

Mathematik in der PhysikOlympiade unter  
besonderer Berücksichtigung der Attribution

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Eva Katharina Treiber

Kiel, 2020



Mathematik in der PhysikOlympiade unter  
besonderer Berücksichtigung der Attribution

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

Eva Katharina Treiber

Kiel, 2020

Erster Gutachter:

Prof. Dr. Knut Neumann

Zweiter Gutachter:

Prof. Dr. Aiso Heinze

Tag der mündlichen Prüfung:

10. Juni 2020

## Danksagung

Vor beinahe vier Jahren kam ich nach Kiel und der Weg vom Start am IPN bis zur fertigen Promotion nähert sich nun deutlich dem Ende. Viele Menschen haben mich auf diesem Weg begleitet und ihnen allen gilt mein herzlichster Dank.

Dass ich überhaupt die Möglichkeit bekam, meiner Kombination treu zu bleiben, verdanke ich Dr. Irene Neumann, Prof. Dr. Aiso Heinze und Prof. Dr. Knut Neumann, die mir die Gelegenheit gaben, in der Abteilung Didaktik der Mathematik zu promovieren, in gewisser Weise aber auch in der Abteilung Didaktik der Physik – eben an der Schnittstelle zwischen Physik und Mathematik. Sie haben mein Promotionsprojekt mit Interesse, Expertise und Bestärkung begleitet, ohne die dieses Projekt nicht zu dem geworden wäre, was es heute ist.

Ein besonderer Dank geht an Dr. Stefan Petersen, der mir alle Informationen, Daten und Aufgaben der PhysikOlympiade zur Verfügung gestellt hat, nach denen ich gefragt habe, und es ermöglichte, dass ich bei der Bundesrunde der PhysikOlympiade 2018 nicht nur einen Fragebogen an die Teilnehmenden weitergeben lassen, sondern selbst vorbeikommen und die Teilnehmenden treffen konnte.

All meinen aktuellen wie ehemaligen Kolleginnen und Kollegen aus dem WinnerS-Projekt, der Abteilung und darüber hinaus gilt mein Dank für Gespräche über Gott und die Welt, Items, Interviewgruppen oder Datenauswertung ebenso wie über Sprichwörter, Adventskalender oder Akronyme; für viele kleinere und größere Erlebnisse wie wöchentliche Kuchenrunden, Abteilungsausflüge, sportliche oder kulturelle Weihnachtsfeiern und, natürlich, Fahrten zu Tagungen, die manchmal etwas von einer Klassenfahrt hatten; für Antworten auf kurze Fragen, längere Absprachen und ausführliche Rückmeldungen zu Probevorträgen. Viele Erfahrungen haben meine Zeit hier geprägt und bleibende Erinnerungen geschaffen.

Ein besonderes Erlebnis war mein Aufenthalt am Weizmann-Institut in Rehovot. Herzlichen Dank allen, die diese Zeit möglich gemacht haben, vor allem Prof. David Fortus, der mich als Gast in seiner Arbeitsgruppe aufnahm und nicht nur, zusammen mit Prof. Boris Koichu, fachlich betreute, sondern auch darum besorgt war, dass ich das Land kennenlernte.

Dieses Promotionsprojekt wäre gescheitert, wenn nicht viele Teilnehmerinnen und Teilnehmer der PhysikOlympiade sowie Schülerinnen und Schüler in ihrem Unterricht an den durchgeführten Erhebungen teilgenommen hätten – ihnen, den betreuenden Lehrkräften sowie den Studierenden, die bei der Datenerhebung und Dateneingabe geholfen haben, gebührt ebenfalls ein großes Dankeschön.

Dazu, dass ich überhaupt die Person geworden bin, die sich vor vier Jahren entschloss, Süddeutschland in Richtung Kiel zu verlassen, haben viele Personen beigetragen, allen voran meine Familie und viele Menschen aus der KJA HW. Danke dafür und Danke, dass ihr mich seitdem

auch über die Entfernung begleitet und unterstützt, auch wenn es manchen vielleicht lieber gewesen wäre, wenn ich nicht ganz so weit weg gegangen wäre.

Danke euch allen!

## Zusammenfassung

Physikwettbewerbe wie die PhysikOlympiade sollen physikinteressierte Schülerinnen und Schüler in ihrem Interesse an Physik stärken, ihre physikalischen Kompetenzen fördern und langfristig einen Beitrag zur Sicherung von genügend und gut ausgebildeten MINT-Fachkräften leisten. Wenn Teilnehmende jedoch eine negative Rückmeldung zu ihrer Leistung erhalten, zum Beispiel wenn sie schon früh im Wettbewerb ausscheiden, könnten sie dies darauf zurückführen, dass sie nicht gut genug für Physik sind. Das könnte ihrem physikalischen Selbstkonzept schaden, so dass sie sich von der Physik abwenden, womit die vom Wettbewerb angestrebten Ziele verfehlt werden könnten. Zusätzlich stellen die Aufgaben der PhysikOlympiade nicht nur physikalische, sondern auch mathematische Anforderungen an die Teilnehmenden. So könnte erschwerend hinzukommen, dass die Leistung nicht aufgrund der Physik, sondern wegen der benötigten Mathematik nicht gut genug war. Ob die mathematischen Anforderungen tatsächlich ein Problem im Physikwettbewerb sein können, worauf die Teilnehmenden ihr Abschneiden im Wettbewerb zurückführen und welche Auswirkungen dies auf ihr Selbstkonzept hat, wird in der vorliegenden Arbeit am Beispiel der PhysikOlympiade untersucht.

In einer ersten Studie werden die Musterlösungen der theoretischen Aufgaben der PhysikOlympiade daraufhin analysiert, welche mathematischen Anforderungen sie umfassen. Dazu werden die Aufgaben aller Auswahlrunden der Jahre 2013 bis 2016 herangezogen. Um das Anforderungsniveau einordnen zu können, werden in einer anschließenden Studie die identifizierten mathematischen Anforderungen mit gymnasialen Mathematiklehrplänen aus vier Bundesländern abgeglichen. Die Lehrpläne dienen als Indikator, in welchem Maß die benötigte Mathematik den Wettbewerbsteilnehmenden bekannt sein dürfte oder möglicherweise Probleme bereitet. In einer dritten Studie wird untersucht, wie die Teilnehmenden ihr Ausscheiden oder die Qualifikation für die nächste Runde attribuieren und welche Zusammenhänge sich mit ihrem fachspezifischen Selbstkonzept in Physik sowie in Mathematik finden lassen. Zur Erfassung der Attribution wurde ein Fragebogen entwickelt, der die vier Hauptgründe für Erfolg oder Misserfolg im Leistungskontext, die man aus der Attributionsforschung kennt, Fähigkeit, Anstrengung, Aufgabencharakteristik und Zufall, spezifisch auf die PhysikOlympiade bezieht und, aufgrund der Bedeutung der Mathematik in der Physik, die drei erstgenannten explizit auf Physik und auf Mathematik bezieht.  $N = 172$  Jugendliche, die an der ersten Runde der PhysikOlympiade 2018 teilgenommen hatten, füllten diesen Fragebogen aus, nachdem sie ihr Ergebnis der ersten Wettbewerbsrunde erfahren hatten. Von ihnen füllten  $n = 72$ , die sich für die zweite Runde qualifiziert hatten, den Fragebogen erneut aus, nachdem sie ihr Ergebnis der zweiten Runde erfahren hatten. Zusätzlich wurde das physikalische und das mathematische Selbstkonzept der Teilnehmenden während der Bearbeitung der Aufgaben der ersten Runde, nach der Bekanntgabe der Ergebnisse der ersten Runde und gegebenenfalls nach der Bekanntgabe der Ergebnisse der zweiten Runde erfasst.

Die Analyse der Musterlösungen bestätigt die Bedeutung der Mathematik auch für die Physik-Olympiade. Die mathematischen Anforderungen kommen aus vielen verschiedenen Bereichen der Mathematik und kaum eine Aufgabe ist ohne Mathematik lösbar. Dass die mathematischen Anforderungen eine Herausforderung für die Teilnehmenden sein können, zeigt sich im Abgleich mit den Lehrplänen: Viele der identifizierten mathematischen Anforderungen werden nicht durch den Lehrplan abgedeckt oder erst in der Oberstufe unterrichtet, insbesondere auch Anforderungen, die in jedem Jahr im Wettbewerb vorkommen wie die Taylorentwicklung. Die Teilnehmenden, die zum Teil noch nicht in der Oberstufe sind, können also vor mathematischen Anforderungen stehen, auf die sie durch ihren Mathematikunterricht (noch) nicht vorbereitet sind.

Die Teilnehmenden verfügen nicht nur über sehr hohe Selbstkonzepte in Physik und Mathematik, sie zeigen zusätzlich Attributionsmuster, die positiv für das Selbstkonzept sind: Teilnehmende, die nach der ersten oder zweiten Runde ausscheiden, führen ihr Ausscheiden nicht auf mangelnde Fähigkeit zurück, während Teilnehmende, die sich für die nächste Runde qualifizieren, ihre Qualifikation auf die hohe eigene Fähigkeit sowie ihre Anstrengung zurückführen. Beim Übergang von der ersten zur zweiten Runde zeigt sich die Attribution auf Fähigkeit als partieller Mediator für die Entwicklung des Selbstkonzepts, sowohl in Physik als auch in Mathematik; außerdem erweist sich die Attribution auf Mathematikfähigkeit als partieller Mediator für die Entwicklung des Physikselbstkonzepts. Nach der zweiten Runde scheint das Selbstkonzept der Teilnehmenden so weit gefestigt zu sein, dass die Attribution keinen Einfluss mehr darauf hat. Interessanterweise finden sich keine geschlechtsspezifischen Unterschiede in der Attribution von Teilnehmerinnen und Teilnehmern. Auch zeigen sich kaum Unterschiede zwischen physik- und mathematikbezogenen Attributionen.

Um nachträglich abzusichern, dass Schülerinnen und Schüler im Kontext der Physik generell zwischen Physik und Mathematik unterscheiden und die bei den Teilnehmenden der Physik-Olympiade eingesetzten Attributionsfragebögen dies erfassen können, wird in einer vierten Studie die Attribution von Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht untersucht. Mit einer adaptierten Variante des Attributionsfragebogens wurde die Attribution von 222 Schleswig-Holsteiner Schülerinnen und Schüler erhoben. Die Ergebnisse der Erhebung zeigen, dass die Attribution auf mathematikbezogene Ursachen damit korreliert, wie hoch die Schülerinnen und Schüler den Anteil der Mathematik in ihrem Physikunterricht einschätzen, also durchaus eine Differenzierung zwischen Mathematik und Physik stattfindet.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Mathematik in der Physik-Olympiade eine Herausforderung sein kann, es jedoch keine Hinweise darauf gibt, dass sich, wie oben skizziert, ein frühes Ausscheiden aus der Physik-Olympiade per se negativ auf das Selbstkonzept auswirkt. Als eine der mathematischen Anforderungen der Physik-Olympiade, die für die Teilnehmenden eine Herausforderung darstellen können, wurde die Taylorentwicklung identifiziert. Daher wurde Material entwickelt, anhand dessen Teilnehmende der Physik-Olympiade sich die Taylorentwicklung sowie deren mathematische Grundlagen, Ableitungen und Reihen, selbst erarbeiten können.



## Abstract

Physics competitions like the German Physics Olympiad aim at strengthening students' interest in physics, fostering their physics competencies and contributing to ensure a sufficient amount of personnel in the field of STEM. However, if participants get negative feedback on their performance, for instance by failing early in the competition, they might conclude that they are not good enough at physics. This could harm their physics self-concept and let them turn to other domains, so the competitions' goals would be missed. Additionally, to solve the tasks in the German Physics Olympiad, both physics and mathematics knowledge is needed. So, students' failure could be due to a lack of the physics or mathematics knowledge required. Using the German Physics Olympiad as an example, this dissertation investigates: whether mathematical requirements can indeed be a problem in physics competitions, which causes participants perceive as relevant for their competition result, and how their self-concept is affected.

In a first study, sample solutions of the theoretical tasks used in the German Physics Olympiad are analyzed to identify their mathematical requirements. This analysis is based on the tasks of all selection rounds in the German Physics Olympiads from 2013 to 2016. In a second study, the identified mathematical requirements are compared to Gymnasium mathematics curricula from four federal states to estimate to what extent the participants should be expected to possess the needed mathematics knowledge. A third study examines the participants' perception of the causes of their competitions result, i.e. qualifying or not qualifying for the next selection round (hereafter referred to as attributions). Additionally, relationships between the participants' attributions and their physics as well as mathematics self-concept are investigated. To measure attribution, a questionnaire was developed. Based on findings from attribution research, the questionnaire contained the four main causes used to explain academic achievement in general (ability, effort, task characteristic and chance) referring explicitly to the German Physics Olympiad. Due to the important role of mathematics in physics, all the causes except for chance explicitly referred both to physics and to mathematics.  $N = 172$  participants of the German Physics Olympiad 2018 filled in the questionnaires after they received their result from the first selection round.  $N = 72$  of the original 172 participants who had qualified for the second selection round filled in the questionnaires again after they received their result from the second selection round. Additionally, physics and mathematics self-concept was measured while the participants were working on the tasks in the first selection round, after the announcement of the results of the first selection round and, if qualified, after the announcement of the results of the second selection round.

The analysis of the sample solutions confirmed the importance of mathematics in the German Physics Olympiad. The mathematical requirements cover a wide range of mathematics topics and virtually no task could be solved without any mathematics. The comparison of the identified

mathematical requirements with the curricula showed that the requirements can be challenging for the participants; many of the identified mathematical requirements are not covered by the curricula or are taught only in upper secondary school. This also applies to requirements that are found to appear in every year of the competition like the Taylor expansion. As not all participants of the German Physics Olympiad are in upper secondary, participants might face the need for mathematics knowledge they have not yet learned at school.

Besides very high physics and mathematics self-concepts, participants also show self-serving attribution patterns; participants qualifying for the next round attribute their qualification to their high ability and effort, whereas participants who do not qualify for the next round do not see a lack of ability as relevant for their result. For the transition from first to second round attribution to ability was found to partially mediate the development of self-concept both in physics and mathematics. Additionally, attribution to mathematics ability appeared as a partial mediator for the development of physics self-concept. After the second round, the participants' self-concept seems to be stabilized and attributions do not seem to affect participants' self-concept anymore. Interestingly, no gender differences were found in the participants' attributions. Further, there were essentially no differences between physics-related and mathematics-related attributions.

A fourth study was conducted to ensure that students in general distinguish between physics and mathematics in the context of physics and that this distinction can be seen using the developed attribution questionnaire.  $N = 222$  students from schools in Schleswig-Holstein were administered an adapted version of the questionnaire to measure students' attribution of their success or failure in physics classes. The results of this study show that attribution to mathematics-related causes correlate with the students' perception of the amount of mathematics in physics classes. Thus, a distinction between mathematics and physics can be seen.

Overall, mathematics can be challenging for the participants of the German Physics Olympiad, but there is no evidence that failing early in the competition in itself negatively affects the participants' self-concept. The Taylor expansion was found to be a mathematical requirement that can be a challenge for the participants. In response, material was developed which offers participants of the German Physics Olympiad the opportunity to learn the Taylor expansion as well as its mathematical bases, differentiation and series, on their own.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Forschungsfragen . . . . .	4
1.2	Aufbau der Arbeit . . . . .	6
<b>I</b>	<b>Mathematik in der PhysikOlympiade</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>Theoretischer Hintergrund: PhysikOlympiade und Mathematik in der Physik</b>	<b>9</b>
2.1	Die PhysikOlympiade als Maßnahme der Begabtenförderung . . . . .	9
2.2	Die Rolle der Mathematik in der Physik . . . . .	12
2.2.1	Theoretische Betrachtungen zur Rolle der Mathematik in der Physik . . .	12
2.2.2	Illustration der Rolle der Mathematik in der Physik am Beispiel der Physik- Olympiade . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Studie 1: Mathematische Anforderungen in den Aufgaben der Physik- Olympiade</b>	<b>20</b>
3.1	Methode . . . . .	20
3.2	Ergebnisse . . . . .	24
3.3	Zusammenfassung . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Studie 2: Mathematische Voraussetzungen der Teilnehmenden laut Lehrplan</b>	<b>27</b>
4.1	Methode . . . . .	27

4.2	Ergebnisse . . . . .	29
4.3	Zusammenfassung . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Diskussion Teil I</b>	<b>34</b>
5.1	Ergebnisse von Studie 1 und 2 . . . . .	34
5.2	Limitationen . . . . .	36
5.3	Ausblick . . . . .	38
<b>II</b>	<b>Attribution in der PhysikOlympiade</b>	<b>39</b>
<b>6</b>	<b>Theoretischer Hintergrund: Selbstkonzept und Attribution</b>	<b>40</b>
6.1	Selbstkonzept . . . . .	40
6.2	Attribution . . . . .	42
6.2.1	Attributionsbegriff . . . . .	42
6.2.2	Zusammenhang von Attribution mit Selbstkonzept, Leistung und Geschlecht	43
6.2.3	Attribution in der PhysikOlympiade . . . . .	44
<b>7</b>	<b>Studie 3: Untersuchung der Attribution in der PhysikOlympiade</b>	<b>47</b>
7.1	Methode . . . . .	48
7.1.1	Stichprobe . . . . .	48
7.1.2	Instrumente . . . . .	51
7.2	Ergebnisse: Der Übergang von MZP 1 zu MZP 2 . . . . .	57
7.2.1	Einfluss von Erfolg und Misserfolg auf das Selbstkonzept (Forschungsfrage III) . . . . .	57
7.2.2	Attribution der Teilnehmenden (Forschungsfrage IV) . . . . .	60
7.2.3	Einfluss von Attribution auf die Entwicklung des Selbstkonzepts (Forschungsfrage V) . . . . .	65
7.3	Zusammenfassung 1 . . . . .	67
7.4	Ergebnisse: Der Übergang von MZP 2 zu MZP 3 . . . . .	68

7.4.1	Einfluss von Erfolg und Misserfolg auf das Selbstkonzept (Forschungsfrage III) . . . . .	68
7.4.2	Attribution der Teilnehmenden (Forschungsfrage IV) . . . . .	71
7.4.3	Einfluss von Attribution auf die Entwicklung des Selbstkonzepts (Forschungsfrage V) . . . . .	76
7.5	Zusammenfassung 2 . . . . .	79
<b>8</b>	<b>Studie 4: Attribution von Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht</b>	<b>80</b>
8.1	Methode . . . . .	81
8.1.1	Stichprobe . . . . .	81
8.1.2	Instrumente . . . . .	82
8.2	Ergebnisse . . . . .	84
8.2.1	Validität: Mathematisierung im Physikunterricht . . . . .	84
8.2.2	Wahrnehmung der Mathematisierung im Physikunterricht durch die Lernenden (Forschungsfrage VI) . . . . .	85
8.2.3	Attribution im Physikunterricht (Forschungsfrage VII) . . . . .	88
8.2.4	Zusammenhang von Attribution und wahrgenommener Mathematisierung (Forschungsfrage VIII) . . . . .	88
8.3	Zusammenfassung . . . . .	89
<b>9</b>	<b>Diskussion Teil II</b>	<b>91</b>
9.1	Ergebnisse von Studie 3 und 4 . . . . .	91
9.2	Limitationen . . . . .	94
<b>10</b>	<b>Gesamtdiskussion</b>	<b>96</b>
10.1	Forschungsfragen und Antworten . . . . .	96
10.1.1	Mathematik in der PhysikOlympiade (Forschungsfragen I und II) . . . . .	97
10.1.2	Attribution und Selbstkonzept der Teilnehmenden der PhysikOlympiade (Forschungsfragen III, IV und V) . . . . .	97
10.1.3	Attribution im Physikunterricht (Forschungsfragen VI, VII und VIII) . . . . .	100

10.2	Limitationen . . . . .	101
10.3	Implikationen . . . . .	102
10.3.1	Implikationen für die Begabtenförderung im Rahmen der PhysikOlympiade	103
10.3.2	Implikationen für die Forschung . . . . .	104
<b>A</b>	<b>Mathematische Anforderungen in der PhysikOlympiade</b>	<b>107</b>
<b>B</b>	<b>Attributions-Fragebögen</b>	<b>141</b>
B.1	Erfolgsversion . . . . .	141
B.2	Misserfolgsversion . . . . .	143
<b>C</b>	<b>Selbstlernmaterial</b>	<b>145</b>
C.1	Einleitung . . . . .	146
C.2	Näherungen . . . . .	147
C.3	Ableitungen . . . . .	155
C.3.1	Die Ableitung als Änderungsrate . . . . .	155
C.3.2	Einige Ableitungsregeln . . . . .	158
C.3.3	Ableitungen ableiten . . . . .	159
C.3.4	Ableitungen und Näherung . . . . .	161
C.4	Reihen . . . . .	162
C.4.1	Folgen . . . . .	162
C.4.2	Reihen . . . . .	167
C.5	Taylorentwicklung . . . . .	171
C.5.1	Theorie . . . . .	171
C.5.2	Beispiel: Abweichung vom Gleichgewichtszustand . . . . .	172
C.5.3	Beispiel: Relativistischer Faktor . . . . .	174
C.5.4	Beispiel: Schwingungen . . . . .	175
C.5.5	Beispiel: Saturns Mond . . . . .	175

C.6	Anhang: Einige Bemerkungen . . . . .	177
C.6.1	Wie ist das denn nun mit der Gezeitenkraft, die auf den Mondbrocken wirkt?	177
C.6.2	Welche Näherung ist gut genug? - Eine Pi-mal-Daumen-Regel . . . . .	178
C.6.3	Wie ist es, wenn $a \neq 0$ ist? . . . . .	178
C.6.4	Funktioniert das eigentlich immer? . . . . .	178
C.6.5	Was ist eigentlich dieses seltsame Symbol $\sum$ , das ich woanders mal gesehen habe? . . . . .	178
C.7	Anhang: Lösungen . . . . .	181
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>186</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>188</b>
	<b>Literatur</b>	<b>190</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Das Leben in einer modernen Gesellschaft ist stark durch Naturwissenschaften und Technik geprägt (z. B. Schiepe-Tiska, Rönnebeck et al., 2016). Damit kommt auch der naturwissenschaftlichen Bildung eine entscheidende Rolle zu (ebd.): Einerseits soll jeder und jede Einzelne beispielsweise dazu befähigt werden, die Möglichkeiten, die sich durch technologische Fortschritte ergeben, verständlich zu nutzen oder sich selbst neue Informationen zu beschaffen und diese kritisch zu hinterfragen – insbesondere in Zeiten von Fake News kann die Bedeutung dieser Fähigkeit nicht überschätzt werden. Andererseits ist die Gesellschaft als ganze auf genügend und gut qualifizierte Arbeitskräfte im MINT-Bereich (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik) angewiesen, die Lösungen für die Herausforderungen unserer Zeit finden können. Aktuell ist hier beispielsweise der Klimawandel zu nennen, der die moderne Industriegesellschaft vor große Herausforderungen stellt.

Potentielle zukünftige MINT-Fachkräfte sind heutige Schülerinnen und Schüler, die gute Leistungen in den naturwissenschaftlichen Fächern zeigen oder zeigen können. Gute schulische Leistungen allein reichen jedoch nicht aus, dass ein Schüler oder eine Schülerin eine weiterführende Beschäftigung im MINT-Bereich in Erwägung zieht, denn wer kein oder kaum Interesse für diesen Bereich zeigt, wird auch bei guten Leistungen nicht mit dem Gedanken spielen, länger als notwendig am naturwissenschaftlichen Unterricht teilzunehmen oder gar einen MINT-Beruf zu ergreifen. Beispielsweise zeigte sich bei Taskinen, Schütte und Prenzel (2013) das Interesse an Naturwissenschaften als ein wichtiger Prädiktor für die Absicht, ein naturwissenschaftliches Studium aufzunehmen oder in einem naturwissenschaftlichen Beruf zu arbeiten. Analog erwies sich bei Sheldrake, Mujtaba und Reiss (2017), die speziell die Physik in den Blick genommen hatten, das Interesse an Physik als Prädiktor für die Absicht, Physik in der Oberstufe weiterhin zu belegen. Allerdings wird in verschiedenen Studien immer wieder von einer Abnahme des Interesses an Physik oder allgemeiner an Naturwissenschaften im Laufe der Schulzeit berichtet (zum Beispiel Daniels, 2008, Potvin und Hasni, 2014) und von einem verhältnismäßig geringen Interesse an



Physik (z. B. Krapp & Prenzel, 2011). In der PISA-Erhebung 2015, in der die Naturwissenschaften den Schwerpunkt bildeten, zeigte sich ein unterdurchschnittliches Interesse der Schülerinnen und Schüler aus Deutschland an den Naturwissenschaften. Daher sehen Schiepe-Tiska, Simm und Schmidtner (2016) unter anderem hinsichtlich des Interesses einen „Handlungsbedarf, um gerade auch die kompetenzstarken Jugendlichen in Deutschland für Naturwissenschaften zu begeistern“ (S. 127).

Die Kultusministerkonferenz nennt in ihrer Förderstrategie für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler (2015) Wettbewerbe als eine Möglichkeit, um „frühzeitig das Interesse an bestimmten Fachrichtungen zu wecken, Talente zu finden und von der Breitenmotivation zur Förderung besonderer Fähigkeiten zu kommen“ (S. 6), und nennt ausdrücklich deren „wichtigen Beitrag zur Gewinnung von Fachkräften und akademischem Nachwuchs, zum Beispiel in den MINT-Fächern und in den Ingenieurwissenschaften“ (ebd.). Welche der bundesweit durchgeführten Schülerwettbewerbe als empfehlenswert erachtet werden, wird anhand der Qualitätskriterien für Schülerwettbewerbe (Kultusministerkonferenz, 2009) entschieden, in denen ebenfalls explizit die „Entfaltung und Weiterentwicklung ihrer [d.h. der Schülerinnen und Schüler] individuellen Begabungen und Interessen“ (S. 2) als eines der angestrebten Wettbewerbsziele aufgeführt wird. Die Idee hinter Schülerwettbewerben im MINT-Bereich lässt sich demnach zusammenfassen zu: Das Interesse der teilnehmenden Kinder und Jugendlichen wird gefördert, so dass diese langfristig einen Beruf im MINT-Bereich ergreifen (vergleiche auch Campbell und Walberg, 2010). In der Tat wird aus verschiedenen Ländern berichtet, dass erfolgreiche Teilnehmende an Wettbewerben im MINT-Bereich häufig ein Studium in diesem Bereich aufnehmen (zum Beispiel von Feng, Campbell und Verna, 2001, für amerikanische Teilnehmende an Physikwettbewerben, von Heller, 2008, für deutsche Teilnehmende an Mathematik-, Physik- und Chemiewettbewerben, von Kukushkin, 1996, für russische Teilnehmende an Mathematikwettbewerben oder von Wu und Chen, 2001, für taiwanische Teilnehmende an Physik- und Chemiewettbewerben). Alle diese Studien konzentrierten sich jedoch auf erfolgreiche Teilnehmende, also solche, die bis in die letzte oder vorletzte Runde eines mehrstufigen Wettbewerbs gelangt sind und sich gegen viele andere Teilnehmende durchgesetzt haben, die nicht so weit gekommen sind. Ob auch diese weniger erfolgreichen Teilnehmenden durch die Teilnahme am Wettbewerb für eine weitere Beschäftigung im MINT-Bereich motiviert wurden, ist jedoch nicht bekannt. Vorstellbar wäre auch das Gegenteil: Diejenigen, die recht früh aus dem Wettbewerb ausscheiden, beginnen an ihren Fähigkeiten zu zweifeln. Wenn die Teilnehmenden ihr Ausscheiden darauf zurückführen, dass sie in dem jeweiligen Fach nicht gut genug sind, könnte ihr Selbstkonzept darunter leiden und es ist möglich, dass sie sich einem anderen Bereich zuwenden, bei dem sie sich mehr zutrauen. Die Teilnahme an einem Wettbewerb könnte in diesem Fall dann nicht nur das eigentliche Wettbewerbsziel verfehlen, nämlich Jugendliche dazu zu motivieren, sich langfristig im angesprochenen Bereich zu engagieren, sondern sogar das Gegenteil bewirken, wenn Jugendliche vom angesprochenen Bereich abgeschreckt werden. Aus einem Wettbewerb auszuschneiden besagt jedoch nur, dass die Leistung nicht ausreichend für die nächste Runde war, nicht jedoch, dass die Jugendlichen nicht dennoch eine gute Leistung erbracht haben. Dies zeigt sich zum Beispiel bei den Ranggraphen der

ersten oder zweiten Runde der PhysikOlympiade<sup>1</sup>: Die Unterschiede in der erreichten Punktzahl zwischen den Teilnehmenden, die sich gerade noch für die nächste Runde qualifiziert haben, und denen, die knapp ausgeschieden sind, sind gering. Zusätzlich zeigen die Jugendlichen bereits durch die Wettbewerbsteilnahme ein Interesse am angesprochenen Bereich<sup>2</sup>. Auch diese interessierten Jugendlichen, die zwar nicht zu den allerbesten Teilnehmenden eines Wettbewerbs gehören, aber dennoch gute Leistungen erzielen, sind als potentielle zukünftige MINT-Arbeitskräfte von Bedeutung. Wenn diese nun durch ein frühes Ausscheiden aus dem Wettbewerb vom angesprochenen Bereich abgeschreckt würden, wäre das kontraproduktiv.

Speziell bei Physikwettbewerben können die mathematischen Anforderungen erschwerend hinzukommen. In der Physik ist Mathematik unverzichtbar (zum Beispiel Bing und Redish, 2009); ein Physikwettbewerb, der sich nicht darauf beschränkt, physikalische Phänomene nur beobachten und beschreiben zu lassen, wird daher nicht ohne Mathematik auskommen können. Für andere naturwissenschaftliche Schülerwettbewerbe, die die Kultusministerkonferenz empfiehlt (Kultusministerkonferenz, 2009, aktualisierte Anlage vom 1. März 2018), sind keine so fundierten Mathematikkenntnisse erforderlich<sup>3</sup>. In Physikwettbewerben hingegen, wie dem Auswahlwettbewerb zur Internationalen PhysikOlympiade, ist davon auszugehen, dass Mathematik benötigt wird, die deutlich über die Grundrechenarten hinausgeht. Für die Teilnehmenden kann damit die Mathematik eine Herausforderung darstellen, so wie es häufig für Physiklernende berichtet wird (zum Beispiel von Rebello, Cui, Bennet, Zollman und Ozimek, 2007, oder Uhden, 2016). Damit könnten Teilnehmende an Physikwettbewerben an der Mathematik scheitern, auch wenn sie über ein hinreichendes physikalisches Verständnis verfügen.

Es soll hier nicht der Eindruck erweckt werden, dass sich Physik und Mathematik immer vollständig und exakt gegeneinander abgrenzen lassen. So schreibt beispielsweise Uhden (2012), dass „man immer auch *irgendwie* mit Mathematik zu tun [hat], wenn man Physik betreibt“ (S. 8, Hervorhebung im Original). Neben Problemen von Schülerinnen und Schülern beim Bearbeiten von Physikaufgaben, die in dieser engen Verflechtung beider Domänen begründet sind, konnte er jedoch auch Probleme identifizieren, die eindeutig in der Mathematik oder eindeutig in der Physik verortet sind. Wenn Teilnehmende eines Physikwettbewerbs nun (noch) nicht zwischen mathematischen und physikalischen Anforderungen unterscheiden, sondern alles als Physik sehen, so könnten sie im schlimmsten Fall denken, dass ihr schlechtes Wettbewerbsergebnis daran liegt, dass sie nicht gut genug in Physik sind, obwohl sie tatsächlich nur noch nicht über die benötigte Mathematik verfügen. Damit wäre quasi doppelt das Ziel eines Physikwettbewerbs verfehlt: nicht nur, dass teilnehmende Schülerinnen und Schüler statt für Physik motiviert, von Physik abgeschreckt werden können, sondern dies auch noch aufgrund der Mathematik.

---

<sup>1</sup>z. B. [https://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/archiv\\_48\\_IPhO\\_2017.html](https://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/archiv_48_IPhO_2017.html)

<sup>2</sup>vgl. beispielsweise Blankenburg, Höffler und Parchmann (2015), in deren Studie sich das Interesse als ein signifikanter Prädiktor für die Bereitschaft zur Teilnahme erwies, oder Höffler, Bonin und Parchmann (2017), die ein signifikant höheres Interesse von Teilnehmenden am deutschen Auswahlverfahren zur Internationalen JuniorScienceOlympiade als bei nichtteilnehmenden Schülerinnen und Schülern fanden

<sup>3</sup>persönliche Kommunikation mit den Wettbewerbsleitungen der deutschen Auswahlverfahren zur Internationalen BiologieOlympiade sowie zur Internationalen ChemieOlympiade, 16.01.2017

## 1.1 Forschungsfragen

Die vorliegende Arbeit zielt darauf ab zu untersuchen, zu welchem Grad die Mathematik tatsächlich ein Problem für Wettbewerbsteilnehmende darstellen kann und inwiefern die Teilnehmenden die Mathematik als möglichen Grund für ihr Abschneiden im Wettbewerb ansehen. Dafür wird die PhysikOlympiade, der deutsche Auswahlwettbewerb zur Internationalen PhysikOlympiade, betrachtet; diese gehört zu den von der Kultusministerkonferenz empfohlenen Schülerwettbewerben und ist dort der einzige Wettbewerb, der sowohl spezifisch Physik adressiert als auch Schülerinnen und Schüler in der Oberstufe anspricht. Aus diesem Grund ist zu vermuten, dass die physikalischen Anforderungen an die Teilnehmenden sich an den Inhalten der Oberstufe orientieren oder über diese hinausgehen. Beispielsweise gemäß den Fachanforderungen Physik in Schleswig-Holstein (Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein [MBWK], 2019) ist dann auch zu erwarten, dass in der PhysikOlympiade die Mathematisierung physikalischer Modelle eine wichtige Rolle spielt, so dass sich die Mathematik in der PhysikOlympiade deutlicher als Problem zeigen sollte als in Physikwettbewerben, die sich an Schülerinnen und Schüler der Unter- oder Mittelstufe richten. Im Einzelnen sollen in vier Studien die folgenden Fragen beantwortet werden:

- I Welches mathematische Wissen wird zur Lösung der theoretischen Aufgaben der PhysikOlympiade benötigt?
- II In welchem Ausmaß verfügen die Teilnehmenden der PhysikOlympiade über das benötigte mathematische Wissen?
- III Welchen Effekt haben Erfolg bzw. Misserfolg in der PhysikOlympiade auf das Physikselbstkonzept und das Mathematikselbstkonzept der Teilnehmenden?
- IV Wie attribuieren die Teilnehmenden ihren Erfolg oder Misserfolg in der PhysikOlympiade, insbesondere:
  - a) In welchem Maß attribuieren die Teilnehmenden spezifisch auf Physik oder auf Mathematik?
  - b) Lassen sich Unterschiede zwischen Teilnehmerinnen und Teilnehmern hinsichtlich ihrer Attribution finden?
  - c) Welche Zusammenhänge lassen sich zwischen der Attribution und dem Selbstkonzept finden?
- V In welchem Ausmaß beeinflusst die Attribution der Teilnehmenden die Entwicklung ihres Selbstkonzepts?
- VI Inwieweit nehmen Schülerinnen und Schüler mit zunehmender Klassenstufe eine zunehmende Mathematisierung im Physikunterricht wahr?
- VII Wie attribuieren Schülerinnen und Schüler Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht?

VIII Inwieweit hängt die Attribution von der zunehmenden Mathematisierung physikalischer Zusammenhänge im Physikunterricht ab?

In Studie 1 wird mittels einer Analyse von Musterlösungen untersucht, welches mathematische Wissen zur Bearbeitung der theoretischen Aufgaben benötigt wird. Leitend ist dabei die Forschungsfrage:

I Welches mathematische Wissen wird zur Lösung der theoretischen Aufgaben der Physik-Olympiade benötigt?

Studie 2 zielt auf eine Aussage darüber ab, ob die Mathematik tatsächlich, wie oben beschrieben, problematisch für die Teilnehmenden sein kann. Daher wird mit Hilfe eines Abgleichs der Ergebnisse von Studie 1 mit Mathematiklehrplänen untersucht, inwieweit das benötigte Wissen als bei den Teilnehmenden aus dem Mathematikunterricht bekannt angenommen werden kann, geleitet von der Forschungsfrage:

II In welchem Ausmaß verfügen die Teilnehmenden der PhysikOlympiade über das benötigte mathematische Wissen?

Studie 3 wird motiviert von den oben dargestellten möglichen Auswirkungen eines frühen Ausscheidens aus der PhysikOlympiade. Daher wird in einer längsschnittlichen Erhebung der Einfluss auf das Selbstkonzept der Teilnehmenden, ihre Attribution ihres Wettbewerbsergebnisses sowie Zusammenhänge zwischen Selbstkonzept und Attribution untersucht. Kontrastierend werden sowohl für ausgeschiedene als auch qualifizierte Teilnehmende die Forschungsfragen beantwortet:

III Welchen Effekt haben Erfolg bzw. Misserfolg in der PhysikOlympiade auf das Physikselbstkonzept und das Mathematikselbstkonzept der Teilnehmenden?

IV Wie attribuieren die Teilnehmenden ihren Erfolg oder Misserfolg in der PhysikOlympiade, insbesondere:

- a) In welchem Maß attribuieren die Teilnehmenden spezifisch auf Physik oder auf Mathematik?
- b) Lassen sich Unterschiede zwischen Teilnehmerinnen und Teilnehmern hinsichtlich ihrer Attribution finden?
- c) Welche Zusammenhänge lassen sich zwischen der Attribution und dem Selbstkonzept finden?

V In welchem Ausmaß beeinflusst die Attribution der Teilnehmenden die Entwicklung ihres Selbstkonzepts?

Studie 4 dient einer nachträglichen Absicherung, dass Schülerinnen und Schüler im Kontext Physik prinzipiell zwischen Physik und Mathematik unterscheiden und sich dies mit den eingesetzten Instrumenten erfassen lässt, da sich in Studie 3 überwiegend keine deutliche Unterscheidung zwischen Physik und Mathematik zeigt. Aufgrund der zunehmenden Mathematisierung physikalischer Modelle im Physikunterricht (MBWK, 2019), wird in einer Querschnittstudie die Attribution von Schülerinnen und Schülern im Physikunterricht untersucht. Leitend sind dabei die Forschungsfragen:

VI Inwieweit nehmen Schülerinnen und Schüler mit zunehmender Klassenstufe eine zunehmende Mathematisierung im Physikunterricht wahr?

VII Wie attribuieren Schülerinnen und Schüler Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht?

VIII Inwieweit hängt die Attribution von der zunehmenden Mathematisierung physikalischer Zusammenhänge im Physikunterricht ab?

## 1.2 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil stehen die Aufgaben der PhysikOlympiade, genau genommen deren Musterlösungen, im Mittelpunkt. Diese werden daraufhin untersucht, welches mathematische Wissen zur Lösung benötigt wird und inwiefern dies für die Teilnehmenden problematisch sein könnte. Im zweiten Teil richtet sich der Fokus auf die Teilnehmenden, insbesondere die Attribution ihres Wettbewerbsergebnisses, ihr Selbstkonzept und Zusammenhänge zwischen Attribution und Selbstkonzept.

In Kapitel 2 wird zunächst genauer auf Schülerwettbewerbe eingegangen und die PhysikOlympiade vorgestellt, dann wird die Bedeutung der Mathematik für die Physik allgemein thematisiert. Abschließend werden offizielle Aussagen zur Mathematik in den Aufgaben der PhysikOlympiade zusammengestellt und beispielhaft zwei Aufgaben genauer betrachtet. Kapitel 3 beantwortet Frage I nach dem benötigten mathematischen Wissen in der PhysikOlympiade; dazu wurden die Musterlösungen aus vier Jahren der PhysikOlympiade daraufhin analysiert, welche mathematischen Anforderungen darin vorkommen (Studie 1). Frage II wird durch einen Abgleich dieser identifizierten Anforderungen mit Mathematiklehrplänen beantwortet, dieser wird in Kapitel 4 vorgestellt (Studie 2). Kapitel 5 beendet mit einer zusammenfassenden Diskussion den ersten Teil zur Mathematik in den Aufgaben der PhysikOlympiade.

Im zweiten Teil rücken dann die Teilnehmenden in den Fokus. Kapitel 6 stellt zunächst die theoretischen Grundlagen zum Selbstkonzept und zur Attribution dar. Abschließend wird die Theorie der Attribution auf den Kontext der PhysikOlympiade angewandt, wobei auf die im ersten Teil dargelegte Theorie sowie die gefundenen Ergebnisse zurückgegriffen wird. In Kapitel 7 wird die Erhebung in der PhysikOlympiade zur Beantwortung der Fragen III, IV und V vorgestellt und deren Ergebnisse präsentiert (Studie 3). Kapitel 8 widmet sich den Fragen VI, VII und VIII,

für deren Beantwortung eine Untersuchung im Unterricht durchgeführt wurde (Studie 4). Kapitel 9 diskutiert die im zweiten Teil berichteten Ergebnisse. Eine beide Teile zusammenfassende Diskussion in Kapitel 10 beschließt diese Arbeit.

## Teil I

# Mathematik in der PhysikOlympiade

## Kapitel 2

# Theoretischer Hintergrund: PhysikOlympiade und Mathematik in der Physik

### 2.1 Die PhysikOlympiade als Maßnahme der Begabtenförderung

Wettbewerbe stellen eine Maßnahme zur Förderung interessierter und begabter Schülerinnen und Schüler dar (zum Beispiel Abernathy und Vineyard, 2010, Blankenburg et al., 2015, Kultusministerkonferenz, 2009). Wettbewerbe in den MINT-Fächern zielen darauf ab, Kinder und Jugendliche zu identifizieren und zu fördern, die in den entsprechenden Gebieten ein hohes Leistungspotenzial zeigen, um langfristig genügend Nachwuchs an gut qualifizierten Arbeitskräften im wissenschaftlichen und technischen Bereich zu gewährleisten (Kultusministerkonferenz, 2015). Dem liegen nach Campbell und Feng (2010) die Annahmen zugrunde, dass Wettbewerbe Personen mit außergewöhnlichem Talent zunächst anziehen und dazu beitragen, dass sich deren Talent entfaltet, welches dann der Gesellschaft zugute kommen wird. Der bekannteste internationale Physikwettbewerb für Schülerinnen und Schüler ist die Internationale PhysikOlympiade, kurz IPhO, die seit 1967 mit wenigen Ausnahmen jährlich stattfindet – für 1973, 1978 und 1980 fand sich kein gastgebendes Land (Gorzowski & Tichy-Rács, 2010) – und an der in den vergangenen Jahren jeweils Delegationen aus mehr als 75 Ländern teilnahmen. Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler werden üblicherweise durch nationale Auswahlverfahren ermittelt, die eine oder mehrere Runden umfassen (Petersen & Wulff, 2017). Beispielsweise gibt es in Kanada genau eine Auswahlrunde, während das Auswahlverfahren in Singapur fünf Runden umfasst; auch die Anzahl der Teilnehmenden an den Auswahlrunden reicht von wenigen Dutzend zu einer



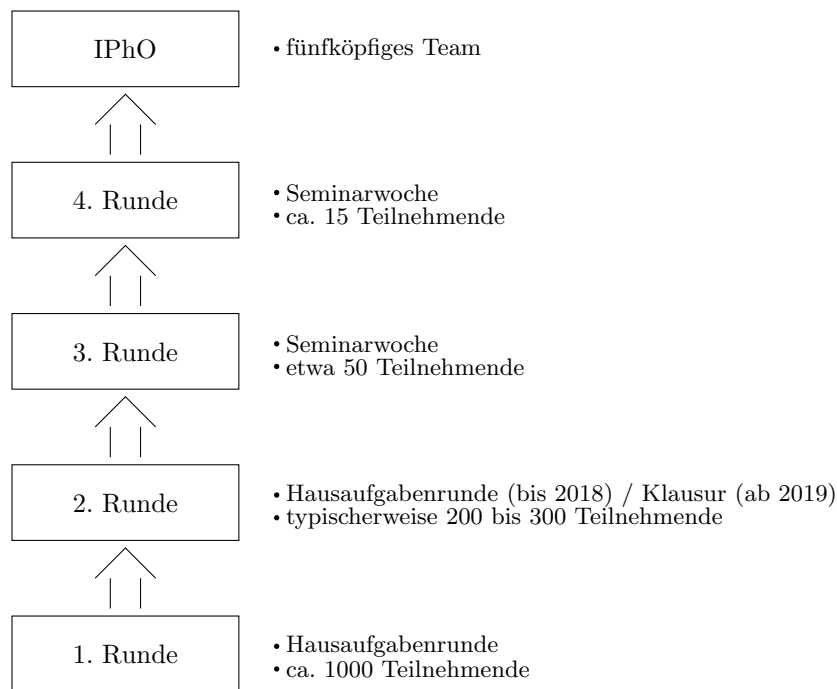


Abbildung 2.1: Struktur des deutschen Auswahlwettbewerbs für die Internationale PhysikOlympiade.

halben Million (ebd.). Letztendlich reisen aus jedem teilnehmenden Land maximal fünf Schüler und Schülerinnen zum internationalen Wettbewerb.

In Deutschland dient ein vierstufiger Wettbewerb, die PhysikOlympiade in Deutschland oder kurz einfach PhysikOlympiade, zur Identifikation und Vorbereitung des deutschen Teams für die IPhO (siehe Abbildung 2.1 für einen Überblick). Diese beginnt im Frühjahr des Jahres vor dem internationalen Wettbewerb. In der ersten Runde gibt es vier theoretische Aufgaben, die von den Teilnehmenden bis zum frühen Herbst allein und in Hausarbeit zu bearbeiten sind. Alle Schülerinnen und Schüler, welche die mit den Aufgaben bekanntgegebene Mindestpunktzahl erzielen, qualifizieren sich für die zweite Runde im Herbst. Außerdem dürfen Siegerinnen und Sieger des „Bundesweiten Wettbewerbs Physik“ des Verbandes zur Förderung des MINT-Unterrichts, der Landesolympiaden Physik in Brandenburg, Thüringen, Sachsen und Sachsen-Anhalt sowie Landessiegerinnen und Landessieger des Wettbewerbs „Jugend forscht“ im Fachbereich Physik an der zweiten Runde der PhysikOlympiade teilnehmen. Bis zur PhysikOlympiade 2018 bestand diese wiederum aus theoretischen sowie einer experimentellen Aufgabe, die allein und als Hausarbeit zu lösen waren. Seit dem Auswahlwettbewerb zur Internationalen PhysikOlympiade 2019 findet die zweite Runde als theoretische Klausur an den Schulen der Teilnehmenden statt. Die bundesweit etwa 50 besten Teilnehmenden der zweiten Runde werden zur dritten Runde eingeladen, die als einwöchiges Seminar Anfang des nächsten Jahres organisiert ist. Neben theoretischen und experimentellen Klausuren gibt es ein Rahmenprogramm, das den Teilnehmenden

die Möglichkeit bietet, andere Jugendliche mit ähnlichen Interessen kennenzulernen, Einblicke in aktuelle Forschung zu gewinnen und sich unter Anleitung von IPhO-Expertinnen und -Experten, wie ehemaligen Teilnehmenden, auf die Anforderungen im internationalen Wettbewerb vorzubereiten. Die etwa 15 besten Teilnehmenden der dritten Runde qualifizieren sich für die vierte und letzte Runde des deutschen Auswahlwettbewerbs, die im Frühjahr wiederum als Seminarwoche durchgeführt wird. Die fünf besten unter ihnen reisen im Sommer, nach zwei mehrtägigen Vorbereitungsseminaren, zur Internationalen PhysikOlympiade, um Deutschland beim Wettbewerb zu vertreten (Wettbewerbsleitung IPhO am IPN, o.D.).

Teilnehmen können alle Schülerinnen und Schüler deutscher Schulen, die frühestens während der ersten Runde<sup>1</sup> neunzehn Jahre alt werden, eine untere Altersgrenze gibt es nicht (Wettbewerbsleitung IPhO am IPN, o.D.). Die meisten Teilnehmenden besuchen die gymnasiale Oberstufe und sind dementsprechend etwa 16 bis 19 Jahre alt, es gibt jedoch auch einige jüngere Teilnehmende aus den Klassen 8 bis 10<sup>2</sup>. Zwar richtet sich die PhysikOlympiade gleichermaßen an Schülerinnen und an Schüler, dennoch ist der Anteil der Teilnehmerinnen recht niedrig und nimmt über die Runden hinweg überproportional ab (Wulff, 2019). Dies wird unter anderem dadurch erklärt, dass der kompetitive Aspekt stärker Schüler als Schülerinnen anspricht (ebd.) und dass „Mädchen die individuelle Arbeit bei einem Wettbewerb signifikant negativer als Jungen“ (Blankenburg et al., 2015, S. 148) bewerten. Vor dem Hintergrund, dass Wettbewerbe zur Nachwuchsgewinnung im MINT-Bereich beitragen sollen (Kultusministerkonferenz, 2015), ist diese Beobachtung sicherlich kritisch zu bewerten, da anscheinend dieses Ziel bei den Schülerinnen weniger gut erreicht wird als bei den Schülern. In der vorliegenden Dissertation sollen Genderunterschiede jedoch nicht im Vordergrund stehen (für eine ausführlichere Darstellung der Problematik sowie einer Intervention zur Förderung junger Frauen in der PhysikOlympiade sei auf die Dissertation von Wulff (2019) verwiesen).

Die PhysikOlympiade gehört zu den von der Kultusministerkonferenz empfohlenen Wettbewerben, da diese unter anderem „die Schülerinnen und Schüler bei der Entfaltung und Weiterentwicklung ihrer individuellen Begabungen und Interessen“ (Kultusministerkonferenz, 2009, S. 2, vgl. auch die oben dargestellten Annahmen von Campbell und Feng, 2010) unterstützt. Spezifischer auf die Ziele der PhysikOlympiade gehen Petersen und Wulff (2017) ein. Nach ihnen verschieben sich die Ziele über die Wettbewerbsrunden hinweg: Die Aufgaben der ersten Runde sollen Interesse an der Physik wecken und die Schülerinnen und Schüler zur Teilnahme motivieren, um so auch ein langfristiges Interesse zu fördern. Aus diesem Grund sind die physikalischen Inhalte der ersten Runde größtenteils durch den Lehrplan abgedeckt. In den höheren Runden verschiebt sich der Fokus immer mehr auf die Auswahl und das Training des deutschen Teams für die Internationale PhysikOlympiade. Daher orientieren sich die Anforderungen zunehmend an den Vorgaben der Internationalen PhysikOlympiade (IPhO, 2015) und übersteigen dementsprechend den Lehrplan.

---

<sup>1</sup>genau gesagt, am 1. Juli

<sup>2</sup>Quelle: Statistische Auswertung der 1. Runde im Auswahlwettbewerb zur 49. IPhO 2018, zur Verfügung gestellt von der Wettbewerbsleitung. Die Verteilung der Teilnehmenden auf die Klassenstufen hat sich in den vergangenen Jahren nicht wesentlich verändert (persönliche Kommunikation mit der Wettbewerbsleitung, 17.02.2020).

## 2.2 Die Rolle der Mathematik in der Physik

Da Mathematik eine bedeutende Rolle in der Physik spielt, kann man annehmen, dass Mathematik auch für die PhysikOlympiade von Bedeutung ist. Daher werden im Folgenden zunächst theoretische Betrachtungen zur Rolle der Mathematik in der Physik dargestellt, die anschließend beispielhaft an Aufgaben der PhysikOlympiade illustriert werden. Die Darstellung bietet keine erschöpfende Abhandlung zur Rolle der Mathematik in der Physik, sondern beschränkt sich auf Aspekte, die für die vorliegende Untersuchung relevant sind. Interessierte Lesende seien zur Vertiefung auf die weiterführende Literatur verwiesen (zum Beispiel auf die Dissertationen von Krey (2012) und Uhden (2012) oder auf Bing und Redish, 2009, Brush, 2015, Deschauer, 2017, Galili, 2018, Kragh, 2015, Pospiech, 2015, Redish und Kuo, 2015, Sherin, 2001).

### 2.2.1 Theoretische Betrachtungen zur Rolle der Mathematik in der Physik

Die Bedeutung der Mathematik in der Physik gilt als unbestritten: Beispielsweise bezeichnen Bing und Redish (2009) die Mathematik als „backbone of physics“ (S. 1), Pospiech, Eylon, Bagnò, Lehavi und Geyer (2015) als „language of physics“ (S. 1), Wigner (1960) spricht schon im Titel von der „unreasonable effectiveness“ der Mathematik in der Physik und Arnold (2014) beschreibt Mathematik gar als „part of physics“ (S. 851). Das beste Beispiel dafür, wie mit Hilfe der Mathematik physikalische Prozesse effektiv beschrieben werden, stellen wohl Formeln dar. Beispielsweise kann das Coulombsche Gesetz kurz und präzise mit Symbolen und mathematischen Operatoren angegeben werden. Wollte man das Coulombsche Gesetz dagegen ebenso präzise in Worten ausdrücken, würde dies deutlich mehr Zeit in Anspruch nehmen und viel Aufmerksamkeit erfordern für das, was man sagt, aber auch dafür, wie man es sagt. So überrascht es nicht, dass Mathematik als unverzichtbar für die Physik gesehen oder als deren Voraussetzung bezeichnet wird (zum Beispiel in der DPG-Studie Physik in der Schule (DPG Autorenteam, 2016), bei Uhden, 2012, Uhden, Karam, Pietrocola und Pospiech, 2012, oder Redfors, Hansson, Hansson und Juter, 2014). So kann die Mathematisierung der Physik für Schülerinnen und Schüler eine Schwierigkeit darstellen (zum Beispiel DPG Autorenteam, 2016, Redfors et al., 2014). Nach Angell, Guttersrud, Henriksen und Isnes (2004) unterscheiden sich Lernende und Lehrkräfte jedoch in ihrer Einschätzung, inwieweit die Mathematik ein Problem in der Physik ist: Der Anteil der Lehrkräfte, die die Mathematik in der Physik als problematisch ansahen, lag deutlich über dem Anteil der Schülerinnen und Schüler, die diese Einschätzung teilten. Dass Mathematik eine Schwierigkeit sein kann, darauf weist auch die Untersuchung von Hudson und McIntire (1977) hin. Diese zeigte, dass mathematische Kompetenzen zwar notwendige, aber keine hinreichenden Voraussetzungen für das Physiklernen sind: Während Studierende, die im Mathematiktest am Anfang des Semesters schlecht abschnitten, größtenteils auch schlechte Ergebnisse in der abschließenden Physik Klausur erzielten, hatte ein gutes Ergebnis im Mathematiktest nicht notwendig auch ein gutes Ergebnis in der Physik Klausur zur Folge. Eine Erklärung dafür liefert

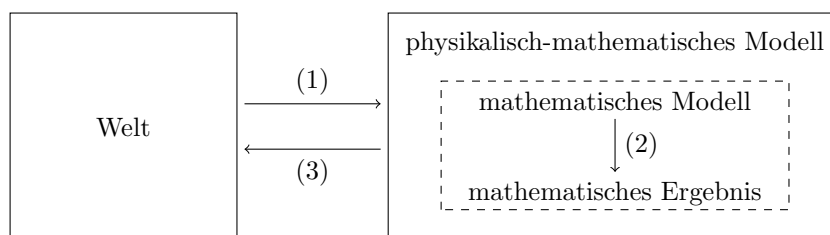


Abbildung 2.2: Modell der Anwendung von Mathematik in Physik, adaptiert nach Uhden, Karam, Pietrocola und Pospiech (2012) und Blum und Leiß (2005).

