapp, 1993) oder volitionale Merkmale (z. B. Kuhl, 1987), unzureichende metakognitive Fähigkeiten (z. B. Brown, 1992) oder dysfunktionale Überzeugungen (z. B. Schoenfeld, 1988) zurückgeführt. So kann die Anwendung von Wissen durch Mangel an Interesse oder Handlungswillen, geringe Selbstwirksamkeitserwartung oder fehlende Gedächtnisstrategien gehemmt werden (für Details s. Renkl, 1994). In Bezug auf die Professionsforschung für Lehrkräfte entspricht dieser Erklärungsansatz der analytischen Modellierungen professioneller Kompetenz, da die überwiegende Mehrheit der betrachteten Merkmale sich in analytischen Modellierungen verorten lässt (vgl. z. B. Baumert & Kunter, 2011).

Im *Strukturdefizitansatz* wird die Wissensanwendung auf unterschiedliche Wissensformen zurückgeführt. Dabei wird zwischen *deklarativem* Wissen (Faktenwissen, Wissen „dass“) und *prozeduralem* Wissen (Handlungswissen, Wissen „wie“) unterschieden (vgl. Anderson, 1983, Abschnitt 2.7.2). Liegt deklaratives Wissen für einen bestimmten Bereich vor, so muss es in prozedurales Wissen überführt werden, bevor es in Anforderungssituationen angewendet werden kann (Anderson, 1983; Funke, 2014). Ob und inwieweit die funktionale Anwendung von Handlungswissen wiederum von motivational-affektiven und metakognitiven Merkmalen abhängt, wird dabei kaum beschrieben. Beispielsweise schreiben Baumert und Kunter (2011), dass auch das Professionswissen von Lehrkräften im analytisch geprägten Kompetenzmodell von COACTIV sowohl deklaratives als auch prozedurales Wissen umfasst (vgl. Abschnitt 2.1.3).

Im *Situiertheitsansatz*[10] wird angenommen, dass Wissen prinzipiell situativ gebunden ist. In diesem Ansatz wird die Annahme der Existenz von abstrakt-dekontextualisiertem deklarativem Wissen teilweise stark kritisiert (z. B. Clancey, 1993; Lave, 1988). Wissen wird hier typischerweise nicht als Merkmal einer Person, sondern als Funktion von einer Person und einer Situation gefasst. Ein *Transfer* auf eine andere Situation wird hierbei häufig in Form von Aktivitäten beschrieben. Eine Aktivität kann erfolgreich von einer Situation in eine andere transferiert werden, wenn beide Situationen bestimmte strukturelle Ähnlichkeiten aufweisen (Greeno, Moore & Smith, 1993, s. Renkl, 1994 für Details). Ein Transfer in möglichst viele unterschiedliche Kontexte kann entsprechend erleichtert werden, indem das Wissen in möglichst vielen Situationen verarbeitet (z. B. gelernt) wird (Anderson, 1983; Gentner et al., 2009; Greeno et al., 1993).

2.7.2 Kognitionsmodell zur Anwendung von Wissen

Um die Erwerbsprozesse der Fähigkeit zur Anwendung von Professionswissen bei Mathematiklehrkräften näher zu betrachten, wird im Folgenden die breit rezipierte ACT-R-Theorie von Anderson (1983) (s. a. Anderson, 1974, 1996; Anderson et al., 2018, 2004; An-

[10] Die Bezeichnung ‘Situiertheitsansatz’ von Renkl (1994) ist nicht zu verwechseln mit der situierten Modellierung von Kompetenz oder der situierten Erfassung von Wissen.

derson & Bower, 1974) zugrunde gelegt. In Bezug auf die obigen Erklärungsansätze für das Ausbleiben der Wissensanwendung umfasst diese Theorie sowohl Aspekte des Strukturdefizitansatzes als auch Aspekte des Situiertheitsansatzes.

In ACT-R enthält das Gedächtnis hierarchisch strukturiertes deklaratives Wissen. Für Lehrkräfte kann solches Wissen beispielsweise ein mathematischer Satz zu Funktionen oder eine typische Schülerfehlvorstellung zu Funktionseigenschaften sein. Damit deklaratives Wissen in Anforderungssituationen angewendet werden kann, muss es zunächst *aktiviert* werden. In der ACT-R-Theorie weist deklaratives Wissen zwei Merkmale auf, von denen seine *Aktivierbarkeit* abhängt (Anderson, 2013): Das *Aktivierungsniveau* (auch *Grundniveau der Aktivierung*) des Wissens und die *Assoziationsstärke* zu anderem deklarativem Wissen. Das Aktivierungsniveau von deklarativem Wissen steigt, je häufiger es verarbeitet wird. Beispielsweise steigt für eine Lehrkraft das Aktivierungsniveau für eine bestimmte Fehlvorstellung zu Dreieckseigenschaften, je häufiger diese Fehlvorstellung bei Lernenden wahrgenommen wird. Dadurch erhöht sich einerseits die Wahrscheinlichkeit, dass diese Fehlvorstellung bei einem Schüler oder einer Schülerin identifiziert wird, und andererseits die Geschwindigkeit, mit der auf dieses Wissen zugegriffen werden kann (Anderson, 2013). Die Assoziationsstärke von deklarativem Wissen zu anderem deklarativem Wissen steigt, je häufiger das Wissen zusammen verarbeitet wird. Wird zu einem Zeitpunkt ein bestimmtes deklaratives Wissen aktiviert, so wird damit assoziiertes deklaratives Wissen mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit, die von dem Aktivierungsniveau und der Assoziationsstärke abhängt, ebenfalls aktiviert.

Anhand von aktiviertem deklarativem Wissen können gemäß der ACT-R-Theorie *Produktionen*[11] gebildet werden. Produktionen sind Regeln, die deklaratives Wissens unter Beachtung von Randbedingungen (u. a. Ziele, Vorwissen) mit Handlungen verknüpfen. Muss beispielsweise zu einem rechtwinkligen Dreieck mit zwei gegebenen Seitenlängen die dritte Seitenlänge bestimmt werden, so kann eine Abfolge von Produktionen die Verbindung vom aktuellen Ziel (Lösung der Aufgabe), dem Fakt, dass ein rechtwinkliges Dreieck vorliegt, und dem deklarativen Wissen zum Satz des Pythagoras (bzw. Verknüpfungen zu vorhandenen Produktionen zur Anwendung des Satzes) regeln.

Zur Erzeugung von Produktionen beschreibt Anderson (1983) drei Phasen[12]. In der ersten Phase (*Interpretation*) wird aktiviertes deklaratives Wissen anhand allgemeiner, domänenunspezifischer Problemlöseprozeduren (*schwache* Prozeduren) interpretiert (vgl. Renkl, 1994; Stender et al., 2015). Bei wiederholter Anwendung dieser Produktionen auf das deklarative Wissen kommt es zur zweiten Phase (*Kompilierung*), in der die enstandenen Teilproduktionen sortiert, mental validiert und zusammengefasst werden. Das Ergebnis ist ein *System* von Prozeduren, die eine „prozedurale Repräsentation“ des Wissens und damit, in gewissen Grenzen, eine unmittelbare Anwendbarkeit des Wissens darstellen (vgl. Renkl,

[11] Im englischen Original '*productions*', im Deutschen z. T. auch als 'Prozeduren' übersetzt (Renkl, 1994).

[12] Eine Illustration der drei Phasen anhand eines Fallbeispiels zum geometrischen Beweisen wird von Anderson (1983, S. 233 f.) bzw. Anderson (2013, S. 340 f.) gegeben.

1994, S. 14). Bei wiederum wiederholter Anwendung dieses Produktionensystems erfolgt in der dritten Phase (*Tuning*) die Feinabstimmung. Hier kann das erzeugte Produktionensystem durch *Generalisierungsprozesse* in ihrer Anwendungsbreite erweitert oder durch *Diskriminierungsprozesse* in ihrer Anwendungsbedingung begrenzt werden (vgl. Renkl, 1994). Die so erzeugten Produktionensysteme werden als *prozedurales* Wissen bezeichnet (Anderson, 2013, vgl. Renkl, 1994).

2.7.3 Transformation von Professionswissen zu unterrichtlichem Handeln nach Stender, Brückmann und Neumann

Aufbauend auf der ACT-R-Theorie leiteten Stender et al. (2015) ein Modell für die Transformation von deklarativem Professionswissen für das Handeln im Unterricht vermittelt durch die Unterrichtsvorbereitung ab. Darin dient die Befähigung zur Unterrichtsvorbereitung nicht nur zur Erzeugung äußerlich sichtbarer Planungshandlungen (z. B. Zeitplan, Auswahl von Methoden und Medien), sondern auch zur Antizipation zukünftiger Entscheidungen und Handlungen im Unterricht (Borko & Shavelson, 1990; Shavelson & Stern, 1981; Stender, Brückmann & Neumann, 2017). Für erwartete Anforderungen des Unterrichtens erzeugen Lehrkräfte demzufolge die nötigen Produktionen bereits im Rahmen der Unterrichtsvorbereitung, die anschließend während des Unterrichtens als Handlungsoptionen zur Verfügung stehen (Artzt & Armour-Thomas, 1998; Bromme, 1981; Meyer, 2007). Für unerwartete Anforderungen kann die Analyse und Nachbereitung von Unterricht dazu führen, dass diese Anforderungen bei zukünftiger Unterrichtsvorbereitung berücksichtigt und ebenfalls antizipiert werden.

Dabei lassen sich aus Sicht der ACT-R-Theorie zwei Effekte der Unterrichtsvorbereitung auf den Erwerb einer Befähigung zum Handeln im Unterricht ableiten. Einerseits gehen die durch die Unterrichtsvorbereitung erzeugten Produktionen ins Langzeitgedächtnis über und können (a) zur Bewältigung der antizipierten Anforderungssituationen oder (b) zur Bewältigung ähnlicher Anforderungssituationen genutzt werden (je nach Elaborationsgrad: vgl. Schritt 'Interpretation' oder 'Tuning' im vorigen Abschnitt 2.7.2). In beiden Fällen ist ein positiver Effekt der Unterrichtsvorbereitung auf das Handeln einer Lehrkraft im Unterricht zu erwarten. Andererseits stellt die Nutzung des deklarativen Professionswissens im Kontext der Unterrichtsvorbereitung eine Verarbeitung des Wissens dar, die sowohl das Aktivierungsniveau des Professionswissens als auch die Assoziationsstärke zu anderem Professionswissen erhöht (vgl. voriger Abschnitt). Somit steigt die Wahrscheinlichkeit, dass das Professionswissen in Anforderungssituationen im Unterricht aktiviert werden kann, auch wenn noch keine passenden Produktionen erzeugt wurden.

Empirische Ergebnisse für das Transformationsmodell nach Stender et al. (2015, 2017) beschränken sich bislang auf Zusammenhänge von beispielsweise deklarativem Professionswissen und Planungshandlungen von angehenden und praktizierenden Physiklehr-

kräften. Untersuchungen, die im Zusammenhang mit dem Transformationsmodell auch das Handeln der Lehrkräfte im Unterricht unter Zeitdruck einbeziehen, gibt es bislang keine. Gestützt werden die obigen Annahmen jedoch aus frühen Arbeiten zum 'reflective teaching' (z. B. Schön, 1983). Theoretische Argumente und qualitativ-empirische Belege hierfür lieferten beispielsweise Artzt und Armour-Thomas (1998), bei denen die Fähigkeit zur Unterrichtsreflexion es unerfahrenen Mathematiklehrkräften ermöglicht, im Unterricht zum Teil ähnlich wie erfahrene Lehrkräfte zu denken und zu reagieren. Auch Sherin und van Es (2009) berichteten auf Grundlage einer qualitativen Studie einen positiven Effekt von unterrichtsreflexiven Aktivitäten (Video Clubs, vgl. Abschnitt 2.2.2) auf die professionelle Wahrnehmung von Mathematiklehrkräften zu fachbezogenen Schülerkognitionen während des Unterrichtens.

Weitere empirische Unterstützung kann in einer Vielzahl von Befunden aus der Gedächtnis- und Kognitionsforschung zum *analogen Problemlösen* gefunden werden (u. a. Brown, 1989; Casale, Roeder & Ashby, 2012; Gary, Wood & Pillinger, 2012; Gentner & Maravilla, 2018; Nadler, Thompson & Boven, 2003; Pirolli & Anderson, 1985; Ross, 1987). Obwohl die direkte Anwendung von Wissen aus einem bekannten Problemkontext auf einen neuen, analogen Problemkontext als schwierige Anforderung betrachtet wird (Bernardo, 2001; Gentner et al., 2009), zeigen Befunde, dass die Verarbeitung von Wissen in möglichst vielen Kontexten deren Anwendbarkeit in einer neuen, unbekannten Situation signifikant erhöht (Gentner, 2006; Gick & Holyoak, 1980; Marchant, Robinson, Anderson & Schadewald, 1991; Ross & Kennedy, 1990). Gentner und Maravilla (2018) zufolge entstehen durch eine solche Verarbeitung in verschiedenen Kontexten *analogiebezogene Abstraktionen* des Wissens, die dessen Anwendung auf neue Probleme erleichtert. Das Handeln unter Zeitdruck kann dagegen nur stark eingeschränkt als Quelle für analogiebezogene Abstraktionen dienen (Goldstone & Medin, 1994; Markman & Gentner, 1993). Reeves und Weisberg (1994) bezeichnen analogiebezogene Abstraktionen als Vermittler zwischen dem Vorwissen und dem Handeln in Anforderungssituationen. Gentner et al. (2009) konnten zeigen, dass die Erzeugung solcher Abstraktionen die Anwendbarkeit zuvor erworbenen, trägen Wissens ermöglicht.

2.7.4 Zusammenfassung

Insgesamt kann aus der ACT-R-Theorie und insbesondere aus dem abgeleiteten Transformationsmodell der Unterrichtsplanung nach Stender et al. (2015) gefolgert werden, dass durch die Befähigung zur Unterrichtsreflexion Wissen und Produktionen vorbereitet werden können, die für Anforderungen in unterrichtlichen Situationen unter Zeitdruck zur Verfügung stehen. In Bezug auf das Modell professioneller Kompetenz von Lindmeier (2011) kann daher vermutet werden, dass angehende oder praktizierende Lehrkräfte, die eine fundierte Befähigung zur Unterrichtsreflexion (RC) ausgebildet haben, auch eine Befähigung zur spontanen Bewältigung unterrichtlicher Anforderungssituationen (AC) besser ausbil-

den können. Lehrkräfte mit hohem RC könnten hierbei nicht nur das deklarative Professionswissen effizienter zur Bewältigung neuer Anforderungssituationen einsetzen, sondern auch auf eine größere Auswahl analoger Produktionen zurückgreifen, ohne sich unmittelbar vorher auf diese Anforderungssituationen vorzubereiten. Diese Funktion von RC wäre insbesondere für das Lehramtsstudium von Bedeutung, um die Anwendung von universitärem Wissen in unterrichtlichen Anforderungssituationen beim Übergang in die Schulpraxis zu erleichtern. Quantitative empirische Hinweise für eine solche Rolle von RC für AC gibt es jedoch bislang keine (DESIDERAT 3).

3 Die vier Studien dieser Arbeit

Um die drei abgeleiteten Forschungsdesiderate (1) zur Fachspezifität von fachbezogenem Professionswissen (DESIDERAT 1), (2) zur Fachspezifität der Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen während des Unterrichtens (DESIDERAT 2) und (3) zur Rolle von RC für die Anwendung von fachbezogenem Professionswissen während des Unterrichtens (DESIDERAT 3) zu adressieren, werden in der vorliegenden Arbeit insgesamt vier Studien durchgeführt. Die erste Studie untersucht das erste Forschungsdesiderat, die zweite und dritte Studie jeweils das zweite Forschungsdesiderat und die vierte Studie das dritte Forschungsdesiderat.

Wie in Kapitel 2 dargestellt, ergeben sich die Desiderate zur Fachspezifität professioneller Kompetenz (DESIDERAT 1, 2) insbesondere aus der Tatsache, dass in bisherigen Studien die professionelle Kompetenz von Lehrkräften zumeist nur in einem Fach untersucht wurde. Im Gegensatz dazu werden in den Studien 1–3 angehende und praktizierende Sekundarstufenlehrkräfte mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften bezüglich fachbezogenen Professionswissens und AC in beiden Unterrichtsfächern untersucht. Diese Fächerkombination eignet sich unter anderem deswegen zur Untersuchung von Fachspezifität, da sowohl in der Fachdisziplin Wirtschaftswissenschaften als auch im Sekundarstufenunterricht der Wirtschaftswissenschaften mathematische Prinzipien und Verfahren angewendet werden (Anderson et al., 1994; Ballard & Johnson, 2004; Deutscher & Winther, 2015; Kirschner et al., 2017; Williams, Waldauer & Duggal, 1992). Diese Affinität der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften ermöglicht daher die Identifizierung möglicher fachübergreifender Anteile von AC, die bei Fächern ohne inhaltliche Überschneidungen möglicherweise verborgen bleiben.

Zur Adressierung von DESIDERAT 3 durch Studie 4 werden angehende und praktizierende Mathematiklehrkräfte fokussiert. Um die in Kapitel 2 dargestellte vermittelnde Wirkung von RC zwischen dem fachbezogenen Professionswissen und AC zu untersuchen, werden diese Konstrukte bei (angehenden) Mathematiklehrkräften erhoben und mittels Mediationsmodellen analysiert.

Die vier Studien dieser Arbeit wurden im Rahmen von *ELMaWi* (*'Erfassung von fachspezifischen Kompetenzen bei Lehramtsstudierenden der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften'*) durchgeführt, einem Kooperationsprojekt zwischen dem IPN Kiel (Abteilung Didaktik der Mathematik) und der Johannes Gutenberg Universität Mainz (Lehrstuhl für

Wirtschaftspädagogik). Das Projekt wurde vom 01.03.2016 bis zum 31.05.2019 vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert.

Die vier Studien dieser Arbeit sind in Artikelform im Anhang (A–D) zu finden. Sie werden im Folgenden im Überblick dargestellt. Dabei werden die Ziele, Forschungsfragen, Hypothesen und Untersuchungsansätze für die einzelnen Studien in diesem Kapitel separat dargestellt. Da die vier Studien im Wesentlichen auf dieselben Instrumente und verschiedene Teilmengen derselben Stichprobe zugreifen, werden diese in Kapitel 4 zusammen präsentiert. In Kapitel 5 erfolgt für jede Studie eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse. Eine ausführliche Diskussion der Studien wird anschließend in Kapitel 6 vorgenommen.

3.1 Studie 1

Ziel und Forschungsfrage

Wie bereits beschrieben, liegen diverse Studien vor, die das fachbezogene Professionswissen von Lehrkräften in nur einem Fach untersuchten (s. Abschnitt 2.1). Vor dem Hintergrund möglicher fachübergreifender Anteile im fachbezogenen Professionswissen (DESIDERAT 1) fehlt es jedoch an Studien, die das CK und das PCK von Lehrkräften mit Ausbildung in zwei Fächern auch in beiden Fächern untersuchen.

Vor diesem Hintergrund verfolgte die erste Studie das Ziel, quantitativ-empirische Hinweise für Zusammenhänge innerhalb des fachbezogenen Professionswissens von angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zu sammeln. In diesem Zusammenhang wurde die folgende Forschungsfrage hypothesenprüfend untersucht:

> **Forschungsfrage 1:** Welche fachübergreifenden Zusammenhänge gibt es bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zwischen den Komponenten des fachbezogenen Professionswissens (CK, PCK)?

Untersuchungsansatz

Zur Untersuchung der Forschungsfrage wurde ein quantitativer Ansatz verfolgt, bei dem entsprechende standardisierte Instrumente zur Erfassung von CK und PCK in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zusammengestellt wurden, die sich zu Zahlenwerten (*Scores*) als Indikatoren für die Ausprägung der jeweiligen Konstrukte auswerten lassen (vgl. Abschnitt 4.2). Zur Ermittlung von Zusammenhängen zwischen den Konstrukten wurden korrelative Analysen ausgewählt. Als Zielstichprobe wurden sowohl angehende als auch praktizierende Lehrkräfte mit Ausbildung in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften gewählt, um die Ergebnisse nicht nur auf eine bestimmte Ausbildungsphase (z. B. Lehramtsstudierende) zu beschränken.

Hypothesen

In den Wirtschaftswissenschaften wird Mathematik zur Beschreibung oder Lösung wirtschaftswissenschaftlicher Probleme angewendet, weshalb Mathematik als wesentlicher Aspekt der Fachdisziplin Wirtschaftswissenschaft angesehen wird (Ballard & Johnson, 2004; Deutscher & Winther, 2015). Diese Annahme wird auch von Studien gestützt, bei dem mathematische Fähigkeiten von Studierenden den Erfolg im Fachstudium Wirtschaftswissenschaften vorhersagten (z. B. Anderson et al., 1994; Ballard & Johnson, 2004; Williams et al., 1992). Es kann daher vermutet werden, dass auch für Lehrkräfte das CK in Mathematik für das CK in Wirtschaftswissenschaften förderlich ist:

> *Hypothese 1.1: CK in Mathematik korreliert moderat*[1] *positiv mit CK in Wirtschaftswissenschaften.*

Weiterhin kann angenommen werden, dass ein fundiertes CK in einem Fach (Mathematik bzw. Wirtschaftswissenschaften) zur Ausbildung von PCK in diesem Fach förderlich ist (Kleickmann et al., 2013; Kuhn, 2014; Tröbst et al., 2018). In manchen Arbeiten wird diese Annahme sogar verschärft, indem davon ausgegangen wird, dass ein entsprechendes CK für die Ausbildung von PCK notwendige Voraussetzung ist (Baumert et al., 2011; Depaepe et al., 2013). Ein positiver Zusammenhang zwischen CK und PCK kann daher vermutet werden:

> *Hypothese 1.2: CK in einem Fach (Mathematik oder Wirtschaftswissenschaften) korreliert mindestens moderat positiv mit PCK in demselben Fach.*

(Schul-)Mathematik ist ein essenzieller Bestandteil des Schulfachs Wirtschaftswissenschaften. Für Lehrkräfte der Wirtschaftswissenschaften kann also angenommen werden, dass sowohl ein fundiertes mathematisches Wissen als auch ein Wissen über das Unterrichten mathematischer Inhalte für das Unterrichten von Wirtschaftswissenschaften nützlich ist.

So fördert mathematisches CK und PCK möglicherweise ein Verständnis über Fehlvorstellungen in Wirtschaftswissenschaften (z. B. wenn diese teilweise auf mathematikbezogene Schwierigkeiten zurückgehen), ein Verständnis für das Erklären und Repräsentieren wirtschaftswissenschaftlicher Inhalte (wenn sie mathematische Aspekte enthalten) oder ein Verständnis über die kognitiven Anforderungen von Aufgaben, die eine Anwendung mathematischer Fähigkeiten in wirtschaftswissenschaftlichen Kontexten erfordern. Ein fundiertes mathematikbezogenes CK und PCK könnte sich also positiv auf alle Teilaspekte des wirtschaftswissenschaftsbezogenen PCK (Baumert & Kunter, 2011) auswirken.

Darüber hinaus wird in diversen Arbeiten angenommen, dass PCK zusätzlich zu fachlichen Anteilen fachunabhängige, pädagogisch-psychologische Anteile umfasst (De-

[1] Korrelationsstärken werden in dieser Arbeit in Anlehnung an Cohen (1988, S. 79–80) interpretiert, wonach eine Korrelation von $|r| = .10$ als schwach, $|r| = .30$ als moderat und $|r| = .50$ als stark bezeichnet werden kann.

paepe et al., 2013; König, Doll et al., 2018; Shulman, 1986; Tröbst et al., 2018). Hinweise hierfür lieferten teilweise substanzielle Zusammenhänge von PCK in unterschiedlichen Fächern mit pädagogisch-psychologischem Wissen (vgl. Abschnitt 2.6.1). Dieser fachübergreifende Anteil von PCK könnte sich ebenfalls in einem Zusammenhang zwischen PCK in Mathematik und PCK in Wirtschaftswissenschaften zeigen.

Insgesamt können in Bezug auf das PCK über die Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften hinweg zwei Zusammenhänge vermutet werden:

Hypothese 1.3: CK in Mathematik korreliert mindestens schwach positiv mit PCK in Wirtschaftswissenschaften.

Hypothese 1.4: PCK in Mathematik korreliert mindestens schwach positiv mit PCK in Wirtschaftswissenschaften.

3.2 Studie 2

Ziel und Forschungsfrage

Hinsichtlich der Fachspezifität der Fähigkeit von Lehrkräften zur Anwendung von fachspezifischem Professionswissen (DESIDERAT 2) gibt es bislang keine Studien, die sowohl das unterrichtliche Handeln unter Zeitdruck als auch potenziell unterschiedliche Ausprägungen dieser Fähigkeit bei angehenden oder praktizierenden Lehrkräften mit Ausbildung in mehreren Unterrichtfächern untersuchten.

Vor diesem Hintergrund verfolgte die zweite Studie das Ziel, empirische Hinweise für eine fachspezifische oder fachübergreifende Ausprägung der Fähigkeit zur Anwendung von fachspezifischem Professionswissen im Unterricht bei angehenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zu sammeln. In diesem Zusammenhang wurde die folgende Forschungsfrage explorativ untersucht:

Forschungsfrage 2: Gibt es fachspezifische Unterschiede bei der Anwendung von fachbezogenem Professionswissen zur Bewältigung unterrichtlicher Anforderungen bezüglich der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften?

Untersuchungsansatz

Um Hinweise für diese Forschungsfrage zu erhalten, wurden Lehramtsstudierende der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften in der zweiten Hälfte des Regelstudiums fokussiert. Diese Personengruppe sollte entsprechend ihrem Ausbildungsstatus zwar ein profundes fachbezogenes Professionswissen erworben, jedoch noch kaum systematische Lerngelegenheiten für die Fähigkeit zur Anwendung des Professionswissens für das Unterrichten wahrgenommen haben. Entsprechende Schwierigkeiten der Lehramtsstudierenden bei der Anwendung von fachbezogenem Professionswissen wurden in dieser Studie als Untersuchungsgegenstand ausgewählt.

Vor diesem Hintergrund wurde für Lehramtsstudierende der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften ein sequenzieller *Mixed-Methods*- Ansatz verfolgt (vgl. Ivankova, Creswell & Stick, 2006): Einerseits standen standardisierte Instrumente und quantitative Auswertungsverfahren zur Erfassung von CK und PCK in beiden Fächern zur Verfügung (vgl. Abschnitt 3.1) und andererseits wurden standardisierte Instrumente zur Erfassung von AC in beiden Fächern gewählt (bzw. teilweise erstellt; vgl. Abschnitt 4.2). In einem ersten Schritt wurden anhand der Instrumente für CK und PCK Lehramtsstudierende mit profundem fachbezogenen Professionswissen identifiziert. Im zweiten Schritt wurden die Versuche dieser Lehramtsstudierenden zur Anwendung dieses Wissens zur Beantwortung der AC-Instrumente hinsichtlich möglicher fachspezifischer Unterschiede qualitativ ausgewertet.

3.3 Studie 3

Ziel und Forschungsfragen

In den Studien 1 und 2 wurden einerseits fachübergreifende Anteile von CK und PCK ermittelt und andererseits qualitative Hinweise zur Frage der Fachspezifität der Fähigkeit zur Anwendung dieses Professionswissens während des Unterrichtens gesammelt.

Aufbauend auf diesen Ergebnissen wurden in Studie 3 anhand von angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit Ausbildung in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zwei Ziele verfolgt: (a) die Untersuchung von Zusammenhängen zwischen CK, PCK und AC für Mathematik und für Wirtschaftswissenschaften und (b) die ergänzende Untersuchung von Zusammenhängen zwischen AC in Mathematik und AC in Wirtschaftswissenschaften unter Berücksichtigung von Zusammenhängen des fachbezogenen Wissens (CK, PCK) in beiden Fächern anhand von quantitativen Methoden und einer größeren Stichprobe als in Studie 2. In diesem Zusammenhang wurden die folgenden Forschungsfragen teilweise hypothesenprüfend und teilweise explorativ untersucht:

Forschungsfrage 3.1: Welche Zusammenhänge gibt es bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften zwischen CK, PCK und AC in den Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften?

Forschungsfrage 3.2: Gibt es bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften einen Zusammenhang zwischen AC in Mathematik und AC in Wirtschaftswissenschaften, der nicht auf Zusammenhänge des fachbezogenen Professionswissens (CK, PCK) zurückzuführen ist?

Untersuchungsansatz

Ähnlich wie bei Studie 1 wurde auch hier ein quantitativer Ansatz mit korrelativen Analysen gewählt, um sowohl angehende als auch praktizierende Lehrkräfte zu untersuchen (vgl. Abschnitt 3.1). Dieser eignet sich insbesondere zur Analyse von Zusammenhängen von zwei Variablen unter Kontrolle von Zusammenhängen weiterer Variablen. Um dies zu ermöglichen, wurden (im Gegensatz zu Studie 2) die Antworten der (angehenden) Lehrkräfte auf die AC-Instrumente zu Scores ausgewertet (vgl. Abschnitt 4.2.1).

Hypothese

Bezüglich Forschungsfrage 3.1 kann angenommen werden, dass mathematisches Professionswissen (CK, PCK) für das Handeln im Unterricht sowohl im Fach Mathematik als auch im Fach Wirtschaftswissenschaften relevant ist (vgl. Blömeke et al., 2014; Kersting et al., 2010; Knievel et al., 2015):

> *Hypothese 3.1 (zu Forschungsfrage 3.1): Sowohl in Mathematik als auch in Wirtschaftswissenschaften zeigt sich ein mindestens positiver Zusammenhang zwischen AC und sowohl CK als auch PCK in schwacher mit Tendenz zu moderater Höhe.*

3.4 Studie 4

Ziel und Forschungsfrage

Bezüglich des Erwerbs von AC wurde in Kapitel 2 abgeleitet, dass sich ein stark ausgeprägtes RC positiv auf den Erwerb von AC auswirkt (Abschnitt 2.7). Jedoch liegen bislang kaum quantitative empirische Hinweise für diese Vermutung vor. Vor diesem Hintergrund wurde in Studie 4 für das Fach Mathematik die folgende Forschungsfrage hypothesenprüfend untersucht:

> **Forschungsfrage 4:** Welche Zusammenhänge gibt es bei angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften zwischen dem mathematischen Professionswissen (CK und PCK), RC und AC?

Untersuchungsansatz

Auch in dieser Studie wurden angehende und praktizierende Lehrkräfte der Mathematik mit quantitativen, korrelativen Methoden untersucht (s. Abschnitt 3.1, 3.3). Diese eigenen sich insbesondere zur Überprüfung der Mediationshypothesen zwischen mathematischem Professionswissen, RC und AC. Um dies zu ermöglichen, wurde auch für RC ein standardisiertes Instrument zusammengestellt und zu Scores ausgewertet (s. Abschnitt 4.2.2).

Hypothesen

Es wird angenommen, dass mathematisches Professionswissen (CK, PCK) nicht nur für das Handeln im Unterricht (s. Hypothese 3.1), sondern auch für die Unterrichtsreflexion relevant ist (Knievel et al., 2015; Stender et al., 2015):

Hypothese 4.1: RC korreliert jeweils signifikant mit CK und PCK in mindestens schwacher mit Tendenz zu moderater Höhe.

Dem dargelegten theoretischen Annahmen folgend, geht mit dem Erwerb von RC auch die Möglichkeit des Erwerbs von AC einher (s. Abschnitt 2.7). Dies sollte sich in einem mindestens moderaten Zusammenhang zwischen den entsprechenden Konstrukten abbilden:

Hypothese 4.2: RC und AC korrelieren mindestens moderat miteinander mit Tendenz zu hoher Korrelation.

Unter Zeitdruck ist die Nutzung bestehender Handlungsoptionen effizienter als deren Generierung durch direkte Anwendung von deklarativem mathematischem Professionswissen (Stender et al., 2015; Abschnitt 2.7). Es kann daher vermutet werden, dass ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem mathematischen Professionswissen und AC abgeschwächt wird, sobald Zusammenhänge zu RC berücksichtigt werden. Diese Vermittlung muss für Personen ohne Praxiserfahrung und Personen mit Praxiserfahrung nicht in gleicher Stärke ausfallen.

Angehende Mathematiklehrkräfte mit wenig Praxiserfahrung (z. B. Lehramtsstudierende) könnten weniger Handlungsoptionen für das Unterrichten zur Verfügung haben als praktizierende Lehrkräfte mit fundierter Praxiserfahrung (z. B. Blömeke et al., 2014). Angehende Lehrkräfte mit wenig Praxiserfahrung profitieren daher stärker von einer Befähigung zur Unterrichtsreflexion (RC), die das vorhandene Professionswissen zu Handlungsoptionen für den Unterricht transformiert (Stender et al., 2015). Es kann daher gefolgert werden, dass ein Zusammenhang zwischen dem mathematischen Professionswissen und AC bei Lehramtsstudierenden vollständig durch RC vermittelt wird.

Praktizierende Mathematiklehrkräfte mit Praxiserfahrung (z. B. einem Schulhalbjahr oder länger) könnten hingegen im Transformationsprozess von Professionswissen zu Handlungsoptionen für den Unterricht weiter fortgeschritten sein. Folglich wird für praktizierende Lehrkräfte angenommen, dass ein Zusammenhang zwischen dem mathematischen Professionswissen und AC teilweise durch RC vermittelt wird.

Hypothese 4.3: Für Mathematik-Lehramtsstudierende wird ein Zusammenhang zwischen dem mathematischen Professionswissen (CK, PCK) und AC vollständig durch RC mediiert.

Hypothese 4.4: Für praktizierende Lehrkräfte mit mindestens einem Schulhalbjahr Praxiserfahrung wird ein Zusammenhang zwischen dem mathematischen Professionswissen (CK, PCK) und AC partiell durch RC mediiert.

4 Stichproben und Instrumente

Zur Durchführung der aufgeführten vier Studien dieser Arbeit wurde im Rahmen des ELMaWi-Projektes eine Stichprobe aus angehenden und praktizierenden Sekundarstufenlehrkräften der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften gesammelt. In dieser Stichprobe wurden Instrumente zur Erfassung von AC, RC und fachbezogenem Professionswissen eingesetzt. Die Studien basieren somit in Teilen auf derselben Stichprobe und im Wesentlichen auf denselben Instrumenten.

4.1 Stichproben

Im Rahmen von ELMaWi wurden zwischen Ende 2016 und Anfang 2018 Daten von (angehenden) Lehrkräften mit den Fächern Mathematik oder Wirtschaftswissenschaften an Universitäten, Studienseminaren und Schulen in Schleswig-Holstein, Hamburg, Bremen, Niedersachsen, Sachsen-Anhalt, Nordrhein-Westfalen, Hessen, Rheinland-Pfalz, Saarland und Baden-Württemberg erhoben. Zielgruppe der Erhebungen waren einerseits (angehende) Berufsschullehrkräfte mit beiden Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften (zur Untersuchung von Fragestellungen über ein Fach hinaus, z. B. Studien 1–3) und andererseits (angehende) Gymnasial- und Berufsschullehrkräfte mit einem der Fächer Mathematik oder Wirtschaftswissenschaften (u. a. zur Untersuchung von Fragestellungen innerhalb der Fächer, z. B. Studie 4). Da Lehrveranstaltungen zur Fachdidaktik zum Teil erst in höheren Fachsemestern vorkommen, durften nur Lehramtsstudierende in der zweiten Hälfte der Gesamtregelstudienzeit (d. h. ab dem letzten Jahr des Bachelorstudiums) teilnehmen. Die Teilnahme war freiwillig und es wurde eine finanzielle Aufwandsentschädigung gezahlt, dessen Höhe sich nach dem Ausbildungsstand richtete. Die Testungen fanden jeweils vor Ort an der Universität, dem Studienseminar oder der Schule in Gruppen von maximal 20 Personen und unter Aufsicht von geschultem Testpersonal statt.

Insgesamt stand den Studien dieser Arbeit eine Stichprobe von $N = 251$ angehenden und praktizierenden Lehrkräften im Fach Mathematik und $N = 321$ angehenden und praktizierenden Lehrkräften im Fach Wirtschaftswissenschaften zur Verfügung. Davon hatten $n = 96$ angehende und praktizierende Lehrkräfte die Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften (Details s. Tabelle 4.1).

	Mathematik & Wirtschaftswissenschaften	Mathematik*	Wirtschaftswissenschaften*
Studierende	$n = 54$	$n = 62$	$n = 108$
Anteil weiblich	62 %	48 % [1]	66 %
Alter (M)	27.6 (5.7)[1]	25.1 (4.4)[1]	26.3 (2.9)[1]
Abiturnote (M)	2.10 (0.58)[2]	2.03 (0.50)[3]	2.34 (0.55)[2]
Lehrkräfte i. V.	$n = 17$	$n = 68$	$n = 50$
Anteil weiblich	60 %	44 %	56 % [1]
Alter (M)	29.8 (2.8)	30.3 (5.3)[3]	31.0 (4.1)[2]
Abiturnote (M)	2.2 (0.5)	2.35 (0.58)	2.43 (0.62)[3]
Lehrkräfte	$n = 25$	$n = 25$	$n = 67$
Anteil weiblich	32 %	48 %	38 % [1]
Alter (M)	40.2 (7.2)	42.5 (11.3)	41.7, (9.3)[2]
Abiturnote (M)	2.18 (0.48)[1]	2.04 (0.54)	2.34 (0.47)[3]

Tabelle 4.1: Kennwerte der Gesamtstichprobe (Teilstichprobengröße n, Alter in Jahren und Abiturnote) aufgelistet nach unterrichteten Fächern und Ausbildungsstufe. *Legende: M: Arithmetischer Mittelwert; Runde Klammer: Standardabweichung des Mittelwerts; Eckige Klammer: Fehlende Werte; Studierende: Lehramtsstudierende, Lehrkräften i. V.: Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst; Lehrkräfte: Lehrkräfte mit absolviertem Vorbereitungsdienst; *(Angehende) Lehrkräfte unterrichten ggf. weitere, von Mathematik und Wirtschaftswissenschaften verschiedene Fächer.*

Studie 1 zielte auf die Untersuchung (angehender) Lehrkräfte mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften hinsichtlich möglicher Zusammenhänge innerhalb des fachbezogenen Professionswissens (Forschungsfrage 1). In dieser Studie wurde die vollständige Teilstichprobe aus angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit dieser Fächerkombination ($n = 96$) herangezogen.

Studie 2 zielte auf die Untersuchung von Lehramtsstudierenden hinsichtlich fachspezifischer Unterschiede bei der Anwendung von fachbezogenem Professionswissen in den Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften (Forschungsfrage 2). Zum Zeitpunkt der Durchführung von Studie 2 lag eine Stichprobe von $N = 37$ Lehramtsstudierenden der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften vor[1].

Studie 3 zielte auf die Untersuchung (angehender) Lehrkräfte hinsichtlich möglicher Zusammenhänge zwischen CK, PCK und AC innerhalb der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften (Forschungsfrage 3.1) sowie über die Fächern hinweg (Forschungsfrage 3.2). Zur Untersuchung von Forschungsfrage 3.1 lag zum Zeitpunkt der Durchführung der Studie eine Stichprobe[2] von $N = 239$ (angehenden) Lehrkräften für das Fach Mathema-

[1]Studie 2 wurde zeitlich vor Studie 1 durchgeführt, weshalb zu diesem Zeitpunkt eine kleinere Stichprobe an Lehramtsstudierenden vorlag.

[2]Zum Zeitpunkt von Studie 3 lagen noch nicht alle 251 Datensätze vor.

tik ($n = 101$ Lehramtsstudierende, $n = 88$[3] Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst, $n = 50$ Lehrkräfte mit abgeschlossenem Vorbereitungsdienst) und $N = 321$ (angehende) Lehrkräften für das Fach Wirtschaftswissenschaften vor. Zur Untersuchung von Forschungsfrage 3.2 wurde erneut die vollständige Teilstichprobe aus angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften ($n = 96$) herangezogen.

Studie 4 zielte auf die Untersuchung (angehender) Lehrkräfte der Mathematik hinsichtlich der Zusammenhänge zwischen dem mathematikbezogenen Professionswissen, RC und AC (Forschungsfrage 4). In dieser Studie wurde daher die vollständige Stichprobe aus angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften herangezogen ($N = 251$).

4.2 Instrumente

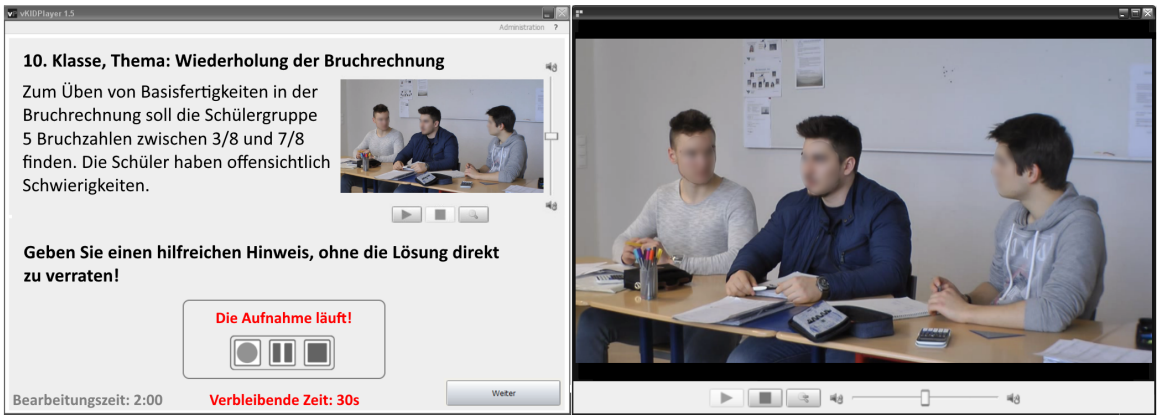
Zur Untersuchung der Forschungsfragen dieser Arbeit wurden unter anderem Instrumente zu AC in Mathematik (Studien 2–4) und Wirtschaftswissenschaften (Studien 2, 3), RC in Mathematik (Studie 4) und fachbezogenem Professionswissen (CK, PCK) in Mathematik (Studien 1–4) und Wirtschaftswissenschaften (Studien 1–3) eingesetzt. Die fachbezogenen Instrumente wurden dabei so ausgewählt, dass sie Wissen und Kompetenzen zu ähnlichen Inhaltsbereichen (z. B. Bruchrechnung) erfordern. Gleichzeitig sollte jedoch nicht dieselbe Anforderung (z. B. dieselbe Schülerfehlvorstellung) in zwei verschiedenen Instrumenten auftreten, um Wiederholungseffekte zu vermeiden (vgl. *Priming*-Effekt; z. B. Forster & Davis, 1984).

4.2.1 Aktionsbezogene Kompetenz (AC)

Zur Erfassung von AC in Mathematik (M-AC) und Wirtschaftswissenschaften (W-AC) wurden einerseits bestehende Items (z. B. Lindmeier, 2011) angepasst und andererseits neue Items angefertigt (Kuhn, Zlatkin-Troitschanskaia, Brückner & Saas, 2018). In beiden Fächern wurden videovignettenbasierte Items verwendet, die jeweils einen Videoclip mit einer authentischen, für den jeweiligen Fachunterricht typischen Anforderungssituation (ca. 1–2 Min. Länge) enthalten. Die Items erfordern die Formulierung von Rückmeldung in folgenden Anforderungstypen:

- Wenn Lernende fachbezogene Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Aufgaben haben, die einen inhaltlichen Hinweis der Lehrkraft erfordern (Itemtyp *Stimulus*),
- wenn eine Äußerung der Lehrkraft zu unterschiedlichen, korrekten Schülerlösungen gefordert ist (Itemtyp *Idee*) und
- wenn Lernende ein Verständnisproblem zeigen, das eine fachbezogene Erklärung durch die Lehrkraft erfordert (Itemtyp *Erklärung*; z. B. inhaltliche Antwort auf eine Schülerfrage oder eine falsch vorgerechnete Aufgabe an der Tafel).

[3] Im Rahmen einer gründlichen Datensäuberung wurden drei Datensätze im Anschluss an Studie 3 aus der Stichprobe ausgeschlossen, da sie kaum Angaben zu den fachbezogenen Leistungstests enthielten. Der hohe Anteil an fehlenden Werten wurde nicht mehr als schwache Testleistung, sondern als Testverweigerung interpretiert. Diese Fälle hatten nicht Wirtschaftswissenschaften als Zweitfach, weshalb der Ausschluss die Ergebnisse von Studie 3 zum Fächervergleich kaum beeinflusst. Auch hinsichtlich der Zusammenhänge innerhalb des Faches Mathematik wurden in Studie 4 vergleichbare Ergebnisse wie in Studie 3 gefunden.



Kontextbeschreibung: 10. Klasse, Thema: Wiederholung der Bruchrechnung.
Zum Üben von Basisfertigkeiten in der Bruchrechnung soll die Schülergruppe fünf Bruchzahlen zwischen $^3/_8$ und $^7/_8$ finden. Die Schüler haben offensichtlich Schwierigkeiten.

Handlungsaufforderung: Geben Sie einen hilfreichen Hinweis, ohne die Lösung direkt zu verraten!

Videosituation: Die Lehrkraft spricht die Gruppe an und fragt nach dem Fortschritt. Die Gruppe berichtet, dass sie nur $^4/_8$, $^5/_8$ und $^6/_8$ gefunden hat. Ein Schüler sagt, es gäbe keine weiteren Bruchzahlen mehr, da nichts mehr „dazwischen“ passt. Ein anderer Schüler vermutet, dass es noch mehr geben könnte.

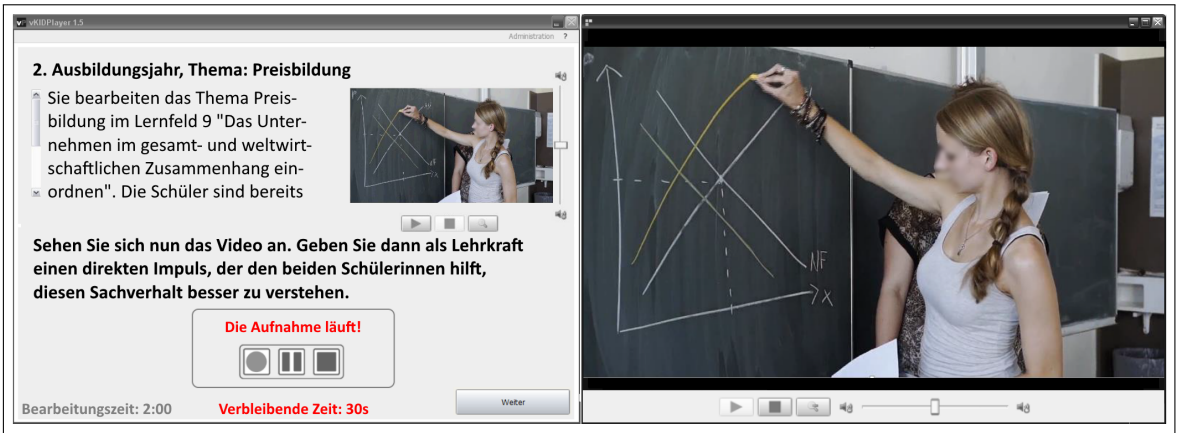
Beispielantwort: „Versucht euch doch mal Brüche anhand einer Torte zu verdeutlichen und schaut, ob ihr die Torte noch irgendwie verändern könnt, um noch feinere Abstufungen zu finden.“

Antwort als korrekt (Score 2) bewertet, da folgende Kriterien erfüllt:
- Die korrekte Lösungsstrategie wird nicht vorgegeben.
- Es wird fachlich korrekt auf einen Darstellungswechsel hingewiesen.
- Der Hinweis nutzt Grundvorstellungen zu Bruchzahlen.

Abbildung 4.1: Beispielitem für AC in Mathematik zum Itemtyp Stimulus und Inhaltsgebiet Arithmetik und Algebra. Teilnehmende lesen zunächst die Kontextbeschreibung, spielen dann die Videosituation ab (bei AC genau einmal möglich) und antworten anschließend unter Zeitdruck mit ihren eigenen Worten auf die Situation.

Die Erhebung erfolgte an einem Notebook mit Headset. Teilnehmende konnten das Video nur einmal abspielen, hatten nur begrenzt Zeit für ihre Antwort und sollten die Lernenden in der Situation direkt adressieren (Sprachaufnahme), als wären sie Teil der Situation.