Redish (2006), der betont, dass Mathematik in Physik kein rein mathematisches Arbeiten ist, oder, wie Bing und Redish (2009) es ausdrücken: „math in science is considerably more complex than the straightforward application of rules and calculation taught in math classes“ (S. 1, siehe beispielsweise auch Uhden und Pospiech, 2011, oder Redish und Kuo, 2015). Wie Redish und Kuo (2015) ausführen, wird bei der Anwendung von Mathematik in Physik oft schon aus einer physikalischen Perspektive auf die mathematische Formulierung gesehen: Die Variablen haben eine physikalische Bedeutung, damit auch eine Einheit und sind womöglich wiederum von anderen auftretenden Variablen abhängig, auch wenn diese Abhängigkeit nicht explizit verschriftlicht wird – aus einer mathematischen Perspektive betrachtet tauchen diese Aspekte nicht auf. Bei der Bearbeitung einer Physikaufgabe muss man daher in der Regel nicht nur innermathematische Prozesse beherrschen, beispielsweise Äquivalenzumformungen oder Ableitungen, sondern auch das Zusammenbringen von Mathematik und Physik.

Um differenzierter zu beschreiben, wie Mathematik in der Physik angewendet wird, gibt es verschiedene Ansätze (beispielsweise Pospiech, 2015, Tuminaro und Redish, 2007, B. R. Wilcox, Caballero, Rehn und Pollock, 2013). Die vorliegende Arbeit bedient sich der Unterscheidung von Uhden et al. (2012) in eine *technische* und eine *strukturelle* Rolle der Mathematik in der Physik. Die technische Rolle meint die Anwendung der Mathematik als Werkzeug (z. B. auch Uhden und Pospiech, 2011), das heißt, wenn rein innermathematisch gearbeitet wird und der Bezug zur physikalischen Situation, von der ausgegangen wurde, außen vor gelassen wird. Die strukturelle Rolle meint das Zusammenbringen von Mathematik und Physik, wenn mathematische Strukturen genutzt werden, um ein idealisiertes physikalisches System mathematisch zu beschreiben oder physikalische Folgerungen aus mathematischen Darstellungen zu ziehen.

Ein Modell für die Anwendung der Mathematik ist in Abbildung 2.2 dargestellt<sup>3</sup> (vergleiche Uhden et al., 2012, und Blum und Leiß, 2005): Aus der Welt stammt die reale physikalische Aufgabe oder Problemstellung. Diese wird idealisiert, gegebenenfalls vereinfacht, und unter Nutzung von mathematischen Strukturen in ein physikalisch-mathematisches Modell überführt (Pfeil 1). Wenn alle benötigten physikalischen Voraussetzungen berücksichtigt und mathematisch formuliert in das Modell aufgenommen wurden, erhält man ein physikalisch-mathematisches Modell, das in

<sup>3</sup>Auch wenn dieser Eindruck naheliegend sein könnte, ist die Darstellung nicht so gedacht, dass die Pfeile (1), (2) und (3) notwendig sequentiell abgearbeitet werden. Ebenso wird meist das, was hier jeweils als ein Pfeil dargestellt ist, mehrere Schritte umfassen.

der Darstellung kurz als „mathematisches Modell“ bezeichnet ist. Damit soll nicht der physikalische Hintergrund verheimlicht werden. Stattdessen soll diese Bezeichnung verdeutlichen, dass ausgehend von diesem mathematischen Modell im Folgenden rein innermathematisch gearbeitet werden kann, um das mathematische Ergebnis des mathematischen Modells zu bestimmen (Pfeil 2). Dieses mathematische Ergebnis wird dann vor dem Hintergrund der ursprünglichen Problemstellung physikalisch interpretiert und evaluiert (Pfeil 3). Der Übergang zwischen Welt und physikalisch-mathematischem Modell (Pfeile 1 und 3) entspricht der strukturellen, zwischen mathematischem Modell und mathematischem Ergebnis (Pfeil 2) der technischen Rolle der Mathematik in Physik. Das dargestellte Modell basiert einerseits auf dem Modellierungskreislauf von Uhden et al. (2012) aus der Physikdidaktik, das die enge Verwobenheit von Physik und Mathematik durch das Gebiet des physikalisch-mathematischen Modells berücksichtigt, und nimmt andererseits aus Arbeiten der Mathematikdidaktik zum Modellieren explizit den Schritt vom mathematischen Modell zum mathematischen Ergebnis auf (beispielsweise im Modellierungskreislauf von Blum und Leiß, 2005). Im Modell von Uhden et al. (2012) taucht das (mathematische) Ergebnis nicht explizit auf, sondern das rein mathematische Arbeiten wird durch einen Pfad dargestellt, der beim physikalisch-mathematischen Modell beginnt und durch das Gebiet der Mathematik zurück zum Ausgangspunkt führt, aber visuell nicht deutlich macht, dass man (idealerweise) weiter ist als zuvor, nämlich ein Ergebnis erhalten hat. Auf die Darstellung von verschiedenen Mathematisierungsleveln im Gebiet des physikalisch-mathematischen Modells wie bei Uhden et al. (2012) wird hier aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet; dies ist hilfreich, wenn man physikalisches Problemlösen genauer untersucht, was in der vorliegenden Arbeit nicht der Fall ist.

### **2.2.2 Illustration der Rolle der Mathematik in der Physik am Beispiel der PhysikOlympiade**

Berücksichtigt man die Bedeutung der Mathematik für die Physik allgemein, sollte man davon ausgehen können, dass auch in der PhysikOlympiade Mathematik wichtig ist. Tatsächlich werden auf dem Aufgabenblatt zur ersten Runde der PhysikOlympiade gute Mathematikkenntnisse als eine Anforderung genannt. Der Stoffkatalog der Internationalen PhysikOlympiade (IPhO, 2015), der Themen und Fertigkeiten auflistet, die im internationalen Wettbewerb vorausgesetzt werden, enthält neben physikalischen Inhalten (wie der Lorentzkraft oder dem Wienschen Verschiebungsgesetz) und Fähigkeiten im Experimentieren (beispielsweise dem Wissen, dass durch mehrfache Messungen der zufällige Fehler reduziert werden kann, aber auch Kenntnissen von grundlegenden Sicherheitsvorgaben) auch mathematische Aspekte. So kann es gemäß diesem Katalog etwa vorkommen, dass in den Physikaufgaben lineare Gleichungssysteme zu lösen sind, Ableitungen und Integrale geometrisch interpretiert werden sollen oder Eigenschaften von Kegelschnitten benötigt werden. Gleichzeitig wird dort jedoch betont, dass die gestellten Aufgaben weniger mathematische Virtuosität prüfen sollten, sondern Kreativität und physikalisches Verständnis. Auf diesen

Stoffkatalog wird auch auf der Homepage der PhysikOlympiade verwiesen, wobei einschränkend vorausgeschickt wird:

Dieser Stoffkatalog ist für die PhysikOlympiade in Deutschland als obere Messlatte zu verstehen, die vorwiegend in den höheren Wettbewerbsrunden relevant wird. Viele der Teilnehmerinnen und Teilnehmer an dem Wettbewerb besitzen auch nicht alle in dem Stoffkatalog aufgeführten Kenntnisse und insbesondere in den ersten beiden Runden ist das auch nicht erforderlich. Die meisten der Aufgaben der PhysikOlympiade in Deutschland lassen sich mit einem deutlich schulnäheren Wissen lösen.

Viel wichtiger als die Kenntnis jedes Details dieses Stoffkataloges ist in der Regel das Training im Lösen von theoretischen und experimentellen Aufgaben. Erfahrung und Geschick im Herangehen an Probleme können selten durch Wissen ersetzt werden. (Anforderungen der PhysikOlympiade auf der Homepage der PhysikOlympiade<sup>4</sup>)

Das entspricht teilweise den Aussagen von Petersen (2010), der einerseits darauf hinweist, dass in der ersten Runde der motivationale Charakter im Vordergrund steht, was sich auch in den Aufgaben zeigt, der aber auch schreibt, dass die Wettbewerbsaufgaben sich von Standardaufgaben aus dem Physikunterricht unterscheiden, sowohl hinsichtlich des Niveaus in Physik und Mathematik, aber auch durch die Aufgabentypen und die entsprechend benötigten Lösungsstrategien. Gemäß beider Texte steigt also das Anforderungsniveau über die Runden und zur Lösung der Aufgaben sind nicht nur Faktenwissen, sondern auch Problemlösestrategien nötig. Ob sich diese Aussage jedoch nur auf die Physik bezieht oder ebenso, in gleicher oder vielleicht nur abgeschwächter Weise, auch auf die Mathematik, lässt sich basierend auf diesen Texten nicht sagen.

Beispielhaft seien im Folgenden zwei Aufgaben der PhysikOlympiaden vergangener Jahre vorgestellt; diese sowie die Musterlösungen sind auf der Homepage der PhysikOlympiade zu finden<sup>5</sup>. Die in Abbildung 2.3 dargestellte Aufgabe wurde in der ersten Runde der PhysikOlympiade 2015 gestellt; bei dieser Aufgabe konnten bis zu elf Punkte erzielt werden, für die Qualifikation zur zweiten Runde waren 35 der 50 möglichen Punkte notwendig. Die Musterlösung findet sich in Abbildung 2.4 und zeigt, dass das zentrale physikalische Wissen über das Stefan-Boltzmann-Gesetz ist sowie Wissen darüber, was unter einem Strahlungsgleichgewicht zu verstehen ist. Die mathematische Beschreibung der physikalischen Situation beruht damit im Wesentlichen auf einer Formel, insbesondere da in der Aufgabenstellung bereits vorgegeben ist, dass die relevanten Parameter sich nicht ändern. Die mathematischen Anforderungen beschränken sich vor allem auf den Umgang mit Termen und Gleichungen sowie das Rechnen mit Zahlen. Wie nach den obigen Ausführungen zu erwarten war, bewegen sie sich also auf einem eher niedrigen Level. Die Musterlösung schließt mit der Rückbindung des numerischen Ergebnisses an die reale Welt, die explizit in der Aufgabenstellung gefordert war.

---

<sup>4</sup><http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/anforderungen.html>

<sup>5</sup><http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/aufgaben.html>

Im Laufe ihrer Entwicklung verändert sich die Zusammensetzung der Sonne durch die in ihrem Inneren stattfindenden Fusionsprozesse. Bis zum Ende ihrer Phase als Hauptreihenstern wird der Sonnenradius dadurch auf etwa das 1,6-fache des jetzigen Wertes ansteigen, während ihre Oberflächentemperatur auf etwa 96% des heutigen Wertes sinkt.

Beim jetzigen Entwicklungsstand der Sonne würde sich ohne Berücksichtigung des Treibhauseffektes auf der Erde eine Gleichgewichtstemperatur von etwa 246 K einstellen.

Schätze ab, um wie viel sich diese Temperatur durch die Veränderung der Sonne verschieben wird. Erläutere kurz, was dies für das Leben auf der Erde bedeuten könnte.

Nimm für die Abschätzung an, dass sich der Bahnradius und andere relevante Parameter der Erde nicht verändern und die Temperatur auf der gesamten Erde die gleiche ist.

Abbildung 2.3: Aufgabe 4 der ersten Runde der PhysikOlympiade 2015, verfügbar unter [http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/46\\_IPhO\\_2015\\_1Rd\\_Handzettel\\_web.pdf](http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/46_IPhO_2015_1Rd_Handzettel_web.pdf).

Die von der Sonne abgegebene Strahlungsleistung  $P_S$  ist nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz proportional zur Oberfläche der Sonne und zur vierten Potenz ihrer Temperatur. Daher gilt für ihre Strahlungsleistung am Ende der Phase als Hauptreihenstern

$$P'_S = 1,6^2 \cdot 0,96^4 \cdot P_S \approx 2,2 \cdot P_S.$$

Die Erde absorbiert einen Anteil  $\kappa$  der Strahlungsleistung der Sonne. Dieser Faktor wird durch die geometrischen Gegebenheiten und die Albedo der Erde bestimmt. Es wird angenommen, dass  $\kappa$  konstant bleibt.

Im Gleichgewicht strahlt die Erde so viel Leistung ab, wie sie von der Sonne erhält<sup>3</sup>. Es gilt also für die Gleichgewichtstemperatur  $T_E$  erneut mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$T'_E = T_E \left( \frac{\kappa P'_S}{\kappa P_S} \right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt{1,6} \cdot 0,96 \cdot T_E \approx 299\text{K}.$$

Diese Erhöhung der Temperatur um mehr als 50 K würde ohne technische Hilfsmittel wohl das Ende der meisten Tierarten und des Menschen bedeuten. Da sich die Entwicklung aber über viele Millionen Jahre vollzieht, ist eine Adaption des Lebens denkbar.

<sup>3</sup>Genauer müsste man hier noch die von der Erde z.B. durch radioaktive Zerfälle und Gezeitenkräfte erzeugte Wärmeleistung mit berücksichtigen. Das ist mit den gegebenen Informationen im Rahmen dieser Abschätzung aber nicht möglich.

Abbildung 2.4: Musterlösung zur Aufgabe in Abbildung 2.3, verfügbar unter [http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/46\\_IPhO\\_2015\\_1Rd\\_Aufgaben\\_Loesungen.pdf](http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/46_IPhO_2015_1Rd_Aufgaben_Loesungen.pdf). Die Fußnote ist Teil der Musterlösung.

Eine LED in typischer Bauform besteht, wie nebenstehend skizziert, aus einer kleinen lichtemittierenden Fläche, dem Halbleiterkristall, der in einem transparenten Kunststoffgehäuse eingegossen ist. Dieses schützt die Diode und formt die räumliche Abstrahlcharakteristik der LED.

In vielen Fällen möchte man die LED als gerichteten Strahler einsetzen, der möglichst viel Licht in eine Richtung abstrahlt. Hierzu wird ein charakteristisches Kunststoffgehäuse verwendet, das aus einem zylindrischen Teil der Länge  $l$  und einer halbkugelförmigen Kuppe mit Radius  $r$  besteht. Der Radius  $r$  sei dabei deutlich größer als die Abmessung des Halbleiterkristalls. Eine gute Fokussierung ergibt sich, wenn alle Strahlen, die nahe der Symmetrieachse des Zylinders austreten, das Gehäuse parallel verlassen.

Bestimmen Sie, wie lang hierzu die Zylinderlänge  $l$  in Abhängigkeit von dem Radius  $r$  gewählt werden muss, wenn der Brechungsindex des Gehäusematerials  $n = 1,6$  beträgt.

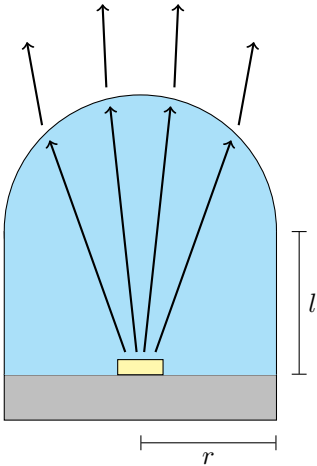


Abbildung 4: Skizze zu Lichtstrahlen im LED-Gehäuse.

Abbildung 2.5: Aufgabe 2d) der zweiten Runde der PhysikOlympiade 2017, verfügbar unter [http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/48\\_IPhO\\_2017\\_2Rd\\_Aufgaben\\_print.pdf](http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/48_IPhO_2017_2Rd_Aufgaben_print.pdf).

Aus der zweiten Runde der PhysikOlympiade 2017 stammt die Aufgabe in Abbildung 2.5. Dabei handelt es sich um die vierte von fünf Teilaufgaben einer Aufgabe, die sich mit Leuchtdioden (LEDs) beschäftigt; in den ersten drei Teilaufgaben geht es um LEDs in Schaltkreisen, die dargestellte Beispielaufgabe dreht sich um die Bauform einer LED und kann unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben gelöst werden, die letzte Teilaufgabe behandelt die Effizienz einer LED. Mit der dargestellten Teilaufgabe konnten die Teilnehmenden bis zu 5 Punkten erzielen, die maximal erreichbare Punktzahl der ganzen Aufgabe war 30. Um sich für die dritte Runde zu qualifizieren, waren 55 von 100 möglichen Punkten nötig.

Wie an der in Abbildung 2.6 gezeigten Musterlösung zu erkennen ist, werden auch hier mathematische und physikalische Kompetenzen benötigt: Die Situation wird zunächst idealisiert, indem die Ausdehnung des Halbleiters vernachlässigt wird – dies entspricht dem Übergang von der Welt zum physikalisch-mathematischen Modell (siehe den Modellierungskreislauf in Abbildung 2.2). Die Verwendung des mathematischen Konzepts „Punkt“ für den Halbleiter ebenso wie die Nutzung des Lichtstrahlmodells entsprechen der strukturellen Rolle der Mathematik. Das Phänomen der Brechung an der Oberfläche der Kuppe wird im Brechungsgesetz mathematisch formuliert. Die Berechnung des Winkels zwischen Lichtstrahl und Normalenvektor entspricht der technischen Rolle der Mathematik; hierfür ist es beispielsweise nötig, kongruente Winkel zu identifizieren und mit den trigonometrischen Funktionen umzugehen, aber die ursprüngliche Situation ist für die Berechnung nicht relevant. Die bereits angesprochenen trigonometrischen Funktionen werden



Betrachte einen Strahl, der im Abstand  $\rho$  nahe der Symmetrieachse auf die Kuppe des Gehäuses trifft. Der Strahl hat in Kleinwinkelnäherung die Steigung  $\rho/(l+r)$  und trifft auf die Gehäuseoberfläche auf, wo der Normalenvektor die Steigung  $\rho/r$  hat. Der Strahl schließt also einen Winkel

$$\alpha = \frac{\rho}{r} - \frac{\rho}{l+r}$$

mit dem Normalenvektor der Oberfläche ein. Der austretende Strahl hat dann gemäß dem Brechungsgesetz einen Winkel  $\beta = n\alpha$  zur Flächennormalen. Um parallel zur Symmetrieachse zu sein muss der Austrittswinkel aber genau  $\rho/r$  zur Flächennormalen sein, also

$$\beta = n \left( \frac{\rho}{r} - \frac{\rho}{l+r} \right) \stackrel{!}{=} \rho/r.$$

Somit muss für den Fall von Kunststoff mit  $n = 1,6$

$$l = \frac{r}{n-1} = \frac{r}{0,6} = 1,7r$$

gelten. Das ist genau die wohlbekannte charakteristische längliche LED Bauform.

Abbildung 2.6: Musterlösung zur Aufgabe in Abbildung 2.5, verfügbar unter [http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/48\\_IPhO\\_2017\\_2Rd\\_Aufgaben\\_Loesungen\\_web.pdf](http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/48_IPhO_2017_2Rd_Aufgaben_Loesungen_web.pdf).

genähert, wie aus der Musterlösung zu erkennen ist: Zwar geht es ausdrücklich um Steigung, die trigonometrischen Funktionen erscheinen jedoch nicht explizit. Personen, die bereits Erfahrung mit der Lösung von Physik- oder speziell Optikaufgaben besitzen, werden vermutlich schon bei der Formulierung „Strahlen, die nahe der Symmetrieachse des Zylinders austreten,“ in der Aufgabenstellung gewusst haben, dass die Kleinwinkelnäherung angewandt werden sollte; für weniger erfahrene Lernende (beispielsweise Schülerinnen und Schüler, die an der PhysikOlympiade teilnehmen), mag das jedoch nicht so offensichtlich sein. Zuletzt wird eine Gleichung gelöst (was wiederum der technischen Rolle der Mathematik entspricht) und dann wird das numerische Ergebnis wieder mit der physikalischen Situation in Verbindung gebracht.

In beiden Aufgaben wurden zur Lösung Physik- und Mathematikkompetenzen benötigt, wobei die verwendete Mathematik sich nicht auf die rein technische Rolle beschränkt. Berücksichtigt man die Bedeutung der Mathematik in der Physik allgemein, dürfte diese Einsicht nicht allzu überraschend sein. Außerdem zeigt sich bereits an der recht kurzen Beispielaufgabe aus der zweiten Runde (Abbildungen 2.5 und 2.6), dass ganz verschiedene mathematische Aspekte zur Lösung verwendet werden. Auch dies mag als nicht besonders erstaunlich angesehen werden, könnte jedoch für die Teilnehmenden problematisch sein: So kennen insbesondere jüngere Schülerinnen und Schüler möglicherweise die trigonometrischen Funktionen noch nicht, aber auch diejenigen in höheren Klassenstufen, die den Umgang mit Sinus und Cosinus bereits gelernt haben, werden sehr wahrscheinlich die Kleinwinkelnäherung im Unterricht nicht gelernt haben und stehen dann

vor der Herausforderung, eine trigonometrische Gleichung lösen zu müssen. Basierend auf dem Eindruck dieser einen Aufgabe ist es also durchaus vorstellbar, dass Teilnehmende der Physik-Olympiade mit der benötigten Mathematik Probleme haben, auch wenn sie das physikalische Phänomen der Brechung und die mathematische Formulierung im Brechungsgesetz gut kennen.

## Kapitel 3

# Studie 1: Mathematische Anforderungen in den Aufgaben der PhysikOlympiade

Dass mathematische Anforderungen für Schülerinnen und Schüler ein Problem im Physikunterricht darstellen können, wird immer wieder berichtet (zum Beispiel vom DPG Autorenteam, 2016, von Erinosh, 2013, Niss, 2017, Redfors et al., 2014, Tuminaro und Redish, 2007, Uhden, 2016, Uhden und Pospiech, 2011). Insbesondere wenn man sich an die dargestellten Beispielaufgaben aus der PhysikOlympiade erinnert (vgl. Abschnitt 2.2.2), kann man sich vorstellen, dass auch in der PhysikOlympiade die Mathematik eine Herausforderung für die Teilnehmenden sein kann. Da die Mathematik in der PhysikOlympiade bisher noch nicht untersucht wurde, ist auch nicht bekannt, ob in den theoretischen Aufgaben ähnliche mathematische Herausforderungen vorkommen wie oben bei den Beispielaufgaben beschrieben oder ob diese untypische Beispiele darstellen. Daher sollte zunächst die Frage beantwortet werden:

I Welches mathematische Wissen wird zur Lösung der theoretischen Aufgaben in der PhysikOlympiade benötigt?

### 3.1 Methode

Um die Frage nach dem benötigten Mathematikwissen zu beantworten, wurden die Musterlösungen aller theoretischen Aufgaben analysiert, die in den PhysikOlympiaden 2013 bis 2016 gestellt worden waren. Diese wurden freundlicherweise durch die Wettbewerbsleitung zur Verfügung ge-

stellt. Zum Teil sind die Aufgaben und Musterlösungen auch auf der Homepage der PhysikOlympiade veröffentlicht<sup>1</sup>.

Die Beschränkung auf die theoretischen Aufgaben erfolgte aufgrund der Überlegung, dass vor allem die theoretischen Aufgaben sich als problematisch erweisen könnten. Da der Fokus bei den experimentellen Aufgaben auf den Fähigkeiten im Experimentieren liegt, ist die erforderliche Mathematik dort weniger anspruchsvoll – dies wurde mir auch in persönlichen Gesprächen bei der dritten Runde der PhysikOlympiade 2018, während der ich die Gelegenheit hatte, mich mit einigen Teilnehmenden zu unterhalten, bestätigt. Diese sahen den Fokus in den experimentellen Aufgaben ebenfalls stärker auf dem Experimentieren oder den zugrunde liegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten. Eine Person war beispielsweise der Meinung, dass in der experimentellen Klausur „die Mathematik jetzt kein so’n großer Punkt“ war (persönliche Kommunikation, 30.01.2018), eine andere Person drückte es so aus: „Der mathematische Teil vom Aufgabenlösen, der ist deutlich präsenter im Theorieteil, das muss ich eindeutig sagen“ (persönliche Kommunikation, 30.01.2018). Auch auf den zeitlichen Ablauf bezogen könnten sich zuerst die theoretischen Aufgaben als problematisch erweisen, da experimentelle Aufgaben erst ab der zweiten Runde<sup>2</sup> vorkommen. Die Teilnehmenden begegnen also zunächst nur theoretischen Aufgaben und diese bleiben, gemessen an der Punkteverteilung, auch in den höheren Runden wichtiger als die experimentellen; entsprechend der Punkteverteilung im internationalen Wettbewerb machen die theoretischen Aufgaben 60% der insgesamt erreichbaren Punkte in der dritten und vierten Runde aus.

Um die mathematischen Anforderungen, also das mathematische Wissen, das von den Aufgabenstellern erwartet wird, zu identifizieren, wurden die Musterlösungen analysiert, die als prototypische Bearbeitungen von Physikexpertinnen und -experten betrachtet werden können. Eine Analyse von Lösungen der Teilnehmenden hingegen hätte Aussagen darüber erlaubt, welche mathematischen Kenntnisse diese nutzen, um die Wettbewerbsaufgaben zu lösen. Anhand der erzielten Punktzahl hätte man für jeden einzelnen Fall eine Aussage darüber treffen können, welche Lösung die Korrektoren und Korrektorinnen als ausreichend bei der Bearbeitung angesehen hatten, allerdings könnte eine solche ausreichende Lösung umständlicher sein als die Musterlösung. In diesem Fall würde die Antwort auf die Forschungsfrage I verzerrt werden, wenn mathematisches Wissen identifiziert wird, das zwar von den Teilnehmenden zur Bearbeitung der Aufgaben verwendet wird, aber nicht notwendig benötigt wird.

Zur Analyse wurden die Musterlösungen aller theoretischen Aufgaben der vier Wettbewerbsrunden der Jahre 2013 bis 2016 herangezogen. Die Verwendung von Musterlösungen aller Auswahlrunden erlaubt eine Aussage über mögliche Veränderungen im Wettbewerbsverlauf. Die vier ausgewählten Jahrgänge waren während der Analyse die aktuellsten Jahrgänge, von denen die

<sup>1</sup><http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/aufgaben.html>

<sup>2</sup>Durch die Umstellung von einer zweiten Hausaufgaben- auf eine Klausurrunde im Rahmen der PhysikOlympiade 2019 gibt es keine experimentelle Aufgabe mehr in der zweiten, dafür nun in der ersten Runde. Die hier zugrunde liegenden Untersuchungen im Kontext der PhysikOlympiade fanden allerdings vor dieser Umstellung statt.

	2013	2014	2015	2016	Gesamt
Erste Runde	6	5	4	5	20
Zweite Runde	9	16	11	11	47
Dritte Runde	30	26	19	24	99
Vierte Runde	23	23	17	28	91
Gesamt	68	70	51	68	257

Tabelle 3.1: Verteilung der theoretischen Teilaufgaben auf Wettbewerbsrunden und Jahre; analysiert wurden die die Musterlösungen aller dieser Aufgaben.

Aufgaben und Musterlösungen aller vier Runden vorlagen. Basierend auf den Ergebnissen der Analyse dieser vier Jahrgänge wurde entschieden, keine weiteren Musterlösungen früherer Jahre zusätzlich zu analysieren, da kaum davon auszugehen ist, dass die Ergebnisse sich durch die Analyse weiterer Musterlösungen merklich ändern würden. Diese Überlegungen sind in der Diskussion in Kapitel 5 ausgeführt.

Insgesamt wurden die Musterlösungen zu 257 Teilaufgaben analysiert, die Verteilung auf Jahre und Wettbewerbsrunden ist in Tabelle 3.1 dargestellt.

Für die Analyse wurde ein System entwickelt, das das in den Musterlösungen vorkommende mathematische Wissen kategorisiert. Als Ausgangskategorien dienten die mathematischen Inhalte im Stoffkatalog der Internationalen PhysikOlympiade (IPhO, 2015), die während der Analyse basierend auf den tatsächlichen Anforderungen verfeinert wurden. Das Kategoriensystem sollte anschließend einen Abgleich mit dem Mathematiklehrplan ermöglichen (Studie 2, dargestellt in Kapitel 4), wodurch der Auflösungsgrad des Kategoriensystems vorgegeben wurde. Beispielsweise werden in den Musterlösungen sowohl Polynome, aber auch Terme mit rationalen Exponenten, die natürliche Exponentialfunktion sowie die Sinus- und Cosinusfunktion differenziert; da diese Ableitungen nicht unbedingt alle in der gleichen Klassenstufe unterrichtet werden, wurde die Kategorie „Ableitungen elementarer Funktionen“ aus dem IPhO Stoffkatalog (IPhO, 2015, Abs. 4.7) aufgeteilt nach den Funktionenklassen, die jeweils abgeleitet werden. Zusätzlich wurden einige Kategorien ergänzt, die zwar nicht im Stoffkatalog aufgeführt sind, in den Musterlösungen jedoch auftraten, wie die Bestimmung von Grenzwerten auf unterschiedlichen formalen Niveaus. In Anbetracht der Komplexität der Aufgaben, und dementsprechend auch der Musterlösungen, wurden im Regelfall mehrere Kategorien in jeder Musterlösung identifiziert.

Beispielhaft ist in Abbildung 3.1 noch einmal die bereits bekannte Musterlösung der in Abbildung 2.3 präsentierten Aufgabe aus der ersten Runde der PhysikOlympiade 2015 mit den identifizierten Kategorien dargestellt; der Übersichtlichkeit halber ist jede Kategorie nur einmal genannt, auch wenn sie an mehreren Stellen der Musterlösung zu finden ist. Wie auch schon im zweiten in Kapitel 2.2.2 ausgeführten Beispiel (siehe Abbildung 2.5 für die Aufgabenstellung und Abbildung 2.6 für die Musterlösung) sind auch hier nicht alle mathematischen Zwischenschritte explizit aufgeschrieben, sondern werden erst beim genaueren Durcharbeiten der Musterlösung deutlich.

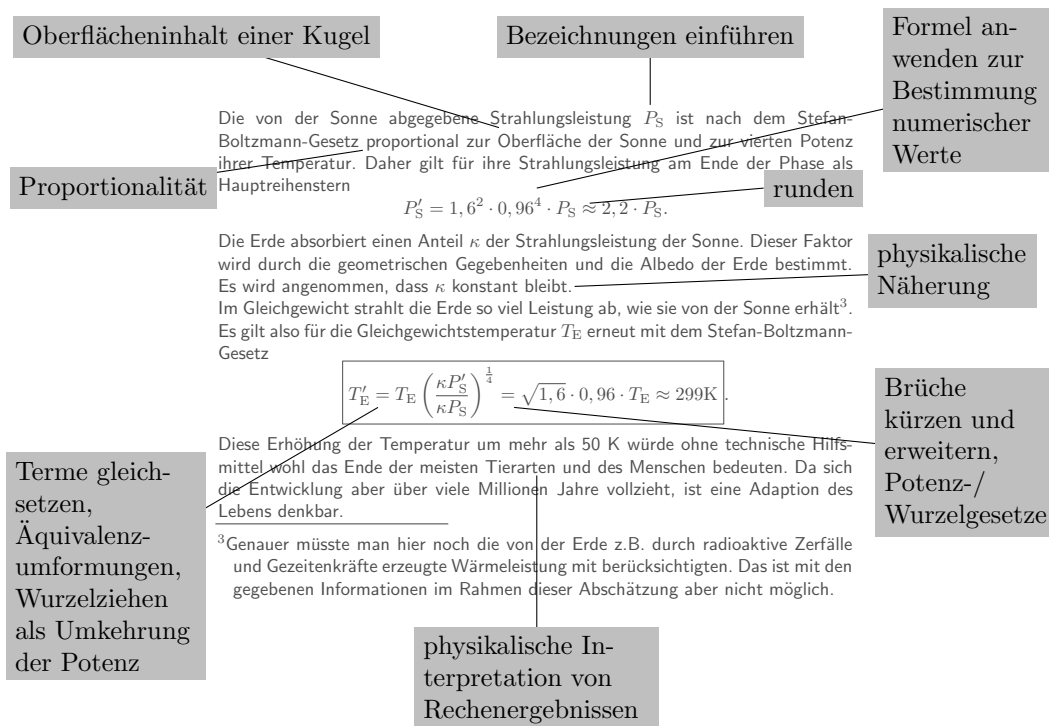


Abbildung 3.1: Analyse der Musterlösung in Abbildung 2.4.

So ist beispielsweise verbal formuliert „im Gleichgewicht strahlt die Erde so viel Leistung ab, wie sie von der Sonne erhält“, die mathematische Formulierung als Gleichheit zweier Terme ist jedoch nicht niedergeschrieben, erst der sich durch Umformungen dieser Gleichung ergebende Ausdruck für die gesuchte Größe  $T'_E$  ist wieder zu finden.

Die Analyse der Musterlösungen resultierte in einem detaillierten Katalog von 203 Kategorien, die die mathematischen Anforderungen wiedergeben und im folgenden Schritt einen Abgleich mit den Lehrplänen erlaubten.

Nachdem alle Musterlösungen analysiert worden waren, wurden 33 dieser Musterlösungen (13%), die aus allen vier Jahren stammten und allen Runden, von einer zuvor nicht involvierten Person noch einmal kategorisiert. Diese Person gab für jede Musterlösung und jede der 203 identifizierten Kategorien an, ob die Kategorie in der jeweiligen Musterlösung vorkommt oder nicht. Die Interrater-Übereinstimmung betrug 97.2%, was unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Häufigkeiten der Kategorien variieren, einem korrigierten Kappa-Wert von  $\kappa_n = .94$  (siehe Brennan & Prediger, 1981) entspricht und eine hinreichende Objektivität des entwickelten Kategoriensystems anzeigt. Die wenigen Fälle, in denen die beiden Rater nicht übereinstimmten, wurden von ihnen diskutiert, um einen Konsens zu erreichen. Als Folge wurden die Beschreibungen einiger Kategorien überarbeitet, um Kategorien deutlicher voneinander abzugrenzen,

und zwei Kategorien wurden noch einmal in jeweils zwei Kategorien aufgeteilt. Der endgültige Katalog umfasste damit 205 mathematische Kategorien und ist im Anhang A zu finden.

## 3.2 Ergebnisse

Die 205 identifizierten mathematischen Kategorien decken ein breites Spektrum an Mathematik ab. Mehr als ein Fünftel entstammt dem Gebiet der Differential- und Integralrechnung (43 Kategorien), wie die bereits angesprochenen Ableitungen verschiedener Funktionenklassen, aber auch Integrale unterschiedlicher Funktionenklassen oder Rechenregeln zum Integrieren und Differenzieren. Beinahe ebenso viele Kategorien (39) behandeln Funktionen und deren Eigenschaften, zum Beispiel die Symmetrie einer quadratischen Funktion oder Umkehrfunktionen. Auch viele Kategorien aus der Geometrie, wie Längen-, Flächeninhalts- oder Volumenformeln für verschiedene Objekte, sind enthalten (35 Kategorien) und kaum weniger aus der Algebra (28 Kategorien), beispielsweise diverse Rechengesetze oder Äquivalenzumformungen. Alle anderen Gebiete, wie das Rechnen mit Vektoren oder komplexen Zahlen, Statistik oder Näherungsmethoden, machen jeweils einen deutlich kleineren Teil aus (maximal acht Kategorien). Die komplette Liste aller Kategorien ist im Anhang A dargestellt.

Lediglich sieben der 257 Musterlösungen enthielten überhaupt keine mathematischen Anforderungen, wie beispielsweise ein Kreuzworträtsel, in dem zum Beispiel nach dem Ladungsspeichervermögen gefragt wurde (PhysikOlympiade 2016, 1. Runde, Aufgabe 2). Im Durchschnitt wurden in jeder Musterlösung mehr als acht der Kategorien verwendet. Die Kategorien unterscheiden sich deutlich in ihrem Vorkommen während der vier Jahre und über die vier Runden hinweg und lassen sich gemäß ihrem Vorkommen in vier Gruppen einteilen (siehe auch Tabelle 3.2 bzw. Anhang A für Details).

**1. Kategorien, die in jedem Jahr und jeder Runde vorkommen** Acht Kategorien wurden identifiziert, die in jedem Jahr und in jeder Runde vorkommen und somit die mathematischen Grundlagen für die PhysikOlympiade darstellen. Diese Kategorien sind vor allem solche, in denen es um den Umgang mit Formeln geht (ausmultiplizieren/ausklammern, Terme gleichsetzen, Äquivalenzumformungen, Terme ineinander einsetzen), außerdem um das Berechnen von Werten (Formel anwenden zur Bestimmung numerischer Werte, runden, Umgang mit Einheiten) sowie das Einführen von Bezeichnungen.

**2. Kategorien, die in jedem Jahr, aber nicht in der ersten Runde vorkommen** 24 Kategorien kommen in jedem Jahr vor, jedoch nur in höheren Runden. Diese Kategorien können dementsprechend als notwendig für diejenigen Teilnehmerinnen und Teilnehmer angesehen werden, die sich für die höheren Runden qualifizieren. Fast die Hälfte dieser Kategorien stammt aus der Differential- und Integralrechnung, wie das Differenzieren oder Integrieren von Polynomen,

Gruppe	Vorkommen in der PhysikOlympiade (Frage I)	Bedeutung in der PhysikOlympiade	Verfügbarkeit zum Ende der Klassenstufe 10 gemäß Mathematiklehrplan (Frage II)
1	jedes Jahr, jede Runde	Grundlagen für alle TN	ja
2	jedes Jahr, nicht in Runde 1	notwendig für diejenigen TN, die sich für höhere Runden qualifizieren	teilweise, Unterschiede zwischen den Bundesländern
3	jedes Jahr, unterschiedlich bezüglich der Runden	notwendig für diejenigen TN, die sich für den internationalen Wettbewerb qualifizieren	größtenteils
4	nur in manchen Jahren	abhängig von den spezifischen Physikaufgaben	teilweise, Unterschiede zwischen den Bundesländern

Tabelle 3.2: Überblick über die Gruppierung der identifizierten Kategorien, ihre Bedeutung für den Wettbewerb und die Abdeckung durch den Mathematiklehrplan; TN – Teilnehmende.

das Integral der Funktion  $f(x) = 1/x$  (ab der zweiten Runde) oder die Kettenregel (ab der dritten Runde). Andere Kategorien befassen sich mit Rechenregeln, beispielsweise für Logarithmen oder Sinus und Cosinus, oder der Taylorentwicklung (ab der zweiten Runde).

**3. Kategorien, die in jedem Jahr vorkommen, jedoch unterschiedlich über die Runden verteilt** 26 weitere Kategorien wurden identifiziert, die in jedem Jahr vorkommen, bei denen das Auftreten über die Runden hinweg jedoch variiert. Diese Kategorien stellen also solche Anforderungen dar, denen diejenigen Teilnehmenden irgendwann im Laufe des Wettbewerbs sicher begegnen werden, die sich für den internationalen Wettbewerb qualifizieren, während alle anderen Teilnehmenden ihnen auch begegnen können. So wurde beispielsweise in der Physik-Olympiade 2013 das Volumen einer Kugel in der ersten Runde benötigt, während es ein Jahr später nur in der dritten Runde vorkam. Ähnlich verhält es sich mit den Potenzgesetzen oder dem Skalarprodukt, das teilweise schon in der ersten, teilweise erst in der vierten Runde vorkam, und auch die Proportionalität oder die Definition der trigonometrischen Funktionen im rechtwinkligen Dreieck wurden nicht in jeder Runde verwendet.

**4. Kategorien, die nur in manchen Jahren vorkommen** Die verbleibenden 147 Kategorien wurden nur in manchen der Jahren identifiziert und stellen damit solche Anforderungen dar, die eng mit den einzelnen Aufgaben zusammenhängen, die jeweils gestellt wurden. Eigenschaften bestimmter Funktionenklassen wie der Wurzelfunktion oder abschnittsweise definierte Funktionen, bestimmte Ableitungen oder Integrale gehören ebenso in diese Gruppe wie viele Kategorien aus dem Gebiet der Geometrie, beispielsweise verschiedene geometrische Konstruk-



tionen oder Raumwinkel. Auch Differentialgleichungen oder Grenzwerte kamen in einigen der Musterlösungen vor, jedoch nicht jedes Jahr, genauso wie alle Kategorien aus dem Gebiet der Statistik, beispielsweise die Berechnung des Erwartungswerts oder die Pfadregeln, und der komplexen Zahlen, wie die Berechnung des Betrags einer komplexen Zahl oder der Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen.

### **3.3 Zusammenfassung**

Studie 1 diente der Beantwortung der Forschungsfrage I nach dem zur Lösung der theoretischen Aufgaben der PhysikOlympiade benötigten mathematischen Wissen.

Die Analyse der Musterlösungen aus den Jahren 2013 bis 2016 zeigte, dass die Teilnehmenden ein sehr breites mathematisches Wissen benötigen, und bestätigte die Bedeutung der Mathematik für die PhysikOlympiade. 205 Kategorien aus einem weiten Spektrum der Mathematik wurden in den analysierten Musterlösungen identifiziert und in fast jeder Aufgabe wurde Mathematik benötigt. Auch wurde die Vermutung bestärkt, dass Schülerinnen und Schüler aufgrund von fehlenden Mathematikkenntnissen Probleme bei der Bearbeitung der Aufgaben in der PhysikOlympiade haben können, da beispielsweise die Taylorentwicklung als in jedem Jahr auftretende Anforderung gefunden wurde, die jedoch sicherlich nicht allen Teilnehmenden bekannt ist, da sie traditionell nicht in Mathematiklehrplänen vorkommt. Der Frage, ob dies auch für andere der identifizierten Kategorien gilt oder ob die Taylorentwicklung die einzige kritische Anforderung darstellt, widmet sich die folgende Frage II nach der Abdeckung der Kategorien durch den Mathematiklehrplan.

## Kapitel 4

# Studie 2: Mathematische Voraussetzungen der Teilnehmenden laut Lehrplan

Die Untersuchung von Frage I zeigte, dass Mathematik in der PhysikOlympiade eine wichtige Rolle spielt und zumindest die Anwendung der Taylorentwicklung über das hinausgeht, was den Teilnehmenden aus dem Unterricht bekannt ist (siehe Kapitel 3). Ob das lediglich in diesem einen Fall zutrifft oder mehrere Kategorien für die Schülerinnen und Schüler ein Hindernis darstellen können, sollte daher im Folgenden untersucht werden. Zur Beantwortung der Frage

II In welchem Ausmaß verfügen die Teilnehmenden der PhysikOlympiade über das benötigte mathematische Wissen?

diente ein Abgleich von vier gymnasialen Mathematiklehrplänen mit den zur Beantwortung von Frage I identifizierten Kategorien.

### 4.1 Methode

Um zu untersuchen, inwieweit davon ausgegangen werden kann, dass die Teilnehmenden der PhysikOlympiade den mathematischen Anforderungen gewachsen sind, wurden die 205 Kategorien, die bei der Analyse der Musterlösungen identifiziert worden waren, mit vier Mathematiklehrplänen verglichen. Die Lehrpläne dienen als Indikator für die Inhalte, die offiziell im Mathematikunterricht behandelt werden sollten, und wurden daher als Indikator dafür, über welches mathematische Wissen die Teilnehmenden verfügen, herangezogen. Die meisten Teilneh-

menden (mehr als 80% in der ersten Runde der PhysikOlympiade 2018<sup>1</sup>) besuchen die gymnasiale Oberstufe, daher wurden zum Abgleich nur gymnasiale Lehrpläne herangezogen. Aufgrund der Kulturhoheit der Bundesländer kann jedes Bundesland seinen eigenen Lehrplan implementieren und die einzelnen Lehrpläne unterscheiden sich in mehrerer Hinsicht: Einige Lehrpläne geben sehr konkrete Inhalte vor, bei anderen liegt der Fokus vor allem auf übergeordneten Leitideen, so dass die tatsächlich zu behandelnden Inhalte weniger konkret bleiben. Des Weiteren sind die mathematischen Inhalte nicht überall denselben Klassenstufen zugeordnet, sondern manche Inhalte werden in einigen Bundesländern früher, in anderen Bundesländern später unterrichtet. Schließlich gibt es Lehrpläne, die Inhalte nicht nach Klassenstufen differenzieren, sondern beispielsweise jeweils zwei Klassenstufen zusammenfassen oder die Klassenstufen fünf und sechs sowie sieben bis neun. Alle der ausgewählten Lehrpläne differenzieren jedoch zwischen den letzten beiden Jahren (Stufen elf und zwölf im achtjährigen gymnasialen Bildungsgang bzw. zwölf und dreizehn im neunjährigen gymnasialen Bildungsgang) und den niedrigeren Klassenstufen (fünf bis zehn bzw. fünf bis elf). Da die meisten Teilnehmerinnen und Teilnehmer der PhysikOlympiade die gymnasiale Oberstufe besuchen, kann man (grob) davon ausgehen, dass die mathematischen Inhalte der Klassenstufen fünf bis zehn/elf einem durchschnittlichen PhysikOlympioniken vertraut sind, während die Inhalte der letzten beiden Jahrgangsstufen möglicherweise noch nicht bekannt sind. Aus diesem Grund wurden die zuvor identifizierten Kategorien nicht einzelnen Klassenstufen zugeordnet, sondern danach unterschieden, ob sie in den Lehrplänen

- a) in den Klassenstufen fünf bis zehn bzw. elf (im Folgenden als Unter-/Mittelstufe bezeichnet) zu finden sind und daher davon auszugehen ist, dass die Teilnehmenden sie kennen, oder
- b) in den letzten beiden Jahrgangsstufen (im Folgenden als Kursstufe bezeichnet) zu finden und daher den Teilnehmenden möglicherweise noch nicht bekannt sind.

Beispielhaft wurden vier Bundesländer ausgewählt, deren gymnasiale Mathematiklehrpläne zum Abgleich mit den identifizierten Aspekten herangezogen wurden: Baden-Württemberg und Schleswig-Holstein als ein südliches und ein nördliches Bundesland, Hamburg als einer der Stadtstaaten und Sachsen als eines der neuen Bundesländer. Zum Abgleich der Kategorien mit den Lehrplänen wurde zunächst jedes der Dokumente (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2004, Freie und Hansestadt Hamburg, Behörde für Schule und Berufsbildung, 2011/2009/2015, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2004/2009/2011/2013, Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein, 2014) einmal gelesen und es wurde notiert, sobald ein Kategorie gefunden wurde. Anschließend wurde in den digitalen Versionen der Lehrpläne explizit nach den Kategorien gesucht, die noch nicht gefunden worden waren. Als Suchbegriffe wurden Schlüsselbegriffe aus den Bezeichnungen der Kategorien verwendet sowie inhaltlich ähnliche Begriffe, da nicht jede Kategorie in genau der Formulierung in den Lehrplänen vorkommt, in der sie im Kategoriensystem zu finden ist. Lieferte diese Suche auch kein

<sup>1</sup>Quelle: Statistische Auswertung der 1. Runde im Auswahlwettbewerb zur 49. IPhO 2018, von der Wettbewerbsleitung zur Verfügung gestellt

Ergebnis, wurden die Abschnitte des Lehrplans mit denjenigen Themen noch einmal genau gelesen, bei denen die gesuchte Kategorie möglicherweise behandelt werden. Zum Teil wurden die Kategorien implizit gefunden, zum Teil in einer anderen Formulierung (die dann wiederum für die Suche in den anderen Dokumenten genutzt wurde). Die Feinheit der Kategorien erwies sich dabei als ausgesprochen hilfreich, da beispielsweise die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion überall in der Kursstufe unterrichtet wird, die Ableitung von Polynomen in manchen Bundesländern hingegen schon in der Unter-/Mittelstufe.

## 4.2 Ergebnisse

Wie bereits gesagt, unterscheiden sich die Lehrpläne mit Blick darauf, wie konkret sie die mathematischen Inhalte ausführen. Dementsprechend wurde nicht jede Kategorie in jedem Lehrplan gefunden. Nichtsdestotrotz gibt es einige eindeutige Tendenzen (vergleiche auch Tabelle 3.2). Das Resultat des Abgleichs mit den vier Lehrplänen für jede einzelne Kategorie ist auch in Anhang A zu finden.

Deutliche Unterschiede zwischen den Bundesländern zeigten sich insbesondere in der Differential- und Integralrechnung, sowohl hinsichtlich der Frage, was unterrichtet wird, als auch hinsichtlich der Frage, wann etwas unterrichtet wird. Einige der Kategorien, die als benötigtes Wissen in der PhysikOlympiade identifiziert wurden, waren in keinem der Lehrpläne zu finden, beispielsweise die Taylorentwicklung. Im Folgenden werden die Ergebnisse für die vier Gruppen von identifizierten Kategorien ausführlicher dargestellt.

**1. Kategorien, die in jedem Jahr und jeder Runde vorkommen** Diese Kategorien stellen die mathematischen Grundlagen für die PhysikOlympiade dar und können in allen Lehrplänen explizit oder implizit in der Unter-/Mittelstufe gefunden werden. So ist beispielsweise der Umgang mit Einheiten Teil des Mathematiklehrplans; auch wenn dieser sich auf geläufige Einheiten für alltägliche Größen wie Längen oder Zeit beschränkt, kann man doch davon ausgehen, dass Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht die Grundlagen erwerben, um auch mit mehr physikspezifischen Einheiten wie Volt oder Newton umgehen zu können. Auch das Einführen von Bezeichnungen als Bestandteil des Modellierens oder der Umgang mit Termen ist durch die Lehrpläne abgedeckt und kann als den Teilnehmenden der PhysikOlympiade bekannt betrachtet werden. Insgesamt sollten fast alle Teilnehmenden diese grundlegenden Anforderungen erlernt haben. Diese sind in allen vier Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe zu finden und scheinen auch für die Mathematik als grundlegend angesehen zu werden.

**2. Kategorien, die in jedem Jahr, aber nicht in der ersten Runde vorkommen** Diese Kategorien können als notwendig für die Teilnehmenden betrachtet werden, die sich für die höheren Runden qualifizieren. Den größten Anteil machen Kategorien aus der Differential- und

	Unter-/ Mittelstufe	Kurs- stufe	Nicht einheitlich	Gar nicht	Teilweise	Gesamt
Differential- & Integralrechnung	0	6	2	1	2	11
Näherungen & numerische Methoden	0	0	0	3	0	3
Sonstige	4	0	0	3	3	10
Gesamt	4	6	2	7	5	24

Tabelle 4.1: Anzahl der Kategorien aus Gruppe 2 (jedes Jahr, aber nicht in der ersten Runde) und ihr Vorkommen in den vier Lehrplänen: einheitlich in der Unter-/Mittelstufe; einheitlich in der Kursstufe; in jedem Lehrplan vorkommend, aber teilweise in der Unter-/Mittelstufe, teilweise in der Oberstufe; in keinem der Lehrpläne; nur in manchen der Lehrpläne.

Integralrechnung aus, was ein Problem darstellen kann (siehe Tabelle 4.1): Keine dieser Kategorien ist in allen vier Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe verortet, aber mehr als die Hälfte einheitlich in der Kursstufe, wie die Kumulationsgrundvorstellung beim Integralbegriff und die Linearität des Integrals. Der Übergang von der Gleichung  $f(z) \frac{dz}{dx} = g(x)$  zur entsprechenden Integralgleichung ist in keinem Lehrplan zu finden. Zusätzlich gibt es Kategorien, die nur in manchen der vier Lehrpläne zu finden sind, und zwar die Ableitung von Termen mit rationalen Exponenten und das Integral von  $f(x) = 1/x$ . Wieder andere konnten zwar in jedem Lehrplan identifiziert werden, werden aber teilweise erst in der Kursstufe, teilweise schon vorher unterrichtet, und zwar die Ableitung von Polynomen und die Linearität der Ableitung. Die Kategorien zu Näherungen und numerischen Methoden aus dieser Gruppe wie die Taylorentwicklung sind in keinem der Lehrpläne zu finden. Von den verbleibenden Aspekten sind zumindest manche einheitlich in der Unter-/Mittelstufe zu finden, beispielsweise die speziellen Werte der cos-Funktion oder das Volumen eines Zylinders. Andere wiederum sind auch in keinem der Lehrpläne zu finden, wie die Rechenregeln für Sinus und Cosinus. Zwar werden die trigonometrischen Funktionen in allen vier Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe eingeführt, ob beziehungsweise wie viel Unterrichtszeit jedoch beispielsweise den Additionstheoremen gewidmet wird, ist allerdings nicht klar. Auch wenn die Teilnehmenden der PhysikOlympiade eine Formelsammlung nutzen dürfen, ist es fraglich, ob sie diese zu Rate ziehen, wenn sie nicht einmal um die Existenz der Additionstheoreme wissen. Und auch bei den verbleibenden Kategorien gibt es einige, die nur in manchen der Lehrpläne zu finden sind, zum Beispiel das Kreuzprodukt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Abgleich der Kategorien, die in jedem Jahr in den höheren Runden vorkommen, mit den vier Lehrplänen ein eher problematisches Ergebnis lieferte: Obwohl diese Kategorien notwendige Anforderungen für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer darstellen, die sich für die höheren Runden qualifizieren, werden nur manche in der Unter-/Mittelstufe behandelt und sollten ihnen daher bekannt sein. Andere Kategorien hingegen wurden erst in der Kursstufe oder überhaupt nicht in den Lehrplänen gefunden, so dass Teilnehmende der PhysikOlympiade damit konfrontiert sein können, dass sie Mathematik benötigen, die

	Unter-/ Mittelstufe	Kurs- stufe	Gar nicht	Teilweise	Gesamt
Algebra	5	1	1	2	9
Geometrie	4	0	0	2	6
Sonstige	3	0	4	4	11
Gesamt	12	1	5	8	26

Tabelle 4.2: Anzahl der Kategorien aus Gruppe 3 (jedes Jahr, unterschiedlich über die Runden verteilt) und ihr Vorkommen in den Lehrplänen: einheitlich in der Unter-/Mittelstufe; einheitlich in der Kursstufe; in keinem der Lehrpläne; nur in manchen der Lehrpläne.

sie im Mathematikunterricht noch nicht gelernt haben. Im Hinblick auf einige der Anforderungen sind Teilnehmende außerdem abhängig von dem Bundesland, in dem sie zur Schule gehen, im Vor- oder Nachteil.

**3. Kategorien, die in jedem Jahr vorkommen, jedoch unterschiedlich über die Runden verteilt** Diese Kategorien stellen die Anforderungen dar, auf die alle Teilnehmenden, die sich für den internationalen Wettbewerb qualifizieren, sicher treffen werden und alle anderen Teilnehmenden im Laufe des Wettbewerbs ebenfalls treffen können. Viele der Kategorien sind in allen vier Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe zu finden (vergleiche Tabelle 4.2): fast alle aus dem Gebiet der Geometrie, wie der Flächeninhalt des Kreises oder die Innenwinkelsumme im Dreieck, und mehr als die Hälfte der Kategorien aus der Algebra, die zum Beispiel das Rechnen mit Brüchen thematisieren. Lediglich eine Kategorie ist einheitlich in der Kursstufe verortet, lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen. Auch in dieser Gruppe gibt es einige Kategorien, die in keinem der Lehrpläne (beispielsweise Differentiale) oder nur in manchen Lehrplänen (beispielsweise Stufen- oder Wechselwinkel an Parallelen oder das Skalarprodukt) gefunden werden konnten.

Insgesamt zeigt sich bei dieser Gruppe ein positiveres Bild als bei Gruppe 2: Viele der Kategorien sind durch die Lehrpläne abgedeckt, so dass die mathematischen Anforderungen, auf die die Teilnehmenden der PhysikOlympiade früher oder später im Auswahlwettbewerb treffen werden, kein größeres zusätzliches Problem darstellen sollten.

**4. Kategorien, die nur in manchen Jahren vorkommen** Diese Kategorien sind diejenigen, die eng mit den spezifischen Aufgaben zusammenhängen. Der Abgleich mit den Lehrplänen zeigt ein ähnlich breit gefächertes Bild wie bei den Kategorien der Gruppe 2 (siehe Tabelle 4.3). Einige Kategorien sind in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe zu finden, wie das Bestimmen einer Geradengleichung, die Berechnung von Mittelwerten oder viele Kategorien aus der Geometrie, und können folglich als bekannt angenommen werden. Einige wenige Kategorien sind einheitlich in der Kursstufe verortet und stammen allesamt aus dem Gebiet der Differential- und Integralrechnung: die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion und von  $\sin/\cos$ , die

	Unter-/ Mittelstufe	Kurs- stufe	Nicht einheitlich	Gar nicht	Teilweise	Gesamt
Geometrie	13	0	0	6	9	28
Differential- & Integralrechnung	0	5	0	14	12	31
Funktionen	10	0	3	9	11	33
Sonstige	8	0	1	39	7	55
Gesamt	31	5	4	68	39	147

Tabelle 4.3: Anzahl der Kategorien aus Gruppe 4 (nur in manchen Jahren) und ihr Vorkommen in den Lehrplänen: einheitlich in der Unter-/Mittelstufe; einheitlich in der Kursstufe; in jedem Lehrplan vorkommend, aber teilweise in der Unter-/Mittelstufe, teilweise in der Kursstufe; in keinem der Lehrpläne; nur in manchen der Lehrpläne.

Produktregel, der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und die Grenzwertbestimmung auf einem niedrigen Level. Viele Kategorien dieser Gruppe sind in keinem der Lehrpläne zu finden, so wie die inversen trigonometrischen Funktionen oder Kurvenintegrale. Komplexe Zahlen sind in keinem Lehrplan verpflichtend aufgeführt, aber in einem Lehrplan als eines von drei Wahlpflichtthemen in Klassenstufe zehn zur Auswahl gestellt. Und auch wenn jede einzelne Kategorie aus dem Gebiet der komplexen Zahlen nur in einigen der Jahre 2013 bis 2016 in den analysierten Musterlösungen vorkam, wurden doch in jedem Jahr komplexe Zahlen genutzt, so dass einige Teilnehmende im Vorteil gegenüber den anderen sein könnten. Auch bei anderen Kategorien gibt es – teilweise sehr deutliche – Unterschiede zwischen den Bundesländern: Die Addition und skalare Multiplikation von Vektoren, die natürliche Exponentialfunktion, die Berechnung von Extremstellen und das Lösen von Exponentialgleichungen sind in manchen Bundesländern in der Unter-/Mittelstufe zu finden, in den anderen erst in der Oberstufe. Deutlich häufiger kommt es hingegen vor, dass Kategorien nur in einigen Lehrplänen zu finden sind. Bei den Kategorien aus dem Gebiet der Differential- und Integralrechnung trifft dies auf beinahe 40% der Kategorien in dieser Gruppe zu, beispielsweise auf partielle Integration oder das Lösen von Differentialgleichungen. Auch bei Kategorien aus der Geometrie und aus dem Gebiet der Funktionen sind etwa ein Drittel der Kategorien in dieser Gruppe nur in einigen der Lehrplänen zu finden, wie Strahlensatz, Cosinussatz, Definitionslücken einer Funktion oder abschnittsweise definierte Funktionen.

Für die Kategorien dieser Gruppe lässt sich zusammenfassend sagen, dass einige der Kategorien in allen Bundesländern in der Unter-/Mittelstufe zu finden sind und den Teilnehmenden der PhysikOlympiade bekannt sein sollten. Deutlich mehr Kategorien sind jedoch in den Lehrplänen überhaupt nicht oder erst in der Kursstufe zu finden, so dass die Teilnehmenden mit Mathematik konfrontiert sind, die sie aus dem Unterricht nicht kennen. Und wiederum können Teilnehmerinnen und Teilnehmer gegenüber anderen im Vorteil sein, abhängig davon, in welchem Bundesland sie die Schule besuchen.

Diese Gruppe an Kategorien zeichnet sich dadurch aus, dass sie eng mit den einzelnen Aufgaben zusammenhängen, so dass die Teilnehmenden es als Glück (oder Pech) ansehen können, wenn sie in einer Aufgabe Mathematik benötigen, die sie aus dem Mathematikunterricht kennen, während sie in einer anderen Aufgabe Probleme mit Mathematik haben, die sie aus dem Unterricht nicht kennen.

### 4.3 Zusammenfassung

Die hier dargestellte Studie 2 hatte die Beantwortung der Forschungsfrage II zum Ziel, inwieweit davon ausgegangen werden kann, dass die Teilnehmenden der PhysikOlympiade über das benötigte mathematische Wissen verfügen.

Der Abgleich der in Studie 1 identifizierten Kategorien mit den Mathematiklehrplänen (siehe Kapitel 3) ergab, dass die Taylorentwicklung nicht die einzige auftretende Anforderung in der PhysikOlympiade darstellt, die über den Lehrplan hinausgeht. Die Kategorien, die als mathematische Grundlagen identifiziert wurden, sind alle in der Unter-/Mittelstufe verortet und können daher als bekannt angenommen werden. In der ersten Runde ist also hinsichtlich der mathematischen Anforderungen häufig ein „Benennen der gegebenen und gesuchten Größen und anschließendes Formelmanipulieren“ ausreichend, wie man es aus dem Mathematik- und dem Physikunterricht kennt.

Die Kategorien, die für die höheren Runden notwendig sind, konnten nicht alle in den Lehrplänen gefunden werden; in den höheren Runden wird also anspruchsvollere Mathematik benötigt, die teilweise nicht im Unterricht behandelt wird oder erst in der Kursstufe, wenn es für die Teilnehmenden der PhysikOlympiade bereits zu spät sein kann. Außerdem zeigten sich Unterschiede zwischen den einzelnen Lehrplänen, so dass bezüglich etlicher Kategorien manche Teilnehmende gegenüber anderen den Vorteil haben, dass in ihrem Bundesland diese Inhalte unterrichtet werden, in anderen Bundesländern jedoch nicht.

Über alle Runden hinweg können zusätzlich Kategorien aus Gruppe 3 oder 4 benötigt werden, also solche Kategorien, die uneinheitlich in den verschiedenen Runden oder nur in manchen Jahren vorkommen. Diese sind vermutlich zum größten Teil an einzelne Aufgaben gebunden – ein Auftreten in der ersten Runde könnte damit zu Problemen der Teilnehmenden mit den mathematischen Anforderungen in einzelnen Aufgaben führen, während sich über alle Aufgaben hinweg eher wenige Probleme zeigen. Ein Auftreten in den höheren Runden könnte hingegen Probleme mit den mathematischen Anforderungen, die bereits aus den notwendigen Kategorien resultieren, noch verstärken.



# Kapitel 5

## Diskussion Teil I

### 5.1 Ergebnisse von Studie 1 und 2

Das Ziel des ersten Teils der vorliegenden Arbeit war die Untersuchung der Mathematik in der PhysikOlympiade. Dafür wurden in einer ersten Studie 257 Musterlösungen hinsichtlich des benötigten mathematischen Wissens analysiert und die identifizierten mathematischen Kategorien in einer zweiten Studie mit gymnasialen Mathematiklehrplänen abgeglichen.

Bei der Analyse der Musterlösungen wurden 205 Kategorien aus vielen verschiedenen Bereichen der Mathematik identifiziert. Fast alle analysierten Musterlösungen erforderten mathematisches Wissen und im Allgemeinen wurden in jeder Musterlösung mehrere Kategorien identifiziert. Die explizite Auflistung mathematischer Aspekte im IPhO Stoffkatalog (IPhO, 2015) legte bereits die Vermutung nahe, dass Mathematik bedeutend für die PhysikOlympiade ist – diese Vermutung wird durch Studie 1 bestätigt, die zeigt, dass Mathematik für die PhysikOlympiade essentiell ist, wie es für die Wissenschaft Physik als unbestritten gilt (zum Beispiel Bing und Redish, 2009, Uhden et al., 2012). Auch die Unterscheidung in eine technische und eine strukturelle Rolle der Mathematik in der Physik wie bei Uhden et al. (2012) lässt sich finden: Auch ohne im Detail zu untersuchen, an welcher Stelle im Modell zur Anwendung von Mathematik in Physik (Abbildung 2.2 in Abschnitt 2.2.1) jede identifizierte Kategorie sich verorten lässt, kann man dennoch einige der Kategorien eindeutig der technischen Rolle zuordnen, beispielsweise Rechenregeln wie binomische Formeln oder Logarithmus-Gesetze, während andere deutlich der strukturellen Rolle zuzuordnen sind, zum Beispiel ein Skizze anfertigen oder überprüfen, wie sinnvoll ein Ergebnis physikalisch ist.

Beim Abgleich der Kategorien mit den Lehrplänen zeigte sich, dass der mathematische Anspruch über die Runden hinweg steigt: Während in der ersten Runde die mathematischen Anforderungen recht elementar sind und im Mathematikunterricht der Unter- oder Mittelstufe behandelt

werden, ist das in höheren Runden benötigte mathematische Wissen anspruchsvoller und wird teilweise im Mathematikunterricht erst in der Oberstufe oder gar nicht behandelt. Dies stimmt überein mit Petersen (2010), nach dem die Wettbewerbsaufgaben „sich in der Regel durch ein hohes fachliches Niveau“ (S. 2) sowohl hinsichtlich der physikalischen als auch der mathematischen Anforderungen auszeichnen. Außerdem weist er darauf hin, dass sich über die Runden hinweg der Fokus verschiebt: Steht zunächst die Motivation der Schülerinnen und Schüler im Vordergrund, so liegt der Fokus später auf der Identifikation der Teilnehmenden, die Deutschland beim internationalen Wettbewerb vertreten werden. Mit dieser Verschiebung des Fokus geht eine Abnahme der Lösungswahrscheinlichkeiten der Aufgaben einher. Studie 2 zeigt, dass diese Abnahme zum Teil auch durch die mathematischen Anforderungen bedingt sein kann.

Es zeigte sich demnach, dass die Mathematik in der PhysikOlympiade ein Problem für die Teilnehmenden darstellen kann, wenn sie mathematisches Wissen benötigen, über das sie (noch) nicht verfügen. Tatsächlich gibt es Evidenz dafür, dass diese Problematik auftritt: Während der dritten Runde der PhysikOlympiade 2018 gab es die Möglichkeit, eine Interviewstudie durchzuführen. Drei geschulte Interviewerinnen führten mit jeweils vier oder fünf Wettbewerbsteilnehmenden ein etwa zehn- bis zwanzigminütiges, leitfadengestütztes Interview. Von den 50 Jugendlichen, die sich für die dritte Runde der PhysikOlympiade qualifiziert hatten, nahmen 48 an den Interviews teil. Thema der Interviews war die Mathematik in der PhysikOlympiade. Eine Frage war, wie gut die Jugendlichen sich durch ihren Mathematikunterricht auf die mathematischen Anforderungen in der PhysikOlympiade vorbereitet fühlen. Vier Teilnehmende sahen sich in der letzten Klassenstufe als ausreichend durch den Mathematikunterricht vorbereitet, 15 waren der Meinung, dass man sich, zumindest wenn man noch nicht in der letzten Klassenstufe ist, mathematische Inhalte außerhalb des Unterrichts aneignen müsse:

Wenn man in der zwölften ist, denk ich, braucht man sich nicht extra auf die Mathe vorbereiten, weil dann hat man, denk ich, die ganzen Grundlagen, die man braucht, aber ich weiß noch, letztes Jahr zum Beispiel, da hätte man dann auch mal sich Integrieren oder so selbst beibringen müssen.

Elf Teilnehmende hatten sich außerhalb des Unterrichts mit dem Integrieren befasst, da dieser Inhalt zum Zeitpunkt ihrer ersten Teilnahme an der PhysikOlympiade noch nicht im Mathematikunterricht behandelt worden war, viermal wurde das auch über das Differenzieren berichtet:

Ich hab halt letztes Jahr ein bisschen was gemacht, weil ich da die nötigen mathematischen Kenntnisse noch nicht hatte, also vor allem auch zum Integrieren und Ableiten hin. Und dieses Jahr hab ich halt, ehrlich gesagt, jetzt nicht so viel gemacht.

Auch andere Inhalte wurden genannt, die einzelnen Teilnehmenden im Unterricht fehlten. Beispielsweise berichtete eine Person: „Aber manchmal gibt’s dann immer noch Sachen, die man einfach aus dem Unterricht in der elften halt noch nicht hatte. Zum Beispiel jetzt so, Vektoren kann ich nur ganz grob.“ Und eine andere Person griff auf das mathematische Wissen der

Lehrkraft zurück: „Also ich hab mir von meinem Mathelehrer Sachen wie Taylorreihen oder komplexe Zahlen erklären lassen.“ Zwei andere hatten sich mit Näherungen befasst, zwei weitere mit Differentialgleichungen. Fünf Teilnehmende thematisierten den Unterschied zwischen den Bundesländern und erzählten beispielsweise „ich komme aus dem Bundesland xy und bei uns im Lehrplan gibt es diesen Inhalt“ oder „... diesen Inhalt nicht“ oder „... diesen Inhalt erst in der zwölften“.

Nun muss man bedenken, dass von den 50 Teilnehmenden der dritten Runde bis auf zwei alle im letzten oder vorletzten Schuljahr waren, damit mehr Mathematikunterricht besucht hatten als ein durchschnittlicher Teilnehmer der ersten oder zweiten Runde und somit eine Positivselektion des Teilnehmendenkreises der vorherigen Runden darstellen. Wenn bereits die Teilnehmenden der dritten Runde berichten, dass sie die benötigte Mathematik nicht vollständig im Mathematikunterricht gelernt haben, so kann man annehmen, dass bei jüngeren Teilnehmenden die Differenzen zwischen dem im Wettbewerb benötigten Wissen und dem aus dem Mathematikunterricht verfügbaren Wissen noch größer sind – und bei der zweiten Runde sind noch viel mehr Schülerinnen und Schüler aus niedrigeren Klassenstufen dabei, nicht nur deshalb, weil die Teilnehmendenanzahl höher ist, sondern auch weil der Anteil an jüngeren Teilnehmenden deutlich größer ist.

## 5.2 Limitationen

Auch wenn die Ergebnisse der hier vorgestellten Untersuchung ein recht klares Bild davon zeichnen, dass die Mathematik eine wichtige Rolle in der PhysikOlympiade spielt, seien die Einschränkungen der Studie nicht verschwiegen. Zum einen wurden die Musterlösungen analysiert, die naturgemäß die Vorgehensweise und formale Verschriftlichung von Physik-Expertinnen und -Experten widerspiegeln, die man sicherlich nicht in allen Lösungen der Teilnehmenden erwarten kann. Diese könnten eine Aufgabe beispielsweise auf einem komplizierteren Weg lösen oder die Lösung weniger formal aufschreiben – im zweiten Fall sollte sich die in der Lösung enthaltene Mathematik nicht von der in der Musterlösung ändern, im ersten Fall allerdings hätte eine Analyse der Lösungen der Teilnehmenden in einem umfangreicheren Kategoriensystem resultieren können als in dem nun vorliegenden.

In Abschnitt 3.1 wurde bereits die Frage angesprochen, ob Musterlösungen aus vier Jahren ausreichend sind, um Aussagen über die in der PhysikOlympiade benötigte Mathematik treffen zu können. Vor dem Hintergrund der gefundenen Ergebnisse ist jedoch nicht davon auszugehen, dass sich deutliche Änderungen durch die Analyse von Musterlösungen früherer PhysikOlympiaden ergeben würden: Möglicherweise würden einige zusätzliche Kategorien identifiziert werden, die in den analysierten Musterlösungen nicht vorkamen. Da hier bereits viele Kategorien identifiziert wurden, insbesondere solche, die nur in manchen Jahren vorkommen, würden diese zusätzlichen Kategorien die Erkenntnis, dass mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten aus einem weiten

Spektrum der Mathematik benötigt werden, nicht ändern. Vorstellbar ist auch, dass sich die Zuordnung einzelner Kategorien zu den vier Gruppen ändert: So könnte eine Kategorie der ersten Gruppe nicht mehr den mathematischen Grundlagen zugeordnet werden – in Anbetracht der Tatsache, dass die Kategorien dieser Gruppe auch für den Physikunterricht die mathematischen Grundlagen bilden, wirkt diese Möglichkeit jedoch ausgesprochen unwahrscheinlich. Weiter ist vorstellbar, dass eine Kategorie der zweiten Gruppe in früheren Jahren bereits in der ersten Runde vorgekommen ist – mit Blick auf Frage II könnte ein solcher Fund die Ergebnisse höchstens bedenklicher erscheinen lassen, nämlich wenn die entsprechende Kategorie den Teilnehmenden vermutlich nicht bekannt ist. Oder eine Kategorie, die nach der durchgeführten Analyse der zweiten oder dritten Gruppe angehört, könnte in die vierte Gruppe wechseln – diese Verschiebung scheint jedoch ebenfalls unwahrscheinlich zu sein, da die Kategorien der vierten Gruppe diejenigen darstellen, die eng mit einzelnen Aufgaben zusammenhängen. Es scheint kaum vorstellbar, dass in vier aufeinander folgenden Jahren jeweils die gleiche mathematische Kategorie benötigt wird, wenn diese nur in Einzelfällen zur Lösung physikalischer Aufgaben gebraucht wird. Außerdem zeigte sich, dass sich praktisch die gleichen Gruppen ergeben hätten, wenn für die Analyse nur die Aufgaben der Jahre 2013 bis 2015 herangezogen worden wären, so dass die gefundenen Resultate als hinreichend aussagekräftig einzustufen sind.

Zusätzlich ist zu bedenken, dass die Lehrpläne als Indikatoren für das verfügbare mathematische Wissen genommen wurden, obwohl die normativen Vorgaben nicht dem tatsächlich erreichten Curriculum entsprechen müssen (Stein, Remillard & Smith, 2007). Folglich ist es möglich, dass Teilnehmende der PhysikOlympiade Wissen nicht besitzen, das aufgrund des Abgleichs mit dem Lehrplan als bekannt angenommen wird, oder dass Inhalte, die im Lehrplan nicht zu finden waren, den Jugendlichen bekannt sind. Vor allem bei Schülerinnen und Schülern, die bereits Erfahrung haben mit dem Lösen von Physikaufgaben, die komplexer sind als im Physikunterricht üblich, beispielsweise bei Schülerinnen und Schülern, die bereits an der PhysikOlympiade teilgenommen haben, ist es nicht unwahrscheinlich, dass diese bei der Bearbeitung der Aufgaben auch zusätzliches mathematisches Wissen erworben haben. Dies kann jedoch nicht von allen Teilnehmenden der PhysikOlympiade erwartet werden. Zuletzt spielen natürlich auch die Lehrkräfte eine nicht zu unterschätzende Rolle: Diese können in ihrem Unterricht unterschiedliche Schwerpunkte setzen, so dass manchen Schülerinnen und Schülern bestimmte Aspekte mehr vertraut sind als andere Aspekte, während bei anderen Schülerinnen und Schülern die verschiedenen Aspekte anders gewichtet werden. Und dies gilt explizit nicht nur für die Mathematiklehrkräfte, auch bei den Physiklehrkräften können sich zum Beispiel Unterschiede dahingehend zeigen, zu welchem Grad der Physikunterricht mathematisiert wird; dementsprechend könnten Physiklehrkräfte es als notwendig oder hilfreich für ihren Physikunterricht ansehen, auch mathematische Inhalte zu unterrichten, wenn ihre Schülerinnen und Schüler diese (noch) nicht aus dem Mathematikunterricht kennen. Auch dies kann jedoch nicht bei allen Teilnehmenden der PhysikOlympiade vorausgesetzt werden.

### 5.3 Ausblick

Trotz der dargestellten Limitationen zeigen die Ergebnisse der beiden Studien, dass Teilnehmende an der PhysikOlympiade, die großes Talent für Physik oder ein ausgeprägtes Interesse an Physik besitzen, schon früh im Wettbewerb scheitern können, weil ihnen die benötigte Mathematik fehlt. Wie sich ein solcher Misserfolg auswirken kann, ist jedoch unklar: Nach Deci und Ryan (2000) stärkt Erfolg die intrinsische Motivation, während sie durch Misserfolg geschwächt werden kann, so dass ein Ausscheiden bei der PhysikOlympiade ein Abwenden von der Physik zur Folge haben könnte, was dem Ziel des Wettbewerbs zuwiderliefe. Wenn die Teilnehmenden ihr Ausscheiden jedoch auf die Mathematik zurückführen, könnte ihre intrinsische Motivation für Physik unbeschadet bleiben. So ist denkbar, dass die Bewertung des Wettbewerbsergebnisses dadurch beeinflusst wird, als wie ausschlaggebend die Mathematik wahrgenommen wird. Natürlich beinhaltet ein Wettbewerb wie die PhysikOlympiade immer die Möglichkeit, dass man nicht die nächste Runde erreicht, und ein Ausscheiden muss nicht unbedingt als Misserfolg gesehen werden. Während manche Teilnehmende enttäuscht sein mögen, dass sie sich nicht für die nächste Runde qualifiziert haben, überwiegt bei anderen vielleicht der Stolz, sich für die aktuelle Runde qualifiziert oder überhaupt teilgenommen zu haben. Wie sich Ausscheiden oder Qualifikation für die nächste Runde auf die Teilnehmenden der PhysikOlympiade auswirken, insbesondere vor dem Hintergrund, inwiefern die Teilnehmenden ihr Ergebnis mehr durch die Mathematik oder die Physik begründet sehen, wird daher im nächsten Teil in den Blick genommen.

## Teil II

# Attribution in der PhysikOlympiade

## Kapitel 6

# Theoretischer Hintergrund: Selbstkonzept und Attribution

Wie in Teil I dargestellt, können die mathematischen Anforderungen in der PhysikOlympiade ein Problem für die Teilnehmenden sein, da das benötigte mathematische Wissen über das aus dem Mathematikunterricht bekannte Wissen hinausgehen kann. Es ist also möglich, dass Teilnehmende aufgrund von fehlendem mathematischen Wissen aus dem Wettbewerb ausscheiden. Zugleich könnten Teilnehmende ihr Ausscheiden als Anzeichen verstehen, dass sie nicht gut genug für Physik sind – auch wenn diese Deutung nicht zutrifft. Je nachdem, worauf die Teilnehmenden ihr Ausscheiden zurückführen, könnte sich dies negativ auf ihr Selbstkonzept auswirken, so dass die Teilnahme an der PhysikOlympiade negative „Nebenwirkungen“ zeigen könnte. Teil II dieser Arbeit widmet sich der Frage, ob solche unerwünschten Nebenwirkungen tatsächlich auftreten, und untersucht daher die Attribution und das Selbstkonzept von Teilnehmenden der PhysikOlympiade.

### 6.1 Selbstkonzept

In einem weiten Sinn beschreiben Shavelson, Hubner und Stanton (1976) das Selbstkonzept als die Wahrnehmung einer Person von sich selbst, wobei diese Wahrnehmung auf Erfahrungen basiert und durch Rückmeldungen signifikanter Anderer beeinflusst wird. Shavelson et al. schlugen ein Modell für das Selbstkonzept vor, das sich unter anderem durch eine Hierarchie und eine fortschreitende Aufteilung in verschiedene Facetten auszeichnet: Danach gibt es ein allgemeines Selbstkonzept, das sich in das akademische und das nichtakademische Selbstkonzept aufteilt, die sich wiederum in verschiedene Facetten unterteilen lassen. Die hierarchische Struktur und die Aufteilung in verschiedene Facetten ist empirisch bestätigt worden, wenngleich sich auch zeigte,

dass das akademische Selbstkonzept in das allgemeine verbale Selbstkonzept und das allgemeine mathematische Selbstkonzept zu unterteilen ist, die kaum miteinander korrelieren (Marsh, 1990). Beim allgemeinen mathematischen Selbstkonzept lässt sich wiederum unter anderem zwischen fachspezifischen Selbstkonzepten in Mathematik und in Physik unterscheiden (Möller, Streblov, Pohlmann & Köller, 2006)<sup>1</sup>. Das fachspezifische Selbstkonzept in Mathematik, im Folgenden kurz Mathematikselbstkonzept, wird im Rahmen dieser Arbeit als die Einschätzung einer Person ihrer eigenen Fähigkeiten und Fertigkeiten in Mathematik verstanden (vgl. Jansen et al., 2014, Möller et al., 2006, Sheldrake et al., 2017); die affektive Komponente wie Freude oder Interesse an Mathematik, die Teil der Beschreibung von Shavelson et al. (1976) ebenso wie von Marshs Instrumenten (z.B. Marsh, Cairns, Relich, Barnes und Debus, 1984) ist, wird hier nicht als Aspekt des Selbstkonzepts betrachtet. Dies gilt natürlich ebenso für das fachspezifische Selbstkonzept in Physik, im Folgenden kurz als Physikselbstkonzept bezeichnet.

Die Stärkung des Selbstkonzepts wird als ein wichtiges Ziel von Bildung betrachtet, nicht nur um seiner selbst willen, sondern auch aufgrund des Zusammenhangs mit anderen leistungsbezogenen Variablen (z.B. Höffler et al., 2017, Shavelson et al., 1976). Bei Wigfield und Eccles (2000) erwies sich das Mathematikselbstkonzept als guter Prädiktor für die Mathematiknote. Der Einfluss des Mathematikselbstkonzepts auf die Leistung zeigte sich ebenfalls bei Marsh, Trautwein, Lüdtke, Köller und Baumert (2005), die zusätzlich auch umgekehrt einen kleinen, aber signifikanten Effekt der Leistung auf das Mathematikselbstkonzept fanden. Ebenso berichten Kurtz-Costes und Schneider (1994) von einem bidirektionalen Zusammenhang zwischen Leistung und Selbstkonzept, wobei in diesem Fall die Leistung sich aus Deutsch- und Mathematiknote zusammensetzte und das Selbstkonzept zum ersten Messzeitpunkt Aspekte des Deutschunterrichts, zum zweiten Messzeitpunkt zusätzlich den Mathematikunterricht berücksichtigte. Doch nicht nur im Hinblick auf Leistung, auch bei affektiven Variablen ist das Selbstkonzept von Bedeutung: Bei Marsh et al. (2005) zeigte sich ein Effekt des Mathematikselbstkonzepts auf das Interesse an Mathematik, bei Hoffmann, Häußler und Lehrke (1998) erwies sich das Physikselbstkonzept als Prädiktor für das Interesse an Physik. Außerdem sind Selbstkonzepte „bekanntermaßen eine wichtige Determinante der späteren Studien- resp. Berufswahl“ (Filipp, 2006, S. 66). So korrelierten bei Sheldrake et al. (2017) das Physikselbstkonzept und die Absicht, in der Oberstufe Physik zu wählen, bei Hoffmann et al. (1998) zeigte sich das Physikselbstkonzept auch als Prädiktor für das Interesse, einen Beruf zu ergreifen, der mit Physik oder Technik zu tun hat.

Auch Schülerwettbewerbe streben üblicherweise eine Stärkung des Selbstkonzepts der Teilnehmenden an (zum Beispiel Höffler et al., 2017, Peters und Sieve, 2013). In der Tat bestätigen retrospektive Befragungen erfolgreicher Teilnehmender an naturwissenschaftlichen Schülerwettbewerben, dass Teilnehmende eine durch die Wettbewerbsteilnahme bedingte Steigerung des Vertrauens in ihre Fähigkeiten berichten (beispielsweise Feng et al., 2001, Lind, 2001, oder Wu und Chen, 2001). Angesichts der Tatsache, dass das Selbstkonzept auf Erfahrungen der eigenen

---

<sup>1</sup>vergleiche beispielsweise auch Shavelson und Bolus (1982), die zeigten, dass sich die Selbstkonzepte in Mathematik und Naturwissenschaft trennen lassen, oder Jansen, Schroeders und Lüdtke (2014), die für Schülerinnen und Schüler in Deutschland zeigten, dass sich deren Selbstkonzepte in Biologie, Chemie und Physik voneinander trennen lassen



Leistungen beruht und dass das Fähigkeitsselbstkonzept durch aktuelle Leistungen im entsprechenden Fach beeinflusst wird (zum Beispiel Filipp, 2006, Kurtz-Costes und Schneider, 1994, Marsh et al., 2005, Möller et al., 2006), überraschen diese Selbstberichte nicht. Interessanterweise gibt es meines Wissens keine Studie, die tatsächlich die Entwicklung des Selbstkonzepts während der Teilnahme an einem naturwissenschaftlichen Wettbewerb erfasst hat. Daher kann man bisher nur die Annahme formulieren, dass in einem Kontext wie der PhysikOlympiade das Selbstkonzept der Teilnehmenden durch die positive Erfahrung, sich für die nächste Wettbewerbsrunde qualifiziert zu haben, bestärkt werden. So könnten die Teilnehmenden langfristig dazu motiviert werden, einen naturwissenschaftlichen oder technischen Beruf zu ergreifen. Auf der anderen Seite haben diejenigen Teilnehmenden, die sich nicht für die nächste Runde qualifiziert haben, eine negative Rückmeldung zu ihrer Leistung bekommen. Dies könnte sich negativ auf ihr Selbstkonzept auswirken, so dass diese Jugendlichen sich langfristig von den Naturwissenschaften abwenden könnten. Dies würde just das Gegenteil der angestrebten Ziele darstellen, da Wettbewerbe Schülerinnen und Schüler gerade für das jeweilige Gebiet interessieren und motivieren möchten (Kultusministerkonferenz, 2015).

## 6.2 Attribution

### 6.2.1 Attributionsbegriff

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass das Selbstkonzept auf Erfahrungen der eigenen Leistung basiert und durch diese beeinflusst wird, sollte auch die Attribution betrachtet werden. Attribution bezeichnet die Ursachenzuschreibung von einem Verhalten oder Erlebnis, also das, was Personen als Grund oder Gründe für ein Ereignis oder Resultat einer Handlung wahrnehmen (z. B. Marsh, 1984, Stiensmeier-Pelster und Heckhausen, 2010). Nach Fritz Heider, dem „Pionier aller attributionspsychologischer Forschung“ (Stiensmeier-Pelster und Heckhausen, 2010, S. 390, siehe zum Beispiel auch Weiner, 1985), ist die Suche nach Gründen ganz alltäglich, da „der Mensch im allgemeinen nicht einfach damit zufrieden ist, die beobachtbaren Dinge, die ihn umgeben, zu registrieren“ (Heider, 1977, S. 101). Stattdessen möchte man begreifen, was passiert, sich oder seine Umgebung verstehen können („principle of mastery“, Weiner, 1985, S. 548) oder einen Leitfaden haben, wie man negative Ergebnisse in Zukunft möglichst verhindern und positive wiederholen kann („functional search“, Weiner, 1985, S. 549). Aufbauend auf Heiders Unterscheidung von Ursachen für ein bestimmtes Verhalten, die entweder in der Person oder in der Umwelt liegen, schlug Weiner (1985) im Leistungskontext vier wesentliche Gründe vor zur Erklärung von Erfolg

- hohe Fähigkeit, zum Beispiel „ich habe eine gute Note bekommen, weil ich in diesem Fach einfach gut bin“

- Anstrengung, zum Beispiel „ich habe eine gute Note bekommen, weil ich mich gut vorbereitet hatte“
- Einfachheit der Aufgabe, zum Beispiel „ich habe eine gute Note bekommen, weil die Frage einfach war“
- Glück, zum Beispiel „ich habe eine gute Note bekommen, weil es einfach gut gelaufen ist“

beziehungsweise zur Erklärung von Misserfolg

- mangelnde Fähigkeit, zum Beispiel „ich habe eine schlechte Note bekommen, weil ich in diesem Fach einfach nicht gut bin“
- fehlende Anstrengung, zum Beispiel „ich habe eine schlechte Note bekommen, weil ich mich nicht vorbereitet hatte“
- Schwierigkeit der Aufgabe, zum Beispiel „ich habe eine schlechte Note bekommen, weil die Frage schwierig war“
- Pech, zum Beispiel „ich habe eine schlechte Note bekommen, weil es einfach schlecht gelaufen ist“.

In vielen Studien konnten diese Gründe gefunden werden (siehe Weiner, 1985, für einen Überblick). Diese Gründe lassen sich einerseits nach der Lokation unterscheiden, das heißt, ob sie in der Person selbst oder außerhalb der Person verortet sind: Fähigkeit und Anstrengung sind internale Ursachen, Aufgabencharakteristik und Zufall externale Gründe. Außerdem lassen sie sich nach ihrer zeitlichen Stabilität gegeneinander abgrenzen; während Fähigkeit und Aufgabenschwierigkeit (recht) stabil über die Zeit sind, stellen Anstrengung und Zufall variable Ursachen dar. Entsprechend dieser beiden Klassifikationsmerkmale kann man die vier Gründe in einem  $2 \times 2$ -Schema wie in Tabelle 6.1 anordnen.

		Lokation	
		internal	external
Stabilität	stabil	Fähigkeit	Aufgabencharakteristik
	variabel	Anstrengung	Zufall

Tabelle 6.1: Klassifikation der Ursachen für Erfolg und Misserfolg im Leistungskontext nach Weiner (2010).

## 6.2.2 Zusammenhang von Attribution mit Selbstkonzept, Leistung und Geschlecht

Attributionen hängen eng mit dem Selbstkonzept zusammen: Viele Studien berichten von einer Tendenz zu selbstwertdienlicher Attribution, dass nämlich Erfolg sich selbst zugute gehalten wird,

Misserfolg jedoch auf externe Gründe zurückgeführt wird (beispielsweise Marsh, 1984; Marsh, 1986; Marsh et al., 1984; McAllister, 1996). Diese Tendenz scheint mit dem Selbstkonzept korreliert zu sein (Marsh, 1984; Marsh, 1986; Marsh et al., 1984); genauer gesagt fanden Marsh et al. (1984) positive Korrelationen zwischen akademischem Selbstkonzept und Attribution auf Fähigkeit sowie auf Anstrengung bei Erfolg und negative Korrelationen zwischen akademischem Selbstkonzept und Attribution auf mangelnde Fähigkeit sowie auf fehlende Anstrengung bei Misserfolg. Aufgrund dieser Ergebnisse schlug Marsh (1984) ein dynamisches Gleichgewicht zwischen Leistung, Attribution und Selbstkonzept vor, in dem diese drei Konstrukte jeweils wechselseitig in Beziehung stehen, so dass jede Änderung in einem der drei zu Änderungen in den beiden anderen führt, bis sich wieder ein Gleichgewicht eingestellt hat.

Zusätzliche berichteten Marsh et al. (1984), dass insbesondere Attributionen auf Fähigkeit domänenspezifisch sind: Die Leistung in einem Lesetest korrelierte mit Attribution auf Lesefähigkeit, nicht jedoch mit Attribution auf Mathematikfähigkeit. Außerdem korrelierte Attribution auf Lesefähigkeit, im Gegensatz zur Attribution auf Mathematikfähigkeit, stark positiv mit dem Selbstkonzept in Lesen bei Erfolg und stark negativ bei Misserfolg. Für das Mathematikselbstkonzept zeigten sich entsprechende Korrelationen mit der Attribution auf Mathematikfähigkeit, nicht jedoch mit der Attribution auf Lesefähigkeit. Das gleiche Muster, wenn auch weniger stark ausgeprägt, zeigte sich bei Attribution auf Anstrengung, so dass Marsh et al. auf die Notwendigkeit schlossen, Attributionen und Selbstkonzept domänenspezifisch zu erfassen.

Ebenfalls häufig untersucht wurden Unterschiede in der Attribution von Jungen und Mädchen, wobei sich jedoch uneindeutige Ergebnisse zeigten. Einige Studien, beispielsweise von Tapasak (1990), Möller und Jerusalem (1997) und Dickhäuser und Meyer (2006), kamen zu dem Ergebnis, dass Mädchen Misserfolg in Mathematik stärker auf mangelnde Fähigkeit zurückführen als Jungen, während Jungen Erfolg stärker auf die eigene Fähigkeit attribuieren als Mädchen. Marsh (1986) hingegen stellte ausdrücklich fest, dass die Tendenz zu selbstwertdienlicher Attribution bei Jungen und Mädchen ähnlich ausgeprägt war. Auch Eccles, Adler und Meece (1984) fanden für Englisch keine Geschlechterunterschiede und für Mathematik nur in der Gruppe derjenigen, die wenig zuversichtlich waren, von mehreren ähnlichen Aufgaben die nächste zu lösen. Dies stimmt zum Teil mit den Ergebnissen von Stipek (1984) überein, dass Mädchen in Mathematik Erfolg weniger auf die eigene Fähigkeit und Misserfolg stärker auf mangelnde Fähigkeit zurückführen als Jungen, während es bei der Attribution des Ergebnisses eines Rechtschreibtests keine Unterschiede gab. Stipek schlussfolgerte, dass Geschlechterunterschiede hinsichtlich der Attribution vor allem in den Gebieten auftreten, in denen Männer als kompetenter als Frauen gelten.

### **6.2.3 Attribution in der PhysikOlympiade**

In einem Kontext wie der PhysikOlympiade sind die Teilnehmenden allein durch den Wettbewerbscharakter mit der Frage nach ihrer Leistung konfrontiert, genauer gesagt mit der Frage, ob ihre Leistung ausreichend war, um sich für die nächste Runde zu qualifizieren oder nicht. Die

Frage, warum die Leistung nicht für die Qualifikation zur nächsten Runde gereicht hat, kann sich dann direkt anschließen oder vielleicht die Frage, warum man selbst sich für die nächste Runde qualifiziert hat, eine andere Person, die man möglicherweise auch als sehr gut eingeschätzt hatte, jedoch nicht. Nach Deci und Ryan (2000) kann sich die Antwort auf diese Frage auch auf die Motivation der Teilnehmenden auswirken, nämlich wenn die Qualifikation als Hinweis auf die eigene Fähigkeit beziehungsweise Ausscheiden als Hinweis auf mangelnde Fähigkeit gesehen wird. In einem solchen Wettbewerbskontext können Attributionen sowie die Auswirkungen der Attribution auf das Selbstkonzept der Teilnehmenden damit sicherlich relevant im Hinblick auf das eigentliche Wettbewerbsziel, Motivation für die langfristige Beschäftigung mit Physik, sein.

Attributionen ehemaliger Teilnehmender von Auswahlwettbewerben zur Internationalen Physik-, aber auch Chemie- und MathematikOlympiade aus verschiedenen Ländern wurden bereits untersucht (zum Beispiel Feng et al., 2001, Heller, 2008, Lind, 2001, Lind und Friege, 2001, Wu und Chen, 2001), allerdings bezogen sich die Attributionen nicht auf das konkrete Ergebnis im Wettbewerb (also darauf, ob die Teilnehmenden sich für die nächste Runde qualifiziert hatten oder nicht). Stattdessen wurde erfasst, ob generell Fähigkeit oder Anstrengung als wichtiger für Erfolg angesehen wird, und die externalen Faktoren Aufgabencharakteristik und Zufall wurden überhaupt nicht berücksichtigt. Heller (2008) berichtet von Teilnehmenden an den letzten beiden Runden der deutschen Auswahlverfahren zur Internationalen Chemie-, Mathematik- und PhysikOlympiade, dass diese Erfolge eher auf Begabung attribuieren als auf Anstrengung, während Misserfolge überwiegend auf fehlende Anstrengung zurückgeführt werden. Lind (2001) schreibt von ehemaligen Teilnehmerinnen und Teilnehmern der letzten beiden Auswahlrunden der PhysikOlympiade, dass diese für Erfolg „sowohl Talent als auch Anstrengung als wichtig“ (S. 83) ansehen; auf die gleiche Stichprobe beziehen sich Lind und Friege (2001), wenn sie berichten, dass in einigen Antworten auf offene Fragen auch externale Ursachen für weniger gute Leistungen genannt werden: Die Autoren schreiben von einer kleinen Gruppe Teilnehmender, deren Leistung nicht so gut ist, die normalerweise die Prüfungssituation dafür verantwortlich machen, insbesondere wohl den Zeitdruck oder die fehlende Möglichkeit, ein Physikbuch zu Rate ziehen zu können, und deren Physikselbstkonzept dadurch keinen Schaden zu nehmen scheint. Lediglich ein kleiner Teil der Teilnehmenden sei demnach so frustriert, dass sie Zweifel an ihren eigenen Fähigkeiten bekommen. Dieses Ergebnis passt mit dem Modell von Marsh (1984) zusammen, nach dem Leistung, Attribution und Selbstkonzept in einem dynamischen Gleichgewicht sind, und illustriert die Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution.

Zwar schreibt nach Lind und Friege (2001) nur ein kleiner Anteil der Personen in ihrer Stichprobe von Zweifeln an ihren Fähigkeiten infolge von weniger guten Wettbewerbsergebnissen, allerdings sollte man bedenken, dass die Stichprobe nur Teilnehmerinnen und Teilnehmer der dritten und vierten Wettbewerbsrunde umfasst. Die Befragten hatten also mit der Qualifikation für die zweite und dritte Runde mindestens zweimal eine positive Rückmeldung zu ihrer Leistung erhalten und die Bestätigung, dass sie zu den etwa fünfzig besten teilnehmenden Schülerinnen und Schülern aus ganz Deutschland gehören. Wenn nun bereits einige von diesen Zweifel an ihren Fähigkeiten bekommen, so ist es durchaus vorstellbar, dass dieser Effekt bei Schülerinnen und Schülern, die

schon in der zweiten oder gar ersten Runde ausscheiden, noch deutlicher auftritt. Nichtsdestotrotz wurden Attributionen von Teilnehmenden der PhysikOlympiade, die bereits früh aus dem Wettbewerb ausscheiden, noch nicht untersucht, obwohl dies aufschlussreiche Einsichten liefern könnte: Beispielsweise könnte jemand früh im Wettbewerb ausscheiden, da er oder sie die nötigen Physikkenntnisse noch nicht besitzt. Führt diese Person ihr Ausscheiden darauf zurück, dass sie nicht genug Anstrengung in die Bearbeitung der Aufgaben investiert hat, beispielsweise weil sie sich nicht rechtzeitig in die thematisierten Physikinhalt eingelesen hat, wird sie möglicherweise davon ausgehen, im nächsten Jahr besser abschneiden zu können, wenn sie vielleicht früher mit der Bearbeitung der Aufgaben beginnt. Führt sie ihr Ausscheiden dagegen darauf zurück, dass sie keine ausreichenden Physikfähigkeiten besitzt, wird sie vermutlich annehmen, auch im folgenden Jahr kein besseres Ergebnis erreichen zu können, und daher nicht wieder teilnehmen. Hinsichtlich des Ziels, durch die PhysikOlympiade Schülerinnen und Schüler für Physik zu motivieren, ist es daher ausgesprochen interessant und relevant zu wissen, ob Teilnehmende ihr Wettbewerbsergebnis selbstwertdienlich attribuieren oder nicht.

## Kapitel 7

# Studie 3: Untersuchung der Attribution in der PhysikOlympiade

Obwohl sich ein frühes Ausscheiden aus der PhysikOlympiade möglicherweise negativ auf die Motivation der Teilnehmenden für Physik auswirken und somit dem eigentlichen Ziel des Wettbewerbs entgegenwirken kann, standen bisher nur erfolgreiche Teilnehmende im Fokus von empirischen Untersuchungen (siehe die Ausführungen in Abschnitt 6.2.3). Im Besonderen wurde auch noch nicht erfasst, worauf die Teilnehmenden ihr Abschneiden zurückführen, obwohl dies beeinflussen kann, welchen Effekt die Wettbewerbsteilnahme auf die Schülerinnen und Schüler hat. Angesichts dieser Forschungslücke wurde in der hier vorgestellten Arbeit untersucht, wie die Teilnehmenden ihr Ergebnis in den ersten Runden der PhysikOlympiade attribuieren und ob sich Effekte der Attribution auf das Selbstkonzept finden lassen. Konkret wurden die Fragen untersucht:

- III Welchen Effekt haben Erfolg bzw. Misserfolg in der PhysikOlympiade auf das Physikselbstkonzept und das Mathematikselbstkonzept der Teilnehmenden?
- IV Wie attribuieren die Teilnehmenden ihren Erfolg oder Misserfolg in der PhysikOlympiade, insbesondere:
  - a) In welchem Maß attribuieren die Teilnehmenden spezifisch auf Physik oder auf Mathematik?
  - b) Lassen sich Unterschiede zwischen Teilnehmerinnen und Teilnehmern hinsichtlich ihrer Attribution finden?

c) Welche Zusammenhänge lassen sich zwischen der Attribution und dem Selbstkonzept finden?

V In welchem Ausmaß beeinflusst die Attribution der Teilnehmenden die Entwicklung ihres Selbstkonzepts?

Diese Fragen sollten für Teilnehmende untersucht werden, die früh aus dem Wettbewerb ausscheiden, in diesem Fall nach der ersten oder zweiten Runde, sowie kontrastierend für Teilnehmende, die sich für die zweite bzw. dritte Runde qualifiziert hatten.

## 7.1 Methode

### 7.1.1 Stichprobe

Die hier vorgestellte Studie beruht auf Daten von Teilnehmenden an Schülerwettbewerben<sup>1</sup>, die im Rahmen des Projekts „Wirkungen naturwissenschaftlicher Schülerwettbewerbe“ (WinnerS)<sup>2</sup> erhoben wurden. Im Projekt WinnerS sollten einerseits Determinanten für Erfolg und Misserfolg in Schülerwettbewerben identifiziert und andererseits die Wirkung von Erfolg oder Misserfolg auf die weitere Entwicklung der Teilnehmenden erforscht werden.

Da die Teilnehmenden an den Schülerwettbewerben aus dem ganzen Bundesgebiet kommen, wurden im Rahmen des WinnerS-Projekts Online-Fragebögen eingesetzt. Zusammen mit den Infomaterialien für die erste Wettbewerbsrunde wurden Informationen über das Projekt an die weiterführenden Schulen in Deutschland versandt, außerdem wurde auf dem Online-Portal, auf dem die Schülerinnen und Schüler sich für die Teilnahme an den Wettbewerben registrieren müssen, auf das WinnerS-Projekt hingewiesen. Über die jeweilige Wettbewerbsleitung wurden die angemeldeten Teilnehmenden dann per Mail und, nachdem die Frist für die Registrierung zur Wettbewerbsteilnahme abgelaufen war, noch einmal postalisch über das Projekt informiert. Bei der Registrierung für den Wettbewerb erzeugten die Schülerinnen und Schüler einen individuellen Code, der auch für den Zugang zu den im WinnerS-Projekt eingesetzten Online-Fragebögen erforderlich war. Anhand dieses Codes konnten über eine Clearingstelle die Fragebogen-Daten mit dem Wettbewerbsergebnis gekoppelt werden, ohne die Anonymität der Datenerhebung zu verletzen. Die Teilnehmenden, die den ersten Fragebogen ausgefüllt hatten, wurden, abhängig von ihrem Wettbewerbsergebnis, über einen Zeitraum von eineinhalb Jahren insgesamt drei- bis fünfmal befragt. Teilnehmende, die nach der ersten Runde ausgeschieden waren, wurden dreimal befragt, Teilnehmende, die nach der zweiten Runde ausgeschieden waren, wurden viermal befragt und Teilnehmende, die sich mindestens für die dritte Runde qualifiziert hatten, wurden fünfmal befragt.

---

<sup>1</sup>konkret des BundesUmweltWettbewerbs und der Auswahlwettbewerbe zur Internationalen Biologie-, Chemie-, JuniorScience- und PhysikOlympiade

<sup>2</sup><http://www.ipn.uni-kiel.de/de/forschung/projekte/winners>

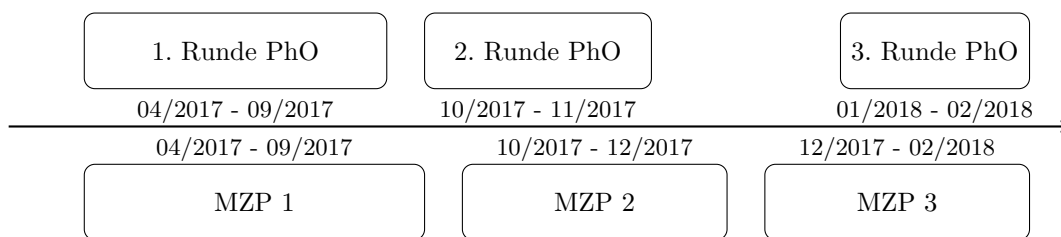


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung der Zeiträume der ersten drei Runden der PhysikOlympiade 2018 (PhO, oben) und der ersten drei Erhebungen (MZP, unten).

Die vorliegende Arbeit fokussiert sich auf die Jugendlichen, die an der PhysikOlympiade 2018 teilnahmen, und auf Daten der ersten drei Messzeitpunkte (MZP). Wie sich diese Erhebungen in den Wettbewerbsablauf einfügen, ist schematisch in Abbildung 7.1 dargestellt, wobei von gleichen Längen in der Darstellung nicht auf gleiche Zeiträume geschlossen werden kann. Zum ersten Fragebogen hatten alle Teilnehmenden der PhysikOlympiade von der Bekanntgabe der Aufgaben der ersten Runde bis zwei Wochen nach dem Abgabeschluss der ersten Runde Zugang (MZP 1). Einige Tage, nachdem die Teilnehmenden der PhysikOlympiade erfahren hatten, ob sie sich für die zweite Runde qualifiziert hatten oder nicht, bekamen sie Zugang zum zweiten Fragebogen, der innerhalb von sieben Wochen ausgefüllt werden sollte (MZP 2). Etwa zwei Wochen, nachdem der Zugang zum zweiten Fragebogen geschlossen worden war, bekamen die Schülerinnen und Schüler, die an der zweiten Runde der PhysikOlympiade teilgenommen hatten, ihr Ergebnis in dieser Runde mitgeteilt. Danach bekamen sie Zugang zum dritten Fragebogen, den sie innerhalb von sechs Wochen ausfüllen sollten (MZP 3). Auch bei diesem wurde der Zugang geschlossen, bevor die qualifizierten Teilnehmenden ihr Ergebnis der nächsten, in diesem Fall der

MZP	Wettbewerbsteilnehmende bei der Befragung	Maximale Stichprobengröße
1	$N_1 = 264$ (176 m / 88 w)	931 (Teilnehmende an R1 der PhysikOlympiade 2018)
2	$N_2 = 172$ , davon 99 (67 m / 32 w) qualifiziert für R2, 73 (47 m / 26 w) ausgeschieden nach R1	264 (Teilnehmende von MZP 1)
3	$N_3 = 72$ , davon 16 (13 m / 3 w) qualifiziert für R3, 56 (37 m / 19 w) ausgeschieden nach R2	99 (für R2 qualifizierte Teilnehmende von MZP 2)

Tabelle 7.1: Teilnehmende bei den drei Messzeitpunkten. Die maximale Stichprobengröße gibt an, wie groß die Stichprobe bei einer Ausschöpfungsquote von 100% gewesen wäre, bei MZP 2 und MZP 3 jeweils gegeben die Teilnahme am vorherigen Messzeitpunkt; R1, R2, R3 – erste, zweite, dritte Wettbewerbsrunde.



	Ausgeschieden	Qualifiziert	Vergleich
<i>N</i>	73 (47 m / 26 w)	98 (66 m / 32 w)	
Alter	$M=16.15$ Jahre, $SD=1.22$ Jahre (keine Angabe: 1)	$M=16.26$ Jahre, $SD=1.00$ Jahre (keine Angabe: 1)	$t(135.14) = -0.6, p = 0.55$
Punkte Physik	$M=12.58,$ $SD=1.68$ (keine Angabe: 37)	$M=14.23,$ $SD=1.17$ (keine Angabe: 63)	$t(62.47) = -4.81, p < .001$
Punkte Mathematik	$M=13.03,$ $SD=2.2$ (keine Angabe: 38)	$M=14.09,$ $SD=1.29$ (keine Angabe: 63)	$t(54.91) = -2.45, p = .02$

Tabelle 7.2: Kurzbeschreibung der Stichprobe für den Übergang von MZP 1 zu MZP 2.

dritten, Runde erfahren. Die Teilnahme an der Studie war freiwillig, hatte keine Auswirkung auf das Abschneiden im Wettbewerb und konnte zu jedem Zeitpunkt beendet werden; die Anzahl der Wettbewerbsteilnehmenden, die jeweils mit dem Ausfüllen der Fragebögen begonnen haben, ist in Tabelle 7.1 dargestellt.

Zusätzlich ist in Tabelle 7.1 angegeben, wie viele Personen bei den drei Messzeitpunkten maximal hätten teilnehmen können, wenn man die Teilnahme an der ersten Wettbewerbsrunde bzw. am vorherigen Messzeitpunkt berücksichtigt. Zum ersten Messzeitpunkt wurden nur etwa 28% aller potentiellen Teilnehmenden erreicht, so dass man eine Positivselektion vermuten kann. Die Rücklaufquote zu MZP 2 und MZP 3 lag bei etwa 65 bis 70%, was den nach Batinic und Moser (2005) zu erwartenden Werten entspricht. Hinsichtlich zweier Aspekte zeigt sich eine Selektion. Zum einen sind Teilnehmerinnen in der WinnerS-Stichprobe leicht überrepräsentiert: Einer Frauenquote von 33% bei WinnerS (zu MZP 1) steht eine Frauenquote von 28% in der ersten Runde der PhysikOlympiade 2018 gegenüber<sup>3</sup>. Außerdem zeigt sich eine Überrepräsentation der für die zweite Wettbewerbsrunde qualifizierten Teilnehmenden in der WinnerS-Stichprobe: Etwa 58% der Teilnehmenden zu MZP 2 hatten sich für die zweite Wettbewerbsrunde qualifiziert, im Wettbewerb lag dieser Anteil bei 43% (ebd.).

In den Analysen wurden die Daten derjenigen Teilnehmenden ausgeschlossen, die keines der Attributions-Items beantwortet hatten. Eine Person in der Erhebungsstichprobe hatte sich über eine Landesolympiade für die zweite Runde der PhysikOlympiade qualifiziert und nicht an der ersten Runde teilgenommen; daher ist zu vermuten, dass sie sich beim Beantworten der Attributions-Items auf ihre Teilnahme an der Landesolympiade bezogen hat. Aus diesem Grund wurden ihre Daten zum Übergang von der ersten zur zweiten Runde ebenfalls nicht berücksichtigt. Die der Untersuchung des Übergangs von der ersten zur zweiten Runde zugrunde liegende Stichprobe umfasst damit  $N_{2,q} = 98$  Teilnehmende (66 Teilnehmer, 32 Teilnehmerinnen), die sich für die zweite Runde qualifiziert hatten, und  $N_{2,a} = 73$  Teilnehmende (47 Teilnehmer, 26 Teilnehmerinnen), die nach der ersten Runde ausgeschieden waren (siehe Tabelle 7.2 für einen Überblick über die

<sup>3</sup>[http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/archiv\\_49\\_IPhO\\_2018.html](http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/archiv_49_IPhO_2018.html)

	Ausgeschieden	Qualifiziert	Vergleich
<i>N</i>	56 (37 m / 19 w)	15 (12 m / 3 w)	
Alter	$M=16.29$ Jahre, $SD=1.15$ Jahre (keine Angabe: 1)	$M=16.43$ Jahre, $SD=0.65$ Jahre (keine Angabe: 1)	$t(36.65) = -0.59, p = 0.56$
Punkte Physik	$M=14.15,$ $SD=1.23$ (keine Angabe: 36)	$M=14.75,$ $SD=0.50$ (keine Angabe: 11)	—
Punkte Mathematik	$M=14.15,$ $SD=1.31$ (keine Angabe: 36)	$M=14.00,$ $SD=1.41$ (keine Angabe: 11)	—

Tabelle 7.3: Kurzbeschreibung der Stichprobe für den Übergang von MZP 2 zu MZP 3.

Stichprobe). Qualifizierte und ausgeschiedene Teilnehmende unterschieden sich nicht signifikant im Alter, allerdings hinsichtlich ihrer Punkte<sup>4</sup> im Mathematik- und Physikunterricht (siehe Tabelle 7.2). Sowohl qualifizierte als auch ausgeschiedene Teilnehmende gaben hohe Punktzahlen in Physik und Mathematik an, wobei die qualifizierten Teilnehmenden im Durchschnitt etwas besser sind. In Anbetracht der hohen Anzahl fehlender Angaben sollte dieses Ergebnis jedoch nicht überinterpretiert werden und höchstens als Hinweis betrachtet, dass qualifizierte Teilnehmende möglicherweise bessere Leistungen im Unterricht zeigen.

Zu MZP 3 erhielt eine Person, die sich für die dritte Runde qualifiziert hatte, fälschlicherweise die Items in der Misserfolgsversion. Aus diesem Grund wurden die Daten dieser Person von der Untersuchung des Übergangs von der zweiten zur dritten Runde ausgeschlossen. Dementsprechend umfasst die Stichprobe  $N_{3,q} = 15$  Teilnehmende (12 Teilnehmer, 3 Teilnehmerinnen), die sich für die dritte Runde qualifiziert hatten, und  $N_{3,a} = 56$  Teilnehmende (37 Teilnehmer, 19 Teilnehmerinnen), die nach der zweiten Runde ausgeschieden waren; eine Kurzcharakterisierung beider Teilstichproben ist in Tabelle 7.3 zu finden. Auch hier unterscheiden sich qualifizierte und ausgeschiedene Teilnehmende nicht hinsichtlich ihres Alters. Auf den Vergleich der Punkte im Physik- und Mathematikunterricht wird an dieser Stelle verzichtet, da in der Gruppe der qualifizierten nur von vier Personen die entsprechenden Angaben vorliegen.