Für M-AC wurden eine Skala mit insgesamt neun Items zusammengestellt (Jeschke, Lindmeier & Heinze, 2017). Drei Items aus dem Instrument von Lindmeier (2011) mussten dabei zunächst in einen für den Berufsschul-Mathematikunterricht passenden Kontext umgeschrieben und neu verfilmt werden. In ihrer ursprünglichen Fassung fokussierten die Videovignetten Situationen mit jüngeren Lernenden der 5. bis 9. Klassenstufe, die auf Berufsschullehrkräfte ungewohnt wirken könnten. Die Situationen wurden inhaltlich so angepasst, dass sie trotz Verortung in einer höheren Klassenstufe eine authentische Unterrichtsituation für sowohl Gymnasial- als auch Berufsschullehrkräfte darstellen (z. B. in Form einer Wiederholungsstunde, vgl. Abbildung 4.1). Weitere fünf Items wurden neu entwickelt (von Hering, 2016; Weisermann, 2016). Das resultierende Instrument adressiert die Anforderungstypen Stimulus (3 Items), Idee (2 Items) und Erklärung (4 Items) zu den Inhaltsbereichen der *Arithmetik und Algebra* (6 Items) sowie *Analysis* (3 Items).



Kontextbeschreibung: 2. Ausbildungsjahr, Thema: Preisbildung.
Sie bearbeiten das Thema Preisbildung im Lernfeld 9 „Das Unternehmen im gesamt- und weltwirtschaftlichen Zusammenhang einordnen". Die Schüler sind bereits mit den Begriffen Nachfrage und Angebot vertraut, kennen die Auswirkungen auf den Preis, wenn sich Nachfrage oder Angebot isoliert verändern. Lernziel der heutigen Stunde ist zu verstehen, wie sich ein Preis entwickelt, wenn sich Nachfrage und Angebot nun gleichzeitig verändern.

Handlungsaufforderung: Geben Sie als Lehrkraft einen direkten Impuls, der den beiden Schülerinnen hilft, diesen Sachverhalt besser zu verstehen.

Videosituation: Die Lehrkraft bittet die Lernenden, ihre Ergebnisse dem Plenum vorzustellen. Zwei Schülerinnen verschieben die Angebots- und Nachfragekurve, bedenken jedoch nicht, dass es auf die relative Veränderung ankommt und deshalb der Preis nicht zwangsläufig steigen muss, sondern auch sinken oder gleich bleiben kann.

Beispielantwort: „Naja sind Sie beide sich da sicher, dass der Preis steigt? Überlegen Sie noch einmal, wenn Sie Ihre neue Angebotskurve nehmen und aber nur um die Hälfte verschoben hätten, wie liegt denn dann der Preis und können sie einen Grund nennen, warum das dann ist, wie es ist?"

Antwort als korrekt (Score 2) bewertet, da folgende Kriterien erfüllt:
- Die korrekte Lösungsstrategie wird nicht vorgegeben.
- Die Verständnisschwierigkeit (relative Veränderung von Angebot und Nachfrage) wird adressiert.
- Es wird eine Aktion der Schülerinnen gefordert (z. B. durch eine Frage).

Abbildung 4.2: Beispielitem für AC in Wirtschaftswissenschaften zum Itemtyp Stimulus und Inhaltsgebiet Preisbildung und Preisbildungsmechanismus. Teilnehmende lesen zunächst die Kontextbeschreibung, spielen dann die Videosituation ab (bei AC genau einmal möglich) und antworten anschließend unter Zeitdruck mit ihren eigenen Worten auf die Situation. (aus Kuhn et al., 2018.)

Für W-AC wurde eine Skala mit insgesamt sieben Items zusammengestellt (Kuhn et al., 2018; Saas, Kuhn & Zlatkin-Troitschanskaia, im Druck). Die Entwicklung der Items erfolgte durch die Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Olga Zlatkin-Troitschanskaia an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz in Anlehnung an das Modell und die Instrumente von Lindmeier (2011). Die Items adressieren ausschließlich den Itemtyp Stimulus mit jeweils einem Item zu den Themen *optimale Bestellmenge*, *Bestellpunktverfahren*, *unvollkommener Markt*, *Grundsatz der Wirtschaftlichkeit*, *Preisbildung und Preisbildungsmechanismus*, *Produktdiversifikation und -differenzierung* und *Stückkostenermittlung*[4] (s. Abbildung 4.2).

[4]Siehe Kuhn et al. (2018) für eine ausführliche inhaltliche Beschreibung des Instruments.

Die aufgezeichneten Sprachantworten wurden transkribiert und anschließend von jeweils zwei geschulten Personen (*Rater*) pro Skala ausgewertet. Hierzu wurden die Antworten zunächst anhand eines detaillierten Kodiermanuals einer von neun Qualitätskategorien zugeordnet, die sich von *adäquat* (2 Abstufungen) über *teilweise adäquat* (4 Abstufungen) bis *nicht adäquat* (3 Abstufungen) erstrecken[5]. Spezifische Kriterien für die Einordnung in die Kategorien lagen sowohl auf Itemtyp-Ebene (Stimulus, Idee, Erklärung) als auch auf Item-Ebene vor. Auf Grundlage dieser Zuordnung wurde jeder Antwort ein *Score* von 0, 1 oder 2 zugeordnet. Dieses Verfahren wurde für Antworten zu M-AC-Items vom Standort IPN Kiel und für Antworten zu W-PCK vom Standort JGU Mainz durchgeführt. Eine Analyse der Interrater-Reliabilität erfolgte an beiden Standorten durch Auswertung zufällig gezogener Antworten durch beide Rater (je Item 47 Antworten bei M-AC und durchschnittlich 64.2 Antworten für W-AC). Auf dieser Grundlage ergaben sich substanzielle[6] bis gute Übereinstimmungen (Cohens Kappa) von $\kappa = .77–.90$ ($M = 0.84$) für M-AC und $\kappa = .60–.89$ ($M = 0.76$) für W-AC.

Die AC-Skalen zeigten in den betrachteten Stichproben eine interne Konsistenz (Cronbachs Alpha) von $\alpha = .60$ (M-AC, Studien 3&4) und $\alpha = .62$ (W-AC, Studie 3). Ähnliche Werte wurden bereits früher bei Leistungstests für Lehrkräften berichtet und in diesem Zusammenhang häufig mit der inhaltlichen Vielfalt von Instrumenten für beispielsweise PCK bei vergleichsweise geringer Skalenlänge begründet (Blömeke, Hoth et al., 2015; Buchholtz & Kaiser, 2013; Hill et al., 2004; Kuhn, 2014). Für den Zweck der vorliegenden Studien werden die Skalenreliabilitäten daher als grenzwertig, aber noch akzeptabel erachtet.

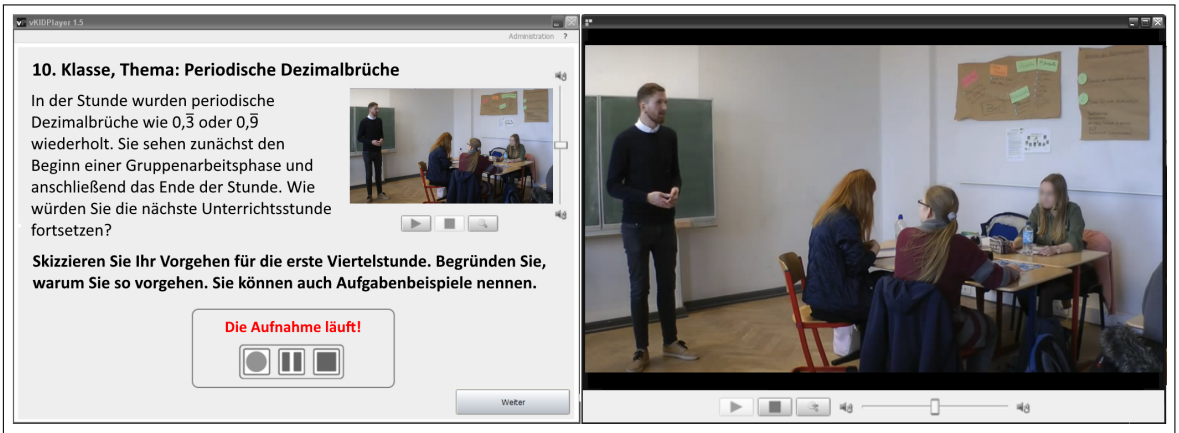
4.2.2 Reflexive Kompetenz (RC)

Zur Erfassung von RC in Mathematik (M-RC) in Studie 4 wurde eine Skala aus neun Items zusammengestellt. Sechs Items konnten aus dem Instrument von Lindmeier (2011) für den Einsatz bei Berufsschul-Mathematiklehrkräften angepasst werden (analog zur Anpassung der AC-Items im vorigen Abschnitt). Drei weitere Items wurden für den Kontext des Oberstufen-Mathematikunterrichts neu entwickelt (Weisermann, 2016). Die Items adressieren drei unterschiedliche, für die Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung charakteristische Anforderungstypen (Lindmeier, 2011):

- Bewertung der Eignung von Darstellungen und Merksätzen für die Verwendung im Mathematikunterricht (Itemtyp *Darstellung*, 4 Textvignetten-Items),
- Analyse und Planung von Unterricht (Itemtyp *Unterricht*, 3 Videovignetten-Items) und
- Korrektur und Rückmeldung zu Schülerbearbeitungen (Itemtyp *Fehler*, 2 Textvignetten-Items).

[5] Siehe Lindmeier (2011) für eine ausführliche Beschreibung des Auswertungsverfahrens.

[6] Für die Interpretation der Übereinstimmungsstärke wird sich an den Vorgaben von Landis und Koch (1977) orientiert.



Kontextbeschreibung: 10. Klasse, Thema: Periodische Dezimalbrüche. In der Stunde wurden periodische Dezimalbrüche wie $0.\overline{3}$ oder $0.\overline{9}$ wiederholt. Sie sehen zunächst den Beginn einer Gruppenarbeitsphase und anschließend das Ende der Stunde. Wie würden Sie die nächste Unterrichtsstunde fortsetzen?

Handlungsaufforderung: Skizzieren Sie Ihr Vorgehen für die erste Viertelstunde. Begründen Sie, warum Sie so vorgehen. Sie können auch Aufgabenbeispiele nennen.

Videosituation: Eine Dreiergruppe bearbeitet die Frage „Wie groß ist $0.\overline{9}$“. Das Video zeigt folgenden Dialog zwischen den Lernenden dieser Gruppe (S) und der Lehrkraft (L) kurz vor Stundenende:

L: „Okay, die Stunde ist gleich zu Ende, was haben Sie herausgefunden?“
S1: „$0.\overline{9}$ ist das Dreifache von $0.\overline{3}$, also von $1/3$.“
L: „Okay, und was ist $0.\overline{9}$ dann für eine Zahl? Was bedeutet das?“
S2: „Dass die 9 unendlich oft vorkommt. Alle Nachkommastellen sind 9.“
L: „Wie groß ist $0.\overline{9}$ denn nun?“
S3: „Das ist ziemlich nah an der 1 dran, fast so groß wie die 1 selbst.“

Beispielantwort: „Ich würde die Stunde mit einer Begrüßung beginnen. Die Lernenden sollen ihr Plakat fertig gestalten. Da sind dann erst mal 5 Minuten um. Dann sollen die ihre Ergebnisse im Plenum vorstellen und die sollen diskutiert werden. Vor allem der Beitrag, dass $0.\overline{9}$ ziemlich nah an der 1 dran ist, um da eventuell drauf zu kommen, dass, wenn man das betrachtet, $0.\overline{9}$ quasi als 1 angesehen werden kann. Da das ja auch schon genannt wurde, dass $0.\overline{9}$ das Dreifache von $1/3$ ist, also von $0.\overline{3}$ und da dann 3 mal $1/3$ gleich eins ist, könnte man zu dem Schluss kommen, dass $0.\overline{9} = 1$ ist und das würde ich in der nächsten Stunde verdeutlichen.“

Antwort als korrekt (Score 2) bewertet, da folgende Kriterien erfüllt:

- Es wird eine plausible unterrichtliche Implementation beschrieben.
- Es wird das Verständnisproblem adressiert ($0.\overline{9} < 1$).
- Es wird eine schülergerechte Begründung für $0.\overline{9} = 1$ herausgearbeitet.

Abbildung 4.3: Beispielitem für RC in Mathematik zum Itemtyp Unterricht und Inhaltsgebiet Arithmetik und Algebra. Die Teilnehmenden sind dazu aufgefordert, zunächst die Kontextbeschreibung zu lesen (links), dann das Video zu schauen (rechts) und schließlich (ohne Zeitdruck) verbal zu antworten (Mikrofonaufnahme).

Alle Items wurden computerbasiert mit Notebook und Headset eingesetzt. Items des Typs Unterricht enthielten jeweils einen Videoclip (1–2 Min. Länge) zum Ende einer Unterrichtsstunde, für die jeweils der Beginn der darauffolgenden Unterrichtsstunde geplant werden sollte (vgl. Abbildung 4.3). Items des Typs Darstellungen oder Fehler erforderten eine schriftliche Eingabe der Antwort in ein Textfeld und die des Typs Unterricht eine verbale Antwort in das Mikrofon. Teilnehmende hatten jeweils ausreichend Zeit zur Bearbeitung eines Items (max. 10 Minuten) und konnten die Videoclips beliebig oft ansehen.

Die Auswertung der RC-Antworten erfolgte ebenfalls durch zwei geschulte Personen anhand eines detaillierten Kodiermanuals zunächst zu einer von neun Kategorien und anschließend zu Scores von 0, 1 oder 2 (vgl. das Auswertungsverfahren für AC-Antworten oder Lindmeier, 2011). Eine Analyse der Interrater-Reliabilität für jedes Item auf Grundlage von zufällig gezogenen Antworten (durchschnittlich 79.2 Antworten, mindestens 62) zeigte eine akzeptable Übereinstimmung (Cohens Kappa) von $\kappa = .80$–1.0 ($M = .92$). Die so ausgewerteten Skalen zeigten in der Stichprobe von Studie 4 eine interne Konsistenz von $\alpha = .68$ (Cronbachs Alpha), die somit etwas stärker ist als die der AC-Skalen.

4.2.3 Fachbezogenes Professionswissen

Zur Erfassung des fachbezogenen Professionswissens in Studie 1–4 standen erprobte Items zum CK in Mathematik (M-CK), PCK in Mathematik (M-PCK) (Heinze et al., 2016; Loch, 2015; Loch, Lindmeier & Heinze, 2015), CK in Wirtschaftswissenschaftem (W-CK; Zlatkin-Troitschanskaia, Förster, Brückner & Happ, 2014) und PCK in Wirtschaftswissenschaften (W-PCK; Kuhn, 2014) zur Verfügung. Aufgrund der beschränkten Testzeit wurden aus den vorhandenen Items schließlich insgesamt 14 Items zum M-CK (8 offen, 6 multiple choice[7]), 15 Items zum M-PCK (4 offen, 6 complex multiple choice, 5 multiple choice), 16 Items zum W-CK (multiple choice) und 11 Items zum W-PCK (6 offen, 5 multiple choice) ausgewählt (s. Anhang E für die detaillierte inhaltliche Zusammensetzung der Wissensskalen).

Die Items zum M-CK und M-PCK entstammen der KiL- und KeiLa-Studie (vgl. Abschnitt 2.1.5) und umfassen die Inhaltsgebiete der Sekundarstufen-Arithmetik und -Algebra, -Analysis, -*Stochastik* und -*Geometrie*. Für M-CK wurden Items zum schulbezogenen CK ausgewählt, die (wie bereits in Abschnitt 2.1.5 beschrieben) typischerweise nicht allein universitäres oder schulisches Fachwissen, sondern ein Wissen über die Zusammenhänge von schulischer und akademischer Mathematik abfragen (s. Abbildung 4.4). Dazu zählt einerseits Wissen über die Zusammenhänge von Elementen der Schulmathematik zur Hintergrundtheorie (Bottom-Up), Wissen über Reduktion von Elementen der akademischen Mathematik, sodass sie im schulischen Kontext gelehrt werden können (Top-Down), sowie curriculares Wissen über den Aufbau der Schulmathematik. Die Items zum M-PCK zielen

[7] In dieser Arbeit bezeichnet *multiple choice* ein Antwortformat, bei dem aus einer gegebenen Anzahl von Antworten genau eine ausgewählt werden soll (vgl. Abbildung 4.6). *Complex mulitple choice* bezeichnet ein Antwortformat, bei dem für eine gegebene Anzahl von Antworten jeweils „trifft zu“ oder „trifft nicht zu“ angekreuzt werden soll (vgl. Abbildung 4.4).

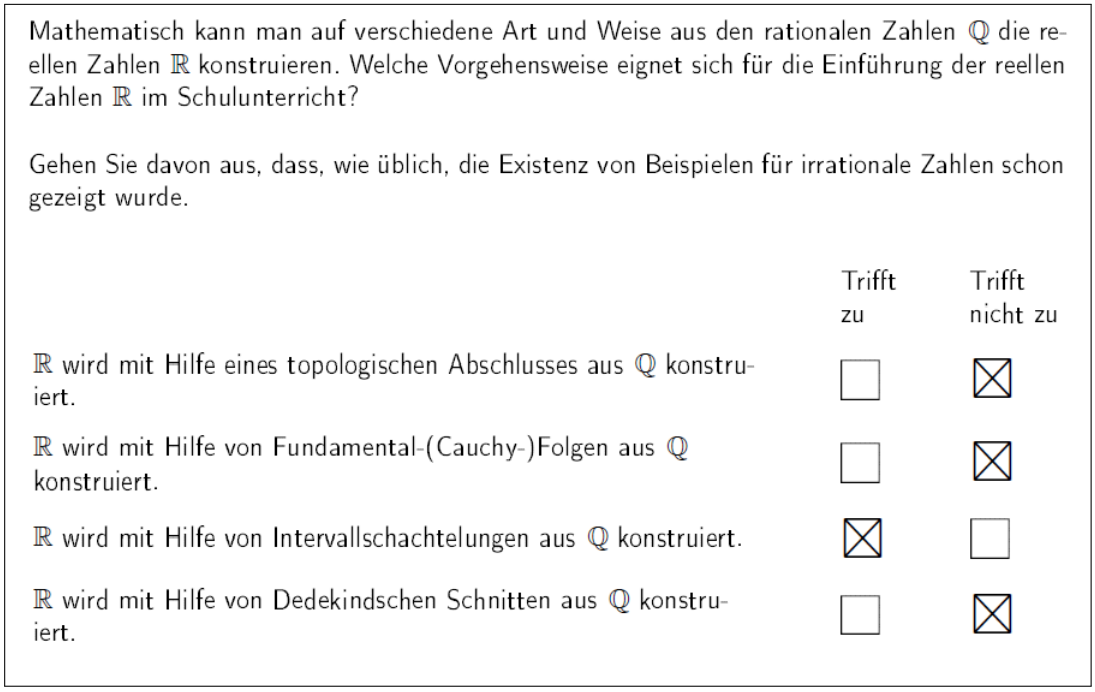


Abbildung 4.4: Beispielitem (complex multiple choice) für M-CK über die Zusammenhänge von Elementen der Schulmathematik zur Hintergrundtheorie. Die gesetzten Kreuze markieren die korrekte Lösung. (vgl. Heinze et al., 2016.)

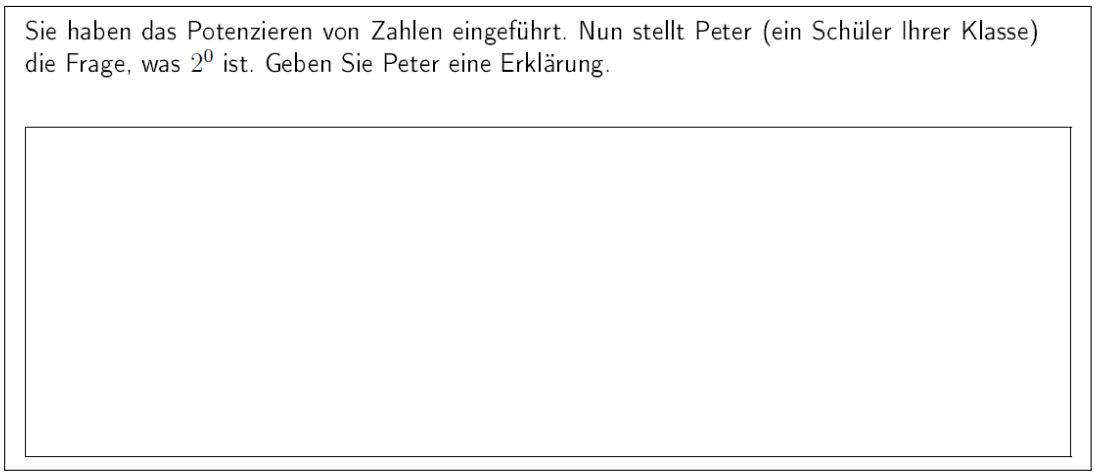


Abbildung 4.5: Beispiel für ein offenes Item für M-PCK zum Wissen über Instruktionsstrategien. Eine korrekte Lösung ist beispielsweise eine geeignete Darstellung einer *Permanenzreihe*, die mindestens die Gleichungen $2^2 = 4$ bis $2^0 = 1$ beinhaltet und jeweils eine Division durch 2 als Rechenoperation zwischen den Gleichungen andeutet.

auf Wissen über *Instruktionsstrategien* (Loch, 2015; vgl. 'Erklärungswissen' in Abschnitt 2.1.3), Wissen über mathematikbezogene Schülerkognitionen und Wissen über mathematische Aufgaben (s. Abbildung 4.5) ab.

Die Items zum W-CK entstammen einer deutschen Übersetzung des *Test of Understanding in College Economics* (TUCE, Walstad, Watts & Rebeck, 2007) und beinhalten in der vorliegenden Auswahl Items zur *Mikroökonomie* (Kategorien: *Markt und Preise*, *wirtschaftliche Grundprobleme*, *Theorien der Unternehmung*, *Faktormärkte* und *internationale Mikroökonomie*) und zur *Makroökonomie* (Kategorien: *Gesamtangebot und -nachfrage*, *Geld- und Fiskalpolitik*, *Geld und Finanzmärkte*, *gesamtwirtschaftliche Leistung* und *internationale Makroökonomie*) (s. Abbildung 4.6). Die Items zum W-PCK fokussieren die Inhaltsgebiete *Verkauf*, *Gesamtwirtschaft* und *Beschaffung* (s. Abbildung 4.7). Hinsichtlich der fachdidaktischen Anforderungen werden die drei Itemtypen *Reaktion auf Schüleräußerungen* (z. B. Erklärungen auf Schülerfehlvorstellungen oder -fragen; vgl. Erklärungswissen bei COACTIV), *Unterrichtsstrukturierung* und Aufgabenwissen unterschieden (Kuhn, 2014).

Die Auswertung der Antworten geschah für alle Items jeweils zu Scores von 0, 1 oder 2. Offene Aufgaben wurden je Skala von zwei geschulten Ratern anhand detaillierter Kodiermanuale mit spezifischen Bewertungskriterien für jedes Item ausgewertet[8]. Die Auswertung der Antworten zu M-CK und M-PCK wurde von Personal am Standort IPN Kiel und die Auswertung der Antworten zu W-PCK von Personal am Standort JGU Mainz vorgenommen. Eine Analyse der Interrater-Reliabilität erfolgte an beiden Standorten durch zufällige Ziehung von Antworten (ohne Zurücklegen), die anschließend von beiden Ratern ausgewertet wurden (für M-CK und M-PCK durchschnittlich 46.2 Antworten und für W-PCK 64.2 Antworten). Auf dieser Grundlage zeigten sich für die drei Instrumente mit offenen Aufgaben substanzielle bis sehr gute Interrater-Reliabilitäten von $\kappa = .70$–1.00 ($M = .86$) für M-CK und M-PCK sowie $\kappa = .60$–$.89$ ($M = .78$) für W-PCK (Cohens Kappa, vgl. Landis & Koch, 1977).

Die so ausgewerteten Items zeigten bei einer Differenzierung in die vier Konstrukte M-CK, M-PCK, W-CK und W-PCK bezüglich der Stichprobe aus Studie 1 ($N = 96$ angehende und praktizierende Lehrkräfte für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften) grenzwertige, aber noch akzeptable interne Konsistenzen von $\alpha = .62$ für M-CK, $\alpha = .64$ für M-PCK, $\alpha = .60$ für W-CK und $\alpha = .64$ für W-PCK (Cronbachs Alpha; s. Kline, 2000). Jedoch zeigten die gleichen Skalen in der später ausgeweiteten, größeren Strichprobe von Studie 3 jeweils eine schlechte interne Konsistenz ($\alpha < .60$). Um eine reliablere Erfassung der Konstrukte in den größeren Stichproben zu ermöglichen, wurden einzelne Items aus den Skalen ausgeschlossen. So wurde die Skala für das M-CK um 3 Items, die Skala für das M-PCK um 2 Items und die Skala für das W-CK um 2 Items reduziert. Mit diesen Anpassungen zeigten die Skalen für die Stichprobe aus Studie 3 jeweils eine interne Konsistenz von $\alpha = .60$ für

[8] Für Details zum Auswertungsverfahren der KiL- und KeiLa-Instrumente siehe Heinze et al. (2016), Hoth et al. (2019) oder Loch (2015). Für Details zur Auswertung von W-PCK siehe Kuhn (2014).

Innerhalb eines Zeitraums von fünf Jahren ist das BIP eines Staates von 10 Billionen Euro auf 15 Billionen Euro gestiegen. Der BIP-Deflator ist im selben Zeitraum von 100 auf 125 gestiegen.

Wie hoch ist dann das BIP im fünften Jahr in Euro, gemessen in Preisen des Ausgangsjahres?

- [x] 12 Billionen
- [ ] 14 Billionen
- [ ] 16 Billionen
- [ ] 19 Billionen

Abbildung 4.6: Beispielitem für W-CK (multiple choice) zum Inhaltsgebiet der gesamtwirtschaftlichen Leistung (Zlatkin-Troitschanskaia et al., 2014). Das gesetzte Kreuz markiert die richtige Lösung.

Sie halten eine Vertretungsstunde in einer **Einzelhandel-Klasse** des **zweiten Ausbildungsjahres** im Lernfeld 10 „**Besondere Verkaufssituationen bewältigen**“. Die Schüler sollen auf Basis ihrer Kenntnisse ein Reklamationsgespräch simulieren. Es entsteht folgender Dialog zwischen Schüler 1 (Kunde) und Schüler 2 (Verkäufer).

S1: “Ich möchte dieses defekte Handy bei Ihnen umtauschen. Ich habe es vor 13 Monaten hier gekauft.“
S2: “Tut mir leid, dieses Gerät hat nur ein Jahr Garantie, d. h. sie ist vor einem Monat abgelaufen.“
S1: “Das kann nicht sein! Mir wurde gesagt, innerhalb von zwei Jahren wäre ein Umtausch möglich.“
S2: “Ich kann es Ihnen schwarz auf weiß zeigen. Hier steht es in den Unterlagen: Sie haben 12 Monate Herstellergarantie.“
S1: “Eine Unverschämtheit, mir beim Kauf etwas von zwei Jahren zu erzählen und dann so was! Sie können doch nicht Ihre Kunden belügen, was denken Sie sich eigentlich?!“
S2: “Sie haben es doch selbst in Ihren Kaufunterlagen stehen und hätten es jeder Zeit nachlesen können. Da kann ich doch nichts dafür!“

Wie würden Sie auf dieses Schülergespräch fachlich angemessen reagieren?
(Bitte antworten Sie in Stichpunkten)

Abbildung 4.7: Beispiel für ein offenes Item für W-PCK zum Itemtyp Reaktionen auf Schüleräußerungen zum Inhaltsgebiet Verkauf (Kuhn, 2014). Eine korrekte Lösung muss sowohl einen klaren Bezug zur Schülerschwierigkeit (Verwechslung von Garantie und Gewährleistung) als auch auf ein fachlich angemessenes Verhalten in diesem Verkaufsgespräch eingehen.

M-CK, $\alpha = .61$ für M-PCK, $\alpha = .60$ für W-CK. Diese Skalen für M-CK und M-PCK konnten auch in Studie 4 verwendet werden (M-CK: $\alpha = .60$; M-PCK: $\alpha = .60$). Zusätzlich wurde in Studie 4 eine aggregierte Skala des mathematikbezogenen Professionswissens aus M-CK und M-PCK betrachtet, die eine akzeptable interne Konsistenz von $\alpha = .70$ zeigte.

4.2.4 Allgemeine kognitive Fähigkeiten

Über die genannten fachbezogenen Instrumente hinaus wurde zusätzlich eine Kurzskala zur Erfassung von figural-räumlicher Intelligenz eingesetzt, um für mögliche Scheinkorrelationen zwischen den erfassten Leistungsmerkmalen durch den Einfluss kognitiver Grundfähigkeiten kontrollieren zu können (Deary, 2012; Tröbst et al., 2018). Die Skala ist eine Teilskala des Intelligenz-Struktur-Tests 2000R (Liepmann, Beauducel, Brocke & Amthauer, 2007) und umfasst 20 multiple-choice-Items, in denen Teilnehmende zu einer zerteilten Figur eine korrekte Zusammensetzung auswählen sollen. Für die Durchführung des Instrumentes haben Teilnehmende maximal 7 Minuten Zeit. Die Skala zeigte in den betrachteten Stichproben eine akzeptable interne Konsistenz (Cronbachs Alpha) von $\alpha = .78$ (Studie 1) bis $\alpha = .79$ (Studie 4).

4.2.5 Testumfang und Testablauf

Die Testung der (angehenden) Lehrkräfte geschah in drei Phasen. In der ersten Phase wurde nur der Test zur figuralen Intelligenz ausgeteilt, für dessen Bearbeitung die Teilnehmenden anschließend genau 7 Minuten Zeit hatten. Der Test wurde anschließend eingesammelt und den Teilnehmenden nicht mehr zur Bearbeitung ausgehändigt. In der zweiten Phase (Computertestung) bearbeiteten die Teilnehmenden je nach Fächerkombination drei bis fünf computerbasierte Instrumente an einem Notebook mit Headset und Mikrofon. Die Implementation der computerbasierten Instrumente erfolgte mit der Software VKID (Lindmeier, 2011). Die Teilnehmenden erhielten eine ausführliche Einführung in die Bedienung der Software und in den Aufbau der Instrumente in Form eines erklärenden Einführungsvideos. Vor dem ersten AC-Instrument wurde zusätzlich ein 'Warm-Up' positioniert, in dem die Teilnehmenden einer fiktiven Person eine verbale Wegbeschreibung geben sollten. Neben Mikrofonaufnahmen konnten zu den AC- und RC-Items auch schriftliche Skizzen angefertigt und abgegeben werden, die bei der Auswertung berücksichtigt wurden. Eine Videografierung dieser Skizzen wie bei Lindmeier (2011) wurde nicht durchgeführt. In der dritten Phase (Papiertestung) erhielten die Teilnehmenden ein für ihre Ausbildungsstufe und Fächerkombination passendes Testheft mit den übrigen Instrumenten sowie einem passenden Fragebogen zum soziobiographischem Hintergrund (s. Tabelle 4.2).

Über die beschriebenen Instrumente zum fachbezogenen AC, RC und Professionswissen hinaus wurden weitere fünf Instrumente eingesetzt, deren Einbezug in den vorliegenden vier Studien nicht erforderlich war. Die Testzeit lag für Teilnehmendem mit nur einem der Fächer Mathematik oder Wirtschaftswissenschaften bei 2.5 bis 3 Stunden

und für Teilnehmende mit beiden Fächern bei ungefähr 4 Stunden. Für Teilnehmende mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften wurden zwei unterschiedliche Testreihenfolgen eingesetzt. So wurden bei einer Variante mit Instrumenten zur Mathematik und bei der anderen Variante mit Instrumenten zu den Wirtschaftswissenschaften begonnen (vgl. Tabelle 4.2). Beide Varianten wurden ungefähr gleich oft eingesetzt.

Position	Konstrukt	Quelle
	Testphase 1	
(1)	Kognitive Fähigkeiten	I-S-T 2000 R, Liepmann et al. (2007)
	Testphase 2	
(2)	Situation Awareness	Eigenkonstruktion
(3/5)[1]	M-AC	Jeschke et al. (2017); Lindmeier (2011)
(4/6)[1]	M-RC	Lindmeier (2011)
(3/5)[1]	W-AC	Kuhn et al. (2018)
(4/6)[1]	W-RC	Kuhn et al. (2018)
	Testphase 3	
(7/9)[1]	M-CK	Heinze et al. (2016); Loch (2015)
(8/10)[1]	W-CK	Zlatkin-Troitschanskaia et al. (2014)
(7/9)[1]	M-PCK	Heinze et al. (2016); Loch (2015)
(8/10)[1]	W-PCK	Kuhn (2014)
(11)	Lehramtsspezifische Selbstwirksamkeitserwartung	Schmitz und Schwarzer (2000)
(12)	Lehramtsspezifische Ambiguitätstoleranz	Adaptiert nach Reis (1996)
(13)	Big Five Persöhnlichkeitsmerkmale	BFI-25, Schupp und Gerlitz (2014)
(14)	Soziobiographischer Hintergrundfragebogen	Eigenkonstruktion (12 Varianten[2])

Tabelle 4.2: Reihenfolge der in den ELMaWi-Erhebungen eingesetzten Instrumente. *Hinweise:* [1]Die Testreihenfolge wurde hinsichtlich der Fächer variiert. [2]Jeweils für Lehramtsstudierende, Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst und praktizierende Lehrkräfte mit Fach Mathematik, Wirtschaftswissenschaften oder beiden Fächern.

5 Zusammenfassungen der vier Studien

Im Rahmen von ELMaWi wurden anhand der zuvor beschriebenen Stichproben und Instrumente die vier Studien dieser Arbeit durchgeführt. Im Folgenden werden die Durchführungen, die zentralen Ergebnisse und die Einordnung der Ergebnisse für jede der vier Studien zusammengefasst. Eine detaillierte Beschreibung der Studien findet sich in Anhang A–D in Form von Zeitschriftenartikeln. Eine ausführliche Diskussion der Studien wird in Kapitel 6 vorgenommen.

5.1 Studie 1

Studie 1 untersuchte die Fragestellung, welche fachübergreifenden Zusammenhänge sich zwischen den Komponenten des fachbezogenen Professionswissens bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften finden lassen. Zur Untersuchung dieser Fragestellung lagen Angaben von $N = 96$ angehenden und praktizierenden Lehrkräften der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zu Instrumenten für CK und PCK in beiden Fächern sowie zu ihren allgemeinen kognitiven Fähigkeiten vor (s. Kapitel 4). Die resultierenden Itemscores wurden zu einem Summenscore aufsummiert. Als weiteren Indikator für die Leistungsfähigkeit der Teilnehmenden wurde die Abiturnote herangezogen. Zur Untersuchung von Zusammenhängen zwischen diesen Indikatoren wurden unter anderem saturierte Pfadmodelle mit standardisierten Regressionskoeffizienten berechnet. Ein Mehrgruppenvergleich zeigte, dass sich die Daten von Lehramtstudierenden und Lehrkräften im Schuldienst hinreichend gut durch dieselben Modellparameter beschreiben lassen (CFI = .98, RMSEA = .07, SRMR = .06), weshalb diese Gruppen in den weiteren Analysen nicht unterschieden wurden.

In den Ergebnissen zeigten sich substanzielle Zusammenhänge zwischen den fachbezogenen Wissenskomponenten der Teilnehmenden (Abbildung 5.1). Die stärksten Zusammenhänge wurden dabei jeweils zwischen dem CK und PCK innerhalb der beiden Fächer beobachtet (Mathematik: $\beta = .50$, $p < .001$; Wirtschaftswissenschaften: $\beta = .34$, $p < .001$). Über die Fächer hinweg zeigte sich ein signifikanter Pfad zwischen CK in beiden

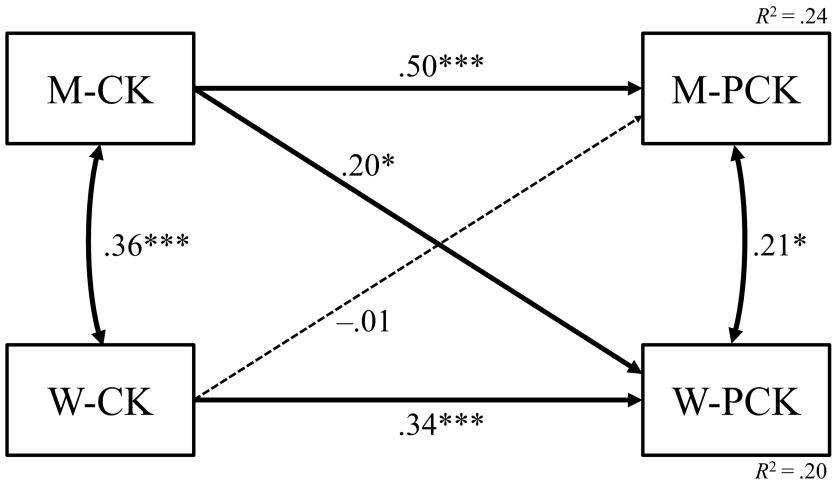


Abbildung 5.1: Saturiertes Pfadmodell mit standardisierten Regressionskoeffizienten für die Zusammenhänge zwischen M-CK, M-PCK, W-CK und W-PCK. (*$p < .05$, ***$p < .001$.)

Fächern in moderater Höhe ($\beta = .36$, $p < .001$) und PCK in beiden Fächern in schwacher Höhe ($\beta = .21$, $p = .04$). Weiterhin zeigte sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen M-CK und W-PCK in schwacher Höhe ($\beta = .20$, $p = .04$). Zwischen W-CK und M-PCK zeigte sich kein signifikanter Zusammenhang ($r = -.01$, n. s.). In zwei weiteren Pfadmodellen wurde jeweils ein Zusammenhang der allgemeinen kognitiven Fähigkeiten und der Abiturnote als unabhängige Variable zu allen vier fachbezogenen Wissenskomponenten einbezogen, wodurch sich jeweils vernachlässigbare Änderungen in den Pfadkoeffizienten ergaben. Insbesondere zeigten sich keine signifikanten Zusammenhänge zwischen M-CK, M-PCK, W-CK oder W-PCK und den allgemeinen kognitiven Fähigkeiten ($|\beta| < .08$, n. s.) oder der Abiturnote ($|\beta| < .05$, n. s.).

Insgesamt stützen die Ergebnisse von Studie 1 die aufgestellten Hypothesen zu einer moderaten, positiven Korrelation zwischen M-CK und W-CK (Hypothese 1.1), einer mindestens moderaten positiven Korrelationen zwischen CK und PCK in beiden Fächern (Hypothese 1.2), einer schwach positiven Korrelation zwischen M-PCK und W-PCK (Hypothese 1.3) und einer schwach positiven Korrelation zwischen M-CK und W-PCK (Hypothese 1.4). Studie 1 liefert somit Hinweise auf fachübergreifende Zusammenhänge des fachbezogenen Professionswissens bei (angehenden) Lehrkräften der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften. Insbesondere deuten die Ergebnisse auf geteilte Varianz der beiden PCK-Konstrukte hin, die nicht durch Zusammenhänge des CK aufgeklärt wird.

5.2 Studie 2

Studie 2 untersuchte die Fragestellung, inwieweit sich bei Lehramtsstudierenden mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften fachspezifische Unterschiede bei der Anwendung von fachbezogenem Professionswissen zur Bewältigung unterrichtlicher Anforderungen zeigen. Um dies zu untersuchen, wurde ein sequentieller Mixed-

Methods-Ansatz gewählt, um Lehramtsstudierende mit fundiertem fachbezogenen Professionswissen im Rahmen einer explorativen Fallstudie hinsichtlich möglicher Schwierigkeiten bei der Anwendung dieses Wissens zu analysieren. Zugrunde lagen Angaben von $N = 37$ Lehramtsstudierenden der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zu Instrumenten für CK, PCK und AC in beiden Fächern.

Im ersten Schritt wurden die Angaben zu den Instrumenten des fachbezogenen Professionswissens (wie in Abschnitt 4.2.3 beschrieben) ausgewertet und die Fälle ausgewählt, die auf allen vier Skalen M-CK, M-PCK, W-CK und W-PCK (bezüglich dieser Stichprobe) mindestens durchschnittliche Summenscores erreichten. Dieses Kriterium erfüllten $n = 6$ Lehramtsstudierende, deren AC im zweiten Schritt analysiert wurde. Für die neun Items des M-AC-Instruments und sieben Items des W-AC-Instruments machten die sechs ausgewählten Fälle insgesamt 93 verwertbare Antworten (51 für M-AC, 42 für W-AC, 3 fehlende Angaben). Zur Klassifizierung der Schwierigkeiten bei der Wissensanwendung wurden die Angaben mit Hilfe eines zuvor entwickelten und erprobten Kategoriensystems ausgewertet (Jeschke et al., 2017). Dieses umfasst insgesamt fünf Kategorien, die fachübergreifend zur Beschreibung von AC-Angaben hinsichtlich des Erfolgs bei der Wissensanwendung dienen:

(A) Eine Angabe mit keiner erkennbaren Wissensanwendung (z. B. eine Umformulierung des Problems),
(B) eine erfolglose Wissensanwendung mit fachlichen Fehlern,
(C) eine erfolglose Wissensanwendung, bei der ein Verständnis des Problems und der Problemlösung erkennbar ist, die jedoch keine adressatengerechte und hilfreiche Rückmeldung enthält,
(D) eine weitestgehend erfolgreiche Wissensanwendung, die eine adressatengerechte und hilfreiche Rückmeldung enthält, die jedoch irrelevante oder irritierende Zusätze aufweist und
(E) eine erfolgreiche Wissensanwendung mit nicht mehr als geringfügigen Defiziten.

Die verfügbaren 92 Angaben wurden von zwei geschulten Personen in einem Konsensverfahren jeweils einer dieser fünf Kategorien zugeordnet.

In der resultierenden Kategorisierung wurden fünf der 51 Angaben für M-AC und vier der 42 Angaben für W-AC als erfolgreiche Wissensanwendung (Kategorie E) identifiziert (Lösungshäufigkeit: ca. 10 % für jeweils M-AC und W-AC). Ein Vergleich der Kategorisierungen für M-AC und W-AC ergab zwei *Cluster* (Tabelle 5.1): In Cluster 1 (Fall 3, 4, 5) zeigten die Lehramtsstudierenden in den meisten Angaben eine ansatzweise (aber erfolglose) Wissensanwendung für M-AC, während dieselben Personen an der Wissensanwendung für W-AC in den meisten Angaben scheiterten. In Cluster 2 (Fall 1, 2, 6) zeigten die Lehramtsstudierenden in beiden Fächern in den meisten Angaben eine ansatzweise Wissensanwendung, jedoch für M-AC und W-AC mit unterschiedlichem Erfolg (Beispielantworten für die Kategorien und Cluster werden in Anhang B gegeben).

Fall	Fach	Keine Anwendung (A)	Erfolglose Anwendung (B)	Erfolglose Anwendung (C)	Erfolgreiche Anwendung (D)	Erfolgreiche Anwendung (E)
1	Mathematik	0	4	4	0	0
	Wirtschaftswissenschaften	2	1	3	0	1
2	Mathematik	2	1	0	3	1
	Wirtschaftswissenschaften	1	0	5	0	1
3	Mathematik	1	3	3	1	0
	Wirtschaftswissenschaften	5	0	1	0	1
4	Mathematik	2	0	4	1	2
	Wirtschaftswissenschaften	4	0	3	0	0
5	Mathematik	2	3	2	2	1
	Wirtschaftswissenschaften	5	1	0	0	1
6	Mathematik	1	1	2	4	1
	Wirtschaftswissenschaften	2	1	4	0	0

Tabelle 5.1: Ergebnisse der Kategorisierung von AC-Antworten in den Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften für die $n = 6$ untersuchten Fälle dieser Studie. Die Zelleninhalte geben an, wie oft eine der Kategorien (A)–(E) pro Fall und Fach auftrat. Eingefärbte Zellen markieren die am häufigsten vorkommende Kategorie.

Insgesamt zeigen die betrachteten Fälle sichtbare Unterschiede bei der Anwendung von fachbezogenem Professionswissen in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften. Aufgrund der Fallauswahl in dieser Studie kann vermutet werden, dass diese Unterschiede nicht auf das zugrundeliegende (dekontextualisierte) Professionswissen zurückgeführt werden können. Beispielsweise zeigten die Fälle 2, 4 und 5 vergleichbare Scores für das CK und PCK in beiden Fächern (bezogen auf den Mittelwert für die $N = 36$ Teilnehmenden) oder sogar bessere Scores im Fach Wirtschaftswissenschaften, und gleichzeitig gravierendere Schwierigkeiten bei der Wissensanwendung in Wirtschaftswissenschaften. Studie 2 liefert somit erste qualitativ-empirische Hinweise, dass sich bei Lehramtsstudierenden die Fähigkeit zur Anwendung des Wissens in zwei unterschiedlichen Fächern unterscheiden kann.

5.3 Studie 3

Studie 3 untersuchte die Fragestellungen, (1) welche Zusammenhänge sich bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften zwischen CK, PCK und AC innerhalb der Fächer Mathematik und Wirtschaftschaftswissenschaften zeigen und (2) ob es bei angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften einen quantitativen Zusammenhang zwischen M-AC und W-AC gibt, der nicht auf Zusammenhänge des fachbezogenen Professionswissens zurückzuführen ist. Zur Untersuchung dieser Fragen wurden Stichproben von angehenden und praktizierenden Lehr-

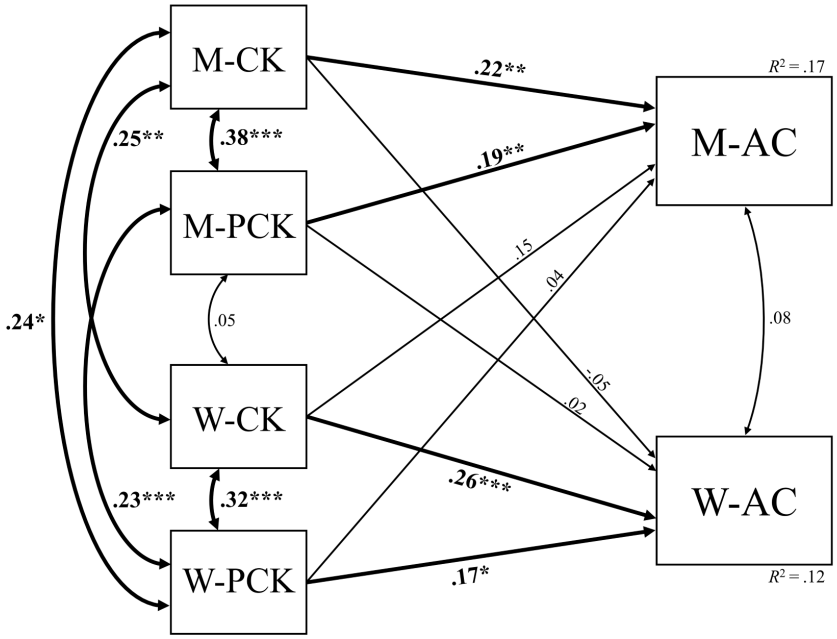


Abbildung 5.2: Saturiertes Pfadmodell mit standardisierten Koeffizienten für AC, CK und PCK von angehenden und praktizierenden Lehrkräften der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften. (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$.)

kräften der Fächer Mathematik $N = 239$ oder Wirtschaftswissenschaften $N = 321$ und (darin enthalten) $n = 96$ angehenden und praktizierenden Lehrkräften mit beiden Fächern herangezogen. Von diesen Teilnehmenden wurden Angaben zu M-AC, W-AC, M-CK, W-CK, M-PCK und W-PCK ausgewertet (s. Kapitel 4) und zu Summenscores aufsummiert.

Zur Untersuchung der ersten Fragestellung wurden unter anderem multivariate lineare Regressionsmodelle für AC, CK und PCK in beiden Fächern berechnet. Die Analysen zeigten in beiden Fächern signifikante Zusammenhänge zwischen AC und CK in schwacher mit Tendenz zu moderater Höhe (Mathematik: $\beta = .26$, $p < .001$; Wirtschaftswissenschaften: $\beta = .28$, $p < .001$) sowie zwischen AC und PCK in schwacher Höhe (Mathematik: $\beta = .19$, $p < .01$; Wirtschaftswissenschaften: $\beta = .16$, $p < .01$).

Zur Untersuchung der zweiten Fragestellung wurde einerseits eine Pearson-Korrelation für M-AC und W-AC und andererseits ein saturiertes Pfadmodell mit standardisierten Regressionskoeffizienten für M-AC, W-AC, M-CK, W-CK, M-PCK und W-PCK berechnet (Abbildung 5.2). Um für dieses Pfadmodell die Präzision der Regressionen innerhalb der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zu erhöhen, wurden neben den Scores von Personen mit beiden Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften ($n = 96$) auch die Scores von Personen mit nur einem der Fächer ($N = 239/N = 321$) in die Berechnungen einbezogen. Diesbezüglich ergab ein Mehrgruppenvergleich von Pfadmodellen für AC, CK und PCK in jeweils Mathematik und Wirtschaftswissenschaften, dass sich die Daten von Personen mit nur einem Fach und die von Personen mit beiden Fächern durch dieselben Modellparameter ausreichend gut beschreiben lassen (CFI = 1.00,

RMSEA $= 0$, SRMR $< .02$). Die Ergebnisse zeigten, dass ein schwacher signifikanter Zusammenhang zwischen M-AC und W-AC in Form einer Pearson-Korrelation ($r = .21$, $p < .05$) im Pfadmodell unter Kontrolle von Zusammenhängen des fachbezogenen Professionswissens zu weiten Teilen erklärt wird ($\beta = .08$, n. s.).