## 7.1.2 Instrumente

### Selbstkonzept

Das Mathematikselbstkonzept und das Physikselbstkonzept wurden in allen drei Fragebögen (MZP 1, MZP 2 und MZP 3) erfasst, also jeweils bevor und nachdem die Teilnehmenden ihr

<sup>4</sup>Die Punkte im Unterricht wurde mit Single-Choice-Items erfasst, bei denen jeweils eine der Antwortmöglichkeiten 0 bis 15 auszuwählen war. Für Teilnehmende, die noch keine Punkte sondern Noten zwischen 1 und 6 bekamen, war die Umrechnung der Noten in die entsprechende Punktzahl angegeben.

Ergebnis in der ersten sowie gegebenenfalls der zweiten Runde der PhysikOlympiade erfahren hatten. Die verwendeten Items waren von der PISA Studie 2006 (OECD, 2009) adaptiert worden. Je sechs Items bezogen sich explizit auf Mathematik und sechs Items auf Physik; abgesehen von diesem Domänenbezug waren je zwei Items identisch formuliert (zum Beispiel „Ich lerne neuen Stoff im mathematischen Unterricht schnell“ und „Ich lerne neuen Stoff im Physikunterricht schnell“). Für jedes der zweimal sechs Items sollten die Teilnehmenden auf einer vierstufigen Skala von „stimmt gar nicht“ bis „stimmt ganz genau“ den Grad ihrer Zustimmung angeben. Für die Auswertung wurde dieser als 1 (stimmt gar nicht) bis 4 (stimmt ganz genau) kodiert und als Skalenwert wurde der Mittelwert über die Items gebildet.

**Übergang von der ersten zur zweiten Runde** Die interne Konsistenz beider Skalen zu den ersten beiden Zeitpunkten war gut bis exzellent mit Werten für Cronbach's  $\alpha$  von .86 bis .93 (siehe Tabelle 7.7 für eine detaillierte Darstellung).

**Übergang von der zweiten zur dritten Runde** Im dritten Fragebogen wählten alle für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden bei einem Item zur Erfassung des Physikselbstkonzepts („Normalerweise kann ich Prüfungsfragen im Physikunterricht gut beantworten“) die höchste Ausprägung, so dass dieses Item keine Varianz aufweist. Inhaltlich ist dieses Ergebnis nicht allzu überraschend; Schülerinnen und Schüler, die sich für die dritte Runde der PhysikOlympiade qualifizieren, dürften kaum Probleme mit den Anforderungen im Physikunterricht haben. Dieses Item wurde für die Auswertung ausgeschlossen; um die Ergebnisse zu MZP 2 und MZP 3 vergleichen zu können, wurde auch das entsprechende Item zu MZP 2 für die Auswertung ausgeschlossen. Um die Vergleichbarkeit von qualifizierten und ausgeschiedenen Teilnehmenden gewährleisten zu können, wurde auch bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden das entsprechende Item zu beiden Messzeitpunkten ausgeschlossen und für die Vergleichbarkeit von Mathematik und Physik wurde das analoge Item zur Erfassung des Mathematikselbstkonzepts zu beiden Messzeitpunkten bei qualifizierten und ausgeschiedenen Teilnehmenden ausgeschlossen. Die interne Konsistenz der gekürzten Skalen ist zu beiden Messzeiten ausreichend bis exzellent, die Werte für Cronbach's  $\alpha$  bewegen sich von .76 bis .94 (detailliert sind die Skalen-Kennwerte in Tabelle 7.8 zu finden).

### **Attribution**

Zur Erfassung der Attribution der Teilnehmenden der PhysikOlympiade wurde ein Instrument benötigt, das spezifisch danach fragt. Da es ein solches Instrument zuvor nicht gab, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein Fragebogen für diesen Zweck entwickelt. Wie zuvor ausgeführt, ist eine Besonderheit der PhysikOlympiade, dass nicht nur die physikalischen, sondern auch die mathematischen Anforderungen zunehmend anspruchsvoller werden und ein Problem für die Teilnehmenden darstellen können (siehe Teil I). Andererseits bietet diese Tatsache den

		Lokation	
		internal	external
Stabilität	stabil	Fähigkeit Physik / Mathematik	Aufgabencharakteristik Physik / Mathematik
	variabel	Anstrengung Physik / Mathematik	Zufall

Tabelle 7.4: Attribution in der PhysikOlympiade.

Teilnehmenden auch die Möglichkeit, selbstwertdienlich zu attribuieren, indem das Ausscheiden auf die Mathematik zurückgeführt wird und nicht auf die Physik. Von den vier Gründen für Erfolg und Misserfolg nach Weiner (2010) können Fähigkeit, Aufgabencharakteristik und Anstrengung sowohl auf die Physik als auch auf die Mathematik bezogen werden, lediglich der Zufall ist unspezifisch. Entsprechend der Erkenntnis von Marsh et al. (1984), dass Attributionen – ebenso wie das Selbstkonzept – domänenspezifisch erfasst werden sollten, muss daher das  $2 \times 2$ -Schema aus Tabelle 6.1 für die PhysikOlympiade dahingehend angepasst werden, dass alle Gründe außer dem Zufall auf die Physik und auf die Mathematik bezogen werden wie in Tabelle 7.4 dargestellt.

Dementsprechend resultieren für den Kontext der PhysikOlympiade sieben Skalen, die der Fragebogen umfassen musste: Physikfähigkeit, Mathematikfähigkeit, Anstrengung bezüglich der physikalischen Anforderungen, Anstrengung bezüglich der mathematischen Anforderungen, Aufgabencharakteristik bezogen auf Physik, Aufgabencharakteristik bezogen auf Mathematik und Zufall (siehe auch Tabelle 7.4); dabei ist lediglich der Zufall domänenunspezifisch.

Insgesamt wurden 37 Items formuliert, um alle Skalen abzudecken; für die beiden Anstrengungsskalen wurden jeweils sechs Items entwickelt, die sowohl die Anstrengung in der Vorbereitung auf den Wettbewerb als auch in der Wettbewerbssituation selbst beinhalteten, für alle anderen Skalen wurden jeweils fünf Items formuliert. Da die Teilnehmenden sowohl Erfolg als auch Misserfolg erleben können, indem sie sich entweder für die nächste Runde qualifizieren oder ausscheiden, wurde zusätzlich jedes Item einmal positiv (als Grund für Erfolg) und einmal negativ (als Grund für Misserfolg) formuliert.

Die Items wurden mit  $N_{Pilot} = 123$  Teilnehmenden der PhysikOlympiade 2016 pilotiert. Von ihnen hatten  $n_{Pilot, Erfolg} = 87$  mindestens die zweite Runde erreicht und erhielten die Erfolgsversion der Items, die anderen bekamen die Misserfolgsversion. Um zu verhindern, dass Teilnehmende der eigentlichen Erhebung durch die Teilnahme an der Pilotstudie bereits in irgendeiner Form beeinflusst waren, wurden für die Pilotstudie lediglich diejenigen Teilnehmenden der PhysikOlympiade 2016 ausgewählt, die 2018 nicht mehr teilnahmeberechtigt waren. Die Auswertung der Kennwerte zeigte, dass auch bei einer Kürzung auf je vier Items pro Skala die interne Konsistenz ausreichend hoch ist. Bei der Kürzung wurde wiederum darauf geachtet, dass die Anstrengungsskalen in gleichem Maße die Vorbereitung auf den Wettbewerb als auch die Wettbewerbssituation selbst abdecken. Zusätzlich wurden einige Items umformuliert, um Parallelität bezüglich Erfolg

	Erfolgsversion Ich bin in diese Runde gekommen, weil...	Misserfolgsversion Ich bin nicht in die nächste Runde gekommen, weil...
Mathematik, Anstrengung	... ich mich beim Üben von schwierigen mathematischen Verfahren nicht entmutigen ließ.	... ich beim Üben von schwierigen mathematischen Verfahren schnell aufgegeben habe.
Physik, Anstrengung	... ich mich beim Üben von schwierigen Physikaufgaben nicht entmutigen ließ.	... ich beim Üben von schwierigen Physikaufgaben schnell aufgegeben habe.
Mathematik, Fähigkeit	... ich generell ein Talent für Mathematik habe.	... ich grundsätzlich zu wenig Talent für Mathematik habe.
Physik, Fähigkeit	... ich generell ein Talent für Physik habe.	... ich grundsätzlich zu wenig Talent für Physik habe.
Mathematik, Aufgabencharakteristik	... in den Aufgaben der PhysikOlympiade keine schwierigen mathematischen Überlegungen vorgekommen sind.	... in den Aufgaben der PhysikOlympiade viele schwierige mathematische Überlegungen vorgekommen sind.
Physik, Aufgabencharakteristik	... in den Aufgaben der PhysikOlympiade keine schwierigen physikalischen Überlegungen vorgekommen sind.	... in den Aufgaben der PhysikOlympiade viele schwierige physikalische Überlegungen vorgekommen sind.
Zufall	... ich zufällig einen guten Tag hatte.	... ich zufällig einen schlechten Tag hatte.

Tabelle 7.5: Beispielitems zur Erfassung der Attribution von Erfolg bzw. Misserfolg in der PhysikOlympiade.

und Misserfolg zu erhalten und, soweit möglich, Parallelität bezüglich Physik und Mathematik. Hierbei mussten jedoch leichte Abstriche gemacht werden; zwar bearbeiten die Teilnehmenden im Wettbewerb Physik-, aber keine Mathematikaufgaben, ebenso wie sie zur Vorbereitung vermutlich Physikaufgaben, aber nicht unbedingt Mathematikaufgaben lösen. Dementsprechend wurde bei den Items, die das Wort „Physikaufgabe“ enthalten, dieses nicht einfach durch „Mathematikaufgabe“ ersetzt, sondern eine äquivalente Formulierung verwendet. Beispielitems sind in Tabelle 7.5, die finalen Fragebögen sind im Anhang zu finden (Tabelle B.1 für Erfolg und Tabelle B.2 für Misserfolg). Bei jedem Item ist auf einer fünfstufigen Skala anzugeben, wie sehr man der Aussage zustimmt; dazu sind die Abstufungen „stimmt gar nicht“, „stimmt wenig“, „stimmt teils-teils“, „stimmt ziemlich“ und „stimmt völlig“ vorgegeben. Für die Auswertung wurden die Abstufungen aufsteigend mit eins bis fünf kodiert und für jede Skala der Mittelwert über alle Items gebildet; ein höherer Wert entspricht damit einer höheren Zustimmung zum jeweiligen Grund als Ursache für Erfolg oder Misserfolg. Beispielsweise würde ein Wert von 1 auf der Skala Physikfähigkeit im Erfolgsfall bedeuten, dass die eigene Physikfähigkeit als völlig unerheblich für die Qualifikation

	$df$	$\chi^2$	$p$	CFI	SRMR	RMSEA	AIC
Qualifizierte Teilnehmende							
Mathematik, 1-dim.	54	197.45	< 0.001	0.63	0.14	0.17	245.45
Mathematik, 3-dim.	51	77.63	0.01	0.93	0.08	0.08	131.63
Physik, 1-dim.	54	273.91	< 0.001	0.48	0.18	0.21	321.91
Physik, 3-dim.	51	59.85	0.19	0.98	0.08	0.04	113.85
Ausgeschiedene Teilnehmende							
Mathematik, 1-dim.	54	198.57	< 0.001	0.69	0.12	0.2	246.57
Mathematik, 3-dim.	51	103.39	< 0.001	0.89	0.08	0.12	157.39
Physik, 1-dim.	54	275.06	< 0.001	0.53	0.19	0.25	323.06
Physik, 3-dim.	51	75.83	0.01	0.95	0.09	0.08	129.83

Tabelle 7.6: Vergleich der ein- und dreidimensionalen Modelle der Attributions-Items.

für die nächste Runde gesehen wird; im Misserfolgsfall würde es bedeuten, dass das Ausscheiden in keinsten Weise auf mangelnde eigene Physikfähigkeit zurückgeführt wird.

Dieser Fragebogen wurde zu MZP 2 und MZP 3 eingesetzt, nachdem die Teilnehmenden erfahren hatten, ob sie sich für die zweite und gegebenenfalls für die dritte Runde qualifiziert hatten oder nicht. Je nach ihrem Abschneiden im Wettbewerb erhielten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer entweder die Erfolgsversion oder die Misserfolgsversion der Items.

**Übergang von der ersten zur zweiten Runde** Zunächst wurde mittels konfirmatorischer Faktorenanalyse überprüft, ob die mathematik- und physikbezogenen Attributions-Items die angenommene dreidimensionale Struktur zeigen. Dazu wurde für beide Domänen ein eindimensionales Modell, das alle zwölf Items zusammenfasst, und ein dreidimensionales Modell, das jeweils die vier Anstrengungs-, die vier Fähigkeits- und die vier Aufgabencharakteristik-Items zusammenfasst, für die Erfolgs- und Misserfolgsversion gerechnet. Für beide Domänen und beide Versionen zeigte das dreidimensionale Modell deutlich bessere Fit-Werte (siehe Tabelle 7.6).

Für alle Skalen nahm Cronbach's  $\alpha$  Werte von .72 bis .89 an (siehe Tabelle 7.7), so dass deren interne Konsistenz als akzeptabel bis gut einzuschätzen ist.

**Übergang von der zweiten zur dritten Runde** Bei den Daten von MZP 3 korreliert ein Item („Ich bin in diese Runde gekommen, weil ich mich besonders gut auf die Physik-Anforderungen in der PhysikOlympiade vorbereitet habe“) negativ mit den anderen Items der gleichen Skala und auch das analoge mathematikbezogene Item korreliert negativ oder nicht mit den anderen Items der zugehörigen Skala. Eine denkbare Erklärung wäre, dass die qualifizierten Teilnehmenden sich nicht vorbereitet haben, oder, was ich als wahrscheinlicher einschätzen würde, dass sie zur Vorbereitung auf die zweite Runde Physikaufgaben, zum Beispiel von vorherigen PhysikOlympiaden, gerechnet haben, ohne darin eine Vorbereitung auf spezifische phy-

	Qualifizierte Teilnehmende				Ausgeschiedene Teilnehmende			
	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	$\alpha$	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	$\alpha$
Math., Anstrengung	93	3.22	0.74	.72	69	1.88	0.96	.88
Math., Fähigkeit	95	3.96	0.74	.86	70	1.38	0.64	.89
Math., Aufgabencharakteristik	94	3.07	0.71	.72	68	1.94	0.8	.78
Physik, Anstrengung	93	3.41	0.73	.75	70	2.13	1.08	.88
Physik, Fähigkeit	94	3.90	0.71	.85	69	1.55	0.77	.89
Physik, Aufgabencharakteristik	93	2.82	0.76	.79	70	2.80	1.01	.85
Zufall	92	1.82	0.71	.87	70	2.49	0.90	.77
Mathematikselbstkonzept (MZP 1)	97	3.63	0.46	.91	72	3.64	0.51	.93
Physikselbstkonzept (MZP 1)	94	3.57	0.47	.87	72	3.48	0.50	.86
Mathematikselbstkonzept (MZP 2)	91	3.65	0.44	.91	70	3.62	0.53	.93
Physikselbstkonzept (MZP 2)	89	3.59	0.44	.89	69	3.46	0.54	.90

Tabelle 7.7: Kennwerte der Attributions- und Selbstkonzeptskalen, basierend auf der in Tabelle 7.2 beschriebenen Stichprobe zur Untersuchung des Übergangs von MZP 1 zu MZP 2. *N* – Anzahl der kompletten Datensätze für die jeweilige Skala, *M* – Mittelwert, *SD* – Standardabweichung,  $\alpha$  – Cronbach's  $\alpha$ . Bei den Selbstkonzeptskalen können die Mittelwerte Werte von 1 (niedriges Selbstkonzept) bis 4 (hohes Selbstkonzept), bei den Attributionsskalen von 1 (nicht relevant für das Wettbewerbsergebnis) bis 5 (sehr relevant für das Wettbewerbsergebnis) annehmen.

	Qualifizierte Teilnehmende				Ausgeschiedene Teilnehmende			
	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	$\alpha$	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	$\alpha$
(*) Math., Anstrengung	15	4.02	0.83	.89	56	2.10	0.94	.80
Math., Fähigkeit	15	3.53	0.84	.86	55	1.36	0.61	.91
(*) Math., Aufgabencharakteristik	15	2.36	0.58	.70	55	2.53	1.05	.92
(*) Physik, Anstrengung	15	4.13	0.72	.73	56	2.40	1.04	.82
Physik, Fähigkeit	14	3.98	0.72	.87	55	1.59	0.72	.90
(*) Physik, Aufgabencharakteristik	15	2.11	0.71	.74	55	3.59	1.13	.90
Zufall	15	1.80	0.70	.86	55	1.89	0.79	.83
(*) Mathematikselbstkonzept (MZP 2)	14	3.79	0.36	.86	53	3.59	0.46	.90
(*) Physikselbstkonzept (MZP 2)	13	3.78	0.31	.76	51	3.51	0.50	.89
(*) Mathematikselbstkonzept (MZP 3)	15	3.72	0.42	.88	55	3.59	0.55	.94
(*) Physikselbstkonzept (MZP 3)	15	3.80	0.30	.81	55	3.54	0.47	.88

Tabelle 7.8: Kennwerte der Attributions- und Selbstkonzeptskalen, basierend auf der in Tabelle 7.3 beschriebenen Stichprobe zur Untersuchung des Übergangs von MZP 2 zu MZP 3. *N* – Anzahl der kompletten Datensätze für die jeweilige Skala, *M* – Mittelwert, *SD* – Standardabweichung,  $\alpha$  – Cronbach's  $\alpha$ . Den Werten der mit (\*) gekennzeichneten Skalen liegen jeweils die gekürzten Skalen zugrunde. Die Mittelwerte können wieder Werte von 1 bis 4 bei den Selbstkonzeptskalen und von 1 bis 5 bei den Attributionsskalen annehmen.

sikalische oder mathematische Anforderungen zu sehen. Auch das Item „Ich bin in diese Runde gekommen, weil die Aufgaben der PhysikOlympiade fast nur mathematische Inhalte benötigten, die ich gut beherrsche“ zeigt nur kleine, teilweise positive, teilweise negative Korrelationen mit den anderen Items der Skala Aufgabencharakteristik hinsichtlich Mathematik. Dies könnte darin begründet sein, dass die Item-Formulierung auch eine Attribution auf die eigene Fähigkeit nahelegen könnte, wenn man Betonung auf den Relativsatz „die ich gut beherrsche“ legt. Für die Auswertung wurden die drei Items ausgeschlossen, außerdem, um die Vergleichbarkeit von Mathematik und Physik zu gewährleisten, das parallele physikbezogene Item „Ich bin in diese Runde gekommen, weil die Aufgaben der PhysikOlympiade fast nur physikalische Inhalte benötigten, die ich gut beherrsche“. Damit die Ergebnisse der qualifizierten und ausgeschiedenen Teilnehmenden vergleichbar blieben, wurden diese Items auch bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden von der Analyse ausgeschlossen. Die interne Konsistenz aller, zum Teil gekürzten, Skalen ist als akzeptabel bis exzellent einzuschätzen mit Werten für Cronbach’s  $\alpha$  von .70 bis .92 (siehe Tabelle 7.8 für eine detaillierte Darstellung der Kennwerte).

## 7.2 Ergebnisse: Der Übergang von MZP 1 zu MZP 2

### 7.2.1 Einfluss von Erfolg und Misserfolg auf das Selbstkonzept (Forschungsfrage III)

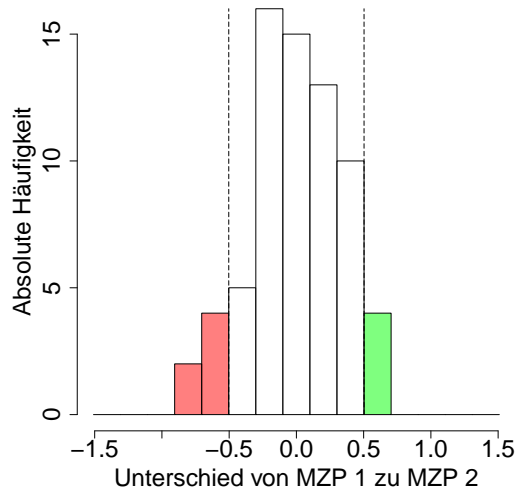
Zwischen Mathematikselbstkonzept und Physikselbstkonzept zeigten sich moderate Korrelationen (siehe Tabelle 7.9).

	Qualifizierte Teilnehmende	Ausgeschiedene Teilnehmende
MZP 1	.32 ( $p = .007$ )	.45 ( $p < .001$ )
MZP 2	.36 ( $p = .002$ )	.50 ( $p < .001$ )

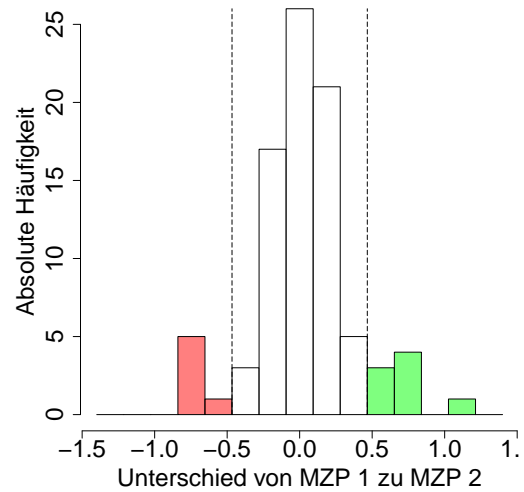
Tabelle 7.9: Pearson-Korrelation zwischen Mathematik- und Physikselbstkonzept in der Stichprobe zur Untersuchung des Übergangs von MZP 1 zu MZP 2.

Zunächst wurde überprüft, ob qualifizierte und ausgeschiedene Teilnehmende sich vor oder nach der Bekanntgabe des Wettbewerbsergebnisses in ihrem Selbstkonzept unterschieden. Dies war weder zum ersten (Physik:  $t(147) = 1.2$ ,  $p = .25$ ; Mathematik:  $t(145) = -0.1$ ,  $p = .90$ ) noch zum zweiten Messzeitpunkt (Physik:  $t(130) = 1.6$ ,  $p = .10$ ; Mathematik:  $t(133) = 0.4$ ,  $p = .67$ ) der Fall. Beide Gruppen zeigten im Durchschnitt ein hohes Selbstkonzept (siehe Tabelle 7.7 für die einzelnen Kennwerte).





(a) Ausgeschiedene Teilnehmende.

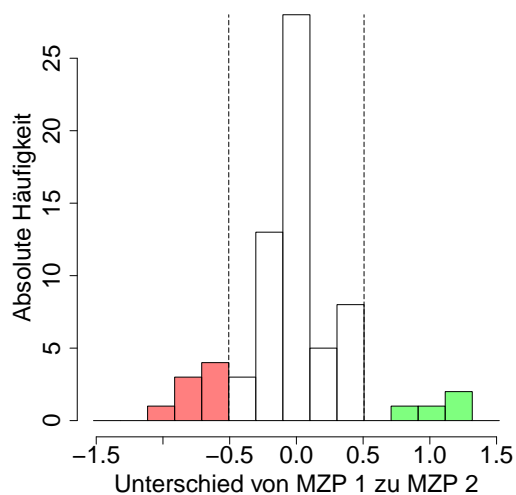


(b) Qualifizierte Teilnehmende.

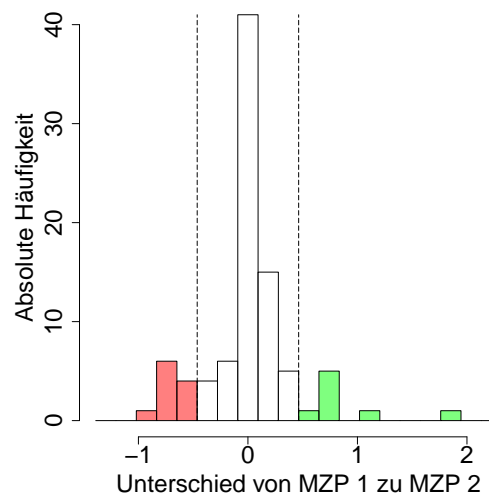
Abbildung 7.2: Änderung im Physikselbstkonzept zwischen MZP 1 und MZP 2 bei für die zweite Runde qualifizierten Teilnehmenden (rechts) und nach der ersten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden (links). Die rot gefärbten Balken zeigen eine Abnahme, die grün gefärbten Balken eine Zunahme des Selbstkonzepts um mehr als eine Standardabweichung.

Um den Effekt von Erfolg oder Misserfolg in der PhysikOlympiade auf das Selbstkonzept der Teilnehmenden zu untersuchen, wurden die Änderungen im Physik- und Mathematikselbstkonzept von MZP 1 nach MZP 2 als Differenz der Skalenwerte von MZP 2 und MZP 1 berechnet. Ein positiver Wert entspricht einer Zunahme des Selbstkonzepts, ein negativer Wert einer Abnahme. Die Ergebnisse sind in Abbildungen 7.2 und 7.3 für qualifizierte und ausgeschiedene Teilnehmende dargestellt. Die gestrichelten Linien geben jeweils eine Abweichung von einer Standardabweichung an, wobei die Werte der entsprechenden Skala zu MZP 1 genommen wurden. Die rot gefärbten Balken zeigen eine Abnahme des Selbstkonzepts um mehr als eine Standardabweichung an, die grün gefärbten Balken eine Zunahme des Selbstkonzepts um mehr als eine Standardabweichung. Die prozentualen Anteile der Teilnehmenden, deren Physik- oder Mathematikselbstkonzept um mehr als eine Standardabweichung zugenommen hat bzw. abgenommen hat bzw. sich um weniger als eine Standardabweichung geändert hat, sind in Tabelle 7.10 angegeben.

Schaut man sich zunächst genauer die Änderung im Physikselbstkonzept (Abbildung 7.2) an, so stellt man fest, dass bei vielen Teilnehmenden keine oder nur kleine Änderungen von weniger als einer Standardabweichung auftreten. Allerdings gibt es auch einige Teilnehmende, bei denen eine deutliche Zu- oder Abnahme des Selbstkonzepts zu sehen ist – und dies gilt sowohl bei qualifizierten als auch bei ausgeschiedenen Teilnehmenden. Ausgeschiedene und qualifizierte Teilnehmende unterscheiden sich nicht in der mittleren Änderung ihres Physikselbstkonzepts ( $t(145) = 0.8, p = .45$ ). Auch die Verteilung auf die Gruppen derjenigen Teilnehmenden, deren Physikselbstkonzept um mehr als eine Standardabweichung abnimmt bzw. zunimmt bzw. sich



(a) Ausgeschiedene Teilnehmende.



(b) Qualifizierte Teilnehmende.

Abbildung 7.3: Änderung im Mathematikselbstkonzept zwischen MZP 1 und MZP 2 bei für die zweite Runde qualifizierten Teilnehmenden (rechts) und nach der ersten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden (links). Die rot gefärbten Balken zeigen eine Abnahme, die grün gefärbten Balken eine Zunahme des Selbstkonzepts um mehr als eine Standardabweichung.

kaum ändert, zeigt keinen signifikanten Unterschied zwischen ausgeschiedenen und qualifizierten Teilnehmenden ( $\chi^2(4) = 6, p = .20$ ). Basierend auf diesen Daten kann man daher nicht einfach auf eine (möglicherweise erhoffte) positive Wirkung eines Erfolgs in der PhysikOlympiade auf das Physikselbstkonzept schließen; ebenso wenig zeigt sich eindeutig ein (womöglich befürchteter) negativer Effekt des Ausscheidens auf das Physikselbstkonzept.

Betrachtet man die Resultate für das Mathematikselbstkonzept (Abbildung 7.3), ergibt sich ein ähnliches Bild: Bei der Mehrheit der Teilnehmenden bleibt das Mathematikselbstkonzept unverändert, bei einigen zeigt sich eine deutliche Zu- oder Abnahme und dies wiederum sowohl bei den qualifizierten als auch den ausgeschiedenen Teilnehmenden. Auch beim Mathematikselbstkonzept unterscheiden sich ausgeschiedene und qualifizierte Teilnehmende nicht hinsichtlich der mittleren Änderung des Selbstkonzepts ( $t(146) = 0.6, p = .54$ ) oder hinsichtlich der Verteilung auf die Gruppen mit deutlicher Zunahme bzw. Abnahme bzw. mit geringer Änderung des Selbstkonzepts ( $\chi^2(4) = 6, p = .20$ ). Folglich kann nicht ausgeschlossen werden, dass die Teilnahme an der PhysikOlympiade auch einen Einfluss auf das Mathematikselbstkonzept hat, wobei auch dieser Einfluss sich nicht durch den einfachen Zusammenhang „Erfolg hat eine positive, Misserfolg eine negative Wirkung“ auszudrücken zu lassen scheint.

Aufgrund der Annahme, dass das Selbstkonzept der Teilnehmenden auch durch deren Attributionen beeinflusst wird, richtet sich der Blick daher im Folgenden auf diese.

	Abnahme	Geringe Änderung	Zunahme
Qualifizierte Teilnehmende			
Physikselbstkonzept	7%	84%	9%
Mathematikselbstkonzept	12%	79%	9%
Ausgeschiedene Teilnehmende			
Physikselbstkonzept	12%	83%	6%
Mathematikselbstkonzept	13%	78%	9%

Tabelle 7.10: Prozentualer Anteil der Teilnehmenden, deren Selbstkonzept um mehr als eine Standardabweichung abgenommen hat, sich um weniger als eine Standardabweichung geändert hat oder um mehr als eine Standardabweichung zugenommen hat. Die Prozentwerte wurden gerundet, daher summieren sie sich nicht in allen Fällen exakt zu 100% auf.

## 7.2.2 Attribution der Teilnehmenden (Forschungsfrage IV)

Bevor einzelne Aspekte der Attribution der Teilnehmenden genauer betrachtet werden, wird zunächst die Attribution als ganze in den Blick genommen. Abbildung 7.4 zeigt die Attributionsmuster der Teilnehmenden, links für die ausgeschiedenen, rechts für die qualifizierten Teilnehmenden. Die Kennwerte aller Skalen sind in Tabelle 7.7 zu finden. Ein höherer Wert bedeutet eine höhere Zustimmung zum jeweiligen Grund als Ursache für das Ergebnis. Die ausgeschiedenen Teilnehmenden (linkes Diagramm) attribuieren ihr Ausscheiden demnach am meisten auf die Aufgabencharakteristik hinsichtlich Physik sowie den Zufall. Zwischen der Attribution auf Aufgabencharakteristik hinsichtlich Physik und auf Zufall zeigt sich kein signifikanter Unterschied ( $t(136) = 1.9, p = .06$ ). Auch unter Berücksichtigung der Bonferroni-Korrektur liegen die Werte aller anderen Attributionsskalen signifikant unter dem Wert für Attribution auf Aufgabencharakteristik hinsichtlich Physik. Allerdings liegen bereits die Werte für Attribution auf Aufgabencharakteristik hinsichtlich Physik und auf Zufall knapp unterhalb der Skalenmitte, was nur eine teilweise Zustimmung anzeigt. Insgesamt scheint für die ausgeschiedenen Teilnehmenden keiner der angesprochenen Gründe relevant für ihr Wettbewerbsergebnis zu sein; insbesondere führen sie ihr Ausscheiden auch nicht auf mangelnde Fähigkeit in Mathematik oder Physik zurück, was in gewisser Weise als selbstwertdienlich betrachtet werden kann. Die qualifizierten Teilnehmenden (rechtes Diagramm) dagegen führen ihr Weiterkommen am stärksten auf die eigene Fähigkeit in Mathematik und Physik zurück. Zwischen der Attribution auf Physikfähigkeit und auf Mathematikfähigkeit zeigt sich kein signifikanter Unterschied ( $t(187) = 0.6, p = .56$ ). Die Werte aller anderen Attributionsskalen sind, auch unter Berücksichtigung der Bonferroni-Korrektur, signifikant niedriger als die der beiden Fähigkeitsskalen. Auf externale Gründe wie die Aufgabencharakteristik hinsichtlich Mathematik oder Physik oder den Zufall führen die Teilnehmenden ihre Qualifikation höchstens teilweise zurück. In beiden Gruppen kann man also von einer Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution sprechen, von der oft in der Literatur (zum Beispiel Marsh et al., 1984, McAllister, 1996) berichtet wird.

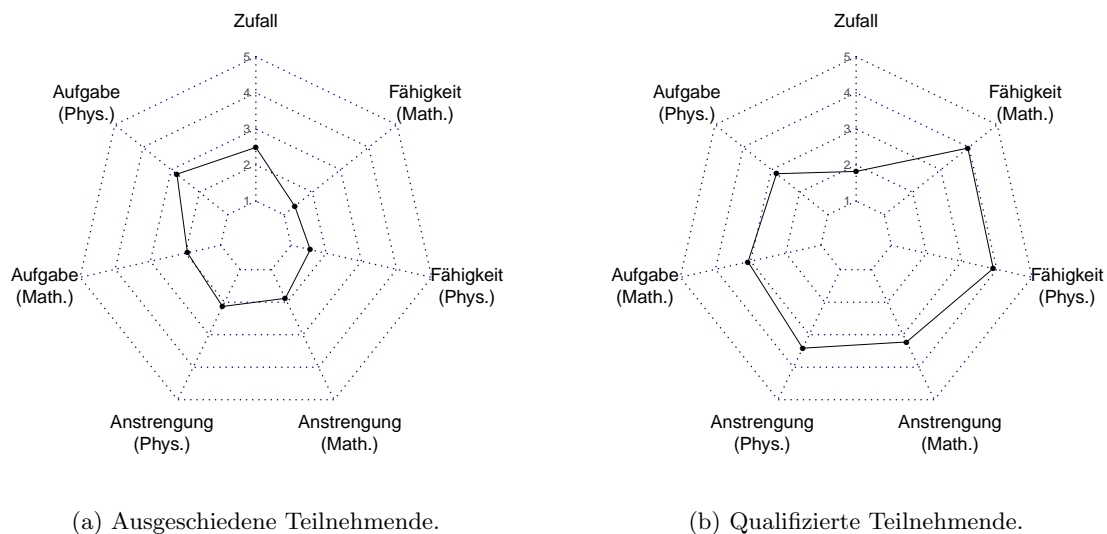


Abbildung 7.4: Attributionsmuster der Teilnehmenden zu MZP 2. Es können Werte von 1 (wenn die Teilnehmenden den Grund als überhaupt nicht relevant für ihr Ergebnis ansehen) bis 5 (wenn die Teilnehmenden den Grund als sehr relevant für ihr Ergebnis ansehen) angenommen werden.

### Physik- und mathematikbezogene Attribution (Forschungsfrage IVa)

Wie Abbildung 7.4 bereits andeutet, sind die Mittelwerte der beiden Fähigkeits-, der beiden Anstrengungs- und der beiden Aufgabencharakteristikskalen jeweils sehr ähnlich. Nur bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden scheinen sich die Mittelwerte auf den Skalen Aufgabencharakteristik hinsichtlich Physik und hinsichtlich Mathematik zu unterscheiden. Dieser Eindruck wird größtenteils durch t-Tests bestätigt (siehe Abbildung 7.5 für einen Überblick, Tabelle 7.7 für die Kennwerte der einzelnen Skalen): Bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden zeigt sich nur ein signifikanter Unterschied zwischen der Aufgabencharakteristik hinsichtlich Mathematik und Physik, nicht jedoch bei der Fähigkeit oder der Anstrengung. Ebenso unterscheiden die qualifizierten Teilnehmenden bei der Aufgabencharakteristik zwischen Mathematik und Physik, bei Fähigkeit oder Anstrengung aber nicht.

Die Korrelationen zwischen den entsprechenden mathematik- und physikbezogenen Skalen sind in Tabelle 7.11 dargestellt und zeigen ebenfalls einen deutlichen Zusammenhang zwischen Mathematik und Physik. In beiden Gruppen zeigen sich signifikante Korrelationen zwischen den beiden Fähigkeitskassen, zwischen den beiden Anstrengungsskassen und zwischen den beiden Aufgabencharakteristikskalen. Bei den qualifizierten Teilnehmenden ist die Korrelation zwischen der Aufgabencharakteristik hinsichtlich Mathematik und hinsichtlich Physik signifikant höher als bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden (Fisher's  $z = 2.09$ ,  $p = .04$ ), während sich eine Tendenz zeigt, dass die Korrelation zwischen Anstrengung bezogen auf Mathematik und bezogen auf Physik bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden höher ist als bei den qualifizierten Teilnehmenden

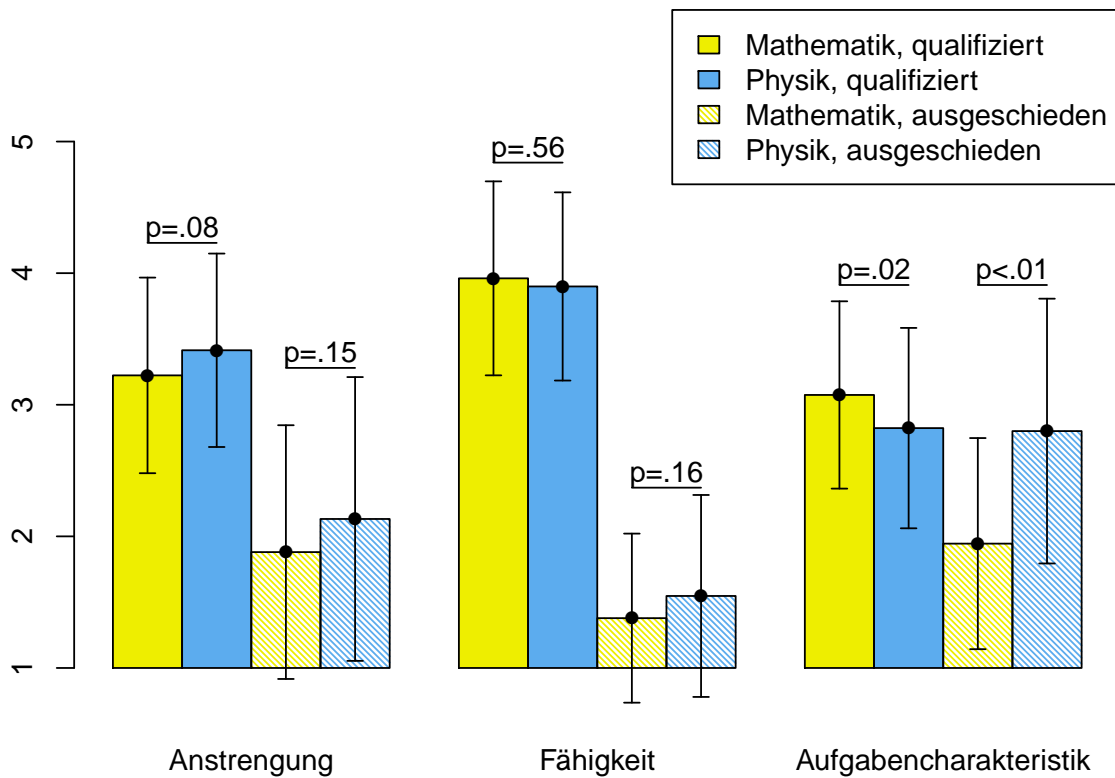


Abbildung 7.5: Vergleich der Attribution auf die entsprechenden Physik- und Mathematikskalen. Die zwei linken Balken in jeder Gruppe stellen die Werte der Teilnehmenden dar, die sich für die zweite Runde qualifiziert haben, und die zwei rechten Balken die Werte der Teilnehmenden, die nach der ersten Runde ausgeschieden sind.

(Fisher's  $z = 1.9$ ,  $p = .06$ ). Hinsichtlich der Korrelation von Mathematik- und Physikfähigkeit gibt es dagegen keinen signifikanten Unterschied zwischen qualifizierten und ausgeschiedenen Teilnehmenden (Fisher's  $z = 1.5$ ,  $p = .13$ ).

	Qualifizierte Teilnehmende	Ausgeschiedene Teilnehmende
Fähigkeit	.60***	.73***
Anstrengung	.69***	.82***
Aufgabencharakteristik	.64***	.39**

Tabelle 7.11: Pearson-Korrelation zwischen der Attribution auf die entsprechenden physik- und mathematikbezogenen Skalen zu MZP 2. \*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

### Genderunterschiede (Forschungsfrage IVb)

Verschiedentlich wird von Unterschieden in der Attribution von Schülerinnen und Schülern berichtet, insbesondere in Mathematik. Da Physik, ebenso wie Mathematik, als eine eher von Männern besetzte Wissenschaft gesehen werden kann (zum Beispiel Kessels, Rau und Hannover, 2006), könnte man nach Stipek (1984) auch bei der Attribution des Ergebnisses eines Physikwettbewerbs wie der PhysikOlympiade Unterschiede in der Attribution von Teilnehmerinnen und Teilnehmern erwarten. Dies wurde mittels t-Tests für alle Skalen überprüft, sowohl bei den ausgeschiedenen als auch bei den qualifizierten Teilnehmenden. Die Ergebnisse der t-Tests finden sich in Tabelle 7.12.

Ein fast signifikanter Unterschied spricht dafür, dass qualifizierte Teilnehmerinnen ihr Weiterkommen im Wettbewerb eher auf den Zufall, das bedeutet in diesem Fall Glück, attribuieren als qualifizierte Teilnehmer; allerdings liegt auch der Skalenwert der Teilnehmerinnen deutlich unter der Skalenmitte, so dass auch die qualifizierten Teilnehmerinnen das Glück als wenig relevant für ihr Wettbewerbsergebnis sehen. Auch die nichtsignifikanten Differenzen der anderen Skalenwerte bei qualifizierten wie ausgeschiedenen Teilnehmenden bestätigen die gelegentlich gefundene Tendenz zu einer selbstwertdienlicheren Attribution bei Jungen nicht.

		Weiblich		Männlich		<i>df</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
		<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			
Qualifiziert	Math., Anstrengung	3.17	0.73	3.25	0.75	59	-0.51	.61
	Math., Fähigkeit	3.87	0.64	4.00	0.78	71	-0.88	.38
	Math., Aufgabe	3.07	0.70	3.08	0.72	62	-0.02	.99
	Physik, Anstrengung	3.35	0.70	3.44	0.75	64	-0.56	.58
	Physik, Fähigkeit	3.73	0.64	3.98	0.74	64	-1.71	.09
	Physik, Aufgabe	2.72	0.80	2.88	0.74	57	-0.92	.36
	Zufall	2.07	0.88	1.71	0.59	40	1.99	.05
Ausgeschieden	Math., Anstrengung	1.79	0.76	1.93	1.07	64	-0.64	.52
	Math., Fähigkeit	1.38	0.72	1.38	0.60	46	-0.03	.97
	Math., Aufgabe	2.01	0.98	1.90	0.68	40	0.48	.63
	Physik, Anstrengung	2.06	0.93	2.18	1.17	62	-0.47	.64
	Physik, Fähigkeit	1.58	0.82	1.53	0.74	49	0.24	.81
	Physik, Aufgabe	3.07	1.13	2.64	0.90	44	1.64	.11
	Zufall	2.56	0.89	2.45	0.91	54	0.49	.63

Tabelle 7.12: Vergleich der Attributionen von Teilnehmerinnen und Teilnehmern.

### Selbstkonzept und Attribution (Forschungsfrage IVc)

Da nach Marsh (1984, 1986) die Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution mit dem Selbstkonzept zusammenhängt, wird im Folgenden dieser Zusammenhang untersucht. Tabelle 7.13 zeigt die

Korrelationen zwischen den Attributionsskalen und dem Mathematik- sowie dem Physikselbstkonzept der Teilnehmenden zu MZP 1, also bevor sie ihr Ergebnis in der ersten Wettbewerbsrunde erfahren haben.

Bei den Teilnehmenden, die sich für die zweite Runde des Wettbewerbs qualifiziert hatten, zeigen sich signifikante Korrelationen zwischen Selbstkonzept und Attribution auf Fähigkeit; dies gilt sowohl für Physik als auch für Mathematik, wobei die Korrelation für Physik signifikant größer als für Mathematik ist (Fisher's  $z = -2.21$ ,  $p = .03$ ). Außerdem korreliert Attribution auf Zufall signifikant negativ mit dem Mathematik- und dem Physikselbstkonzept, wobei sich kein signifikanter Unterschied zwischen Mathematik und Physik zeigt (Fisher's  $z = 0.27$ ,  $p = .78$ ). Zusätzlich korreliert die Attribution auf Mathematikfähigkeit signifikant mit dem Physikselbstkonzept, umgekehrt wird die Korrelation jedoch nicht signifikant. Offensichtlich sehen Teilnehmende, die von ihren Fähigkeiten überzeugt sind, sich selbst als verantwortlich für ihren Erfolg und müssen insbesondere nicht auf den Zufall als Erklärung für ihr Wettbewerbsergebnis zurückgreifen.

Bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden findet man signifikante negative Korrelationen zwischen Attribution auf Fähigkeit und Selbstkonzept. Dies gilt sowohl innerhalb der beiden Domänen, wobei sich die Korrelationen für Mathematik und Physik nicht signifikant unterscheiden (Fisher's  $z = 0.11$ ,  $p = .92$ ), als auch zwischen den beiden Domänen, wobei sich die Korrelationen auch hier nicht signifikant unterscheiden (Fisher's  $z = 0.57$ ,  $p = .57$ ). Auch Attribution auf Anstrengung und das Selbstkonzept korrelieren in beiden Domänen signifikant negativ miteinander, wobei sich

	Mathematik- selbstkonzept	Physik- selbstkonzept
Qualifizierte Teilnehmende		
Math., Anstrengung	-.15	-.07
Math., Fähigkeit	.34***	.26*
Math., Aufgabencharakteristik	.01	-.04
Physik, Anstrengung	-.17	-.03
Physik, Fähigkeit	.13	.59***
Physik, Aufgabencharakteristik	-.06	.12
Zufall	-.30**	-.34**
Ausgeschiedene Teilnehmende		
Math., Anstrengung	-.31**	-.36**
Math., Fähigkeit	-.58***	-.40***
Math., Aufgabencharakteristik	-.31*	-.11
Physik, Anstrengung	-.19	-.46***
Physik, Fähigkeit	-.32**	-.59***
Physik, Aufgabencharakteristik	.10	-.11
Zufall	.09	.06

Tabelle 7.13: Pearson-Korrelation zwischen Selbstkonzept (zu MZP 1) und den Attributionsskalen. \*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

wieder kein signifikanter Unterschied zwischen Mathematik und Physik zeigt (Fisher's  $z = 1.03$ ,  $p = .30$ ). Attribution auf Anstrengung bezogen auf Mathematik und das Physikselbstkonzept korrelieren ebenfalls signifikant negativ miteinander, in die umgekehrte Richtung wird die Korrelation aber nicht signifikant. Zusammenfassend lässt sich also sagen: Je mehr die ausgeschiedenen Teilnehmenden von ihren Fähigkeiten überzeugt sind, desto weniger führen sie ihr Ausscheiden auf sich selbst, sei es auf mangelnde Fähigkeit oder auf fehlende Anstrengung, zurück.

### 7.2.3 Einfluss von Attribution auf die Entwicklung des Selbstkonzepts (Forschungsfrage V)

Um den Einfluss der Attribution von Erfolg oder Misserfolg auf die Entwicklung des Selbstkonzepts genauer zu untersuchen, wurden Mediationsmodelle für diejenigen Attributionsskalen gerechnet, die zu beiden Messzeitpunkten, MZP 1 und MZP 2, mit dem Selbstkonzept korrelieren. Abbildung 7.6 zeigt die Struktur der einzelnen Mediationsmodelle mit dem Selbstkonzept zu MZP 1 als unabhängiger Variable, dem Selbstkonzept zu MZP 2 als abhängiger Variable und der Attributionsskala als Mediator. Die Pfadbezeichnungen entsprechen der üblichen Konvention (siehe zum Beispiel MacKinnon, Fairchild und Fritz, 2007): a bezeichnet den direkten Effekt des Selbstkonzepts zu MZP 1 auf die jeweilige Attributionsskala, b den direkten Effekt der Attribution auf das Selbstkonzept zu MZP 2, c den totalen Effekt des Selbstkonzepts zu MZP 1 auf das Selbstkonzept zu MZP 2 und ab den indirekten Effekt des Selbstkonzepts zu MZP 1 über die Attribution auf das Selbstkonzept zu MZP 2.

Um indirekte Effekte zu vergleichen, wäre eine naheliegende Vorgehensweise, die 95%-Konfidenzintervalle auf Überlappung zu prüfen. Wie Payton, Greenstone und Schenker (2003) jedoch zeigen, liefert dies sehr konservative Ergebnisse. Entsprechend ihrer Empfehlung werden daher im Folgenden 84%-Konfidenzintervalle verwendet, um auf einem Level von etwa  $\alpha = .05$  zu entscheiden, ob zwei Effekte signifikant unterschiedlich sind oder nicht.

Die Mediationsmodelle für die ausgeschiedenen Teilnehmenden, bei denen der indirekte Effekt signifikant wurde, sind in Tabelle 7.14 dargestellt; in dieser wird SK als Abkürzung für Selbstkonzept verwendet. Fünf signifikante indirekte Effekte wurden gefunden, die alle positiv sind. Sowohl Attribution auf Mathematikfähigkeit als auch Attribution auf Physikfähigkeit erwiesen sich als

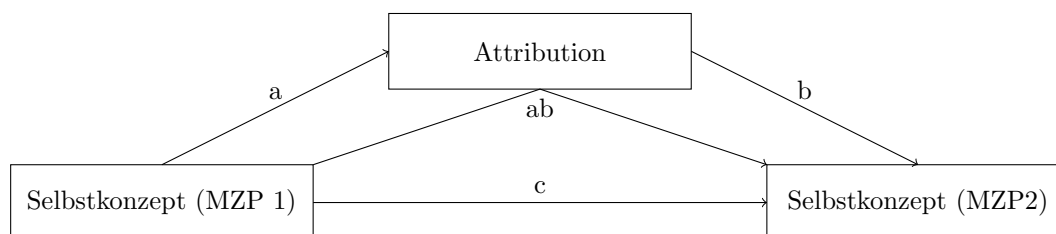


Abbildung 7.6: Struktur der Mediationsmodelle und Bezeichnung der Pfade.



		a	b	c	ab	95% CI
Math.-SK	Math., Fähigkeit	-0.58***	-0.35***	0.70***	0.21	[0.07, 0.36]
	Phys., Fähigkeit	-0.32**	-0.25**	0.70***	0.08	[0.01, 0.2]
Phys.-SK	Math., Fähigkeit	-0.41***	-0.20**	0.81***	0.08	[0.01, 0.18]
	Math., Anstrengung	-0.36**	-0.19**	0.81***	0.06	[0.005, 0.14]
	Phys., Fähigkeit	-0.59***	-0.31***	0.81***	0.19	[0.07, 0.31]

Tabelle 7.14: Mediationsmodelle für die ausgeschiedenen Teilnehmenden. SK – Selbstkonzept; a – direkter Effekt SK MZP 1 → Attribution; b – direkter Effekt Attribution → SK MZP 2; c – totaler Effekt SK MZP 1 → SK MZP 2; ab – indirekter Effekt mittels Attribution; CI – Konfidenzintervall. Indirekter Effekt und Konfidenzintervall wurden mittels Bootstrap-Verfahren mit 5000 Ziehungen berechnet. \*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

partieller Mediator für die Entwicklung des Mathematikselbstkonzepts, wobei die beiden indirekten Effekte sich nicht signifikant voneinander unterscheiden (84%-Konfidenzintervall für Attribution auf Mathematikfähigkeit: [0.12, 0.17], für Attribution auf Physikfähigkeit: [0.02, 0.17]). Für die Entwicklung des Physikselbstkonzepts ließen sich drei partielle Mediatoren identifizieren: Attribution auf Mathematikfähigkeit, Attribution auf Anstrengung bezogen auf Mathematik und Attribution auf Physikfähigkeit, die sich alle nicht signifikant voneinander unterscheiden (84%-Konfidenzintervall für Attribution auf Mathematikfähigkeit: [0.03, 0.16], auf Anstrengung bezogen auf Mathematik: [0.02, 0.12], auf Physikfähigkeit: [0.11, 0.29]).

Tabelle 7.15 zeigt diejenigen Mediationsmodelle mit signifikantem indirekten Effekt für die qualifizierten Teilnehmenden. In dieser Gruppe wurden nur drei signifikante indirekte Effekte gefunden, die ebenfalls alle positiv sind. Die Entwicklung des Mathematikselbstkonzepts wird partiell durch Attribution auf Mathematikfähigkeit mediiert. Außerdem erwiesen sich Attribution auf Mathematikfähigkeit und auf Physikfähigkeit als partieller Mediator für die Entwicklung des Physikselbstkonzepts, wobei der indirekte Effekt über die Attribution auf Physikfähigkeit signifikant stärker als der indirekte Effekt über die Attribution auf Mathematikfähigkeit ist (84%-Konfidenzintervall für Attribution auf Physikfähigkeit: [0.12, 0.26], auf Mathematikfähigkeit: [0.02, 0.09]).

		a	b	c	ab	95% CI
Math.-SK	Math., Fähigkeit	0.34***	0.30***	0.60***	0.11	[0.02, 0.24]
Phys.-SK	Math., Fähigkeit	0.26**	0.20**	0.76***	0.05	[0.01, 0.12]
	Phys., Fähigkeit	0.60***	0.32***	0.76***	0.20	[0.10, 0.31]

Tabelle 7.15: Mediationsmodelle für die qualifizierten Teilnehmenden. SK – Selbstkonzept; a – direkter Effekt SK MZP 1 → Attribution; b – direkter Effekt Attribution → SK MZP 2; c – totaler Effekt SK MZP 1 → SK MZP 2; ab – indirekter Effekt mittels Attribution; CI – Konfidenzintervall. Indirekter Effekt und Konfidenzintervall wurden mittels Bootstrap-Verfahren mit 5000 Ziehungen berechnet. \*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

Innerhalb beider Domänen hatte Attribution auf Fähigkeit einen positiven indirekten Effekt auf die Entwicklung des Selbstkonzepts, sowohl bei den qualifizierten als auch bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden. Das bedeutet, qualifizierte Teilnehmende mit einem höheren Selbstkonzept attribuieren ihre Qualifikation stärker auf ihre Fähigkeit, während ausgeschiedene Teilnehmende mit einem höheren Selbstkonzept ihr Wettbewerbsergebnis weniger auf mangelnde Fähigkeit attribuieren, was sich in beiden Fällen wiederum positiv auf das Selbstkonzept auswirkt. Interessanterweise zeigten sich auch Effekte zwischen den beiden Domänen, die allerdings (teilweise) nicht so stark waren wie die Effekte innerhalb der Domänen. Alle indirekten Effekte, drei, die sowohl bei den qualifizierten als auch bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden zu finden waren, sowie zwei, die sich nur bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden finden ließen, zeigten, dass ein höheres Selbstkonzept mit einer ausgeprägteren Tendenz einhergeht, das Wettbewerbsergebnis selbstwertdienlich zu attribuieren.

### 7.3 Zusammenfassung 1

Im ersten Teil der dritten Studie wurden die Forschungsfragen III, IV und V, nach dem Einfluss des Wettbewerbsergebnisses auf das Selbstkonzept, der Attribution der Teilnehmenden und dem Einfluss der Attribution auf die Entwicklung des Selbstkonzepts, nach der ersten Runde der PhysikOlympiade untersucht.

Beim Übergang von MZP 1, also bevor die Teilnehmenden der PhysikOlympiade ihr Ergebnis der ersten Runde kannten, zu MZP 2, das heißt, nachdem sie es erfahren hatten, zeigten sich zunächst sowohl beim Physik- als auch beim Mathematikselbstkonzept Änderungen, die bei ausgeschiedenen und qualifizierten Teilnehmenden positiv oder negativ ausfallen können, ein einfacher Zusammenhang wie „bei den qualifizierten steigt das Selbstkonzept, bei den ausgeschiedenen nimmt es ab“ bestätigte sich demnach nicht. Qualifizierte wie ausgeschiedene Teilnehmende zeigten selbstwertdienliche Attributionen: Qualifizierte Teilnehmende führten ihr Weiterkommen insbesondere auf ihre Fähigkeit, ausgeschiedene Teilnehmende ihr Ergebnis nicht auf mangelnde Fähigkeit zurück. Beide Gruppen unterschieden bei Fähigkeit und Anstrengung nicht zwischen Mathematik und Physik, bei der Aufgabencharakteristik jedoch schon, wobei auch hier, ebenso wie bei Fähigkeit und Anstrengung, signifikante Korrelationen zwischen Physik und Mathematik gefunden wurden. Geschlechterunterschiede zeigten sich nicht: Teilnehmerinnen und Teilnehmer attribuieren ihr Ergebnis gleichermaßen selbstwertdienlich. Die Tendenz, die Qualifikation mehr auf die eigene Fähigkeit und weniger auf den Zufall bzw. umgekehrt das Ausscheiden aus dem Wettbewerb weniger auf die eigene Fähigkeit und die eigene Anstrengung zurückzuführen, nimmt mit einem höheren Selbstkonzept zu. Eine stärkere Attribution der Qualifikation bzw. eine weniger starke Attribution der Nichtqualifikation auf mangelnde Fähigkeit bestärkt wiederum das Selbstkonzept.

## 7.4 Ergebnisse: Der Übergang von MZP 2 zu MZP 3

Im Folgenden werden die Ergebnisse des Übergangs von MZP 2 zu MZP 3 dargestellt, also der Untersuchung der Attribution des Ergebnisses in der zweiten Runde der PhysikOlympiade sowie des Zusammenhangs mit dem Selbstkonzept. Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler hatten zuvor bereits die Bestätigung erhalten, dass ihre Leistung gut genug für die Qualifikation zur zweiten Wettbewerbsrunde war. Zwischen MZP 2 und MZP 3 erhielten sie erneut eine Rückmeldung zu ihrer Leistung: ob sie zu den fünfzig besten teilnehmenden Schülerinnen und Schülern gehörten oder nicht. Erste Einblicke, inwiefern die Resultate vom Übergang von MZP 1 zu MZP 2 sich auch nach der zweiten Wettbewerbsrunde zeigen, werden im Folgenden präsentiert. Aufgrund der geringen Stichprobengröße (15 Teilnehmende, die sich für die dritte Runde qualifiziert hatten, und 56 Teilnehmende, die nach der zweiten Runde ausgeschieden waren; siehe auch Tabelle 7.3) war es teilweise nicht sinnvoll, zu versuchen, alle der anfangs formulierten Fragen ebenso wie beim Übergang von MZP 1 nach MZP 2 zu beantworten. Aus dem gleichen Grund können auch die dargestellten Ergebnisse nur als erste Einblicke dienen. Die verwendeten Instrumente sowie die Überlegungen, die hinter dem Ausschluss einzelner Items stehen, wurden bereits in Kapitel 7.1.2 vorgestellt, die Kennwerte der Skalen sind in Tabelle 7.8 zu finden.

### 7.4.1 Einfluss von Erfolg und Misserfolg auf das Selbstkonzept (Forschungsfrage III)

Die Korrelationen zwischen Mathematik- und Physikselbstkonzept sind in dieser Stichprobe zu beiden Messzeitpunkten höher als in der größeren Stichprobe, die zur Untersuchung des Übergangs von der ersten zur zweiten Runde herangezogen wurde (siehe Tabelle 7.16).

	Qualifizierte Teilnehmende	Ausgeschiedene Teilnehmende
MZP 2	.66 ( $p = .01$ )	.64 ( $p < .001$ )
MZP 3	.77 ( $p < .001$ )	.75 ( $p < .001$ )

Tabelle 7.16: Pearson-Korrelation zwischen Mathematik- und Physikselbstkonzept in der Stichprobe zur Untersuchung des Übergangs von MZP 2 zu MZP 3.

Wiederum wurde zur Untersuchung des Effekts von Erfolg oder Misserfolg bei der PhysikOlympiade auf das Selbstkonzept der Teilnehmenden zuerst die Änderung im Physik- und Mathematikselbstkonzept von MZP 2 nach MZP 3 berechnet. Analog zum Übergang von MZP 1 zu MZP 2 wurde dazu die Differenz der Skalenwerte von MZP 3 und MZP 2 berechnet, so dass eine positive Änderung einer Zunahme, eine negative Änderung einer Abnahme des Selbstkonzepts entspricht.

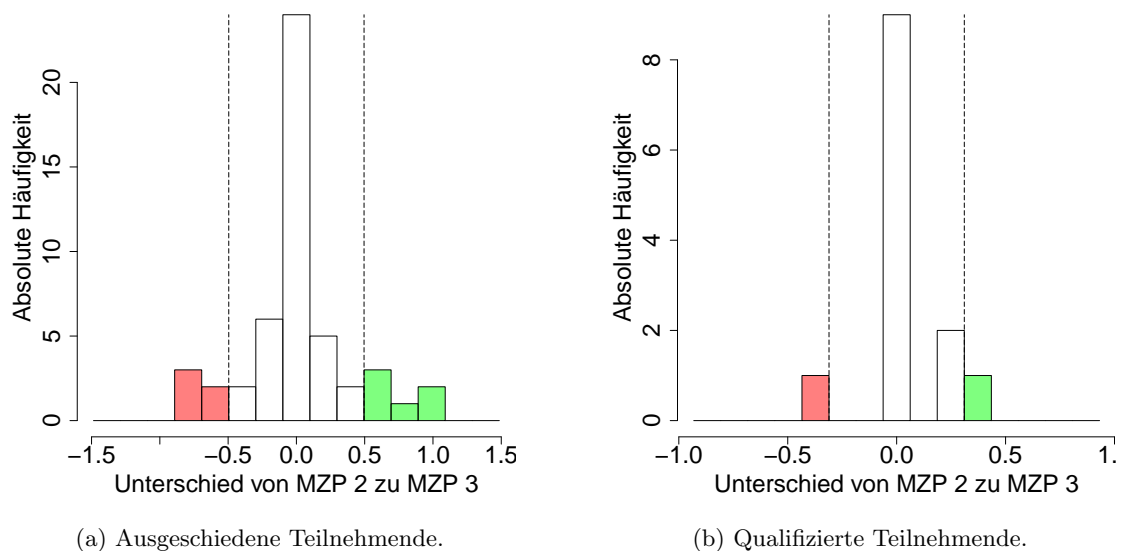


Abbildung 7.7: Änderung im Physikselbstkonzept zwischen MZP 2 und MZP 3 bei für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden (rechts) und nach der zweiten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden (links).

Die Ergebnisse für das Physikselbstkonzept sind in Abbildung 7.7 dargestellt. Die gestrichelte Linie gibt wieder die Standardabweichung der Skala in den beiden Gruppen zum früheren Zeitpunkt, in diesem Fall also zu MZP 2, an, eine Abnahme des Selbstkonzepts um mehr als eine Standardabweichung ist durch rote Balken, eine Zunahme um mehr als eine Standardabweichung durch grüne Balken gekennzeichnet. Wie schon beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 gibt es bezüglich der mittleren Änderung keine signifikanten Unterschiede zwischen ausgeschiedenen und qualifizierten Teilnehmenden, weder beim Physikselbstkonzept ( $t(43) = 0.2, p = .84$ ) noch beim Mathematikselbstkonzept ( $t(53) = 0.2, p = .87$ ). Auch die Verteilung auf die Gruppen derjenigen, deren Selbstkonzept um mehr als eine Standardabweichung abnimmt, sich kaum ändert oder um mehr als eine Standardabweichung zunimmt, ist bei ausgeschiedenen und qualifizierten Teilnehmenden nicht signifikant verschieden (Physikselbstkonzept:  $\chi^2(2) = 3, p = .22$ , Mathematikselbstkonzept:  $\chi^2(4) = 6, p = .20$ ).

Bei den Teilnehmenden, die sich für die dritte Runde qualifiziert haben (rechtes Diagramm), zeigt sich das Selbstkonzept als recht stabil: Mehrheitlich tritt überhaupt keine Änderung auf, allerdings gibt es auch je eine Person, bei der das Physikselbstkonzept um mehr als eine Standardabweichung zu- oder abnimmt. Damit ergibt sich ein ähnliches Bild wie beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2, wo ebenfalls nur wenige Teilnehmende eine Änderung von mehr als einer Standardabweichung aufwiesen, die auftretende Spanne war dort jedoch größer (siehe Abbildung 7.2, rechts). Bei den meisten der Teilnehmenden, die nach der dritten Runde ausgeschieden sind (linkes Diagramm), ändert sich das Physikselbstkonzept ebenfalls nicht wesentlich. Einige Personen zeigen jedoch eine Änderung um mehr als eine Standardabweichung nach oben oder nach

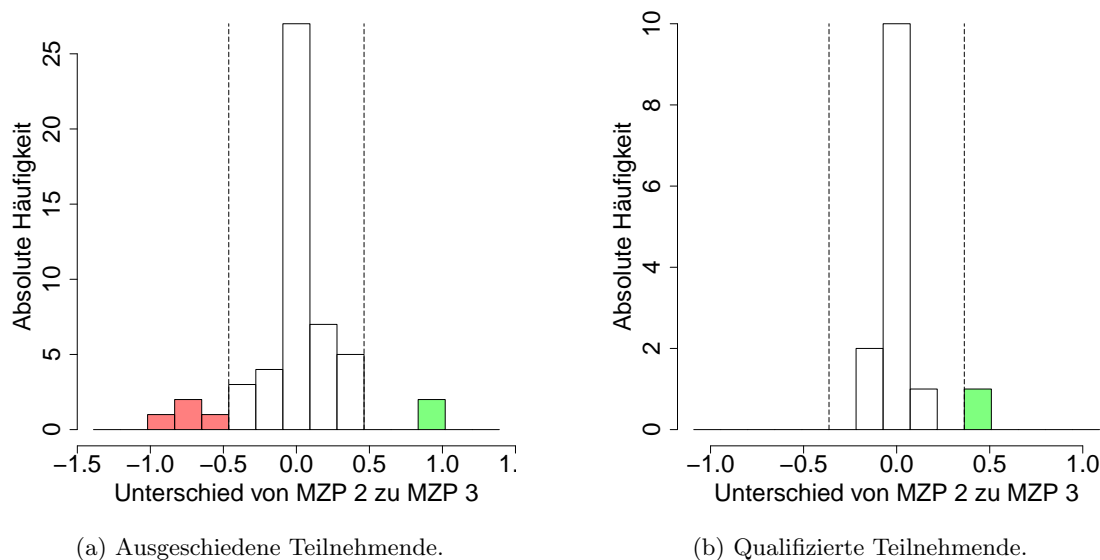


Abbildung 7.8: Änderung im Mathematikselbstkonzept zwischen MZP 2 und MZP 3 bei für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden (rechts) und nach der zweiten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden (links).

unten, wie es auch schon beim Übergang von MZP1 zu MZP 2 der Fall war (siehe Abbildung 7.2, links).

Die Änderungen im Mathematikselbstkonzept sind in Abbildung 7.8 dargestellt; auch hier gibt die gestrichelte Linie die Standardabweichung der Skala für ausgeschiedene und qualifizierte Teilnehmende zu MZP 2 an. Bei den qualifizierten Teilnehmenden (rechtes Diagramm) weist nur eine Person eine positive Veränderung des Selbstkonzepts um mehr als eine Standardabweichung auf, bei allen anderen bleibt das Selbstkonzept im Wesentlichen unverändert. Damit zeigt sich eine deutlich höhere Stabilität als beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2, bei der ein größerer Anteil der Teilnehmenden größere Zu- und Abnahmen zeigten (siehe Abbildung 7.3, rechts). Bei den nach der dritten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden (linkes Diagramm) weist die Änderung des Mathematikselbstkonzepts ebenfalls eine höhere Variabilität als bei den qualifizierten auf; zwar ändert sich das Selbstkonzept bei der Mehrheit der Personen nicht wesentlich, bei einigen nimmt es jedoch um mehr als eine Standardabweichung ab oder zu, wie es sich auch beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 schon gezeigt hatte (siehe Abbildung 7.3, links). Insgesamt zeigen sich also das Physikselbstkonzept und das Mathematikselbstkonzept bei den qualifizierten Teilnehmenden als sehr stabil; bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden ändert es sich mehrheitlich auch nicht wesentlich, aber bei einigen Personen finden sich deutliche Zu- oder Abnahmen im Physik- oder Mathematikselbstkonzept.

## 7.4.2 Attribution der Teilnehmenden (Forschungsfrage IV)

Die Attributionsmuster der ausgeschiedenen und qualifizierten Teilnehmenden sind in Abbildung 7.9 dargestellt, die Kennwerte der Skalen finden sich in Tabelle 7.8. Die Teilnehmenden, die sich nicht für die dritte Runde qualifiziert haben (linkes Diagramm), attribuieren dieses Ergebnis am stärksten auf die Aufgabencharakteristik bezüglich Physik, während alle anderen Gründe als höchstens teilweise relevant für das Wettbewerbsergebnis angesehen werden und insbesondere mangelnde Physik- oder Mathematikfähigkeit überhaupt nicht als Grund für das Ausscheiden betrachtet wird. Verglichen mit den Teilnehmenden, die schon nach der ersten Runde ausgeschieden sind (siehe Abbildung 7.4, links), kann man in dieser Gruppe von einer stärker ausgeprägten Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution sprechen, da das Ausscheiden nicht nur nicht auf internale Ursachen, sondern auf eine externale Ursache zurückgeführt wird – während der Skalenwert für Aufgabencharakteristik bezüglich Physik bei den nach der ersten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden noch unter der Skalenmitte lag und damit höchstens eine teilweise Relevanz für das Ausscheiden anzeigte, liegt er bei den nach der zweiten Runde ausgeschiedenen dagegen über der Skalenmitte. Die für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden (rechtes Diagramm) attribuieren ebenfalls selbstwertdienlich: Während die Werte für alle externalen Skalen unter der Skalenmitte liegen und damit eine geringe Relevanz für das Wettbewerbsergebnis anzeigen, liegen die Werte der internalen Skalen allesamt über der Skalenmitte und zeigen eine hohe Relevanz für das Wettbewerbsergebnis an. Zusammenfassend zeigen demnach ausgeschiedene und qualifizierte Teilnehmende bei diesem Übergang eine noch deutlichere Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution als beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2.

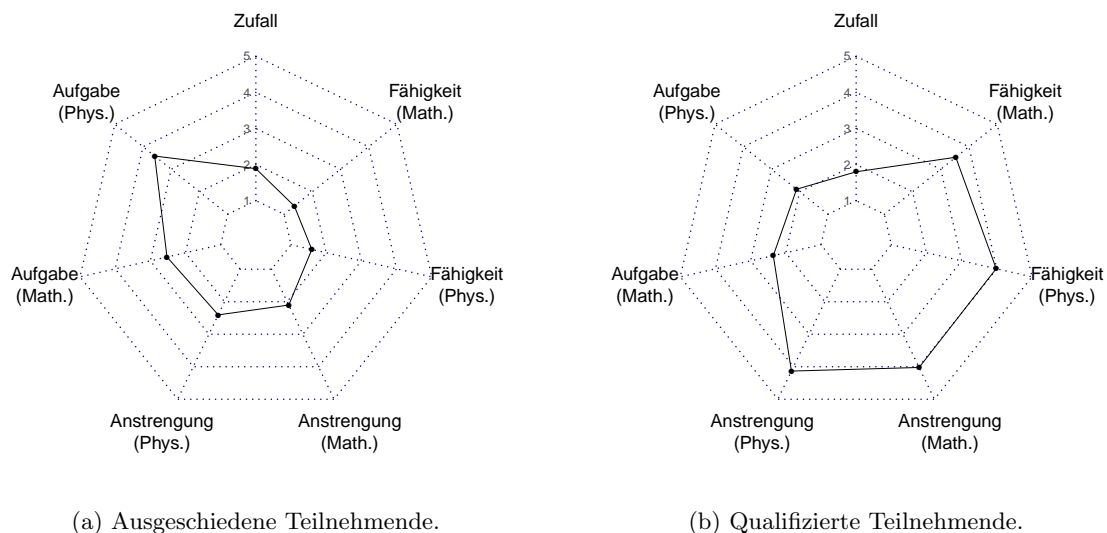


Abbildung 7.9: Attributionsmuster der Teilnehmenden zu MZP 3. Es können Werte von 1 (wenn die Teilnehmenden den Grund als überhaupt nicht relevant für ihr Ergebnis ansehen) bis 5 (wenn die Teilnehmenden den Grund als sehr relevant für ihr Ergebnis ansehen) angenommen werden.

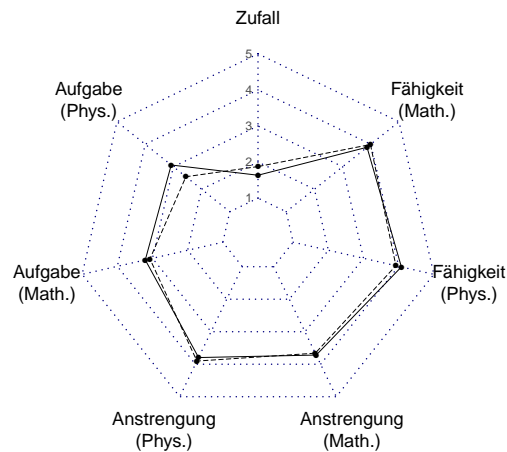


Abbildung 7.10: Vergleich der Attributionen der Qualifikation für die zweite Runde (zu MZP 2). Die durchgezogene Linie zeigt das Attributionsmuster derjenigen Teilnehmenden, die sich auch für die dritte Runde qualifiziert haben, die gestrichelte Linie zeigt das Attributionsmuster derjenigen, die nach der zweiten Runde ausgeschieden sind.

Bei den Teilnehmenden, die sich für die dritte Runde qualifiziert haben, kann man sich nun fragen, ob diese deutlichere Tendenz darin begründet liegt, dass sich diejenigen für die dritte Runde qualifiziert haben, die von vornherein selbstwertdienlicher attribuieren. Um dies zu überprüfen, wurden die Erfolgsattributionen zu MZP 2, also nach der Qualifikation für die zweite Runde, einer erneuten, genaueren Inspektion unterworfen: aufgeteilt nach denjenigen, die sich für die dritte Runde qualifiziert haben, und denjenigen, die nach der zweiten Runde ausgeschieden sind. Zum Vergleich sind die Attributionsmuster beider Gruppen in Abbildung 7.10 dargestellt; das Attributionsmuster der Teilnehmenden, die sich auch für die dritte Runde qualifiziert haben, ist durch die durchgezogene Linie dargestellt, das Attributionsmuster derjenigen Teilnehmenden, die nach der zweiten Runde ausgeschieden sind, ist durch die gestrichelte Linie dargestellt. Man erkennt, dass die Attributionen auf den einzelnen Skalen überwiegend sehr ähnlich sind, und eine robuste multivariate Varianzanalyse (implementiert in der *mulrank*-Funktion im R-Paket WRS (R. R. Wilcox & Schönbrodt, 2014), die gemäß der Empfehlung von Munzel und Brunner (2000) auf Rangdaten beruht) zeigte keinen signifikanten Unterschied ( $F = 0.14$ ,  $p = .97$ ). Die Vermutung, dass die für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden nach der ersten Runde schon selbstwertdienlicher attribuieren als die anderen für die zweite Runde qualifizierten Teilnehmenden, bestätigt sich demnach nicht.

### Physik- und mathematikbezogene Attribution (Forschungsfrage IVa)

Wie in Abbildung 7.11 zu erkennen ist, unterscheiden sich die Werte der entsprechenden Physik- und Mathematikskalen zum größten Teil wieder nicht signifikant voneinander. Bezüglich An-

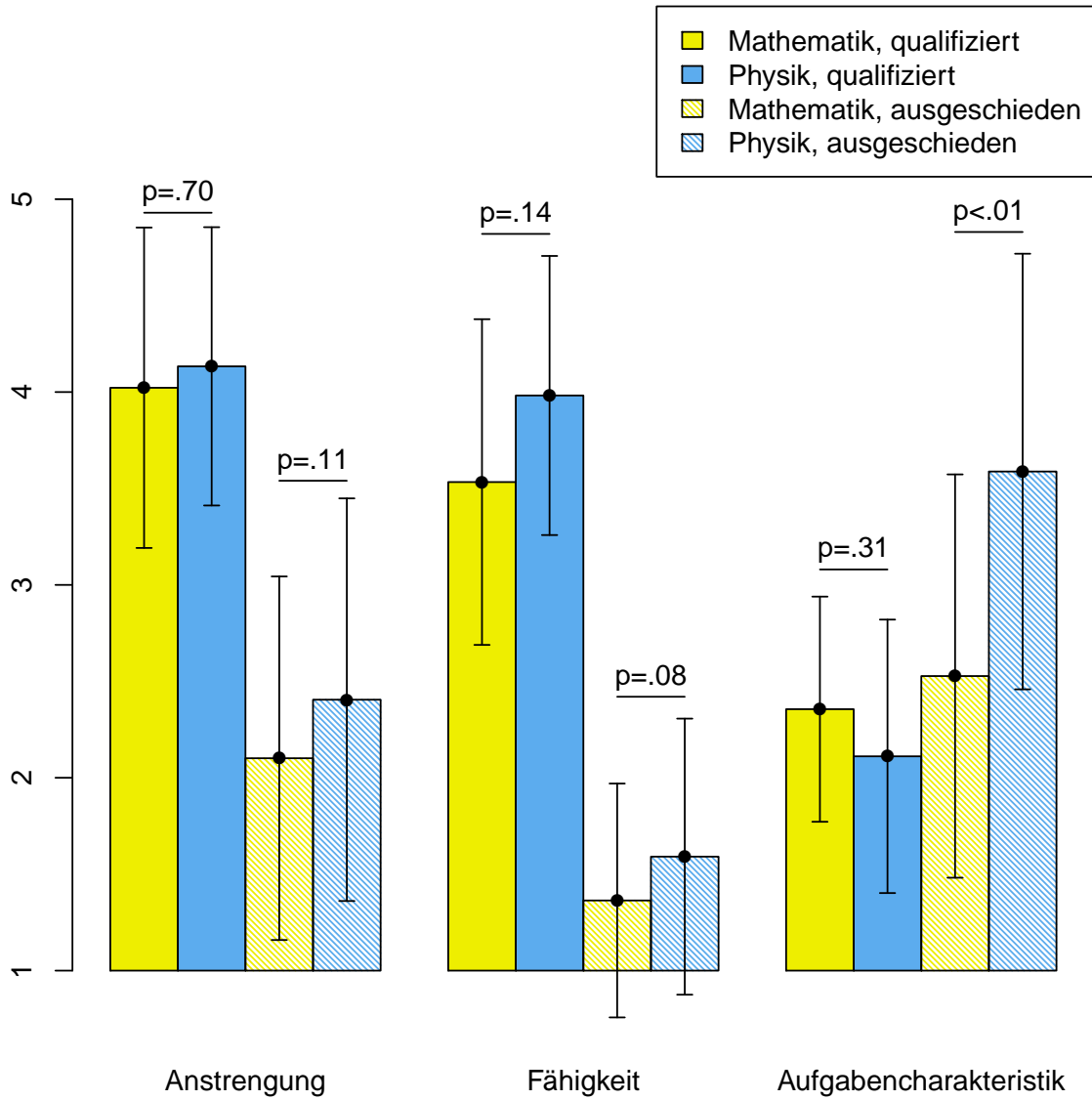


Abbildung 7.11: Vergleich der Attribution auf die entsprechenden Physik- und Mathematikskalen. Die zwei linken Balken in jeder Gruppe stellen die Werte der Teilnehmenden dar, die sich für die dritte Runde qualifiziert haben, und die zwei rechten Balken die Werte der Teilnehmenden, die nach der zweiten Runde ausgeschieden sind.



	Qualifizierte Teilnehmende	Ausgeschiedene Teilnehmende
Fähigkeit	.40	.79***
Anstrengung	.88***	.76***
Aufgabencharakteristik	.70**	.61***

Tabelle 7.17: Pearson-Korrelation zwischen der Attribution auf die entsprechenden physik- und mathematikbezogenen Skalen zu MZP 3. \*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

strennung und Fähigkeit machen weder qualifizierte noch ausgeschiedene Teilnehmende eine Unterscheidung zwischen den beiden Domänen, die ausgeschiedenen Teilnehmenden bewerten die Aufgabencharakteristik hinsichtlich Physik signifikant relevanter als bezüglich Mathematik. Diese Ergebnisse hatten sich auch alle beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 schon so gezeigt, der einzige Unterschied ist die Bewertung der Aufgabencharakteristik bezüglich Mathematik und Physik durch die qualifizierten Teilnehmenden: Hatten die für die zweite Runde qualifizierten Teilnehmenden die Aufgabencharakteristik bezüglich Mathematik noch signifikant höher eingeschätzt, so findet sich bei den für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden kein signifikanter Unterschied mehr zwischen den beiden Domänen. Die Korrelationen zwischen den entsprechenden physik- und mathematikbezogenen Skalen sind in Tabelle 7.17 dargestellt. Bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden sind die Korrelationen in allen drei Fällen signifikant, wie es auch schon beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 der Fall war (siehe Tabelle 7.11). Beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 waren auch bei den qualifizierten Teilnehmenden alle Korrelationen signifikant, beim Übergang von MZP 2 zu MZP 3 trifft dies interessanterweise für die Korrelation von Attribution auf Physikfähigkeit und Attribution auf Mathematikfähigkeit nicht mehr zu. Angesichts der kleinen Stichprobe sollte dies nicht überbewertet werden, da bereits ein Ausreißer die Korrelation deutlich beeinflussen kann (Cousineau & Chartier, 2010). Aus eben diesem Grund ist auch die Aussage, dass sich die Korrelationen zwischen den Anstrengungsskalen bei den ausgeschiedenen und den qualifizierten Teilnehmenden (Fisher's  $z = -1.2$ ,  $p = .24$ ) und die Korrelationen zwischen den Aufgabencharakteristikskalen bei den ausgeschiedenen und den qualifizierten Teilnehmenden (Fisher's  $z = -0.51$ ,  $p = .61$ ) nicht signifikant voneinander unterscheiden, allenfalls mit Bedacht zu interpretieren.

### Genderunterschiede (Forschungsfrage IVb)

Da die Stichprobe der für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden nur drei Schülerinnen und zwölf Schüler umfasst, wird diese nicht hinsichtlich eventueller Unterschiede zwischen den beiden Geschlechtern untersucht. Die Ergebnisse der t-Tests für die Vergleiche der Attributionsskalen in der Gruppe der nach der dritten Runde ausgeschiedenen Teilnehmerinnen und Teilnehmern sind in Tabelle 7.18 dargestellt und zeigen, wie auch schon beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2, keine signifikanten Unterschiede.

	Weiblich		Männlich		<i>df</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			
Math., Anstrengung	2.06	0.72	2.13	1.05	49	0.31	.76
Math., Fähigkeit	1.47	0.72	1.31	0.53	25	-0.82	.42
Math., Aufgabencharakteristik	2.67	1.04	2.45	1.06	37	-0.72	.48
Physik, Anstrengung	2.14	0.76	2.54	1.15	51	1.56	.13
Physik, Fähigkeit	1.70	0.92	1.53	0.59	26	-0.70	.49
Physik, Aufgabencharakteristik	3.74	1.12	3.51	1.14	37	-0.71	.48
Zufall	1.76	0.75	1.95	0.82	40	0.86	.40

Tabelle 7.18: Vergleich der Attributionen von Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die nach der zweiten Runde ausgeschieden sind.

### Selbstkonzept und Attribution (Forschungsfrage IVc)

Tabelle 7.19 gibt die Korrelationen an zwischen den Attributionsskalen und dem Mathematikselbstkonzept sowie dem Physikselbstkonzept zu MZP 2, also bevor die Teilnehmenden ihr Ergebnis der zweiten Runde erfahren haben. Wie bereits zuvor gesehen werden bei den qualifizierten Teilnehmenden weniger Werte signifikant als beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2; nur die Korrelation zwischen dem Physikselbstkonzept und der Attribution auf Physikfähigkeit ist noch signifikant. Die Korrelation zwischen Mathematikselbstkonzept und Attribution auf Mathematikfähigkeit ist zwar recht hoch, aber gerade nicht mehr signifikant ( $p = .05$ ). Qualifizierte Teilnehmende mit einem höheren Physikselbstkonzept führen ihr Weiterkommen also stärker auf ihre Physikfähigkeit zurück, eine ähnliche Tendenz scheint es auch in Mathematik zu geben. Einen signifikanten Effekt zwischen beiden Domänen wie beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2, wo Physikselbstkonzept und Attribution auf Mathematikfähigkeit signifikant korrelierten, findet man hier nicht mehr. Was sich ebenfalls nicht mehr zeigt, ist eine signifikante negative Korrelation zwischen der Attribution auf Zufall und dem Physikselbstkonzept bzw. dem Mathematikselbstkonzept; beide Werte sind hier nicht nur nicht signifikant, sondern so nahe bei Null, dass man vermuten kann, dass tatsächlich keine Korrelation vorliegt.

Bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden finden sich signifikante negative Korrelationen zwischen der Attribution auf Fähigkeit und dem Selbstkonzept, sowohl innerhalb als auch zwischen den beiden Domänen, wie dies auch schon beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 der Fall war. Außerdem korreliert das Mathematikselbstkonzept wieder signifikant negativ mit der Attribution auf Anstrengung bezüglich Mathematik. Keine signifikanten Korrelationen mehr findet man hingegen zwischen dem Physikselbstkonzept und der Attribution auf Anstrengung bezüglich Mathematik oder bezüglich Physik. Die ausgeschiedenen Teilnehmenden mit höherem Physikselbstkonzept scheinen also ihr Ausscheiden weniger auf mangelnde Fähigkeiten zurückzuführen; das Selbstkonzept scheint jedoch keine Auswirkung mehr auf die Attribution auf fehlende Anstrengung zu haben, wie es noch beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 der Fall war.

	Mathematik- selbstkonzept	Physik- selbstkonzept
Qualifizierte Teilnehmende		
Math., Anstrengung	-.20	-.17
Math., Fähigkeit	.53	.43
Math., Aufgabencharakteristik	.45	.15
Physik, Anstrengung	-.16	-.20
Physik, Fähigkeit	.38	.68*
Physik, Aufgabencharakteristik	.14	.25
Zufall	.03	-.05
Ausgeschiedene Teilnehmende		
Math., Anstrengung	-.28*	-.19
Math., Fähigkeit	-.42**	-.29*
Math., Aufgabencharakteristik	-.17	-.07
Physik, Anstrengung	-.10	-.21
Physik, Fähigkeit	-.40**	-.44**
Physik, Aufgabencharakteristik	-.04	-.06
Zufall	-.07	-.06

Tabelle 7.19: Pearson-Korrelation zwischen Selbstkonzept (zu MZP 2) und den Attributionsskalen. \*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

### 7.4.3 Einfluss von Attribution auf die Entwicklung des Selbstkonzepts (Forschungsfrage V)

Wie bereits gesehen zeigte sich das Selbstkonzept als ausgesprochen stabil von MZP 2 nach MZP 3, eine Entwicklung ist nur bei wenigen Einzelfällen zu sehen. Daher wird hier auf die Berechnung von Mediationsmodellen verzichtet. Stattdessen soll ein Blick auf die Attributionsmuster der einzelnen Personen geworfen werden, die eine deutliche Änderung im Selbstkonzept zeigen. Darunter werden hier wiederum diejenigen verstanden, deren Selbstkonzept sich um mehr als eine Standardabweichung der Skala zu MZP 2 verändert hat – also diejenigen, die in Abbildung 7.7 bzw. Abbildung 7.8 außerhalb des durch die gestrichelten Linien begrenzten Gebiets liegen. Da es bei den qualifizierten Teilnehmenden jeweils genau einmal auftritt, dass das Physikselbstkonzept deutlich zunimmt, dass das Physikselbstkonzept deutlich abnimmt oder dass das Mathematikselbstkonzept deutlich zunimmt, wird sich im Folgenden auf die ausgeschiedenen Teilnehmenden beschränkt. Mit zwei bis sechs Personen sind die Teilgruppen der ausgeschiedenen Teilnehmenden mit deutlicher Zu-/Abnahme im Physik-/Mathematikselbstkonzept zwar auch nicht groß, aber falls sich Ähnlichkeiten bezüglich der Attribution innerhalb der Teilgruppen identifizieren lassen könnten, könnten diese zumindest als Fingerzeig für weitere Untersuchungen genommen werden.

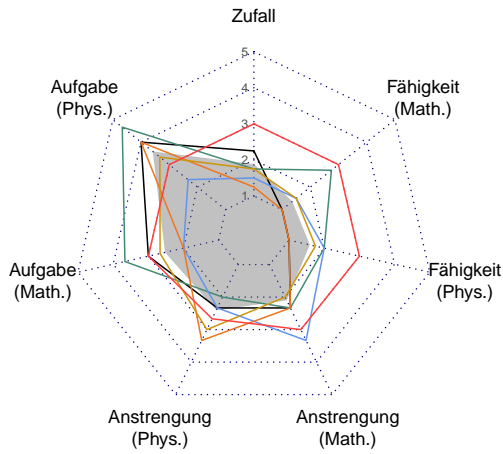
Für alle vier Teilgruppen sind die Attributionsmuster der einzelnen Personen in Abbildung 7.12 dargestellt, zum Vergleich ist jeweils das durchschnittliche Attributionsmuster aller nach der

zweiten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden unterlegt, das bereits in Abbildung 7.9 zu sehen war.

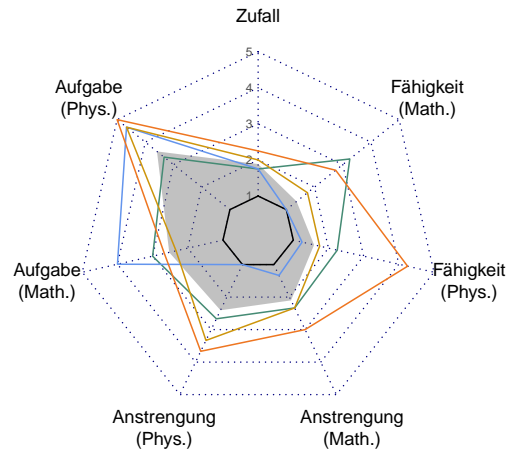
Oben links sind die Attributionsmuster der sechs Personen dargestellt, deren Physikselbstkonzept zugenommen hat. Legt man zunächst die Ergebnisse der Mediationsanalyse für den Übergang von MZP 1 nach MZP 2 zugrunde, kommen insbesondere die beiden Fähigkeitsskalen sowie die Anstrengungsskala bezüglich Mathematik als Faktoren infrage, die sich positiv auf das Selbstkonzept auswirken könnten. Die Skalenwerte auf den Fähigkeitsskalen nehmen Werte von 1 bis 3 an und liegen damit teilweise unter, teilweise über dem Durchschnitt. Bei der Anstrengungsskala bezüglich Mathematik liegen die Werte der Teilnehmenden überwiegend leicht über dem Durchschnitt und höchstens leicht über der Skalenmitte, ebenso wie bei der Anstrengungsskala bezüglich Physik. Eindeutige Muster sind nicht zu erkennen, weder in den Skalenwerten selbst, noch im Vergleich mit den Werten auf den externalen Skalen, die bei manchen Personen über, bei anderen unter den Werten auf den internalen Skalen liegen.

Bei den Personen, deren Physikselbstkonzept abgenommen hat (oben rechts), sticht eine Person ins Auge, die ihre mangelnde Physikfähigkeit als sehr wichtig für ihr Ausscheiden ansieht, was möglicherweise sofort als negativ für die Entwicklung des Physikselbstkonzepts angenommen wird. Dass sie allerdings die Aufgabenschwierigkeit mit Blick auf die Physik als noch wichtiger ansieht und auf jeder Skala über dem Durchschnitt liegt, mag den ersten Eindruck jedoch relativieren. Am ähnlichsten sind die Werte auf der Zufallsskala; dass das Ausmaß der Attribution auf Zufall ein Faktor für die Abnahme des Physikselbstkonzepts sein sollte, erscheint jedoch vor der Theorie der Attribution und der Tatsache, dass diejenigen Teilnehmenden, bei denen das Physikselbstkonzept zugenommen hat, teilweise sehr ähnlich auf den Zufall attribuieren, fraglich. Auch wenn man verschiedene Skalen miteinander vergleicht, erkennt man kein zwingendes Muster; zwar attribuieren alle fünf Personen mindestens so sehr auf die Aufgabenschwierigkeit hinsichtlich Physik wie auf mangelnde Physikfähigkeit, dies gilt jedoch ebenso für die Personen, bei denen das Physikselbstkonzept zugenommen hat, und für den Durchschnitt aller nach der zweiten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden.

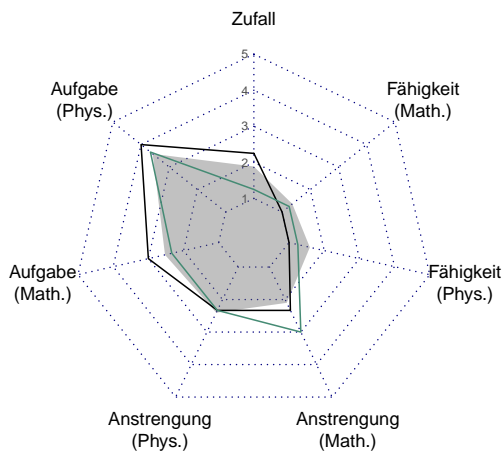
Ein ebenso heterogenes Bild ergibt sich für diejenigen, deren Mathematikselbstkonzept abgenommen hat (unten rechts). Die Darstellung der Attributionsmuster der zwei Personen, deren Mathematikselbstkonzept zugenommen hat (unten links), ist lediglich der Vollständigkeit halber enthalten, soll aber aufgrund der Gruppengröße nicht weiter betrachtet werden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass weder einzelne Skalen noch die Relation verschiedener Skalen zueinander sich als potentielle Einflussgrößen für deutliche Änderungen im Selbstkonzept aufdrängen.



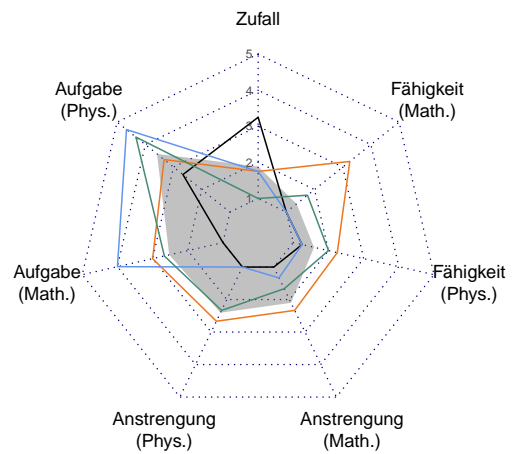
(a) Bei sechs Personen hat das Physikselbstkonzept zugenommen.



(b) Bei fünf Personen hat das Physikselbstkonzept abgenommen.



(c) Bei zwei Personen hat das Mathematikselbstkonzept zugenommen.



(d) Bei vier Personen hat das Mathematikselbstkonzept abgenommen.

Abbildung 7.12: Attributionsmuster der ausgeschiedenen Teilnehmenden, deren Physikselbstkonzept (oben) bzw. Mathematikselbstkonzept (unten) von MZP 2 nach MZP 3 deutlich zugenommen (links) bzw. abgenommen (rechts) hat. Zum Vergleich ist das durchschnittliche Attributionsmuster aller ausgeschiedenen Teilnehmenden grau unterlegt.

## 7.5 Zusammenfassung 2

Der zweite Teil von Studie drei widmete sich der Beantwortung der Forschungsfragen nach dem Einfluss des Wettbewerbsergebnisses auf das Selbstkonzept (III), nach der Attribution der Teilnehmenden (IV) und nach dem Einfluss der Attribution auf die Entwicklung des Selbstkonzepts (V) nach der zweiten Runde der PhysikOlympiade, also am Übergang von MZP 2, bevor die Teilnehmenden ihr Ergebnis der zweiten Runde der PhysikOlympiade erfahren hatten, zu MZP 3, als die Teilnehmenden es kannten.

Im Physik- und Mathematikselbstkonzept zeigten sich nur vereinzelte Änderungen, wobei vor allem das Physikselbstkonzept als recht stabil einzuordnen ist. Das Physik- und Mathematikselbstkonzept scheint demnach höchstens in Einzelfällen durch das Wettbewerbsergebnis der zweiten Runde beeinflusst zu werden. Ausgeschiedene und qualifizierte Teilnehmende zeigten wieder selbstwertdienliche Attributionsmuster, die deutlicher als beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 ausfielen. Bei Anstrengung und Fähigkeit unterschieden die Teilnehmenden wieder nicht zwischen Mathematik und Physik, bei der Aufgabencharakteristik zeigte sich nur bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden ein signifikanter Unterschied zwischen Mathematik und Physik, bei den wenigen qualifizierten nicht. Bei den qualifizierten Teilnehmenden wurde auch die Korrelation zwischen der Attribution auf Mathematikfähigkeit und auf Physikfähigkeit nicht mehr signifikant, alle anderen Korrelationen blieben signifikant. Bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden fanden sich wieder keine Genderunterschiede und die bei höherem Selbstkonzept stärker ausgeprägte Tendenz, weniger auf mangelnde Fähigkeit zu attribuieren. Inspektionen der Attributionsmuster derjenigen ausgeschiedenen Teilnehmenden, die eine deutlich Zu- oder Abnahme des Selbstkonzepts aufwiesen, ergaben keine eindeutigen Hinweise darauf, inwiefern diese Änderung durch die Attribution beeinflusst sein könnte.

## Kapitel 8

# Studie 4: Attribution von Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht

Bei den Teilnehmenden der PhysikOlympiade hatte sich gezeigt, dass diese sehr ähnlich auf Mathematik und Physik attribuieren: Die Mittelwerte der entsprechenden Skalen unterschieden sich größtenteils nicht und die Skalenwerte wiesen in fast allen Fällen eine signifikante Korrelation auf (siehe Abschnitt 7.2.2 für den Übergang von MZP 1 zu MZP 2 und Abschnitt 7.4.2 für den Übergang von MZP 2 zu MZP 3). Auch vor dem Hintergrund der Ergebnisse von Marsh et al. (1984), dass Attributionen domänenspezifisch erfasst werden sollten, resultierte daraus die Frage, ob Schülerinnen und Schüler im Kontext Physik möglicherweise generell nicht zwischen Physik und Mathematik unterscheiden, sondern beispielsweise alles, was im Physikunterricht vorkommt, als Physik identifizieren. Dies könnte sich jedoch ungünstig auswirken: Schülerinnen und Schüler könnten der Meinung sein, dass sie Schwierigkeiten mit den Anforderungen im Physikunterricht dadurch begegnen können, dass sie alle physikalischen Formeln aus dem Unterricht auswendig lernen. Liegt das Problem jedoch im benötigten Mathematikwissen, dürfte diese Strategie sich als wenig hilfreich erweisen. Die Erfahrung, zu lernen und trotzdem keine gute Leistung zu erbringen, kann sich nach Deci und Ryan (2000) negativ auf die Motivation der Schülerinnen und Schüler auswirken. Außerdem könnte diese Erfahrung die Schülerinnen und Schüler zu der Überzeugung führen, dass sie nicht gut genug für Physik seien, was nach dem Modell eines dynamischen Gleichgewichts zwischen Leistung, Attribution und Selbstkonzept von Marsh (1984) dem Physikselbstkonzept sowie der Leistung im Physikunterricht abträglich sein könnte. Um nun zu überprüfen, ob Schülerinnen und Schüler im Physikunterricht generell nicht zwischen Mathematik und Physik differenzieren, wurde eine weitere Studie zur Attribution im Physikunterricht durchgeführt. Während Mathematik für die Wissenschaft Physik von unbestrittener Bedeutung

ist, kommt dieser Zusammenhang im Schulfach Physik erst mit der Zeit zum Vorschein. So ist beispielsweise in den Fachanforderungen Physik Schleswig-Holsteins zu lesen: „Während sich die Mathematisierung im Physikunterricht der Sekundarstufe I erst langsam entwickelt, ist in der Sekundarstufe II die Mathematisierung von Zusammenhängen ein zentrales Element“ (MBWK, 2019, S. 39). Unter der Annahme, dass die Lernenden zwischen Mathematik und Physik im Physikunterricht differenzieren, sollte die Attribution auf die mathematikbezogenen Skalen mit der zunehmenden Mathematisierung stärker werden. Um die Fragen

VI Inwieweit nehmen Schülerinnen und Schüler mit zunehmender Klassenstufe eine zunehmende Mathematisierung im Physikunterricht wahr?

VII Wie attribuieren Schülerinnen und Schüler Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht?

VIII Inwieweit hängt die Attribution von der zunehmenden Mathematisierung physikalischer Zusammenhänge im Physikunterricht ab?

zu beantworten, wurde in einer Querschnittstudie die Wahrnehmung der Mathematik von Lernenden im Physikunterricht sowie deren Attribution erfasst.

## 8.1 Methode

### 8.1.1 Stichprobe

Die Stichprobe umfasste 222 Schülerinnen und Schüler aus drei Schulen in Schleswig-Holstein. In zwei Gymnasien fanden die Erhebungen in den Klassenstufen sieben bis zwölf in der letzten Woche vor den Sommerferien statt, in einer Gemeinschaftsschule wurde die Erhebung sechs Wochen nach den Sommerferien in den Klassenstufen neun bis elf durchgeführt. In dieser Schule begann der Physikunterricht erst in Klasse neun. Davor hatten die Schülerinnen und Schüler das Fach Naturwissenschaften, in dem auch physikalische Inhalte behandelt werden, die jedoch von den Schülerinnen und Schülern nicht unbedingt mit dem Begriff „Physik“ verknüpft werden. Die Schülerinnen und Schüler wurden zur Beantwortung der Frage VI entsprechend ihrer Physikunterrichtserfahrung gruppiert:

- Anfangsunterricht: diejenigen Lernenden, die bis zur Erhebung erst einige Stunden Physikunterricht gehabt hatten
- Mittelstufe: diejenigen Lernenden in der Sekundarstufe I, die bis zur Erhebung zumindest ein Jahr lang Physikunterricht gehabt hatten; laut den Fachanforderungen sind diese noch in der Phase der sich langsam entwickelnden Mathematisierung (MBWK, 2019)



- Oberstufe: diejenigen Lernenden in der Sekundarstufe II; gemäß den Fachanforderungen sind diese in der Phase, in der die Mathematisierung eine zentrale Rolle spielt (MBWK, 2019).

Die Datensätze von sieben Schülerinnen und Schülern, die offensichtlich in Mustern ankreuzten oder ihre Antworten miteinander diskutierten hatten, wurden von der Auswertung ausgeschlossen. Die Verteilung der anderen Schülerinnen und Schüler auf die oben angegebenen Gruppen ist in Tabelle 8.1 dargestellt.

	Anfangsunterricht	Mittelstufe	Oberstufe
$N$ (Lernende)	70 (42 m / 26 w)	90 (46 m / 43 w)	55 (33 m / 22 w)
$N$ (Lehrkräfte)	4	7	6

Tabelle 8.1: Stichprobe der Erhebung im Unterricht.

### 8.1.2 Instrumente

Die Erhebung der Daten erfolgte mittels Fragebögen während einer Unterrichtsstunde, überwiegend im Physikunterricht, bei dem auch die Physiklehrkraft anwesend war. Während die Schülerinnen und Schüler die Fragebögen ausfüllten, wurde die Physiklehrkraft, wenn sie anwesend war, gefragt, wie hoch sie den Anteil (in Prozent) der Mathematik im Physikunterricht der jeweiligen Klasse über das Schuljahr einschätzt. Auch die Schülerinnen und Schüler beantworteten die offene Frage, wie hoch sie den Anteil der Mathematik in ihrem Physikunterricht einschätzen.

Zur Erfassung der Attribution von Erfolg sollten die Lernenden sich zunächst an die letzte Situation im Physikunterricht erinnern, in der sie Erfolg hatten, und diese kurz beschreiben. Dann sollten sie auf einer zehnstufigen Skala angeben, wie wichtig in dieser Situation die Mathematik war, wobei 1 für „völlig unwichtig“ und 10 für „sehr wichtig“ stand. Anschließend wurde die Attribution erfasst. Dazu wurden die Items, die für die Erfassung der Attribution in der PhysikOlympiade entwickelt worden waren, angepasst. Der Itemstamm „Ich bin in diese Runde gekommen, weil...“ wurde durch „Ich war in dieser Situation erfolgreich, weil...“ ersetzt und jeder explizite Bezug auf die PhysikOlympiade durch einen generischen Bezug auf die Situation. Beispielhaft sind in Tabelle 8.2 einige der Items, die bei der PhysikOlympiade eingesetzt wurden, den entsprechenden Items, die – gegebenenfalls angepasst – bei der Erhebung im Unterricht eingesetzt wurden, gegenübergestellt. In analoger Weise wurde die Attribution von Misserfolg erfasst. Dazu sollten sich die Schülerinnen und Schüler an die letzte Situation im Physikunterricht erinnern, in der sie nicht erfolgreich waren. Nach ersten Itemanalysen wurde das Item „Ich war in dieser Situation nicht erfolgreich, weil die Situation fast keine mathematischen Inhalte benötigte, die ich beherrsche.“ von der weiteren Analyse ausgeschlossen, da die Skala sonst keine ausrei-

	PhysikOlympiade Ich bin in diese Runde gekommen, weil...	Physikunterricht Ich war in dieser Situation erfolgreich, weil...
Mathematik, Anstrengung	... ich mich beim Üben von schwierigen mathematischen Verfahren nicht entmutigen ließ.	... ich mich beim Üben von schwierigen mathematischen Verfahren nicht entmutigen ließ.
Physik, Fähigkeit	... ich generell ein Talent für Physik habe.	... ich generell ein Talent für Physik habe.
Mathematik, Aufgabencharakteristik	... in den Aufgaben der PhysikOlympiade keine schwierigen mathematischen Überlegungen vorgekommen sind.	... in der Situation keine schwierigen mathematischen Überlegungen vorgekommen sind.
Physik, Aufgabencharakteristik	... in den Aufgaben der PhysikOlympiade keine schwierigen physikalischen Überlegungen vorgekommen sind.	... in der Situation keine schwierigen physikalischen Überlegungen vorgekommen sind.

Tabelle 8.2: Beispielitems zur Erfassung der Attribution von Erfolg in der PhysikOlympiade und, gegebenenfalls angepasst, im Unterricht.

	Erfolg				Misserfolg			
	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	$\alpha$	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	$\alpha$
Math., Anstrengung	200	2.55	0.93	.76	182	2.34	0.96	.80
Math., Fähigkeit	198	3.06	1.12	.90	182	2.19	1.10	.90
(*) Math., Aufgabencharakteristik	198	3.33	1.07	.70	182	2.20	1.10	.87
Physik, Anstrengung	201	2.96	0.91	.75	180	2.55	0.89	.75
Physik, Fähigkeit	201	3.14	0.93	.89	183	2.23	0.93	.87
(*) Physik, Aufgabencharakteristik	199	3.59	0.85	.67	181	2.69	1.10	.87
Zufall	200	2.31	1.05	.87	184	2.78	1.02	.77

Tabelle 8.3: Kennwerte der Attributionsskalen bei der Erhebung von Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht. *N* – Anzahl der kompletten Datensätze für die jeweilige Skala, *M* – Mittelwert, *SD* – Standardabweichung,  $\alpha$ , – Cronbach's  $\alpha$ . Den Werten der mit (\*) gekennzeichneten Skalen liegen jeweils die gekürzten Skalen zugrunde. Die Mittelwerte können Werte von 1 bis 5 annehmen.

chende Reliabilität aufwies. Auch bei der Attribution nach der zweiten Runde der PhysikOlympiade hatte sich die Erfolgsversion dieses Items als problematisch erwiesen. Bei den Schülerinnen und Schülern lässt sich vermuten, dass der Fokus sich von der Aufgabencharakteristik hin zur Fähigkeit verschiebt, wenn die Betonung auf den Zusatz „die ich beherrsche“ gelegt wird. Ebenso wie bei der Analyse der Attribution in der PhysikOlympiade wurden zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit das parallele physikbezogene Item sowie die Erfolgsversionen der beiden Items von der weiteren Analyse ausgeschlossen. Nach diesen Kürzungen war die interne Konsistenz bei allen Skalen als ausreichend bis gut einzuschätzen, mit Werten für Cronbach's  $\alpha$  von .67 bis .90; die einzelnen Skalenwerte können Tabelle 8.3 entnommen werden.

## 8.2 Ergebnisse

### 8.2.1 Validität: Mathematisierung im Physikunterricht

Gemäß den Fachanforderungen (MBWK, 2019) nimmt die Mathematisierung des Physikunterrichts über die Schuljahre hinweg zu. Als Indikator, in welchem Ausmaß diese Vorgabe auch implementiert wird, wurden die Einschätzungen der Lehrkräfte genommen. Bei 16 Klassen war die Physiklehrkraft während der Erhebung anwesend (siehe Tabelle 8.1) und wurde nach ihrer Einschätzung gefragt, wie hoch der Anteil (in Prozent) der Mathematik im Physikunterricht der

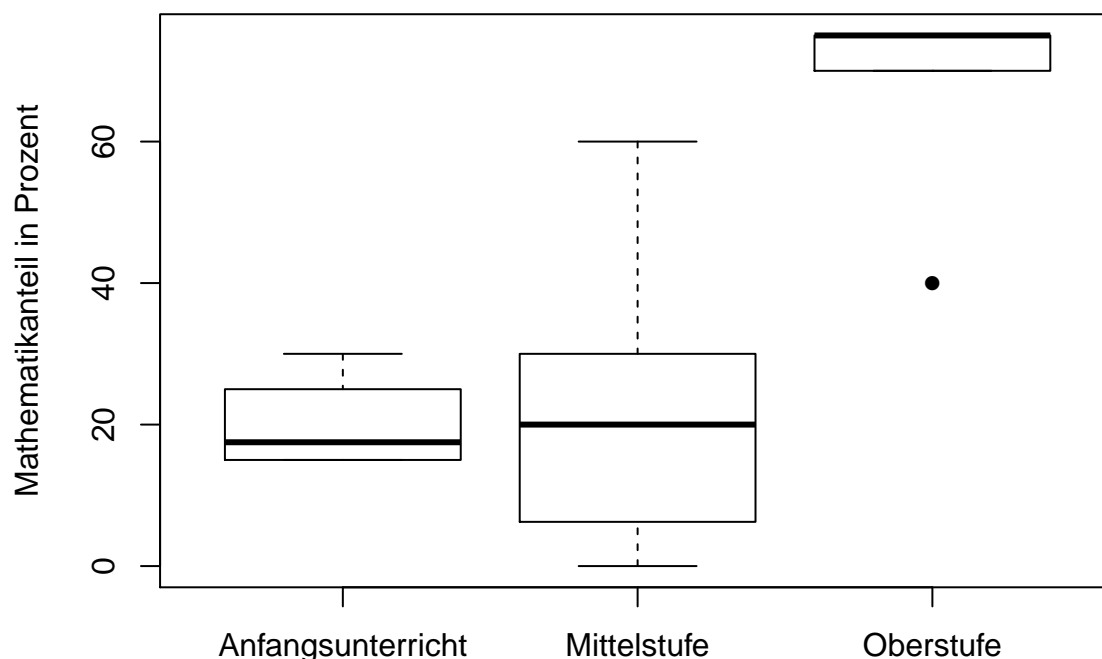


Abbildung 8.1: Einschätzung des Mathematikanteils im Physikunterricht durch die Lehrkräfte (Angabe in Prozent).

jeweiligen Klasse ist. Die graphische Darstellung in Abbildung 8.1 untermauert die normative Vorgabe, die auch durch Varianzanalyse bestätigt wird ( $F(2, 13) = 12, p < .01$ ). Bonferroni-korrigierte Post-hoc-Tests zeigen, dass der Unterschied in der Einschätzung des Mathematikanteils zwischen Anfangsunterricht und Mittelstufe nicht signifikant ist (Cohen's  $d = 0.098, p = 1.00$ ), wohingegen der Unterschied zwischen Anfangsunterricht und Oberstufe (Cohen's  $d = 3.8, p < .01$ ) ebenso wie der Unterschied zwischen Mittel- und Oberstufe (Cohen's  $d = 2.3, p < .01$ ) signifikant wird.