Hinsichtlich der ersten Fragestellung stützen die Ergebnisse von Studie 3 somit die formulierte Hypothese zu schwachen bis moderaten Zusammenhängen zwischen AC und sowohl CK als auch PCK in beiden Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften (Hypothese 3.1). Dies passt zur Annahme, dass sich einerseits fachbezogenes Professionswissen und AC konzeptuell trennen lassen (Knievel et al., 2015) und andererseits neben umfassenden Fachkenntnissen auch fachdidaktische Kenntnisse einen eigenständigen Beitrag zu AC leisten. In beiden Fächern wurde für AC tendenziell ein schwächerer Zusammenhang zu PCK gefunden als zu CK. Die Ergebnisse deuten außerdem darauf hin, dass diese Zusammenhänge in den Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften jeweils vergleichbar hoch sind. Hinsichtlich der zweiten Fragestellung zeigen die Ergebnisse, dass ein Zusammenhang zwischen M-AC und W-AC zu einem Großteil durch Zusammenhänge des fachbezogenen Professionswissens aufgeklärt werden kann. Studie 3 gibt somit erste quantitativ-empirische Hinweise für die Fachspezifität der Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen.

5.4 Studie 4

Studie 4 untersuchte die Fragestellung, welche Zusammenhänge sich bei angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften zwischen dem mathematikbezogenen Professionswissen, RC und AC zeigen. Zur Untersuchung der Fragestellung wurden Angaben von $n = 116$ Mathematik-Lehramtsstudierenden, $n = 85$ Lehrkräften im Vorbereitungsdienst und $n = 50$ Lehrkräften mit abgeschlossenem Vorbereitungsdienst zu mathematikbezogenem AC, RC, CK, PCK und allgemeinen kognitiven Fähigkeiten herangezogen und zu Itemscores aufsummiert (s. Kapitel 4). Von den Lehrkräften im Vorbereitungsdienst waren $n = 60$ bereits mindestens fünf Monate (ca. ein Schulhalbjahr) im Vorbereitungsdienst tätig und verfügten damit über mehr als nur sporadische Unterrichtserfahrung. Neben Korrelationsanalysen wurden zur Untersuchung von Mediationshypothesen eine Reihe von Pfadmodellen für die Teilstichproben der Lehramtsstudierenden und Mathematiklehrkräfte mit mindestens fünf Monaten Praxiserfahrung ($n = 110$) berechnet.

In den Ergebnissen zeigten sich signifikante Pearson-Korrelationen zwischen dem fachbezogenen Professionswissen und RC (CK: $r = .49$, $p < .001$; PCK: $r = .42$, $p < .001$) sowie AC (CK: $r = .35$, $p < .001$; PCK: $r = .25$, $p < .001$). Auch unter Berücksichtigung der Korrelation zwischen CK und PCK ($r = .37$, $p < .001$) ergeben sich signifikante partielle Korrelationen mit RC (CK: $r_p = .40$, $p < .001$; PCK: $r_p = .30$, $p < .001$) und mit AC (CK: $r_p = .29$,

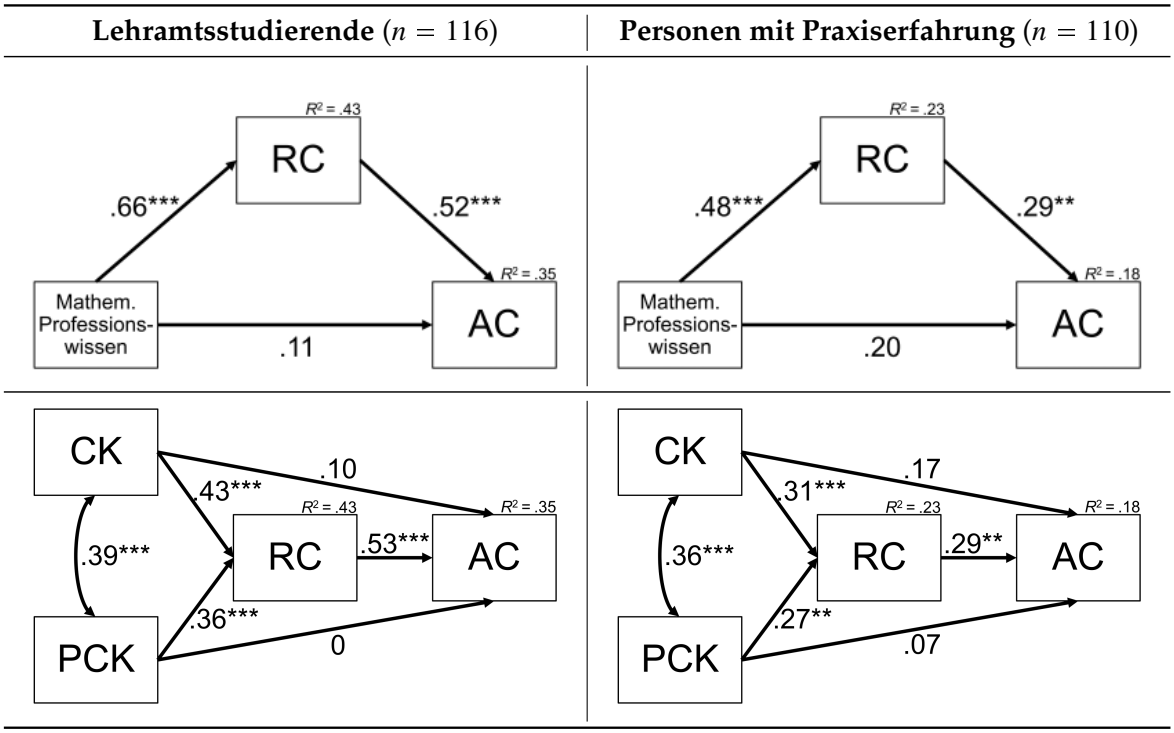


Abbildung 5.3: Zusammenhänge zwischen mathematischem Professionswissen (CK und PCK), RC und AC für Lehramtsstudierende und Lehrkräften mit mindestens fünf Monaten Praxiserfahrung. (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$.)

$p < .001$; PCK: $r_p = .14$, $p = .04$). Zwischen AC und RC zeigt sich eine tendenziell starke Korrelation ($r = .48$, $p < .001$).

Die Mediationsanalysen (Abbildung 5.3) zeigten für die Teilstichprobe der Lehramtsstudierenden eine vollständige Mediation des Zusammenhangs vom aggregierten Professionswissen zu AC durch RC (direkter Effekt: $\beta = .11$, $p = .26$; indirekter Effekt: .34, $p < .001$). Auch bei einer Differenzierung der Subskalen CK und PCK im Mediationsmodell zeigte sich eine vollständige Mediation des Effekts von CK (direkter Effekt: $\beta = .10$, $p = .29$; indirekter Effekt: .23, $p < .001$) und PCK (direkter Effekt: $\beta = .001$, $p = .99$; indirekter Effekt: $\beta = .19$, $p < .001$) auf AC über RC. Für die Teilnehmenden mit mindestens fünf Monaten Praxiserfahrung zeigte sich ebenfalls eine vollständige Mediation des Effekts vom aggregierten mathematischen Professionswissen auf das AC über RC, wobei der direkte Effekt jedoch nur knapp nicht signifikant wurde (direkter Effekt: $\beta = .20$, $p = .057$; indirekter Effekt: .14, $p = .008$). Bei Differenzierung der Subskalen CK und PCK wurde für diese Gruppe der direkte Zusammenhang zwischen PCK und AC zu weiten Teilen mediiert, wobei der indirekte Effekt nur knapp unter dem 5 %-Niveau signifikant lag (direkter Effekt: $\beta = .07$, $p = .54$; indirekter Effekt: .08, $p < .05$). Für das CK wird der direkte Zusammenhang zu AC nicht signifikant (direkter Effekt: $\beta = .17$, $p = .10$; indirekter Effekt: .09, $p = .02$), wobei der direkte Effekt auch hier in Anbetracht seiner Effektstärke aufgrund der Stichprobengröße nicht das 5 %-Signifikanzniveau erreicht haben könnte. Die Mediationsmodelle wurden erneut unter Einbezug des Indikators für allgemeine kognitive Fähigkeiten als zusätzliche

Variable geschätzt, wodurch sich lediglich vernachlässigbare Änderungen für die Pfadkoeffizienten ergaben.

Insgesamt stützen die Ergebnisse von Studie 4 die aufgestellten Hypothesen zu schwachen bis moderaten Korrelationen von RC zu CK und PCK (Hypothese 4.1). Dies spricht für die Annahme, dass neben mathematischen Fachkenntnissen auch fachdidaktische Kenntnisse zu RC von (angehenden) Mathematiklehrkräften beitragen. Weiterhin wird die Hypothese einer mindestens moderaten Korrelation zwischen RC und AC (Hypothese 4.1) gestützt, was für die Relevanz einer Befähigung zur Unterrichtsreflexion für das Handeln im Unterricht spricht. Die aufgestellten Mediationshypothesen (Hypothesen 4.3, 4.4) wurden teilweise gestützt. So zeigte sich für Lehramtsstudierende wie angenommen eine vollständige Mediation des Zusammenhangs von mathematikbezogenem Professionswissen und AC über RC. Dies stützt die Annahme eines Transformationsprozesses von Professionswissen zu AC durch die Unterrichtsreflexion (Stender et al., 2015). Für Mathematiklehrkräfte mit mindestens 5 Monaten Praxiserfahrung wurde in diesem Zusammenhang eine partielle Mediation vermutet, da sich der Tranformationsprozess mit steigendem Berufsalter zunehmend abschließen sollte. Die Ergebnisse zeigten hingegen erneut eine vollständige Mediation, in der die entsprechenden direkten Pfade jedoch teilweise nur knapp nicht signifikant waren.

6 Diskussion

6.1 Zusammenfassung und Einordnung der Studien in den Forschungsstand

Die professionelle Kompetenz von Lehrkräften spielt eine zentrale Rolle für die effektive Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen im Unterricht (z. B. Hattie, 2009; Terhart, 2012). AC ist als Befähigung zur Bewältigung von Anforderungen des Unterrichtens ein zentraler Aspekt dieser Kompetenz (Lindmeier, 2011). Sie wird von Lehrkräften benötigt, um die typischen Anforderungen des Unterrichtens unter Zeitdruck zu bewältigen. Die vorliegende Arbeit hatte zum Ziel, zentrale Forschungsdesiderate zum Erwerb von AC zu untersuchen. Diese Desiderate zielten einerseits auf fachspezifische und fachübergreifende Anteile von AC sowie andererseits auf Erwerbsprozesse von AC ab.

6.1.1 Fachspezifische und fachübergreifende Anteile von AC

Wie in Kapitel 2 beschrieben, ist der aktuelle Forschungsstand bezüglich fachspezifischer und fachübergreifender Anteile professioneller Kompetenz von Lehrkräften defizitär und nicht einheitlich. Darin sind derzeit insbesondere zwei Forschungsdesiderate erkennbar: einerseits zu fachspezifischen und fachübergreifenden Anteilen des fachbezogenen Professionswissens und andererseits zu fachspezifischen und fachübergreifenden Anteilen der Fähigkeit zur Anwendung des fachbezogenen Professionswissens in Anforderungssituationen im Unterricht.

Hinsichtlich fachübergreifender Anteile des fachbezogenen Professionswissens liegen aktuell wenige Befunde vor. Das PCK wird auf Basis der Definition von Shulman (1986) teilweise als Amalgam aus CK und allgemeinem pädagogischen Wissen betrachtet. Dies impliziert, dass es sowohl fachliche als auch fachübergreifende Anteile des PCK gibt. Diese Annahme wurde mit Korrelationen zwischen PCK und CK sowie PCK und pädagogischem Wissen hinterlegt (vgl. Abschnitt 2.6.1). Jedoch wurde bislang nicht untersucht, inwieweit sich fachbezogenes Professionswissen in einem Fach auch auf das Professionswissen in einem anderen Fach übertragen lässt. Der Mangel an Befunden ist auch darauf zurückzuführen, dass bisherige Studien Professionswissen zumeist nur in einem Fach untersuchten.

Studie 1 verfolgte vor diesem Hintergrund das Ziel, Hinweise auf fachübergreifend nutzbare Anteile des Professionswissens für die Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zu sammeln. Anhand von 96 angehenden und praktizierenden Lehrkräften wurden Zusammenhänge zwischen dem mathematischen und wirtschaftswissenschaftlichen CK und PCK untersucht. Die Ergebnisse von Studie 1 zeigten moderate Zusammenhänge zwischen CK in Mathematik und CK in Wirtschaftswissenschaften, womit Hypothese 1.1 gestützt wird. Dies liefert demnach Hinweise für die Annahme, dass Fachkenntnisse in Mathematik für Fachkenntnisse in Wirtschaftswissenschaften nützlich sind und damit auch zur professionellen Kompetenz von Wirtschaftslehrkräften beitragen könnten. Weiterhin zeigten sich für Mathematik starke und für Wirtschaftswissenschaften moderate Zusammenhänge zwischen CK und PCK, wodurch Hypothese 1.2 gestützt wird. Dies spricht somit für die Annahme, dass das CK eine Voraussetzung (Baumert et al., 2011; Depaepe et al., 2013) oder zumindest relevant für das PCK einer Lehrkraft ist. Der Zusammenhang fiel in Mathematik tendenziell etwas stärker aus, wofür es unterschiedliche Gründe gegeben haben kann. Eine Erklärung könnte der explizite Einbezug von Wissen über die Zusammenhänge der schulischen und akademischen Mathematik beim CK in Mathematik sein (s. Abschnitt 4.2.3). Dieses berufsspezifische Wissen von Mathematiklehrkräften könnte einen höheren Unterrichtsbezug aufweisen als das CK in Wirtschaftswissenschaften, das in dieser Studie als ein allgemeines (für Lehrkräfte der Wirtschaftswissenschaften relevantes) wirtschaftswissenschaftliches Wissen erfasst wurde. Die Ergebnisse zeigten zudem schwache signifikante Zusammenhänge zwischen PCK in Wirtschaftswissenschaften und sowohl CK als auch PCK in Mathematik, die nicht durch Zusammenhänge des CK in beiden Fächern mediiert werden. Damit werden die Hypothesen 1.3 und 1.4 gestützt. Obwohl die Herkunft dieses Zusammenhangs nicht durch diese Studie geklärt werden kann, liegen zwei Erklärungsansätze nahe: Der Zusammenhang könnte einerseits auf einen spezifischen Nutzen von mathematischem Professionswissen für das Unterrichten von Wirtschaftswissenschaften zurückgehen, womit ähnliche Ergebnisse auch für bestimmte andere Fächerkombinationen mit Mathematik denkbar wären (z. B. Mathematik und Physik). Andererseits könnte der Zusammenhang auf einen gemeinsamen pädagogischen Anteil des PCK zurückgehen, der unabhängig von der Fächerkombination auftritt (König, Doll et al., 2018).

In Bezug auf die Fähigkeit von Lehrkräften zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen zur Bewältigung der Anforderungen des Unterrichtens gibt es in der vorliegenden Forschungsliteratur divergente Sichtweisen auf die Fachspezifität (s. Abschnitt 2.6.2). In Ansätzen, in denen die Wissensanwendung auf eine Qualität des Wissens zurückgeführt wird (z. B. Carlson & Daehler, 2019; Kersting, 2008), wird in der Regel kein Bedarf an zusätzlichen (fachübergreifenden oder generischen) Fähigkeiten oder Merkmalen für die Wissensanwendung beschrieben. Eine Fachspezifität der Fähigkeit zur Wissensanwendung wird hier also implizit angenommen. In Ansätzen, die eine situierte Kompetenzmodellierung vornehmen, umfasst professionelle Kompetenz dagegen eine Fähigkeit, das Wissen

anzuwenden (z. B. Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015; Stürmer et al., 2013). In diesem Zusammenhang ist bislang unklar, inwieweit diese Fähigkeit fachübergreifende oder generische Anteile enthält und sich somit potenziell von einem Fach auf ein anderes Fach (in dem entsprechendes fachbezogenes Professionswissen vorliegt) übertragen lässt.

Die Studien 2 und 3 verfolgten das Ziel, empirische Hinweise für ebendiese Frage zu sammeln. Anhand von angehenden und praktizierenden Lehrkräften der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften wurde untersucht, wie sich über das fachbezogene Professionswissen hinaus die Fähigkeit zur Anwendung des Wissens für das Unterrichten in den beiden Fächern verhält. In Studie 2 wurde hierzu eine explorative Fallstudie mit sechs spezifisch ausgewählten Lehramtsstudierenden, die über ein profundes dekontextualisiertes Professionswissen verfügten, durchgeführt. Von diesen Fällen wurde die Qualität der Wissensanwendung in ihren AC-Angaben in beiden Fächern anhand eines fachunspezifischen Kategoriensystems analysiert. Das Ergebnis dieser Studie war im Wesentlichen, dass die Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen bei den ausgewählten Fällen unterschiedlich ausgeprägt sein kann. Dies ist auf der einen Seite ein weiterer Hinweise für die empirische Trennbarkeit von dekontextualisiertem Professionswissen gegenüber der situierten Wissensanwendung (z. B. Blömeke et al., 2016; Kersting et al., 2010; Knievel et al., 2015). Auf der anderen Seite liefert dies erste Hinweise darauf, dass es in der Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen fachspezifische Anteile gibt, durch die diese Unterschiede entstehen.

In Studie 3 wurde die Stichprobe insgesamt vergrößert und um praktizierende Lehrkräfte erweitert. Neben dem fachbezogenen Professionswissen wurde auch das AC zu Scores quantifiziert. Obwohl auch die kategoriale Auswertung für Studie 2 eine Qualität der Wissensanwendung widerspiegelte, wurden in Studie 2 und Studie 3 leicht unterschiedliche Auswertungsansätze für AC gewählt. Durch Regressionsanalysen wurde zunächst der eigenständige Anteil der gemeinsamen Varianz von CK und PCK mit AC in einer Stichprobe von 239 Personen mit Fach Mathematik und 321 Personen mit Fach Wirtschaftswissenschaften untersucht. Das Resultat waren höchstens moderate Zusammenhänge von CK und PCK zu AC. Diesbezüglich zeigte sich konsistent in beiden Fächern, dass CK in der Tendenz höher mit AC zusammenhängt als das PCK. Dies könnte Ausdruck davon sein, dass eine für Lernende hilfreiche Rückmeldung von Lehrkräften, sei sie in Form von Erklärungen, Aufgabenhinweisen oder Beratungen zu Lösungswegen, immer eine gewisse fachliche Korrektheit aufweisen muss. Beispielsweise ist die Lösung einer mathematischen Verständnisschwierigkeit oder Fehlvorstellung durch Rückmeldung mit fachlich (substanziell) falschem Inhalt deutlich unwahrscheinlicher als mit einem fachlich korrekten Inhalt. Die Zusammenhänge implizieren, dass sich Defizite im fachdidaktischen Wissen nicht derartig stark im AC bemerkbar machen. Dieses Ergebnis steht im Konflikt mit früheren Befunden, bei denen das PCK von Lehrkräften eine stärkere Rolle für die Unterrichtsqualität und Schülerleistungen in der Primarstufe und Sekundarstufe I zeigte als das CK (Hill et al.,

2008; Kunter & Baumert, 2011). Da das AC in den vorliegenden Studien vornehmlich auf Unterricht und Lernende der Sekundarstufe II abzielte, könnte die Relevanz von PCK für das unterrichtliche Handeln abhängig von der Schulstufe sein.

Über diese Befunde zur Gewichtung fachspezifischer Anteile von AC wurde auch der fachspezifische Anteil von AC selbst in einer Stichprobe von 96 Personen mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften untersucht. Dabei wurde die gemeinsame Varianz von AC in Mathematik und Wirtschaftswissen um den Teil reduziert, der durch die vorliegenden Zusammenhänge des zugrunde liegenden Professionswissens entstand. Das Resultat war, dass sich kein signifikanter Zusammenhang zwischen AC in beiden Fächern mehr feststellen ließ. Die Fähigkeit zur Anwendung von fachspezifischem Professionswissen zeigte in der vorliegenden Stichprobe daher keine messbare Übertragbarkeit zwischen den zwei Fächern. Damit können diese Ergebnisse als Widerspruch zu den Befunden von Blömeke et al. (2016) angesehen werden, die eine enge Beziehung zwischen der Fähigkeit zur Anwendung von mathematischem und pädagogischem Professionswissen fanden. Dies könnte darauf hinweisen, dass die Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen eines Fachs stärker mit der Fähigkeit zur Anwendung pädagogischen Wissens zusammenhängt als mit einer Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen eines anderen Fachs.

Die Hinweise zur Fachspezifität sprechen somit für eine fachspezifische Modellierung der Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen für das Unterrichten. Insbesondere sprechen die Befunde gegen einen fachübergreifenden (z. B. pädagogischen) oder generischen (womöglich auf allgemeine kognitive Fähigkeiten zurückzuführenden) Anteil dieser Fähigkeit. Insbesondere widersprechen die Befunde dieser Arbeit nicht einer Modellierung der Fähigkeit zur Anwendung von Wissen als Wissensform oder Wissensqualität (Carlson & Daehler, 2019; Kersting, 2008, vgl. Abschnitt 2.3), obwohl eine solche Annahme auf Grundlage der vorliegenden Befunde nicht bestätigt werden kann.

Insgesamt leisten die Studien 1–3 einen Beitrag zum Forschungsstand, indem sie Erkenntnisse einerseits zu zentralen Fragen von Beziehungen zwischen fachbezogenem Professionswissen und AC bei (angehenden) Sekundarstufenlehrkräften der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften adressieren und andererseits zu fachspezifischen und fachübergreifenden Anteilen von AC liefern. Studie 1 zeigt hierbei, dass sich fachbezogenes Professionswissen in Mathematik zu einem gewissen Grad auf das fachbezogene Professionswissen in Wirtschaftswissenschaften übertragen könnte. Hinsichtlich der Fähigkeit zur Anwendung des Professionswissens zur Bewältigung von Anforderungen des Unterrichtens zeigte sich hingegen keinerlei Übertragungseffekt zwischen Mathematik und Wirtschaftwissenschaften. Dies gibt erste Hinweise darauf, dass es sich bei dieser Fähigkeit zu weiten Teilen um eine fachspezifische Komponente professioneller Kompetenz von Lehrkräften handeln könnte.

6.1.2 Erwerbsprozesse für die Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen für das Unterrichten

Weiterhin gibt der aktuelle Forschungsstand kaum empirische Erkenntnisse darüber, welche kognitiven Prozesse Lehrkräften die Anwendung des fachbezogenen Professionswissen für das Handeln im Unterricht ermöglichen. Bisherige Arbeiten fokussierten diesbezüglich die Modellierung und Erfassung der Fähigkeit zur Anwendung von Professionswissen, welche jedoch nur wenige Implikationen für den Erwerbs dieser Fähigkeit ergeben (vgl. Abschnitt 2.7). Stender et al. (2015) beschrieben dagegen ein Transformationsmodell, in dem (an der Universität erworbenes) Professionswissen durch den Prozess der Unterrichtsreflexion auch für das Handeln im Unterricht verfügbar wird (s. a. Sherin & van Es, 2009). Quantitative empirische Hinweise für eine solche Rolle der Unterrichtsreflexion für den Erwerb von AC gibt es jedoch bislang keine.

Studie 4 verfolgte das Ziel, solche Hinweise für angehende und praktizierende Mathematiklehrkräfte zu sammeln. Hierfür wurden das fachbezogene dekontextualisierte Professionswissen (CK und PCK), wie es zur Erfassung von Lernfortschritten bei Studierenden erfasst wird (Hoth et al., 2019; Kleickmann et al., 2013), RC und AC bei 251 Lehramtsstudierenden und Lehrkräften im Schuldienst herangezogen. Die Ergebnisse zeigten eine tendenziell starke Korrelation zwischen dem (aggregierten) mathematischen Professionswissen und RC, womit Hypothese 4.1 gestützt wird. Dies spricht für die Annahme, dass neben AC (s. voriger Abschnitt) auch RC ein wissensbasiertes Konstrukt ist. Auch zwischen RC und AC zeigt sich erwartungsgemäß ein moderater bis hoher Zusammenhang, wodurch Hypothese 4.2 gestützt wird. Die starke, positive Korrelation zwischen RC und AC spricht für die Annahme, dass eine Befähigung zur Unterrichtsreflexion die Kompetenz zum Handeln im Unterricht begünstigt. Damit werden Befunde von Knievel et al. (2015) bestätigt, in denen sich ähnliche Zusammenhänge für Mathematiklehrkräfte der Primarstufe zeigten. Vor dem Hintergrund der Ergebnisse von Studie 3 ist somit das Zusammenhangsmuster fachspezifischer Kompetenz von Lehrkräften nicht nur über ähnliche Schulfächer (Mathematik und Wirtschaftswissenschaften), sondern auch über verschiedene Schulformen innerhalb eines Fachs hinweg vergleichbar.

Die durchgeführten Mediationsanalysen zeigten, dass der direkte Pfad zwischen dem aggregierten mathematischen Professionswissen und AC sowohl für Lehramtsstudierende als auch Lehrkräfte mit mindestens fünf Monaten Praxiserfahrung vollständig durch RC mediiert wird. Damit wird die Hypothese für die Gruppe der Lehramtsstudierenden (Hypothese 4.3) gestützt. Da die eingesetzten Instrumente nur zu denselben mathematischen Inhaltsgebieten ausgewählt wurden, aber nicht auf dieselben inhaltlichen Anforderungen abzielten (s. Abschnitt 4.2), sprechen die Befunde für die Annahme, dass eine Befähigung zur Unterrichtvorbereitung und -nachbereitung zu einem Erwerb der Fähigkeit zur Anwendung von Wissen im Unterricht beiträgt. Studie 4 liefert somit quantitativ-empirische Evidenz für das Modell von Stender et al. (2017), für das zuvor keine Studien vorlagen, die

auch das Handeln von Lehrkräften im Unterricht einbezogen. Für die Gruppe der Mathematiklehrkräfte mit mindestens fünf Monaten Praxiserfahrung wurde jedoch nur eine partielle Mediation vermutet, da sich der Prozess der Generierung von Handlungsoptionen für das Unterrichten durch die Unterrichtsreflexion mit zunehmender Praxiserfahrung abschließen sollte. Allerdings wurde der (schwache) direkte Effekt für die Lehrkräfte mit Praxiserfahrung sowohl für das aggregierte Professionswissen als auch für das CK nur knapp nicht signifikant. Entsprechend sollte die gefundene vollständige Mediation mit Vorsicht interpretiert werden. Hypothese 4.4 kann dennoch auf Grundlage der Ergebnisse nicht vollständig bestätigt werden.

Die gefundene vermittelnde Wirkung für praktizierende Mathematiklehrkräfte liefert eine quantitative Bestätigung für die qualitativen Befunde von Sherin und van Es (2009), bei denen Mathematiklehrkräfte nach reflektierenden Tätigkeiten ihr vorhandenes Professionswissen zur Diagnose von Schülerkognitionen besser anwenden konnten als vorher. Darüber hinaus ist für Personen mit Praxiserfahrung auffällig, dass in dieser Gruppe substantiell weniger Varianz in RC und AC aufgeklärt wird. Für Personen mit Praxiserfahrung ist insbesondere das dekontextualisierte Professionswissen demnach weniger prädiktiv für das Handeln in der Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung sowie in unterrichtlichen Situationen. Dies könnte andeuten, dass – unabhängig vom Kompetenzerwerb durch die Transformation von Professionswissen – weitere Lerngelegenheiten einen Erwerb von AC und RC induzieren. Eine solche Lerngelegenheit könnte beispielsweise die Praxiserfahrung sein (Baer et al., 2011; König, Rothland & Schaper, 2018). Zudem geht aus der ACT-R-Theorie hervor, dass sich einmal erzeugte Produktionen durch mehrmaliges Anwenden immer weiter generalisieren und optimieren können, sodass sie auch in unterschiedlichen (unterrichtlichen) Kontexten verfügbar sind (s. Abschnitt 2.7.2). Die ursprünglich durch RC erzeugten Produktionen könnten sich daher durch vielmaliges Anwenden in der unterrichtlichen Praxis weiterentwickeln, sodass Zusammenhänge zwischen dekontextualisiertem Professionswissen, RC und AC mit wachsender Praxiserfahrung an Stärke verlieren.

Insgesamt zeigt Studie 4 einen Erklärungsansatz auf, wie das verfügbare Professionswissen für die Kompetenz zum Handeln unter Zeitdruck bei Mathematiklehrkräften verfügbar werden könnte. Der dargelegten Theorie und den quantitativen Ergebnissen zufolge könnte die Anwendung des professionellen Wissens im Rahmen der Unterrichtreflexion ein Teil der Antwort sein. Damit trägt Studie 4 dazu bei, den Erwerb von AC zu verstehen.

6.2 Limitationen dieser Arbeit

Die Ergebnisse dieser Arbeit sollten unter Berücksichtigung der Grenzen der vier Studien interpretiert werden. Das verwendete querschnittliche Design gibt prinzipiell keinen Aufschluss über die kausale Beziehung der betrachteten Konstrukte. Entsprechend sind al-

le angedeuteten Wirkrichtungen in dieser Arbeit (z. B. Pfeilrichtungen in einem Pfadmodell) theoretisch induziert oder aus empirischen Vorarbeiten abgeleitet. Weiterhin werden in dieser Arbeit Hinweise auf Zusammenhänge von Merkmalen bei Individuen auf Grundlage von inter-individuellen Analysen abgeleitet. Zukünftige Studie könnten diese Limitation vermeiden, indem beispielsweise im Rahmen eines längsschnittlichen Designs intra-individuelle Varianz von Personen gesammelt und untersucht wird. Auch ein experimentelles Design, bei dem einzelne Merkmale gezielt gefördert und eine Wirkung auf verschiedene Zielvariablen beobachtet wird, könnte sich in diesem Zusammenhang eignen. Mit diesen Untersuchungsdesigns ist im Allgemeinen ein höherer Aufwand verbunden (insbesondere im Rahmen der Stichprobenrekrutierung), als mit einem querschnittlichen Design, weshalb man sich für die Zwecke von ELMaWi für letzteres entschied.

Bezüglich der Stichprobe muss einschränkend angemerkt werden, dass, obwohl die Teilnehmenden aus einer geographisch gut gestreuten Auswahl von über 50 Standorten in Deutschland rekrutiert wurden, die verwendete Gelegenheitsstichprobe nicht als repräsentativ für Lehrkräfte der Fächer Mathematik oder Wirtschaftswissenschaften in Deutschland angesehen werden kann. Insbesondere die Stichprobe der angehenden und praktizierenden Lehrkräfte mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften, auf denen die Befunde zu fachspezifischen und fachübergreifenden Anteilen von AC hauptsächlich beruhen, ist verhältnismäßig klein gemessen an der Gesamtstichprobe. Trotz gezielter Stichprobenrekrutierung erwies sich die Erhebung einer angemessen großen Stichprobe an Personen mit dieser Fächerkombination als Herausforderung, da die Population nur an beruflichen Schulen zu finden und damit deutlich seltener ist als beispielsweise die an Mathematiklehrkräften, die sowohl an Gymnasien als auch Berufsschulen rekrutiert werden konnten. Insbesondere aus dieser Limitation folgt ein Bedarf an Replikation der Ergebnisse in größeren Stichproben.

Bezüglich der eingesetzten Instrumente muss angemerkt werden, dass die verwendete Operationalisierung für AC und RC einen Kompromiss aus standardisierter psychometrischer Erfassung, Berücksichtigung typischer fachspezifischer Anforderungen des Schulalltags und den derzeitig verfügbaren technischen Möglichkeiten darstellt (Lindmeier, 2013). Der holistischen Definition der Konstrukte folgend, decken RC und AC alle typischen Anforderung der Unterrichtsreflexion bzw. des Unterrichtens ab. Eine repräsentative Berücksichtigung aller dieser Anforderungen im Rahmen einer standardisierten Messung übersteigt jedoch derzeit die Möglichkeiten einer praktikablen standardisierten Kompetenzerfassung. Insbesondere die Implementation einer Interaktion mit Lernenden, wie sie gewöhnlich während des Unterrichtens auftritt, ist derzeit nur schwer in Rahmen eines standardisierten Instrumentes möglich. Um dies zu adressieren, werden in alternativen Ansätzen beispielsweise interviewbasierte Unterrichtssimulationen gewählt, in denen eine Interaktion umgesetzt werden kann. Aufgrund des personellen und zeitlichen Aufwands eignet sich jedoch dieses Erhebungsverfahren nicht für den Einsatz in größeren Stichpro-

ben (vgl. Abschnitt 2.4.7). Ein weiterer vernachlässigter Aspekt von AC, der unter anderem aufgrund des Problems der Interaktion nicht adressiert werden kann, ist die Befähigung von Lehrkräften eine zuvor angefertigte oder vorgegebene Unterrichtsplanung umzusetzen. Folglich sind die eingesetzten Instrumente als Indikatoren für RC und AC zu verstehen, in denen zentrale Repräsentationen der Anforderungen des Unterrichtens abgebildet werden. Zukünftige Arbeiten sollten diesbezüglich darauf zielen, das Repertoire an berufstypischen Anforderungen regelmäßig zu erweitern und technologische Fortschritte bestmöglich zu nutzen.

Darüber hinaus sollten auch Limitationen durch die Testprozedur berücksichtigt werden. Zunächst wurden im Rahmen der ELMaWi-Studie eine größere Zahl an Instrumenten eingesetzt, was insbesondere in der Stichprobe mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften zu langen Testzeiten von 4 Stunden oder mehr führte. Dies kann zu Ermüdungseffekten geführt haben. Diesem Problem wurde versucht zu begegnen, indem den Teilnehmenden nahezu jederzeit (Ausnahmen: während des Tests für kognitive Fähigkeiten und während eines AC-Items) Pausen gewährt wurden und die kognitiv anfordernden Instrumente am Anfang der Erhebung positioniert wurden. Dennoch kann dies die Genauigkeit für Instrumente am Ende des Testheftes negativ beeinflusst haben. Weiterhin wurden, um die Testzeit trotz der Vielzahl an Instrumenten zu reduzieren, für die meisten Instrumente Kurzskalen ausgewählt und zusammengestellt. Dies kann ein Grund für die teilweise niedrigen Skalenreliabilitäten der betrachteten fachbezogenen Instrumente sein. Niedrige Skalenreliabilitäten könnten wiederum dazu geführt haben, dass manche der untersuchten Zusammenhänge in dieser Studie unterschätzt wurden. Um diesem Problem zukünftig zu begegnen, sollte eine Erweiterung der jeweils betrachteten fachbezogenen Skalen in Betracht gezogen werden.

6.3 Implikationen für zukünftige Untersuchungen der Struktur von AC

Angesichts der berichteten Limitationen sollten die vorgelegten Befunde aller vier Studien in größeren Stichproben und auch für Lehrkräfte anderer Fächer und Fächerkombinationen sowie Schulformen repliziert werden, um deren Belastbarkeit und Generalisierbarkeit zu überprüfen. Sollten sich die Ergebnisse als belastbar erweisen, ergeben sich daraus diverse Implikationen für zukünftige Untersuchungen der Struktur professioneller Kompetenz von Lehrkräften.

Zunächst konnten in der vorliegenden Arbeit die Befunde zu Zusammenhangsmustern zwischen AC und fachbezogenem Professionswissen von Lindmeier (2011) und Knievel et al. (2015) weiter gesichert und durch eine Differenzierung von CK und PCK erweitert werden. Insbesondere konnte gezeigt werden, dass sich bestimmte Zusammenhangsstärken

nicht nur bei Sekundarstufenlehrkräften der Mathematik, sondern auch bei denen des Fachs Wirtschaftswissenschaften in ähnlicher Ausprägung nachweisen lassen. Dies legt nahe, dass sich solche Zusammenhänge auch bei Sekundarstufenlehrkräften anderer Fächer nachweisen lassen könnten, insbesondere bei Fächern mit einer ähnlichen Affinität zur Mathematik wie beispielsweise Wirtschaftswissenschaften. In Bezug auf den Zusammenhang zwischen PCK und AC bleibt zudem die Frage offen, ob sich dieses Ergebnis für alle Schulstufen finden lässt oder ob sich eine stärkere Bedeutung des PCK für beispielsweise Primarstufenlehrkräfte finden lässt.

Über diese Zusammenhangsmuster hinaus sollten Erkenntnisse bezüglich des AC jedoch nur mit Vorsicht auf andere Fächer angewendet werden. Die vorgelegten Hinweise zur Fachspezifität implizieren diesbezüglich, dass sich Eigenschaften von AC nur eingeschränkt über Fächer hinweg transferieren lassen könnten. Weitere Forschungsanstrengungen sollten aufgebracht werden, um herauszufinden, welche Erkenntnisse sich über die Fächer hinweg generalisieren lassen und welche nicht. Dies gilt insbesondere für die gefundenen Zusammenhänge zwischen fachbezogenem Professionswissen, RC und AC, die in dieser Arbeit nur für das Fach Mathematik untersucht worden sind. Die gefundenen Ergebnisse zu vernachlässigbaren Zusammenhängen zwischen AC in Mathematik und Wirtschaftswissenschaften sollten jedoch ebenfalls für andere Fächerkombinationen überprüft werden. Hierzu können einerseits weitere Fächerkombinationen mit Mathematik (z. B. mit Physik oder Chemie), andererseits aber auch Fächerkombinationen aus sprachlichen Fächern (z. B. zwei Fremdsprachen) herangezogen werden. Auch die Untersuchung einer Fächerkombination aus zwei stark unterschiedlichen Fächern (z. B. Mathematik und Deutsch) würde relevante Erkenntnisse liefern, jedoch kann angenommen werden, dass dies die Identifizierung von Zusammenhängen zwischen AC in den Fächern weiter erschwert.

Schließlich fokussieren die Ergebnisse zu fachspezifischen und fachübergreifenden Anteilen in dieser Arbeit nur verschiedene Teilaspekte von AC. Analoge Untersuchungen für RC sind noch durchzuführen. Die tendenziell höheren Zusammenhänge zwischen RC und dem mathematikbezogenen Professionswissen deuten im Vergleich zu AC eine stärkere Beziehung zum Wissen an. Jedoch könnten auch fachunabhängige Strategien von beispielsweise der Unterrichtsplanung einen substanziellen Anteil von RC ausmachen. Explorative Studien sollten entsprechend Hinweise liefern, inwieweit es sich beim RC um eine fachspezifische Kompetenz handelt, nicht zuletzt, um Erwerbsprozesse des AC (wie in Studie 4 argumentiert) besser zu verstehen.

6.4 Implikationen für den Erwerb von AC

Auch hinsichtlich des Erwerbs von AC lassen sich auf Grundlage dieser Arbeit diverse Implikationen sowohl für die Forschung als auch für die Lehramtsausbildung ableiten. Zu-

nächst lässt sich aus den Befunden zu fachübergreifenden Anteilen des fachbezogenen Professionswissens ableiten, dass dieses bei Personen mit der Fächerkombination Mathematik und Wirtschaftswissenschaften einen fachübergreifenden Zusammenhang zeigte. Dies könnte darauf hinweisen, dass sich eine Ausbildung in einem Fach positiv auf das fachbezogene Professionswissen in einem anderen Fach auswirkt. Für Lehrkräfte eines Fachs, die zusätzlich für das Unterrichten eines anderen Fachs ausgebildet oder eingesetzt werden (fachfremdes Unterrichten) sollte jedoch beachtet werden, dass dieser Zusammenhang trotz Affinität der Fächer nur schwach ausfiel.

Darüber hinaus stützen die gefundenen moderaten Zusammenhänge die empirische Trennbarkeit von AC und (dekontextualisiertem) fachbezogenem Wissen. Dies stützt auch die Annahme, dass der Erwerb der Fähigkeit zur Anwendung von Professionswissen für das Unterrichten möglicherweise gesonderter Lerngelegenheiten bedarf. Entsprechend muss untersucht werden, ob sich weitere Fähigkeiten und Merkmale identifizieren lassen, die einerseits zu dieser Fähigkeit beitragen und die sich andererseits fördern lassen. Diesbezüglich geben die vorgelegten Befunde zur Fachspezifität der Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen für das Unterrichten erste Hinweise, dass diese Lerngelegenheiten mit engem Bezug auf das Fach gestaltet werden sollten. Für Lehrkräfte, die über eines ihrer Fächer hinaus für das Unterrichten eines anderen Fachs ausgebildet oder eingesetzt werden, bedeutet dies, dass ein profundes fachbezogenes Professionswissen in einem weiteren Fach nicht ausreichen könnte, um dieses Fach auch zu unterrichten.

Ansätze zur Gestaltung von Lerngelegenheiten für AC könnten beispielsweise auf videobasierte Lehr-Lern-Konzepte (z. B. spezifisch entwickelte Videovignetten) oder Rollenspiele abzielen. So könnten auch bereits in der universitären Ausbildungsphase Aufgaben der beruflichen Praxis systematisch und anforderungsnah adressiert werden (Grossman et al., 2009). So entwickelten beispielsweise Lindmeier et al. (angenommen) unter Verwendung von videobasierten Fallbeispielen und Rollenspielen eine Fortbildung von mathematikbezogenem AC bei Kindergartenfachkräften. Hierbei erhielten die Teilnehmenden eine gezielte Schulung zur Unterstützung von Kindern bei mathematischen Lernprozessen bei Brett- und Kartenspielen (s. Abschnitt 2.4.5). Obwohl sich der Inhalt dieser Schulung nicht ohne Weiteres auf Sekundarstufenlehrkräfte anwenden lässt, könnte dieser Ansatz adaptiert werden, um beispielsweise die Formulierung hilfreicher Hinweise in geeigneten Kontexten im Mathematikunterricht zu fördern. So nutzten auch Saas et al. (im Druck) ein videobasiertes Lehr-Lern-Tool, um Bedingungen der Förderung von AC bei Lehramtsstudierenden der Wirtschaftswissenschaften in Form einer Interventionsstudie ($N = 27$) zu untersuchen. Die Teilnehmenden wurden dabei zunächst mit Materialien zu CK, PCK und den Inhalten der schulischen Curricula unterrichtet (vgl. Santagata, Kersting, Givvin & Stigler, 2010), um eine gemeinsame theoretische Basis für die gezielten AC- und RC-Interventionen zu schaffen. Anschließend wurden eine AC-Gruppe und eine RC-Gruppe gebildet, in denen jeweils videobasierte Aufgaben zu derselben Unterrichtssituation (gleiche Hintergrundinfor-

mationen, gleiches Video) mit unterschiedlichen Handlungsaufforderungen (Fokus bei AC-Gruppe: hilfreiche Hinweise; Fokus bei RC-Gruppe: Unterrichtsplanung) eingesetzt wurden. In beiden Gruppen wurde das Handeln anschließend in Gruppenarbeit analysiert. In der AC-Gruppe konnte ein signifikanter Zuwachs im AC, in der RC-Gruppe jedoch kein Zuwachs im RC gefunden werden (wobei Saas et al., im Druck, in dieser Gruppe motivationale Probleme beim Post-Test andeuten). Solche Ansätze könnten sich in Zukunft als vielversprechend für die Förderung von AC erweisen und für den Einsatz in der Lehramtsausbildung in Betracht gezogen werden.

Weitere Implikationen, wie die Fähigkeit zur Anwendung von fachbezogenem Professionswissen für das Unterrichten mit engem Bezug zum Fach Mathematik erworben werden könnte, lieferte die vierte Studie dieser Arbeit. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass zielgerichtete Lerngelegenheiten für die Befähigung zur Unterrichtsvorbereitung und -nachbereitung von Mathematikunterricht (RC) angehende Lehrkräfte auch zur effektiveren Anwendung ihres fachbezogenen Professionswissens für das Unterrichten (AC) befähigen können. In diesem Zusammenhang kann der Antizipation von fachbezogenen Schülerkognition und entsprechenden Reaktionen bei der Unterrichtsreflexion eine besondere Rolle zugesprochen werden (Santagata et al., 2010; Sherin & van Es, 2009; Stender et al., 2015). Eine zielgerichtete Förderung von RC mit Fokus auf diesen Aspekt der Unterrichtsreflexion könnte somit auch zu einem Kompetenzerwerb in AC führen oder diesen unterstützen. Auch hierfür können in der Lehramtsausbildung videobasierte Lehr-Lern-Konzepte eingesetzt werden, um Aufgaben der beruflichen Praxis bereits in der universitären Ausbildungsphase anforderungsnah zu adressieren sowie theoriebasiert zu reflektieren. Praxisphasen in der universitären Ausbildung könnten zielgerichteter dazu genutzt werden, einen Kompetenzerwerb für RC – und somit möglicherweise auch für AC – zu bewirken.

Ein weiterer Ansatz zur Förderung der Wissensanwendung, der aus der ACT-R-Theorie und Befunden zum analogiebasierten Lernen abgeleitet werden kann, zielt auf einen effektiveren Erwerb von deklarativem Professionswissen ab. Demnach kann die Anwendung des Wissens in Anforderungs- und Problemlösesituationen substanziell erleichtert werden, wenn dieses bereits in verschiedenen Handlungskontexten (z. B. im Rahmen einer unterrichtsreflektierenden Tätigkeit) gelernt wird (Anderson, 1983; Markman & Gentner, 1993). Ein expliziter Vergleich von zwei unterschiedlichen Handlungskontexten kann dabei die Anwendung von dekontextualisiertem Wissen bereits signifikant erleichtern (Gentner et al., 2009). Für Lehramtsstudierende könnte demnach eine an den Erwerb des deklarativen Wissens gekoppelte Verarbeitung des Wissens in unterrichtbezogenen Kontexten (z. B. durch videobasierte Lehr-Lern-Aufgaben oder Unterrichtssimulationen) dessen Anwendung in unterrichtlichen Anforderungssituationen unter Zeitdruck fördern. Diese Annahme wurde bereits früher im Kontext des Mathematiklernens diskutiert (Runesson, 2005). Eine Anwendung dieser Annahme auf Lernprozesse von Lehrkräften erfolgte bislang

jedoch nicht. Ein solcher Ansatz könnte demnach bewirken, dass das an der Universität erworbene Wissen von angehenden Lehrkräften in der Praxis effektiver genutzt werden kann.

Insgesamt können die Ergebnisse und Implikationen der vorliegenden Arbeit zukünftig dazu beitragen, eine bessere Passung zwischen universitärer Ausbildungsphase und der unterrichtlichen Praxis herzustellen, ohne dabei den Erwerb von universitärem Professionswissen in den Hintergrund zu stellen. Die dargelegten Befunde zu Eigenschaften und Erwerbsprozessen von AC betonen jedoch auch die Relevanz zusätzlicher Lernangebote, damit angehende Lehrkräfte nicht nur fachbezogenes Professionswissen erwerben, sondern dieses auch effektiv im Unterricht nutzen können.

A | Artikel zu Studie 1

Dieser Artikel wurde am 21.11.2018 erstmals eingereicht und in der untenstehenden Fassung im Juli 2019 in der **Zeitschrift für Pädagogik**, Heft 04/19, publiziert (DOI: 10.3262/ZP1904511).

What Is the Relationship Between Knowledge in Mathematics and Knowledge in Economics? Investigating the professional knowledge of (prospective) teachers trained in two subjects

Colin Jeschke, Christiane Kuhn, Anke Lindmeier, Olga Zlatkin-Troitschanskaia, Hannes Saas, Aiso Heinze

Abstract: Content knowledge (CK) and pedagogical content knowledge (PCK) are considered key aspects of teacher competence. Although teacher education and training programs across disciplines focus on the development of CK and PCK, there is little evidence of whether teachers trained in two subjects benefit from reciprocal effects between knowledge in these subjects. To approach this question, we investigated the correlation between the CK and PCK in mathematics and economics of $N = 96$ pre- and in-service teachers trained in both subjects. We found a substantial correlation between CK and PCK within a subject and between corresponding knowledge components across subjects, with CK in mathematics related also to PCK in economics. We found that although teachers' professional knowledge structure mirrored domains, CK in mathematics could be useful for teaching economics.