### 8.2.2 Wahrnehmung der Mathematisierung im Physikunterricht durch die Lernenden (Forschungsfrage VI)

Die globale Einschätzung der Schülerinnen und Schüler, wie hoch der Anteil der Mathematik in ihrem Physikunterricht ist, ist in Abbildung 8.2 dargestellt. Anders als bei den Lehrkräften zeigt sich hier nicht die Entwicklung, die man von den Fachanforderungen her erwarten würde. Dass die drei Gruppen sich in ihrer Einschätzung nicht voneinander unterscheiden, wird auch durch eine Varianzanalyse bestätigt ( $F(2, 210) = 1.37, p = .26$ ). Die Einschätzung des Mathematikanteils im Physikunterricht stellt jedoch eine, möglicherweise sehr grobe, Schätzung dar, die auf vielen unterschiedlichen und unterschiedlich mathematiklastigen Situationen beruhen kann. Daher soll der Blick nun zunächst auf die spezifischen Situationen von Erfolg oder Misserfolg gerichtet werden.

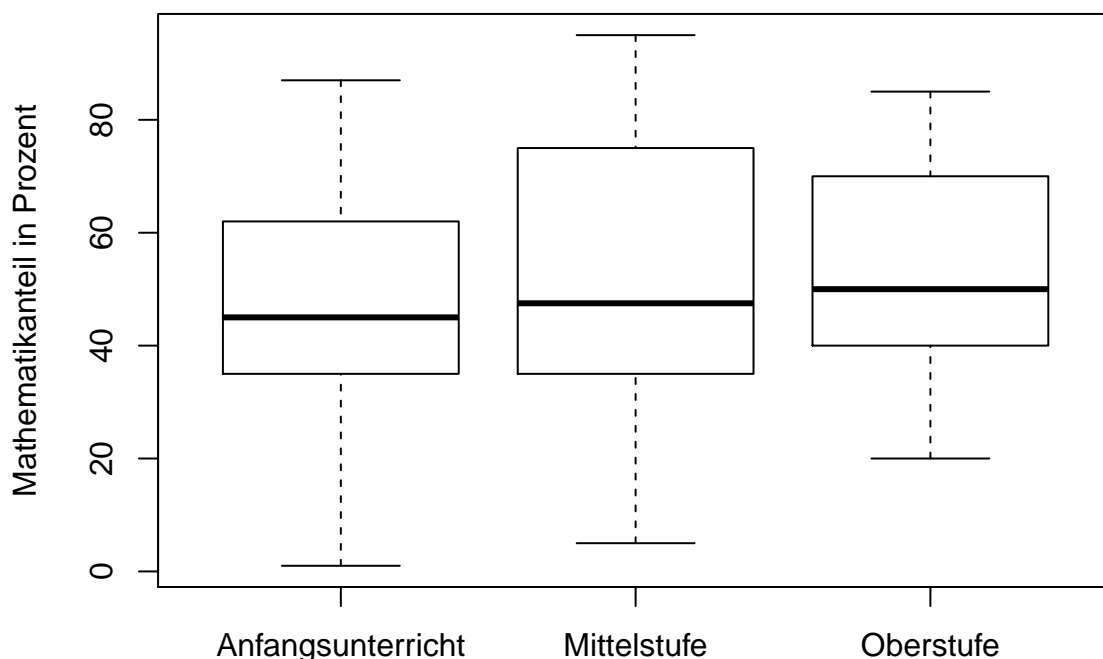


Abbildung 8.2: Einschätzung des Mathematikanteils im Physikunterricht durch die Schülerinnen und Schüler (Angabe in Prozent).

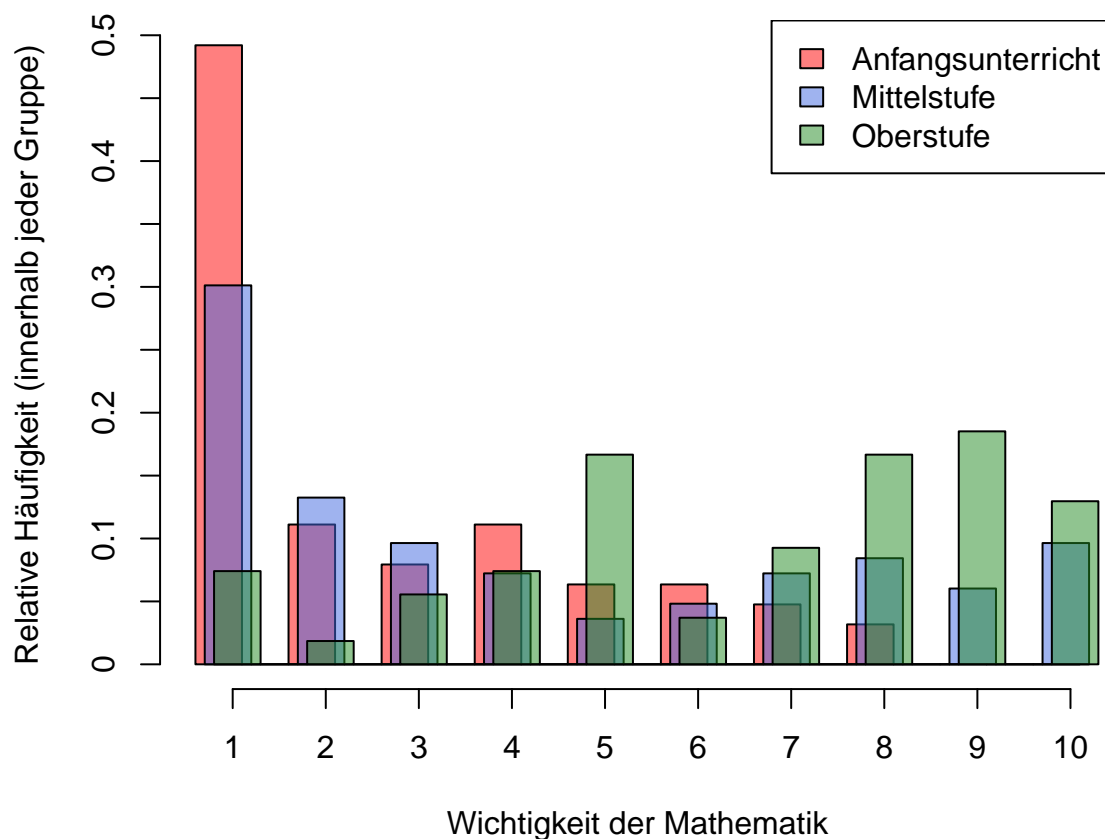


Abbildung 8.3: Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik in der Erfolgssituation, 1 – völlig unwichtig bis 10 – sehr wichtig.

**Erfolgssituation** Abbildung 8.3 stellt für jede der drei Gruppen dar, wie wichtig die Schüler und Schülerinnen die Mathematik in der Erfolgssituation, an die sie gedacht haben, einschätzen, wobei 1 „völlig unwichtig“ und 10 „sehr wichtig“ bedeutet. Beinahe die Hälfte der Schülerinnen und Schüler im Anfangsunterricht sieht die Mathematik als völlig unwichtig an (1) und niemand von ihnen betrachtet die Mathematik als ziemlich wichtig (9 oder 10). Von den Schülerinnen und Schülern in der Mittelstufe schätzen etwa 30% die Mathematik als in der Situation unwichtig (1) ein, aber auch etwa 15% als ziemlich wichtig (9 oder 10). In der Oberstufe wird die Mathematik von weniger als 10% als völlig unwichtig (1) betrachtet, hingegen von etwa einem Drittel als ziemlich wichtig (9 oder 10) und mehr als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler hat einen Wert von sieben oder mehr angekreuzt und scheint Mathematik doch als eher wichtig in der Erfolgssituation anzusehen. Demnach kann man die Existenz eines Trends vermuten, dass mit zunehmender Physikunterrichtserfahrung die Wichtigkeit der Mathematik in der Erfolgssituation im Physikunterricht, an die sich die Schülerinnen und Schüler erinnern, ebenfalls zunimmt. Tatsächlich wird dies durch eine Varianzanalyse ( $F(2, 197) = 28.2, p < .01$ ) und Bonferroni-korrigierte Post-hoc-Tests bestätigt: Die Mathematik wird als signifikant wichtiger in

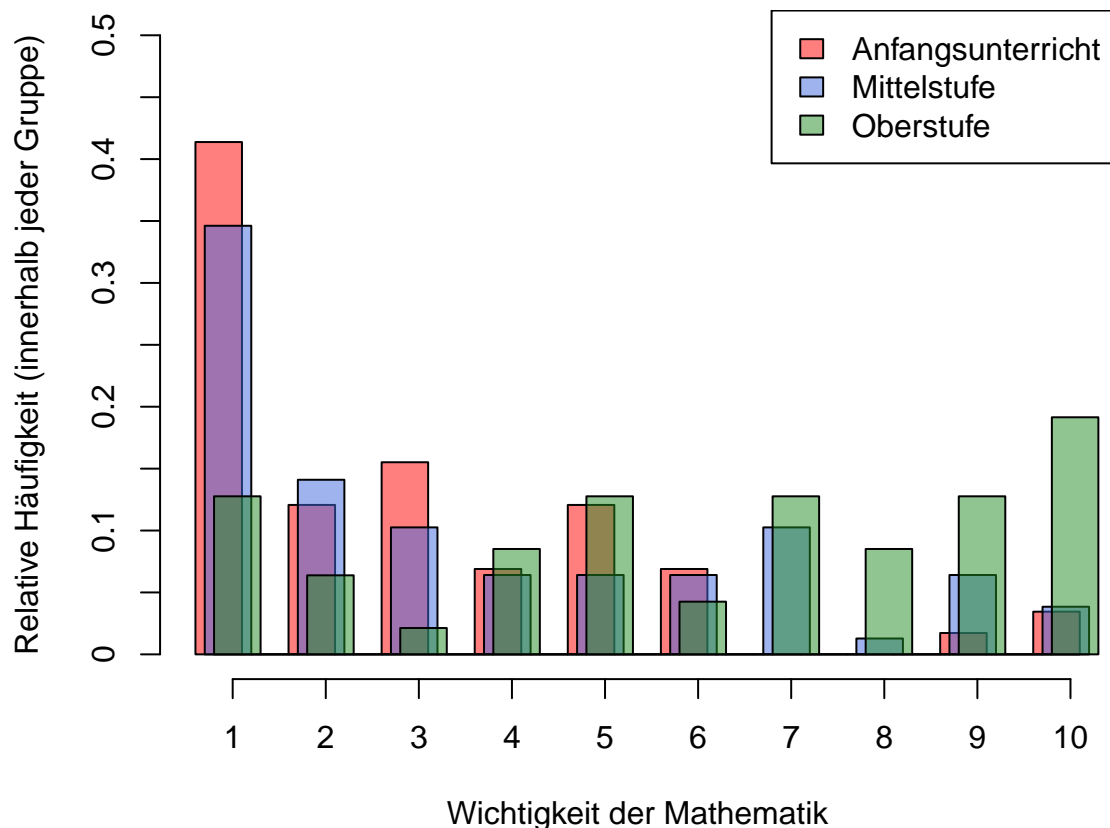


Abbildung 8.4: Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik in der Misserfolgssituation, 1 – völlig unwichtig bis 10 – sehr wichtig.

der Mittelstufe als im Anfangsunterricht (Cohen's  $d = 0.57$ ,  $p < .01$ ) und als signifikant wichtiger in der Oberstufe als in der Mittelstufe eingeschätzt (Cohen's  $d = 0.74$ ,  $p < .01$ ).

**Misserfolgssituation** Die Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik in der Misserfolgssituation ist für alle drei Gruppen in Abbildung 8.4 dargestellt. Es zeigt sich eine ähnliche Tendenz wie bei der Wichtigkeit der Mathematik in der Erfolgssituation: Der Anteil von Schülerinnen und Schülern, die Mathematik als völlig unwichtig (1) ansehen, nimmt vom Anfangsunterricht über die Mittelstufe zur Oberstufe ab, wohingegen der Anteil, der Mathematik als ziemlich wichtig (9 oder 10) einschätzt, zunimmt. Und auch bei der Misserfolgssituation betrachtet mehr als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler in der Oberstufe die Mathematik als eher wichtig (7 bis 10). Signifikante Unterschiede zwischen den drei Gruppen werden durch eine Varianzanalyse bestätigt ( $F(2, 180) = 19.6$ ,  $p < .01$ ), Bonferroni-korrigierte Post-hoc-Tests zeigen in diesem Fall, dass sich Schülerinnen und Schüler im Anfangsunterricht und in der Mittelstufe nicht signifikant in ihrer Einschätzung unterscheiden (Cohen's  $d = 0.29$ ,  $p = .10$ ), Schülerinnen und Schüler der Oberstu-

fe sich jedoch sowohl von denen im Anfangsunterricht (Cohen's  $d = 1.2$ ,  $p < .01$ ) als auch von denen in der Mittelstufe (Cohen's  $d = 0.85$ ,  $p < .01$ ) signifikant unterscheiden.

### 8.2.3 Attribution im Physikunterricht (Forschungsfrage VII)

Abbildung 8.5 zeigt die Attributionsmuster der Schülerinnen und Schüler für die Erfolgssituation (rechts) sowie die Misserfolgssituation (links) im Physikunterricht, an die sie während der Erhebung dachten. Verglichen mit den Teilnehmenden der PhysikOlympiade (siehe Abbildung 7.4 für die Attributionen nach der ersten und Abbildung 7.9 für die Attributionen nach der zweiten Runde) zeigt sich allenfalls eine minimale Tendenz zu einer selbstwertdienlichen Attribution: Für den Misserfolg sehen die Schülerinnen und Schüler alle der angebotenen Ursachen als höchstens teilweise relevant an, folglich auch mangelnde Fähigkeit; allerdings attribuieren die Schülerinnen und Schüler dann doch höher auf mangelnde Fähigkeit als die nach der ersten oder zweiten Runde ausgeschiedenen Wettbewerbsteilnehmenden. Bei der Erfolgssituation lässt sich nichts finden, was für eine selbstwertdienliche Attribution sprechen würde.

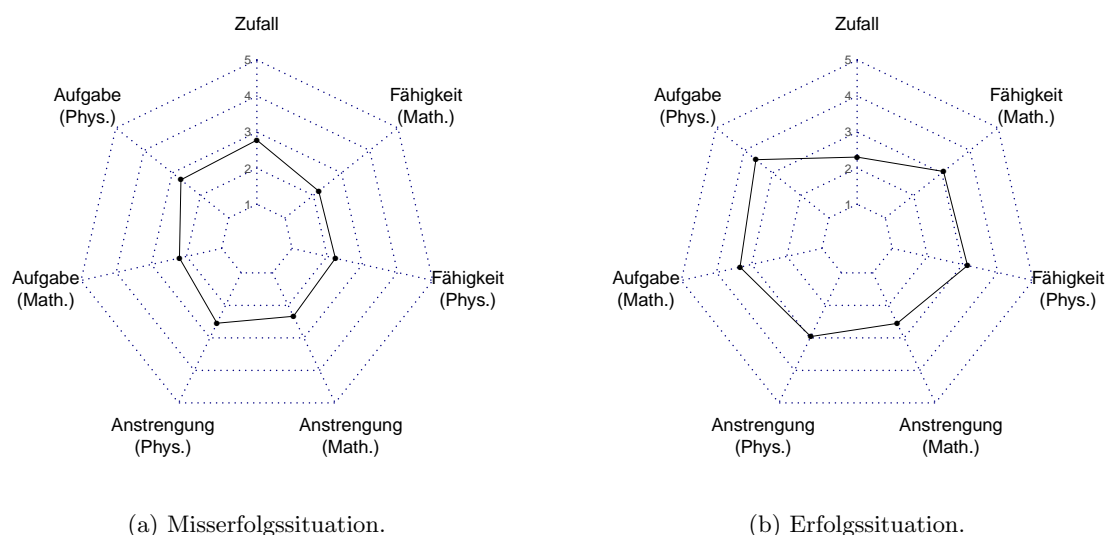


Abbildung 8.5: Attributionsmuster von Schülerinnen und Schülern für eine Misserfolgssituation (links) und eine Erfolgssituation (rechts) im Physikunterricht.

### 8.2.4 Zusammenhang von Attribution und wahrgenommener Mathematisierung (Forschungsfrage VIII)

Um zu testen, ob die Attribution auf mathematikbezogene Ursachen mit der Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik in der jeweiligen Situation zusammenhängt, wurden die Korrela-

	Misserfolg	Erfolg
Math., Anstrengung	.30***	.44***
Math., Fähigkeit	.17*	.43***
Math., Aufgabencharakteristik	.40***	.31***
Physik, Anstrengung	.13	.13
Physik, Fähigkeit	.09	.16*
Physik, Aufgabencharakteristik	.09	-.01
Zufall	-.12	-.16*

Tabelle 8.4: Pearson-Korrelation zwischen Wichtigkeit der Mathematik in der Erfolgs- bzw. Misserfolgssituation und den Attributionsskalen. \*\*\*  $p < .001$ , \*\*  $p < .01$ , \*  $p < .05$ .

tionen zwischen der Wichtigkeit und den Attributionsskalen berechnet. Tabelle 8.4 zeigt die Werte für die Erfolgssituation (rechte Spalte) und die Misserfolgssituation (linke Spalte). Es zeigt sich, dass sowohl im Fall von Erfolg als auch von Misserfolg alle mathematikbezogenen Attributionsskalen signifikant mit der eingeschätzten Wichtigkeit der Mathematik korrelieren. Wie man erwarten würde, attribuieren die Schülerinnen und Schüler ihren Erfolg oder Misserfolg stärker auf mathematikbezogene Gründe, wenn sie die Mathematik in der Situation als wichtiger wahrnehmen. Außerdem korrelieren die Attribution von Erfolg auf Glück und die Einschätzung der Wichtigkeit von Mathematik signifikant negativ; die Schülerinnen und Schüler scheinen der Meinung zu sein, dass, je wichtiger die Mathematik wird, umso weniger Glück für das Erfolgserlebnis verantwortlich sein kann. Interessanterweise korreliert auch die Attribution von Erfolg auf Physikfähigkeit mit der eingeschätzten Wichtigkeit der Mathematik signifikant; je wichtiger die Mathematik in der Erfolgssituation von den Schülerinnen und Schülern wahrgenommen wird, desto mehr führen sie ihren Erfolg also auf ihre hohe Physikfähigkeit zurück.

### 8.3 Zusammenfassung

Die vierte Studie hatte die Untersuchung der Attribution von Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht zum Ziel. Insbesondere wurde untersucht, inwiefern Schülerinnen und Schüler eine zunehmende Mathematisierung im Physikunterricht wahrnehmen, wie es die Fachanforderungen Physik (MBWK, 2019) erwarten lassen (Forschungsfrage VI), wie Lernende ihren Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht attribuieren (Forschungsfrage VII) und wie diese Attribution mit der wahrgenommenen Mathematisierung zusammenhängt (Forschungsfrage VIII).

Insgesamt zeigte sich zwar bei den Lehrkräften, nicht jedoch bei den Schülerinnen und Schülern die Wahrnehmung einer stärkeren Mathematisierung des Physikunterrichts in der Oberstufe. Bei der Einschätzung, wie wichtig Mathematik in spezifischen Erfolgs- bzw. Misserfolgssituationen war, zeigte sich der erwartete Trend jedoch auch bei den Lernenden. Bei der Attribution von Misserfolg lässt sich eine minimale Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution finden, bei der Attribution von Erfolg findet sich kein Hinweis auf selbstwertdienliche Attribution. Außerdem



finden sich signifikante Korrelationen zwischen der eingeschätzten Wichtigkeit der Mathematik in der Situation und den mathematikbezogenen Attributionsskalen. Demnach beeinflusst die Mathematik die Attribution in Physikkontexten durchaus.

# Kapitel 9

## Diskussion Teil II

### 9.1 Ergebnisse von Studie 3 und 4

Der zweite Teil der vorliegenden Arbeit zielte darauf ab, die Attribution von Erfolg und Misserfolg in den ersten Runden der PhysikOlympiade zu untersuchen. Wohl wurden erfolgreiche Teilnehmende von Auswahlwettbewerben zu den Internationalen Physik-, Chemie- und MathematikOlympiaden in verschiedenen Ländern, auch in Deutschland, bereits zu ihrer Attribution befragt (zum Beispiel Feng et al., 2001, Heller, 2008, Lind, 2001, Lind und Friege, 2001, Wu und Chen, 2001). Bei diesen Erhebungen ging es allerdings zum einen nicht speziell um die Attribution des Wettbewerbsergebnisses und zum anderen hatten die befragten Wettbewerbsteilnehmerinnen und -teilnehmer bereits die letzte oder vorletzte Runde des nationalen Auswahlverfahrens erreicht, können also durchaus als sehr erfolgreich im Wettbewerb bezeichnet werden. Weniger erfolgreiche Teilnehmende hingegen, die beispielsweise nach der ersten oder zweiten Runde ausgeschieden sind, standen bisher noch nicht im Fokus von Untersuchungen. Gleichwohl sollte die Attribution von weniger erfolgreichen Teilnehmenden von Interesse sein, da deren Attribution ihres Wettbewerbsergebnisses beeinflussen kann, in welchem Maß der Wettbewerb die weniger erfolgreichen, wenn auch nicht unbedingt weniger talentierten oder weniger interessierten Schülerinnen und Schüler fördert oder sich vielleicht eher einem anderen Gebiet zuwenden lässt, in dem sie - vermeintlich - besser sind. Aus diesem Grund wurde hier untersucht, wie Teilnehmende der PhysikOlympiade ihr Ausscheiden nach der ersten Runde oder ihre Qualifikation für die zweite Runde und, gegebenenfalls, ihr Ausscheiden nach der zweiten Runde oder ihre Qualifikation für die dritte Runde attribuieren sowie welchen Einfluss die Attribution auf das Selbstkonzept der Teilnehmenden hat.

Insgesamt betrachtet, zeigte sich nach beiden Runden eine Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution: Die nach der ersten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden attribuieren ihr Ergebnis nicht auf internale Ursachen, also mangelnde Fähigkeit oder fehlende Anstrengung, während die

für die zweite Runde qualifizierten Teilnehmenden ihr Ergebnis auf ihre eigenen Physik- und Mathematikfähigkeiten zurückführten. Diese selbstwertdienliche Attribution zeigte sich stärker ausgeprägt bei Teilnehmenden mit höherem Selbstkonzept (siehe Abschnitt 7.2.2). Diese Ergebnisse stimmen gut mit denen von Marsh et al. (1984) überein, nach denen Erfolg auf Fähigkeit und Anstrengung zurückgeführt wird, im Gegensatz zu Misserfolg: Die in der ersten Runde erfolgreichen Teilnehmenden führten ihr Ergebnis auf Fähigkeit und, etwas weniger, auf Anstrengung zurück, die nicht erfolgreichen sahen weder mangelnde Fähigkeit noch fehlende Anstrengung als Ursache für ihr Ausscheiden. Tatsächlich sahen diese keinen der angebotenen Gründe als wirklich relevant für ihr Ausscheiden an, sondern gaben jeweils eine höchstens teilweise Zustimmung an. Dieses letzte Resultat stützt die Aussage von Marsh (1984)

that children who are unwilling to attribute failure to a lack of ability and effort are also unwilling to attribute it to external causes. This paradoxical finding may be related to the Ickes and Layden (1978) finding that students with high self-concepts judged all causes of failure to be unlikely, as if to deny the possibility of failure.  
(S. 1306)

Nach der zweiten Runde zeigte sich die Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution erneut (siehe Abschnitt 7.4.2). Bei den für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden zeigte sich noch deutlicher das nach Marsh et al. (1984) zu erwartende Bild, dass auf die internalen Ursachen Fähigkeit und Anstrengung, nicht jedoch auf die externalen Ursachen Zufall und Aufgabencharakteristik attribuiert wird. Auch die nach der zweiten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden sahen keine der internalen Gründe als relevant für ihr Ausscheiden an, allerdings war die Zustimmung zur Aufgabenschwierigkeit im Hinblick auf Physik in dieser Gruppe höher als bei den nach der ersten Runde ausgeschiedenen. Zumindest dieser Grund wird also für das Ausscheiden nach der zweiten Runde als etwas relevant betrachtet.

Im Gegensatz zur Attributionsliteratur, in der von einer domänenspezifischen selbstwertdienlichen Attribution berichtet wird (zum Beispiel Marsh, 1986), zeigte sich die Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution bei der vorliegenden Untersuchung sowohl für Physik als auch für Mathematik, obwohl der Kontext ein Physikwettbewerb und kein Mathematikwettbewerb war. Außerdem zeigte sich ein Effekt zwischen den beiden Domänen (siehe Abschnitt 7.4.3): Attribution auf Mathematikfähigkeit hatte einen positiven indirekten Effekt auf das Physikselbstkonzept sowohl bei den Teilnehmenden, die nach der ersten Runde ausgeschieden sind, als auch bei den Teilnehmenden, die sich für die zweite Runde qualifiziert haben. Die erstgenannten attribuierten bei höherem Physikselbstkonzept weniger auf mangelnde Mathematikfähigkeit, die letztgenannten bei höherem Physikselbstkonzept stärker auf hohe Mathematikfähigkeit und bei beiden Gruppen wirkte sich diese Attribution wiederum positiv auf das Physikselbstkonzept aus. Eine Erklärung für die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen von Marsh (1986) und der Untersuchung bei der PhysikOlympiade könnte die enge Verbundenheit von Mathematik und Physik sein, die sich beispielsweise in der häufig verwendeten Bezeichnung der Mathematik als Sprache der Physik zeigt (etwa von Karam, 2015, Krey, 2012, Pospiech et al., 2015, oder Uhden et al., 2012).

Marsh (1984) wies selbst darauf hin, dass die beobachtete Domänenspezifität in ähnlicheren Bereichen wie Mathematik und Physik weniger deutlich ausgeprägt sein könnte als in den von ihm untersuchten Gebieten Mathematik und Lesen.

Interessanterweise zeigten sich keine Genderunterschiede zwischen den Attributionen von Teilnehmerinnen und Teilnehmern (siehe Abschnitte 7.2.2 und 7.4.2). Dieser Fund passt mit einigen vorherigen Ergebnissen zusammen, beispielsweise denen von Marsh (1986), der explizit berichtet, dass sich keine Unterschiede hinsichtlich der Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution zeigten, oder denen von Eccles et al. (1984), die bei den erfolgsoversichtlichen Schülerinnen und Schülern ebenfalls keine Unterschiede fanden. Allerdings steht er im Gegensatz zu anderen Studien, wie von Tapasak (1990) und Dickhäuser und Meyer (2006), bei denen Jungen ihre Leistungen im Mathematikunterricht selbstwertdienlicher attribuierten als Mädchen. Vor dem Hintergrund, dass Physik ebenso wie Mathematik als eher männlich gesehen wird (Kessels et al., 2006), hätte man in der PhysikOlympiade ebenfalls Unterschiede erwarten können, insbesondere wenn man bedenkt, dass in der ersten Runde der PhysikOlympiade nur etwa 20 bis 30% der Teilnehmenden weiblich sind<sup>1</sup>, so dass die PhysikOlympiade ein recht „männlicher Wettbewerb“ ist. Möglicherweise stellen die Teilnehmenden der PhysikOlympiade, vor allem die Teilnehmerinnen, auch hinsichtlich ihrer Attribution eine nichtrepräsentative Stichprobe der Gesamtpopulation dar.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Untersuchung keine Hinweise darauf geliefert hat, dass das Physikselbstkonzept der Teilnehmenden an der PhysikOlympiade durch ein frühes Auscheiden per se Schaden nimmt (siehe Abschnitte 7.2.1 und 7.4.1). Stattdessen zeigten ausgeschiedene und qualifizierte Teilnehmende selbstwertdienliche Attributionsmuster, wobei die Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution bei höherem Selbstkonzept stärker ausgeprägt war.

Während bei den Teilnehmenden überwiegend nicht eindeutig war, ob die physik- und mathematikbezogenen Attributionen jeweils zu trennen sind, liefert die in Kapitel 8 dargestellte Untersuchung der Attribution von Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht Hinweise darauf, dass Schülerinnen und Schüler prinzipiell zwischen Mathematik und Physik unterscheiden können. Dass sich die Mathematisierung im Physikunterricht erst langsam entwickelt, wie in den Fachanforderungen (MBWK 2019) dargestellt, spiegelte sich zwar nicht in der allgemeinen Einschätzung der Schülerinnen und Schüler wider, wie hoch der Anteil der Mathematik im Physikunterricht ist, allerdings in ihrer Einschätzung, wie wichtig die Mathematik in spezifischen Erfolgs- und Misserfolgssituationen war. Und diese situationsspezifische Einschätzung hing sowohl bei Erfolg als auch bei Misserfolg signifikant mit der Attribution auf mathematikbezogene Ursachen zusammen, was für die anderen Ursachen nicht der Fall war. Demnach nehmen Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Unterrichtssituationen unterschiedliche Ausprägungen der Mathematisierung wahr und attribuieren abhängig von der wahrgenommenen Mathematisierung unterschiedlich

---

<sup>1</sup>Bei der PhysikOlympiade 2019 etwa waren 23% der Teilnehmenden weiblich: [http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/archiv\\_50\\_IPhO\\_2019.html](http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/archiv_50_IPhO_2019.html)

auf mathematikbezogene, jedoch nicht auf physikbezogene Ursachen, so dass Mathematik nicht als untrennbar von der Physik wahrgenommen zu werden scheint.

Auch wenn es deutlich über den Rahmen dieser Arbeit hinausgeht, sei trotzdem kurz noch einmal auf die Tatsache eingegangen, dass sich keine Unterschiede in der Einschätzung der Mathematik im Physikunterricht zeigten. Dies könnte auf fehlenden Vergleichsmöglichkeiten beruhen, insbesondere wenn die Schülerinnen und Schüler erst wenige Stunden Physikunterricht erlebt hatten. Möglicherweise hätte sich eine Zunahme gezeigt, wenn die Schülerinnen und Schüler zusätzlich nach dem Anteil der Mathematik im Physikunterricht des vorigen Jahres gefragt worden wären. Vielleicht nehmen sie aber auch keine Zunahme wahr, sondern sehen den Mathematikanteil über die gesamte Schulzeit hinweg recht ähnlich, manche eher niedrig, andere eher hoch; ebenfalls vorstellbar wäre, dass es einen, möglicherweise recht kurzen, Zeitraum gibt, innerhalb dessen der wahrgenommene Mathematikanteil deutlich zunimmt. Um zu erfahren, in welchem Ausmaß die Einschätzung der Mathematik im Physikunterricht von der jeweiligen Person abhängt oder sich über die Zeit ändert, wäre eine Längsschnittstudie nötig.

## 9.2 Limitationen

Auch wenn die im zweiten Teil der Dissertation vorgestellten Studien Einblicke in die Attribution von Teilnehmenden der PhysikOlympiade sowie Schülerinnen und Schülern im Physikunterricht liefern, gibt es natürlich auch hier einige Einschränkungen, die bei der Interpretation der Ergebnisse zu beachten sind. Wie die Erhebung im Physikunterricht zeigte, hängt die Attribution auf mathematikbezogene Ursachen von der wahrgenommenen Mathematisierung der Physik ab. In welchem Maß die Teilnehmenden der PhysikOlympiade den Mathematisierungsgrad im Wettbewerb oder möglicherweise eine Änderung des Mathematisierungsgrads von der ersten zur zweiten Runde wahrnehmen, wurde in der vorliegenden Untersuchung nicht berücksichtigt. Auch der Wechsel im Kriterium für Erfolg oder Misserfolg könnte die Attribution beeinflussen: Während man sich für die zweite Runde qualifiziert, wenn man die notwendige (schon vorher bekannte) Punktzahl erreicht, basiert die Qualifikation für die dritte Runde auf einem Ranking der Teilnehmenden, so dass der Vergleich mit anderen Teilnehmenden wichtig wird. Zusätzlich stellt die geringe Stichprobengröße, insbesondere beim Übergang von MZP 2 zu MZP 3, eine Einschränkung dar. Wie bereits zuvor angemerkt, war es aufgrund der kleinen Stichprobe nicht immer möglich oder sinnvoll, alle Analysen zu wiederholen, die beim Übergang von MZP 1 zu MZP 2 durchgeführt worden waren. Auch die Bewertung der erhaltenen Ergebnisse sollte vor dem Hintergrund der kleinen Personenzahl erfolgen.

Bei der Erhebung im Physikunterricht sind besonders zwei Punkte zu nennen: die unterschiedliche Organisation des Physik- beziehungsweise naturwissenschaftlichen Unterrichts sowie der Einfluss der Zeit, die zwischen der Erfolgs- oder Misserfolgssituation und der Erhebung vergangen ist.

Da die Schulen, an denen die Erhebung durchgeführt wurde, zum Teil in der siebten Klasse mit dem Physikunterricht begannen, zum Teil erst in der neunten Klasse, waren die Schülerinnen und Schüler für die Auswertung der Daten nach ihrer Physikunterrichtserfahrung gruppiert worden. Damit wurden Schülerinnen und Schüler zusammengefasst, die sich nicht nur hinsichtlich ihres Alters und ihrer Klassenstufe unterschieden, sondern auch im Hinblick auf den bis dahin erlebten Mathematikunterricht. Insbesondere in der Gruppe Mittelstufe, also bei denjenigen Lernenden aus der Sekundarstufe I, die zumindest ein Jahr lang Physikunterricht gehabt hatten, könnten sich dadurch deutliche Unterschiede ergeben haben, da hier sowohl Schülerinnen und Schüler am Ende der siebten als auch der neunten (im G8-Zug) oder zehnten Klasse (im G9-Zug) zu finden sind. Zusätzlich ist nicht klar, ob die Entwicklung der Mathematisierung der Physik bei den Schulen vergleichbar ist. Möglicherweise war der Physikunterricht bei den Schülerinnen und Schülern der neunten Klasse, die gerade mit dem Physikunterricht begonnen hatten, bereits in höherem Maße mathematisiert als am Ende der siebten Klassen. Dies könnte auch dazu geführt haben, dass sich zwischen der Anfangsunterrichts- und der Mittelstufengruppe nur teilweise Unterschiede zeigten. Aus diesem Grund wäre es wünschenswert, wenn die Erhebung an Schulen stattgefunden hätte, bei denen der Physikunterricht einheitlich organisiert ist, beispielsweise wenn er überall in der siebten Klasse begonnen hätte.

Zusätzlich ist der Aspekt der Zeit zu bedenken: Auch wenn die Schülerinnen und Schüler nach der jeweils letzten Situation gefragt wurden, in der sie erfolgreich beziehungsweise nicht erfolgreich waren, kann die zwischen der Situation und der Erhebung liegende Zeit durchaus deutlich variieren und sich wiederum auf die Angaben der Lernenden auswirken. Die Einschätzung, wie wichtig Mathematik in einer Situation war und wie man Erfolg oder Misserfolg in dieser Situation attribuiert, kann sich zweifellos ändern, wenn man sich beispielsweise mit anderen Lernenden darüber unterhält oder andere (Unterrichts-)Erfahrungen macht, die die Erinnerung an die eigentliche Situation verzerren können. Wie sehr die Erinnerung verzerrt sein könnte, mag außerdem durch die Relevanz der Situation beeinflusst sein: Die Erinnerung an eine wenig relevante Situation wird wahrscheinlich schneller weniger präsent sein als an eine relevante Situation, wie beispielsweise ein gutes Referat, auf das man stolz ist, oder eine Klassenarbeit, die über die Versetzung entscheidet. Die zeitliche Komponente könnte auch bei der Untersuchung in der PhysikOlympiade eine Rolle gespielt haben, wenn auch nicht unbedingt in dem Maße wie bei der Erhebung im Unterricht: Zum einen war die Zeit, die seit der Ergebnisbekanntgabe maximal vergangen war, dadurch begrenzt, dass die Fragebögen nur während eines bestimmten Zeitraums zugänglich waren, bei der Erhebung im Unterricht gab es keine zeitliche Begrenzung. Außerdem kann sich, wie bereits dargelegt, die Erinnerung an eine komplexe Unterrichtssituation mit der Zeit ändern, während die Qualifikation oder Nichtqualifikation für die nächste Wettbewerbsrunde unveränderlich feststeht. Schließlich sei betont, dass die Ergebnisse der Untersuchung in der PhysikOlympiade nicht eins zu eins auf den Physikunterricht übertragen werden können, wie sich bereits beim Vergleich der Attributionsmuster zeigte.

# Kapitel 10

## Gesamtdiskussion

Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit war die Frage, inwiefern die Teilnahme an einem Wettbewerb, insbesondere an einem Physikwettbewerb, negative Folgen für diejenigen Teilnehmenden haben kann, die recht früh im Wettbewerb ausscheiden. Der Frage liegt die Annahme zugrunde, dass diese Teilnehmenden an ihren Fähigkeiten zu zweifeln beginnen und dadurch eher von der im Wettbewerb angesprochenen Domäne abgeschreckt als für diese motiviert werden. Dies würde dem eigentlichen Ziel des Wettbewerbs entgegenwirken. Im Fall der Domäne Physik kommt als Spezifikum noch hinzu, dass die Mathematik eine große Rolle spielt und damit zusätzliche Anforderungen an die Teilnehmenden stellt. Im ungünstigsten Fall könnten dann Schülerinnen und Schüler, die zwar ein gutes physikalisches Verständnis besitzen, aber noch nicht über die benötigten mathematischen Kenntnisse verfügen, früh ausscheiden und sich einer anderen Domäne zuwenden, weil sie denken, ihre physikalischen Fähigkeiten seien nicht gut genug für eine weiterführende Beschäftigung mit Physik.

### 10.1 Forschungsfragen und Antworten

Im Kontext der PhysikOlympiade wurde untersucht, inwiefern die Vermutung zutrifft, dass die mathematischen Anforderungen der PhysikOlympiade eine Herausforderung für die Teilnehmenden darstellen können, die Teilnehmenden ein frühes Ausscheiden jedoch auf die Physik zurückführen. Aus den Ergebnissen ergab sich die Frage, ob Schülerinnen und Schüler im Kontext Physik prinzipiell zwischen Mathematik und Physik unterscheiden. Diese Fragestellung wurde mit einer querschnittlichen Erhebung im Physikunterricht untersucht.

### 10.1.1 Mathematik in der PhysikOlympiade (Forschungsfragen I und II)

Die Analyse der Musterlösungen bestätigte die Bedeutung der Mathematik in der PhysikOlympiade. Kaum eine Aufgabe wurde vollständig ohne mathematische Begriffe oder Techniken gelöst, die aus vielen Bereichen der Mathematik zur Lösung herangezogen wurden (siehe Kapitel 3). Der Abgleich der identifizierten benötigten mathematischen Begriffe und Techniken mit gymnasialen Mathematiklehrplänen stützte die Vermutung, dass die Mathematik ein Problem für Teilnehmende sein kann: Die regelmäßig in den höheren Runden benötigten mathematischen Voraussetzungen werden zum Teil erst in der Oberstufe oder überhaupt nicht in der Schule unterrichtet (siehe Kapitel 4). Auch in den Interviews während der dritten Runde der PhysikOlympiade 2018 wurden von den Teilnehmenden mathematische Inhalte genannt, die sie sich selbst für die PhysikOlympiade angeeignet hätten, da diese in ihrem Schulunterricht noch nicht behandelt worden wären (siehe Abschnitt 5.1). Vor dem Hintergrund, dass die höheren Runden der PhysikOlympiade den Fokus stärker auf die Selektion der Teilnehmenden für die Internationale PhysikOlympiade legen (Petersen & Wulff, 2017), mag es nicht allzu überraschend sein, dass Mathematik eine zunehmend wichtige Rolle im Wettbewerb spielt. Vor allem, wenn man bedenkt, dass die Mathematik für die Wissenschaft Physik unverzichtbar ist (zum Beispiel Bing und Redish, 2009) und die PhysikOlympiade die „Physik als spannende Wissenschaftsdisziplin“<sup>1</sup> erfahrbar machen möchte, wird es nicht wenig erstaunen, dass die mathematischen Anforderungen das Schulniveau übersteigen, ebenso wie die physikalischen Anforderungen „auch über den Schulstoff hinausgehen“<sup>2</sup> können. Für Jugendliche, die an einer Teilnahme an der PhysikOlympiade interessiert sind, könnten die mathematischen Anforderungen jedoch weniger präsent sein. Und auch wenn sie die mathematischen Inhalte des Stoffkatalogs der IPhO (2015) zur Kenntnis nehmen, wird möglicherweise die Aussage, dass „die meisten der Aufgaben der PhysikOlympiade in Deutschland [...] sich mit einem deutlich schulnäheren Wissen lösen“<sup>3</sup> lassen, die Anforderungen relativieren. So ist es durchaus vorstellbar, dass Teilnehmende im Lauf des Wettbewerbs stärker durch die mathematischen Anforderungen herausgefordert werden, als sie es erwartet hatten.

### 10.1.2 Attribution und Selbstkonzept der Teilnehmenden der PhysikOlympiade (Forschungsfragen III, IV und V)

Zur Untersuchung potentieller negativer Folgen eines frühen Ausscheidens aus der PhysikOlympiade wurde das Selbstkonzept der Teilnehmenden erfasst, zunächst während der Bearbeitung der Aufgaben der ersten Runde, dann nach der Ergebnisbekanntgabe der ersten Runde und, falls die Teilnehmenden sich für die zweite Runde qualifiziert hatten, nach der Ergebnisbekanntgabe

---

<sup>1</sup>Handzettel zur ersten Runde der PhysikOlympiade 2020, [http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/51\\_IPhO\\_2020\\_1Rd\\_Handzettel\\_web.pdf](http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/51_IPhO_2020_1Rd_Handzettel_web.pdf), abgerufen am 12. Dezember 2019

<sup>2</sup>ebd.

<sup>3</sup><http://wettbewerb.ipn.uni-kiel.de/ipho/anforderungen.html>



der zweiten Runde. Aufgrund der in Teil I der vorliegenden Dissertation festgestellten Bedeutung der Mathematik in der PhysikOlympiade wurden sowohl das Physikselbstkonzept als auch das Mathematikselbstkonzept betrachtet. Nach der Ergebnisbekanntgabe der ersten Runde traten sowohl im Mathematik- als auch im Physikselbstkonzept Änderungen auf und zwar bei Teilnehmenden, die sich für die zweite Runde qualifiziert hatten, ebenso wie bei Teilnehmenden, die nach der ersten Runde ausgeschieden waren. Allerdings zeigte sich kein einfacher Zusammenhang dahingehend, dass die Qualifikation für die nächste Runde das Selbstkonzept der Teilnehmenden stärkt, was ein Ziel von Schülerwettbewerben darstellt (zum Beispiel Höffler et al., 2017), oder dass Ausscheiden aus dem Wettbewerb dem Selbstkonzept schadet, was den oben skizzierten Befürchtungen entsprechen würde. Stattdessen zeigte sich in beiden Gruppen eine Verteilung, nach der es immer Teilnehmende mit einer Abschwächung bzw. Stärkung des Selbstkonzepts gab (vgl. Abbildungen 7.2 und 7.3). Als möglicher Mediator der Entwicklung des Selbstkonzepts wurde die Attribution erfasst. Wiederum unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus dem ersten Teil wurde auch die Attribution des Ergebnisses der ersten (und gegebenenfalls der zweiten Runde) sowohl bezogen auf die Physik als auch bezogen auf die Mathematik erfasst (siehe Abschnitt 7.1.2 für eine Beschreibung der Instrumente, Anhang B für die einzelnen Items). Die in Abbildung 7.4 dargestellten Attributionsmuster zeigten für qualifizierte wie ausgeschiedene Teilnehmende eine Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution: Für die zweite Runde qualifizierte Teilnehmende führten ihr Weiterkommen vor allem auf ihre eigene Fähigkeit zurück, nach der ersten Runde ausgeschiedene Teilnehmende sahen mangelnde Fähigkeit nicht als Grund für ihr Ausscheiden an. Weiter zeigte sich, dass die Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution bei Teilnehmenden mit höherem Selbstkonzept stärker ausgeprägt war (vgl. Tabelle 7.13). Dies passt zusammen mit den Ergebnissen von Marsh (1986), der ebenfalls eine deutlichere selbstwertdienliche Attribution bei Schülerinnen und Schülern mit höherem Selbstkonzept fand. Signifikante indirekte Effekte der Attribution ließen sich bei qualifizierten und ausgeschiedenen Teilnehmenden finden: Attribution des Weiterkommens auf hohe Fähigkeit beziehungsweise das Nichtzurückführen des Ausscheidens auf mangelnde Fähigkeit hatte einen positiven indirekten Effekt auf die Entwicklung des Selbstkonzepts, sowohl innerhalb der Physik als auch innerhalb der Mathematik (vgl. Tabellen 7.15 und 7.14), was mit dem von Marsh (1984) vorgeschlagenen Modell zusammenpasst, nach dem Leistung, Selbstkonzept und Attribution sich gegenseitig beeinflussen. Zusätzlich zeigte sich ein Effekt zwischen den beiden Domänen, nämlich ein positiver indirekter Effekt der Attribution auf Mathematikfähigkeit auf die Entwicklung des Physikselbstkonzepts (ebenfalls Tabellen 7.15 und 7.14). Marsh hatte bereits 1984 darauf hingewiesen, dass Attributionen sowie Selbstkonzept domänenspezifisch erfasst werden sollten, und 1986 berichtet, dass die Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution ebenfalls domänenspezifisch ist. Daher wäre der hier gefundene domänenübergreifende Effekt nach dem Modell von Marsh (1984) nicht zu erwarten gewesen. Allerdings hatte auch Marsh (1984) selbst bereits darauf hingewiesen, dass in einander ähnlicheren Domänen als den von ihm betrachteten, Mathematik und Lesen, die Domänenspezifität weniger stark ausgeprägt sein könnte.

Nach der Ergebnisbekanntgabe der zweiten Runde zeigten sich in Einzelfällen ebenfalls Änderungen im Mathematik- und im Physikselbstkonzept in beinahe allen Kombinationen von ausgeschieden/qualifiziert und Zunahme/Abnahme; die einzige Kombination, die nicht auftrat, war eine Abnahme des Physikselbstkonzepts bei den für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden (vgl. Abbildungen 7.7 und 7.8). Die für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmerinnen und Teilnehmer zeigten ein deutlich selbstwertdienliches Attributionsmuster (siehe zum Beispiel Stiensmeier-Pelster und Heckhausen, 2010): Wie in Abbildung 7.9 (rechts) zu erkennen ist, wurde das Wettbewerbsergebnis internal attribuiert (auf die eigene Fähigkeit und Anstrengung), aber nicht external (auf die Aufgabencharakteristik oder den Zufall). Für den Befund, dass das Attributionsmuster nach der zweiten Runde die Selbstwertdienlichkeit deutlicher zeigte als nach der ersten, könnte man als einen möglichen Grund vermuten, dass diejenigen sich für die dritte Runde qualifiziert haben, die von Anfang an selbstwertdienlicher attribuierten. Dieser Grund kann allerdings ausgeschlossen werden, da die Attributionen nach der ersten Runde sich zwischen den Teilnehmenden, die sich für die dritte Runde qualifiziert hatten, und den Teilnehmenden, die nach der zweiten Runde ausgeschieden waren, nicht voneinander unterschieden. Die Attributionen der für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden haben sich demnach von MZP 2 zu MZP 3 geändert, was in Anbetracht der Tatsache, dass die Anforderungen in der ersten und zweiten Runde nicht identisch sind, durchaus plausibel ist.

Die nach der zweiten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden dagegen sahen sich selbst als nicht verantwortlich für ihr Ausscheiden, sondern führten ihr Ausscheiden vor allem auf eine externe Ursache, die Aufgabenschwierigkeit im Hinblick auf Physik, zurück (vgl. Abbildung 7.9, links). Im Gegensatz zu den nach der ersten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden sahen sie damit wenigstens eine der angebotenen Ursachen als recht relevant für ihr Ausscheiden an, während nach der ersten Runde jede der angebotenen Ursachen als höchstens teilweise relevant für das Ausscheiden gesehen worden war. Auf mangelnde Fähigkeit führten weder die nach der ersten noch die nach der zweiten Runde ausgeschiedenen Teilnehmenden ihr Wettbewerbsergebnis zurück, was als selbstwertdienlich angesehen werden kann. Bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden führte ein höheres Selbstkonzept zu einer geringeren Attribution auf mangelnde Fähigkeit, sowohl innerhalb der Physik und innerhalb der Mathematik als auch zwischen Physik und Mathematik. In der kleinen Gruppe der für die dritte Runde qualifizierten Teilnehmenden zeigte sich nur eine signifikante Korrelation zwischen Physikselbstkonzept und Attribution auf Physikfähigkeit, was der geringen Stichprobengröße geschuldet sein mag. Die geringe Anzahl von Teilnehmenden, bei denen sich eine Änderung im Selbstkonzept zeigte, war der Grund, weshalb keine Mediationen gerechnet wurden. Die Betrachtung der Attributionsmuster der einzelnen Personen (Abbildung 7.12) lieferte keinen Anhaltspunkt, warum bei manchen der ausgeschiedenen Teilnehmenden das Selbstkonzept zunahm und bei manchen abnahm. Basierend auf den, wie bereits gesagt wenigen, vorliegenden Datensätzen scheint mir das Selbstkonzept der Teilnehmenden, die die zweite Runde erreicht haben, bereits so gefestigt zu sein, dass die Attribution ihres Ergebnisses in der zweiten Runde keinen nennenswerten Einfluss mehr darauf hat.

Da Physik als eher männlich betrachtet werden kann (zum Beispiel Kessels et al., 2006), könnte man nach Stipek (1984) Unterschiede in den Attributionen von Teilnehmerinnen und Teilnehmern der PhysikOlympiade erwarten. Es zeigten sich jedoch keine signifikanten Genderunterschiede, lediglich einer lag gerade an der Grenze zur Signifikanz: Demnach führten Teilnehmerinnen ihre Qualifikation für die zweite Runde möglicherweise mehr auf den Zufall zurück als Teilnehmer (vgl. Tabelle 7.12 für die Attribution nach der ersten Runde sowie Tabelle 7.18 für die Attribution nach der zweiten Runde). In Anbetracht der sehr niedrigen Zustimmung zu Zufall als Ursache für die Qualifikation und der Tatsache, dass sich sonst keine Unterschiede zeigten, kann man allerdings nicht davon sprechen, dass die Teilnehmerinnen weniger selbstwertdienlich attribuieren als die Teilnehmer. Dieser Fund steht im Widerspruch zum Ergebnis von Tapasak (1990) und der Zusammenfassung von Möller und Jerusalem (1997), nach denen Schülerinnen Erfolg weniger auf die eigene Fähigkeit, Misserfolg jedoch stärker auf mangelnde Fähigkeit zurückführen als Schüler, passt jedoch zusammen mit den Ergebnissen von Marsh (1986), der keine Unterschiede in der Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution zwischen Jungen und Mädchen fand. Auch mit den Ergebnissen von Eccles et al. (1984) passt der Fund der hier vorgestellten Untersuchung zusammen, wenn man davon ausgeht, dass die Teilnehmerinnen der PhysikOlympiade eher erfolgszuversichtlich sind und nicht davon ausgehen, in der PhysikOlympiade sowieso nichts erreichen zu können – in Anbetracht der allgemein sehr hohen Werte auf den Selbstkonzeptskalen erscheint diese Annahme durchaus gerechtfertigt.

### **10.1.3 Attribution im Physikunterricht (Forschungsfragen VI, VII und VIII)**

Bei der Untersuchung der Attribution der Teilnehmenden der ersten und zweiten Runde stellt man fest, dass diese überwiegend keinen Unterschied zwischen Mathematik und Physik machten. Lediglich bezüglich der Aufgabencharakteristik zeigten sich bei den ausgeschiedenen Teilnehmenden signifikante Unterschiede sowohl nach der ersten als auch nach der zweiten Runde, bei den qualifizierten Teilnehmenden nur nach der ersten Runde. Um zu überprüfen, ob Schülerinnen und Schüler im Kontext Physik generell nicht zwischen Mathematik und Physik differenzieren, wurde zusätzlich eine Querschnittstudie durchgeführt, um die Wahrnehmung der Mathematik sowie die Attribution von Erfolg und Misserfolg im Physikunterricht zu untersuchen (siehe Kapitel 8). Laut den Fachanforderungen Physik (MBWK, 2019) nimmt die Mathematisierung des Physikunterrichts über die Schulzeit hinweg zu. Wenn Schülerinnen und Schüler also zwischen Mathematik und Physik im Physikunterricht unterscheiden, sollte in höheren Klassenstufen die Mathematisierung stärker wahrgenommen werden und damit auch Erfolg oder Misserfolg verstärkt auf mathematische Ursachen attribuiert werden können. Die zunehmende Mathematisierung zeigte sich in der Wahrnehmung der Schülerinnen und Schüler nur teilweise: Bei der allgemeinen Einschätzung, wie hoch der Anteil der Mathematik im Physikunterricht ist, zeigten sich keine Unterschiede, bei der Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik in ihrer letzten Erfolgs- und Misserfolgssituation im Physikunterricht zeigten sich signifikante Unterschiede zwischen den

Schülerinnen und Schülern in der Oberstufe und den jüngeren Lernenden (siehe Abschnitt 8.2.2). Bei der Attribution ließ sich, im Gegensatz zur Attribution in der PhysikOlympiade, höchstens eine minimale Tendenz zur selbstwertdienlichen Attribution finden: Mangelnde Fähigkeit wurde als kaum relevant für den Misserfolg betrachtet, jedoch immer noch als relevanter für den Misserfolg eingeschätzt als von den Teilnehmenden der PhysikOlympiade für ihr Ausscheiden aus dem Wettbewerb (vgl. Abbildung 8.5). Bezüglich der Unterscheidung von Mathematik und Physik im Kontext Physik lieferte die Studie Hinweise, dass Schülerinnen und Schüler prinzipiell eine Unterscheidung vornehmen: Es fanden sich signifikante Korrelationen zwischen der Wichtigkeit der Mathematik und der Attribution auf die drei mathematikbezogenen Ursachen Anstrengung, Fähigkeit und Aufgabencharakteristik, nicht jedoch zwischen der Wichtigkeit und der Attribution auf die physikbezogenen Ursachen (siehe Tabelle 8.4). Demnach können Schülerinnen und Schüler im Kontext Physik durchaus zwischen Mathematik und Physik unterscheiden, auch wenn sich dies bei den Teilnehmenden der PhysikOlympiade nicht so deutlich gezeigt hatte.

## 10.2 Limitationen

In den Abschnitten 5.2 und 9.2 wurde bereits auf einige Limitationen eingegangen, die hier nicht noch einmal wiederholt werden. Im Folgenden sollen Limitationen dargestellt werden, die die Untersuchung der übergeordneten Fragestellung betreffen.

Zunächst sei darauf hingewiesen, dass die vorliegende Arbeit sich auf die PhysikOlympiade beschränkt. Damit lassen sich die Ergebnisse zur benötigten Mathematik sowie zur Attribution der Teilnehmenden nur eingeschränkt auf andere Physikwettbewerbe wie beispielsweise den Bundesweiten Wettbewerb Physik des MNU (Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts) übertragen, bei denen der Fokus mehr auf das Experimentieren gerichtet ist. Ähnlich wie bei den experimentellen Aufgaben in der PhysikOlympiade ist hier davon auszugehen, dass die Bedeutung der Mathematik zugunsten der experimentellen Fähigkeiten zurücktritt, die vermutlich auch bei der Attribution der Teilnehmenden eine große Rolle spielen und explizit erfasst werden sollten. Bei Projektwettbewerben wie „Jugend forscht“ können auch physikalische Projekte eingereicht werden. Über die Bedeutung der Mathematik bei diesen lässt sich basierend auf dieser Arbeit keine Aussage machen. Es lässt sich jedoch vermuten, dass die dort eingereichten Wettbewerbsarbeiten eine große Bandbreite abdecken von Projekten, bei denen die technische Realisierung im Vordergrund steht, bei denen das Experiment im Mittelpunkt steht oder die sehr mathematiklastig sind. Ein weiterer Grund, warum die Ergebnisse zur Attribution nicht eins zu eins auf die beiden genannten Wettbewerbe übertragen werden können, ist der Wettbewerbsmodus: Jugend forscht ist ein Team-Wettbewerb, ebenso wie die erste Runde des Bundesweiten Wettbewerbs Physik. In einer Gruppe hat man natürlich den Vorteil, dass alle Gruppenmitglieder ihre jeweiligen Stärken, fachlich wie nichtfachlich, einbringen können, so dass beispielsweise eine Attribution auf Fähigkeit einer Attribution auf die „kumulierte Fähigkeit“ der ganzen Gruppe entsprechen könnte oder, bedingt durch den Vergleich mit anderen leistungsstarken Gruppen-

mitgliedern, niedriger ausfallen könnte als in der ersten Runde der PhysikOlympiade, bei der der soziale Vergleich überwiegend keine Rolle spielt. Andererseits spielen bei einer Gruppenarbeit, im Gegensatz zu einer individuellen Bearbeitung von Wettbewerbsaufgaben, nichtfachliche Gruppenprozesse eine wichtige Rolle, die für die Attribution wesentlich werden könnten, beispielsweise die Verteilung von Aufgaben.

Auch auf den Physikunterricht lassen sich die Ergebnisse nicht eins zu eins übertragen. Während Physikunterricht in der Sekundarstufe I verpflichtend ist, ist die Teilnahme an der PhysikOlympiade freiwillig, so dass die Gruppe der Teilnehmenden bereits eine ausgewählte Stichprobe aller Schülerinnen und Schüler darstellt. Höffler et al. (2017) berichten, dass Schülerinnen und Schüler, die an einem naturwissenschaftlichen Wettbewerb teilnahmen, ein höheres Interesse an Naturwissenschaften und bessere Noten hatten als die anderen Schülerinnen und Schüler. Außerdem sind Unterrichtserfahrungen vermutlich nur bedingt mit den Wettbewerbserfahrungen vergleichbar; wenn man die Attributionen von Schülerinnen und Schülern in einer der PhysikOlympiade ähnlichen Situation erfassen möchte, müsste man wohl Schülerinnen und Schüler der Oberstufe danach fragen, warum sie eine Physik Klausur gut oder weniger gut bearbeitet haben.

Wie bereits in Abschnitt 5.2 angesprochen, können die Angaben im Lehrplan nur als Anhaltspunkt dafür dienen, über welche mathematischen Inhalte die Schülerinnen und Schüler verfügen. Um zu erfassen, welche der identifizierten Kategorien den Teilnehmenden tatsächlich bekannt sind, hätte man einen Fachtest einsetzen müssen, dessen Umfang in Anbetracht der Kategorienanzahl nicht vertretbar gewesen wäre. Es lässt sich also nur eine Aussage darüber machen, welche Aspekte, basierend auf den Lehrplänen, problematisch sein können, aber nicht darüber, welche tatsächlich problematisch sind oder über welches Wissen die Teilnehmenden verfügen. Aus diesem Grund kann man auch nicht sagen, inwiefern man als Außenstehender die Attribution auf physikalische oder mathematische Ursachen als zutreffend ansieht, beispielsweise ob man ein Ausscheiden nach der zweiten Runde auch mehr auf die Aufgabenschwierigkeit hinsichtlich der Physik als hinsichtlich der Mathematik zurückführen würde. Eine solche, mögliche Diskrepanz ist für die vorliegende Arbeit jedoch unerheblich, da im Mittelpunkt die Frage stand, wie die Teilnehmenden ihr Wettbewerbsergebnis attribuieren und ob dies negative Auswirkungen auf das Selbstkonzept haben kann. Dafür ist die Attribution der Teilnehmenden selbst von Interesse. Hätte sich gezeigt, dass sich bestimmte Attributionen negativ auf das Selbstkonzept auswirken, so hätte eine weiterführende Arbeit eventuelle Unterschiede in den Ursachenzuschreibungen der Teilnehmenden selbst und außenstehenden Beobachtern untersuchen und gegebenenfalls daraus resultierende Möglichkeiten der Intervention ableiten können.

### 10.3 Implikationen

Trotz der geschilderten Limitationen kann man einige Folgerungen aus den vorgestellten Ergebnissen ziehen.

### 10.3.1 Implikationen für die Begabtenförderung im Rahmen der PhysikOlympiade

Wollte man die Erkenntnis des ersten Teils plakativ zusammenfassen, könnte man sagen: In der PhysikOlympiade geht es nicht ohne Mathematik, die das Schulniveau übersteigt. Ein wesentlicher Beitrag der vorliegenden Dissertation liegt jedoch in der detaillierten Darstellung des benötigten mathematischen Wissens sowie des Vorkommens in den vier Jahren und über die Wettbewerbsrunden hinweg. Damit bietet der entstandene Katalog (Anhang A) die Möglichkeit zur bedarfsgerechten Förderung von (potentiellen) Teilnehmenden. Sollen beispielsweise ergänzend zum Wettbewerb Materialien zur Verfügung gestellt werden, mit denen sich (jüngere) Teilnehmende auf die mathematischen Anforderungen vorbereiten können, kann der erstellte Katalog bei der Entscheidung für oder gegen bestimmte Themen helfen. Ebenso können Lehrkräfte, die ihre Schülerinnen und Schüler gezielt unterstützen möchten, basierend auf dem Katalog festlegen, welche Inhalte für die einzelnen Personen hilfreich sind oder vielleicht auch nicht – wenn eine Lehrerin beispielsweise schon weiß, dass ihr Schüler ein bestimmtes Thema bereits kennt, wäre es überflüssig, wenn sie ihm Material zu genau diesem Thema bereitstellt. Dabei können sowohl Mathematik- als auch Physiklehrkräfte die Förderung physikalisch begabter Schülerinnen und Schüler maßgeblich beeinflussen. Eine Möglichkeit wäre, den Schülerinnen und Schülern Gelegenheiten zu bieten, bei denen sie das Anwenden der Mathematik in physikalischen Kontexten lernen können. Durch solche, über den Lehrplan hinausgehenden Angebote würden die Schülerinnen und Schüler neben der durch den Wettbewerb intendierten Förderung in Physik (Petersen & Wulff, 2017) auch eine Förderung in Mathematik erhalten.

Ein solches Angebot ist im Anhang C dargestellt: Selbstlernmaterial, mit dem sich Schülerinnen und Schüler die Anwendung der Taylorentwicklung in Physik aneignen können, das während meines Aufenthalts bei David Fortus am Weizmann Institute of Science entstanden ist. Die Entscheidung für das Thema Taylorentwicklung fiel auf Basis des erstellten Katalogs, da die Taylorentwicklung in den analysierten Musterlösungen jedes Jahr in den höheren Runden vorgekommen ist (siehe Abschnitt 3.2), jedoch in keinem Lehrplan zu finden war (siehe Abschnitt 4.2). Die Gliederung des Materials ist recht naheliegend: Zunächst wird an einem Beispiel aus der PhysikOlympiade die Notwendigkeit von Näherungslösungen motiviert – dabei wurde bewusst ein Beispiel aus der PhysikOlympiade gewählt, um (potentiellen) Teilnehmenden die Relevanz für den Wettbewerb zu verdeutlichen. Danach folgt ein Kapitel, das den Schülerinnen und Schülern ein Gefühl dafür vermitteln soll, was eine Näherung ist oder sein kann – Runden von Zahlen, das heißt die Bestimmung einer Näherung für einen Zahlenwert, ist zwar aus der Unterstufe bekannt (vgl. die Abschnitte 3.2 und 4.2); mit der Idee, eine Funktion zu nähern, sollen die Lernenden in diesem Kapitel vertraut gemacht werden. Da gemäß der Lehrplananalyse nicht davon ausgegangen werden kann, dass alle Teilnehmenden Ableitungen und Reihen, die zwei größeren mathematischen Voraussetzungen für die Taylorentwicklung, bereits kennen (für Details vgl. Anhang A), bieten die nächsten beiden Kapitel eine Einführung in die beiden Themen an. Dann kommt das Herzstück, das Kapitel C.5 zur Taylorentwicklung, die zunächst formal

eingeführt und dann an einem ausgearbeiteten Beispiel durchgeführt wird. Da sich das Material an Schülerinnen und Schüler wendet, die die Taylorentwicklung zuvor noch nicht oder vielleicht vom Hörensagen kannten, wurde die Nutzung ausgearbeiteter Lösungsbeispiele (worked examples) als Instruktionmethode gewählt. Diese hat sich bei Lernenden, die noch wenig erfahren in dem zu lernenden Gebiet sind, als wirksam erwiesen (zum Beispiel Atkinson, Derry, Renkl und Wortham, 2000, Crippen und Earl, 2007, Kalyuga, Chandler und Sweller, 2001). Dann folgen zwei Beispiele, bei denen zwar noch das Vorgehen beschrieben ist, die tatsächliche Durchführung jedoch den Schülerinnen und Schülern überlassen bleibt – entsprechend dem Ergebnis von Kalyuga et al. (2001), dass der Vorteil, den ausgearbeitete Lösungsbeispiele unerfahrenen Lernenden bieten, nämlich eine Reduzierung der kognitiven Belastung, mit zunehmender Erfahrung der Lernenden verschwindet. Abschließend wird nochmal das Beispiel aus der Einleitung aufgegriffen, das die Schülerinnen und Schüler mit dem nun verfügbaren Wissen lösen können sollten. Auch vorher gibt es immer wieder Aufgaben oder Fragen an die Lernenden, um diese über das bloße Lesen hinaus kognitiv zu aktivieren. Da das Thema die Anwendung der Taylorentwicklung in Physik ist, geht es in jedem Beispiel zur Taylorentwicklung nicht nur um die mathematische Vorgehensweise, sondern das Beispiel wird auch immer in einen physikalischen Kontext gestellt. Aus dem gleichen Grund wird auch nicht auf alle mathematischen Bedingungen oder Sonderfälle eingegangen. Für interessierte Schülerinnen und Schüler werden im Anhang einige dieser Aspekte nochmal aufgegriffen. Außerdem werden im Anhang die Lösungen zu den Aufgaben präsentiert, so dass die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit haben, ihre Ergebnisse zu überprüfen.

### 10.3.2 Implikationen für die Forschung

Während die Analyse der Musterlösungen und der Abgleich mit den Lehrplänen Ansatzpunkte für die gezielte mathematische Unterstützung potentieller Teilnehmerinnen und Teilnehmer der PhysikOlympiade bieten, so werden durch die Untersuchung der Attribution insbesondere Fragen aufgeworfen, die Ausgangspunkte für weiterführende Forschung in der Didaktik der Physik oder Mathematik sein können.

So stellt sich beispielsweise die Frage, inwiefern die Attributionen der Teilnehmenden der PhysikOlympiade durch organisatorische Änderungen im Wettbewerb beeinflusst werden. Eine bereits angesprochene Änderung im Wettbewerb stellt das Auswahlkriterium dar: Für die zweite Runde qualifizieren sich alle Teilnehmenden, die die erforderliche Punktzahl erreichen, wobei die benötigte Punktzahl schon zusammen mit den Aufgaben der ersten Runde bekanntgegeben wird. Für die dritte Runde hingegen qualifizieren sich die besten Teilnehmenden der zweiten Runde, dementsprechend wird der Vergleich mit anderen Teilnehmenden wichtig. Möglicherweise spielt das auch bei der Attribution auf die Aufgabencharakteristik eine Rolle: Wenn Teilnehmende die Olympiade-Aufgaben als nicht besonders schwierig empfinden, macht es ihnen das natürlich einfacher, eine vorgegebene Mindestpunktzahl zu erreichen, so dass die Aufgabenleichtigkeit als teilweise relevant für die Qualifikation für die zweite Runde eingeschätzt werden kann. Andererseits könnten sie vermuten, dass Aufgaben, die ihnen leichtgefallen sind, auch vielen anderen

Teilnehmenden leichtgefallen sind. Die Aufgabenleichtigkeit kann daher kaum für die Qualifikation zur dritten Runde relevant sein, wenn die Aufgaben für viele Teilnehmende einfach waren, aber nur wenige Teilnehmende sich für die dritte Runde qualifiziert haben. Eine weitere organisatorische Änderung stellt der Übergang von Aufgaben, die in Hausarbeit zu lösen sind, zu Klausuren dar. Während man bei Hausaufgaben recht lang Zeit hat, um beispielsweise zusätzliche Informationen einzuholen oder verschiedene Ansätze zu verfolgen, sollte man in einer Klausur seine Leistung auf den Punkt genau erbringen können. Dann könnte auch die Attribution auf den Zufall zum Tragen kommen, wenn Teilnehmende vielleicht kurz vorher eine Aufgabe bearbeitet haben, die sehr ähnlich zu einer der Klausuraufgaben ist. Eine weitere Änderung im Verlauf des Wettbewerbs, wenn auch nicht organisatorischer Natur, sind die steigenden mathematischen Anforderungen. Wie bei der Erhebung der Attribution im Physikunterricht gesehen, könnte sich dies auf die Attribution auf mathematische Ursachen auswirken. Allerdings stellt sich da zunächst die Frage, ob die Teilnehmenden der PhysikOlympiade eine zunehmende Mathematisierung in den Wettbewerbsaufgaben wahrnehmen. Denkbar wäre auch, dass die steigenden physikalischen Anforderungen immer stärker ins Bewusstsein rücken oder dass die mathematischen und die physikalischen Anforderungen in der Wahrnehmung etwa gleich zunehmen, so dass die Mathematisierung als etwa konstant empfunden wird. In diesem Zusammenhang wäre auch von Interesse, ob die Teilnehmenden benötigte Mathematik, die sie nicht aus dem Unterricht kennen, tatsächlich als problematisch sehen oder nur als Wissen, das sie sich – wie vermutlich auch einige physikalische Themen – eben außerhalb des Unterrichts aneignen müssen.

Eine weitere Frage erwächst aus dem Attributionsmuster der Teilnehmenden, die nach der ersten Runde ausgeschieden waren. Diese hatten keinen der angebotenen Gründe als relevant für ihr Ausscheiden angesehen; so kann man vermuten, dass andere als die angebotenen Gründe als relevanter angesehen werden und zukünftige Forschung könnte helfen, diese anderen Gründe zu identifizieren und ihre potentiellen Auswirkungen auf die Teilnehmenden zu untersuchen. Auch für die Attribution im Physikunterricht könnte diese Frage von Interesse sein, denn auch dort zeigte sich höchstens eine teilweise Zustimmung zu den angebotenen Gründen als Ursache für den erlebten Misserfolg. Vor dem Hintergrund der Ergebnisse von Angell et al. (2004), dass Schülerinnen und Schüler fehlende Mathematikkenntnisse nicht als Problem im Physikunterricht sehen, Lehrkräfte dagegen schon, könnte man auch der Frage nachgehen, in welchem Maß die Einschätzung der einen oder der anderen Gruppe zutreffender ist und ob man die weniger zutreffende Einschätzung so beeinflussen kann, dass sie eher zutrifft.

Das (womöglich etwas überraschende) Ergebnis, dass sich keine geschlechtsspezifischen Unterschiede in der Attribution von Teilnehmerinnen und Teilnehmern zeigten, wirft ebenfalls Fragen auf: Zeigt sich dieses Ergebnis spezifisch in der PhysikOlympiade? Wie bereits zuvor ausgeführt, hätte man Unterschiede erwarten können, so dass man vermuten kann, dass dieser Fund für die hier untersuchte Personengruppe der PhysikOlympiade-Teilnehmenden Gültigkeit hat, nicht jedoch auf Schülerinnen und Schüler allgemein übertragen werden kann. Wenn diese Vermutung stimmt, schließt sich die Frage an, ob das Nichtvorhandensein von Unterschieden eine Folge der Wettbewerbsteilnahme ist oder nur die Schülerinnen an der PhysikOlympiade teilnehmen,



die von vornherein „männlich“ attribuieren. Sollte es eine Folge der Teilnahme sein, könnte zukünftige Forschung helfen, Aspekte des Wettbewerbs zu identifizieren, die Schülerinnen dabei unterstützen, Erfolg oder Misserfolg auf eine selbstwertdienliche Art zu attribuieren. Im zweiten Fall, den ich für wahrscheinlicher halte, sollten Gründe und mögliche Gegenmaßnahmen für diesen schon vor der PhysikOlympiade stattfindenden Auswahlprozess untersucht werden. Möglicherweise spielen diese Gründe auch eine Rolle dabei, warum der Anteil an Teilnehmerinnen in der PhysikOlympiade so gering ist. Ein Argument, das gelegentlich zu hören ist, wenn es um die geringe Mädchenquote geht, ist, dass Mädchen sozialer seien als Jungen. So würden Mädchen Team-Wettbewerbe bevorzugen, beispielsweise schreiben Blankenburg et al. (2015), dass „Mädchen die individuelle Arbeit bei einem Wettbewerb signifikant negativer als Jungen“ (S. 148) bewerten, oder wegen des kompetitiven Aspekts einer Wettbewerbsteilnahme weniger geneigt sind als Jungen (Wulff, 2019). In diesem Fall sollte vielleicht das Bild von Wettbewerben überdacht werden, das vermittelt wird beziehungsweise vermittelt werden soll, da der Vergleich mit anderen keine oder nicht die einzige Motivation sein muss, um an einem Wettbewerb teilzunehmen. Persönliche anekdotische Evidenz spricht dafür, dass auch die Herausforderung, die Aufgaben zu lösen, dazu motivieren kann, an fast allen Mathematik-Wettbewerben teilzunehmen. Die Möglichkeit, zu zeigen, dass ich besser war als jemand anderes, war hingegen unerheblich.

Zurückkehrend zur PhysikOlympiade lässt sich fragen, ob man ähnliche Ergebnisse auch in anderen Domänen findet. So ist Mathematik nicht nur in Physik, sondern auch in den anderen Naturwissenschaften wichtig und man könnte sogar den MINT-Bereich komplett verlassen, wenn man beispielsweise bedenkt, dass für die Arbeit mit historischen Quellen Sprachkenntnisse benötigt werden. Domänenübergreifende Effekte, wie sie in der PhysikOlympiade gefunden wurden, könnten demnach auch in anderen Domänen auftreten und zusätzliche Einblicke liefern, wenn man in der Forschung nicht nur die eigentliche, sondern auch angrenzende Domänen in den Blick nimmt. Auch für Interventionen böten sich eventuell neue Möglichkeiten, beispielsweise wenn man eine Intervention entwickelt, die offiziell auf eine bestimmte Domäne ausgerichtet ist und implizit auch eine andere Domäne anspricht.

Bei den Limitationen wurde bereits dargelegt, warum die Ergebnisse aus der Untersuchung in der PhysikOlympiade nicht einfach auf den Physikunterricht übertragen werden können; umso interessanter wäre es zu wissen, ob sich einige der Ergebnisse im Unterricht replizieren lassen, beispielsweise hinsichtlich der Selbstwertdienlichkeit. Da Bildung auch die Stärkung des Selbstkonzepts zum Ziel hat (z. B. Höffler et al., 2017, Shavelson et al., 1976), wäre es begrüßenswert, wenn man auch im Unterricht einen positiven Einfluss von Attribution auf die Entwicklung des Selbstkonzepts feststellen kann. Durch die Förderung entsprechender Attributionsmuster könnte man gegebenenfalls sogar das Selbstkonzept über Fächergrenzen hinweg stärken, wo sich ebenfalls die Frage nach der Übertragbarkeit stellt.

## Anhang A

# Mathematische Anforderungen in der PhysikOlympiade

Die folgende Tabelle gibt die mathematischen Aspekte an, die in den analysierten Musterlösungen der PhysikOlympiade 2013 bis 2016 identifiziert wurden, sowie die Anforderungen des Stoffkatalogs der Internationalen PhysikOlympiade, die in den analysierten Musterlösungen nicht gefunden wurden (Nummern 2, 6, 35, 75, 111-117, 126-127, 141, 185-187, 196-197). Dies ist zusätzlich im Feld Anmerkungen vermerkt; anderenfalls enthält dieses Feld gegebenenfalls Anmerkungen, um die Anforderung näher zu erläutern, das Ergebnis des Abgleichs mit den vier ausgewählten Lehrplänen und die Zugehörigkeit zu einer der vier Gruppen:

1. Aspekte, die in jedem Jahr und in jeder Runde vorkommen
2. Aspekte, die in jedem Jahr, aber nicht in der ersten Runde vorkommen
3. Aspekte, die in jedem Jahr vorkommen, aber unterschiedlich über die Runden verteilt
4. Aspekte, die nicht jedes Jahr vorkommen

Nr.	Anforderung	Beispiel	Anmerkungen
<i>Fehlerrechnung (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 3.5)</i>			
1	Fehlerfortpflanzung	$r_0 \pm \Delta r$ in $f(r)$ einsetzen, um eine Abschätzung für $f_{max}, f_{min}$ zu erhalten	laut Stoffkatalog mittels einer beliebigen vernünftigen Methode; untere und obere Grenze einsetzen, um Minimal- und Maximalwert zu erhalten, ist also auch zulässig; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
2	sinnvolle Abschätzung der Messungenauigkeit	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
<i>Analyse von Messdaten (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 3.6)</i>			
3	Ausgleichsgerade zeichnen		in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
4	Parameter einer (Ausgleichs-) Geraden bestimmen		in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
5	Messwerte graphisch darstellen		in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe, auch wenn der Fokus nicht auf Messwerten liegt; Gruppe 4
6	durch geeignete Variablentransformation eine Abhängigkeit in eine lineare Form bringen	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
<i>Algebra (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.1)</i>			
7	ausmultiplizieren/ausklammern	$\frac{1}{g} + \frac{1}{g} \frac{B}{G} = \frac{1}{g} \left(1 + \frac{B}{G}\right)$	binomische Formeln sind eine separate Kategorie; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 1

8	binomische Formeln	$R^4 + r^4 - 2R^2r^2 = (R^2 - r^2)^2$	in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in den anderen beiden Lehrplänen ist nur allgemein von Termvereinfachungen die Rede; Gruppe 3
9	Lösen eines linearen Gleichungssystems	$a + b = 0 \wedge a + 2b - 3c = 1 \wedge -2a = -1 \Rightarrow (a, b, c) = (0.5, -0.5, -0.5)$	nicht notwendig per Eliminationsverfahren; lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen sind in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; lineare Gleichungssysteme in drei Variablen (wie in den analysierten Musterlösungen) sind in allen Lehrplänen erst in der Kursstufe aufgeführt; Gruppe 3
10	Lösen von quadratischen Gleichungen	$t^2 + 2\mu t - 2\mu\kappa = 0 \Rightarrow$ einzige positive Lösung: $t = -\mu + \sqrt{\mu^2 + 2\mu\kappa}$	umfasst das Lösen und Wissen über die Lösbarkeit von quadratischen Gleichungen; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
11	quadratische Ergänzung	$\gamma(\alpha V - \beta V^2) = -\beta\gamma \left(V - \frac{\alpha}{2\beta}\right)^2 + \frac{\alpha^2\gamma}{4\beta}$	in einem der Lehrpläne in der Unter-/Mittelstufe; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
12	biquadratische Gleichungen	$0 = \omega^4 - 3\omega^2 \frac{1}{LC} + \frac{1}{L^2C^2}$ hat die positiven Lösungen $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2LC}}$	in zwei der Lehrplänen in der Kursstufe; in den beiden anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
13	überprüfen, wie sinnvoll ein Ergebnis physikalisch ist	eine denkbare Konfiguration wird abgelehnt, da sie eine Zunahme der gesamten kinetischen Energie aufgrund eines Stoßes implizieren würde; Auswahl derjenigen Lösung einer quadratischen Gleichung, die besagt, dass die Raumtemperatur sich ohne Heizen der Außentemperatur annähern wird	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4

- |    |  |   |  |
|----|--|---|--|
| 14 | geometrische Reihe                                   | $t_1 t_k \sum_{i=0}^{\infty} (r_1 r_k)^i = \frac{t_1 t_k}{1 - r_1 r_k},$ $\frac{m}{M+m} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^i = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^n\right)$  | <p>auch Partialsummen;<br/>in keinem der Lehrpläne gefunden;<br/>Gruppe 4</p>  |
| 15 | vollständige Induktion                               | <p>zum Beweis von <math>t_k = \frac{t_1}{k - (k-1)t_1}</math>, wenn gilt</p> $t_{k+1} = \frac{t_1 t_k}{t_1 + t_k + t_1 t_k}, k \in \mathbb{N}$  | <p>in keinem der Lehrpläne gefunden;<br/>Gruppe 4</p>  |
| 16 | teilweises Wurzelziehen                              | $\sqrt{\frac{8h}{g}} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$  | <p>in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;<br/>Gruppe 2</p>   |
| 17 | Logarithmus-Gesetze                                  | $\ln(T_{Pb} - T_0) - \ln(T_f - T_0) = \ln \frac{T_{Pb} - T_0}{T_f - T_0}$   | <p>in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in den<br/>anderen Lehrplänen wird der Logarithmus nur zur<br/>Lösung von Exponentialgleichungen eingeführt (jeweils<br/>in Unter-/Mittelstufe);<br/>Gruppe 2</p> |
| 18 | Potenz-/Wurzel-Gesetze                               | $\sqrt{2gz} \sqrt{\frac{2(H-z)}{g}} = \sqrt{4(Hz - z^2)}$   | <p>in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;<br/>Gruppe 3</p>   |
| 19 | Brüche kürzen und erweitern                          | $\frac{3}{5}mR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} = \frac{3}{5}mv^2, \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 = \frac{5}{10}mv^2 + \frac{3}{10}mv^2$  | <p>in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;<br/>Gruppe 3</p>   |
| 20 | Addition, Subtraktion,<br>Multiplikation von Brüchen | $\frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10}$  | <p>in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;<br/>Gruppe 3</p>   |
| 21 | Division von Brüchen                                 | $\sqrt{2gh} \div \left(\frac{4}{7}R\omega\right) = \frac{7\sqrt{2gh}}{4R\omega}$  | <p>in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;<br/>Gruppe 3</p>   |
| 22 | Terme gleichsetzen                                   | <p>ein Signal, das sich gemäß <math>x_S = ct - 1.6a \cdot c</math> bewegt,<br/>erreicht eine Rakete, die sich gemäß <math>x_A = vt</math> bewegt,<br/>wenn <math>ct - 1.6a \cdot c = vt</math> gilt</p> | <p>in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;<br/>Gruppe 1</p>   |

- 23 Äquivalenzumformungen  $\frac{t'}{t} = \frac{T' - T_0}{T - T_0} \iff T' = T_0 + \frac{t'}{t}(T - T_0)$  in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;  
Gruppe 1
- 24 Quadrieren beider Seiten einer Gleichung  $\sqrt{m^2 c^4 + 2E'_{\nu_\mu} m c^2} \geq m_\mu c^2 \implies m^2 c^4 + 2E'_{\nu_\mu} m c^2 \geq m_\mu^2 c^4$  Quadrieren von Zahlen ist in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt, eine Übertragung auf Gleichungen wurde in keinem der Lehrpläne gefunden;  
Gruppe 2
- 25 beachten, dass beim Quadrieren Information über das Vorzeichen verloren geht  $C^2 = \frac{1}{|Z|^2 - R^2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right)^2$  hat zwei mathematische Lösungen für  $C$  (von denen nur eine physikalisch sinnvoll ist) Quadrieren von Zahlen ist in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; dieser Aspekt wird vermutlich thematisiert werden, auch wenn er in keinem der Lehrpläne explizit genannt ist;  
Gruppe 4
- 26 Lösen von nichtlinearen Gleichungssystemen  $R = R_0 \wedge \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \wedge R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \implies R = R_0 \wedge L = \frac{R_0}{\omega_0} \wedge C = \frac{1}{\omega_0 R_0}$  mit den Parametern  $R_0, \omega_0$ , Variablen  $R, L, C$  in keinem der Lehrpläne gefunden;  
Gruppe 4
- 27 Terme ineinander einsetzen  $T = \frac{2\pi m_e}{eB}, \frac{L}{v} = nT = n \frac{2\pi m_e}{eB}$  Umgang mit Termen ist in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; da Modellieren eine der allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist, die die Schülerinnen und Schüler erwerben sollen, wird dieser Aspekt wahrscheinlich thematisiert, auch wenn er in keinem der Lehrpläne explizit genannt wird;  
Gruppe 1
- 28 Wurzelziehen als Umkehrung der Potenz  $\omega^2 = \frac{4gy_i}{R^2} \implies \omega = \pm \frac{2}{R} \sqrt{gy_i}$  in einem Lehrplan werden nur Quadratwurzeln genannt; in einem Lehrplan sind Gleichungen vom Grad  $n$  in der Kursstufe aufgeführt; in den anderen beiden Lehrplänen sind  $n$ -te Wurzeln bzw. Potenzrechnung mit rationalen Exponenten in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt;  
Gruppe 3

29	Nullsetzen eines Terms	da die Entropie während eines bestimmten Prozesses konstant bleibt, gilt $\frac{Q_K}{T_K} + \frac{Q_H}{T_H} = 0$	basiert normalerweise auf physikalischen Überlegungen; Umgang mit Termen ist in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; da Modellieren eine der allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist, die die Schülerinnen und Schüler erwerben sollen, wird dieser Aspekt wahrscheinlich thematisiert, auch wenn er in keinem der Lehrpläne explizit genannt wird; Gruppe 3
30	Terme als gleich erkennen	sind in zwei Situationen die Modellparameter $\kappa_1, \kappa_2$ gleich, dann sind $\exp(-\kappa_i \Delta t), i = 1, 2$ , gleich	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
31	Terme vergleichen	$F_2 = \frac{6Q\eta R}{h^2}(1 - \cos \vartheta)$ unterscheidet sich um den Faktor $\frac{2R}{h}$ von $F_1 = \frac{12Q\eta R^2}{h^3}(1 - \cos \vartheta)$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 3
32	Dreiecksungleichung	$ \vec{p}_e + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\nu ^2 \geq ( \vec{p}_e + \vec{p}_\nu  -  \vec{p}_\nu )^2$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
33	Nullteilerfreiheit von $\mathbb{R}$	$0 = \frac{\sigma_H}{\sigma_K} \left(1 + \frac{\sigma_H}{2\sigma_K} - \frac{T_A}{T_K}\right) \implies \frac{\sigma_H}{\sigma_K} = 0 \vee 1 + \frac{\sigma_H}{2\sigma_K} - \frac{T_A}{T_K} = 0$	Anwendung, keine explizite Nennung dieser Tatsache; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
34	Division von Gleichungen	$Pt_{on} = \alpha(T - T_0)t, Pt'_{on} = \alpha(T' - T_0)t$ , teilt man die Gleichungen durcheinander, erhält man $\frac{t'_{on}}{t_{on}} = \frac{T' - T_0}{T - T_0}$	steht explizit so in der Musterlösung, auch wenn man das Ergebnis auch auf andere Weise erhalten kann; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
35	arithmetische Reihe	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
<i>Funktionen (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.2)</i>			
36	spezielle Werte der (arc)cos-Funktion	$\cos(30^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 2

37	spezielle Werte der sin-Funktion	$\sin(45^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
38	Verhalten von $\cos(x)$ für $x \rightarrow 0$	$2hR \cos(\alpha) \approx 2hR$ für kleines $\alpha$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
39	Wertebereich der sin-Funktion	$\frac{I}{8} \sin^2(2\alpha)$ wird maximal $\frac{I}{8}$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
40	Wertebereich der cos-Funktion	die Energie $E = E_0(1 - \cos\theta)$ beträgt minimal $E_{min} = 0$ und maximal $E_{max} = 2E_0$ ; $\cos \alpha = 1 \pm \sqrt{0.5}$ hat nur eine reelle Lösung für das negative Vorzeichen	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
41	gegebenen Funktionsgraphen als Graph einer sin-Funktion erkennen		in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
42	$\tan = \sin / \cos$	$\mu = \frac{mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha} = \tan \alpha$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
43	Verhalten der tan-Funktion	$\frac{1}{1 - 2\mu \tan \alpha} > 1$ für kleines $\alpha$ (da $\mu > 0$ )	in zwei Lehrplänen wird der Tangens explizit als Funktion eingeführt; in den anderen beiden Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
44	Verlauf der sin-/cos-Funktion	$\sin \beta = k$ ( $0 < k < 1$ ) hat in $[0^\circ, 180^\circ]$ zwei Lösungen für $\beta$ , eine kleiner als $90^\circ$ und eine größer	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 2
45	Rechenregeln für sin und cos	$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$ für $0 \leq \beta \leq 90^\circ$ , $\sin \varphi = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}$	in keinem der Lehrpläne explizit enthalten, sin und cos sind in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; Gruppe 2



- |    |  |   |  |
|----|--|---|--|
| 46 | arccos als Umkehrung der cos-Funktion                    | $\cos \alpha = 1 - \sqrt{0.5} \implies \alpha \approx 73^\circ;$<br>$\frac{1}{3} = \cos \frac{\phi}{3} \implies \frac{\phi}{3} = \arccos \frac{1}{3}$   | um einfache Gleichungen der Form $\cos \alpha = k$ zu lösen, ohne dass arccos explizit genannt werden muss; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4                                     |
| 47 | arcsin als Umkehrung der sin-Funktion                    | $\sin \varphi = \frac{\lambda_L}{\lambda} \implies \varphi = \arcsin \frac{\lambda_L}{\lambda} \approx 2, 0^\circ$  | um einfache Gleichungen der Form $\sin \alpha = k$ zu lösen, ohne dass arcsin explizit genannt werden muss; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4                                     |
| 48 | arctan bzw. $\tan^{-1}$ als Umkehrung der tan-Funktion   | $\tan \theta \geq \frac{\alpha-1}{2\sqrt{\alpha}} \implies \theta \geq \arctan \left( \frac{1-\alpha}{2\sqrt{\alpha}} \right) \quad (0 < \alpha < 1)$   | um einfache Gleichungen der Form $\tan \alpha = k$ oder Ungleichungen zu lösen, ohne dass arctan oder $\tan^{-1}$ explizit genannt werden muss; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4 |
| 49 | Prinzip der (Un-)Abhängigkeit                            | $\eta R u''(x) = p'(\vartheta) \rightarrow$ : da die linke Seite nur von $x$ , die rechte nur von $\vartheta$ abhängt, kann die Gleichung nur dann für alle $x, \vartheta$ gelten, wenn beide Terme konstant sind | implizit in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 3   |
| 50 | Differenz zweier Funktionen                              | der Abstand zwischen zwei Oberflächen mit $y_1(x) = y_{1i} + \gamma(x^2 - a)$ und $y_2(x) = y_{2i} + \gamma(x^2 - a)$ ist konstant  | in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4   |
| 51 | qualitatives Verhalten einer Funktion                    | $f \propto \sqrt{1/m} \implies f$ nimmt ab, wenn $m$ zunimmt; eine umgedrehte Parabel nimmt ihren maximalen Wert am Scheitelpunkt ein; $r = R - d \cdot \kappa \implies r$ nimmt linear mit $d$ ab                | in einem Lehrplan sind besondere Eigenschaften von Funktionen in der Kursstufe aufgeführt; die anderen Lehrpläne beschränken sich auf bestimmte Funktionstypen; Gruppe 2                   |
| 52 | qualitatives Verhalten einer Funktion anhand des Graphen | wie in einer Abbildung zu sehen ist, verläuft die Funktion in der Nähe des Ursprungs etwa linear  | in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4   |

53	Funktionsterm und graphische Darstellung linearer Funktionen	eine Gerade in einem Diagramm lässt sich durch einen linearen Term beschreiben	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
54	Verhalten einer linearen Funktion	wenn $h = a + d \cdot b$ für größeres $d$ kleiner werden soll, muss $b$ negativ sein	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
55	Verhalten der e-Funktion	$\exp(-x) \in (0, 1)$ für $x > 0$	in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in den anderen Lehrplänen in der Kursstufe; Gruppe 4
56	Verhalten der ln-Funktion	$\ln a \geq \ln b \iff a \geq b$	in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe für den Leistungskurs; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
57	qualitativer Verlauf von $1/x$	$1/x$ wird unendlich groß für $x=0$	in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe; in den beiden anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
58	Definitionslücken und Verhalten einer Funktion in der Umgebung einer Definitionslücke	$\frac{1}{1-2\mu \tan \alpha}$ divergiert für $\mu \tan \alpha \rightarrow \frac{1}{2}$	in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe; in den anderen beiden Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
59	Wurzelfunktion	$\sqrt{x} = 0 \iff x = 0$ ; $\sqrt{a^2 - b^2}$ , $a = konst.$ , $b > 0$ , wird maximal, wenn $b$ den minimalen Wert annimmt	in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4

60	abschnittsweise definierte Funktion	$h(d) = \begin{cases} \sqrt{R^2 - d^2} & \text{for } 0 \leq d \leq Rt \\ \frac{R-dt}{\sqrt{1-t^2}} & \text{for } Rt < d \leq \frac{R}{t} \end{cases}$	in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; in den anderen beiden Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
61	einfache Eigenschaften von Funktionen	Bedeutung der Steigung $m$ einer linearen Funktion: Bewegung um $\Delta x$ in $x$ -Richtung bedeutet Bewegung um $m \cdot \Delta x$ in $y$ -Richtung	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
62	Symmetrie bei quadratischen Funktionen	da ein geworfenes Objekt sich auf einer Parabelbahn bewegt, ist die Flugbahn symmetrisch	in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in den beiden anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
63	Extremstellen/-werte berechnen	$M(x) = -\kappa x \left(1 - \frac{x}{H}\right)^2$ wird in $(0, H)$ extremal bei $x = \frac{H}{3}$	in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in den anderen Lehrplänen in der Kursstufe; Gruppe 4
64	Funktionsterm einer quadratischen Funktion aufstellen	das näherungsweise quadratische elektrische Feld ist gegeben durch $E(x) = \left(\frac{x}{h}\right)^2 \cdot E_{max}$	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
65	Potenzrechnung als Umkehrung des log	$\frac{n-1}{20} \leq \log_{10} k \implies k \geq 10^{\frac{n-1}{20}}$	zu einer von $e$ verschiedenen Basis; in drei Lehrplänen ist log als Lösung der Exponentialgleichung in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt (nicht umgekehrt); im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4

66 Lösen einer ln-Gleichung

$$\ln \frac{r(\phi)}{r_0} = \frac{\pi/2(1 - \cos \phi) - \phi^2/2}{n - 1}$$

$$\implies r(\phi) = r_0 \exp\left(\frac{\pi(1 - \cos \phi) - \phi^2}{2(n - 1)}\right)$$

nur zur Basis  $e$ ;  
in keinem der Lehrpläne gefunden;  
Gruppe 4

67 Lösen einer  
Exponentialgleichung

$$U = U_{max} e^{-\frac{t}{\tau}} \implies \tau = \frac{t}{\ln \frac{U_{max}}{U}}$$

in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in zwei  
Lehrplänen in der Kursstufe;  
Gruppe 4

68 Funktionsgraph skizzieren

in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;  
Gruppe 4

69 Parameterplot skizzieren

in einem Lehrplan gibt es in Klasse zehn drei  
Wahlpflichtthemen (darunter Kurven in  
Parameterdarstellung), von denen eines zu behandeln  
ist; in keinem der Lehrpläne als verpflichtend zu finden;  
Gruppe 4

70 Proportionalität

Masse eines Körpers ist proportional zu seinem  
Volumen und daher proportional zur dritten Potenz  
einer charakteristischen Länge:  $m \propto l^3$

in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe;  
Gruppe 3

71 inverse Proportionalität

Steigung  $\frac{nR}{V}$  ist umgekehrt proportional zu  $V$

in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im  
vierten Lehrplan nicht gefunden;  
Gruppe 4

72 Koordinatentransformation:  
lineare Transformation des  
Arguments

$$v'(p) \rightarrow v'(p - p_i)$$

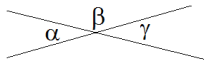
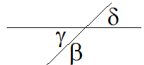
in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in einem  
Lehrplan in der Kursstufe; in den anderen Lehrplänen  
nicht gefunden;  
Gruppe 4

73	Koordinatentransformation: nichtlineare Transformation des Arguments	$v(x) \rightarrow v(1/x)$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
74	Koordinatentransformation: Transformation des Funktionswerts	$V(r) \rightarrow V(r) \cdot \frac{C}{r^2}$	Multiplikation des Funktionswerts mit einem nichtkonstanten Faktor; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
75	Lösen von invers-trigonometrischen Gleichungen	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden

---

*Geometrie (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.3)*

---

76	Winkel an einer Geraden	 $\alpha + \beta = 180^\circ$ $\alpha = \gamma$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
77	Scheitelwinkel		in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
78	Winkel an Parallelen	 $\beta = \gamma,$ $\alpha = \delta,$ $\alpha = \gamma, \beta = \delta$	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 3
79	Strahlensatz		in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; laut einem Lehrplan ist in der Unter-/Mittelstufe entweder der Strahlensatz oder die zentrische Streckung zu behandeln; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4

80	ähnliche Dreiecke		in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
81	kongruente Dreiecke		in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
82	Symmetrie beim gleichschenkligen Dreieck	die Basiswinkel sind gleich groß	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
83	Innenwinkelsumme im Dreieck	$\angle BAC + \angle CBA + \angle ACB = 180^\circ$ für jedes Dreieck $ABC$ in der Ebene	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 3
84	Satz des Pythagoras	$a^2 + b^2 = c^2$ für jedes rechtwinklige Dreieck mit Hypotenuse $c$ und Katheten $a, b$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
85	Flächeninhalt eines Dreiecks	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}V_0 \cdot \frac{3}{2}p_0$ als Flächeninhalt eines Dreiecks mit Seitenlänge $\frac{1}{3}V_0$ und entsprechender Höhe $\frac{3}{2}p_0$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
86	Flächeninhalt eines Rechtecks	$A = D(R+x)\Delta\vartheta$ als Flächeninhalt eines Rechtecks mit Seitenlängen $D$ und $(R+x)\Delta\vartheta$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
87	Flächeninhalt eines Kreises	$A = \frac{\pi}{4}D^2$ als Querschnittsfläche einer Kugel mit Durchmesser $D$ ; $A = \pi r^2$ als Flächeninhalt eines Kreises mit Radius $r$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 3
88	Oberflächeninhalt einer Kugel	$A = \pi D^2$ als Oberflächeninhalt einer Kugel mit Durchmesser $D$ ; $A = 4\pi r^2$ als Oberflächeninhalt einer Kugel mit Radius $r$	in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in den beiden anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4

89	Oberflächeninhalt eines Zylinders	$S = 2\pi r\Delta z$ als Mantelflächeninhalt eines Zylinders mit Höhe $\Delta z$ und Radius $r$	auch Mantelfläche eines Zylinders; in den analysierten Musterlösungen ist jeder Zylinder ein senkrechter Kreiszylinder; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
90	Volumen einer Kugel	$V = \frac{\pi}{6}D^3$ für eine Kugel mit Durchmesser $D$ ; $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ für eine Kugel mit Radius $r$	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 3
91	Volumen eines Zylinders	$V = \frac{\pi}{4}D^2d$ für einen Zylinder mit Durchmesser $D$ und Höhe $d$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 2
92	Volumen eines Prismas	$V = \Delta A\Delta x$ für einen Quader mit Grundfläche $\Delta A$ und Höhe $\Delta x$ ; $V = DR\Delta\vartheta x$ für einen Quader mit Seitenlängen $D$ , $R\Delta\vartheta$ , $x$	einschließlich Quader als spezielle Prismen; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
93	sin, cos, tan im rechtwinkligen Dreieck	$\sin \angle BAC = \frac{ BC }{ AC }$ für ein Dreieck mit rechtem Winkel bei $B$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 3
94	Cosinussatz	$r_1 = \sqrt{h_1^2 + R^2 + 2h_1R\cos\alpha}$ in einem Dreieck mit Seitenlängen $r_1$ , $h_1$ , $R$ und dem von $h_1$ und $R$ eingeschlossenen Winkel $\alpha$	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
95	Sinussatz	$\frac{\sin\beta_1}{r_2} = \frac{\sin\beta_2}{r_1}$ in einem Dreieck mit zwei Seiten der Längen $r_1$ und $r_2$ und gegenüberliegenden Winkeln $\beta_2$ und $\beta_1$	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
96	Seitenhalbierende, Schwerpunkt eines Dreiecks	der Schwerpunkt eines Dreiecks kann durch Schneiden der Seitenhalbierenden ermittelt werden	in einem Lehrplan möglicherweise im Rahmen der besonderen Linien im Dreieck in der Unter-/Mittelstufe abgedeckt; in keinem der Lehrpläne explizit gefunden; Gruppe 4

97	Teilungsverhältnis der Seitenhalbierenden durch den Schwerpunkt	jede Seitenhalbierende wird durch den Schwerpunkt im Verhältnis 1:2 geteilt	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
98	Grundlagen Kreis und Dreieck	die Länge des Durchmessers eines Kreises ist die zweifache Länge des Radius; ein Dreieck, von dem zwei Punkte auf einem Kreis liegen und der dritte Punkt der Kreismittelpunkt ist, ist gleichschenkelig	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 3
99	Höhe im Dreieck	$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ für ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge $a$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
100	Umfang eines Kreises	$l = 2\pi r$ für einen Kreis mit Radius $r$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
101	Länge eines Kreisbogens	$L = 2\alpha R$ als Länge eines Kreisbogens mit Radius $r$ und Mittelpunktswinkel $2\alpha$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
102	Raumwinkel	der Raumwinkel, der durch einen Kegel mit Öffnungswinkel $2\beta$ gegeben ist, ist $\Omega = 2\pi(1 - \cos \beta)$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
103	Eigenschaften eines regelmäßigen Sechsecks	die Seitenlänge entspricht dem Abstand vom Mittelpunkt zu jeder Ecke	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
104	Parallelverschiebung	Vektoren so verschieben, dass sie den gleichen Ausgangspunkt haben	in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; laut einem Lehrplan unterrichtet, falls Abbildungsgeometrie (statt Kongruenzgeometrie) behandelt wird; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
105	Zeichnen einer Orthogonalen	Konstruktion einer Senkrechten zu einer gegebenen Gerade durch einen gegebenen Punkt	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4



106	Zeichnen einer Parallelen	Konstruktion einer Parallelen zu einer gegebenen Gerade durch einen gegebenen Punkt	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
107	Achsen Spiegelung	einen gegebenen Punkt an einer gegebenen Gerade spiegeln	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan unterrichtet, falls Abbildungsgeometrie (statt Kongruenzgeometrie) behandelt wird; Gruppe 4
108	Konstruktion des Kreismittelpunkts	Konstruktion des Kreismittelpunkts mit drei gegebenen Punkten auf dem Kreis	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 4
109	geometrische Näherung	für $R \gg x$ gilt $R + x \approx R$ ; in einem Dreieck mit einem rechten und einem sehr kleinen Winkel ist der dritte Winkel fast ein rechter	für das weitere Vorgehen ein Objekt wählen, das fast die gleiche Größe wie das richtige Objekt hat (basierend auf geometrischen Überlegungen); in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
110	geometrische Abschätzung	die Länge einer Kathete in einem rechtwinkligen Dreieck stellt eine untere Grenze für die Länge der Hypotenuse dar	basierend auf geometrischen Überlegungen untere oder obere Grenzen für Objekte nutzen; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
111	Umfangs- und Mittelpunktswinkel	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
112	Flächeninhalt eines Trapezes	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
113	Flächeninhalt einer Ellipse	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden

114	Oberflächeninhalt eines Kegels	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
115	Volumen eines Kegels	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
116	Satz des Thales	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
117	Eigenschaften von Kegelschnitten einschließlich Kreise, Ellipsen, Parabeln und Hyperbeln	—	bezogen auf Kreise: siehe die entsprechenden Aspekte 87, 98, 100, 101, 108; bezogen auf andere Kegelschnitte wurde nichts in den analysierten Musterlösungen gefunden

---

*Vektoren (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.4)*

---

118	Summe und skalare Vielfache von Vektoren	$\vec{r} = \vec{v}\tau + 2R \sin\left(\frac{\omega\tau}{3}\right) \vec{e}$ ; $ma_y = -F_R \cos\varphi + F_{G,y}$	Vektoraddition und skalare Multiplikation, sowohl in Vektorform als auch für einzelne Komponenten; in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; Gruppe 4
119	Skalarprodukt, Betrag eines Vektors	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ; $\vec{p}_e \cdot \vec{p}_\nu = p_e p_\nu \cos\phi$ ; $-\vec{\mu} \cdot \vec{E} = \mu \cdot E$ für antiparallele Vektoren $\vec{\mu}$ , $\vec{E}$ ; $\vec{S} \cdot \vec{e}_L = 0$ für $\vec{S} \perp \vec{e}_L$ ; $\frac{\vec{a}}{a}$ ist der Einheitsvektor in Richtung $\vec{a}$	Berechnung des Skalarprodukts zweier Vektoren; Kenntnis der Eigenschaften des Skalarprodukts für (anti-)parallele und orthogonale Vektoren; Einheitsvektor berechnen können; in den Beispielen bezeichnet die Größe mit Pfeil den Vektor, die Größe ohne Pfeil den Betrag; in drei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden; Gruppe 3
120	Skalarprodukt zur Projektion auf eine Richtung	die Kraft entlang des Tunnels ist $F = \vec{e}_l \cdot \vec{F}_{total}$ , wenn $\vec{e}_l$ ein Einheitsvektor in Richtung des Tunnels ist	in einem Lehrplan in der Kursstufe; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4

- 121 Kreuzprodukt  $(e\vec{v} \times \vec{B})_x = e(v_y B_z - v_z B_y);$   
 $d\tau = |\vec{F}(h) \times \vec{h}| = F(h)h \sin \alpha;$  das Kreuzprodukt zweier Vektoren, die jeweils nur einen von Null verschiedenen Eintrag haben, verschwindet, wenn es in beiden Vektoren die gleiche Komponente ist
- Berechnung des Kreuzprodukts zweier Vektoren  $\vec{a}, \vec{b};$   
 Berechnung des Betrags mittels  $a \cdot b \cdot \sin \phi$  mit eingeschlossenem Winkel  $\phi;$  wissen, dass der resultierende Vektor zu  $\vec{a}$  und zu  $\vec{b}$  senkrecht ist;  
 in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; in den beiden anderen Lehrplänen nicht gefunden;  
 Gruppe 2
- 122 doppeltes Kreuzprodukt  $m(\vec{\omega} \times \vec{r}) \times \vec{\omega} = m(\vec{r}\omega^2 - \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}))$
- in keinem der Lehrpläne gefunden;  
 Gruppe 4
- 123 Darstellung eines linearen Gleichungssystems als Matrix-Vektorprodukt  $v'_x = \alpha v_x + \beta w \wedge v'_y = -v_y \wedge w' = \gamma v_x - \alpha w$  kann geschrieben werden als
- erkennen, dass ein lineares Gleichungssystem als Matrix-Vektorprodukt geschrieben werden kann, und Komponenten der Matrix identifizieren;  
 in keinem der Lehrpläne gefunden;  
 Gruppe 4
- $$\begin{pmatrix} v'_x \\ v'_y \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \beta \\ 0 & -1 & 0 \\ \gamma & 0 & -\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ w \end{pmatrix}$$
- 124 Matrix-Vektor-Multiplikation  $\begin{pmatrix} \frac{3}{7} & 0 & \frac{4}{7} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{10}{7} & 0 & -\frac{3}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2gh} \\ R\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{7}R\omega \\ \sqrt{2gh} \\ -\frac{3}{7}R\omega \end{pmatrix}$
- in zwei Lehrplänen in der Kursstufe, davon einmal jedoch (je nach Schwerpunktsetzung) eventuell nur für  $2 \times 2$ -Matrizen; in den beiden anderen Lehrplänen nicht gefunden;  
 Gruppe 4
- 125 Komponentendarstellung von Vektoren sowohl der horizontale als auch der vertikale Anteil der Kräfte müssen sich ausgleichen;  
 $F_x = ev_y B_z, F_y = -ev_x B_z;$  die magnetische Induktion hat eine radiale und eine azimuthale Komponente; die Geschwindigkeit kann in einen radialen und einen tangentialen Anteil zerlegt werden
- nicht nur kartesische Koordinaten;  
 in keinem der Lehrpläne gefunden;  
 Gruppe 4

126	Spatprodukt	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
127	geometrische Interpretation der Zeitableitung einer Vektorgröße	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
<i>Komplexe Zahlen (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.5)</i>			
128	Addition und Subtraktion von komplexen Zahlen	$iR^2\omega L + \frac{RL}{C} - \frac{iR^2}{\omega C} + \frac{RL}{C} = 2\frac{RL}{C} + iR^2(\omega L - \frac{1}{\omega C})$	in einem Lehrplan gibt es in Klasse zehn drei Wahlpflichtthemen (darunter komplexe Zahlen), von denen eines zu behandeln ist; in keinem der Lehrpläne als verpflichtend zu finden; Gruppe 4
129	Multiplikation von komplexen Zahlen	$i\omega L \cdot i\omega C = -\omega^2 LC$	insbesondere wissen, dass $i^2 = -1$ ; Multiplikationen von komplexen Zahlen, um den Betrag einer komplexen Zahl zu berechnen oder um den Nenner eines Bruches reell zu machen, fallen im Rahmen dieser Analyse nicht in diese Kategorie; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
130	Brüche mit komplexem Nenner erweitern	$\frac{Ri\omega L}{R+i\omega L} = \frac{Ri\omega L(R-i\omega L)}{(R+i\omega L)(R-i\omega L)} = \frac{iR^2\omega L + R\omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$	um den Nenner reell zu machen; die dabei benötigte Multiplikation einer komplexen Zahl mit der konjugiert komplexen Zahl wird im Rahmen dieser Analyse nicht als separate Multiplikation gezählt; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
131	Zerlegung in Real- und Imaginärteil	Vergleich von Real- und Imaginärteil in $R + i\omega L = \frac{iR_p^2\omega L_P + R_p\omega^2 L^2}{R_p^2 + \omega^2 L_p^2}$ liefert zwei Gleichungen	in einem Lehrplan gibt es in Klasse zehn drei Wahlpflichtthemen (darunter komplexe Zahlen), von denen eines zu behandeln ist; in keinem der Lehrpläne als verpflichtend zu finden; Gruppe 4

132	Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen komplexer Zahlen	$e^{i\Delta\varphi} + e^{-i\Delta\varphi} = 2 \cos \Delta\varphi$	in einem Lehrplan gibt es in Klasse zehn drei Wahlpflichtthemen (darunter komplexe Zahlen), von denen eines zu behandeln ist; in keinem der Lehrpläne als verpflichtend gefunden; Gruppe 4
133	komplexe Lösungen quadratischer Gleichungen und ihre physikalische Interpretation	nur die Lösung mit positivem Vorzeichen ist physikalische sinnvoll	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
134	komplexe Zahlen	die Gesamtimpedanz ist $Z = \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{i\omega C_2 + \frac{1}{i\omega L + R}}$	nur den Term mit komplexen Zahlen hinschreiben und (erstmal) nichts weiter damit machen; in einem Lehrplan gibt es in Klasse zehn drei Wahlpflichtthemen (darunter komplexe Zahlen), von denen eines zu behandeln ist; in keinem der Lehrpläne als verpflichtend zu finden; Gruppe 4
135	Betrag einer komplexen Zahl	$ Z  = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2};$ $ 1 + Te^{i\phi}  = (1 + Te^{i\phi})(1 + Te^{-i\phi})$	in einem Lehrplan gibt es in Klasse zehn drei Wahlpflichtthemen (darunter komplexe Zahlen), von denen eines zu behandeln ist; in keinem der Lehrpläne als verpflichtend zu finden; Gruppe 4