Keywords: Teacher Knowledge, Teacher Education, Content Knowledge, pedagogical content knowledge, mathematics, economics

Zusammenfassung: Fachwissen (CK) und fachdidaktisches Wissen (PCK) gelten als wichtige Bestandteile professioneller Kompetenz von Lehrkräften. Hinsichtlich der Ausbildung in zwei Schulfächern ist bislang jedoch wenig erforscht, inwieweit der Wissenserwerb in einem Fach durch die Ausbildung in einem weiteren Schulfach beeinflusst wird. In dieser Studie werden Zusammenhänge zwischen CK und PCK der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften bei $N = 96$ angehenden und praktizierenden Sekundarstufen-Lehrkräften mit dieser Fächerkombination untersucht. Die Ergebnisse zeigen substantielle Zusammenhänge zwischen CK und PCK innerhalb der Fächer und

zwischen den professionellen Wissenskonstrukten über die Fächer hinweg, wobei CK in Mathematik auch mit PCK in Wirtschaftswissenschaften zusammenhängt. Obwohl die Wissensbasis einer Lehrkraft eine Strukturierung nach Fächern abbildet, könnte CK in Mathematik für das Unterrichten von Wirtschaftswissenschaften förderlich sein.

Schlagwörter: Lehrerwissen, Lehrerausbildung, Fachwissen, fachdidaktisches Wissen, Mathematik, Wirtschaftswissenschaften

1. Introduction

The importance of teachers' professional knowledge for teaching quality has been shown in teacher education research across disciplines (Halim & Meerah, 2002; Hill, Rowan & Ball, 2005). Teachers' content knowledge (CK) and pedagogical content knowledge (PCK) in particular have been identified as powerful predictors for instructional quality and student learning across subjects (Baumert et al., 2010; Keller, Neumann, & Fischer, 2017). From a teacher education perspective, PCK is of particular interest, as it can be considered an "amalgam of content and pedagogy" that is distinctive for teaching (Shulman, 1986, p. 8). Consequently, PCK is regarded as crucial for high-quality instruction (Park & Oliver, 2008; Sorge, Kröger, Petersen & Neumann, 2017).

However, despite the relevance of subject-specific teacher knowledge, research has not yet comprehensively explained how teachers acquire that knowledge in different school subjects (Zlatkin-Troitschanskaia, Shavelson, & Kuhn, 2015). Particularly with regard to upper-secondary teacher training programs in Germany, in which teachers are trained to teach two subjects, no research has been conducted on whether and how the teachers' knowledge in one subject relates to the their knowledge in another subject (Stancel-Piatak et al., 2013). The focus of most studies has been knowledge in one subject only (e.g., professional knowledge of mathematics teachers). Teachers of two related subjects (e.g., mathematics and economics) may benefit in particular from this combination, as some subject-specific knowledge may be useful for teaching other subjects.

In the present paper, this research deficit is addressed as investigation is made into the professional knowledge of teachers of mathematics and economics, two subjects which are different but related, as mathematics plays an important role in economics. The aim is to gain empirical evidence of whether and how teachers' knowledge in one subject, mathematics or economics, relates to their knowledge in the other subject.

2. Research on Subject-Specific Teacher Knowledge

According to Shulman (1986), subject-specific teacher knowledge has two facets: CK and PCK. CK is described as teachers' understanding of subject matter and includes not only an understanding '*that* something is so' but also an understanding of '*why* something is so' (Shulman, 1986, p. 9). CK is a deep understanding of the subject matter that is relevant in school (Kleickmann et al., 2013). To date, operationalisations of teachers' CK for various subjects are available (e.g., mathematics: Baumert et al., 2010; Dreher, Lindmeier, Heinze, & Niemand, 2018; economics: Zlatkin-Troitschanskaia et al., 2015). In contrast, PCK is descri-

bed as the knowledge teachers need to make subject matter accessible to students (Depaepe, Verschaffel, & Kelchtermans, 2013; Kuhn, Alonzo, & Zlatkin-Troitschanskaia, 2016). According to Shulman's description of PCK as an amalgam of content and pedagogy, it can be assumed that PCK contains non-subject-specific aspects (e.g., pedagogical knowledge) and subject-specific aspects. Across disciplines, there is some consensus that teachers' PCK includes *knowledge of student cognition, knowledge of explanations and multiple representations, and knowledge about the potential of tasks* (Depaepe et al., 2013).

Following these conceptualizations, an extensive body of research has been conducted on the effect of teachers' CK and PCK, and a significant correlation has been found to students' achievement, for instance, in terms of mathematical understanding (Hill et al., 2005). Especially for providing subject-specific instruction that is cognitively activating and constructively supportive for students, PCK has been found to be even more important than CK (Baumert et al., 2010). However, despite the many studies of teachers' CK and PCK, little is known about how subject-specific knowledge in various subjects is related when teachers are trained in two subjects.

2.1 Acquiring CK and PCK in Mathematics and Economics

In Germany, teacher education has three stages: The first, theoretical stage takes place at university and comprises three years of bachelor studies and two years of master studies. The second stage consists of one and a half to two years of supervised practical training at schools. The third stage involves professional, fully autonomous teaching at schools. Universities are the constitutive place for learning opportunities with regard to teacher knowledge (Kleickmann & Anders, 2013) and the main focus of teacher education programs especially at the bachelor level is to develop CK. The programs are structured mainly according to subjects. Training in PCK is also emphasized in university teacher training programs, but usually at the master level (Kuhn, 2014; Tröbst et al., 2018). It has been argued that teachers can transform CK into PCK without having special training to develop PCK, for example, by integrating general pedagogical knowledge (Lannin et al., 2013). This assumption sometimes has been supported by correlations found between CK and PCK of pre-service mathematics teachers (Krauss et al., 2017) and the finding of studies that teachers of academic-track mathematics (strong focus on CK) outperform teachers of non-academic-track mathematics on tests of PCK (Baumert et al., 2010; Tröbst et al., 2018). Results of studies in which comparison is made between mathematicians and mathematics teachers indicate that mathematicians performed more poorly on items testing components of PCK that are important for planning instruction (Krauss, Baumert, & Blum, 2008). Thus, it is argued that opportunities to develop CK do not suffice to develop PCK; rather, opportunities to develop PCK are needed (Kuhn, 2014; Riese & Reinhold, 2012). Findings on the relationship between CK and PCK in subjects other than mathematics support this argument, as they sometimes show considerably weaker correlations between the knowledge constructs. This suggests that CK and PCK are two related but separable constructs which require targeted training (for economics: Kuhn, 2014; for English: Roters, Nold, Haudeck, Keßler, & Stancel-Piatak, 2011; for physics:

Riese & Reinhold, 2012; for seven subjects including languages and arts: Krauss et al., 2017). However, while the acquisition processes of PCK are not yet sufficiently understood, CK commonly is considered a prerequisite for developing PCK (Depaepe et al., 2013).

The focus of research on prerequisites for the acquisition of teacher knowledge has been cognitive abilities and prior knowledge (Kleickmann & Anders, 2013; Kuhn, 2014). Cognitive abilities generally are seen as a stable individual resource for further learning. Prior knowledge refers to knowledge prospective teachers acquired at school (i.e., as indicated by their school-leaving grade) indicating their preparedness for further learning (Tröbst et al., 2018).

To summarize, research on teacher's subject-specific professional knowledge usually has been conducted within one subject. This may be due to the fact that in most countries secondary school teachers are trained in one subject only, and national studies (TEDS-LT: Buchholtz & Kaiser, 2013; FALKO: Lindl & Krauss, 2017) usually are not of appropriate samples of teachers trained in different school subjects. Hence, there is currently a lack of evidence of whether professional knowledge, PCK and especially CK in one subject may promote teacher knowledge in the other subject. This question is of broader relevance for teacher training, especially with a view on related subjects with a potential for synergies.

2.2 Hypothesized Relationships between Teacher Knowledge in Mathematics and Economics

Although mathematics and economics are two different domains, individuals' performance on mathematics tests and their performance on economics tests are correlated (Ballard & Johnson, 2004; Williams, Waldauer, & Duggal, 1992). This can be traced back to the theoretical conceptualizations of mathematics as being one facet of CK in economics, and so the domains are considered related (Deutscher & Winther, 2015). It can be assumed that teacher knowledge particularly in mathematics may foster the acquisition of teacher knowledge in economics in all three phases of teacher education (university phase, training phase, and in-service teaching phase). It is possible that some aspects of CK and PCK in mathematics are important for teaching economics and could be integrated into CK and PCK in economics (e.g., CK in mathematics could integrate into PCK in economics when students have mathematics-related issues performing an economics-related task). Thus, the following relationships between teachers' CK and PCK in mathematics and economics can be expected:

1) *Relationship to CK.* As mathematics is used to describe and solve economic problems, it can be considered an essential part of economics and crucial for studying economics at university (Ballard & Johnson, 2004). For instance, Williams et al. (1992) showed that performance in mathematics is a major determinant of success in economics studies. CK in mathematics may therefore promote the acquisition of CK in economics. Since economics is a field in which mathematical concepts are applied, CK in economics could also be expected to deepen CK in mathematics. Thus, a relationship between CK in economics and CK in mathematics can be expected.

2) *Relationship to PCK.* According to preliminary findings that CK in a subject is a pre-

requisite for acquiring PCK in the same subject, a certain degree of understanding of the subject matter is required for the development of PCK (Kleickmann et al., 2013; Kuhn, 2014; Tröbst et al., 2018). It can therefore be assumed that there is a significant connection between CK and PCK within a subject (i.e., mathematics and economics). Beyond that, (school) mathematics is an essential part of (school) economics as well. Hence, it can be assumed that economics teachers' CK in mathematics as well as their PCK in mathematics improve not only their understanding of economics students' misconceptions caused by mathematics-related issues, but also their ability to explain economics-related problems (e.g., using/avoiding mathematics) and their ability to analyse economics-related tasks (requiring some knowledge of mathematics). Hence, CK and PCK in mathematics might affect all aspects of PCK in economics (Kuhn, 2014; Tröbst et al., 2018). In particular, CK in mathematics may not only be relevant for CK in economics but also improve the acquisition of PCK in economics. In contrast, taking the conceptualization of PCK in mathematics into account, there is no reason to assume CK in economics influences the acquisition of PCK in mathematics. Finally, it is reasonable to assume mutual influences of PCK in mathematics and economics, as PCK in different subjects is assumed to comprise some common pedagogical and psychological elements (Shulman, 1986). For instance, similarities in the fundamental teaching principles of the subjects can be found, such as the principle of action (Prinzip der Handlungsorientierung) used in teaching mathematics and economics (Aebli, 1985; Riedel, 2006). Moreover, the simultaneous acquisition of PCK in two different subjects may deepen understanding of the structure of PCK as an amalgam of content and pedagogy.

3. Research Questions and Hypotheses

Summarizing the current state of research, there is no empirical evidence of a connection between teacher knowledge in two subjects. With respect to mathematics and economics teachers, interrelations between CK and PCK can be hypothesized based on theoretical considerations. Thus, we pursued the following research question: *How are components of professional knowledge in mathematics (M-CK, M-PCK) and components of professional knowledge in economics (E-CK, E-PCK) related in teachers of both subjects?*

Based on the theoretical assumptions outlined above, we assume:

(1) a significant moderate relationship between M-CK and E-CK, as we assume knowledge in mathematics facilitates understanding of economics.
(2) a significant but weak relationship between M-CK and E-PCK, as we assume knowledge of school-level mathematics is useful when teaching economics. We expect this relationship to be smaller than (1), as E-CK already mediates the mathematics knowledge needed to understand economics.
(3) a weak correlation between E-PCK and M-PCK due to the common core of pedagogical and psychological knowledge.

4. Method

4.1 Study Design and Sample

We analysed the subject-specific professional knowledge of (prospective) upper-secondary teachers trained in mathematics and economics. Although secondary school teachers in Germany are trained in two subjects, a specific combination such as mathematics and economics limits our target group. This combination of interest is particularly attractive for upper-secondary school teachers with a vocational focus (Berufsschule). To obtain an adequate sample, we targeted pre-service and in-service teachers of general and vocational schools. We recruited participants from universities, teacher training (Referendariat) colleges, and schools from 52 cities in 10 German federal states. Student teachers at universities had to be in the second half of their study program in order to participate. Participation was voluntary, and a monetary incentive was offered as compensation. The final sample comprised $N = 96$ (prospective) teachers (55% female) of both subjects, mathematics and economics: $n = 54$ students (age $M = 27.6$ years, $SD = 5.7$), $n = 17$ trainees ($M = 29.8$, $SD = 2.8$), and $n = 25$ in-service teachers ($M = 40.2$, $SD = 7.2$)

4.2 Measures

To assess professional knowledge in mathematics and economics, we used short scales of established, field-tested paper-pencil tests for M-CK (14 items), E-CK (15 items), M-PCK (15 items), and E-PCK (11 items). Measures for CK contained items relevant for secondary level education (see Figures 1 and 2) and measures for PCK contained items relevant for teachers' knowledge of student cognition, potential of exercises and content representations (see Figures 3 and 4) in mathematics and economics, respectively. Validity evidence based on test content, response processes, internal structure, and relationships to other variables is given for all instruments (for a detailed description see Heinze, Dreher, Lindmeier, & Niemand, 2016 for M-CK, Zlatkin-Troitschanskaia, Förster, Schmidt, Brückner, & Beck, 2015 for E-CK, Loch, Lindmeier, & Heinze, 2015 for M-PCK and Kuhn, 2014 for E-PCK).

The field of real numbers $\mathbb{R}$ can be mathematically constructed from the rational numbers $\mathbb{Q}$ in several ways. Which manner of construction is suited as a reduction for the mathematics classroom? Please assume that the existence of examples for irrational numbers were already shown, as usual.

	True	**False**
$\mathbb{R}$ is constructed from $\mathbb{Q}$ by means of the topological closure.	☐	☐
$\mathbb{R}$ is constructed from $\mathbb{Q}$ by means of fundamental (Cauchy) sequences.	☐	☐
$\mathbb{R}$ is constructed from $\mathbb{Q}$ by means of nested intervals.	☐	☐
$\mathbb{R}$ is constructed from $\mathbb{Q}$ by means of Dedekind cuts.	☐	☐

Figure 1: Sample item for M-CK (complex multiple choice).

Which monetary policy would the Federal Reserve most likely adopt as the economy moves into a recession during a period of low inflation?

- ☐ Lower the federal funds rate.
- ☐ Increase federal income tax rates.
- ☐ Decrease purchases of government bonds.
- ☐ Raise the reserve requirements for banks.

Figure 2: Sample item for E-CK (single choice).

Please draw an illustration to explain to a 6^{th} grade student how to multiply a fraction by another fraction. Take $1/4 \times 2/3$ as an example.

Figure 3: Sample item for M-PCK (open response).

You are teaching an advanced class. Your students of wholesaling and foreign trade have learned how to choose suppliers based on a quantitative comparison of the offers (price as decision criterion). Your aim now is to ensure that students can make decisions by considering uncertain factors. Your starting point is the following task for your students.

You are a salesperson for cell phones and receive an offer by a supplier of cell phone cases for a total amount of €500. The supplier grants you a discount of 15%. Furthermore, if payment is made within eight days, an additional cash discount of 2% will be granted.

Work in teams and calculate and evaluate the purchase price!

How would you alter the task to achieve your aim? Give two specific options. (In bullet points, please.)

1.

2.

Figure 4: Sample item for E-PCK (open response).

The instruments contained closed- and open-ended items that were coded by student assistants trained to use detailed codebooks. We found acceptable to very good interrater agreements for M-CK and M-PCK of Cohen's $\kappa = .70–1.00$ ($M = .89$) as well as for E-PCK of Cohen's $\kappa = .60–.89$ ($M = .78$) based on at least 20% of the open responses (randomly selected) for each item. Reliabilities (Cronbach's Alpha) were $\alpha = .62$ (M-CK), $\alpha = .65$ (M-PCK), $\alpha = .60$ (E-CK) and $\alpha = .64$ (E-PCK), which is marginally sufficient considering the scale length and the conceptual heterogeneity of CK and PCK that has been previously found to cause minimal internal consistencies (Blömeke et al., 2015; Hill, Schilling, & Ball, 2004).

In addition, we asked the participants to state their school-leaving grade point average (GPA) and measured their general cognitive abilities (GCA, I-S-T 2000 R, figural analogies, 20 single choice items, Cronbach's $\alpha = .78$; Liepmann, Beauducel, Brocke, & Amthauer, 2007), to control for individual differences that might impact knowledge acquisition.

4.3 Data Analysis

We specified a path model according to the theoretical assumptions and conducted a linear regression analysis (Figure 5). The path model was further refined with GCA and GPA as an exogenous variable. We used sum scores as indicators for the four knowledge constructs and GCA. All path models were saturated with regression paths between all variables. The analyses were computed using the "lavaan" package (Rosseel, 2012) and R software (version 3.5.1). A multiple group analysis comparing participants with teaching experience and those without ($n = 42$ teacher trainees and in-service teachers vs. $n = 54$ student teachers) showed that, for the path model without GCA/GPA, the same model parameters sufficiently described the data of both groups (model fit with constrained parameters: CFI = .98, RMSEA = .07, SRMR = .06). Thus, a combined sample was studied in the remaining analyses and the subsamples are no longer differentiated.

5. Results

In Table 1 the descriptive statistics for all scales as well as their correlations are shown. As expected, the strongest correlations can be found between CK and PCK within one subject (mathematics: $r = .49$, $p = .001$; economics: $r = .41$, $p = .001$). Moreover, significant correlations are found between the same constructs (CK, PCK) across mathematics and economics. However, as Pearson correlations do not control for shared variance with other variables, those relationships might, at least in part, be due to mediation effects.

To control for such effects, we estimated the specified path model (Figure 5). The parameter estimates support significant correlations between CK and PCK within each subject (mathematics: $\beta = .50$, $p < .001$; economics: $\beta = .34$, $p < .001$). The results indicate further significant to weak relationships between the same constructs across subjects (M-CK and E-CK: $\beta = .36$, $p < .001$; M-PCK and E-PCK: $\beta = .21$, $p = .04$). Furthermore, we find a weak relationship between M-CK and E-PCK ($\beta = .20$, $p = .04$). No correlation was found

between E-CK and M-PCK ($\beta = -.01$, $p = .90$). In total, approximately 24% of the variance in M-PCK and 20% in E-PCK was explained.

To control for GCA and GPA, we computed two more path models including these variables as covariates affecting all other variables. The results indicate that neither GCA nor GPA significantly correlated to the four knowledge variables (GCA: $|\beta| < .08$, $p > .43$; GPA: $|\beta| < .05$, $p > .69$) and, thus, none of the regression coefficients changed substantially (GCA: $|\Delta\beta| < .008$; GPA: $|\Delta\beta| < .03$). Accordingly, we discarded those models in favor of the simpler model without CGA or GPA.

Variables	M-CK	E-CK	M-PCK	E-PCK	GCA	GPA
M-CK	–					
E-CK	.36***	–				
M-PCK	.49***	.16	–			
E-PCK	.32**	.41***	.31**	–		
GCA	−.08	.02	−.06	−.01	–	
GPA	.04	.01	.04	.06	− .01	–
Scale Mean	11.15	7.96	9.41	6.32	11.31	2.1
SD	4.57	2.75	3.78	3.10	4.68	0.54
Theoretical Scale Maximum	28	15	27	17	20	4.0

Table 1: Pearson Correlations and Descriptive Statistics for CK and PCK in Mathematics (M-) and Economics (E-) Scales, General Cognitive Abilities (GCA) and GPA (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$).

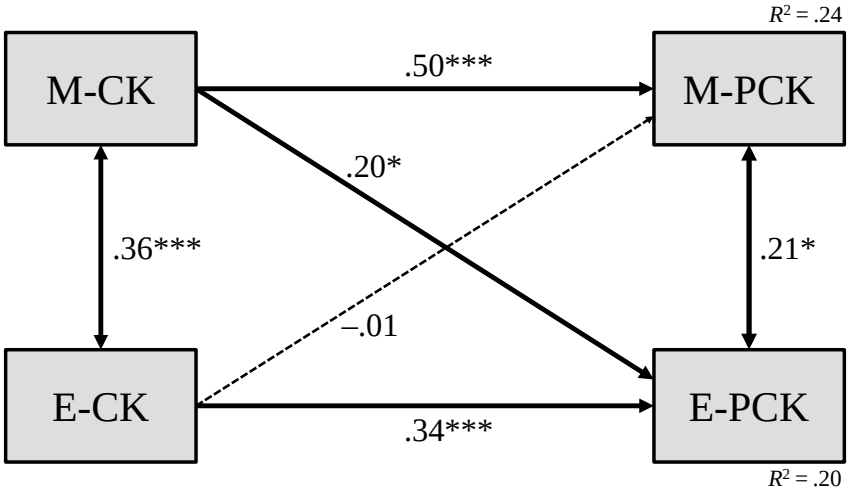


Figure 5: Path model with standardized weights relating CK and PCK in mathematics (M-) to CK and PCK in economics (E-). Paths with significant effects are presented with bold lines and asterisks (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$). CFI = 1, RMSEA = 0 (saturated model).

6. Discussion

The aim of this study was to gain preliminary empirical evidence of how teachers' professional knowledge in one subject is related to their professional knowledge in another subject. We analysed data of (prospective and practicing) teachers trained in both mathematics and economics. As expected from a theoretical perspective, we found significant correlations between CK and PCK within mathematics and economics. This result is consistent with previous findings (e.g., Heinze et al., 2016; Kuhn, 2014) and supports our hypotheses, as CK usually is considered a prerequisite for PCK within a subject. The correlation tends to be stronger in mathematics; however, the difference is not statistically significant. This may reflect the hypothesis that mathematics is a more structured domain than economics (Gruber & Mandl, 1996). Against our expectations, we did not find significant correlations between teacher knowledge and GPA or GCA. This may be due to the fact that such correlations are relatively small compared to those between teacher knowledge components (Kleickmann & Anders, 2013). In comparison to other studies, our teachers' academic background was less diverse. Further, our GCA measure stemmed from a short scale; therefore, variances might have been reduced. This may have masked possible correlations and therefore they were not detectable in our study. Across subjects, we found correlations between M-CK and both E-CK and E-PCK, which are not further mediated by E-CK. This meets our expectations, as CK in mathematics could be relevant for teaching economics beyond the extent that mathematics is required for understanding economics. In contrast, we found no correlation between E-CK and M-PCK, which was expected as well. In addition to a correlation between the constructs of CK in both subjects, a weak correlation was found between the constructs of PCK in both subjects. Given that in our analysis we controlled for effects of CK, we see shared variance in PCK in different subjects not explained by the affinity of the domains. Results of our study do not explain the origin of this correlation, but it is in line with the assumption that constructs of PCK in different school subjects might share a common core of pedagogical knowledge (Shulman, 1986). Further investigation should be made into this assumption.

Some additional limitations of the study should be noted. First, although the participants in the sample were well distributed across 50 locations in Germany, the sample selected cannot be considered representative. The small sample size of in-service teachers in particular may have influenced the results. It is possible that we underestimated some of the identified correlations due to the sample size and marginally sufficient scale reliabilities. Second, our inter-individual analyses of cross-sectional data permitted correlational interpretation only. To gain evidence of how components of teacher knowledge affect each other causally, in future studies investigation should be made into intra-individual variance of, for example, longitudinal data (Asendorpf, 2018; Renkl, 2012).

Despite these limitations, this study provides some insightful evidence of how professional knowledge of teachers interrelates between school subjects. This is of interest not only for countries such as Germany, where teachers are trained in two subjects, but also for teacher training in general. First, our data confirm that PCK is more clearly part of

subject-specific knowledge than of knowledge in multiple subjects. Second, as greater CK in mathematics correlated to greater PCK in economics, there is reason to conjecture that comprehensive training to develop CK in mathematics can impact the development of PCK in subjects related to mathematics, such as economics, but not vice versa. These findings might be of particular interest for the training of out-of-field teachers, for example, where programs might benefit from research-informed designs depending on the prior qualifications of teachers. Based on the findings of this study, future research should investigate the extent to which our results reflect conditions of acquisition and are generalizable for other subjects as well.

References

Aebli, H. (1985). Das operative Prinzip. *Mathematik Lehren*, (11), 4–6.

Asendorpf, J. B. (2018). Genetische Einflüsse und Wirkweisen. In B. Gniewosz & P. Titzmann (Eds.), *Handbuch Jugend: psychologische Sichtweisen auf Veränderungen in der Adoleszenz* (pp. 17–34). Stuttgart: Kohlhammer.

Ballard, C. L., & Johnson, M. F. (2004). Basic Math Skills and Performance in an Introductory Economics Class. *The Journal of Economic Education*, 35(1), 3–23.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180.

Blömeke, S., Hoth, J., Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G., & König, J. (2015). Teacher Change During Induction: Development of beginning primary teachers' knowledge, beliefs and performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 287–308.

Buchholtz, N., & Kaiser, G. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler & K. Schwippert (Eds.), *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (pp. 107–143). Münster/New York/München/Berlin: Waxmann.

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical Content Knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34, 12–25.

Deutscher, V., & Winther, E. (2015). Kaufmännische Kompetenz im Ausbildungsverlauf-Befunde einer pseudolängsschnittlichen Studie. *Empirische Pädagogik*, 29(1), 61–83.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A., & Niemand, C. (2018). What Kind of Content Knowledge Do Secondary Mathematics Teachers Need ? A conceptualization taking into account academic and school mathematics. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 39(2), 319–341.

Gruber, H., & Mandl, H. (1996). Das Entstehen von Expertise. In J. Hoffmann & W. Kintsch (Eds.), *Lernen* (pp. 583–615). Göttingen: Hogrefe.

Halim, L., & Meerah, S. M. (2002). Science Trainee Teachers' Pedagogical Content Knowledge and its Influence on Physics Teaching. *Research in Science & Technological Education*,

20(2), 215–225.

Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A., & Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 19(2), 329–349.

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371 – 406.

Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11–30.

Keller, M. M., Neumann, K., & Fischer, H. E. (2017). The Impact of Physics Teachers' Pedagogical Content Knowledge and Motivation on Students' Achievement and Interest. *Journal of Research in Science Teaching*, 54(5), 586–614.

Kleickmann, T., & Anders, Y. (2013). Learning at University. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum,

Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Eds.), *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers: Results from the COACTIV Project* (pp. 321–332). Boston, MA: Springer US.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S., & Baumert, J. (2013). Teachers' Content Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: The role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64(1), 90–106.

Krauss, S., Baumert, J., & Blum, W. (2008). Secondary Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge: Validation of the COACTIV constructs. *International Journal on Mathematics Education (ZDM)*, 40(5), 873–892.

Krauss, S., Lindl, A., Schilcher, A., Fricke, M., Göhring, A., Hofmann, B., Kirchhoff, P., Mulder, R., & Baumert, J. (Eds.). (2017). *FALKO: Fachspezifische Lehrerkompetenzen: Konzeption von Professionswissenstests in den Fächern Deutsch, Englisch, Latein, Physik, Musik, Evangelische Religion und Pädagogik: mit neuen Daten aus der COACTIV-Studie.* Münster/New York: Waxmann.

Kuhn, C. (2014). *Fachdidaktisches Wissen von Lehrkräften im kaufmännisch-verwaltenden Bereich: modellbasierte Testentwicklung und Validierung*. Landau: Empirische Pädagogik.

Kuhn, C., Alonzo, A. C., & Zlatkin-Troitschanskaia, O. (2016). Evaluating the Pedagogical Content Knowledge of Pre- and In-service Teachers of Business and Economics to Ensure Quality of Classroom Practice in Vocational Education and Training. *Empirical Research in Vocational Education and Training*, 8(5).

Lannin, J. K., Webb, M., Chval, K., Arbaugh, F., Hicks, S., Taylor, C., & Bruton, R. (2013). The Development of Beginning Mathematics Teacher Pedagogical Content Knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(6), 403–426.

Liepmann, D., Beauducel, A., Brocke, B., & Amthauer, R. (2007). *Intelligenz-Struktur-Test 2000 R*. Göttingen: Hogrefe.

Lindl, A., & Krauss, S. (2017). Transdisziplinäre Perspektiven auf domänenspezifische Lehrerkompetenzen Eine Metaanalyse zentraler Resultate des Forschungsprojektes FAL-

KO. In S. Krauss, A. Lindl, A. Schilcher, M. Fricke, A. Göhring, B. Hofmann, P. Kirchhoff, R. H. Mulder, & J. Baumert (Eds.), *FALKO: Fachspezifische Lehrerkompetenzen: Konzeption von Professionswissenstests in den Fächern Deutsch, Englisch, Latein, Physik, Musik, Evangelische Religion und Pädagogik: mit neuen Daten aus der COACTIV-Studie* (pp. 381–438). Münster/New York: Waxmann.

Loch, C., Lindmeier, A. M., & Heinze, A. (2015). The Missing Link ? – School-related content knowledge of pre-service mathematics teachers. In K. Beswick, T. Muir & J. Fielding-Wells (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 209–216). Hobart: PME.

Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the Conceptualisation of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38(3), 261–284.

Renkl, A. (2012). Modellierung von Kompetenzen oder von interindividuellen Kompetenzunterschieden: Ein unterschätzter Unterschied. *Psychologische Rundschau*, 63(1), 50–53.

Riedel, R. (2006). *Das Prinzip der Handlungsorientierung – theoretische Bestimmung und praktische Anwendung im Fachunterricht*. München: GRIN Verlag.

Riese, J., & Reinhold, P. (2012). The Professional Competencies of Trainee Teachers in Physics in Different Educational Programs. *Zeitschrift Für Erziehungswissenschaft*, 15(1), 111–143.

Rosseel, Y. (2012). Lavaan: An R package for structural equation modeling. Journal of Statistical Software, 2(48), 1–36.

Roters, B., Nold, G., Haudeck, H., Keßler, J.-U., & Stancel-Piatak, A. (2011). Professionelles Wissen von Studierenden des Lehramts Englisch. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold, & K. Schwippert (Eds.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (pp. 77–100). Münster: Waxmann.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

Sorge, S., Kröger, J., Petersen, S., & Neumann, K. (2017). Structure and Development of Preservice Physics Teachers' Professional Knowledge. *International Journal of Science Education*, 1–28.

Stancel-Piatak, A., Faria, J. A., Dämmer, J., Jansing, B., Keßler, J.-U., & Schwippert, K. (2013). Lerngelegenheiten und Veranstaltungsqualität im Studienverlauf: Lehramt Deutsch, Englisch und Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler & K. Schwippert (Eds.), *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (pp. 189 – 229). Münster/New York/München/Berlin: Waxmann.

Tröbst, S., Kleickmann, T., Heinze, A., Bernholt, A., Rink, R., & Kunter, M. (2018). Teacher Knowledge Experiment: Testing mechanisms underlying the formation of preservice elementary school teachers' pedagogical content knowledge concerning fractions and fractional arithmetic. *Journal of Educational Psychology*, 110(8), 1049–1065.

Williams, M. L., Waldauer, C., & Duggal, V. G. (1992). Gender Differences in Economic Knowledge: An extension of the analysis. *The Journal of Economic Education*, 23(3), 219.

Zlatkin-Troitschanskaia, O., Förster, M., Schmidt, S., Brückner, S., & Beck, K. (2015). Erwerb wirtschaftswissenschaftlicher Fachkompetenz im Studium. Eine mehrebenenanalytische Betrachtung von hochschulischen und individuellen Einflussfaktoren. In S. Blömeke & O. Zlatkin- Troitschanskaia (Hrsg.), *Kompetenzen von Studierenden* (61. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik, S. 116–135).

Zlatkin-Troitschanskaia, O., Shavelson, R. J., & Kuhn, C. (2015). The International State of Research on Measurement of Competency in Higher Education.*Studies in Higher Education*, 40(3), 393–411.

Hinweis zur Publikation 2:

Die Förderung dieser Studie durch das BMBF (Kennzeichen 01PK15012) wurde in einer Fußnote erwähnt.

B | Artikel zu Studie 2

Investigating the Subject Specificity of Pre-Service Teachers' Ability to Apply Knowledge for Teaching Mathematics and Economics

Colin Jeschke[1], Christiane Kuhn[2], Aiso Heinze[1], Olga Zlatkin-Troitschanskaia[2], Hannes Saas[2], Anke Lindmeier[1]

[1]IPN – Leibniz Institute for Science and Mathematics Education, Kiel, Germany
[2]Johannes Gutenberg University Mainz, Germany

Abstract: Recent studies emphasized that teachers need not only teacher knowledge, such as content knowledge and pedagogical content knowledge, but also an ability to apply that knowledge to successfully teach a subject. However, there are currently diverging approaches to describe this ability. In some research, the ability to apply subject-specific knowledge is described to be tied to the knowledge and, therefore, to be subject-specific. Other research envisions the ability to apply subject-specific knowledge to be caused by certain teaching abilities, which may not be tied to a subject. In this exploratory case study, we address this question by exploring the subject specificity of teachers' ability to apply subject-specific teacher knowledge. For that, we investigated six pre-service teachers with training to teach mathematics and economics. For both subjects, we administrated measures for subject-specific teacher knowledge and video vignettes of authentic teaching situations to elicit the ability to apply that knowledge. We show that, although the pre-service teachers showed profound subject-specific knowledge, they often failed to apply that knowledge for our video vignettes. We also find evidence that the ability to apply mathematics-specific teacher knowledge differs from the ability to apply economics-specific teacher knowledge. Our findings lead to implications for teacher training programs.

Keywords: teacher knowledge, teacher competence, teacher education, mathematics, economics

1. Introduction

Research as well as teacher licensing uses assessments of teacher competence. Whereas these assessments traditionally often focus on aspects of teacher knowledge, we recently observe a growing interest in novel assessments 'beyond knowledge' with closer relation to professional demands (Knievel, Lindmeier, & Heinze, 2015; Santagata & Sandholtz, 2018). This shift is driven by an increasing insight that teacher knowledge, such as *content knowledge* (CK) and *pedagogical content knowledge* (PCK), might not be the best indicator for teaching performance (D'Agostino & Powers, 2009).

Newer approaches instead highlight the necessity to capture (pre-service) teachers' abilities to apply CK and PCK for mastering the demands of teaching a subject. Well-known examples for such approaches in mathematics are the *classroom video analysis* to investigate teachers' *usable knowledge* (Kersting et al., 2016), *teacher noticing* approaches to investigate teachers view at mathematics teaching situations (Dreher & Kuntze, 2015; Sherin & van Es, 2009), and the *action-related competence approach* that aims at investigating teachers' abilities to master typical demands of mathematics teaching (Knievel et al., 2015). These approaches share the idea that subject-specific knowledge is necessary, but not sufficient for competent teaching actions. The approaches emphasize that it is important to notice and interpret critical aspects of instruction and, subsequently, to come up with instructional decisions in a teaching situation. Such decisions may be how to provide an explanation or representation when students show a misconception or misunderstanding. Shortly, those newer approaches emphasize the importance of being able to apply one's subject-specific knowledge for mastering the demands of subject teaching (Stürmer, Könings, & Seidel, 2013).

Despite of this convergence, the emerging approaches suggest different ways of thinking about the underlying abilities which enable teachers to apply their subject-specific knowledge. Whereas some authors envision this in terms of qualities of subject-specific knowledge (e.g., usable knowledge, Kersting et al., 2016; enacted knowledge, Carlson & Daehler, 2019), others think of this as an interplay of subject-specific knowledge with other cognitive dispositions and teaching abilities. In the first understanding, the ability to apply knowledge is closely tied to knowledge itself and therefore changes only depending on the knowledge to be applied (Kersting et al., 2016). Thus, it is implied in this approach that the ability to apply knowledge is subject-specific, as the knowledge to be applied is subject-specific. In the second understanding, in contrast, teachers' ability to apply subject-specific knowledge depends on further cognitive dispositions and teaching abilities, which teachers have to acquire in addition to knowledge (e.g., *situation-specific skills*[1], Blömeke, Gustafsson, & Shavelson, 2015). Figure 1 illustrates the two competing perspectives which we call 'quality' and 'component' perspective to emphasize their differences with respect to the

[1]The term 'situation-specific' used as these skills enable teachers to apply the knowledge in situations. This does not necessarily imply that the skills are subject-specific. Blömeke et al. (2016) were able to show that situation-specific skills with respect to mathematics instruction situations and classroom management could be modeled as a cognitive dimension distinct from subject-specific professional knowledge. A review by Stahnke, Schueler, and Roesken-Winter (2016), however, revealed that the term „subject-specific skills" is not used coherently in existing research.

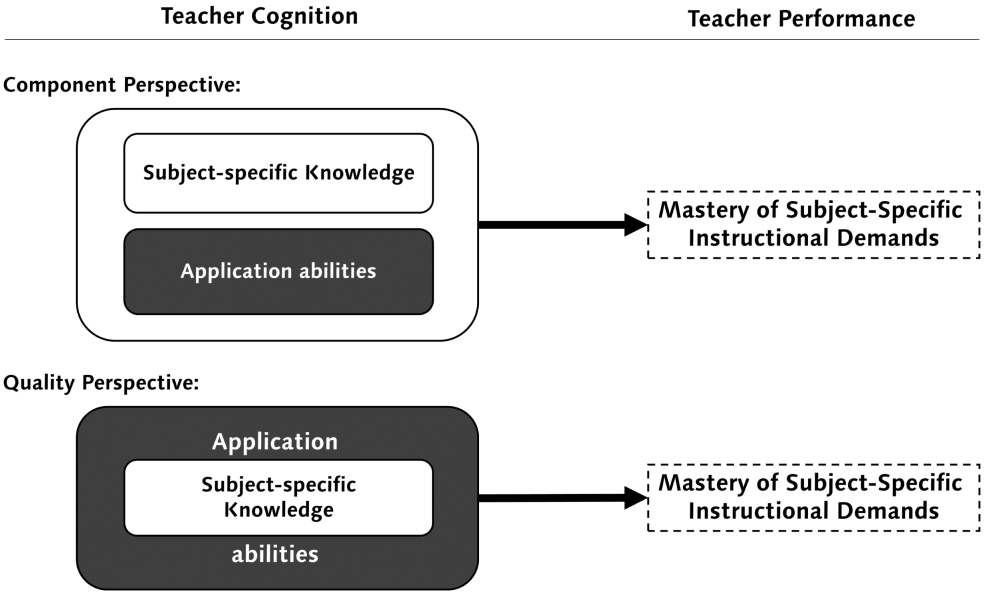


Figure 1: Two competing understandings of the nature of teacher's ability to apply subject-specific knowledge for teaching.

understanding of how subject-specific knowledge is cognitively related to its application[2].

The question of whether teacher cognition should be modelled through a quality perspective or a component perspective is an important and timely one to answer, as it directly impacts questions of teacher education. For instance, let us assume that a teacher of one subject starts to teach another subject (*out-of-field* teaching): Assuming a component perspective, one could conclude that it is sufficient to provide training for new subject-specific knowledge, as the teacher's abilities to apply knowledge for teaching are already developed. Assuming a quality perspective, one would assume that—in addition to training for new subject-specific knowledge—the teacher also needs training to apply the new knowledge for teaching. To highlight the relevance for the field of pre-service teacher education, we give a second example: A quality perspective would suggest that a course with the aim of preparing pre-service teachers for practice should be designed specifically for teachers of, for example, mathematics, physics, or history. A component perspective might lead to the conclusion that a preparation course could, at least in part, be the same across subjects. In this perspective, it may be even more effective to make use of preparation courses across subjects, as the targeted application ability (partly) relies on cognitive dispositions and abilities disparate from subject-specific knowledge. In fact, teacher education programs are observed to systematically vary in respect to their subject specificity, even when clearly targeted at knowledge application (e.g., Grosser-Clarkson & Neel, 2019), which could be an indication of different underlying understandings of the nature of teaching.

Despite of the obvious practical relevance, it is difficult to investigate this question empirically, especially as it is necessary to contrast (at least two) subjects in order to ap-

[2]It is important to note that not all emerging assessment approaches are explicit about how the application of knowledge is envisioned in the approach. Also, further perspectives might exist.

proach a question of subject specificity. In this paper, a first attempt to explore the question of subject specificity of the ability to apply subject-specific teacher knowledge is made. For that, we investigated preservice teachers that are prepared to teach mathematics as well as economics.

2. Theoretical Framework

2.1 Modelling teachers' ability to master teaching demands: action-related competence

In order to describe and assess teachers' ability to apply their subject-specific knowledge for teaching, we use the approach of Lindmeier (2011). In this approach, a teacher's ability to master the (typical) demands of teaching a subject is defined as action-related competence (AC). AC includes *both* subject-specific teacher knowledge (e.g., CK and PCK) and an ability to purposefully apply this knowledge in teaching situations. Such situations are, for example, when students when students show a misunderstanding to which the teacher should react with an explanation or when students struggle with a task and require a helpful hint from the teacher.

To assess AC, an approach using video vignettes was chosen (Lindmeier, 2011). The approach uses video clips of authentic teaching situations to approach the complex nature of teaching demands (Kersting et al., 2016). Test-takers are asked to verbally respond to the students featured in the video clips as if they were present in the situation, for which only limited time is available (see section 4.1). This approach allows a standardized assessment of teachers' actions close to instructional practice and addresses, to a certain degree, the complex, interactive and time pressuring nature of instructional demands.

Using this assessment approach, instruments for assessing AC of mathematics secondary teachers (Jeschke, Lindmeier, & Heinze, 2017; Lindmeier, Heinze, & Reiss, 2012), mathematics primary teachers (Knievel et al., 2015) as well as economics secondary teachers (Kuhn, Zlatkin-Troitschanskaia, Brückner, & Saas, 2018) have successfully been developed and field-tested so far. Empirical studies showed that AC in mathematics is related, but empirically separable from subject-specific teacher knowledge (Knievel et al., 2015). This supports the assumption that instruments for AC measure more than only subject-specific knowledge (see also Kersting, Givvin, Sotelo, & Stigler, 2010). Studies that focus the predictive power of AC for instructional quality are still missing. For other measures with close relation to professional demands, researchers were able to establish a connection to student learning (Kersting et al., 2010).

2.2 Investigating the subject specificity of action-related competence

As described, AC can be seen as one of the approaches that taps competence 'beyond knowledge'. However, it has not been investigated whether a 'component' or 'quality' perspective is better suited to model the relation of subject-specific knowledge and application abilities so far. Addressing this question is difficult for two main reasons: 1) Questions of subject specificity can only be answered through contrasting different subjects, but most previous

studies on teacher cognition are limited to teachers with teacher training in only one school subject. Few studies contrast subject-specific and general pedagogical aspects (Blömeke, Busse, Kaiser, König, & Suhl, 2016). Intra-individual relations of teachers' ability to apply knowledge for teaching different subjects (e.g., with respect to secondary teachers teaching two different subjects) have not been investigated so far. 2) Studies aiming at differentiating measures of professional knowledge and the ability to apply that knowledge often face the problem that potential mode effects might influence the findings. Thus, it is important to aim at minimising potential biases, for example through a close alignment of measures for similar constructs. In addition, qualitative analyses with a focus on response processes can help exclude mode effects.

One of the few studies with a certain relevance for our question was conducted by Blömeke et al. (2016). The aim of the study was to contrast subject-specific and general teacher knowledge and skills. The findings suggest that subject-specific knowledge and situations-specific skills (representing an ability to apply the knowledge) form different cognitive dimensions, similar to the differentiation between knowledge and AC. In addition, skills with relation to mathematics instruction situations and classroom management were found to be closely related which can be seen as supportive for the 'component' perspective, especially since an alternative *domain*-specific structuring[3] was repelled in the study.

2.3 Relations between knowledge and AS of teachers teaching two subjects

Although rarely discussed in research, teachers who get equally prepared to teach more than one subject might have a benefit. In the following, we will explain which cross-subject influences may theoretically occur with respect to subject-specific teacher knowledge and AC for pre-service teachers teaching both mathematics and economics (see Figure 2).

In total, we consider three kinds of intra-individual relations for (pre-service) teachers trained in mathematics and economics (Figure 2): (1) Positive relationships between subject-specific teacher knowledge (e.g., CK, PCK) and AC in both subject, as knowledge is an important part of AC. (2) A positive relationship between subject-specific teacher knowledge in both subjects. (3) A possible relationship between AC in mathematics that stems from a shared ability to apply subject-specific knowledge and that is beyond relationship (1).

With respect to relations between subject-specific teacher knowledge, we assume that knowledge acquisition in one subject might impact knowledge acquisition in another subject. As mathematics is part of (school) economics, one would expect a positive relationship (1) between teacher knowledge in mathematics teacher knowledge in economics (Jeschke et al., 2019).

With respect to relations between the ability to apply knowledge in both subjects, the two competing theoretical perspectives lead to two different assumptions. Following a 'component' perspective, acquiring the ability to apply knowledge in one subject could positively impact acquiring this ability in another subject, as the decisive application ability

[3]Blömeke et al. (2016) used the term domain for general pedagogy and mathematics in this study.

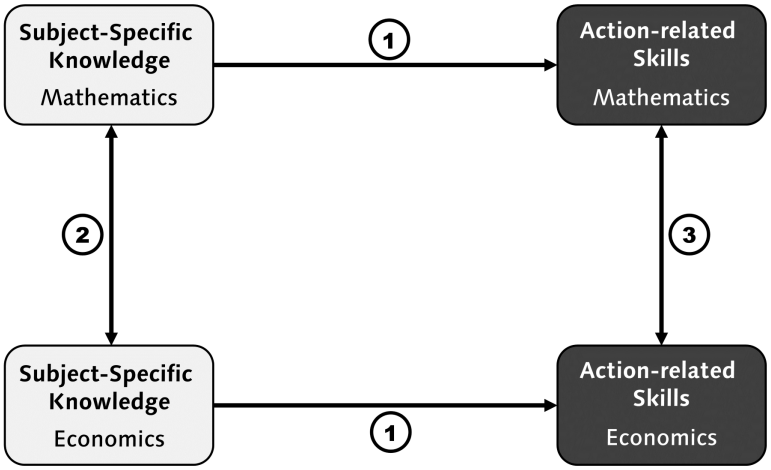


Figure 2: Focussed relationships between constructs of subject-specific knowledge and action-related competence (AC) for a teacher of two related subjects (mathematics and economics).

is seen to stem from dispositions and abilities separate from subject-specific knowledge. This would result in a positive relation (2) between a teacher's AC in two subjects. Following the 'quality' perspective, in contrast, acquiring AC in one subject would not facilitate the acquisition of AC in the other subject. As a consequence, one would expect no systematic relation (2) between a teachers' AC in the two subjects beyond the relation (2) of the underlying subject-specific knowledge.

Under consideration of the relationships (1) and (2), the relationship (3) could provide certain information on the central question of this paper: Whether a teacher's ability to apply knowledge for teaching should be better understood according to the 'component' or 'quality' understanding. If a teacher is knowledgeable in both subjects, a rather weak relation between AC in both subjects would support a subject-specific 'quality' perspective, but not a 'component' perspective[4].

3. Research Questions

Given that the understanding of AC is underdeveloped, we aim to investigate empirically if teachers' ability to apply subject-specific knowledge for mastering instructional demands is subject-specific. The answer can help to refine our understanding of teaching competence and inform teacher education. There are no studies to date that investigate and compare teachers' abilities in two different subjects. In this study, we particularly explored the following research question with a look at pre-service teachers of mathematics and economics: *How strong is relation (3) in Figure 2 for prospective teachers with profound teacher knowledge in mathematics and economics*?

[4]However, this statement cannot be applied symmetrically. A strong relationship between AC in both subjects cannot be interpreted as evidence for the 'component' understanding, as both understandings would be compatible with such a finding.

4. Method

In order to investigate this research question, we conducted a mixed-methods sequential explanatory study (Ivankova, Creswell, & Stick, 2006): Quantitative data was used to select cases for a qualitative case study. As we are interested in contrasting a person's abilities to apply knowledge when teaching mathematics and economics, we identified pre-service teachers who have at least an average level of CK and PCK through testing for CK and PCK in both subjects. We subsequently contrasted for each selected case that person's AC in mathematics and economics in order to get indications for their (non-)covariation (relation 3, Figure 2).

4.1 Instruments

To assess the subject-specific teacher knowledge, we used validated standardized measures for mathematics CK (M-CK, 14 items, Dreher, Lindmeier, Heinze, & Niemand, 2018) and PCK (M-PCK, 15 items; Loch, Lindmeier, & Heinze, 2015) as well as for economics CK (E-CK, 16 items; Zlatkin-Troitschanskaia, Förster, Brückner, & Happ, 2014) and PCK (E-PCK, 11 items; Kuhn et al., 2016). Based on a coding scheme, the responses were scored to 0, 1 or 2 based on specific criteria for each item. The reliabilities of the measures were reported to be $\alpha = .62$ (M-CK), $\alpha = .65$ (M-PCK), $\alpha = .60$ (E-CK) and $\alpha = .64$ (E-PCK) in a sample of pre-service and in-service teachers, which is considered marginally sufficient given the conceptual heterogeneity of the constructs of CK and PCK (Jeschke et al., 2019).

To assess AC, we used instruments based on video vignettes (see section 2.1). Each video vignette featured a video clip (each about 1 minute in length) of a typical teaching situation of mathematics or economics instruction. A computer-based response format was implemented to elicit reactions of teachers, comparable to their actions in a real teaching situation. Participants had to respond immediately (speed condition) and verbally (audio recording) to the situation in the vignette and address the students directly with their own words, as they would do in a classroom situation. The videos depicted different demands of teaching and, accordingly, the response should be, for instance, an explanation that resolves a students' question or an adaptive feedback that helps students with a mathematical or economical problem. The open answer format leads to rich responses close to teaching performance. Following this approach, we administered 9 video vignettes for AC in mathematics (M-AC) focusing teaching situations and students' issues regarding secondary algebra and calculus (Jeschke et al., 2017; Lindmeier, 2011). Similarly, we administered 7 video vignettes for AC in economics (E-AC) focusing students' issues regarding buying processes, sales, and basic economic principles (Kuhn et al., 2018). Examples are given in section 5.

4.2 Sample and data analysis

For the case selection, we tested 37 pre-service secondary teachers from six German universities. All participants were enrolled in teacher education programs covering both mathema-

tics and economics. Based on the subject-specific knowledge tests results, we selected those participants as cases for this study, who achieved at least the group mean score in all four knowledge measures (M-PCK, M-CK, E-PCK, E-CK). In particular, as means may not be integers, we also considered participants who scored close to the average (0.5 points below, see Table 1). This procedure resulted in a positive selection of comparable knowledgeable participants as cases so that potential shortcomings in the AC responds can be attributed to their abilities to apply knowledge (and not a lack of knowledge). Out of all 37 participants, 6 participants met the criterion (mean age 28.8 years, 3 females).

The 6 cases provided 93 responses to AC video situations (51 for mathematics, 42 for economics, 3 missing responses). To describe differences in the abilities to apply knowledge for teaching situations, we categorized the answers according to the degree to which knowledge was successfully applied to the situation (Jeschke et al., 2017). Using a consensus process with two trained research assistants, we categorized all 93 responses by using 5 categories: (A) no indication of knowledge application (e.g., a restatement of a student's question), (B) an unsuccessful application of knowledge, indicated by a lack of content correctness, (C) an unsuccessful partial application of knowledge, indicated through an understanding of the students' problem and the problem solution by the respondent which did not result in an adequate teaching-related action (D) a partially successful application of knowledge resulting in an adequate teaching-related action that contained additional unnecessary information (e.g., irrelevant knowledge applied as well) or potentially confusing elements, and (E) a successful knowledge application resulting in an adequate teaching-related action. The categories hence can be seen as partially ordered categories of the quality of knowledge application. Only categories D and E can be seen as indications of AC in a narrow sense, as they represent an at least partially successful applications of knowledge. Category B and C can be seen as two different indications of unsuccessful knowledge application attempts, whereas category A shows no indication of knowledge application. Coding examples are presented in section 5.

Case	Age (years)	M-CK	M-PCK	E-CK	E-PCK
1	26	10	9	12	5
2	39	12	17	11	6
3	28	9	14	10	8
4	27	10	8	13	8
5	31	9	12	14	7
6	22	10	9	10	13
Mean (*SD*) ($N = 37$)	28.83 (5.78)	7.63 (2.91)	8.00 (3.84)	7.91 (2.70)	5.29 (2.53)
Maximum score ($N = 37$)		12	17	14	13

Table 1: Age and knowledge test scores in mathematics (M-CK, M-PCK) and economics (E-CK, E-PCK) for the selected cases.

5. Results

Amongst the identified 6 pre-service teachers with comparable high knowledge level in both subjects, considerable differences in the responses for M-AC and E-AC were found in all 6 cases (see cases 1–4 and 6 in Table 2). The differences can be characterized in two clusters: Cluster 1 comprises cases 3, 4, and 5, which indicate the ability to apply knowledge with certain shortcomings in mathematics but mainly fail to apply knowledge in economics. Cluster 2 comprises cases 1, 2, and 6, which indicate the ability to (partially) apply knowledge in both subjects but with different shortcomings in mathematics and economics.

		No Application	**Unsuccessful Application**		**Successful Application**	
Case	**Subject**	**(A)**	**(B)**	**(C)**	**(D)**	**(E)**
1	Mathematics	0	4	4	0	0
	Economics	2	1	3	0	1
2	Mathematics	2	1	0	3	1
	Economics	1	0	5	0	1
3	Mathematics	1	3	3	1	0
	Economics	5	0	1	0	1
4	Mathematics	2	0	4	1	2
	Economics	4	0	3	0	0
5	Mathematics	2	3	2	2	1
	Economics	5	1	0	0	1
6	Mathematics	1	1	2	4	1
	Economics	2	1	4	0	0

Table 2: Count of categories coded for each case per subject. Most frequent categories per case and subject are highlighted. *Note. A: no application of knowledge, B: unsuccessful application, C: unsuccessful partial application, D: partially successful application, E: successful application, please see text for detailed code descriptions.*

An example for the first cluster is given by the following response of case 3 to one of the M-AC videos. It illustrates that this pre-service teacher is able to activate M-CK but shows considerable deficits in recalling and applying it (category B):

Video description: 10th grade, topic: real numbers. In the previous lesson, the teacher revised the definition of rational numbers and highlighted the square root of 2 as a non-rational number. The video vignette shows the beginning of the next lesson. After the introduction of the teacher, a student is asking why the square root of 2 is not simply included into the set of rational numbers. This way, it would not be necessary to define a new domain of numbers.

Case 3: „*We cannot add the square root of 2. Try to remember the definition of rational numbers [. . .]. They contain finite fractions [. . .] and in the previous lesson, we showed that square root of 2 is an infinite number and those are not defined in the rational numbers.*“

The response indicates that the participant seeks to apply M-CK on rational numbers but is not able to recall it precisely in the immediate reaction required in this situation. Firstly, the participant referred to the square root of 2 as an 'infinite number', instead of, for example, a number with infinitely many digits, which is an unprecise non-standard expression. Secondly, even if the wording were correct, the definition of rational numbers used by the participant is wrong as rational numbers can have a decimal representation with infinitely many decimal places if (and only if) its decimal representation is repeating (e.g., $1/3$ as $0.\overline{3}$). The incorrect criterion stated („infinite numbers are not defined in the rational numbers“) is not only useless for the situation but could also establish an incorrect definition of rational or irrational numbers in the student's mind. Hence, this answer was coded as category B.

Although case 3 was able to apply at least parts of M-CK and M-PCK correctly to address the M-AC situations, the participant failed almost completely to transfer economics knowledge into action. This can be seen in the following response to a video based economics item (category A).

Video description: 2nd year of vocational training, topic: ordering and storage costs. In the previous lesson, the teacher revised ordering, storage, and overall costs (i.e., the sum of ordering and storage costs) and the point of optimal order quantity (i.e., minimum of the overall costs). The video vignette shows the next lesson where a diagram with the graphs of ordering, storage, overall costs, and its minimum is given. One student should explain the relationship between the graphs and the optimal order quantity, but fails. The teacher is asked to give a helpful hint to the student (without giving the answer directly) so that the student can solve the problem.

Case 3: „*Yes [students name], think about the definition that we worked out in the previous lesson. What does it mean to calculate the optimal order quantity? And in this context, what does it mean to determine the intersection point [of order and storage costs]?*“

Here, an adequate answer would aim at characterizing the optimal ordering point as a trade-off of two expenses: ordering and storage costs. Instead, case 3 only stated a reformulation of the problem provided which is not helpful for the student. This type of response is dominant in the reactions of case 3 and occurred in 5 of 7 teaching situations of the E-AC test. Such reformulations were not considered to be sufficient teacher feedback since the students did not get additional information to overcome the obstacles. They were coded as category A.

To illustrate the second cluster, we consider case 6 to be representative. Regarding M-AC situations, case 6 showed difficulties to apply knowledge efficiently for giving precise statements without the use of irrelevant or irritating supplements (category D):

Video description: 10th grade, topic: basic fraction operations. Multiplication and division have been revised in the previous lesson, including the reciprocal rule of division. In the video vignette two students present their results on the board. The first student multiplies $4 \times \frac{3}{5}$ using $\frac{4\times3}{5}$. The second student, Johanna, divides 2 by $\frac{2}{3}$ using $\frac{2:2}{3}$. The teacher is asked to give a helpful hint to the student so that she can correct the error on her own.

Case 6: „*Johanna, think about, uhm, how to write 2 as a fraction. As a fraction, 2 would be* $\frac{2}{1}$ *and now you can apply the reciprocal rule of division. Or you could try another way and put 3 in the divisor. Then, you would get the correct solution of six.*“

Here, the first two sentences can be seen as a useful hint pointing at one of the difficulties of understanding natural numbers as fractions. However, the participant added two more sentences that refer to a different but non-standard division strategy which in addition is insufficiently described. Such kind of responses containing irrelevant information (category D) is the dominant response pattern of case 6 when applying M-CK and M-PCK. Regarding the teaching situations in economics, this problem did not occur at all. Instead, case 6 was not able to provide adequate teaching-related action (category C). For example, to the situation described in the economics item presented above (topic: ordering and storage costs), case 6 reacted as follows:

Case 6: „*The graphs have a close relationship! We already discussed that the overall costs are a composition of different other costs and we discussed that the overall costs are made by the ordering costs and the storage costs and, uhm, that gives us the graph for the overall costs.*“

This answer points to the important relation between the graphs which can be seen as an activation of prior and relevant knowledge. However, it also shows a shortcoming as the statement appears to be disconnected from the central aspect, the point of optimal order quantity. This implies that the participant understood a key to the problem solution (relationship between graphs) and activated relevant knowledge, but was not successful in applying this knowledge in order to provide an adequate teaching-related action in close connection to the situation, what was coded category C.

6. Discussion and conclusion

The aim of the present paper was to gather first evidence on possible intra-individual relationships between teachers' ability to apply knowledge for mastering instructional demands of two different subjects. We initially investigated those relationships with an exploratory case study design by examining 6 pre-service teachers that were trained in both mathematics and economics and showed subject specific teacher knowledge (CK and PCK) in both subjects. We qualitatively analysed their M-AC and E-AC, which includes the necessary knowledge, but also the ability to apply that knowledge when confronted with challenging teaching situations.

The results indicate considerable qualitative differences in how the selected cases apply their subject-specific knowledge for dealing with instructional demands in mathematics and economics. The observation that the ability to apply subject-specific knowledge can differ in different subjects, even though the subject-specific knowledge is comparably high supports the 'quality' understanding of teacher competence. In addition, we observed that, although the selected participants of this study presumably had a good basis of subject-specific knowledge for mastering instructional demands, they often failed to apply their knowledge adequately in the teaching situations presented in the AC vignettes. These findings are in line with other empirical findings on assessments with close relation to professional demands (Blömeke et al., 2015; Fukaya & Uesaka, 2018; Knievel et al., 2015). Taken together, the results are in line with an understanding of teachers' application of knowledge as a knowledge quality (Shulman, 1986), as enacted form of knowledge (Carlson & Daehler, 2019) or usability of subject-specific knowledge (Kersting et al., 2012).

Notably, the results of our explorative case study should be considered as preliminary due to limitations such as the case study design, the small sample size, possible selection effects regarding the overall sample, and the use of a sample-base criterion to select cases in the sequential design. Also, our study only focusses pre-service teachers of mathematics and economics. It is assumed that with growing practical experience, the cognitive base of teacher performance gets more and more connected. Hence, we cannot rule out that observed differences in applying subject-specific knowledge are due to the preservice teacher sample. Although teachers for secondary level in Germany are equally trained in two subjects, we cannot exclude that the teachers experienced different opportunities to apply their knowledge of mathematics or economics during their studies. Hence, our findings must be replicated in a more comprehensive study with a larger sample and different school subjects.

Having said this, the theoretical foundation and rationale for the presented study may provide a basis for further discussions on how to approach important desiderata in teacher research. Although our study centred mathematics and economics, it may shed light onto the nature of teacher competence across (related) subjects in general. An exploration of the currently under-researched area regarding the subject specificity of teachers' ability to apply knowledge would lead to a deeper understanding with impact not only on the state of the art of modelling and assessing teacher competence but also on teacher training at university and beyond. For example, if further studies support the 'quality' perspective,

teacher training is advised to account for subject-specific opportunities to learn and rather neglect potential reciprocal effects between the subjects to be taught. This also yields implications for training out-of-field teachers. If teaching a subject requires not only subject-specific knowledge but an ability to apply knowledge highly specific to the subject, it may not suffice to provide an experienced teacher of one subject with learning opportunities for knowledge in another subject for being able to teach it. Our study hence paves the way for further investigations into conditions of subject-specific teacher education.

Literatur

Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J., & Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education*, 56, 35–46. https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.02.003

Blömeke, S., Gustafsson, J., & Shavelson, R. J. (2015). Beyond Dichotomies: Competence Viewed as a Continuum. *Zeitschrift Für Psychologie*, 223(1), 3–13. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194

Carlson, J., & Daehler, K. R. (2019). The Refined Consensus Model of Pedagogical Content Knowledge in Science Education. In A. Hume, R. Cooper, & A. Borowski (Eds.), *Repositioning Pedagogical Content Knowledge in Teachers' Knowledge for Teaching Science* (pp. 77–92). https://doi.org/10.1007/978-981-13-5898-2_2

D'Agostino, J. V., & Powers, S. J. (2009). Predicting teacher performance with test scores and grade point average: A meta-analysis. *American Educational Research Journal*, 46(1), 146–182. https://doi.org/10.3102/0002831208323280

Dreher, A., & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9577-8

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A., & Niemand, C. (2018). What Kind of Content Knowledge do Secondary Mathematics Teachers Need? A Conceptualization Taking into Account Academic and School Mathematics. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 39(2), 319–341. https://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2

Fukaya, T., & Uesaka, Y. (2018). Using a tutoring scenario to assess the spontaneous use of knowledge for teaching. *Journal of Education for Teaching*, 1–15. https://doi.org/10.1080/02607476.2018.1450821

Grosser-Clarkson, D., & Neel, M. A. (2019). Contrast, Commonality, and a Call for Clarity: A Review of the Use of Core Practices in Teacher Education. Journal of Teacher Education, 0022487119880162. https://doi.org/10.1177/0022487119880162

Ivankova, N. V., Creswell, J. W., & Stick, S. L. (2006). Using Mixed-Methods Sequential Explanatory Design: From Theory to Practice. *Field Methods*, 18(1), 3–20. https://doi.org/10.1177/1525822X05282260

Jeschke, C., Kuhn, C., Lindmeier, A., Zlatkin-Troitschanskaia, O., Saas, H., & Heinze, A. (2019). What is the Relationship Between Knowledge in Mathematics and Knowledge in Economics? Investigating the professional knowledge of (pre-

service) teachers trained in two subjects. *Zeitschrift Für Pädagogik*, 2019(4), 511–524. https://doi.org/10.3262/ZP1904511

Jeschke, C., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2017). What do mathematics pre-service teachers lack for mastering instructional demands. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh, & B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 33–41). Singapore: PME.

Kersting, N. B., Givvin, K. B., Sotelo, F. L., & Stigler, J. W. (2010). Teachers' Analyses of Classroom Video Predict Student Learning of Mathematics: Further Explorations of a Novel Measure of Teacher Knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61(1–2), 172–181.

Kersting, N. B., Givvin, K. B., Thompson, B. J., Santagata, R., & Stigler, J. W. (2012). Measuring Usable Knowledge Teachers' Analyses of Mathematics Classroom Videos Predict Teaching Quality and Student Learning. *American Educational Research Journal*, 49(3), 568–589. https://doi.org/10.3102/0002831212437853

Kersting, N. B., Sutton, T., Kalinec-Craig, C., Stoehr, K. J., Heshmati, S., Lozano, G., & Stigler, J. W. (2016). Further exploration of the classroom video analysis (CVA) instrument as a measure of usable knowledge for teaching mathematics: Taking a knowledge system perspective. *ZDM Mathematics Education*, 48(1–2), 97–109. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0733-0

Knievel, I., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2015). Beyond Knowledge: Measuring Primary Teachers' Subject-Specific Competences in and for Teaching Mathematics with Items Based on Video Vignettes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 309–329. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9608-z

Kuhn, C., Alonzo, A. C., & Zlatkin-Troitschanskaia, O. (2016). Evaluating the pedagogical content knowledge of pre- and in-service teachers of business and economics to ensure quality of classroom practice in vocational education and training. *Empirical Research in Vocational Education and Training*, 8(1). https://doi.org/10.1186/s40461-016-0031-2

Kuhn, C., Zlatkin-Troitschanskaia, O., Brückner, S., & Saas, H. (2018). A new video-based tool to enhance teaching economics. *International Review of Economics Education*, 27(2018) (24–33).

Lindmeier, A. (2011). *Modeling and Measuring Knowledge and Competencies of Teachers: A Threefold Domain-specific Structure Model, Exemplified for Mathematics Teachers, Operationalized with Computer- and Video-based Methods.* Münster: Waxmann.

Lindmeier, A., Heinze, A., & Reiss, K. (2012). Measuring Action-Related Competences of Mathematics Teachers with Video-Based Items: A Feasibility Study. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 34(1), 99–119. https://doi.org/10.1007/s13138-012-0046-6

Loch, C., Lindmeier, A. M., & Heinze, A. (2015). The Missing Link? – School-Related Content Knowledge of Pre-Service Mathematics Teachers. In K. Beswick, T. Muir, & J. Fielding-Wells (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 209–216). Hobart: PME.

Santagata, R., & Sandholtz, J. H. (2018). Preservice Teachers' Mathematics Teaching Competence: Comparing Performance on Two Measures. *Journal of Teacher Education*, 70(5), 472–484. https://doi.org/10.1177/0022487117753575

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37. https://doi.org/10.1177/0022487108328155

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: A systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM Mathematics Education*, 48(1–2), 1–27. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0775-y

Stürmer, K., Könings, K. D., & Seidel, T. (2013). Declarative knowledge and professional vision in teacher education: Effect of courses in teaching and learning. *British Journal of Educational Psychology*, 83(3), 467–483. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2012.02075.x

Zlatkin-Troitschanskaia, O., Förster, M., Brückner, S., & Happ, R. (2014). Insights from a German assessment of business and economics competence. In H. Coates (Ed.), *Higher education learning outcomes assessment – International perspectives* (pp. 175–197). Frankfurth/Main: Lang.

Hinweis zur Publikation 3:

Die Förderung dieser Studie durch das BMBF (Kennzeichen 01PK15012) wurde auf der Titelseite des Manuskripts erwähnt.

C | Artikel zu Studie 3

Dieser Artikel wurde am 17.12.2018 erstmals eingereicht und in der untenstehenden Fassung am 16.04.2019 im **British Journal of Educational Psychology** zunächst online und anschließend am 22.08.2019 in Volume 89(3) publiziert (DOI: 10.1111/bjep.12277).

Performance assessment to investigate the domain specificity of instructional skills among preservice and in-service teachers of mathematics and economics

Colin Jeschke[1], *Christiane Kuhn*[2], *Anke Lindmeier*[1], *Olga Zlatkin-Troitschanskaia*[2], *Hannes Saas*[2], *Aiso Heinze*[1]

[1]IPN – Leibniz Institute for Science and Mathematics Education, Kiel, Germany
[2]Johannes Gutenberg University Mainz, Germany

Background. Key elements of instructional quality include the teacher's ability to immediately react in domain-specific classroom situations. Such skills – defined as action-related skills – can only be validly assessed using authentic representations of real-life teaching practice. However, research has not yet explained how teachers apply domain-specific knowledge for teaching and to what extent action-related skills are transferable from one domain to another.

Aims. Our study aims to examine (1) the relationship between action-related skills, content knowledge, and pedagogical content knowledge, and (2) the domain specificity of action-related skills of (prospective) teachers in the two domains ofmathematics and economics. Sample(s). We examined German pre-service and in-service teachers of mathematics ($N = 239$) and economics ($N = 321$), including $n = 96$ (prospective) teachers who teach both subjects.

Methods. Action-related skills in mathematics and economics were measured using video-based performance assessments. Content knowledge and pedagogical content knowledge were assessed using established paper–pencil tests. Correlation analyses, linear regressions, and a path model were applied.

Results. In mathematics and economics, we find a similar pattern of moderate correlations between action-related skills, content knowledge, and pedagogical content knowledge. Moreover, a significant correlation between action-related skills in mathematics and economics can be explained almost entirely by underlying relations between content knowledge and pedagogical content knowledge in both domains.

Conclusions. Our findings suggest that action-related skills empirically differ from domain-specific knowledge and should be considered as domain-specific constructs. This indicates that teacher education should not only focus on domain-specific teacher knowledge, but may also provide learning opportunities for action-related skills in each domain.

Teacher training programmes at university particularly emphasize the development of practical skills that will later enable teachers to perform successfully and professionally in instructional praxis. Key elements of instructional quality include the ability to teach a lesson as intended, anticipate problems, and perform immediately and under time pressure in domain-specific classroom situations (Hattie, 2009). Such skills – defined as action-related skills (AS, Knievel, Lindmeier, & Heinze, 2015) – can only be measured validly if the assessment involves an authentic representation of real-life teaching practice. Although previous attempts in assessing teacher skills using traditional test methods (e.g., multiple-choice tests, text vignettes, or teacher reflections) were found to measure relevant aspects of teacher expertise, there is growing agreement that measuring teachers' skills to react in a real-time instructional situation requires consideration of the complexity and contextual nature of real classroom instruction (Darling-Hammond & Baratz-Snowden, 2005; Kersting, 2008). Our approach for measuring AS, therefore, uses video clips of realistic instruction scenarios that teachers have to react to in a naturalistic way (e.g., providing feedback) under time pressure, as is the case in the classroom.

AS are considered bridging constructs that create links between cognitive dispositions (such as knowledge) and real-life performance (Blömeke, Gustafsson, & Shavelson, 2015). In previous studies, mathematics teachers' instructional skills were found empirically separable from knowledge (Knievel et al., 2015) and to predict student learning (Kersting, Givvin, Thompson, Santagata, & Stigler, 2012). As these kinds of studies are typically conducted in one domain – domain referring to a school subject in this paper – it is currently unknown if those findings regarding the domain of mathematics also apply to instructional skills in other domains. Validated performance assessments to replicate those findings are currently missing for the majority of teaching domains. The cognitive relationship between teacher knowledge and AS is still insufficiently researched, especially with respect to the acquisition of AS (Blömeke, Busse, Kaiser, König, & Suhl, 2016). For instance, only little is known as towhether AS are to be acquired specifically for one domain (e.g., in the sense of an 'enacted' PCK) or should be considered as transferable skills that enable teachers to teach different domains given that they possess the relevant domain-specific knowledge (e.g., in the sense of general teaching skills). Regarding those questions, the available research is limited as most studies either focus only one domain or contrast different groups of teachers teaching only one domain.

In this study, we addressed this gap. We examined the domain specificity of teachers' AS using the fact that teachers in Germany are equally trained to teach two school subjects (i.e., teachers major in two domains). We used aligned performance assessments for AS in two domains, mathematics and economics, and applied our assessment to (prospective) se-

condary teachers who teach both subjects. We examined (1) how AS relate to domainspecific teacher knowledge in mathematics and economics and (2) how AS in mathematics and economics relate intra-individually if teachers are trained to teach both domains.

Theoretical Background

Teachers require domain-specific knowledge and must be able to apply it in order to understand a situation and react immediately according to the standards of the profession (Borko, 2004; Hill et al., 2008; Stürmer, Könings, & Seidel, 2013). Thus, the three main requirements for teaching a specific domain in the classroom are as follows:

1. domain-specific knowledge of the content,
2. knowledge about effective ways of teaching and learning this content, and
3. application of this knowledge in a teaching situation under time pressure.

Research on teachers' domain-specific knowledge and instructional skills

According to Shulman (1986), teachers' domain-specific knowledge can be conceptualized as two main components: content knowledge (CK), which represents an understanding of the subject matter 'per se', and pedagogical content knowledge (PCK), which represents the pedagogical aspects required to teach the subject matter, such as knowledge about students' cognition, and practical exercises (p. 9). It is assumedthatCKis a crucial prerequisite for the acquisition of PCK and both knowledge facets are mainly acquired during the university phase of teacher training (Baumert et al., 2010; Depaepe, Verschaffel, & Kelchtermans, 2013). Based on the work of Shulman (1986), refined models of mathematics knowledge for teaching were developed, which furthered our understanding of the rich professional knowledge base of teaching (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Those conceptualizations were investigated thoroughly and have proven to predict both instructional quality and student learning (Baumert et al., 2010; Hill et al., 2008).

Despite this predictive power of teacher knowledge, more recent research emphasizes the distinction between the knowledge a teacher may possess and the application of knowledge that becomes relevant in practice (Santagata & Sandholtz, 2018). This is especially true with respect to teachers' instructional skills to apply knowledge for teaching a domain in the classroom, which we define as AS. Corresponding performance assessments were found to be even more predictive for instructional quality and student learning than measures of teacher knowledge (Kersting, Givvin, Sotelo, & Stigler, 2010; Kersting et al., 2012). AS are required for teachers to react in domain-specific instructional situations, for example when students need assistance with an exercise, ask domain-related questions, present incorrect solutions, or demonstrate a misconception. In contrast to demands mirrored through the assessments of teachers' CK and PCK, those real-life teaching demands are typically characterized by immediacy, complexity, spontaneity, context-dependency, and interactivity as teachers have to directly respond to possibly unexpected issues in conversa-

tion with the students (Borko & Shavelson, 1990; Jackson, 1990).

While there is an agreement among researchers that teachers need skills to apply CK and PCK for mastering instructional situations, the nature of those skills is so far underresearched. Most conceptualizations share the notion of CK and PCK being crucial knowledge bases for teachers' actions. Some researchers propose that teachers' knowledge and performance are mediated by situation-specific skills, that is perception, interpretation, and decision making, that might be understood as general skills (Blömeke, Gustafsson et al., 2015). Other researchers describe teachers' skills to apply knowledge to be embodied in different levels of knowledge usability (Kersting, 2008; Santagata & Sandholtz, 2018) or in an enacted form of domain-specific knowledge (e.g., enacted PCK; Carlson & Daehler, 2019). Overall, there is only little empirical evidence as to which conceptualization is more appropriate to describe AS.

Domain specificity of action-related skills

Education and training programmes for pre-service teachers strive to provide optimal learning opportunities for both teacher knowledge and AS. Such programmes are usually designed for a specific domain (e.g., for prospective mathematics teachers). Learning opportunities for domain-specific knowledge and for general pedagogical knowledge are mostly offered in a side-by-side design.

Subsequently, a large body of research, especially with focus on the development of teacher knowledge in teacher training, has examined domain-specific and components of a teachers' knowledge base, such as the domain-specific CK and general pedagogical knowledge which is considered not domain-specific. Teachers' PCK is described to encompass both domain-specific components and general educational knowledge, for example, regarding the developmental readiness of their students and effective instructional strategies that may be generic and not connected to a specific domain (Carlson & Daehler, 2019). With regard to Shulman's definition, PCK itself is thus often illustrated as an 'amalgam of content and pedagogy' (Shulman, 1987, p. 8). Current discussions also point out that PCK in one domain may complement CK in another domain (e.g., mathematics-specific PCK complementing economics CK), which suggests that PCK is not completely confined to one domain (Kirschner, Verschaffel, Star, & Van Dooren, 2017).

In contrast, research on the domain specificity of teachers' skills to apply that knowledge is scarce. Early findings of expertise research indicated that the knowledge and skills of experts can barely be transferred from one domain to another, suggesting that expertise is likely a domain-specific construct (Glaser & Chi, 1988; Van Overschelde, Rawson, Dunlosky, & Hunt, 2005). However, more recent discussions point out that teachers need to combine domain-specific expertise on learning and instruction with a general pedagogical expertise, for example regarding classroom management, in order to respond to the demands they face in the classroom (Fauth, Decristan, Rieser, Klieme, & Büttner, 2014). In order to approach the domain specificity of teachers' skills, Blömeke and colleagues attempted to empirically separate teacher skills of one domain (mathematics) from general pedagogical skills that are not

related to a domain but are operationalized in a similar way (for the context of classroom management; Blömeke et al., 2016). These results indicated that, in a sample of practicing mathematics teachers, skills for applying mathematical knowledge are more closely related to skills for applying pedagogical knowledge than to mathematics CK and PCK, giving first evidence that teachers' skills for applying CK and PCK may not be specific to the domain of mathematics. As this and most of the currently available studies focused on teacher skills of only one domain and did not compare teachers' abilities to apply knowledge in two domains (e.g., mathematics and economics), they are limiting the explanatory power of hypotheses on the generic or domain-specific nature of AS.

Research framework and research questions

In order to address the research gaps, we needed to ensure that potential differences in (prospective) teachers' AS can be attributed to their education and training within the domains. For this, two domains that are different yet still comparable – in that their foundations lie in related disciplines – are focused in our framework. We chose the combination of mathematics and economics as they are different domains, but share an overlap due to the fact that mathematical means are used in fundamental models of economics (Anderson, Benjamin, & Fuss, 1994).

Accordingly, we formulated the following research questions (RQ):

1. How do AS in mathematics and AS in economics relate to domain-specific knowledge (CK, PCK) in pre-service and in-service teachers of those domains?

2. Is there a relationship between AS in mathematics and AS in economics that goes beyond relationships of underlying CK and PCK in teachers who were trained in both, mathematics and economics?

Method

Study design and sample

To address our first research question,we administered test instruments for AS as well as for domain-specific teacher knowledge (CK, PCK) in mathematics and economics to separate samples of (prospective) teachers. Pre-service teachers were recruited at 20 German universities and had to be in the second half of their teacher education programme for upper secondary level in order to participate. In-service teachers for upper secondary level were recruited at 38 public schools throughout Germany. The overall sample comprised $N = 239$ participants for mathematics (48 % female) and $N = 321$ for economics (55 % female, 2 missing). Participation was on a voluntary basis. The mathematics sample comprised $n = 101$ pre-service (mean age $M = 25.9$ years, $SD = 5.1$, 1 missing) and $n = 138$ in-service teachers (mean age $M = 34.4$ years, $SD = 8.5$, 3 missing). The economics sample comprised $n = 162$ pre-service (mean age $M = 26.8$ years, $SD = 4.1$) and $n = 159$ (mean age $M = 37.0$ years, $SD = 8.9$) in-service teachers.

To investigate the second research question, we benefited from the fact that upper secondary teachers in Germany major in two domains. Therefore, we focussed on the $n = 96$ pre- and in-service teachers (55 % female) from the sample above who teach both subjects, mathematics and economics, leading to $n = 54$ pre-service teachers (mean age 27.6 years, $SD = 5.7$) and $n = 42$ in-service teachers (mean age 36.7 years, $SD = 7.8$).

Test instruments

To measure AS, we used performance assessments based on the typical demands related to teaching mathematics (M-AS: 9 items; Lindmeier, 2011) and economics (E-AS: 7 items; Kuhn, Zlatkin-Troitschanskaia, Brückner, & Saas, 2018). Video vignettes of about one to two minutes in length were used to authentically portray the complexity of typical teaching situations. The assessments were delivered on a computer, and responses were recorded. Participants had to respond to the vignette immediately (speed condition) and directly in natural language (audio recording). The assessments focus on typical teacher actions during mathematics and economics instruction, for instance, providing an explanation to a student's question or adaptive feedback that helps students with a mathematics or economics problem. The responses were scored (0, 1, 2 points) by two trained raters using a scoring scheme developed and tested prior to this study. For this scoring, inter-rater agreement of two raters was $\kappa = .60–.89$ ($M = 0.76$) for E-AS and $\kappa = .77–.90$ ($M = 0.84$) for M-AS.

To assess domain-specific teacher knowledge, we used

1. short scales of established paper–pencil tests for mathematics CK (M-CK: 11[1] items, Dreher, Lindmeier, Heinze, & Niemand, 2018) and for mathematics PCK (M-PCK: 13 items, Loch, Lindmeier, & Heinze, 2015),
2. short scales of validated paper–pencil tests for economics CK (E-CK: 14 items, Zlatkin-Troitschanskaia, Förster, Schmidt, Brückner, & Beck, 2015) and for economics PCK (E-PCK: 11 items, Kuhn, Alonzo, & Zlatkin-Troitschanskaia, 2016).

The open-ended PCK responses were scored (0, 1, 2 points) by two raters: $\kappa = .70–1.00$ ($M = 0.89$) for mathematics and $\kappa = .60–.89$ ($M = 0.78$) for economics.

Sample items for all our video-based and paper–pencil assessments in mathematics and economics are provided in Appendix S1.

In our sample, the scales showed internal-consistency reliabilities between .60 and .64 (Table 1), which is marginally sufficient considering the scale lengths and the conceptual heterogeneity of the constructs that have previously been reported to cause low internal consistencies (Blömeke, Hoth, et al., 2015; Hill, Schilling, & Ball, 2004).

All our test instruments were validated according to the standards of AERA, APA, and NCME (2014) (E-AS: Kuhn et al., 2018; E-CK: Zlatkin-Troitschanskaia et al., 2015; E-PCK: Kuhn et al., 2016; M-AS: Lindmeier, 2011; M-CK and M-PCK: Heinze, Dreher, Lindmeier, & Niemand, 2016).

[1] [*Anm.:* In der Veröffentlichung wurde die Itemzahl fälschlicherweise mit 12 angegeben.]

Data analysis

For all scales, the item data were summarized to sum scores. Missing values were treated as 0 points as long as at least one item was answered on that scale. This led to 2–14 missing scores which were imputed using a full information maximum likelihood (FIML) estimation. To answer the first research question, correlation analyses as well as multivariate linear regression models were applied. The second research question was examined through a path model. All statistics were computed using the 'lavaan' package (Rosseel, 2012) for R (version 3.5.1).

Results

RQ 1: How do AS in mathematics and AS in economics relate to domain-specific knowledge (CK, PCK) in pre-service and in-service teachers of those domains?

To address our first research question, we first correlated the scores of all six measures (Table 1). AS in each domain correlated significantly with CK (mathematics: $r = .33$, $p < .001$; economics: $r = .31$, $p < .001$) and PCK (mathematics: $r = .29$, $p < .001$; economics: $r = .25$, $p < .001$) but accounted for less than 15 % shared variance. However, as Pearson correlations do not control for shared variance with other variables, those relations might, at least in part, be due to mediation effects.

Variable	M-CK	M-PCK	M-AS	E-CK	E-PCK	E-AS
M-CK	–					
M-PCK	.38***	–				
M-AS	.33***	.29***	–			
E-CK	.34***	.12**	.27**	–		
E-PCK	.22*	.29***	.19	.31***	–	
E-AS	.21	.15	.21*	.31***	.25***	–
Mean	8.90	10.07	7.80	7.29	6.85	5.87
SD	3.98	3.66	3.40	2.67	3.13	2.76
Theoretical scale maximum	22	25	18	14	17	14
Empirical scale maximum	17	21	16	14	17	13
Cronbachs Alpha	.60	.61	.61	.60	.63	.62

Table 1: Pearson Correlations and Descriptive Statistics for CK and PCK in Mathematics (M-) and Economics (E-) Scales, General Cognitive Abilities (GCA) and GPA (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$).

To gain a deeper insight into the relational structure between AS, CK, and PCK for each domain, we analysed multivariate linear regression models to examine the relationships controlling common variance between CK and PCK[2].

Overall, the results revealed no substantial differences in the relational patterns between AS, CK, and PCK in mathematics and economics (Table 2). In both domains, correlation analyses and linear models indicated only moderate relationships ($\beta \leqslant .26$ and $\beta \leqslant .28$, respectively) between domains of professional knowledge and AS. In the combined samples of pre- and in-service teachers, we found the relationship between AS and CK (mathematics: $\beta = .26$, $p < .001$; economics: $\beta = .28$, $p < .001$) tending to be stronger than between AS and PCK (mathematics: $\beta = .19$, $p = .005$; economics: $\beta = .16$, $p = .003$), which is also consistent across both domains.

		AS by CK		AS by PCK	
Domain	***N***	**β**	***p*-value**	**β**	***p*-value**
Mathematics	239	.26	< .001	.19	.005
Economics	321	.28	< .001	.16	.003

Table 2: Multivariate linear regression between CK, PCK, and AS in mathematics and economics for pre-service teachers and in-service teachers.

RQ 2: Is there a relationship between AS in mathematics and AS in economics that goes beyond relationships of underlying CK and PCK in teachers who were trained in both mathematics and economics?

To address our second research question, we examined relationships between AS, CK, and PCK in mathematics and economics for $n = 96$ teachers that were trained in both domains. Without any control for domain-specific knowledge (CK, PCK), Table 1 shows a weak but significant correlation between M-AS and E-AS ($r = .21$, $p = .047$). In order to additionally control for the common variance between M-AS and E-AS that is due to relations of the underlying CK and PCK, we computed a path model including AS, CK, and PCK of both domains. Given that the subgroup of teachers teaching in both domains is too low to compute path models of six variables (Kline, 2016), we used all available data to estimate the model and enhance statistical power. To make sure that the use of all available data can be justified, we first tested to what extent teachers with both domains ($n = 96$) exhibit the same relational patterns regarding AS, CK, and PCK to those who teach only mathematics ($n = 143$) or only economics ($n = 225$). A pairwise group comparison with constrained parameters revealed that the relations between AS and CK as well as those between AS and PCK were invariant across those groups (fit values for constrained models for both mathematics and economics: CFI = 1.00, RMSEA = 0, SRMR < .02). The model based on data from participants teaching both subjects resulted in similar regressions parameters as the model based on data from

[2]For both domains, we found no significant differences regarding the regression estimates between pre-service and in-service teachers (multiple group test: diff $\leqslant .05$, $p > .64$). Therefore, the total sample was used in the remaining analyses, which do not further differentiate between pre-service and in-service teachers.

teachers with either only mathematics or economics (AS and CK: $|\Delta\beta| \leqslant .026$; AS and PCK: $|\Delta\beta| \leqslant .023$). Thus, it can be assumed that the approach of using all information for model estimation does not bias the results.

The resulting path model (Figure 1) shows the relations between all measured constructs of this study. Apart from relations between AS, CK, and PCK within the domains, which are comparable to those in the previous section (Table 2), the model shows expected relations between domain-specific knowledge in mathematics and economics. First, we find the expected relations between CK and PCK in both domains (mathematics: $\beta = .38$, $p < .001$; economics: $\beta = .32$, $p < .001$), which is in line with the assumption that CK is a prerequisite of PCK. Second, M-CK shows moderate significant relations to E-CK ($\beta = .26$, $p < .001$) and E-PCK ($\beta = .26$, $p = .0098$). This might indicate that knowledge about the content in mathematics is a crucial part of economics knowledge (both CK and PCK). As can be expected from a theoretical perspective, the relation between E-CK and M-PCK is not significant ($\beta = .05$, $p = .62$). Finally, with respect to our second research question, we find that the relationship between M-AS and E-AS is no longer significant ($\beta = .08$, $p = .41$) either. Thus, the weak but significant Pearson correlation between M-AS and E-AS (Table 1) can be explained when shared variance between knowledge constructs in mathematics and economics is considered.

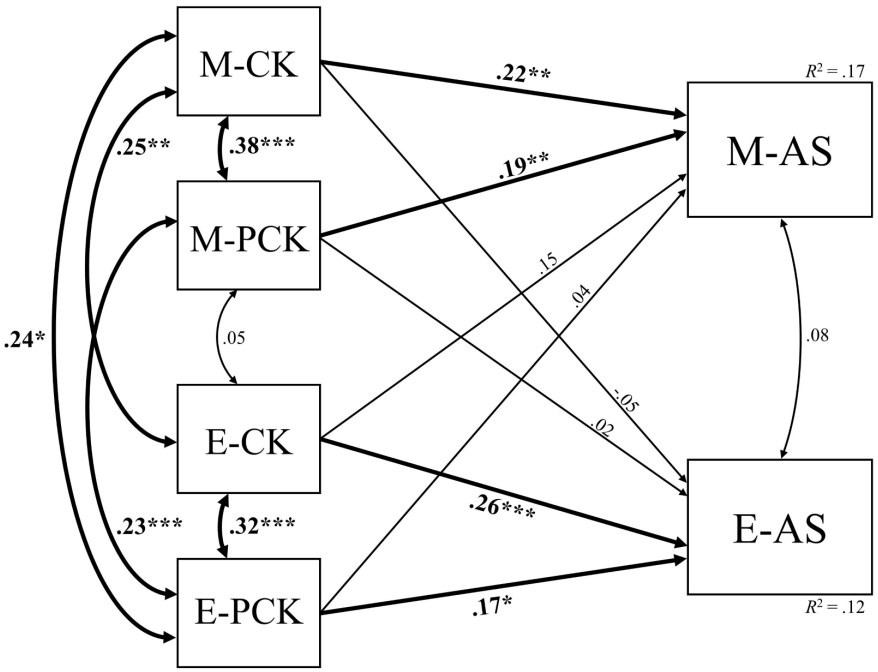


Figure 1: Path model with standardized weights relating AS in mathematics and economics (M-AS, E-AS) to CK and PCK in mathematics and economics (M-CK/E-CK, M-PCK/E-PCK). Significant paths are bold and marked with asterisks (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$). Model fit: CFI = 1, RMSEA = 0, SRMR = 0 (saturated model).

Discussion

Our study draws on recent performance assessment approaches in order to validly measure the AS of teachers in mathematics and economics, and investigate their relationship with teacher knowledge as well as their domain specificity. The Germany-wide recruited sample provides first empirical evidence of

1. the relationship between AS and domain-specific knowledge (CK, PCK) in mathematics and in economics and
2. the relationship between AS in mathematics and AS in economics for teachers who were trained or experienced in both domains.

For (1), our results indicate that AS show only moderate relationships for CK and PCK of both domains. This suggests that, in mathematics and economics, teachers' skills to apply domain-specific CK and PCK in teaching situations do indeed differ from teacher knowledge. This is in line with previous studies focusing primary school teachers of mathematics (Knievel et al., 2015). However, previous research did not examine whether this relational pattern can be generalized across domains. Our findings indicate that the relationships between AS and CK as well as AS and PCK are comparable across the domains of mathematics and economics. Particularly, there is tentative evidence that AS in both domains are more strongly related to CK than to PCK. This finding might conflict with the role previous studies ascribed to PCK for instructional processes in primary and lower secondary level instruction (Baumert et al., 2010; Hill et al., 2008). Our study, in contrast, focuses on teachers for upper secondary level, where teaching content is more complex. Thus, CK could play a more prominent role for the interpretation of and reaction to classroom situations.

For (2), our results indicate that the correlation between AS in mathematics and AS in economics can be explained to a large extent by the underlying relations between CK and PCK of both domains. In particular, we did not find a significant relation between M-AS and E-AS when relationships in the underlying domain-specific knowledge are controlled. and E-AS when relationships in the underlying domain-specific knowledge are controlled. Thus, our results indicate that the teachers' skills to apply domain-specific knowledge for instructional purposes differ for mathematics and economic (i.e., for two related domains). The findings suggest that AS for one domain are not transferable to another domain for which the teachers possess CK and PCK.

Based on our results, several conclusions and implications can be suggested. Our study indicates that domain-specific teacher knowledge and AS are only moderately related in the domains of mathematics and economics. This implies that teacher training should focus not only on fostering teachers' professional knowledge base (Hill et al., 2008) but also on providing learning opportunities for AS. This further supports current findings on assessing teachers' skills close to real-life teaching performance (Santagata & Sandholtz, 2018). Our findings regarding the domain specificity of AS suggest that those learning opportunities might be most effective if designed with close relation to the domain. For instance, with respect to the professional development of out-of-field teachers, the domain specificity of instructional skills implies that training programmes focusing solely on the provisions of

domain-specific knowledge may fall short of their aim if the acquisition of AS is neglected. Future research should explore which skills and abilities beyond knowledge contribute to AS and find effective ways of fostering AS. For example, Santagata and colleagues designed a professional development programme for fostering mathematics teachers' instructional practices using video-taped lessons (Santagata, Kersting, Givvin, & Stigler, 2010). Although the programme's impact on teachers' knowledge and practices was not detectable, an effect on student learning was found.

The domain specificity of AS implies that findings about instructional skills in one domain may not necessarily be transferable to other domains. Further studies should aim at replicating these results in other teaching domains as this study focused only on (prospective) teachers of mathematics and economics. Our findings do not conflict with current suggestions of AS being considered a form of teacher knowledge (enacted or usable knowledge; Carlson & Daehler, 2019; Kersting, 2008), although such hypotheses regarding the nature of instructional skills cannot be derived from our data. However, our results contradict the findings of Blömeke et al. (2016) as they found a close relation of teachers' instructional skills in mathematics and pedagogy. This may suggest that teachers' skills for teaching a domain are related more closely to knowledge and skills in pedagogy than skills for teaching a different school subject.

As every empirical study, our study also faces limitations. First, although AS were assessed using realistic video clips of classroom situations, the current technical resources do no permit representation of all demands related to real classroom situations. Second, to consider the demands of instruction, the assessment methods of AS are video-based and under time constraints and, hence, are different to the assessment methods of subjectspecific knowledge (paper–pencil tests). This could have affected the found relations between domain-specific knowledge and AS. Third, although the sample was collected throughout Germany and is well-distributed, it cannot be considered to be representative. Fourth, there are generally only few teachers in Germany who have been trained in and teach both mathematics and economics. Thus, our analysis of relationships between mathematics-related an economics-related variables in particular relies on a small sample size. This might be an influencing factor as well, and corroboration of our results with larger sample sizes is needed. Despite these limitations, the present study provided insightful initial evidence of how teachers' AS differ in two major teaching domains, and furthers the discussion of the nature of instructional skills like AS. This is an important starting point to improve current teacher training programmes and to foster teachers' instructional skills more effectively.

Acknowledgements

We would like to thank the anonymous reviewers and the editor for providing constructive feedback and helpful guidance in the revision of this paper. This research project was funded by the German Federal Ministry of Education and Research under Grant No. 01PK15012.

References

AERA, APA & NCME (2014). *Standards for educational and psychological testing.* Washington, DC: American Educational Research Association. Anderson, G., Benjamin, D., & Fuss, M. A. (1994). The determinants of success in university introductory economics courses. *The Journal of Economic Education, 25*, 99–119. https://doi. org/10.2307/1183277

Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G.(2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*, 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A.,... Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133–180. https://doi.org/10.3102/000283120 9345157

Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J.,& Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education, 56*, 35–46. https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.02.003

Blömeke, S., Gustafsson, J., & Shavelson, R. J. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift Für Psychologie, 223*(1),3–13. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194

Blömeke, S., Hoth, J.,Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G.,& König, J. (2015). Teacher change during induction: Development of beginning primary teachers' knowledge, beliefs and performance. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*, 287–308. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9619-4

Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher, 33*, 3–15. https://doi.org/10.3102/0013189X033008003

Borko, H., & Shavelson, R. J. (1990). Teacher decision making. Dimensions of Thinking and Cognitive Instruction, 331, 311–346.

Carlson, J.,& Daehler, K. R. (2019). The refined consensus model of pedagogical content knowledge in science education. In A. Hume, R. Cooper & A. Borowski (Eds.), *Repositioning Pedagogical Content Knowledge in Teachers' Knowledge for Teaching Science* (pp. 77–92). Singapore: Springer Singapore.

Darling-Hammond, L., & Baratz-Snowden, J. (Eds.) (2005). *A good teacher in every classroom. Preparing the highly qualified teachers our children deserve.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education, 34*, 12–25.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A., & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? A conceptualization taking into account academic and school mathematics. *Journal Für Mathematik-Didaktik, 39*, 319–341. https://doi.org/10. 1007/s13138-018-0127-2

Fauth, B., Decristan, J., Rieser, S., Klieme, E., & Büttner, G. (2014). Student ratings of teaching quality in primary school: Dimensions and prediction of student outcomes. *Learning and*

Instruction, 29, 1–9. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.07.001

Glaser, R., & Chi, M. T. H. (1988). Overview. In M. T. H. Chi, R. Glaser & M. J. Farr (Eds.), *The nature of expertise (3. print)*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Hattie, J. (2009). *Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* London and New York: Routledge.

Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A., & Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe [Academic versus school-related content knowledge – a refined model of domain specific teacher knowledge of prospective secondary mathematics teachers]. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 19*, 329–349. https://doi.org/10.1007/s11618-016-0674-6

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction, 26*, 430–511. https://doi.org/10.1080/07370000802177235

Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal, 105*(1), 11–30. https://doi.org/10.1086/428763

Jackson, P. W. (1990). *Life in classrooms.* New York and London: Teachers College Press.

Kersting, N. B. (2008). Using video clips of mathematics classroom instruction as item prompts to measure teachers' knowledge of teaching mathematics. *Educational and Psychological Measurement, 68*, 845–861. https://doi.org/10.1177/0013164407313369

Kersting, N. B., Givvin, K. B., Sotelo, F. L., & Stigler, J. W. (2010). Teachers' analyses of classroom video predict student learning of mathematics: Further explorations of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education, 61*(1–2), 172–181.

Kersting, N. B., Givvin, K. B., Thompson, B. J., Santagata, R., & Stigler, J. W. (2012). Measuring usable knowledge teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *American Educational Research Journal, 49*, 568–589. https://doi.org/10.3102/0002831212437853

Kirschner, P. A., Verschaffel, L., Star, J., & Van Dooren, W. (2017). There is more variation within than across domains: an interview with Paul A. Kirschner about applying cognitive psychologybased instructional design principles in mathematics teaching and learning. *ZDM, 49*, 637–643. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0875-3

Kline, R. B. (2016). *Principles and practice of structural equation modeling (4th ed.)*. New York, NY: The Guilford Press.

Knievel, I., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2015). Beyond knowledge: Measuring primary teachers' subject-specific competences in and for teaching mathematics with items based on video vignettes. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*, 309–329. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9608-z

Kuhn, C., Alonzo, A. C., & Zlatkin-Troitschanskaia, O. (2016). Evaluating the pedagogical content knowledge of pre- and in-service teachers of business and economics to ensure quality of classroom practice in vocational education and training. *Empirical Research in*

Vocational Education and Training, 8. https://doi.org/10.1186/s40461-016-0031-2

Kuhn, C., Zlatkin-Troitschanskaia, O., Brückner, S., & Saas, H. (2018). A new video-based tool to enhance teaching economics. *International Review of Economics Education, 27*, 24–33.

Lindmeier, A. (2011). *Modeling and measuring knowledge and competencies of teachers.* Münster, Germany: Waxmann.

Loch, C., Lindmeier, A. M., & Heinze, A. (2015). The missing link? – School-related content knowledge of pre-service mathematics teachers. In K. Beswick, T. Muir & J. Fielding-Wells (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 209–216). Hobart: PME.

Rosseel, Y. (2012). Lavaan: An R package for structural equation modeling. *Journal of Statistical Software*, 2, 1–36.

Santagata, R., Kersting, N., Givvin, K. B., & Stigler, J. W. (2010). Problem implementation as a lever for change: An experimental study of the effects of a professional development program on students' mathematics learning. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 4*(1), 1–24. https://doi.org/10.1080/19345747.2010.498562

Santagata, R., & Sandholtz, J. H. (2018). Preservice teachers' mathematics teaching competence: Comparing performance on two measures. *Journal of Teacher Education*, 1–13. https://doi.org/10.1177/0022487117753575

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*, 4–14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1–23. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Stürmer, K., Könings, K. D., & Seidel, T. (2013). Declarative knowledge and professional vision in teacher education: Effect of courses in teaching and learning. *British Journal of Educational Psychology, 83*, 467–483. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2012.02075.x

Van Overschelde, J. P., Rawson, K. A., Dunlosky, J., & Hunt, R. R. (2005). Distinctive processing underlies skilled memory. *Psychological Science, 16*, 358–361. https://doi.org/10.1111/j.0956-7976.2005.01540.x

Zlatkin-Troitschanskaia, O., Förster, M., Schmidt, S., Brückner, S., & Beck, K. (2015). Erwerb wirtschaftswissenschaftlicher Fachkompetenz im Studium. Eine mehrebenenanalytische Betrachtung von hochschulischen und individuellen Einflussfaktoren [Acquisition of economical competences at university. A multilevel analysis of institutional and individualfactors]. *Zeitschrift Für Pädagogik, 61*, 116–135.

D | Artikel zu Studie 4

Dieser Artikel wurde am 26.09.2019 erstmals beim **Journal für Mathematik-Didaktik** eingereicht und in der vorliegenden Fassung als *'acceptable for publication after major revision'* begutachtet (Überarbeitung und Wiedereinreichung steht aus).

Vom Wissen zum Handeln unter Druck: Wie wird fachspezifisches Wissen von Mathematiklehrkräften für Anforderungssituationen verfügbar?

Colin Jeschke, Anke Lindmeier, Aiso Heinze

IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik

Zusammenfassung: Trotz zunehmender Praxisanteile im Lehramtsstudium wird das an der Universität erworbene Wissen von angehenden Lehrkräften als zu theoretisch und wenig hilfreich für die unterrichtliche Praxis empfunden. Insbesondere für das Handeln im Unterricht, bei dem fachspezifisches Wissen unter Zeitdruck angewendet werden muss, kann das erworbene Professionswissen oftmals nicht effektiv genutzt werden. In der Lehramtsausbildung gilt die Unterrichtsreflexion (d. h. Vorbereitung und Analyse sowie Nachbereitung von Unterricht) als zentrale Tätigkeit, bei der Lehrkräfte ihr theoretisches Professionswissen nutzen sollen, um das zukünftige unterrichtliche Handeln zu antizipieren und passende Handlungsoptionen zu generieren. Es wird somit angenommen, dass eine umfassende Befähigung zur Unterrichtsreflexion – hier definiert als reflexive Kompetenz – einen positiven Effekt auf die Befähigung zur spontanen Wissensanwendung im Unterricht – hier definiert als aktionsbezogene Kompetenz – hat. Quantitative empirische Studien zu dieser Hypothese gibt es jedoch kaum. Um dies zu untersuchen, wurden in der vorliegenden Studie Zusammenhänge zwischen an der Universität gelehrtem mathematischem Professionswissen, reflexiver Kompetenz und aktionsbezogener Kompetenz bei $N = 251$ angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften untersucht. Die Ergebnisse zeigen substanzielle positive Korrelationen zwischen dem mathematischen Professionswissen, der reflexiven und der aktionsbezogenen Kompetenz. Insbesondere korrelieren die reflexive und aktionsbezogene Kompetenz moderat bis hoch miteinander. Der direkte Effekt von mathematischem Professionswissen auf die aktionsbezogene Kompetenz wird partiell durch die reflexive Kompetenz mediiert. In der Teilstichprobe aus Lehramtsstudierenden ($n = 116$) ist diese Mediation vollständig. Mögliche Implikationen für die Professionsforschung und Lehramtsausbildung werden diskutiert.

Schlüsselwörter: Lehramtsausbildung · Fachwissen · Fachdidaktisches Wissen · Theorie-Praxis-Problem · Unterrichtsvorbereitung · Professionelle Kompetenz

Mathematics Education Subject Classification: B50 · D49 · F43 · F53

Abstract: Despite university teacher training programs providing more practical experience, beginning teachers still find the knowledge they acquire at university to be too theoretical and of little help for instruction. Subject-specific teacher knowledge can often not be used effectively for teacher feedback under time pressure, which is required when teaching a subject in the classroom. In teacher education, reflecting on instruction (i.e., analyzing and planning instruction) is seen as an essential activity. Teachers are expected to use the subject-specific knowledge typically learned in teacher preparation programs to anticipate and plan upcoming teaching actions. This emphasis assumes that the ability to reflect on instruction—here defined as reflective competence—positively affects an ability to use subject-specific teacher knowledge to spontaneously act during instruction—here defined as action-related competence. However, there is little quantitative evidence to support this assumption. The present study investigates relationships between subject-specific knowledge (usually acquired at university), reflective competence and action-related competence in a sample of $N = 251$ pre-service and in-service teachers. The results show substantial positive correlations among subject-specific teacher knowledge, reflective competence and action-related competence. In particular, there is a moderate to high correlation between reflective competence and action-related competence. A direct effect of subject-specific teacher knowledge to action-related competence is partially mediated by reflective competence. A full mediation was found in the subsample of pre-service teachers at university level ($n = 116$). Implications for research and teacher training are discussed.

Keywords: Teacher Education · Content Knowledge · Pedagogical Content Knowledge · Lesson Preparation · Teaching Skills · Teaching Competence

Die Entwicklung professioneller Kompetenz von Mathematiklehrkräften beginnt an der Universität mit dem Aufbau eines fundierten Professionswissens (Baumert und Kunter 2011; Kleickmann und Anders 2013). Beim Übergang von der universitären zur praktischen Ausbildungsphase stehen angehende Lehrkräfte dann vor der Anforderung, das erlernte Wissen im Unterricht spontan und unter Zeitdruck anwenden zu müssen (Jeschke et al. 2019a; Lindmeier 2011; Wahl 1991). Trotz zunehmender Praxisanteile im Lehramtsstudium wird das an der Universität erworbene Wissen von den angehenden Lehrkräften als zu theoretisch und nur wenig hilfreich bei der Bewältigung dieser Anforderungen empfunden (Bromme und Tillema 1995; Cramer 2014; Stender, Brückmann, und Neumann 2015). Dieses Theorie-Praxis-Problem hat zu Folge, dass das erworbene universitäre Professionswissen nicht optimal genutzt werden kann (Renkl, Mandl und Gruber 1996), was zu einer hohen Belastung angehender Lehrkräfte beim Berufseinstieg führt (Klusmann, Kunter, Voss und Baumert 2012; König, Rothland und Schaper 2018).

Trotz bedeutender Fortschritte bei Strukturmodellen zur Beschreibung kognitiver

Kompetenzkomponenten von Mathematiklehrkräften (Baumert und Kunter 2011; Heinze, Dreher, Lindmeier und Niemand 2016; Kaiser und König 2019; Knievel, Lindmeier und Heinze 2015) ist über die Erwerbsprozesse von professioneller Kompetenz wenig bekannt. Generell wird in der Kognitionsforschung zwischen *deklarativem* Wissen (Faktenwissen) und *prozeduralem* Wissen (Handlungswissen), unterschieden (z. B. Anderson 1983). Als zentrale Tätigkeit, die aufbauend aus dem in der Universität erworbenen deklarativen Wissen die Generierung von prozeduralem Wissen ermöglicht, wurde bei Lehrkräften die Unterrichtsreflexion (d. h. die Vorbereitung, Analyse sowie Nachbereitung von Unterricht) diskutiert (Borko, Livingston und Shavelson 1990; Stender et al. 2015). Demnach dient die Unterrichtsreflexion nicht nur direkt dazu, Fähigkeiten zur Strukturierung von anstehenden Unterrichtsstunden oder zur Auswahl und Aufbereitung von Unterrichtsmaterialien zu erwerben, sondern sie soll indirekt auch dazu beitragen, dass das an der Universität erlernte deklarative Wissens zur Generierung von Handlungsoptionen in Unterrichtssituationen genutzt werden kann (Meyer 2007; Peterson, Marx und Clark 1978; Stender et al. 2015). Empirische Hinweise, inwieweit eine Befähigung zur Unterrichtsreflexion zwischen deklarativem Wissen und der Fähigkeit zum Handeln im Unterricht vermittelt, gibt es jedoch kaum. Insbesondere fehlt es an quantitativen Studien, die das praktische fachbezogene Handeln von angehenden Lehrkräften in unterrichtlichen Situationen einbeziehen (König und Rothland 2018).

In der vorliegenden Studie wird mithilfe videobasierter Untersuchungsmethoden die professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften bezüglich der Unterrichtsreflexion sowie bezüglich des Handelns im Unterricht situationsnah erfasst. Es wird untersucht, wie die Fähigkeit zur spontanen Anwendung von Wissen beim Unterrichtshandeln mit dem Professionswissen und der Fähigkeit zur Unterrichtsreflexion bei Lehrkräften mit und ohne Praxiserfahrung zusammenhängen.

Theoretischer Hintergrund

Modellierung professioneller Kompetenz von Mathematiklehrkräften

Die Konzeptualisierung und Operationalisierung von Modellen für professionelle Kompetenz von Lehrkräften sind eine zentrale Voraussetzung für die Erforschung und Verbesserung der Lehramtsausbildung. Frühe Modellierungen legten hierbei einen Schwerpunkt auf das professionelle Wissen von Lehrkräften (z. B. Baumert und Kunter 2011). Mathematikspezifische Kompetenz wird hierbei hauptsächlich in Form des mathematischen *Fachwissens* und *fachdidaktischen* Wissens modelliert (Shulman 1986). Diese, häufig mit Paper-Pencil-Tests erfassten Konstrukte, beschränken sich meistens auf deklaratives Wissen, wie es an der Universität erworben wird (Baer et al. 2011; Depaepe, Verschaffel und Kelchtermans 2013; Krauss, Lindl, Schilcher und Tepner 2017). Sie eignen sich daher insbesondere zur Abbildung des Ausbildungsverlaufs an der Universität (Blömeke et al. 2014; Buchholtz und Kaiser 2013; Hoth, Jeschke, Dreher, Lindmeier und Heinze, akzeptiert mit minor revisions). Das deklarative Professionswissen von Lehrkräften konnte in einigen Studien auch als Prädiktor für deren Unterrichtsqualität und dem Lernerfolg von Lernenden nachgewiesen

werden (Baumert et al. 2010; Hill, Rowan und Ball 2005).

Trotz dieser Befunde und des offensichtlichen Anwendungsnutzens besteht weitestgehend Konsens, dass eine standardisierte Erfassung des Professionswissens nur begrenzte Hinweise dafür liefern kann, wie das Wissen zur Bewältigung von praxisrelevanten Anforderungen genutzt wird (vgl. Besser und Krauss 2009; Charalambous 2019; Kersting 2008; Knievel et al. 2015). Alternative Ansätze fokussieren die Fähigkeiten von Lehrkräften, professionelle Anforderungen bewältigen zu können (z. B. Blömeke et al. 2014; Charalambous 2019; Lindmeier 2011). Eine standardisierte Kompetenzerfassung wird dabei durch computergestützte Formate wie Videovignetten (Bartels, Geelan und Kulgemeyer 2019; Kaiser et al. 2015; Kersting 2008; Lindmeier 2011; Stürmer, Könings und Seidel 2013) oder Unterrichtssimulationen realisiert (z. B. Artelt und Gräsel 2009). Dies ermöglichte beispielsweise Blömeke et al. (2014) die Untersuchung der Rolle kognitiver Prozesse (Wahrnehmung, Interpretation, Entscheidungsfindung), die für das Handeln von Mathematiklehrkräfte in unterrichtlichen Situationen als wichtig erachtet werden (s. a. Blömeke, Gustafsson und Shavelson 2015; Kaiser et al. 2015).

Um sowohl das in der Universität erworbene Professionswissen als auch die Handlungsfelder der Unterrichtsreflexion und des Handelns im Unterricht einer differenzierten Analyse zu unterziehen, wird dieser Studie das Modell professioneller Kompetenz von Lindmeier (2011) zugrunde gelegt. Darin wird zwischen drei Komponenten unterschieden (Knievel et al. 2015; Lindmeier 2011; s. Abbildung 1):

1. *Fachspezifisches Professionswissen*: Dies bezeichnet fachspezifisches Wissen, das einer Lehrkraft in dekontextualisierter Form (d. h. nicht an einen bestimmten Kontext wie die Unterrichtsvorbereitung oder das Handeln in einer Unterrichtssituation gebunden) zur Verfügung steht. Es enthält das akademische und schulbezogene Fachwissen sowie das fachdidaktische Wissen (z. B. Wissen über schülergerechte Repräsentationen, fachbezogene Schülerkognitionen und das kognitive Potential von Aufgaben; vgl. Krauss et al. 2011). Das Professionswissen umfasst dabei deklarative und prozedurale Anteile (Baumert und Kunter 2011).
2. *Reflexive Kompetenz* (Reflective Competence, RC): Dies beinhaltet alle kognitiven und motivational-affektiven Fähigkeiten und Merkmale, die eine Lehrkraft zur Bewältigung der Anforderungen der Unterrichtsvor- und -nachbereitung befähigt. RC wird benötigt um beispielsweise eine konkrete kommende Unterrichtsstunde zu planen, vergangenen Unterricht zu evaluieren und für eine gegebene Situation geeignete Materialien auszuwählen.
3. *Aktionsbezogene Kompetenz* (Action-Related Competence, AC): Dies beinhaltet alle kognitiven und motivational-affektiven Fähigkeiten und Merkmale, die eine Lehrkraft zur Bewältigung der konkreten Anforderungen des Unterrichtens unter Zeitdruck befähigt. AC wird benötigt, um beispielsweise während einer konkreten Unterrichtssituation eine Fehlvorstellung in einer Schüleraussage zu identifizieren, geeignete Rückmeldung auf eine Schülerfrage zu geben oder spontan alternative Erklärungen zu präsentieren.

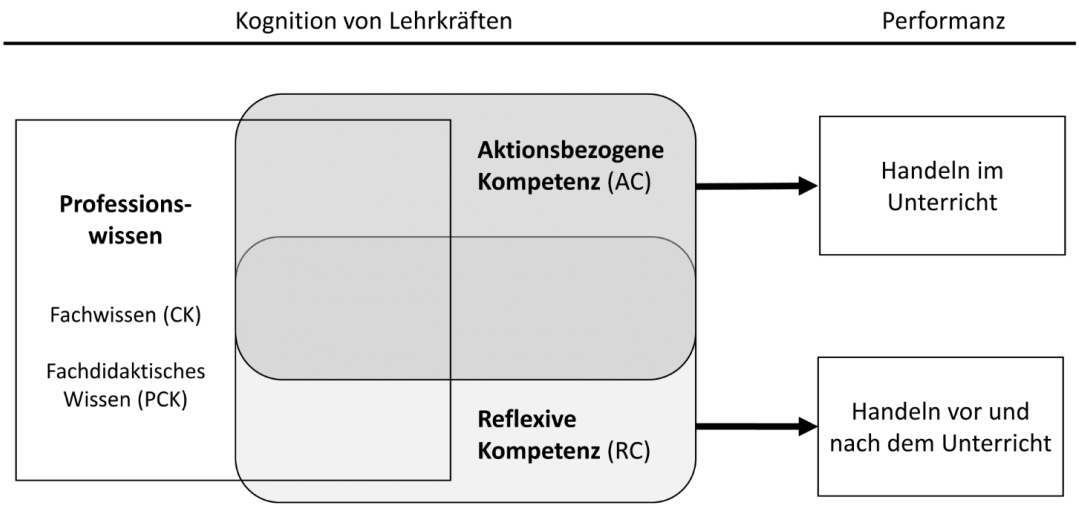


Abbildung 1: Vereinfachte Darstellung von Kognition und Performanz bei Lehrkräften (nach Lindmeier, 2011).

Charakteristische Anforderungen des Unterrichtens sind im Gegensatz zu denen der Unterrichtsreflexion durch Zeitdruck gekennzeichnet, die spontane und schnelle kognitive Prozesse erfordern (z. B. Wahl 1991). Die Bewältigung dieser beiden Anforderungstypen bedarf laut etablierter Kognitionsmodelle unterschiedlicher kognitiver Prozesse (Evans, Handley und Bacon 2009), was die konzeptuelle Trennung von AC und RC stützt. Operationalisierungen für AC berücksichtigen dies mit Hilfe kurzer Videovignetten, um die typischen Anforderungsmerkmale des Unterrichtens wie Spontanität (durch Einsatz von Zeitbegrenzung), Komplexität (durch authentische Videosituationen) und Unmittelbarkeit (durch direkte Sprachantwort per Mikrofon) möglichst valide abzubilden (Jeschke et al. 2019a; Lindmeier 2011). Operationalisierungen von RC nutzen neben Video- (z. B. um Anforderungen der Unterrichtsanalyse abzubilden) auch Textvignetten (z. B. um Anforderungen der Materialauswahl abzubilden), die gemäß der Konzeptualisierung ohne Beschränkung der Ressource Zeit bearbeitet werden können. Empirische Ergebnisse bestätigten unter anderem die angenommene Trennbarkeit von AC und RC gegenüber Professionswissen (Jeschke et al. 2019a; Knievel et al. 2015) sowie von AC und RC untereinander (Knievel et al. 2015).

Professionswissen und fachspezifische professionelle Kompetenzen sind nicht als isolierte Merkmale zu verstehen. AC und RC umfassen alle kognitiven und affektiv-motivationalen Ressourcen, die zur Bewältigung der jeweiligen Anforderungsfelder beitragen. Sie umfassen somit insbesondere das erforderliche fachspezifische Professionswissen, aber auch Aspekte wie Motivation, Selbstregulation und Beliefs, die zur zielgerichteten Anwendung des Wissens notwendig sind (Baumert und Kunter 2011; Blömeke, Gustafsson et al. 2015). Davon ausgenommen ist das *träge* Wissen. Träges Wissen ist zwar abstrakt verstanden worden (und in Wissenstests erfassbar), kann jedoch nicht in Handlungssituationen angewendet werden (Gentner, Loewenstein, Thompson und Forbus 2009; Renkl et al.

1996). Bezogen auf AC und RC können drei Typen von trägem Wissen unterschieden werden: Wissen, das nicht in AC eingebunden ist (handlungsunwirksam fürs Unterrichten), Wissen, das nicht in RC eingebunden ist (handlungsunwirksam für Planung und Analyse von Unterricht) und Wissen, das weder in AC noch in RC eingebunden ist (vgl. Abbildung 1). Wie deklaratives Wissen für kompetentes Handeln nutzbar gemacht und somit träges Wissen minimiert werden kann, ist Gegenstand aktueller Untersuchungen (Gentner et al. 2009; Perkins und Salomon 2012; Stender et al. 2015; Trench und Minervino 2017).

Von deklarativem Professionswissen zu kompetentem Handeln

Das an der Universität erlernte Wissen gilt als notwendige Voraussetzung für kompetentes Handeln im Unterricht (Baumert und Kunter 2011; Bromme 1997; Stender et al. 2015). Vor diesem Hintergrund scheinen angehende Lehrkräfte, die das universitäre Wissen als zu theoretisch und wenig hilfreich erachten, ihr deklaratives Wissen noch nicht als handlungswirksames Wissen zu erleben (Bromme und Tillema 1995; Stender et al. 2015).

Eine mögliche Sichtweise auf die Anwendung von Wissen liefert die kognitionspsychologische ACT-R-Theorie (Anderson 1983; Anderson et al. 2018). In dem zugrundeliegenden Kognitionsmodell enthält das Gedächtnis ein hierarchisch geordnetes deklaratives Wissen. Beispielsweise kann für Mathematiklehrkräfte deklaratives Wissen zur Dreieckslehre eine formale Definition eines rechtwinkligen Dreiecks, der Satz des Pythagoras oder eine gängige Schülerfehlvorstellung zu Dreieckseigenschaften sein. Damit deklaratives Wissen in Handlungssituationen wirksam werden kann, muss es aktivierbar sein. Nach Anderson (1983) weisen deklarative Wissenselemente dabei zwei Merkmale auf, die für dessen Aktivierbarkeit maßgeblich sind: Das *Grundniveau der Aktivierung* und die *Assoziationsstärke* zu anderen Wissenselementen. Je häufiger das Wissen auf eine bestimmte Weise verarbeitet (z. B. gelernt, verwendet) wurde, desto höher ist das Aktivierungsniveau. Assoziationen werden erzeugt, indem die gleichen Wissenselemente in verschiedenen Kontexten verarbeitet werden (Anderson 1983; Gentner et al. 2009). Je häufiger dies für zwei Elemente geschieht, desto stärker deren Assoziation. Wird in einer Anforderungssituation ein deklaratives Wissenselement aktiviert, so werden damit assoziierte Wissenselemente abhängig von deren Grundniveau der Aktivierung und der Assoziationsstärke ebenfalls aktiviert.

Sofern deklarative Wissenselemente aktiviert sind, können gemäß der ACT-R-Theorie *Produktionen* (engl. ‚productions') auf dem Wissen operieren und in Handlungen überführen. Produktionen sind Regeln, die Elemente des deklarativen Wissens unter Beachtung von Randbedingungen (u. a. Ziele, Vorwissen) benutzen und mit Aktionen verbinden. Muss zum Beispiel eine Seitenlänge im rechtwinkligen Dreieck berechnet werden, so kann eine Abfolge von Produktionen die Verbindung vom aktuellen Ziel (Lösung der Aufgabe), dem Fakt, dass ein rechtwinkliges Dreieck vorliegt und dem Satz des Pythagoras regeln. Die Bildung von Produktionen ist daher wesentlich für die Bewältigung von Anforderungen. Produktionen werden dabei in drei Schritten gebildet, die Anderson (1983) als *Interpretation*, *Kompilierung* und *Feinabstimmung* bezeichnet. Sofern für eine vorliegende Anforderung noch keine Prozeduren gebildet wurden, werden im ersten Schritt (Interpretation) allgemei-

ne oder domänenspezifische Problemlöseproduktionen herangezogen, um das vorhandene Wissen im Anforderungskontext zu interpretieren (vgl. Stender et al. 2015) und ggf. auszusortieren. Sofern vorhanden, können auch Produktionen aus analogen oder ähnlichen Anforderungskontexten herangezogen werden. Im nächsten Schritt (Kompilierung) werden die identifizierten Teilproduktionen sortiert, mental validiert und zusammengefasst. Die entstandenen Produktionen greifen nicht mehr auf das ursprüngliche deklarative Wissen zu und sind zunächst anforderungsspezifisch. In der letzten Phase (Feinabstimmung) werden die Produktionen durch wiederholten Einsatz in Handlungssituation modifiziert und optimiert, sodass sie entweder geöffnet werden und sich auch auf andere Situationen anwenden lassen oder eingeschränkt bzw. ganz verworfen werden (für ein Fallbeispiel zum geometrischen Beweisen: Anderson 1983, S. 233 f.).

Reflexive Kompetenz als Katalysator des Umwandlungsprozesses

Für Stender et al. (2015) durchlaufen (angehende) Lehrkräfte die drei Schritte zur Bildung von Produktionen insbesondere bei der Unterrichtsvorbereitung. In ihrem Modell dient die Befähigung zur Unterrichtsvorbereitung nicht nur zur Erzeugung äußerlich sichtbarer Planungshandlungen (z. B. Zeitplanung, Auswahl von Methoden und Medien), sondern auch als kognitives Werkzeug, mit dem die Lehrkraft ihre zukünftigen Handlungen und Entscheidungen antizipiert (Borko et al. 1990; Shavelson und Stern 1981). Für das darauffolgende Handeln im Klassenraum bedeutet dies, dass der Problemlöseprozess für eine erwartete Anforderung bereits zum Großteil durchlaufen wurde und dass die erforderlichen Produktionen bereits als Handlungsoptionen zur Verfügung stehen (Artzt und Armour-Thomas 1998; Bromme 1981; Meyer 2007). In Bezug auf das Modell von Lindmeier (2011) kann also gefolgert werden, dass durch Lerngelegenheiten für RC als Komponente professioneller Kompetenz auch Prozeduren angelegt werden können, die für das Handeln in unterrichtlichen Situationen (AC) nützlich sind.

Diese Annahme geht auch direkt aus der ACT-R-Theorie hervor (Anderson 1983). Gemäß der ACT-R-Theorie gehen erzeugte Produktionen ins Langzeitgedächtnis über und können für die Interpretation analoger Anforderungsprobleme genutzt werden (vgl. Schritt 'Interpretation' und 'Feinabstimmung' im vorigen Abschnitt). Außerdem berichtet Anderson (1983), dass die Verarbeitung von deklarativen Wissenselementen in unterschiedlichen Kontexten dessen Aktivierbarkeit zur Bildung von Produktionen in anderen Kontexten erhöht. Die Verwendung von deklarativen Wissenselementen im Zuge der Unterrichtsvorbereitung erhöht demnach deren Anwendbarkeit für unerwartete Anforderungssituationen. Entsprechend können Lehrkräfte mit hohem RC nicht nur auf eine größere Auswahl analoger Produktionen zurückgreifen, sondern auch das deklarative Professionswissen effizienter zur Bewältigung neuer Anforderungssituationen einsetzen, ohne sich unmittelbar vorher auf diese Anforderungssituationen vorzubereiten.

Empirisch gestützt werden diese Annahmen unabhängig von der ACT-R-Theorie durch eine beachtliche Anzahl von Studien aus der Gedächtnis- und Kognitionsforschung

zum Problemlösen (u. a. Brown 1989; Casale, Roeder und Ashby 2012; Gary, Wood und Pillinger 2012; Gentner und Maravilla 2018; Nadler, Thompson und Boven 2003; Pirolli und Anderson 1985; Ross 1987). Obwohl der direkte Transfer von Wissen aus einem bereits gelösten Problem auf ein anderes, analoges Problem als schwierige Anforderung betrachtet wird (z. B. Bernardo 2001; Gentner et al. 2009), gibt es überzeugende Befunde dass die Verarbeitung von Wissen aus möglichst vielen Kontexten deren Anwendbarkeit in einer neuen Situationen signifikant erhöht (Gentner 2006; Gick und Holyoak 1980; Marchant et al. 1991; Ross und Kennedy 1990). Gentner und Maravilla (2018) zufolge entstehen dadurch *analogiebezogene Abstraktionen* des Vorwissens, die dessen Anwendung auf neue Probleme erleichtert. Gentner et al. (2009) konnten zeigen, dass die Erzeugung von solchen Abstraktionen auch zuvor erworbenes, träges Wissen in handlungswirksames Wissen umwandeln kann, weswegen sie von Reeves und Weisberg (1994) als Vermittler zwischen Vorwissen und dem Handeln bezeichnet werden. Die Fähigkeit, unter Zeitdruck zu handeln (für Lehrkräfte: AC), kann dabei nur stark eingeschränkt als Quelle für analogiebezogene Abstraktionen dienen (Goldstone und Medin 1994; Markman und Gentner 1993).

Bezogen auf die professionellen Kompetenzen von Mathematiklehrkräften ist es demnach naheliegend, dass Lehrkräfte, die RC ausgebildet haben, auch Handlungsoptionen zur spontanen Verwendung in unterrichtlichen Anforderungssituationen (AC) besser erwerben können. Dies ist unter anderem auch die Grundannahme früher Arbeiten zum ‘reflective teaching’ (z. B. Schön 1983). Theoretische Argumente und qualitativ-empirische Belege hierfür lieferten beispielsweise Artzt und Armour-Thomas (1998), bei denen die Fähigkeit zur Unterrichtsreflexion unerfahrenen Mathematiklehrkräften ermöglicht, im Unterricht zum Teil ähnlich wie erfahrene Lehrkräfte zu denken und zu reagieren. Darüber hinaus können die generierten Handlungsoptionen jedoch möglicherweise nicht nur für Unterricht, der in direktem Bezug zum Reflexionsgegenstand steht, genutzt werden, sondern auch darüber hinaus zum Erwerb von AC beitragen und somit das Handeln im Unterricht unterstützen. Diese Funktion von RC wäre insbesondere für das Lehramtsstudium von Bedeutung, um die Nutzbarkeit von universitärem Wissen in unterrichtlichen Anforderungssituationen beim Übergang in die Schulpraxis zu verbessern. Empirische Hinweise für eine solche Rolle von RC für das AC gibt es jedoch bislang keine.

Forschungsfrage und Hypothesen

Vor diesem Hintergrund wird in dieser Studie die folgende Forschungsfrage untersucht: *Welchen Zusammenhang gibt es zwischen dem mathematischen Professionswissen (CK und PCK), der reflexiven Kompetenz (RC) und aktionsbezogenen Kompetenz (AC) bei Lehramtsstudierenden und Mathematiklehrkräften mit Praxiserfahrung?*

Es wird angenommen, dass mathematisches Professionswissen (CK, PCK) sowohl für die Unterrichtsreflexion als auch für das Handeln im Unterricht relevant ist. *Hypothese 1: RC und AC korrelieren jeweils signifikant mit Fachwissen und fachdidaktischem Wissen in mindestens*

schwacher mit Tendenz zu moderater[1] *Höhe ($r > .20$).*

Dem dargelegten theoretischem Rahmen folgend geht mit dem Erwerb von RC auch die Möglichkeit des Erwerbs von AC, der Fähigkeit, spontan Handlungsoptionen aus dem Professionswissen für unterrichtliche Anforderungssituationen zu generieren, einher. Dies sollte sich in einem mindestens moderaten Zusammenhang zwischen den entsprechenden Konstrukten abbilden. *Hypothese 2: RC und AC korrelieren mindestens moderat miteinander mit Tendenz zu hoher Korrelation ($r > .40$).*

Unter Zeitdruck ist die Nutzung bestehender Handlungsoptionen effektiver als deren Generierung durch die direkte Anwendung von deklarativem mathematischem Professionswissen, daher verschwindet ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem mathematischen Professionswissen und AC sobald Zusammenhänge zu RC berücksichtigt werden. *Hypothese 3: Der Effekt von Fachwissen und fachdidaktischem Wissen auf AC wird vollständig durch RC mediiert.*

Methode

Anlage und Stichprobe

Zur Untersuchung der Hypothesen wurden Daten zum mathematischen Professionswissen, RC und AC von insgesamt $N = 251$ angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräfte herangezogen. Die Daten wurden im Rahmen des ELMaWi-Projekts zwischen 2016 und 2018 an Universitäten, Studienseminaren und Schulen in Schleswig-Holstein, Hamburg, Bremen, Niedersachsen, Sachsen-Anhalt, Nordrhein-Westphalen, Hessen, Rheinland-Pfalz, Saarland und Baden Württemberg erhoben. Eine (laufende oder abgeschlossene) Ausbildung für die Sekundarstufen I und II war Voraussetzung für die Teilnahme an der Studie. Da fachdidaktische Lehrveranstaltungen zum Teil erst in höheren Semestern angelegt sind, durften nur Lehramtsstudierende in der zweiten Hälfte der Gesamtregelstudienzeit (d. h. ab dem letzten Jahr des Bachelorstudiums) teilnehmen. Die Teilnahme war freiwillig und es wurde eine finanzielle Aufwandsentschädigung gezahlt. Die Testungen fanden jeweils vor Ort in Gruppen von maximal 20 Personen und unter Aufsicht von geschultem Testpersonal statt.

Die Stichprobe umfasst $n = 116$ Mathematik-Lehramtsstudierende, $n = 85$ Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst und $n = 50$ praktizierende Lehrkräfte (Details s. Tabelle 1). Von den Lehrkräften im Vorbereitungsdienst waren $n = 60$ bereits mindestens 5 Monate (ca. ein Schulhalbjahr) im Vorbereitungsdienst tätig und verfügten damit über mehr als nur sporadische Unterrichtserfahrung (mittlere Dienstzeit 11.55 Monate, $SD = 3.57$; mittleres Alter 30.46 Jahre, $SD = 4.75$; 46.70 % weiblich; mittlere Abiturnote 2.30, $SD = 0.54$).

[1] Hinsichtlich der Einordnung der Korrelationsstärke orientieren wir uns an Cohen (1988, S. 79–80), nach dem Korrelationen r mit $r = .10$ schwach, mit $r = .30$ moderat und mit $r = .50$ als stark zu interpretieren sind.

	Studierende $n = 116$	Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst $n = 85$	Praktizierende Lehrkräfte $n = 50$
In diesem Status seit	6.38 Semestern (2.8)[11][1]	9.18 Monaten[2] (4.84)[1]	14.41 Jahren[3] (8.10)[4]
Alter	25.68 Jahre (5.88)[2]	30.22 Jahre (4.90)[3]	41.08 Jahre (9.29)[0]
Anteil weiblich	54.80 %[1]	47.10 %[0]	42.80 %[0]
Abiturnote	2.08 (0.54)[5]	2.39 (0.56)[0]	2.11 (0.51)[1]

Tabelle 1: Stichprobenkennwerte: Arithmetisches Mittel, Standardabweichung (runde Klammer) und Anzahl fehlender Angaben (eckige Klammer). *Anmerkungen.* [1]*Enthält Teilnehmende direkt zu Beginn des Vorbereitungsdienst ohne formale Fachsemesterzahl.* [2]*Die Dauer des zu absolvierenden Vorbereitungsdienstes variiert in dieser Stichprobe zwischen 14 und 24 Monaten.* [3]*Ununterbrochene Berufstätigkeit als Lehrkraft.*

Instrumente

Als Indikatoren für professionelle Kompetenz wurden in dieser Stichprobe standardisierte Instrumente für mathematisches Professionswissen, RC und AC eingesetzt. Die Skala zum Professionswissen (24 Items) setzt sich dabei aus einer Kurzskala zum *schulbezogenen* Fachwissen (school-related content knowledge, SRCK)[2] und einer Kurzskala zum PCK zusammen. Die Subskala zum SRCK enthält 11 Items zur Sekundarstufen-Arithmetik und Algebra (5), Analysis (4), Stochastik (1) und Geometrie (1). Items zu SRCK erfordern typischerweise nicht nur Wissen über die Schulmathematik, sondern auch ein Wissen über dessen Zusammenhänge zur akademischen Mathematik (für eine Beschreibung des Konstrukts und der Items s. Heinze et al. 2016). Die Subskala zum fachdidaktischen Wissen enthält 13 Items zum Wissen über fachbezogene Schülerkognitionen (z. B. Fehlvorstellungen), kognitives Potential von Aufgaben und das Erklären und Repräsentieren mathematischer Inhalte zu Inhaltsbereichen der Sekundarstufen-Arithmetik und Algebra (8), Analysis (3), Stochastik (1) und Geometrie (1) (s. Jeschke et al. 2019b). Beide Subskalen enthalten Items mit offenem (SRCK: 5, PCK: 3) und geschlossenem Aufgabenformat (single-choice oder multiple-choice; SRCK: 6, PCK: 10). Beispielitems für beide Subskalen sind in Abbildung 2 dargestellt.

Zur Erfassung von RC wurde eine bereits bestehende und erprobte Skala von Lindmeier (2011) weiterentwickelt. Sie umfasst 9 offene Items zu den Inhaltsgebieten Arithmetik und Algebra (6) sowie Analysis (3). Die Items zielen auf die Anforderungsgebiete Materialauswahl (4 Items; z. B. mögliche Probleme bei unterschiedlichen Darstellungen oder Aufgaben), Reflexion von Schülerbearbeitungen (2 Items) sowie Analyse und Planung von Unter-

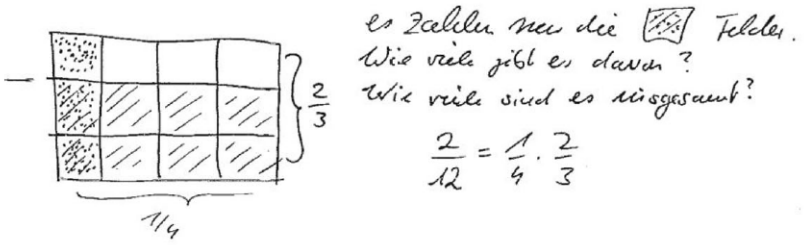
[2][*Anm.:* Im Gegensatz zu den anderen Artikeln dieser Arbeit wird Fachwissen in diesem Artikel durchgängig als SRCK statt CK bezeichnet, da dieser Artikel im mathematikdidaktischen Kontext veröffentlicht wird. Dort ist das SRCK-Konstrukt bekannt.]

Mathematisch kann man auf verschiedene Art und Weise aus den rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ konstruieren. Welche Vorgehensweise eignet sich für die Einführung der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ im Schulunterricht? Gehen Sie davon aus, dass, wie üblich, die Existenz von Beispielen für irrationale Zahlen schon gezeigt wurde.

	Trifft zu	Trifft nicht zu
$\mathbb{R}$ wird mit Hilfe eines topologischen Abschlusses aus $\mathbb{Q}$ konstruiert.	☐	×
$\mathbb{R}$ wird mit Hilfe von Fundamental-(Cauchy-)Folgen aus $\mathbb{Q}$ konstruiert.	☐	×
$\mathbb{R}$ wird mit Hilfe von Intervallschachtelungen aus $\mathbb{Q}$ konstruiert.	×	☐
$\mathbb{R}$ wird mit Hilfe von Dedekindschen Schnitten aus $\mathbb{Q}$ konstruiert.	☐	×

Zeichnen Sie eine ikonische (bildliche) Darstellung zur Erklärung der Multiplikation von zwei Brüchen in der 6. Klasse am Beispiel $^1/_4 \cdot {}^2/_3$.

Beispielantwort:



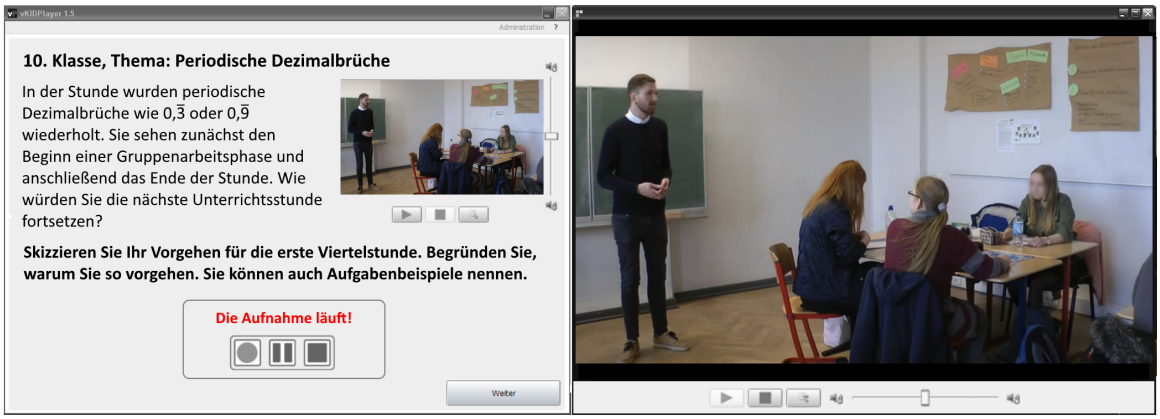
Antwort bewertet als korrekt, da sie die folgenden Kriterien erfüllt:

- Antwort veranschaulicht für die Altersgruppe geeignet die Multiplikation $^1/_4 \cdot {}^2/_3$.
- Antwort ist erklärend in dem Sinne, dass das Produkt als Teil eines Ganzen erkennbar und ablesbar ist.

Abbildung 2: Beispielitems für mathematisches Professionswissen (aus Heinze et al. 2016). Oben ein SRCK-Item (multiple-choice) zur Analysis. Unten ein PCK-Item (offen) inklusive Lösungskriterien zum Erklärungswissen im Gebiet der Bruchrechnung.

richt (3 Items; s. Abbildung 3). Für die Facetten Materialauswahl und Reflexion von Schülerbearbeitungen werden Textvignetten verwendet (schriftliche Antwort). Items der Facette Analyse und Planung von Unterricht enthalten jeweils einen Videoclip (1–2 min; z. B. Ende einer Unterrichtsstunde), für den jeweils der Beginn der darauffolgenden Unterrichtsstunde geplant werden soll. Um eine ausführliche Beantwortung dieser Items zu erleichtern, wurde die verbale Antwort der Teilnehmenden aufgezeichnet.

Zur Erfassung von AC wurde eine erprobte Skala aus 9 offenen Items zu den Inhaltsgebieten Arithmetik und Algebra (6) sowie Analysis (3) eingesetzt (Jeschke et al. 2019a; Lindmeier 2011; Lindmeier, Heinze und Reiss 2013). Die Items beinhalten jeweils einen Videoclip mit einer authentischen, für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe typischen Anforderungssituation (ca. 1–2 min Länge). Die Items erfordern die Formulierung von Rückmeldung in folgenden Fällen: wenn Lernende mathematikbezogene Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Aufgaben haben, die einen inhaltlichen Hinweis der Lehrkraft



Kontextbeschreibung: 10. Klasse, Thema: Periodische Dezimalbrüche. In der Stunde wurden periodische Dezimalbrüche wie $0.\overline{3}$ oder $0.\overline{9}$ wiederholt. Sie sehen zunächst den Beginn einer Gruppenarbeitsphase und anschließend das Ende der Stunde. Wie würden Sie die nächste Unterrichtsstunde fortsetzen?

Handlungsaufforderung: Skizzieren Sie Ihr Vorgehen für die erste Viertelstunde. Begründen Sie, warum Sie so vorgehen. Sie können auch Aufgabenbeispiele nennen.

Videosituation: Eine Dreiergruppe bearbeitet die Frage „Wie groß ist $0.\overline{9}$“. Das Video zeigt folgenden Dialog zwischen den Lernenden dieser Gruppe (S) und der Lehrkraft (L) kurz vor Stundenende:

L: „Okay, die Stunde ist gleich zu Ende, was haben Sie herausgefunden?“
S1: „$0.\overline{9}$ ist das Dreifache von $0.\overline{3}$, also von $1/3$.“
L: „Okay, und was ist $0.\overline{9}$ dann für eine Zahl? Was bedeutet das?“
S2: „Dass die 9 unendlich oft vorkommt. Alle Nachkommastellen sind 9.“
L: „Wie groß ist $0.\overline{9}$ denn nun?“
S3: „Das ist ziemlich nah an der 1 dran, fast so groß wie die 1 selbst.“

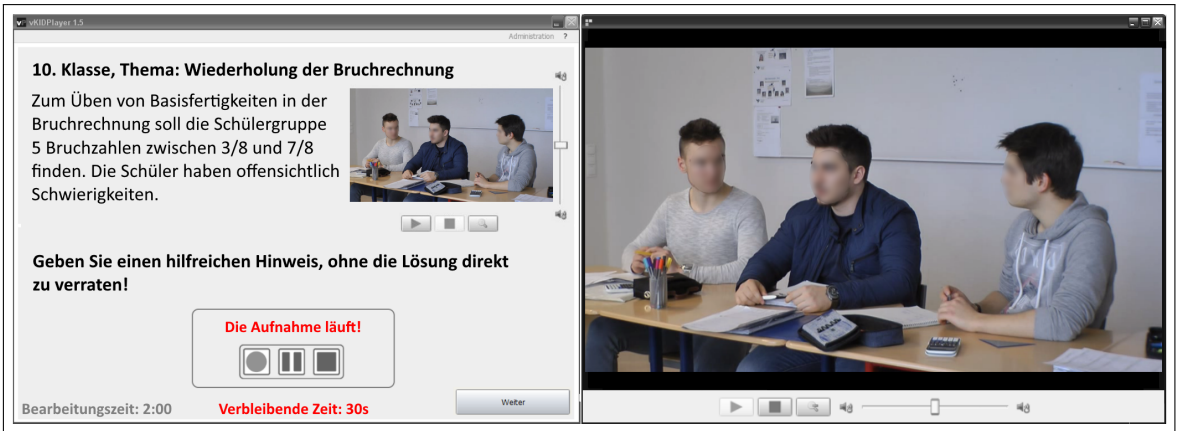
Beispielantwort: „Ich würde die Stunde mit einer Begrüßung beginnen. Die Lernenden sollen ihr Plakat fertig gestalten. Da sind dann erst mal 5 Minuten um. Dann sollen die ihre Ergebnisse im Plenum vorstellen und die sollen diskutiert werden. Vor allem der Beitrag, dass $0.\overline{9}$ ziemlich nah an der eins dran ist, um da eventuell drauf zu kommen, dass, wenn man das betrachtet, $0.\overline{9}$ quasi als 1 angesehen werden kann. Da das ja auch schon genannt wurde, dass $0.\overline{9}$ das Dreifache von $1/3$ ist, also von $0.\overline{3}$ und da dann 3 mal $1/3$ gleich eins ist, könnte man zu dem Schluss kommen, dass $0.\overline{9} = 1$ ist und das würde ich in der nächsten Stunde verdeutlichen.“

Antwort als korrekt (Score 2) bewertet, da folgende Kriterien erfüllt:

- Es wird eine plausible unterrichtliche Implementation beschrieben.
- Es wird das Verständnisproblem adressiert ($0.\overline{9} < 1$).
- Es wird eine schülergerechte Begründung für $0.\overline{9} = 1$ herausgearbeitet.

Abbildung 3: Beispielitem für RC. Die Teilnehmenden sind dazu aufgefordert zunächst die Kontextbeschreibung zu lesen (links), dann das Video zu schauen (rechts) und schließlich (ohne Zeitdruck) verbal zu antworten (Mikrofonaufnahme). *(Abbildung für die Publikation angepasst.)*

erfordern (4 Items; s. Abbildung 4), wenn eine Äußerung der Lehrkraft zu unterschiedlichen, korrekten Schülerlösungen gefordert ist (2 Items) und wenn Lernende ein Verständnisproblem zeigen, das eine mathematikbezogene Erklärung durch die Lehrkraft erfordert (3 Items; z. B. inhaltliche Antwort auf eine Schülerfrage oder eine falsch vorgerechnete Aufgabe an der Tafel). Teilnehmende können das Video nur einmal abspielen, haben jeweils



Kontextbeschreibung: 10. Klasse, Thema: Wiederholung der Bruchrechnung.
Zum Üben von Basisfertigkeiten in der Bruchrechnung soll die Schülergruppe fünf Bruchzahlen zwischen $^3/_8$ und $^7/_8$ finden. Die Schüler haben offensichtlich Schwierigkeiten.

Handlungsaufforderung: Geben Sie einen hilfreichen Hinweis, ohne die Lösung direkt zu verraten!

Videosituation: Die Lehrkraft spricht die Gruppe an und fragt nach dem Fortschritt. Die Gruppe berichtet, dass sie nur $^4/_8$, $^5/_8$ und $^6/_8$ gefunden haben. Ein Schüler sagt, es gäbe keine weiteren Bruchzahlen mehr, da nichts mehr „dazwischen" passt. Ein anderer Schüler vermutet, dass es noch mehr geben könnte.

Beispielantwort: „Versucht euch doch mal Brüche anhand einer Torte zu verdeutlichen und schaut, ob ihr die Torte noch irgendwie verändern könnt, um noch feinere Abstufungen zu finden."

Antwort als korrekt (Score 2) bewertet, da folgende Kriterien erfüllt:

- Die korrekte Lösungsstrategie wird nicht vorgegeben.
- Es wird fachlich korrekt auf einen Darstellungswechsel hingewiesen.
- Der Hinweis nutzt Grundvorstellungen zu Bruchzahlen.

Abbildung 4: Beispielitem für AC zum Thema Bruchrechnung. Teilnehmende lesen zunächst die Kontextbeschreibung (links), spielen dann die Videosituation ab (geht genau einmal bei AC) und antworten anschließend unter Zeitdruck mit ihren eigenen Worten auf die Situation. *(Abbildung für die Publikation angepasst.)*

nur begrenzt Zeit für ihre Antwort (Zeitdruck), und sind aufgefordert, die Lernenden in der Situation direkt zu adressieren (Sprachaufnahme) als wären sie Teil der Situation.

Alle Aufgaben für SRCK, PCK, RC und AC wurden jeweils zu 0, 1 oder 2 kodiert. Die Auswertung der offenen Aufgaben erfolgte durch jeweils zwei geschulte Personen pro Skala anhand eines detaillierten Kodiermanuals mit spezifischen Bewertungskriterien für jedes Item. Eine Analyse der Interrater-Reliabilität (Cohens Kappa) auf Basis von mindestens 20 % der offenen Antworten (zufällig gezogen) ergab akzeptable Übereinstimmungen (SRCK und PCK: $\kappa = .70$–1.0, $M = .86$, SE $= 0.03$; RC: $\kappa = .80$–1.0, $M = .92$, SE $= 0.03$; AC: $\kappa = .77$–$.90$, $M = .84$, SE $= 0.02$). Die drei Skalen zeigten in der verwendete Stichprobe eine interne Konsistenz von (Cronbachs) $\alpha = .70$ für das mathematische Professionswissen ($\alpha = .60$ innerhalb SRCK; $\alpha = .60$ innerhalb PCK), $\alpha = .68$ für RC und $\alpha = .60$ für AC. Die geringe Reliabilität von AC sowie der Subskalen SRCK und PCK ist angesichts der geringen Skalenlänge für den Zweck der vorliegenden Studie grenzwertig, aber noch akzeptabel. Ähnlich niedrige interne Konsistenz wurden bereits früher für ähnliche Konstrukte berich-

tet (Blömeke, Hoth et al. 2015; Hill, Schilling und Ball 2004). Um mögliche Scheinkorrelationen durch den Effekt kognitiver Fähigkeiten zu kontrollieren wurde zusätzlich zu den oben genannten Skalen eine Kurzskala zur figuralen Intelligenz eingesetzt (I-S-T-2000 R; 20 single-choice Items; $\alpha = .79$; Liepmann et al. 2007).

Datenanalyse

Als Indikator für das fachspezifische Professionswissen (SRCK, PCK), RC, AC und die kognitiven Fähigkeiten wurde jeweils der Summenscore über die Items der Instrumente gebildet. Neben Mittelwerts- und Korrelationsanalysen wurden zur Prüfung von Mediationseffekten sechs Pfadmodelle geschätzt. Zur Prüfung der Mediationshypothese wurden die Standardfehler in jedem dieser Modelle mit dem Bootstrapping-Verfahren (10000 Ziehungen) berechnet. Fehlende Skalenwerte (SRCK: 3, PCK: 0; RC: 3; AC: 16; kognitive Fähigkeiten: 0) wurden mit dem Full-Information-Maximum-Likelihood-Verfahren (FIML) geschätzt. Für die Analysen wurde das „lavaan"-Paket (0.6-4; Rosseel 2012) für R (3.6.0) verwendet.

Sämtliche Pfadmodelle wurden jeweils einmal mit und einmal ohne kognitive Fähigkeiten als Prädiktor für AC, RC und mathematisches Professionswissen (SRCK und PCK) berechnet, wodurch sich jedoch nur geringfügige Änderungen in den geschätzten Pfadkoeffizienten ergaben (Mittelwert $\Delta\beta = .01$, $SD = .01$). Insbesondere bei den für die Mediationsanalysen relevanten direkten und indirekten Pfaden zwischen Professionswissen (CK bzw. PCK) und AC waren die Unterschiede vernachlässigbar ($\Delta\beta < .03$) und führten zu keinen anderen Erkenntnissen. Daher wurden ihm Rahmen dieser Studie die sparsameren Modelle ohne kognitive Fähigkeiten bevorzugt.

Ergebnisse

Hypothesen 1&2: Korrelationen von mathematischem Professionswissen, RC und AC

Tabelle 2 zeigt die bivariaten Pearson-Korrelationen zwischen allen in dieser Studie betrachteten Variablen für die Gesamtstichprobe ($N = 251$). Das mathematische Professionswissen als Gesamtskala korreliert darin signifikant sowohl mit RC ($r = .55$, $p < .001$) als auch mit AC ($r = .38$, $p < .001$). Die beiden Subskalen des Professionswissens, das Fachwissen im schulischen Kontext und das fachdidaktische Wissen, korrelieren jeweils signifikant mit RC (SRCK: $r = .49$, $p < .001$; PCK: $r = .42$, $p < .001$) und mit AC (SRCK: $r = .35$, $p < .001$; PCK: $r = .25$, $p < .001$). Tendenziell korreliert SRCK dabei jeweils höher mit AC und RC als das fachdidaktische Wissen, diese Unterschiede sind jedoch nicht signifikant (RC: $\Delta r = .07$, $z = 1.11$, $p = .13$; AC: $\Delta r = .10$, $z = 1.44$, $p = .08$). Auch unter Berücksichtigung der Korrelation zwischen SRCK und PCK ($r = .37$, $p < .001$) ergeben sich signifikante partielle Korrelationen mit RC (SRCK: $r_p = .40$, $p < .001$; PCK: $r_p = .30$, $p < .001$) und mit AC (SRCK: $r_p = .29$, $p < .001$; PCK: $r_p = .14$, $p = .04$). Zwischen AC und RC zeigt sich eine Korrelation mit tendenziell großer Effektstärke ($r = .48$, $p < .001$). Um mögliche Mediationseffekte durch RC zu berücksichtigen, müssen diese Zusammenhänge in einem Pfadmodell geprüft werden.

	1	2	3	4	5	6
1. AC		.75***	.58***	.59***	.42***	.22*
2. RC	.48***		.80***	.77***	.66***	.27**
3. (Math.) Professionswissen	.38***	.55***		_[1]	_[1]	.26**
4. SRCK	.35***	.49***	.84***[1]		.61***	.21*
5. PCK	.25***	.42***	.81***[1]	.37***		.24**
6. Kognitive Fähigkeiten	.15*	.20**	.20**	.15*	.17**	
M	7.64	7.25	18.71	8.83	9.99	12.66
SD	3.33	3.38	6.37	3.95	3.67	4.36
Maximum (theoretisch)	18	18	47	22	25	20
Maximum (empirisch)	16	16	37	17	21	20

Tabelle 2: Pearson-Korrelationen, Mittelwerte, Standardabweichungen und Maxima der untersuchten Skalen ($N = 251$). Korrelationen oberhalb der Diagonalen sind um die Skalenreliabilitäten korrigiert (Attenuationskorrektur). *Anmerkungen.* [1]*Die Skalen SRCK und PCK sind Subskalen des mathematischen Professionswissens,* $^{*}p < .05$, $^{**}p < .01$, $^{***}p < .001$.

Hypothese 3: Mediationsanalyse

Das Pfadmodell mit mathematischem Professionswissen und RC als Prädiktor für AC (Abbildung 5) zeigt erstens einen deutlichen Zusammenhang zwischen Professionswissen und RC ($\beta = .55$, $p < .001$), zweitens einen leicht niedrigeren, aber substanziellen Zusammenhang zwischen RC und AC ($\beta = .39$, $p < .001$) und drittens eine partielle Mediation des Zusammenhangs vom mathematischen Professionswissen auf AC ($\beta = .17$, $p = .015$). Der indirekte Effekt ist .22 ($p < .001$). Es wird demnach ein Großteil des totalen Effektes vom mathematischen Professionswissen auf AC ($\beta = .38$, $p < .001$) durch die Hinzunahme von RC aufgeklärt. In diesem Modell wurden 31 % der Varianz in RC und 25 % der Varianz in AC aufgeklärt.

Um den partiellen Mediationseffekt differenzierter zu analysieren, wurden im nächsten Schritt die Teilskalen SRCK und PCK unterschieden. Abbildung 6 zeigt eine vollständige Mediation des PCK (direkter Effekt: $\beta = .04$, $p = .62$) und eine partielle Mediation des SRCK (direkter Effekt: $\beta = .15$, $p = .024$). Für beide Teilskalen ist der indirekte Effekt signifikant (PCK: .11, $p < .001$; SRCK: .15, $p < .001$).

Des Weiteren wurden diese zwei Modelle für zwei Teilstichproben analysiert, einerseits für Lehramtsstudierende ($n = 116$) und Personen mit mindestens einem Schulhalbjahr Praxiserfahrung (mind. 5 Monate im Vorbereitungsdienst: $n = 110$). Die Ergebnisse zeigen für die Teilstichprobe der Studierenden eine vollständige Mediation von SRCK (direkter Effekt: $\beta = .10$, $p = .29$; indirekter Effekt: .23, $p < .001$) und PCK (direkter Effekt: $\beta = .001$, $p = .99$; indirekter Effekt: $\beta = .19$, $p < .001$) auf AC über RC (Abbildung 7 links unten). Auch im Modell mit aggregiertem mathematischem Professionswissen wird für die Lehramtsstudierenden der Zusammenhang zu AC komplett durch RC mediiert (Abbildung 7 links oben; direkter Effekt: $\beta = .11$, $p = .26$; indirekter Effekt: .34, $p < .001$). Für Personen

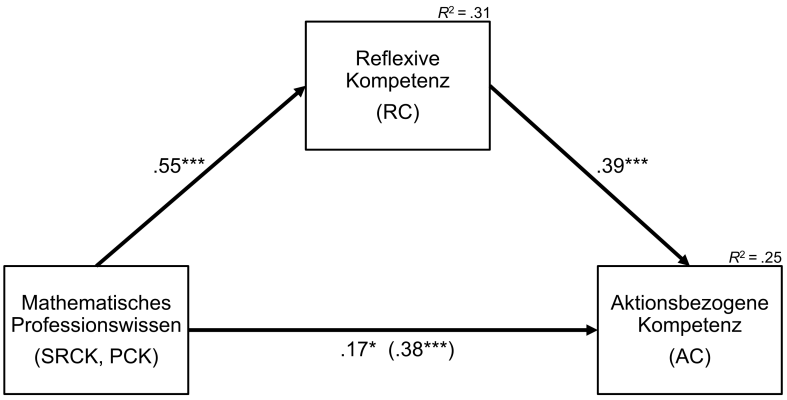


Abbildung 5: Standardisierte Regressionskoeffizienten für den Zusammenhang zwischen mathematischem Professionswissen und AC partiell mediiert durch RC ($N = 251$). Totaler Effekt in Klammern. *$p < .05$, ***$p < .001$.

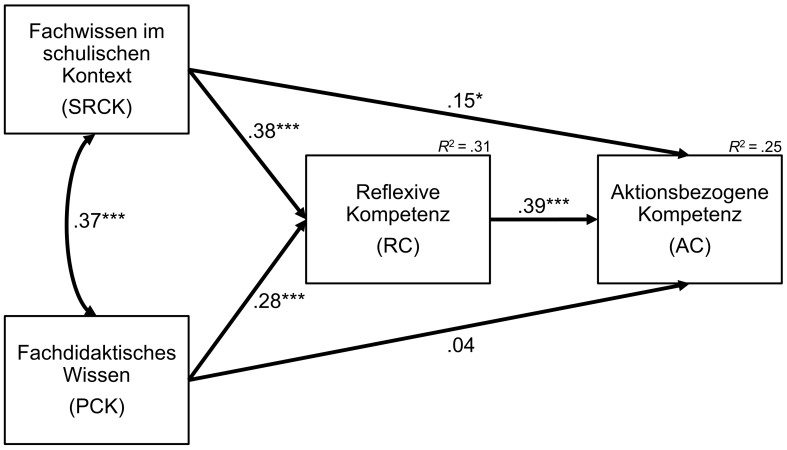


Abbildung 6: Standardisierte Regressionskoeffizienten für den Zusammenhang zwischen SRCK, PCK, RC und AC ($N = 251$). Totaler Effekt in Klammern. *$p < .05$, ***$p < .001$.

mit mindestens einem Schulhalbjahr Praxiserfahrung wird der direkte Zusammenhang zwischen PCK und AC vollständig mediiert, wobei der indirekte Effekt nur knapp unter dem 5 %-Niveau signifikant wird (Abbildung 7 rechts unten; direkter Effekt: $\beta = .07$, $p = .54$; indirekter Effekt: .08, $p < .05$). Für das SRCK wird der direkte Zusammenhang zu AC nicht signifikant (direkter Effekt: $\beta = .17$, $p = .10$; indirekter Effekt: .09, $p = .02$). Dabei ist allerdings zu beachten, dass auch der direkte Zusammenhang vom aggregierten mathematischen Professionswissen auf AC für Personen mit einem Schulhalbjahr Praxiserfahrung knapp nicht signifikant wird (Abbildung 7 rechts oben; direkter Effekt: $\beta = .20$, $p = .057$; indirekter Effekt: .14, $p = .008$). Vor dem Hintergrund der beobachteten Effektstärken sowie den Analysen für die Gesamtstichprobe und Lehramtsstudierenden erreichten die direkten Effekte des SRCK für die Gruppe der Personen mit Praxiserfahrung möglicherweise nur aufgrund der reduzierten Stichprobengröße nicht das 5 %-Signifikanzniveau.

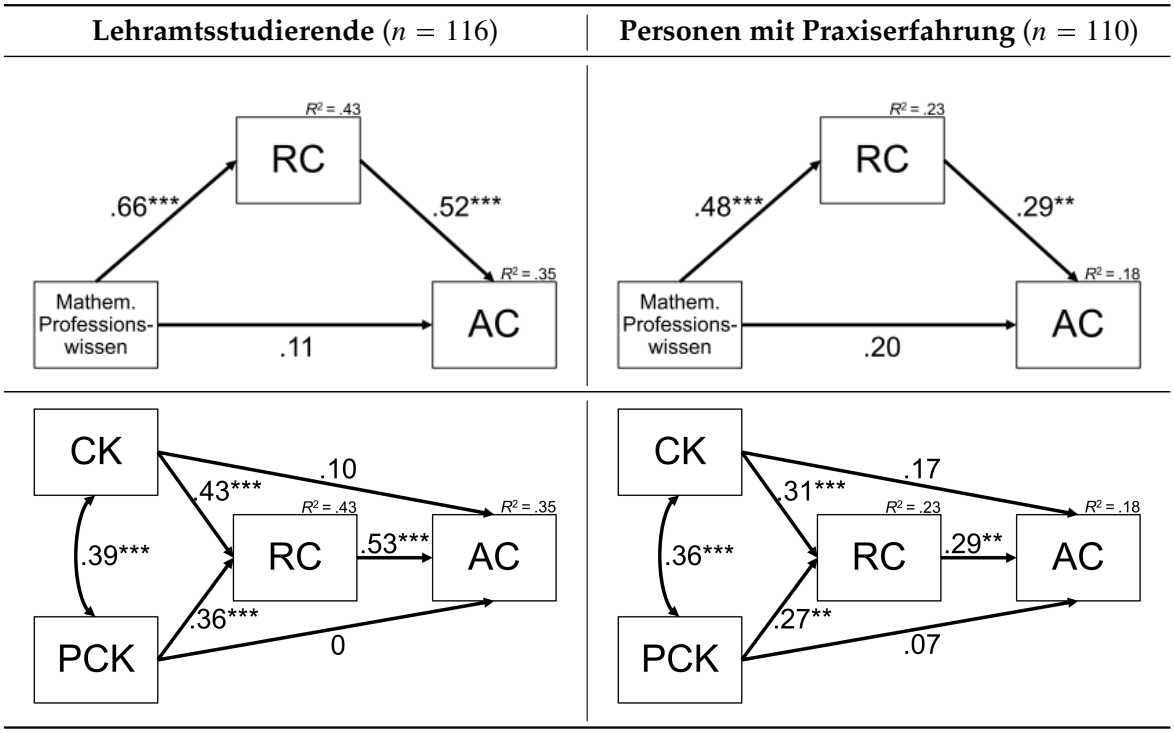


Abbildung 7: Zusammenhänge zwischen mathematischem Professionswissen (SRCK und PCK), RC und AC für Mathematik-Lehramtsstudierende und Personen mit mindestens einem Schulhalbjahr Praxiserfahrung durch Vorbereitungsdienst. *$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$.

Diskussion

Ziel der vorliegenden Studie war die empirische Untersuchung von Zusammenhängen zwischen mathematischem Professionswissen, der Befähigung zur reflektierten Wissensanwendung zum Zweck der Unterrichtsvor- und Nachbereitung (RC) und der Befähigung zur spontanen Wissensanwendung in unterrichtlichen Situationen (AC) bei angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften. Insbesondere zielte die Studie auf die Prüfung einer Mediationshypothese, gemäß der RC für die Vermittlung zwischen mathematischem Professionswissen und AC eine zentrale Rolle spielt. Die Ergebnisse zeigen für das mathematische Professionswissens eine starke Korrelation mit RC sowie eine moderate Korrelation mit AC. Nur wenn man die Teilfacetten SRCK und PCK getrennt betrachtet und die Korrelation zwischen diesen Teilfacetten kontrolliert, ist zwischen PCK und AC eine unerwartet schwache (aber signifikante) partielle Korrelation zu berichten. Mit dieser Einschränkung kann Hypothese 1 bestätigt werden. Zwischen RC und AC zeigt sich erwartungsgemäß eine moderate bis hohe Korrelation. Auch die Pfadmodelle unter Kontrolle des mathematischen Professionswissens zeigen für die Gesamtstichprobe noch einen moderaten Zusammenhang der beiden Variablen. Hypothese 2 kann somit bestätigt werden. Die Pfadmodelle zeigen, dass der direkte Pfad zwischen mathematischem Professionswissen und AC substantiell durch RC mediiert wird. Für die Gesamtstichprobe verbleibt nur ein schwacher signifikanter direkter Effekt (partielle Mediation). Für die Teilstichprobe der Stu-

dierenden ist die Mediation vollständig und für (angehende) Mathematiklehrkräften mit mindestens einem Schulhalbjahr Praxiserfahrung wird auch der Effekt des PCK vollständig mediiert. Nur das SRCK zeigt bei Personen mit Praxiserfahrung eine Tendenz zur partiellen Mediation. Dies könnte eine Hauptursache für die lediglich partielle Mediation in der Gesamtstichprobe sein. Hypothese 3 kann daher teilweise bestätigt werden.

Die gefundenen Beziehungen von Professionswissen, RC und AC stützen demnach weitestgehend die theoretischen Annahmen über die professionelle fachspezifische Kompetenz von Mathematiklehrkräften. Die teilweise starken positiven Korrelationen zwischen professionellem Wissen zu RC und AC, vor allem bei Lehramtsstudierenden, passen zur Annahme, dass diese Konstrukte wissensbasiert sind. Die starke positive Korrelation von RC und AC unterstützen die Annahme, dass die Befähigung zur Unterrichtsreflexion die Fähigkeit zum Handeln unter Zeitdruck prinzipiell begünstigt. Damit bestätigen diese Ergebnisse die Befunde von Knievel et al. (2015), bei denen sich ähnliche Ergebnisse in einer Stichprobe von Grundschul-Mathematiklehrkräften zeigten. Vor dem Hintergrund der Ergebnisse von Jeschke et al. (2019a) ist somit die Zusammenhangsstruktur fachspezifischer Kompetenz von Lehrkräften nicht nur über ähnliche Schulfächer (z. B. Mathematik und Wirtschaftswissenschaften) sondern auch über verschiedene Schulformen innerhalb eines Schulfaches hinweg vergleichbar.

Die durchgeführte Mediationsanalyse unterstützt weitgehend die angenommene Mediatorfunktion von RC für AC. Da die eingesetzten Items nur zu denselben mathematischen Inhaltsgebieten ausgewählt aber nicht direkt thematisch aufeinander abgestimmt wurden, liefert dies erste empirische Hinweise für die Annahme, dass die durch RC generierten Handlungsoptionen zu einem Erwerb von AC beitragen. Die Analysen der Teilstichproben zeigen jedoch nur für Lehramtsstudierende eine vollständige Mediation. Weiterhin wird bei Personen mit mindestens einem Schulhalbjahr Praxiserfahrung substantiell weniger Varianz in RC und AC durch das Professionswissen (und RC) aufgeklärt. Das deklarative und dekontextualisierte fachspezifische Professionswissen ist bei praxiserfahrenen Personen demnach weniger prädiktiv für das praktische Handeln. Dies könnte darauf hinweisen, dass für den Erwerb von AC und RC neben gezielter Anwendung deklarativen Wissens in verschiedenen Kontexten auch andere Lerngelegenheiten, beispielsweise durch die Praxiserfahrung, eine Rolle spielen (vgl. Baer et al. 2011; König und Rothland 2018). Gemäß der ACT-R-Theorie generalisieren sich zudem erzeugte Produktionen durch mehrmaliges Anwenden potenziell immer stärker, sodass sie in unterschiedlichen Kontexten genutzt werden können (Anderson 1983). Die ursprünglich beim Erwerb von RC erzeugten Prozeduren könnten daher durch vielmaliges Anwenden in der unterrichtlichen Praxis für immer mehr Unterrichtssituationen nutzbar werden, sodass die Vermittlerfunktion von RC und das deklarative Professionswissen mit wachsender Erfahrung für das AC an Relevanz verlieren – solange kein neuer Themenbereich erschlossen werden muss.

Die dargestellten Ergebnisse müssen unter Berücksichtigung der Grenzen dieser Studie interpretiert werden. Das verwendete querschnittliches Design erlaubt lediglich die Untersuchung korrelativer Hypothesen und gibt keine Information über kausale Wirkrichtungen. Weiterhin stellen die eingesetzten Instrumente für RC und AC einen Kompromiss

aus standardisierter psychometrischer Erfassung, Berücksichtigung typischer fachspezifischer Anforderungen des Schulalltags und den verfügbaren technischen Möglichkeiten dar (vgl. Lindmeier 2013). Auf konzeptioneller Ebene decken die holistisch definierten RC und AC alle typischen Anforderung der Unterrichtsreflexion bzw. des Unterrichtens ab. Eine Berücksichtigung aller dieser Anforderungen im Rahmen der Messung übersteigt jedoch derzeit die Möglichkeiten einer praktikablen standardisierten Kompetenzerfassung. Die eingesetzten Instrumente adressieren vielmehr die zentralen fachspezifischen Anforderungen einer Mathematiklehrkraft und sind entsprechend als Indikatoren für RC und AC zu verstehen. Schließlich kann auch die verwendete Stichprobe nicht als repräsentativ für Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe in Deutschland angesehen werden, obwohl die Teilnehmenden an einer geographisch gut gestreuten Auswahl deutscher Standorte rekrutiert wurden.

Implikationen

Angesichts dieser Limitationen sind diese Ergebnisse in weiteren Studien auch für andere Schulformen und Unterrichtsfächer zu überprüfen. Experimentelle Studien können zudem einen Kausalzusammenhang zwischen RC und AC durch differenzielle Förderung von Professionswissen bzw. RC untersuchen. Sofern die Ergebnisse aus dieser Studie repliziert werden können, ergeben sich Implikationen für die Lehramtsausbildung. Insbesondere in der universitären Ausbildungsphase könnten zielgerichtete Lerngelegenheiten zur Unterrichtsvor- und Nachbereitung bewirken, dass angehende Lehrkräfte das an der Universität erworbene theoretische Wissen nach Eintritt in den Schuldienst effektiv zur Bewältigung der komplexen Anforderungen des Unterrichtens anwenden können. Zentral für die Generierung von Handlungsoptionen für das Unterrichten ist dabei insbesondere die ‚Mikro-Ebene' der Unterrichtsplanung, die im Gegensatz zu den sichtbaren Planungshandlungen (Strukturierung, Methodenauswahl) unter anderem die Antizipation von fachbezogener Schülerkognition beinhaltet (vgl. Stender et al. 2015). Entsprechende Lerngelegenheiten für RC könnten videobasierte Lehr-Lern-Konzepte (z. B. spezifisch designte Videovignetten oder Rollenspiele) nutzen, um Aufgaben der beruflichen Praxis anforderungsnah bereits in der universitären Ausbildungsphase systematisch zu adressieren und theoriebasiert zu reflektieren (Grossman et al. 2009, approximations of practice). Auch die Praxisphasen in der universitären Ausbildungsphase könnten zielgerichteter dazu genutzt werden, einen Kompetenzerwerb für RC und AC zu bewirken. Ein weiterer Ansatz, der aus der ACT-R-Theorie und Befunden zum analogen Lernen abgeleitet werden kann, zielt dagegen auf einen effektiveren Erwerb von deklarativem Wissen ab. Die Aktivierung von deklarativem Wissen in Problemlösesituationen (z. B. für RC oder AC) kann demnach substantiell erleichtern werden, wenn das Professionswissen bereits unter Reflexion unterschiedlicher Handlungskontexte gelernt wird (Anderson 1983; Markman und Gentner 1993). Diese Hypothese wurde beispielsweise als 'Variation Theory' im Kontext des Mathematiklernens diskutiert (z. B. Runesson 2005), jedoch bislang kaum auf Lernprozesse von Lehrkräften übertragen. Der explizite Vergleich von zwei unterschiedlichen Handlungskontexten kann dabei

die Entstehung von dekontextualisiertem und trägem Wissen bereits signifikant verringern (Gentner et al. 2009). Eine an den Erwerb des deklarativen Wissens gekoppelte Verarbeitung in unterrichtbezogenen Kontexten – auch hier zum Beispiel durch videobasierte Lehr-Lern-Aufgaben oder Unterrichtssimulationen – kann entsprechend auch die Verarbeitung von deklarativem Wissen anregen und dessen Aktivierbarkeit in Anforderungssituationen fördern.

Vor diesem Hintergrund könnten die Ergebnisse dieser Studie zukünftig dazu beitragen eine bessere Passung zwischen universitärer Ausbildungsphase und Schulpraxis herzustellen, ohne dabei den Erwerb von universitärem Professionswissen in den Hintergrund zu stellen (vgl. König und Rothland 2018). Die beschriebenen Ansätze könnten bewirken, dass das an der Universität erworbene Wissen von angehenden Lehrkräften beim Berufseinstieg effektiver genutzt werden kann.

Literatur

Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition.* Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Anderson, J. R., Borst, J. P., Fincham, J. M., Ghuman, A. S., Tenison, C. und Zhang, Q. (2018). The Common Time Course of Memory Processes Revealed. *Psychological Science, 29*(9), 1463–1474. https://doi.org/10.1177/0956797618774526

Artelt, C. und Gräsel, C. (2009). Diagnostische Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift Für Pädagogische Psychologie, 23*(34), 157–160. https://doi.org/10.1024/1010-0652.23.34.157

Artzt, A. F. und Armour-Thomas, E. (1998). Mathematics teaching as problem solving: A framework for studying teacher metacognition underlying instructional practice in mathematics. *Instructional Science, 26*(1), 5–25. https://doi.org/10.1023/A:1003083812378

Baer, M., Kocher, M., Wyss, C., Guldimann, T., Larcher, S. und Dörr, G. (2011). Lehrerbildung und Praxiserfahrung im ersten Berufsjahr und ihre Wirkung auf die Unterrichtskompetenzen von Studierenden und jungen Lehrpersonen im Berufseinstieg. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 14*(1), 85–117. https://doi.org/10.1007/s11618-011-0168-5

Bartels, H., Geelan, D. und Kulgemeyer, C. (2019). Developing an approach to the performance-oriented testing of science teachers' action-related competencies. *International Journal of Science Education, 41*(14), 2024–2048. https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1658241

Baumert, J. und Kunter, M. (2011). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss und M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 29–54). Münster: Waxmann.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., … Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133–180. https://doi.org/10.3102/0002831209345157

Bernardo, A. B. I. (2001). Analogical Problem Construction and Transfer in

Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology, 21*(2), 137–150. https://doi.org/10.1080/01443410020043841

Besser, M. und Krauss, S. (2009). Zur Professionalität als Expertise. In Zlatkin-Troitschanskaia, O., Beck, K., Sembill, D., Nickolaus, R., & Mulder, R. (Hrsg.): *Lehrprofessionalität. Bedingungen, Genese, Wirkungen und ihre Messung.* (S. 71–82). Weinheim: Beltz.

Blömeke, S., Gustafsson, J. und Shavelson, R. J. (2015). Beyond Dichotomies: Competence Viewed as a Continuum. *Zeitschrift Für Psychologie, 223*(1), 3–13. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194

Blömeke, S., Hoth, J., Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G. und König, J. (2015). Teacher Change During Induction: Development of Beginning Primary Teachers' Knowledge, Beliefs and Performance. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(2), 287–308. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9619-4

Blömeke, S., König, J., Busse, A., Suhl, U., Benthien, J., Döhrmann, M. und Kaiser, G. (2014). Von der Lehrerausbildung in den Beruf – Fachbezogenes Wissen als Voraussetzung für Wahrnehmung, Interpretation und Handeln im Unterricht. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 17*(3), 509–542. https://doi.org/10.1007/s11618-014-0564-8

Borko, H., Livingston, C. und Shavelson, R. J. (1990). Teachers' Thinking About Instruction. *Remedial and Special Education, 11*(6), 40–49. https://doi.org/10.1177/074193259001100609

Bromme, R. (1981). *Das Denken von Lehrern bei der Unterrichtsvorbereitung: Eine empirische Untersuchung zu kognitiven Prozessen von Mathematiklehrern.* Weinheim/Basel: Beltz.

Bromme, R. (1997). Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In *Enzyklopädie Der Psychologie (Vol. 3). Psychologie des Unterrichts und der Schule* (S. 177–212).

Bromme, R. und Tillema, H. (1995). Fusing experience and theory: The structure of professional knowledge. *Learning and Instruction, 5*(4), 261–267. https://doi.org/10.1016/0959-4752(95)00018-6

Brown, A. L. (1989). Analogical learning and transfer: What develops? In *Similarity and analogical reasoning* (S. 369–412). https://doi.org/10.1017/CBO9780511529863.019

Buchholtz, N. und Kaiser, G. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, G. Kaiser, G. Nold, H. Haudeck, J.-U. Keßler und K. Schwippert (Hrsg.): *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 107–143). Münster/New York/München/Berlin: Waxmann.

Casale, M. B., Roeder, J. L. und Ashby, F. G. (2012). Analogical transfer in perceptual categorization. *Memory und Cognition, 40*(3), 434–449. https://doi.org/10.3758/s13421-011-0154-4

Charalambous, C. Y. (2019). Reflecting on the troubling relationship between teacher knowledge and instructional quality and making a case for using an animated teaching simulation to disentangle this relationship. *ZDM Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01089-x

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences (2 New edition).* New York:

Academic Press.

Cramer, C. (2014). Theorie und Praxis in der Lehrerbildung. Bestimmung des Verhältnisses durch Synthese von theoretischen Zugängen, empirischen Befunden und Realisierungsformen. *DDS Zeitschrift Für Erziehungswissenschaft, Bildungspolitik Und Pädagogische Praxis*, *106*(4), 344–357.

Depaepe, F., Verschaffel, L. und Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education, 34*, 12–25. https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001

Evans, J. St. B. T., Handley, S. J. und Bacon, A. M. (2009). Reasoning Under Time Pressure. *Experimental Psychology, 56*(2), 77–83. https://doi.org/10.1027/1618-3169.56.2.77

Gary, M. S., Wood, R. E. und Pillinger, T. (2012). Enhancing mental models, analogical transfer, and performance in strategic decision making. *Strategic Management Journal, 33*(11), 1229–1246. https://doi.org/10.1002/smj.1979

Gentner, D. (2006). Analogical Reasoning, Psychology of. In *Encyclopedia of Cognitive Science.* https://doi.org/10.1002/0470018860.s00473 Gentner, D., Loewenstein, J., Thompson, L. und Forbus, K. D. (2009). Reviving Inert Knowledge: Analogical Abstraction Supports Relational Retrieval of Past Events. *Cognitive Science, 33*(8), 1343–1382. https://doi.org/10.1111/j.1551-6709.2009.01070.x

Gentner, D. und Maravilla, F. (2018). Analogical reasoning. In L. J. Ball und V. A. Thompson (Hrsg.): *International Handbook of Thinking and Reasoning* (S. 186–203). NY: Psychology Press.

Gick, M. L. und Holyoak, K. J. (1980). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology, 12*(3), 306–355. https://doi.org/10.1016/0010-0285(80)90013-4

Goldstone, R. L. und Medin, D. L. (1994). Time course of comparison. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 20*(1), 29–50. https://doi.org/10.1037/0278-7393.20.1.29

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E. und Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record, 111*(9), 2055–2100.

Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A. und Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *19*(2), 329–349. https://doi.org/10.1007/s11618-016-0674-6

Hill, H. C., Rowan, B. und Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal, 42*(2), 371–406. https://doi.org/10.3102/00028312042002371

Hill, H. C., Schilling, S. G. und Ball, D. L. (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary School Journal, 105*(1), 11–30. https://doi.org/10.1086/428763

Hoth, J., Jeschke, C., Dreher, A., Lindmeier, A. und Heinze, A. (2018). Sind Lernangebote zur akademischen Mathematik hinreichend für den Erwerb eines berufsspezifischen Fach-

wissens im Lehramtsstudium? Eine Untersuchung der trickle-down-Annahme. *Journal Für Mathematik-Didaktik.*

Jeschke, C., Kuhn, C., Lindmeier, A., Zlatkin-Troitschanskaia, O., Saas, H. und Heinze, A. (2019a). Performance assessment to investigate the domain specificity of instructional skills among pre-service and in-service teachers of mathematics and economics. *British Journal of Educational Psychology, 89*(3), 538–550. https://doi.org/10.1111/bjep.12277

Jeschke, C., Kuhn, C., Lindmeier, A., Zlatkin-Troitschanskaia, O., Saas, H. und Heinze, A. (2019b). What is the Relationship Between Knowledge in Mathematics and Knowledge in Economics? Investigating the professional knowledge of (pre-service) teachers trained in two subjects. *Zeitschrift Für Pädagogik, 2019*(4), 511–524. https://doi.org/10.3262/ZP1904511

Kaiser, G., Busse, A., Hoth, J., König, J. und Blömeke, S. (2015). About the Complexities of Video-Based Assessments: Theoretical and Methodological Approaches to Overcoming Shortcomings of Research on Teachers' Competence. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(2), 369–387. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9616-7

Kaiser, G. und König, J. (2019). Competence Measurement in (Mathematics) Teacher Education and Beyond: Implications for Policy. *Higher Education Policy.* https://doi.org/10.1057/s41307-019-00139-z

Kersting, N. B. (2008). Using Video Clips of Mathematics Classroom Instruction as Item Prompts to Measure Teachers' Knowledge of Teaching Mathematics. *Educational and Psychological Measurement, 68*(5), 845–861. https://doi.org/10.1177/0013164407313369

Kleickmann, T. und Anders, Y. (2013). Learning at University. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss und M. Neubrand (Hrsg.), *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers: Results from the COACTIV Project* (S. 321–332). Boston, MA: Springer US.

Klusmann, U., Kunter, M., Voss, T. und Baumert, J. (2012). Berufliche Beanspruchung angehender Lehrkräfte: Die Effekte von Persönlichkeit, pädagogischer Vorerfahrung und professioneller Kompetenz. *Zeitschrift Für Pädagogische Psychologie, 26*(4), 275–290. https://doi.org/10.1024/1010-0652/a000078

Knievel, I., Lindmeier, A. und Heinze, A. (2015). Beyond Knowledge: Measuring Primary Teachers' Subject-Specific Competences in and for Teaching Mathematics with Items Based on Video Vignettes. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(2), 309–329. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9608-z

König, J. und Rothland, M. (2018). Das Praxissemester in der Lehrerbildung: Stand der Forschung und zentrale Ergebnisse des Projekts Learning to Practice. In J. König, M. Rothland und N. Schaper (Hrsg.): *Learning to Practice, Learning to Reflect?* (S. 1–62). https://doi.org/10.1007/978-3-658-19536-6

König, J., Rothland, M. und Schaper, N. (Hrsg.). (2018). *Learning to Practice, Learning to Reflect*? https://doi.org/10.1007/978-3-658-19536-6

Krauss, S., Blum, W., Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M., … Elsner, J. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen Professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss und

M. Neubrand (Hrsg.): *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV.* (S. 135–161). Münster: Waxmann.

Krauss, S., Lindl, A., Schilcher, A. und Tepner, O. (2017). Das Forschungsprojekt FALKO – ein einleitender Überblick. In S. Krauss, A. Lindl, A. Schilcher, M. Fricke, A. Göhring, B. Hofmann, … J. Baumert (Hrsg.): *FALKO: Fachspezifische Lehrerkompetenzen: Konzeption von Professionswissenstests in den Fächern Deutsch, Englisch, Latein, Physik, Musik, Evangelische Religion und Pädagogik: Mit neuen Daten aus der COACTIV-Studie* (S. 9–65). Münster New York: Waxmann.

Liepmann, D., Beauducel, A., Brocke, B. und Amthauer, R. (2007). *Intelligenz-Struktur-Test 2000 R.* Göttingen: Hogrefe.

Lindmeier, A. (2011). *Modeling and Measuring Knowledge and Competencies of Teachers: A Threefold Domain-specific Structure Model, Exemplified for Mathematics Teachers, Operationalized with Computer- and Video-based Methods.* Münster: Waxmann.

Lindmeier, A. (2013). Video-vignettenbasierte standardisierte Erhebung von Lehrerkognitionen. In U. M. Riegel (Hrsg.), *Videobasierte Kompetenzforschung in den Fachdidaktiken.* (S. 45–61). Münster: Waxmann. (Fachinformationssystem (FIS) Bildung).

Lindmeier, A., Heinze, A. und Reiss, K. (2013). Eine Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit videobasierten Maßen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 34*(1), 99–119. https://doi.org/10.1007/s13138-012-0046-6

Marchant, G., Robinson, J., Anderson, U. und Schadewald, M. (1991). Analogical transfer and expertise in legal reasoning. *Organizational Behavior and Human Decision Processes, 48*(2), 272–290. https://doi.org/10.1016/0749-5978(91)90015-L

Markman, A. B. und Gentner, D. (1993). Structural Alignment during Similarity Comparisons. *Cognitive Psychology, 25*(4), 431–467. https://doi.org/10.1006/cogp.1993.1011

Meyer, H. (2007). *Leitfaden Unterrichtsvorbereitung (1. Auflage).* Berlin: Cornelsen.

Nadler, J., Thompson, L. und Boven, L. V. (2003). Learning Negotiation Skills: Four Models of Knowledge Creation and Transfer. *Management Science, 49*(4), 529–540. https://doi.org/10.1287/mnsc.49.4.529.14431

Perkins, D. N. und Salomon, G. (2012). Knowledge to Go: A Motivational and Dispositional View of Transfer. *Educational Psychologist, 47*(3), 248–258. https://doi.org/10.1080/00461520.2012.693354

Peterson, P. L., Marx, R. W. und Clark, C. M. (1978). Teacher Planning, Teacher Behavior, and Student Achievement. *American Educational Research Journal, 15*(3), 417–432. https://doi.org/10.2307/1162495

Pirolli, P. L. und Anderson, J. R. (1985). The role of learning from examples in the acquisition of recursive programming skills. *Canadian Journal of Psychology/Revue Canadienne de Psychologie, 39*(2), 240–272. https://doi.org/10.1037/h0080061

Reeves, L. und Weisberg, R. W. (1994). The role of content and abstract information in analogical transfer. *Psychological Bulletin, 115*(3), 381–400. https://doi.org/10.1037/0033-2909.115.3.381

Renkl, A., Mandl, H. und Gruber, H. (1996). Inert knowledge: Analyses and remedies. *Edu-*

cational Psychologist, 31(2), 115–121. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3102_3

Ross, B. H. (1987). This is like that: The use of earlier problems and the separation of similarity effects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 13*(4), 629–639. https://doi.org/10.1037/0278-7393.13.4.629

Ross, B. H. und Kennedy, P. T. (1990). Generalizing from the use of earlier examples in problem solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 16*(1), 42–55. https://doi.org/10.1037/0278-7393.16.1.42

Rosseel, Y. (2012). Lavaan: An R package for structural equation modeling. *Journal of Statistical Software, 2*(48), 1–36.

Runesson, U. (2005). Beyond discourse and interaction. Variation: A critical aspect for teaching and learning mathematics. *Cambridge Journal of Education, 35*(1), 69–87. https://doi.org/10.1080/0305764042000332506

Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action.* New York: Basic Books.

Shavelson, R. J. und Stern, P. (1981). Research on Teachers' Pedagogical Thoughts, Judgments, Decisions, and Behavior. *Review of Educational Research, 51*(4), 455–498. https://doi.org/10.3102/00346543051004455

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 1*5(2), 4–14.

Stender, A., Brückmann, M. und Neumann, K. (2015). Vom Professionswissen zum kompetenten Handeln im Unterricht: Die Rolle der Unterrichtsplanung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung, 33*(1), 121–133.

Stürmer, K., Könings, K. D. und Seidel, T. (2013). Declarative knowledge and professional vision in teacher education: Effect of courses in teaching and learning. *British Journal of Educational Psychology, 83*(3), 467–483. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2012.02075.x

Trench, M. und Minervino, R. A. (2017). Chapter One - Cracking the Problem of Inert Knowledge: Portable Strategies to Access Distant Analogs From Memory. In B. H. Ross (Hrsg.): *Psychology of Learning and Motivation* (Vol. 66, S. 1–41). https://doi.org/10.1016/bs.plm.2016.11.001

Wahl, D. (1991). *Handeln unter Druck. Der weite Weg vom Wissen zum Handeln bei Lehrern, Hochschullehrern und Erwachsenenbildnern.* Weinheim: Deutscher Studien-Verlag.

Hinweis zur Publikation 4:

Die Förderung dieser Studie durch das BMBF (Kennzeichen 01PK15012) wurde auf der Titelseite des Manuskripts erwähnt.

E | Inhaltliche Zusammensetzung der Wissensskalen

M-CK		M-PCK	
	Itemanzahl Studie 1,2 / 3,4		**Itemanzahl Studie 1,2 / 3,4**
Inhaltsbereich		**Inhaltsbereich**	
Arithmetik & Algebra	8 / 5	Arithmetik & Algebra	10 / 9
Analysis	4 / 4	Analysis	4 / 3
Geometrie	1 / 1	Stochastik	1 / 1
Stochastik	1 / 1		
Konstruktfacette		**Konstruktfacette**	
Top-Down	5 / 4	Instruktionsstrategien	9 / 7
Bottom-Up	8 / 6	Schülerkognitionen	4 / 4
Curricular	1 / 1	Aufgabenwissen	2 / 2
W-CK		**W-PCK**	
Inhaltsbereich		**Inhaltsbereich**	
Markt und Preise	2 / 2	Verkauf	4 / 4
Wirtschaftliche Grundprobleme	1 / 1	Gesamtwirtschaft	3 / 3
Theorien der Unternehmung	1 / 1	Beschaffung	4 / 4
Faktormärkte	1 / 1		
Internationale Mikroökonomie	1 / 1		
Gesamtangebot und -nachfrage	2 / 2		
Geld- und Fiskalpolitik	1 / 1		
Geld und Finanzmärkte	1 / 1		
Gesamtwirtschaftliche Leistung	1 / 1		
Internationale Makroökonomie	2 / 0		
		Konstruktfacette	
		Schüleräußerungen	3 / 3
		Unterrichtsstrukturierung	3 / 3
		Aufgabenwissen	5 / 5

Tabelle E.1: Inhaltliche Zusammensetzung der eingesetzten Skalen zur Erfassung des fachbezogenen Professionswissens in allen vier Studien.

Abbildungsverzeichnis

2.1 Kategorien des Mathematics Knowledge for Teaching (MKT) nach Ball et al. (2008). 7

2.2 Das Kompetenzmodell von COACTIV mit Spezifikationen für das Professionswissen ('pädagogisch-psychologisches Wissen' unvollständig) nach Baumert und Kunter (2011). 8

2.3 Konzeptualisierung des Fachwissens im schulischen Kontext (SRCK) nach Dreher et al. (2018). 13

2.4 Beispielitem zu Erfassung von Usable Knowledge bei US-amerikanischen Sekundarstufen-I-Lehrkräften mittels Online-Befragung. Das gezeigte Item entstammt dem CVA-M-Instrument (Erweiterung des CVA; aus Kersting et al., 2018). 15

2.5 Modell von Kompetenz als Kontinuum (Blömeke, Gustafsson & Shavelson, 2015). 18

2.6 **Links:** Screenshot aus dem Videoclip 'Schachtel', wie es in einer Videovignette in TEDS-FU eingesetzt wurde (aus Blömeke, König et al., 2015). **Rechts:** Beschreibung des Videoclips (nach Blömeke et al., 2014). 19

2.7 Items zur Erfassung der situation-specific skills Wahrnehmung (**oben**), Interpretation (**mitte**) und Generierung von Handlungsoptionen (**unten**) bei Mathematiklehrkräften in TEDS-FU. Die Items beziehen sich auf die Unterrichtssituation in Abbildung 2.6. (Abbildungen übernommen aus Blömeke et al., 2014; geschwärzte Felder sind im Original ebenfalls geschwärzt.) 20

2.8 Modell professioneller Kompetenz von Lehrkräften nach Lindmeier (2011) (übersetzt nach Lindmeier et al., angenommen). 24

2.9 Beispielitem zur Erfassung von AC bei Mathematik-Grundschullehrkräften (aus Knievel et al., 2015) in der 'vKID' Testumgebung (vgl. Lindmeier, 2011). 26

2.10 Beispielitems zur Erfassung der Erklärensfähigkeit als Teilaspekt von AC (Stufe 1) sowie von Gründen getroffenen Entscheidung (Stufe 2). (Übersetzt nach Bartels et al., 2019.) 28

4.1 Beispielitem für AC in Mathematik zum Itemtyp Stimulus und Inhaltsgebiet Arithmetik und Algebra. Teilnehmende lesen zunächst die Kontextbeschreibung, spielen dann die Videosituation ab (bei AC genau einmal möglich) und antworten anschließend unter Zeitdruck mit ihren eigenen Worten auf die Situation. 54

4.2 Beispielitem für AC in Wirtschaftswissenschaften zum Itemtyp Stimulus und Inhaltsgebiet Preisbildung und Preisbildungsmechanismus. Teilnehmende lesen zunächst die Kontextbeschreibung, spielen dann die Videosituation ab (bei AC genau einmal möglich) und antworten anschließend unter Zeitdruck mit ihren eigenen Worten auf die Situation. (aus Kuhn et al., 2018.) 55

4.3 Beispielitem für RC in Mathematik zum Itemtyp Unterricht und Inhaltsgebiet Arithmetik und Algebra. Die Teilnehmenden sind dazu aufgefordert, zunächst die Kontextbeschreibung zu lesen (links), dann das Video zu schauen (rechts) und schließlich (ohne Zeitdruck) verbal zu antworten (Mikrofonaufnahme). 57

4.4 Beispielitem (complex multiple choice) für M-CK über die Zusammenhänge von Elementen der Schulmathematik zur Hintergrundtheorie. Die gesetzten Kreuze markieren die korrekte Lösung. (vgl. Heinze et al., 2016.) 59

4.5 Beispiel für ein offenes Item für M-PCK zum Wissen über Instruktionsstrategien. Eine korrekte Lösung ist beispielsweise eine geeignete Darstellung einer *Permanenzreihe*, die mindestens die Gleichungen $2^2 = 4$ bis $2^0 = 1$ beinhaltet und jeweils eine Division durch 2 als Rechenoperation zwischen den Gleichungen andeutet. 59

4.6 Beispielitem für W-CK (multiple choice) zum Inhaltsgebiet der gesamtwirtschaftlichen Leistung (Zlatkin-Troitschanskaia et al., 2014). Das gesetzte Kreuz markiert die richtige Lösung. 61

4.7 Beispiel für ein offenes Item für W-PCK zum Itemtyp Reaktionen auf Schüleräußerungen zum Inhaltsgebiet Verkauf (Kuhn, 2014). Eine korrekte Lösung muss sowohl einen klaren Bezug zur Schülerschwierigkeit (Verwechslung von Garantie und Gewährleistung) als auch auf ein fachlich angemessenes Verhalten in diesem Verkaufsgespräch eingehen. 61

5.1 Saturiertes Pfadmodell mit standardisierten Regressionskoeffizienten für die Zusammenhänge zwischen M-CK, M-PCK, W-CK und W-PCK. (*$p < .05$, ***$p < .001$.) 66
5.2 Saturiertes Pfadmodell mit standardisierten Koeffizienten für AC, CK und PCK von angehenden und praktizierenden Lehrkräften der Fächer Mathematik und Wirtschaftswissenschaften. (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$.) 69
5.3 Zusammenhänge zwischen mathematischem Professionswissen (CK und PCK), RC und AC für Lehramtsstudierende und Lehrkräften mit mindestens fünf Monaten Praxiserfahrung. (*$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$.) 71

Tabellenverzeichnis

4.1 Kennwerte der Gesamtstichprobe (Teilstichprobengröße n, Alter in Jahren und Abiturnote) aufgelistet nach unterrichteten Fächern und Ausbildungsstufe. *Legende: M: Arithmetischer Mittelwert; Runde Klammer: Standardabweichung des Mittelwerts; Eckige Klammer: Fehlende Werte; Studierende: Lehramtsstudierende, Lehrkräften i. V.: Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst; Lehrkräfte: Lehrkräfte mit absolviertem Vorbereitungsdienst; *(Angehende) Lehrkräfte unterrichten ggf. weitere, von Mathematik und Wirtschaftswissenschaften verschiedene Fächer.* . 52

4.2 Reihenfolge der in den ELMaWi-Erhebungen eingesetzten Instrumente. *Hinweise:* [1]Die Testreihenfolge wurde hinsichtlich der Fächer variiert. [2]Jeweils für Lehramtsstudierende, Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst und praktizierende Lehrkräfte mit Fach Mathematik, Wirtschaftswissenschaften oder beiden Fächern. 63

5.1 Ergebnisse der Kategorisierung von AC-Antworten in den Fächern Mathematik und Wirtschaftswissenschaften für die $n = 6$ untersuchten Fälle dieser Studie. Die Zelleninhalte geben an, wie oft eine der Kategorien (A)–(E) pro Fall und Fach auftrat. Eingefärbte Zellen markieren die am häufigsten vorkommende Kategorie. 68

E.1 Inhaltliche Zusammensetzung der eingesetzten Skalen zur Erfassung des fachbezogenen Professionswissens in allen vier Studien. lxxi

Literaturverzeichnis

AERA, APA & NCME. (2014). *Standards for educational and psychological testing*. Washington DC: American Educational Research Association, American Psychological Association, and National Council on Measurement in Education.

Anderson, J. R. (1974). Retrieval of propositional information from long-term memory. *Cognitive Psychology*, *6* (4), 451–474. doi: 10.1016/0010-0285(74)90021-8

Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition* (Nr. 5). Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Anderson, J. R. (1996). ACT: A simple theory of complex cognition. *American Psychologist*, *51* (4), 355–365. doi: 10.1037/0003-066X.51.4.355

Anderson, J. R. (2013). *Kognitive Psychologie* (7. Aufl.; J. Funke, Hrsg.). Springer.

Anderson, J. R., Borst, J. P., Fincham, J. M., Ghuman, A. S., Tenison, C. & Zhang, Q. (2018). The Common Time Course of Memory Processes Revealed. *Psychological Science*, *29* (9), 1463–1474. doi: 10.1177/0956797618774526

Anderson, J. R., Bothell, D., Byrne, M. D., Douglass, S., Lebiere, C. & Qin, Y. (2004). An Integrated Theory of the Mind. *Psychological Review*, *111* (4), 1036–1060. doi: 10.1037/0033-295X.111.4.1036

Anderson, J. R. & Bower, G. H. (1974). A propositional theory of recognition memory. *Memory & Cognition*, *2* (3), 406–412. doi: 10.3758/BF03196896

Anderson, G., Benjamin, D. & Fuss, M. A. (1994). The Determinants of Success in University Introductory Economics Courses. *The Journal of Economic Education*, *25* (2), 99–119. doi: 10.2307/1183277

Artzt, A. F. & Armour-Thomas, E. (1998). Mathematics teaching as problem solving: A framework for studying teacher metacognition underlying instructional practice in mathematics. *Instructional Science*, *26* (1), 5–25. doi: 10.1023/A:1003083812378

Baer, M., Kocher, M., Wyss, C., Guldimann, T., Larcher, S. & Dörr, G. (2011). Lehrerbildung und Praxiserfahrung im ersten Berufsjahr und ihre Wirkung auf die Unterrichtskompetenzen von Studierenden und jungen Lehrpersonen im Berufseinstieg. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *14* (1), 85–117. doi: 10.1007/s11618-011-0168-5

Ball, D. L. (1990). The Mathematical Understandings that Prospective Teachers Bring to Teacher Education. *Elementary School Journal*, *90* (4), 449–66.

Ball, D. L. (2000). Bridging Practices: Intertwining Content and Pedagogy in Teaching and Learning to Teach. *Journal of Teacher Education*, *51* (3), 241–247. doi: 10.1177/002248710051003013

Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B. Davis & E. Simmt (Hrsg.), *Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (S. 3–14). Edmonton, Alberta, Canada: Candian Mathematics Education Study Group/Groupe Canadien d'étude en Didactique des Mathématiques.

Ball, D. L. & Hill, H. C. (2008). *Learning Mathematics for Teaching – Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) Measures. Mathematics Released Items.* (Bericht). Ann Arbor: University

of Michigan.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, *59* (5), 389–407. doi: 10.1177/0022487108324554

Ballard, C. L. & Johnson, M. F. (2004). Basic Math Skills and Performance in an Introductory Economics Class. *The Journal of Economic Education*, *35* (1), 3–23. doi: 10.3200/JECE.35.1.3-23

Barnhart, T. & van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, *45*, 83–93. doi: 10.1016/j.tate.2014.09.005

Bartels, H., Geelan, D. & Kulgemeyer, C. (2019). Developing an approach to the performance-oriented testing of science teachers' action-related competencies. *International Journal of Science Education*, *41* (14), 2024–2048. doi: 10.1080/09500693.2019.1658241

Baumert, J. & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *9* (4), 469–520. doi: 10.1007/s11618-006-0165-2

Baumert, J. & Kunter, M. (2011). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 29–54). Münster: Waxmann.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (2011). Professionelle Kompetenz von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Unterricht und die mathematischen Kompetenz von Schülerinnen und Schülern (COACTIV) – Ein Forschungsprogramm. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 7–25). Münster: Waxmann.

Beck, K. (2005). Ergebnisse und Desiderate zur Lehr-Lern-Forschung in der kaufmännischen Berufsausbildung. *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik*, *Bd. 101*, 533–556:3.

Berliner, D. C. (2001). Learning about and learning from expert teachers. *International Journal of Educational Research*, *35* (5), 463–482. doi: 10.1016/S0883-0355(02)00004-6

Bernardo, A. B. I. (2001). Analogical Problem Construction and Transfer in Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology*, *21* (2), 137–150. doi: 10.1080/01443410020043841

Besser, M. & Krauss, S. (2009). Zur Professionalität als Expertise. *Lehrprofessionalität. Bedingungen, Genese, Wirkungen und ihre Messung.*, 71–82.

Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J. & Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education*, *56*, 35–46. doi: 10.1016/j.tate.2016.02.003

Blömeke, S., Felbrich, A. & Müller, C. (2008). Theoretischer Rahmen und Untersuchungsdesign. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 15–48). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Gustafsson, J. & Shavelson, R. J. (2015). Beyond Dichotomies: Competence Viewed as a Continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, *223* (1), 3–13. doi: 10.1027/2151-2604/a000194

Blömeke, S., Hoth, J., Döhrmann, M., Busse, A., Kaiser, G. & König, J. (2015). Teacher Change During Induction: Development of Beginning Primary Teachers' Knowledge, Beliefs and Performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13* (2), 287–308. doi: 10.1007/s10763-015-9619-4

Blömeke, S., Kaiser, G., Döhrmann, M. & Lehmann, R. (2010). Mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen angehender Sekundarstufen-I-Lehrkräfte im internationalen Vergleich. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008: professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 197–238). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (2008). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (2010a). *TEDS-M 2008: Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (2010b). TEDS-M 2008 Sekundarstufe I: Ziele, Untersuchungsanlage und zentrale Ergebnisse. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008: professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 11–37). Münster: Waxmann.

Blömeke, S. & König, J. (2010). Messung des pädagogischen Wissens: Theoretischer Rahmen und Teststruktur. In S. Blömeke, G. Kaiser, R. Lehmann & I. A. for the Evaluation of Educational Achievement (Hrsg.), *TEDS-M 2008: professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 239–263). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., König, J., Busse, A., Suhl, U., Benthien, J., Döhrmann, M. & Kaiser, G. (2014). Von der Lehrerausbildung in den Beruf – Fachbezogenes Wissen als Voraussetzung für Wahrnehmung, Interpretation und Handeln im Unterricht. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *17* (3), 509–542. doi: 10.1007/s11618-014-0564-8

Blömeke, S., König, J., Suhl, U., Hoth, J. & Döhrmann, M. (2015). Wie situationsbezogen ist die Kompetenz von Lehrkräften? Zur Generalisierbarkeit der Ergebnisse von videobasierten Performanztests. *Zeitschrift für Pädagogik* (3/2015), 310–327.

Blömeke, S., Müller, C., Felbrich, A. & Kaiser, G. (2008). Epistemologische Überzeugungen zur Mathematik. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 219–246). Münster: Waxmann.

Blömeke, S., Seeber, S., Lehmann, R., Kaiser, G., Schwarz, B., Felbrich, A. & Müller, C. (2008). Messung des fachbezogenen Wissens angehender Mathematiklehrkräfte. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 49–88). Münster: Waxmann.

Blum, W., Neubrand, M., Ehmke, T., Senkbeil, M., Jordan, A., Ulfig, F. & Carstensen, C. H. (2004). Mathematische Kompetenz. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner & M. Neubrand (Hrsg.), *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland - Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs.* (S. 47–92). Münster: Waxmann.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D. & Agard, P. C. (1992). Learning to Teach Hard Mathematics: Do Novice Teachers and Their Instructors Give up Too Easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, *23* (3), 194. doi: 10.2307/749118

Borko, H., Roberts, S. A. & Shavelson, R. (2008). Teachers' Decision Making: from Alan J.

Bishop to Today. In P. Clarkson & N. Presmeg (Hrsg.), *Critical Issues in Mathematics Education: Major Contributions of Alan Bishop* (S. 37–67). Boston, MA: Springer. doi: 10.1007/978-0-387-09673-5_4

Borko, H. & Shavelson, R. J. (1990). Teacher decision making. *Dimensions of thinking and cognitive instruction*, 311–346.

Bremerich-Vos, A. & Dämmer, J. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Deutsch. In S. Blömeke et al. (Hrsg.), *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 47–75). Münster/New York/München/Berlin: Waxmann.

Brühwiler, C. & Blatchford, P. (2011). Effects of class size and adaptive teaching competency on classroom processes and academic outcome. *Learning and Instruction*, *21* (1), 95–108. doi: 10.1016/j.learninstruc.2009.11.004

Bromme, R. (1981). *Das Denken von Lehrern bei der Unterrichtsvorbereitung: eine empirische Untersuchung zu kognitiven Prozessen von Mathematiklehrern*. Weinheim/Basel: Beltz.

Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte. Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Bern: Hans Huber.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (Hrsg.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (Bd. 13, S. 73–88). Dordrecht: Kluwer.

Bromme, R. (2001). Teacher expertise. In N. J. Smelser & B. Baltes (Hrsg.), *International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences* (S. 26–15459).

Bromme, R. (2006). Die Erziehenden und Lehrenden. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie: ein Lehrbuch* (5. Aufl., S. 269–355). Weinheim: Beltz.

Bromme, R., Seeger, F. & Steinbring, H. (1990). *Aufgaben als Anforderungen an Lehrer und Schüler* (Nr. 14). Köln: Aulis-Verl. Deubner.

Bromme, R. & Tillema, H. (1995). Fusing experience and theory: The structure of professional knowledge. *Learning and Instruction*, *5* (4), 261–267. doi: 10.1016/0959-4752(95)00018-6

Brown, A. L. (1989). Analogical learning and transfer: What develops? In *Similarity and analogical reasoning* (S. 369–412). New York, NY, US: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511529863.019

Brown, A. L. (1992). Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings. *Journal of the Learning Sciences*, *2* (2), 141–178. doi: 10.1207/s15327809jls0202_2

Buchholtz, N. & Kaiser, G. (2013). Professionelles Wissen im Studienverlauf: Lehramt Mathematik. In S. Blömeke et al. (Hrsg.), *Professionelle Kompetenzen im Studienverlauf: Weitere Ergebnisse zur Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehrerausbildung aus TEDS-LT* (S. 107–143). Münster/New York/München/Berlin: Waxmann.

Calderhead, J. (1996). Teachers: Beliefs and knowledge. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Hrsg.), *Handbook of educational psychology* (S. 709–725). London, England: Prentice Hall International.

Carlson, J. & Daehler, K. R. (2019). The Refined Consensus Model of Pedagogical Content Knowledge in Science Education. In A. Hume, R. Cooper & A. Borowski (Hrsg.), *Repositioning Pedagogical Content Knowledge in Teachers' Knowledge for Teaching Science* (S. 77–92). Singapore: Springer. doi: 10.1007/978-981-13-5898-2_2

Carter, K., Cushing, K., Sabers, D., Stein, P. & Berliner, D. (1988). Expert-Novice Differences in Perceiving and Processing Visual Classroom Information. *Journal of Teacher Education*, *39* (3), 25–31. doi: 10.1177/002248718803900306

Casale, M. B., Roeder, J. L. & Ashby, F. G. (2012). Analogical transfer in perceptual categorization. *Memory & Cognition*, *40* (3), 434–449. doi: 10.3758/s13421-011-0154-4

Charalambous, C. Y. (2008). *Preservice teachers' mathematical knowledge for teaching and their performance in selected teaching practices: Exploring a complex relationship* (Unveröffentlichte Dissertation). University of Michigan, Ann Arbour.

Charalambous, C. Y. (2019). Reflecting on the troubling relationship between teacher knowledge and instructional quality and making a case for using an animated teaching simulation to disentangle this relationship. *ZDM Mathematics Education*. doi: 10.1007/s11858-019-01089-x

Christiansen, B. & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Hrsg.), *Perspectives on Mathematics Education: Papers Submitted by Members of the Bacomet Group.* Dordrecht: Reidel.

Clancey, W. J. (1993). Situated action: A neuropsychological interpretation response to Vera and Simon. *Cognitive Science*, *17* (1), 87–116. doi: 10.1016/S0364-0213(05)80013-8

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. Aufl.). New York: Academic Press.

Cramer, C. (2014). Theorie und Praxis in der Lehrerbildung. Bestimmung des Verhältnisses durch Synthese von theoretischen Zugängen, empirischen Befunden und Realisierungsformen. *DDS Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Bildungspolitik und pädagogische Praxis*, *106* (4), 344–357.

Darling-Hammond, L. & Baratz-Snowden, J. (Hrsg.). (2005). *A good teacher in every classroom. Preparing the highly qualified teachers our children deserve*. San Francisco: Jossey-Bass.

Deary, I. J. (2012). Intelligence. *Annual Review of Psychology*, *63* (1), 453–482. doi: 10.1146/annurev-psych-120710-100353

de Groot, A. (1976). *Thought and Choice in Chess* (G. W. Baylor, Hrsg.). The Hague, Netherlands: Mouton.

Depaepe, F., Verschaffel, L. & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, *34*, 12–25. doi: 10.1016/j.tate.2013.03.001

Deutscher, V. & Winther, E. (2015). Kaufmännische Kompetenz im Ausbildungsverlauf - Befunde einer pseudolängsschnittlichen Studie. *Empirische Pädagogik*, *29*, 61–83.

Döhrmann, M., Kaiser, G. & Blömeke, S. (2010). Messung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens: Theoretischer Rahmen und Teststruktur. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *TEDS-M 2008: professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich* (S. 169–196). Münster: Waxmann.

Dick, A. (2009). Kognitiv verlässliches und sozial robustes Wissen in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung? In G. H. Neuweg (Hrsg.), *Wissen-Können-Reflexion: Ausgewählte Verhältnisbestimmungen* (S. 223–244). Innsbruck: StudienVerlag.

Dreher, A. (2015). *Dealing with multiple representations in the mathematics classroom: Teachers' views, knowledge, and their noticing* (Unveröffentlichte Dissertation). Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Ludwigsburg.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers Facing the Dilemma of Multiple Representations Being Aid and Obstacle for Learning: Evaluations of Tasks and Theme-Specific Noticing. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *36* (1), 23–44. doi: 10.1007/s13138-014-0068-3

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What Kind of Content Knowledge do Secondary Mathematics Teachers Need? A Conceptualization Taking into Account Academic and School Mathematics. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *39* (2), 319–341. doi: 10.1007/s13138-018-0127-2

Evans, J. S. B. T. (2007). On the resolution of conflict in dual process theories of reasoning. *Thinking & Reasoning*, *13* (4), 321–339. doi: 10.1080/13546780601008825

Evans, J. S. B. T. & Stanovich, K. E. (2013). Dual-Process Theories of Higher Cognition: Advancing the Debate. *Perspectives on Psychological Science*, *8* (3), 223–241. doi: 10.1177/1745691612460685

Fauth, B., Decristan, J., Rieser, S., Klieme, E. & Büttner, G. (2014). Student ratings of teaching quality in primary school: Dimensions and prediction of student outcomes. *Learning and Instruction*, *29*, 1–9. doi: 10.1016/j.learninstruc.2013.07.001

Fend, H. (1998). *Qualität im Bildungswesen. Schulforschung zu Systembedingungen, Schulprofilen und Lehrerleistung*. Weinheim u. a.: Beltz.

Fischer, R. & Malle, G. (1985). *Mensch und Mathematik: eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln* (Nr. 5). Mannheim: Bibliographisches Institut.

Forster, K. I. & Davis, C. (1984). Repetition priming and frequency attenuation in lexical access. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *10* (4), 680–698. doi: 10.1037/0278-7393.10.4.680

Friesen, M. E., Kuntze, S. & Vogel, M. (2018). Videos, Texte oder Comics? Die Rolle des Vignettenformats bei der Erhebung fachdidaktischer Analysekompetenz zum Umgang mit Darstellungen im Mathematikunterricht. In J. Rutsch, M. Rehm, M. Vogel, M. Seidenfuß & T. Dörfler (Hrsg.), *Effektive Kompetenzdiagnose in der Lehrerbildung* (S. 153–177). Wiesbaden: Springer. doi: 10.1007/978-3-658-20121-0_8

Funke, J. (2014). Solving Complex Problems: Exploration and Control of Complex Social Systems. In R. J. Sternberg, P. A. Frensch & P. A. Frensch (Hrsg.), *Complex Problem Solving : Principles and Mechanisms* (S. 185–222). Psychology Press. doi: 10.4324/9781315807546

Gary, M. S., Wood, R. E. & Pillinger, T. (2012). Enhancing mental models, analogical transfer, and performance in strategic decision making. *Strategic Management Journal*, *33* (11), 1229–1246. doi: 10.1002/smj.1979

Gentner, D. (2006). Analogical Reasoning, Psychology of. In *Encyclopedia of Cognitive Science*. American Cancer Society. doi: 10.1002/0470018860.s00473

Gentner, D., Loewenstein, J., Thompson, L. & Forbus, K. D. (2009). Reviving Inert Knowledge: Analogical Abstraction Supports Relational Retrieval of Past Events. *Cognitive Science*, *33* (8), 1343–1382. doi: 10.1111/j.1551-6709.2009.01070.x

Gentner, D. & Maravilla, F. (2018). Analogical reasoning. In L. J. Ball & V. A. Thompson (Hrsg.), *International Handbook of Thinking and Reasoning* (S. 186–203). New York: Psychology Press.

Gick, M. L. & Holyoak, K. J. (1980). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology*, *12* (3), 306–355. doi: 10.1016/0010-0285(80)90013-4

Glaser, R. & Chi, M. T. H. (1988). Overview. In M. T. H. Chi, R. Glaser & M. J. Farr (Hrsg.), *The nature of expertise* (3. print Aufl.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Goldsmith, L. T. & Seago, N. (2011). Using classroom artifacts to focus teachers' noticing: Affordances and opportunities. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Hrsg.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes* (S. 169–187). New York: Taylor & Francis.

Goldstone, R. L. & Medin, D. L. (1994). Time course of comparison. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *20* (1), 29–50. doi: 10.1037/0278-7393.20.1.29

Goodwin, C. (1994). Professional Vision. *American Anthropologist*, *96* (3), 606–633. doi: 10.1525/aa.1994.96.3.02a00100

Greeno, J. G., Moore, J. L. & Smith, D. R. (1993). Transfer of situated learning. In *Transfer on trial: Intelligence, cognition, and instruction* (S. 99–167). Westport: Ablex.

Große, C. S. (2005). *Lernen mit multiplen Lösungswegen* (Nr. 47). Münster/New York/München/Berlin: Waxmann.

Großschedl, J., Harms, U., Glowinski, I. & Waldmann, M. (2014). Professionswissen angehender biologielehrkräfte: Das kil-projekt. *MNU Journal*, *67* (8), 457–462.

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E. & Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record*, *111* (9), 2055–2100.

Gruber, H. & Mandl, H. (1996). Das Entstehen von Expertise. In J. Hoffmann & W. Kintsch (Hrsg.), *Lernen* (S. 583–615). Göttingen: Hogrefe.

Hattie, J. (2009). *Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London/New York: Routledge.

Hefendehl-Hebeker, L. (1996). Aspekte des Erklaerens von Mathematik. *Mathematica didactica*, *19* (1), 23–38.

Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A. & Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *19* (2), 329–349. doi: 10.1007/s11618-016-0674-6

Heinze, A. & Lindmeier, A. (2007). *Paper and pencil test or video based instruments: how to measure teacher competence?* (Bericht Nr. 52). Oberwolfach: Oberwolfach Reports.

Helmke, A. (2003). *Unterrichtsqualität erfassen, bewerten, verbessern.* (F.-E. Weinert, Hrsg.). Seelze: Kallmeyer.

Hepberger, B., Lindmeier, A., Moser Opitz, E. & Heinze, A. (2017). „Zähl' nochmal genauer!" – Handlungsnahe mathematikbezogene Kompetenzen von pädagogischen Fachkräften erheben. In S. Schuler, C. Streit & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* (S. 239–253). Wiesbaden: Springer.

Hepberger, B., Moser Opitz, E., Heinze, A. & Lindmeier, A. (2019). Entwicklung und Validierung eines Tests zur Erfassung der mathematikspezifischen professionellen Kompetenzen von frühpädagogischen Fachkräften. *Psychologie in Erziehung und Unterricht (Preprint Online)*, 1–14.

Herbst, P. & Chazan, D. (2006). Producing a viable story of geometric instruction: What kind of representation calls forth teachers' practical rationality? *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the international group for the psychology of mathematics education*, *2*, 213–220.

Hill, H. C., Ball, D. L., Blunk, M., Goffney, I. M. & Rowan, B. (2007). Validating the Ecological Assumption: The Relationship of Measure Scores to Classroom Teaching and Student Learning. *Measurement: Interdisciplinary Research & Perspective*, *5* (2-3), 107–118. doi: 10.1080/15366360701487138

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L. & Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, *26* (4), 430–511. doi: 10.1080/07370000802177235

Hill, H. C. & Chin, M. (2018). Connections Between Teachers' Knowledge of Students, Instruction, and Achievement Outcomes. *American Educational Research Journal*, *55* (5), 1076–1112. doi: 10.3102/0002831218769614

Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, *42* (2), 371–406. doi: 10.3102/00028312042002371

Hill, H. C., Schilling, S. & Ball, D. (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary School Journal*, *105* (1), 11–30.

Hofer, B. K. & Pintrich, P. R. (2002). *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing*. Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Hoth, J., Jeschke, C., Dreher, A., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2019, November). Ist akademisches Fachwissen hinreichend für den Erwerb eines berufsspezifischen Fachwissens im Lehramtsstudium? Eine Untersuchung der Trickle-down-Annahme. *Journal für Mathematik-Didaktik*. doi: 10.1007/s13138-019-00152-0

Hudson, H. T. & Liberman, D. (1982). The combined effect of mathematics skills and formal operational reasoning on student performance in the general physics course. *American journal of Physics*, *50* (12), 1117–1119.

Ivankova, N. V., Creswell, J. W. & Stick, S. L. (2006). Using Mixed-Methods Sequential Explanatory Design: From Theory to Practice. *Field Methods*, *18* (1), 3–20. doi: 10.1177/1525822X05282260

Jackson, P. (1986). *Life in Classrooms*. New York/London: Teachers College Press.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C. & Philipp, R. A. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41* (2), 169–202.

Jeschke, C., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2017). What do mathematics pre-service teachers lack for mastering instructional demands. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh & B. H. Choy (Hrsg.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 3, S. 33–41). Singapore: PME.

Kahneman, D. (2011). *Thinking, fast and slow* (1st ed Aufl.). New York: Farrar, Straus and Giroux.

Kaiser, G., Blömeke, S., König, J., Busse, A., Döhrmann, M. & Hoth, J. (2017). Professional competencies of (prospective) mathematics teachers—cognitive versus situated approaches. *Educational Studies in Mathematics*, *94* (2), 161–182. doi: 10.1007/s10649-016-9713-8

Kaiser, G., Busse, A., Hoth, J., König, J. & Blömeke, S. (2015). About the Complexities of Video-Based Assessments: Theoretical and Methodological Approaches to Overcoming Shortcomings of Research on Teachers' Competence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13* (2), 369–387. doi: 10.1007/s10763-015-9616-7

Kennedy, M. (1990). *A survey of recent literature on teachers' subject matter knowledge* (research report). East Lansing, Michigan: National Center for Research on Teacher Education.

Kersting, N. B. (2008). Using Video Clips of Mathematics Classroom Instruction as Item Prompts to Measure Teachers' Knowledge of Teaching Mathematics. *Educational and Psychological Measurement*, *68* (5), 845–861. doi: 10.1177/0013164407313369

Kersting, N. B., Givvin, K. B., Sotelo, F. L. & Stigler, J. W. (2010). Teachers' Analyses of Classroom Video Predict Student Learning of Mathematics: Further Explorations of a Novel Measure of Teacher Knowledge. *Journal of Teacher Education*, *61* (1-2), 172–181.

Kersting, N. B., Givvin, K. B., Thompson, B. J., Santagata, R. & Stigler, J. W. (2012). Measuring Usable Knowledge Teachers' Analyses of Mathematics Classroom Videos Predict Teaching Quality and Student Learning. *American Educational Research Journal*, *49* (3), 568–589. doi: 10.3102/0002831212437853

Kersting, N. B., Smith, J. E., Vezino, B., Chen, M.-K. & Stigler, J. W. (im Review). What Makes Knowledge for Teaching Usable? *ZDM Mathematics Education*.

Kersting, N. B., Sutton, T., Kalinec-Craig, C., Stoehr, K. J., Heshmati, S., Lozano, G. & Stigler, J. W. (2016). Further exploration of the classroom video analysis (CVA) instrument as a measure of usable knowledge for teaching mathematics: taking a knowledge system perspective. *ZDM Mathematics Education*, *48* (1-2), 97–109. doi: 10.1007/s11858-015-0733-0

Kersting, N. B., Vezino, B., Chen, M.-K., Wood, M. B. & Stigler, J. W. (2018). *Aligning Current Views of Cognition with Measuring Usable Mathematics Teaching Knowledge and Decision-Making.* Berlin. (Vortrag auf der Junior Faculty Research Conference am 06.12.2018)

Kirschner, P. A., Verschaffel, L., Star, J. & Van Dooren, W. (2017). There is more variation

within than across domains: an interview with Paul A. Kirschner about applying cognitive psychology-based instructional design principles in mathematics teaching and learning. *ZDM Mathematics Education*, *49* (4), 637–643. doi: 10.1007/s11858-017-0875-3

Klaczynski, P. A. (2000). Motivated Scientific Reasoning Biases, Epistemological Beliefs, and Theory Polarization: A Two-Process Approach to Adolescent Cognition. *Child Development*, *71* (5), 1347–1366.

Kleickmann, T. & Anders, Y. (2011). Lernen an der Universität. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 305–315). Münster: Waxmann.

Kleickmann, T., Großschedl, J., Harms, U., Heinze, A., Herzog, S., Hohenstein, F., … Zimmermann, F. (2014). Professionswissen von Lehramtsstudierenden der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer – Testentwicklung im Rahmen des Projekts KiL. *Unterrichtswissenschaft*, *42* (3), 280–288.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' Content Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: The Role of Structural Differences in Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, *64* (1), 90–106. doi: 10.1177/0022487112460398

Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus: Teil I: Arithmetik, Algebra, Analysis*. Leipzig: Teubner.

Klieme, E., Schümer, G. & Knoll, S. (2001). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. „Aufgabenkultur" und Unterrichtsgestaltung. In Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) (Hrsg.), (S. 43–57). Bonn: BMBF.

Kline, P. (2000). *The handbook of psychological testing* (Second edition Aufl.). London/New York: Routledge.

Klusmann, U. (2011). Allgemeine berufliche Motivation und Selbstregulation. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 277–294). Münster: Waxmann.

KMK. (2004). *Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften.* Bonn: Ständige Kultusministerkonferenz (KMK) Länder in der Bundesrepublik Deutschland.

KMK. (2008). *Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16. Oktober 2008)*. Bonn: Ständige Kultusministerkonferenz (KMK) Länder in der Bundesrepublik Deutschland.

Knievel, I., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2015). Beyond Knowledge: Measuring Primary Teachers' Subject-Specific Competences in and for Teaching Mathematics with Items Based on Video Vignettes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13* (2), 309–329. doi: 10.1007/s10763-014-9608-z

König, J. (2015). Measuring classroom management expertise (CME) of teachers: A video-based assessment approach and statistical results. *Cogent Education*, *2* (1). doi: 10.1080/2331186X.2014.991178

König, J., Blömeke, S. & Doll, J. (2011). Pädagogisches Wissen von Deutsch-, Englisch- und Mathematiklehramtsstudierenden. In S. Blömeke, A. Bremerich-Vos, H. Haudeck, G. Kaiser, G. Nold & K. Schwippert (Hrsg.), *Kompetenzen von Lehramtsstudierenden in gering strukturierten Domänen. Erste Ergebnisse aus TEDS-LT* (S. 135–157). Waxmann.

König, J., Doll, J., Buchholtz, N., Förster, S., Kaspar, K., Rühl, A.-M., … Kaiser, G. (2018). Pädagogisches Wissen versus fachdidaktisches Wissen? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *21* (3), 1–38. doi: 10.1007/s11618-017-0765-z

König, J., Rothland, M. & Schaper, N. (Hrsg.). (2018). *Learning to Practice, Learning to Reflect?*

Wiesbaden: Springer. doi: 10.1007/978-3-658-19536-6

Krapp, A. (1993). *Interesse und Studium: Forschungsansätze, Befunde und Konsequenzen* (Bericht Nr. 32). München: Universität der Bundeswehr.

Krauss, S., Baumert, J. & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. *ZDM Mathematics Education*, *40* (5), 873–892. doi: 10.1007/s11858-008-0141-9

Krauss, S., Blum, W., Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M., … Elsner, J. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen Professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV.* (S. 135–161). Münster: Waxmann.

Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M., Kunter, M. & Jordan, A. (2008). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *29* (3-4), 233–258. doi: 10.1007/BF03339063

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (3. Aufl.). Berlin: Springer.

Kuhl, J. (1987). Motivation und Hanldungskontrolle: Ohne guten Willen geht es nicht. In H. Heckhausen, P. Gollwitzer & F. E. Weinert (Hrsg.), *Jenseits des Rubikon: Der Wille in den Humanwissenschaften* (S. 101–120). Berlin/Heidelberg: Springer.

Kuhn, C. (2014). *Fachdidaktisches Wissen von Lehrkräften im kaufmännisch-verwaltenden Bereich: modellbasierte Testentwicklung und Validierung*. Landau: Empirische Pädagogik.

Kuhn, C., Zlatkin-Troitschanskaia, O., Brückner, S. & Saas, H. (2018). A new video-based tool to enhance teaching economics. *International Review of Economics Education*, *27*, 24–33. doi: 10.1016/j.iree.2018.01.007

Kulgemeyer, C. & Tomczyszyn, E. (2015). Physik erklären – Messung der Erklärensfähigkeit angehender Physiklehrkräfte in einer simulierten Unterrichtssituation. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, *21* (1), 111–126. doi: 10.1007/s40573-015-0029-5

Kunter, M. (2011). Motivation als Teil der professionellen Komptenz – Foschungsbefunde zum Enthusiasmus von Lehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 259–275). Münster: Waxmann.

Kunter, M. & Baumert, J. (2011). Das mathematikspezifische Wissen von Lehrkräften, kognitive Aktivierung im Unterricht und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 163–192). Münster: Waxmann.

Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.

Kunter, M. & Voss, T. (2011). Das Modell der Unterrichtsqualität in COACTIV: Eine multikriteriale Analyse. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 85–113). Münster: Waxmann.

Landis, J. R. & Koch, G. G. (1977). The Measurement of Observer Agreement for Categorical Data. *Biometrics*, *33* (1), 159–174. doi: 10.2307/2529310

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511609268

Liepmann, D., Beauducel, A., Brocke, B. & Amthauer, R. (2007). *Intelligenz-Struktur-Test 2000 R.* Göttingen: Hogrefe.

Lindmeier, A. (2011). *Modeling and Measuring Knowledge and Competencies of Teachers: A Threefold Domain-specific Structure Model, Exemplified for Mathematics Teachers, Operationalized with Computer- and Video-based Methods*. Münster: Waxmann.

Lindmeier, A. (2013). Video-vignettenbasierte standardisierte Erhebung von Lehrerkognitionen. In U. M. Riegel (Hrsg.), *Videobasierte Kompetenzforschung in den Fachdidaktiken.* (S. 45–61). Münster u. a.: Waxmann.

Lindmeier, A., Heinze, A. & Reiss, K. (2013). Eine Machbarkeitsstudie zur Operationalisierung aktionsbezogener Kompetenz von Mathematiklehrkräften mit videobasierten Maßen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *34* (1), 99–119. doi: 10.1007/s13138-012-0046-6

Lindmeier, A., Seemann, S., Kuratli-Geeler, S., Wullschleger, A., Dunekacke, S., Leuchter, M., … Heinze, A. (angenommen). Modelling early childhood teachers' mathematics-specific professional competences and their differential growth through professional development – An aspect of structural validity. *Research in Mathematics Education*.

Lindmeier, A., Seemann, S., Wullschleger, A., Meier-Wyder, A., Dunekacke, S., Moser Opitz, E., … Vogt, F. (in Vorbereitung). Early childhood teachers' mathematics-specific professional competences and their relation to the quality of learning support – Aspect of structural and predictive validity.

Loch, C. (2015). *Komponenten des mathematischen Fachwissens von Lehramtsstudierende n*. Dr. Hut.

Loch, C., Lindmeier, A. & Heinze, A. (2013). Instrumententwicklung zur Erfassung professionellen Wissens von Lehramtsstudierenden. *Beiträge zum Mathematikunterricht*. doi: 10.17877/DE290R-14008

Loch, C., Lindmeier, A. M. & Heinze, A. (2015). The Missing Link? – School-Related Content Knowledge of Pre-Service Mathematics Teachers. In K. Beswick, T. Muir & J. Fielding-Wells (Hrsg.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 3, S. 209–216). Hobart: PME.

Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra* (E. C. Wittmann, Hrsg.). Vieweg/Teubner.

Marchant, G., Robinson, J., Anderson, U. & Schadewald, M. (1991). Analogical transfer and expertise in legal reasoning. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, *48* (2), 272–290. doi: 10.1016/0749-5978(91)90015-L

Markman, A. B. & Gentner, D. (1993). Structural Alignment during Similarity Comparisons. *Cognitive Psychology*, *25* (4), 431–467. doi: 10.1006/cogp.1993.1011

Matz, M. (1982). Towards a process model for high school algebra errors. In D. Sleeman & J. S. Brown (Hrsg.), *Intelligent tutoring systems* (S. 25–50).

Meltzer, D. E. (2002). The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gains in physics: A possible "hidden variable" in diagnostic pretest scores. *American Journal of Physics*, *70* (12), 1259–1268. doi: 10.1119/1.1514215

Meyer, H. (2007). *Leitfaden Unterrichtsvorbereitung* (1. Auflage Aufl.). Berlin: Cornelsen.

Müller, C., Felbrich, A. & Blömeke, S. (2008a). Überzeugungen zum Lehren und Lernen von Mathematik. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 247–276). Münster: Waxmann.

Müller, C., Felbrich, A. & Blömeke, S. (2008b). Schul- und professionstheoretische Überzeugungen. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 277–303). Münster: Waxmann.

Nadler, J., Thompson, L. & Boven, L. V. (2003). Learning Negotiation Skills: Four Models of

Knowledge Creation and Transfer. *Management Science*, *49* (4), 529–540. doi: 10.1287/mnsc.49.4.529.14431

Olszewski, J., Neumann, K. & Fischer, H. E. (2010). Measuring Physics Teachers' Declarative and Procedural PCK. In M. Taşar & G. Çakmakcı (Hrsg.), *Contemporary science education research: teaching*. Ankara: Pegem Akademi.

Op't Eynde, P., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2002). Framing Students' Mathematics-Related Beliefs. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Hrsg.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (S. 13–37). Dordrecht: Springer. doi: 10.1007/0-306-47958-3_2

Pirolli, P. L. & Anderson, J. R. (1985). The role of learning from examples in the acquisition of recursive programming skills. *Canadian Journal of Psychology/Revue canadienne de psychologie*, *39* (2), 240–272. doi: 10.1037/h0080061

Pyszczynski, T., Greenberg, J. & Solomon, S. (1999). A dual-process model of defense against conscious and unconscious death-related thoughts: An extension of terror management theory. *Psychological Review*, *106* (4), 835–845. doi: 10.1037/0033-295X.106.4.835

Rach, S. (2014). *Charakteristika von Lehr-Lern-Prozessen im Mathematikstudium: Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester*. Waxmann.

Reeves, L. & Weisberg, R. W. (1994). The role of content and abstract information in analogical transfer. *Psychological Bulletin*, *115* (3), 381–400. doi: 10.1037/0033-2909.115.3.381

Reis, J. (1996). *Inventar zur Messung der Ambiguitätstoleranz: (IMA) ; Manual*. Heidelberg: Asanger.

Renkl, A. (1994). *Träges Wissen: Die ünerklärliche"Kluft zwischen Wissen und Handeln* (Forschungsbericht Nr. Nr. 41). München: LMU München, Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie.

Renkl, A., Mandl, H. & Gruber, H. (1996). Inert knowledge: Analyses and remedies. *Educational Psychologist*, *31* (2), 115–121. doi: 10.1207/s15326985ep3102_3

Riese, J., Gramzow, Y. & Reinhold, P. (2017). Die Messung fachdidaktischen Wissens bei Anfängern und Fortgeschrittenen im Lehramtsstudiengang Physik. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, *23* (1), 99–112. doi: 10.1007/s40573-017-0059-2

Ross, B. H. (1987). This is like that: The use of earlier problems and the separation of similarity effects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *13* (4), 629–639. doi: 10.1037/0278-7393.13.4.629

Ross, B. H. & Kennedy, P. T. (1990). Generalizing from the use of earlier examples in problem solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *16* (1), 42–55. doi: 10.1037/0278-7393.16.1.42

Runesson, U. (2005). Beyond discourse and interaction. Variation: a critical aspect for teaching and learning mathematics. *Cambridge Journal of Education*, *35* (1), 69–87. doi: 10.1080/0305764042000332506

Saas, H., Kuhn, C. & Zlatkin-Troitschanskaia, O. (im Druck). Ein videobasiertes Lehr-Lernformat als innovativer hochschuldidaktischer Ansatz in der wirtschaftspädagogischen Lehrerausbildung. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*.

Santagata, R., Kersting, N., Givvin, K. B. & Stigler, J. W. (2010). Problem Implementation as a Lever for Change: An Experimental Study of the Effects of a Professional Development Program on Students' Mathematics Learning. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, *4* (1), 1–24. doi: 10.1080/19345747.2010.498562

Schaarschmidt, U. & Fischer, A. W. (1997). AVEM – ein diagnostisches Instrument zur Differenzierung von Typen gesundheitsrelevanten Verhaltens und Erlebens gegenüber der Arbeit. *Zeitschrift für Differenzielle und Diagnostische Psychologie*, *18* (3), 151–163.

Schifter, D. (2011). Examining the Behaviour of Operations: Noticing Early Alegbraic Ideas. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Hrsg.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes* (S. 204–220). New York: Taylor & Francis.

Schmidt, W., Tatto, M. T., Bankov, K., Blömeke, S., Cedillo, T., Cogan, L., … Schwille, J. (2007). *Thepreparation gap: Teacher education for middle school mathematics in six countries (MT21 report).* (Bericht). East Lansing, MI: Michigan State University.

Schmitz, G. S. & Schwarzer, R. (2000). Selbstwirksamkeitserwartung von Lehrern: Längsschnittbefunde mit einem neuen Instrument: Perceived Self-Efficacy of Teachers: Longitudinal Findings with a New Instrument. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *14* (1), 12–25. doi: 10.1024//1010-0652.14.1.12

Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: how professionals think in action*. New York: Basic Books.

Schoenfeld, A. H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of „well-taught" mathematics courses. *Educational Psychologist*, *23* (2), 145–166. doi: 10.1207/s15326985ep2302_5

Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, *4* (1), 1–94. doi: 10.1016/S1080-9724(99)80076-7

Schoenfeld, A. H. (2008). On Modeling Teachers' In-the-Moment Decision Making. *Journal for Research in Mathematics Education*, *14*, 45–96.

Schoenfeld, A. H. (2010). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications*. Taylor & Francis.

Schupp, J. & Gerlitz, J.-Y. (2014). *Big Five Inventory-SOEP (BFI-S)* (working Paper). (Doi: 10.6102/zis54)

Seidel, T. (2014). Angebots-Nutzungs-Modelle in der Unterrichtspsychologie. Integration von Struktur- und Prozessparadigma. *Zeitschrift für Pädagogik*, *60* (6), 850–866.

Seidel, T. & Stürmer, K. (2014). Modeling and Measuring the Structure of Professional Vision in Preservice Teachers. *American Educational Research Journal*. doi: 10.3102/0002831214531321

Shavelson, R. J. & Stern, P. (1981). Research on Teachers' Pedagogical Thoughts, Judgments, Decisions, and Behavior. *Review of Educational Research*, *51* (4), 455–498. doi: 10.3102/00346543051004455

Sherin, M. G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron & S. Derry (Hrsg.), *Video research in the learning sciences* (S. 383–395). NJ: Lawrence Erlbaum.

Sherin, M. G., Jacobs, V. R. & Philipp, R. A. (2011). Situating the study of teacher noticing: Seeing through teachers' eyes. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Hrsg.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes.* New York: Taylor and Francis.

Sherin, M. G. & van Es, E. A. (2009). Effects of Video Club Participation on Teachers' Professional Vision. *Journal of Teacher Education*, *60* (1), 20–37. doi: 10.1177/0022487108328155

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, *15* (2), 4–14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, *57* (1), 1–23. doi: 10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Star, J. R., Lynch, K. & Perova, N. (2011). Using Video to Improve Preservice Mathematics Teachers' Abilities to Attend to Classroom Features: A Replication Study. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Hrsg.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes* (S. 117–133). New York: Taylor & Francis.

Star, J. R. & Stylianides, G. J. (2013). Procedural and Conceptual Knowledge: Exploring the Gap Between Knowledge Type and Knowledge Quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *13* (2), 169–181. doi: 10.1080/14926156.2013.784828

Stender, A., Brückmann, M. & Neumann, K. (2015). Vom Professionswissen zum kompetenten Handeln im Unterricht: Die Rolle der Unterrichtsplanung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, *33* (1), 121–133.

Stender, A., Brückmann, M. & Neumann, K. (2017). Transformation of topic-specific professional knowledge into personal pedagogical content knowledge through lesson planning. *International Journal of Science Education*, *39* (12), 1690–1714. doi: 10.1080/09500693.2017.1351645

Stürmer, K., Könings, K. D. & Seidel, T. (2013). Declarative knowledge and professional vision in teacher education: Effect of courses in teaching and learning. *British Journal of Educational Psychology*, *83* (3), 467–483. doi: 10.1111/j.2044-8279.2012.02075.x

Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Peck, R. & Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework.* (Bericht). East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.

Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., … Reckase, M. (2012). *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (Teds-M).* Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) Secretariat.

Terhart, E. (2012). Wie wirkt Lehrerbildung? Forschungsprobleme und Gestaltungsfragen. *Zeitschrift für Bildungsforschung*, *2* (1), 3–21. doi: 10.1007/s35834-012-0027-3

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 127–146). New York: Macmillan.

Tröbst, S., Kleickmann, T., Heinze, A., Bernholt, A., Rink, R. & Kunter, M. (2018). Teacher knowledge experiment: Testing mechanisms underlying the formation of preservice elementary school teachers' pedagogical content knowledge concerning fractions and fractional arithmetic. *Journal of Educational Psychology*. doi: 10.1037/edu0000260

Trench, M. & Minervino, R. A. (2017). Cracking the Problem of Inert Knowledge: Portable Strategies to Access Distant Analogs From Memory. In B. H. Ross (Hrsg.), *Psychology of Learning and Motivation* (Bd. 66, S. 1–41). Academic Press. doi: 10.1016/bs.plm.2016.11.001

van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, *24* (2), 244–276. doi: 10.1016/j.tate.2006.11.005

van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2010). The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13* (2), 155–176. doi: 10.1007/s10857-009-9130-3

Van Overschelde, J. P., Rawson, K. A., Dunlosky, J. & Hunt, R. R. (2005). Distinctive Processing Underlies Skilled Memory. *Psychological Science*, *16* (5), 358–361. doi: 10.1111/j.0956-7976.2005.01540.x

Vollrath, H.-J. (2001). *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe* (2. Aufl.). Heidelberg: Spektrum.

von Hering, R. J. (2016). *Erweiterung und Optimierung eines videobasierten Messinstruments zur Kompetenz von Mathematik-Lehrkräften.* Unveröffentlichte Masterarbeit. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.

Voss, T., Kleickmann, T., Kunter, M. & Hachfeld, A. (2011). Überzeugungen von Mathematiklehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungspro-*

gramms COACTIV (S. 235–258). Münster: Waxmann.

Voss, T. & Kunter, M. (2011). Pädagogisch-psychologisches Wissen von Lehrkräften. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 193–214). Münster: Waxmann.

Wahl, D. (1991). *Handeln unter Druck. Der weite Weg vom Wissen zum Handeln bei Lehrern, Hochschullehrern und Erwachsenenbildnern.* Weinheim: Deutscher Studien-Verlag.

Walstad, W. B., Watts, M. W. & Rebeck, K. (2007). *Test of understanding in college economics: examiner's manual* (4th ed Aufl.). New York, NY: National Council on Economic Education.

Wason, P. & Evans, J. S. B. T. (1974). Dual processes in reasoning? *Cognition*, *3* (2), 141–154. doi: 10.1016/0010-0277(74)90017-1

Weinert, F. E. (2002). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (2., unveränd. Aufl., S. 17–31). Weinheim: Beltz.

Weisermann, M. (2016). *Mathematische Anforderungssituationen in der Sekundarstufe II: ein videobasiertes Erhebungsinstrument für Lehrkräfte.* Unveröffentlichte Masterarbeit. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.

Whitehead, A. N. (1929). *The aims of education and other essays*. New York: Macmillan Co.

Williams, M. L., Waldauer, C. & Duggal, V. G. (1992). Gender Differences in Economic Knowledge: An Extension of the Analysis. *The Journal of Economic Education*, *23* (3), 219. doi: 10.2307/1183224

Wu, H. (2011). The mis-education of mathematics teachers. *Notices of the American Mathematical Society*, *58* (3), 372–384.

Zlatkin-Troitschanskaia, O., Förster, M., Brückner, S. & Happ, R. (2014). Insights from a German assessment of business and economics competence. In H. Coates (Hrsg.), *Higher education learning outcomes assessment – International perspectives* (S. 175–197). Frankfurt/Main: Lang.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von der Beratung durch die Betreuerinnen und Betreuer meines Projekts, in Inhalt und Form selbstständig verfasst habe. Die Arbeit ist unter Einhaltung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis der Deutschen Forschungsgemeinschaft entstanden. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Die vorliegende Arbeit wurde weder im Ganzen noch in Teilen an einer anderen Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegt. Teile dieser Arbeit wurden bereits in Form von Zeitschriftenartikeln publiziert oder wurden zur Publikation eingereicht. Mir wurde kein akademischer Grad entzogen.

Kiel, den_____ _____

Colin Jeschke

Schriftsatz: 30. Januar 2020