---

*Statistik (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.6)*

---

136	Wahrscheinlichkeit als Anzahl günstiger zu Anzahl aller Möglichkeiten	der Anteil der nach der Zeit $T$ noch verfügbaren Körner ist durch die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „ein Korn ist nicht während der Zeit $T$ ummagnetisiert worden“ gegeben	beide Richtungen: Anteil mittels der Wahrscheinlichkeit und Wahrscheinlichkeit über den Anteil berechnen; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
137	Mittelwert	$(-4 + 214 + 152 - 51 - 82)/5 = 45.8$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4

138	Wahrscheinlichkeit: Pfadregeln	wenn die Wahrscheinlichkeit, dass ein Myon während der Zeit $\tau$ nicht zerfällt, $p$ beträgt, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass es während der Zeit $n\tau$ nicht zerfällt, $p^n$	in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4
139	Erwartungswert: $E[X] = \sum_{k=1}^{\infty} P(X \geq k)$ für eine nichtnegative ganzzahlige Zufallsvariable $X$	wenn ein Myon mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ zumindest $k$ Fusionen katalysiert, ist die mittlere Zahl der von einem Myon katalysierten Fusionen $N = \sum_{k=0}^{\infty} (1 - p)^k$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
140	Gegenwahrscheinlichkeit	ist $W$ die Wahrscheinlichkeit für die Ummagnetisierung eines Korns, dann ist $1 - W$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Korn nicht ummagnetisiert wird	in keinem der Lehrpläne explizit gefunden, das Gegenereignis ist in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; Gruppe 4
141	Standardabweichung und Standardfehler des Mittelwerts	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
<i>Differential- und Integralrechnung (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.7)</i>			
142	Ableitung von Polynomen	$\frac{d}{dV}(\alpha V - \beta V^2) = \alpha - 2\beta V$	in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; im vierten Lehrplan in der Kursstufe; Gruppe 2
143	Ableitung von Termen mit rationalen Exponenten	$\frac{d}{dp} \left( p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right) = \frac{\kappa-1}{\kappa} p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}-1}$ ; $\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2}$ ; $\frac{d}{dV} \left( V^{-\frac{2}{3}} \right) = -\frac{2}{3} V^{-\frac{5}{3}}$	negative und positive Exponenten; Polynome fallen nicht in diese Kategorie; in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht eindeutig, ob Ableitungen von Termen mit Exponenten, die weder natürliche Zahlen, noch $-1$ sind, vorkommen; Gruppe 2

- 144 Ableitung der e-Funktion  $\frac{d}{dt} \left( e^{-\frac{R_L}{L}t} \right) = -\frac{R_L}{L} e^{-\frac{R_L}{L}t}$  in allen Lehrplänen in der Kursstufe;  
Gruppe 4
- 145 Ableitung von sin / cos  $\frac{d}{dt} \left( -\cos \left( \frac{Bq}{m}t \right) \right) = \frac{Bq}{m} \sin \left( \frac{Bq}{m}t \right);$   
 $\frac{d}{dt} \left( \sin \left( \frac{Bq}{m}t \right) \right) = \frac{Bq}{m} \cos \left( \frac{Bq}{m}t \right)$  in allen Lehrplänen in der Kursstufe;  
Gruppe 4
- 146 Linearität der Ableitung  $\frac{d(p-p_i)}{dp} = \frac{dp}{dp} - \frac{dp_i}{dp}; \frac{d}{dt} \left( 1 - 2e^{-\frac{R_L}{L}t} + e^{-2\frac{R_L}{L}t} \right) =$   
 $\frac{d}{dt} 1 - 2\frac{d}{dt} e^{-\frac{R_L}{L}t} + \frac{d}{dt} e^{-2\frac{R_L}{L}t}$  in drei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in einem  
Lehrplan in der Kursstufe;  
Gruppe 2
- 147 Ableitung: Produktregel  $\frac{d}{dt} (m(t)v(t)) = \frac{dm(t)}{dt} \cdot v(t) + m(t) \cdot \frac{dv(t)}{dt}$  in allen Lehrplänen in der Kursstufe;  
Gruppe 4
- 148 Ableitung: Kettenregel  $\frac{d}{dt} \left( \sin \left( \frac{Bq}{m}t \right) \right) = \frac{Bq}{m} \cos \left( \frac{Bq}{m}t \right); \frac{dI^2(t)}{dt} = 2I(t) \frac{dI(t)}{dt};$   
 $\frac{dT(p(z))}{dz} = \frac{dT}{dp} \frac{dp}{dz}$  in allen Lehrplänen in der Kursstufe;  
Gruppe 2
- 149 Integration als Umkehrung der  
Differentiation  $\frac{dp}{dt} = -\mu g m(t) \rightarrow p(t) = p_0 - \mu g \int_0^t dt' m(t')$  Berechnung einer Größe  $f(x)$  mittels der gegebenen  
Ableitung  $\frac{df}{dx} = g(x)$  durch Integration:  
 $f(b) - f(a) = \int_a^b g(x) dx;$   
in allen Lehrplänen in der Kursstufe;  
Gruppe 2
- 150 bestimmtes Integral von 1/x  $\int_{T_1}^{T_{End}} \frac{dT}{T} = [\ln T]_{T_1}^{T_{End}} = \ln(T_{End}) - \ln(T_1)$  in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; in einem Lehrplan  
in der Kursstufe im Leistungskurs; im vierten Lehrplan  
nicht explizit gefunden;  
Gruppe 2
- 151 bestimmte Integrale von  
Polynomen  $\int_0^r dr' r' = \frac{1}{2} r^2;$   
 $\int_{\frac{2}{3}V_0}^{\frac{5}{3}V_0} dV \left( 10 - 4\frac{V}{V_0} \right) = \left[ 10V - 2\frac{V^2}{V_0} \right]_{\frac{2}{3}V_0}^{\frac{5}{3}V_0}$  in allen Lehrplänen in der Kursstufe;  
Gruppe 2

- |     |  |   |   |
|-----|--|---|---|
| 152 | bestimmte Integrale von Termen mit rationalen Exponenten | $\int_{l-x}^l dy y^{-\frac{1}{2}} = \left[ 2y^{\frac{1}{2}} \right]_{l-x}^l$  | negative und positive Exponenten; nur der Term $1/x$ sowie Polynome fallen nicht in diese Kategorie; in drei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht explizit gefunden, dieser beschränkt sich auf „einfache Fälle“;<br>Gruppe 4 |
| 153 | bestimmtes Integral von $\sin / \cos$                    | $\int_0^\phi \sin \phi' d\phi' = [-\cos \phi']_0^\phi$  | in drei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht explizit gefunden, dieser beschränkt sich auf „einfache Fälle“;<br>Gruppe 4  |
| 154 | unbestimmte Integrale                                    | $\frac{d}{d\vartheta} p(\vartheta) = K \rightarrow p(\vartheta) = K\vartheta + C$ ; nach zweimaliger Integration von $\frac{d^2}{dx^2} u(x) = \frac{K}{\eta R}$ erhält man $u(x) = \frac{K}{2\eta R} x^2 + C_1 x + C_2$ | für einfache Fälle laut IPhO Stoffkatalog; in allen Lehrplänen in der Kursstufe;<br>Gruppe 2  |
| 155 | Linearität des Integrals                                 | $\int_0^t \frac{E}{B} \left( \cos \left( \frac{Bq}{m} t \right) - 1 \right) dt = \frac{E}{B} \int_0^t \cos \left( \frac{Bq}{m} t' \right) dt' - \int_0^t \frac{E}{B} dt'$   | in allen Lehrplänen in der Kursstufe;<br>Gruppe 2   |
| 156 | Integration durch lineare Substitution                   | $\int_0^x ds \frac{1}{\sqrt{l-s}} = \int_l^{l-x} dy \frac{-1}{\sqrt{y}}$ ; $\int_{T_1}^T d\vartheta C(\vartheta - t_0) = \int_{T_1-T_0}^{T-T_0} dx Cx = \frac{C}{2} ((T - T_0)^2 - (T_1 - T_0)^2)$                      | in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe im Leistungskurs; im vierten Lehrplan nicht gefunden;<br>Gruppe 4   |
| 157 | geometrische Interpretation von Ableitung und Integral   | eine positive Ableitung entspricht einer Zunahme der Größe; $\frac{dm}{dt}$ ist die Änderungsrate von $m$ mit $t$ ; $\frac{dy}{dx}$ gibt die Steigung des Funktionsgraphen an   | in den analysierten Musterlösungen nicht für Integrale, nur für Ableitungen gefunden;<br>in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden;<br>Gruppe 4                      |



- 158 Bestimmung der Integrationskonstanten  $\phi'(\phi) = k_1 \sin \phi + k_2$ , mit  $\phi'(0) = 0 \wedge \phi'(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$  erhält man  $k_2 = 0, k_1 = \frac{\pi}{2}$  aus Anfangs-/Randbedingungen; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
- 159 Differentiale  $dV = 4\pi r^2 dr$  für eine Kugel mit Radius  $r$ ;  
 $dq = 4\pi r^2 \sigma(r) dr$  in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 3
- 160 Summe von Differentialen  $dS = C \frac{dT_1}{T_1} + C \frac{dT_2}{T_2} \implies \Delta S = C \int_{T_A}^{T_E} \frac{dT_1}{T_1} + C \int_{T_B}^{T_E} \frac{dT_2}{T_2}$  in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
- 161 Ableitung:  $f \cdot f' = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dx} (f^2)$   $\frac{b(a-bz)}{R} I(t) \cdot \dot{I}(t) = \frac{b(a-bz)}{2R} \frac{d}{dt} I^2(t)$  in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
- 162 Ableitung:  $\frac{\dot{x}}{x} = \frac{d}{dt} (\ln(x))$   $\frac{d^2}{dt^2} y = \frac{e\mu_0 I}{2\pi m} \frac{\dot{x}}{x} = \frac{e\mu_0 I}{2\pi m} \frac{d}{dt} (\ln(x))$  erlaubt die direkte Integration für  $\frac{d}{dt} y$  der Punkt steht für die Ableitung nach  $t$ ;  
in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
- 163 Integral:  
Kumulationsgrundvorstellung Volumen eines Fluids in einem rotierenden Zylinder ist gegeben durch  $\int_0^R dx 2\pi x y(x)$ , wenn  $y(x)$  die Höhe des Fluids im Abstand  $x$  von der Rotationsachse ist Aufsummieren unendlich kleiner Beiträge;  
in allen Lehrplänen in der Kursstufe; Gruppe 2
- 164 Übergang von  $f(z) \frac{dz}{dx} = g(x)$  zur Integralgleichung  $\int_{z(a)}^{z(b)} f(z) dz = \int_a^b g(x) dx$   $\frac{dT}{T dz} = c \rightarrow \int_{T(z_0)}^{T(z_1)} \frac{dT}{T} = \int_{z_0}^{z_1} c \cdot dz; \frac{dr(\phi)}{r(\phi) d\phi} = \frac{\pi/2 \sin(\phi) - \phi}{n-1} \rightarrow \int_{r(0)}^{r(\phi_0)} \frac{dr}{r} = \frac{\pi}{2(n-1)} \int_0^{\phi_0} \sin(\phi) - \phi d\phi$  im Gegensatz zur Kategorie „Integration als Umkehrung der Differentiation“ taucht die abhängige Variable  $z$  hier nicht nur als Ableitung auf; auch wenn in der ersten Gleichung die Schreibweise  $\Delta x$  verwendet wird;  
in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 2
- 165 formale Schreibweise des Integrals es gilt der Zusammenhang  $V(p) = \int_r^\infty dr' v_p(r')$  in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4

166	Integrationsvariable erkennen	um $-\frac{\dot{m}}{m} = \frac{\dot{y}}{y}$ ( $\dot{x}$ bezeichnet die Ableitung von $x$ nach $t$ ) zu lösen, integriere über $t$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
167	Integration durch Substitution	$\int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos \theta = -\int_0^{\pi/2} \cos \theta d \cos \theta = \frac{1}{2}$	nichtlinear; in einem Lehrplan ist Substitution für einfache Fälle in der Kursstufe aufgeführt; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
168	partielle Integration	$\int_0^{\vartheta_m} d\vartheta (\vartheta_m - \vartheta) \cos \vartheta = [(\vartheta_m - \vartheta) \sin \vartheta]_0^{\vartheta_m} + \int_0^{\vartheta_m} d\vartheta \sin \vartheta$	in einem Lehrplan in der Kursstufe; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
169	Kurvenintegral	$\oint_{\text{circle}} ds F_w$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
170	Differentiation als Umkehrung der Integration	wegen $V(p) = \int_r^\infty dr' v_p(r')$ folgt durch Differentiation $\frac{dV}{dp} = v_p(r) \frac{dr}{dp}$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
171	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	die Zeit $T$ , die ein Signal braucht, um die Position $x$ zu erreichen, ist gegeben durch $T = \int_0^T dt$	weder $T$ noch $dt$ waren vorher gegeben, sondern beides musste gleichzeitig eingeführt werden (einschließlich des Zusammenhangs); in allen Lehrplänen in der Kursstufe; Gruppe 4

- 172 Lösen einer Differentialgleichung  $U = R_L I(t) + L \dot{I}(t)$  hat für  $I(0) = 0$  die Lösung  
 $I(t) = \frac{U}{R_L} \left(1 - e^{-\frac{R_L}{L}t}\right)$ ;  $\dot{N}_5(t) = -\frac{N_5(t)}{\tau_5} + \frac{N_4}{\tau_4}$  führt auf  
 $N_5(t) = \tau_5 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_5}}\right) \frac{N_4}{\tau_4}$  nicht die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators;  $\dot{x}$  bezeichnet die Ableitung von  $x$  nach  $t$ ; in einem Lehrplan sind Differentialgleichungen für einige Arten von Wachstum in der Kursstufe aufgeführt; in einem Lehrplan gibt es in der Kursstufe sechs Wahlpflichtthemen (darunter Differentialgleichungen), von denen zwei zu behandeln sind; in den anderen beiden Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
- 173 Differentialgleichung: harmonischer Oszillator  $-m\kappa x = m\ddot{x} \rightarrow$  harmonische Schwingung mit halber Schwingungsdauer  $\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\kappa}}$ ;  $-\eta\Delta d = m \frac{d^2}{dt^2}(\Delta d)$  ist die Gleichung eines harmonischen Oszillators mit Kreisfrequenz  $\sqrt{\frac{\eta}{m}}$  erkennen, dass es sich um die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators handelt, und die bekannte Lösung oder Formel für die Schwingungsdauer nutzen; in einem Lehrplan gibt es in der Kursstufe sechs Wahlpflichtthemen (darunter Differentialgleichungen, darunter die DGL des harmonischen Oszillators im Leistungskurs), von denen zwei zu behandeln sind; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
- 174 Differentialgleichung: harmonischer Oszillator - ohne explizite Benennung  $\ddot{x} = -\frac{B^2 q^2}{m^2} x$  hat die Lösung  $\dot{x} = A \sin\left(\frac{Bq}{m}t + \phi\right)$  mit Konstanten  $A, \phi$  Angabe der Lösung oder der Frequenz, ohne explizit auf den harmonischen Oszillator zu verweisen oder anzugeben, wie die Differentialgleichung gelöst wurde; in einem Lehrplan gibt es in der Kursstufe sechs Wahlpflichtthemen (darunter Differentialgleichungen, darunter die DGL des harmonischen Oszillators im Leistungskurs), von denen zwei zu behandeln sind; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
- 175 uneigentliches Integral  $\int_0^\infty e^{-\alpha t} dt = \frac{1}{\alpha}$  in einem Lehrplan in der Kursstufe; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4

- 176 Integral in Kugelkoordinaten  $\int_0^r r' dr' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{dl} dz r'^2 \frac{m}{V} = \frac{1}{2} \pi \frac{m}{V} r^4 dl;$   
 $\int_0^R dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta r^2 \sin \theta \rho \frac{Gm}{r^2} \cos \theta = \pi \rho m GR$  in keinem der Lehrpläne gefunden;  
 Gruppe 4
- 177 grafische Bestimmung der Ableitung einer Funktion Näherungswert für die Ableitung an einem Punkt bestimmen oder den Graphen der Ableitung skizzieren; in einem Lehrplan in der Unter-/Mittelstufe; in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden;  
 Gruppe 4
- 178 Verhalten eines Ausdrucks, wenn die Variable gegen Null geht - anschauliche Vorstellung reicht  $\frac{1-x}{a} \rightarrow \frac{1}{a}$  für  $x \rightarrow 0$  in drei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan nicht gefunden;  
 Gruppe 4
- 179 Verhalten eines Ausdrucks, wenn die Variable gegen Null geht - formal  $\left( \frac{\sin(Nn\pi+x)}{\sin(2\pi n+x)} \right)^2 (1+T^2+2T \cos(2\pi n+x)) \rightarrow (1+T)^2$  für  $x \rightarrow 0$  mit  $N, n \in \mathbb{N}$  in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe für „einfache Fälle“; im vierten Lehrplan nicht gefunden;  
 Gruppe 4
- 180 Verhalten eines Ausdrucks, wenn die Variable gegen Null geht - nicht auf den ersten Blick erkennbar, aber auch keine formale Grenzwertbildung  $\frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{i\omega C_2 + \frac{1}{i\omega L + R}} \rightarrow \frac{1}{i\omega C_1}$  für  $\omega \rightarrow 0$  in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; in einem Lehrplan in der Kursstufe für „einfache Fälle“; im vierten Lehrplan nicht gefunden;  
 Gruppe 4
- 181 Verhalten eines Ausdrucks, wenn die Variable gegen Unendlich geht - anschauliche Vorstellung reicht  $1 - \left( \frac{M-m}{M+m} \right)^n$  wird für zunehmendes  $n$  beliebig klein, wird aber nie Null in allen Lehrplänen in der Kursstufe;  
 Gruppe 4

182	Verhalten eines Ausdrucks, wenn die Variable gegen Unendlich geht - bestimmbar auf Basis von physikalischen Überlegungen	bei hohen Frequenzen verhält sich die Schaltung wie zwei in Reihe geschaltete Kondensatoren, daher gilt für die Stromstärke $I \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 2\pi U_{eff} \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2} f$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
183	Verhalten eines Ausdrucks, wenn die Variable gegen Unendlich geht - formal	$2\pi \frac{m+M}{3m+M} \xrightarrow{m \rightarrow \infty} \frac{2}{3}\pi$	in drei Lehrplänen in der Kursstufe; im vierten Lehrplan in der Kursstufe für „einfache Fälle“; Gruppe 4
184	Bestimmung, wogegen $x$ gehen muss, damit $f(x)$ gegen $f_0$ geht	damit $1 + \frac{3}{10x^2}$ sehr groß wird, muss $x$ gegen Null gehen	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
185	Integrale durch Substitution dimensionslos machen	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
186	Ableitung: Quotientenregel	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht explizit in den Musterlösungen gefunden; wegen $\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) \cdot g(x)^{-1}$ und da in den Lehrplänen die Quotientenregel nicht vorkommt, wurde diese Ableitung immer als Kombination von Ketten- und Produktregel gewertet
187	Konzept des Gradientenvektors	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden; im Stoffkatalog wird explizit darauf hingewiesen, dass formale partielle Ableitungen nicht benötigt werden

---

*Näherungen und numerische Methoden (s. IPhO Stoffkatalog, Abs. 4.8)*

---

188	Taylorentwicklung - Ergebnis, das man möglicherweise in der Schule so lernt	$\sin(\alpha) \approx \alpha$ für kleine Werte von $\alpha$	Näherung, die aus dem Physikunterricht bekannt sein könnte (nur die Näherung selbst, nicht die Herleitung); in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
-----	---	---	--

- |     |  |  |  |
|-----|--|--|--|
| 189 | Taylorentwicklung - eine, die man in der Schule vermutlich nicht lernt | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \approx 1 + \frac{x^2}{3}; 1 - x \approx e^{-x}$ für kleine Werte von $x$  | auch umgekehrt: $1 - x$ durch $e^{-x}$ nähern;<br>in keinem der Lehrpläne gefunden;<br>Gruppe 2  |
| 190 | nur Terme bis zu einer bestimmten Ordnung berücksichtigen              | $f \propto (1 + \beta)^2 f_0 \approx (1 + 2\beta) f_0$ , wenn man $\beta^2$ vernachlässigt   | ohne dass eine Taylorentwicklung nötig wäre;<br>in keinem der Lehrpläne gefunden;<br>Gruppe 4  |
| 191 | numerische Integration   |  | zum Beispiel mit der Trapezregel oder durch Aufsummieren von Rechtecken;<br>in zwei Lehrplänen in der Kursstufe; in einem Lehrplan gibt es in der Kursstufe sechs Wahlpflichtthemen (darunter numerische Integration), von denen zwei zu behandeln sind; im vierten Lehrplan nicht gefunden;<br>Gruppe 4 |
| 192 | physikalische Näherungen   | Lichtstrahlen von einer weit entfernten Quelle als parallel betrachten; eine Schwingung als harmonisch ansehen   | in keinem der Lehrpläne gefunden;<br>Gruppe 3  |
| 193 | mathematisch-physikalische Näherungen                                  | die (eigentlich exponentiell abnehmende) Menge einer radioaktiven Substanz während der Beobachtungszeit als konstant annehmen, da die Beobachtungszeit sehr viel kleiner als die Halbwertszeit ist   | in keinem der Lehrpläne gefunden;<br>Gruppe 2  |
| 194 | numerische Näherung  | $\frac{1}{2 \cdot 0.33} \approx \frac{3}{2}$   | in keinem der Lehrpläne gefunden;<br>Gruppe 4  |
| 195 | Abschätzungen  | $F \cdot \frac{h}{2R} \ll F$ für $h \ll R$ ; $\sqrt{m^2 c^4 + p^2} + E \geq mc^2$ ; für $0 < \kappa < 1$ gilt $\frac{m+m_L}{\kappa m+m_L} < \frac{1}{\kappa}$ ; ein Telefonbuch mit $7 \cdot 10^9$ Einträgen zu je 50 Zeichen würde etwa $4 \cdot 10^{11}$ Zeichen enthalten | auch Abschätzungen von Größenordnungen;<br>in keinem der Lehrpläne gefunden;<br>Gruppe 2   |

196	Störungsrechnung	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt, aber nicht in den analysierten Musterlösungen gefunden
197	Gleichungen näherungsweise numerisch lösen	—	explizit im Stoffkatalog aufgeführt; in den analysierten Musterlösungen wurden keine Algorithmen gefunden, um eine Gleichung näherungsweise zu lösen; Werte runden stellt eine eigene Kategorie dar
<i>Andere</i>			
198	physikalische Interpretation von Rechenergebnissen	wegen $\omega < 0$ dreht sich der Ball entgegen dem Uhrzeigersinn; die Lösung $z_2 = 0.8$ einer quadratischen Gleichung entspricht der schon bekannten Situation, die neue ist daher $z_1 = 0.2$ ; $\frac{P_V}{P} = \frac{P_R}{U^2} \implies$ wegen $P = konst.$ muss $U$ groß sein, damit $P_V$ klein wird	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 3
199	physikalische Situation mathematisch beschreiben	Geschwindigkeit kehrt sich um: $v' = -v$ ; Masse eines Wagens ändert sich mit der Zeit: $m(t) = m_0 + b \cdot t$ ; Lichtquelle ist weit weg, daher sind die Lichtstrahlen parallel	durch Nutzung mathematischer Ausdrücke oder Einführen eines Terms; in einem Lehrplan explizit in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 3
200	Skizze anfertigen		um eine Situation graphisch darzustellen; einschließlich Bezeichnung der wesentlichen Objekte in der Skizze; in einem Lehrplan explizit in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 3
201	Koordinaten einführen	wähle das Koordinatensystem so, dass das elektrische Feld in $x$ -Richtung, das magnetische Feld in $z$ -Richtung und das Teilchen zum Zeitpunkt 0 im Ursprung platziert ist; wähle eine Koordinate $x$ mit $0 \leq x \leq H$ entlang des Schornsteins	in einem Lehrplan explizit in der Kursstufe aufgeführt; in den anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4

- 202 Bezeichnungen einführen die Impedanz  $Z$  ist gegeben durch; indiziere die Elemente in der Reihe mit  $i = 0, 1, \dots$ ; es sei  $n$  der Brechungsindex der Flüssigkeit;  $v := v_0 + \frac{\Delta v_{wind}}{3}$  explizite Angabe, welche Variable wofür benutzt wird, oder Einführung einer Bezeichnung durch eine Zuweisung oder durch Bezeichnung in einer Skizze; nicht, wenn eine Variable einfach so auf einmal benutzt wird (selbst wenn es aus einer Physik-Sicht eindeutig sein mag, was diese Variable bezeichnet) oder wenn die Bezeichnung aus der Aufgabenstellung oder einem vorherigen Teil der Lösung übernommen wurde; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 1
- 203 Auswahl einer geeigneten mathematischen Vorgehensweise/Formel für die weitere Lösung Umformen der Gleichung  $\alpha \tan \theta = \frac{\tan \beta - \tan \theta}{1 + \tan \beta \tan \theta}$  führt auf eine quadratische Gleichung, die für  $\tan \beta$  gelöst werden kann; Skizze durch eine Gerade ergänzen, die die Schwerpunktskoordinate angibt, um den Wert zu finden, der eine gewisse Bedingung erfüllt; Zeichnen einer Parallelen in einer bestimmten Entfernung, um die eigentlich interessierende Situation zu visualisieren in zwei Lehrplänen sind Problemlösetechniken in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; in den anderen beiden Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
- 204 0 addieren und geschickt zerlegen 
$$p_{i,0} \frac{V_{i,0}}{V_{i,0} - V} = p_{i,0} \frac{V_{i,0} + V - V}{V_{i,0} - V} = p_{i,0} \left( 1 + \frac{V}{V_{i,0} - V} \right);$$
$$\frac{U_1 C_1 - U_2 C_2}{U_C} = \frac{U_1 C_1 + U_C C_1 - U_2 C_2 + U_C C_2 - U_C C_1 - U_C C_2}{U_C} = \frac{(U_1 + U_C) C_1 + (U_C - U_2) C_2 - U_C (C_1 + C_2)}{U_C}$$
 0 in der Form  $a - a$  addieren und den Term weiter umformen; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
- 205 Umgang mit Einheiten 1 min = 60 s;  $180^\circ = \pi \text{rad}$ ; für die Fläche  $A$  des Ereignishorizonts als Funktion der Masse  $M$ , der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und der Gravitationskonstanten  $G$  muss gelten  $[A] = \text{m}^2 \stackrel{!}{=} \text{m}^{\alpha+3\beta} \text{s}^{-\alpha-2\beta} \text{kg}^{-\beta+\delta} = [c^\alpha][G^\beta][M^\delta]$  einschließlich Grad und Bogenmaß als Alternativen, Winkelgrößen anzugeben (diese beiden Einheiten sind explizit im Stoffkatalog, Abs. 4.3, genannt); einschließlich Dimensionsanalyse; nicht einfaches „Buchstabenrechnen“ wie  $1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^2$ ; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe, wenn auch beschränkt auf alltägliche Einheiten; Gruppe 1



- 206 berechnete Koeffizienten in eine Formel einsetzen  $\alpha = -4, \beta = 2, \delta = 2 \implies A = \frac{G^2 M^2}{c^4}$  in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
- 207 Koeffizientenvergleich  $p(V) = p_B + \frac{p_A - p_B}{V_A - V_B}(V - V_B) = \alpha - \beta V \implies \alpha = p_B - \frac{p_A - p_B}{V_A - V_B} V_B, \beta = \frac{p_B - p_A}{V_A - V_B};$   
 $a(x) \propto x^{n-1}$  und  $a(x) \propto x^{3-2n} \implies n - 1 = 3n - 2$  auch Vergleich anderer Parameter in Formeln, beispielsweise Exponenten; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 2
- 208 Formel anwenden zur Bestimmung numerischer Werte  $p_A = 0.5 \text{ atm}, V_A = 7.0 \text{ dm}^3, p_B = 2.0 \text{ atm}, V_B = 2.0 \text{ dm}^3 \implies \frac{p_B - p_A}{V_A - V_B} = 0.3 \text{ atm/dm}^3; \Delta F_1 / F = 0.034, \Delta F_2 / F = 0.033 \implies \Delta F_1 + \Delta F_2 = 0.067 F$  numerische Werte in eine Formel einsetzen; auch wenn einige Größen als Parameter im Ausdruck stehen bleiben; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 1
- 209 numerischen Wert berechnen ohne explizite Formel das Signal könnte um das 0.2-fache der Periode phasenverschoben sein und unter einem Winkel von  $8.2^\circ$  zur Geradeausrichtung einfallen; ein bewegter Körper verliert bei jedem Stoß ein Fünftel seines ursprünglichen Impulses und bewegt sich daher nach dem fünften Stoß nicht mehr in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
- 210 runden  $\frac{1}{0.4} \sqrt{\frac{9.81 \text{ ms}^{-2}}{0.2 \text{ s}}} = 17.5089 \dots \text{ s}^{-1} \approx 18 \text{ s}^{-1}$  numerische Werte runden; in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 1
- 211 Betrag einer reellen Zahl  $\left| \frac{-2\mu m v_0 \cos \alpha}{m v_0 \cos \alpha} \right| = 2\mu$  da  $\mu > 0$  in zwei Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; in den beiden anderen Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 4
- 212 Anteile in Prozent angeben der hydrostatische Druck entspricht etwa 1.2% des Überdrucks an der Einlassstelle; der Anteil der im Tunnel zerfallenden Kaonen ist  $1 - e^{-\frac{smc}{E\tau}} \approx 12.4\%$  in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 4

213	aus einer Abbildung numerische Werte ablesen	Bestimmung des Abstands zwischen zwei Positionen, wenn die Teilchenbahn und eine Längeneinheit gegeben ist; auf einem Foto eines Lineals mit Lichtern im Hintergrund den Durchmesser der Lichtkreise bestimmen	Diagramme mit gegebenen Achsen fallen nicht in diese Kategorie, aber beispielsweise Fotos oder Darstellungen von Bewegungen; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 3
214	Ablezen von Wertepaaren aus einem Diagramm		sowohl Wertepaare, die frei gewählt werden können (zum Beispiel um die Steigung einer linearen Funktion zu berechnen) oder Wertepaare, die bestimmte Bedingungen erfüllen (beispielsweise das Maximum); in allen Lehrplänen in der Unter-/Mittelstufe; Gruppe 3
215	gegebene Abbildung erweitern	an einen Funktionsgraphen eine Tangente zeichnen; Kraftpfeile eintragen; in eine Flüssigkeit ein Volumenelement einzeichnen	auch Diagramme erweitern; in zwei Lehrplänen sind Problemlösetechniken in der Unter-/Mittelstufe aufgeführt; in den anderen beiden Lehrplänen nicht gefunden; Gruppe 3
216	physikalische Folgerungen aus einer Abbildung	wenn ein Auto auf einer Überlagerung von vier Aufnahmen nur zweimal zu sehen ist, muss es auf mehreren Aufnahmen an derselben Stelle gewesen sein	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
217	Lorentztransformation	$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} x_a(t) \right); E' = \gamma(E - \beta pc \cos \theta)$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
218	Auslöschung	bei der Verwendung von Differenzen von Größen, die sich kaum unterscheiden, führen kleine Fehler in den Eingangsdaten zu großen Fehlern im Ergebnis	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4

219	Rekursion	der Widerstand einer Schaltung mit $n$ Gliedern ist der gleiche wie der einer entsprechenden Schaltung mit $n - 1$ Gliedern, also $R_n = R_1$ ; $c_A(n) + c_B(n) = c_A(n - 1) + c_B(n - 1) = c_A(0) + c_B(0)$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
220	Schreibweise: Summenzeichen $\sum$	$\sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{M-m}{M+m}\right)$ schreiben statt $1 + \frac{M-m}{M+m} + \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2 + \dots + \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^{n-1}$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
221	Schreibweise: Produktzeichen $\prod$	$\prod_{i=1}^4 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}}\right)$ schreiben statt $\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_4}}\right)$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
222	mathematische Intuition	in $R \frac{2\frac{L}{C} + iR(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R^2 + \frac{L}{C} + iR(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$ verschwindet die Abhängigkeit von $\omega$ , wenn $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
223	konzeptuelle Aufgabe	Ladungen können positiv oder negativ sein und sich daher ausgleichen, Massen nicht	nur physikalische Konzepte nötig, keine Mathematik; in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4
224	iteratives Raten	wähle einen Wert für $t_0$ , berechne damit den Wert für $t_2$ und für $v(t_0)$ , überprüfe, ob $t_0, t_2, v(t_0)$ einer bestimmten Bedingung genügen: falls ja, dann ist $v(t_0)$ die gesuchte Geschwindigkeit, anderenfalls wähle einen anderen Wert für $t_0$	in keinem der Lehrpläne gefunden; Gruppe 4

---

# Anhang B

## Attributions-Fragebögen

Mit den folgenden Items wurde die Attribution der Teilnehmenden der PhysikOlympiade erfasst. Diejenigen Teilnehmenden, die sich für die nächste Runde qualifiziert hatten, erhielten die in Tabelle B.1 präsentierte Erfolgsversion; diejenigen Teilnehmenden, die sich nicht für die nächste Runde qualifiziert hatten, erhielten die in Tabelle B.2 gezeigte Misserfolgsversion. Die Zahlen geben jeweils die Reihenfolge der Items im Fragebogen an. Für jedes Item war der Grad der Zustimmung anzugeben, wobei auf einer fünfstufigen Skala die Abstufungen „stimmt gar nicht“, „stimmt wenig“, „stimmt teils-teils“, „stimmt ziemlich“, „stimmt völlig“ vorgegeben waren.

### B.1 Erfolgsversion

Skala	Ich bin in diese Runde gekommen, weil ...
Mathematik, Anstrengung	... ich mich beim Üben von schwierigen mathematischen Verfahren nicht entmutigen ließ. (22)
	... ich mich besonders gut auf die Mathematik-Anforderungen in der PhysikOlympiade vorbereitet habe. (16)
	... ich mich bei den mathematischen Überlegungen in den Aufgaben der PhysikOlympiade besonders angestrengt habe. (23)
	... ich mir selbst bei besonders anspruchsvollen mathematischen Herausforderungen in der PhysikOlympiade sehr viel Mühe gegeben habe. (14)
Mathematik, Fähigkeit	... ich Mathematik generell besonders gut kann. (17)
	... ich mathematisches Wissen in der Regel sehr schnell lerne. (7)
	... ich generell ein Talent für Mathematik habe. (25)
	... ich oft Aufgaben (auch außerhalb der PhysikOlympiade), für deren Bearbeitung man Mathematik braucht, gut lösen kann. (9)

Skala	Ich bin in diese Runde gekommen, weil ...
Mathematik, Aufgaben- charakteristik	<p>...die Aufgaben der PhysikOlympiade fast nur mathematische Inhalte benötigten, die ich gut beherrsche. (3)</p> <p>...die in den Aufgaben der PhysikOlympiade benötigte Mathematik ziemlich leicht war. (18)</p> <p>...die Mathematik in den Aufgaben der PhysikOlympiade für mich sehr leicht zu bearbeiten war. (20)</p> <p>...in den Aufgaben der PhysikOlympiade keine schwierigen mathematischen Überlegungen vorgekommen sind. (26)</p>
Physik, Anstrengung	<p>...ich mich beim Üben von schwierigen Physikaufgaben nicht entmutigen ließ. (1)</p> <p>...ich mich besonders gut auf die Physik-Anforderungen in der PhysikOlympiade vorbereitet habe. (5)</p> <p>...ich mich bei den physikalischen Überlegungen in den Aufgaben der PhysikOlympiade besonders angestrengt habe. (27)</p> <p>...ich mir selbst bei besonders anspruchsvollen physikalischen Herausforderungen in der PhysikOlympiade besonders viel Mühe gegeben habe. (28)</p>
Physik, Fähigkeit	<p>...ich Physik generell besonders gut kann. (12)</p> <p>...ich physikalisches Wissen in der Regel sehr schnell lerne. (4)</p> <p>...ich generell ein Talent für Physik habe. (19)</p> <p>...ich oft Physikaufgaben (auch außerhalb der PhysikOlympiade) gut lösen kann. (6)</p>
Physik, Aufgaben- charakteristik	<p>...die Aufgaben der PhysikOlympiade fast nur physikalische Inhalte benötigten, die ich gut beherrsche. (8)</p> <p>...die in den Aufgaben der PhysikOlympiade benötigte Physik ziemlich leicht war. (10)</p> <p>...die Physik in den Aufgaben der PhysikOlympiade für mich sehr leicht zu bearbeiten war. (15)</p> <p>...in den Aufgaben der PhysikOlympiade keine schwierigen physikalischen Überlegungen vorgekommen sind. (24)</p>
Zufall	<p>...es zufällig gut gelaufen ist. (2)</p> <p>...ich Glück hatte und auf die richtigen Lösungen gekommen bin. (11)</p> <p>...ich zufällig einen guten Tag hatte. (13)</p> <p>...ich einfach Glück hatte. (21)</p>

## B.2 Misserfolgsversion

Skala	Ich bin nicht in die nächste Runde gekommen, weil ...
Mathematik, Anstrengung	<p>... ich beim Üben von schwierigen mathematischen Verfahren schnell aufgegeben habe. (22)</p> <p>... ich mich schlecht auf die Mathematik-Anforderungen in der PhysikOlympiade vorbereitet habe. (16)</p> <p>... ich mich bei den mathematischen Überlegungen in den Aufgaben der PhysikOlympiade nicht so sehr angestrengt habe. (23)</p> <p>... ich mir bei mathematischen Herausforderungen in der PhysikOlympiade nicht so viel Mühe gegeben habe. (14)</p>
Mathematik, Fähigkeit	<p>... ich Mathematik generell nicht besonders gut kann. (17)</p> <p>... es mir allgemein schwerfällt, mathematisches Wissen zu lernen. (7)</p> <p>... ich grundsätzlich zu wenig Talent für Mathematik habe. (25)</p> <p>... ich selten eine Aufgabe (auch außerhalb der PhysikOlympiade), für deren Bearbeitung man Mathematik braucht, gut lösen kann. (9)</p>
Mathematik, Aufgaben- charakteristik	<p>... die Aufgaben der PhysikOlympiade fast keine mathematischen Inhalte benötigten, die ich beherrsche. (3)</p> <p>... die in den Aufgaben der PhysikOlympiade benötigte Mathematik ziemlich schwierig war. (18)</p> <p>... die Mathematik in den Aufgaben der PhysikOlympiade für mich sehr schwierig zu bearbeiten war. (20)</p> <p>... in den Aufgaben der PhysikOlympiade viele schwierige mathematische Überlegungen vorgekommen sind. (26)</p>
Physik, Anstrengung	<p>... ich beim Üben von schwierigen Physikaufgaben schnell aufgegeben habe. (1)</p> <p>... ich mich schlecht auf die Physik-Anforderungen in der PhysikOlympiade vorbereitet habe. (5)</p> <p>... ich mich bei den physikalischen Überlegungen in den Aufgaben der PhysikOlympiade nicht so sehr angestrengt habe. (27)</p> <p>... ich mir bei physikalischen Herausforderungen in der PhysikOlympiade nicht so viel Mühe gegeben habe. (28)</p>
Physik, Fähigkeit	<p>... ich Physik generell nicht besonders gut kann. (12)</p> <p>... es mir allgemein schwerfällt, physikalisches Wissen zu lernen. (4)</p> <p>... ich grundsätzlich zu wenig Talent für Physik habe. (19)</p> <p>... ich selten eine Physikaufgabe (auch außerhalb der PhysikOlympiade) gut lösen kann. (6)</p>

Skala	Ich bin nicht in die nächste Runde gekommen, weil ...
Physik, Aufgaben- charakteristik	... die Aufgaben der PhysikOlympiade fast keine physikalischen Inhalte benötigten, die ich beherrsche. (8)
	... die in den Aufgaben der PhysikOlympiade benötigte Physik ziemlich schwierig war. (10)
	... die Physik in den Aufgaben der PhysikOlympiade für mich sehr schwierig zu bearbeiten war. (15)
	... in den Aufgaben der PhysikOlympiade viele schwierige physikalische Überlegungen vorgekommen sind. (24)
Zufall	... es zufällig schlecht gelaufen ist. (2)
	... ich Pech hatte und nicht auf die richtigen Lösungen gekommen bin. (11)
	... ich zufällig einen schlechten Tag hatte. (13)
	... ich einfach Pech hatte. (21)

## Anhang C

# Selbstlernmaterial

Während meines Aufenthalts am Weizmann Institute of Science, Rehovot, Israel, entstand das im Folgenden dargestellte Material zur Taylorentwicklung in Physik. Genauere Überlegungen zum inhaltlichen Aufbau sowie zur Instruktionsmethode sind in Abschnitt 10.3.1 dargestellt. Das Material soll Teilnehmenden der PhysikOlympiade die Möglichkeit geben, sich eigenständig mit der Anwendung der Taylorentwicklung auseinander zu setzen. Die Taylorentwicklung wurde als einer der Aspekte identifiziert, der für die Teilnehmenden ein mathematisches Problem darstellen kann, da sie in jedem der untersuchten Jahre 2013 bis 2016 in den höheren Runden der PhysikOlympiade vorkam (siehe Abschnitt 3.2), jedoch in keinem der analysierten Lehrpläne zu finden war (siehe Abschnitt 4.2). Nach einer kurzen Einleitung wird der Nutzen von Näherungen motiviert, bevor Ableitungen und Reihen thematisiert werden. Je nach Voraussetzungen der Teilnehmenden können sie diese Teile ganz oder teilweise überspringen, zur Wiederholung oder zum Erarbeiten dieser mathematischen Grundlagen nutzen. Dann kommt die Hauptsache: die Taylorentwicklung, die ein- und an einem Beispiel durchgeführt wird. Danach folgen weitere Beispiele, die zunächst noch die einzelnen Lösungsschritte, dann nur noch die Aufgabenstellung vorgeben. Lösungen im Anhang bieten die Möglichkeit, zu überprüfen, ob das selbst erzielte Ergebnis richtig ist, oder um abzugleichen, bei welchen Zwischenschritten es möglicherweise Probleme gab. Der Fokus liegt bei diesem Material auf der Anwendung in physikalischen Kontexten, daher wird nicht auf alle mathematischen Bedingungen oder Sonderfälle eingegangen - einige Aspekte werden im Anhang noch einmal aufgegriffen.



# Taylorentwicklung in Physik

Für anspruchsvollere Physikaufgaben als man sie aus der Schule kennt, kann die sogenannte Taylorentwicklung nötig sein. Da diese nicht Teil des Mathematikunterrichts ist, bieten wir dir die folgende Einführung an. Diese Einführung zielt nicht darauf ab, jedes mathematische Detail der Taylorentwicklung zu behandeln, sondern fokussiert auf die Anwendung der Taylorentwicklung in Physik (was nicht ganz ohne Mathematik möglich ist). Gelegentlich *wird dir eine Frage oder Aufgabe gestellt* – erkennbar an der Formatierung. Wir empfehlen dir, dich mit diesen Aufgaben zu beschäftigen, denn „es ist noch kein Meister vom Himmel gefallen“ oder, wie Taylor es ausdrückte: „For it is Practice alone, that makes a Man perfect in any thing“ (New principles of linear perspective: or the art of designing on a plane the representations of all sorts of objects, in a more general and simple method than has been done before, 1719).

## C.1 Einleitung

Eine Aufgabe in einer vergangenen PhysikOlympiade ging von den Saturnringen aus: Gemäß einer Theorie entstanden diese Ringe, als sich ein Mond Saturn so sehr näherte, dass er durch Gezeitenkräfte auseinandergerissen wurde. Um die Frage zu beantworten, wie weit sich ein Mond Saturn nähern kann, bevor der Mond (Radius  $r$ , Masse  $m$ , nur durch Gravitation zusammengehalten) durch die Gezeitenkräfte zerrissen wird, kann man einen kleinen Mondbrocken der Masse  $u$  betrachten, der auf der Saturn zugewandten Mondoberfläche liegt:



Abbildung C.1: Skizze der Situation, nicht maßstabsgetreu.

Die Idee ist klar: Die Gezeitenkraft<sup>1</sup> (in Richtung Saturn), die der Mondbrocken erfährt, ist gegeben durch

$$F_t = G \frac{Mu}{(d-r)^2} - G \frac{Mu}{d^2}$$

( $M$  - Masse von Saturn,  $d$  - Entfernung zwischen den Mittelpunkten von Saturn und dem Mond,  $G$  - Gravitationskonstante). Die Anziehungskraft, die der Mond auf den Mondbrocken ausübt, ist

$$F_G = G \frac{mu}{r^2}.$$

Um die Entfernung  $d$  zu bestimmen, bei der der Mondbrocken gerade noch auf der Mondoberfläche liegenbleibt, setzt man einfach Gezeiten- und Anziehungskraft gleich:  $F_G = F_t$  und löst nach  $d$  auf. „Einfach“? Wirklich?

*Probiere es gern einmal aus!*

Wenn du versucht hast,  $d$  auf diese Weise auszurechnen, solltest du eine Gleichung vierter Ordnung für  $d$  bekommen haben, die nicht „einfach“ gelöst werden kann. (Falls du wissen möchtest, ob deine Gleichung richtig ist, kannst du einen Blick in die Lösungen im Anhang werfen.)

Und auf Gleichungen, die man nicht exakt lösen kann, stößt man nicht nur, wenn es um Monde geht, die von Gezeitenkräften zerrissen werden. Sicher hast du schon Glocken läuten hören. Aus physikalischer Sicht ist eine Glocke ein sogenanntes Doppelpendel: Der Glockenkörper schwingt und darin schwingt der Klöppel. Und auch wenn die Bewegung einer Glocke ziemlich einfach aussehen mag, kann auch die Bewegung eines Doppelpendels nicht exakt berechnet werden.

Was kann man in so einer Situation tun, außer aufzugeben? Man kann versuchen eine „ungefähre Lösung“, eine sogenannte Näherungslösung zu finden. Schauen wir also Näherungen mal genauer an.

## C.2 Näherungen

Bestimmt hast du schon einmal einen Ausdruck wie  $\sin(3)$  oder  $11/17$  in deinen Taschenrechner eingegeben und eine Zahl mit vielen Nachkommastellen angezeigt bekommen. Natürlich weißt du, dass diese Zahl nicht das exakte Ergebnis ist, sondern der Taschenrechner nur eine Näherung berechnen kann. Auch im Alltag haben wir es oft mit Näherungen zu tun: zum Beispiel in der Küche - wie genau misst du einen halben Teelöffel Salz ab? Falls du laut Rezept 200 Gramm Mehl brauchst und aus Versehen 201 Gramm in die Schüssel gegeben hast, machst du mit dem einen Gramm zuviel weiter? oder am Bahnhof: Wann fährt wohl ein Zug ab, der fahrplanmäßig um 14.10h abfahren soll? oder auf dem Markt: Wie viel genau sind 100 Gramm Käse?

---

<sup>1</sup>In dieser Einführung geht es um das mathematische Konzept Taylorentwicklung; falls du dich fragst, was hier physikalisch dahintersteckt, findest du im Anhang einige Bemerkungen dazu.

*Welche anderen Beispiele fallen dir ein?*

Auch in Physik werden oft Näherungen genutzt: Sonnenlicht, zum Beispiel, wird oft als parallele Lichtstrahlen dargestellt. Kleine Objekte werden oft als Massenpunkte behandelt. Die Masse einer Feder wird oft vernachlässigt.

*Fallen dir noch andere Beispiele ein?*

Wir wollen jetzt eine Näherung für eine Funktion haben. Was soll „Näherung einer Funktion“ heißen? Naja, es bedeutet, dass wir eine andere (in gewisser Weise einfachere) Funktion haben wollen, die der Ausgangsfunktion ähnlich sieht. Okay, „ähnlich“ kann ziemlich viel heißen, schauen wir uns also mal ein Beispiel an:

Wir nehmen die Sinusfunktion (die blaue Kurve in der Abbildung) und suchen eine Näherung dafür.

*Würdest du die Funktion  $g$  (rote Kurve) als gute Näherung für die Sinusfunktion akzeptieren?*

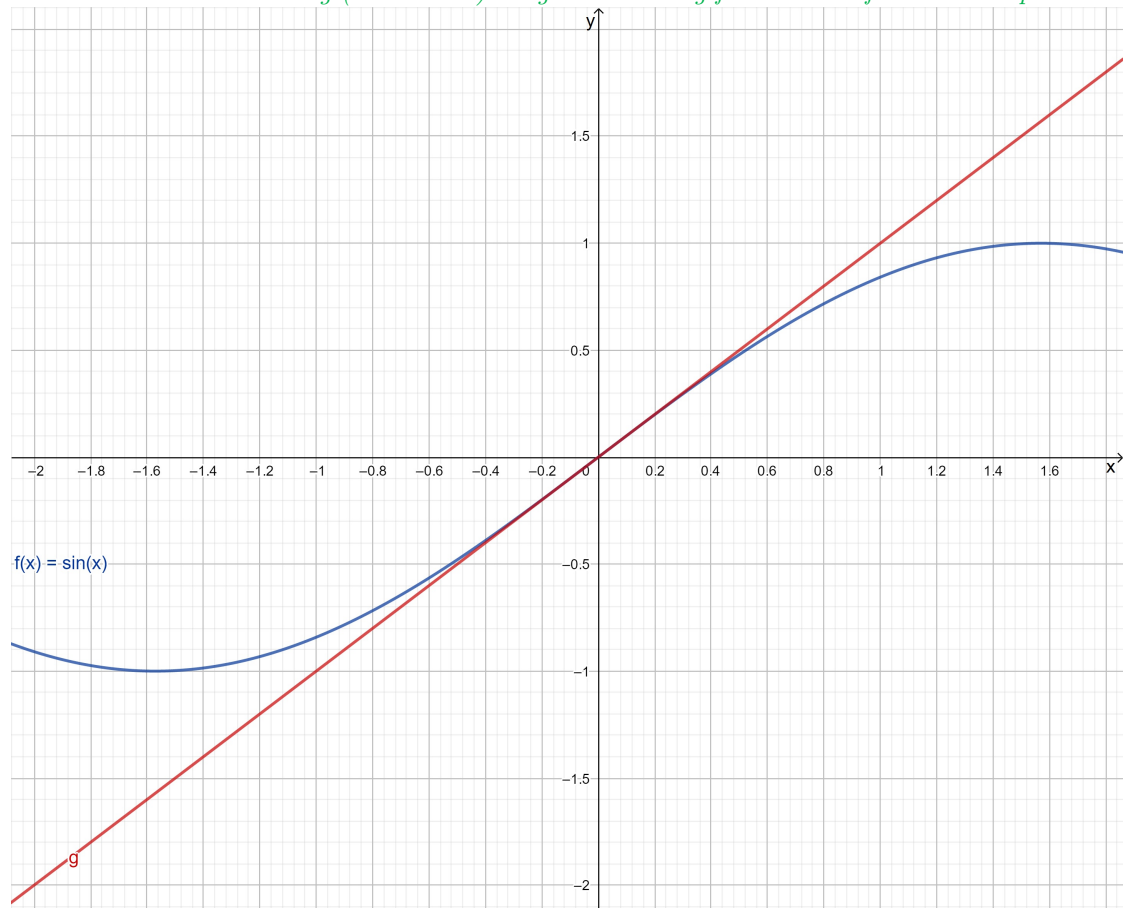


Abbildung C.2: Grobe Näherung (?) für die Sinusfunktion.

Vielleicht würdest du sagen: „natürlich nicht, die Graphen gehen doch eindeutig weit auseinander!“. Gut, wie wäre es dann hiermit:

*Würdest du die Funktion  $g$  (rote Kurve) als gute Näherung für die Sinusfunktion akzeptieren?*

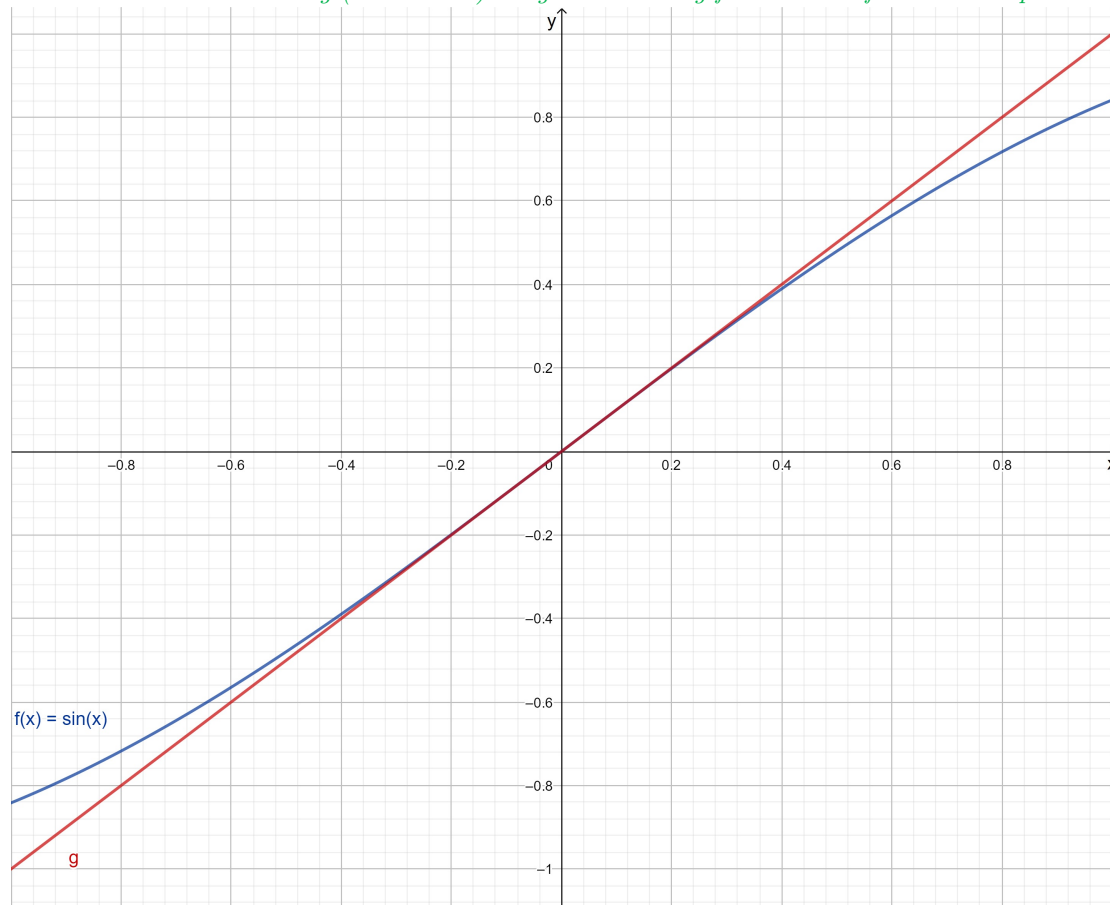


Abbildung C.3: Grobe Näherung (?) für die Sinusfunktion, reingezoomt.

Hier sind die beiden Funktionsgraphen nicht mehr ganz so weit auseinander. Vielleicht würdest du jetzt die rote Kurve als Näherung für die Sinusfunktion akzeptieren. Vielleicht würdest du aber auch sagen: „Hallo, das ist ja wohl geschummelt. Das ist doch immer noch die gleiche Kurve, es ist nur weiter reingezoomt worden.“ Damit hast du völlig recht. Je weiter wir reingezoomen, desto mehr nähern sich die sichtbaren Ausschnitte der beiden Funktionsgraphen an. Das bedeutet, irgendwann findet man einen (sehr kleinen) Ausschnitt, in dem die rote Kurve als Näherung für die Sinusfunktion akzeptiert werden kann. (Hier: <https://www.geogebra.org/m/gngrh6ds> findest du das ganze als Simulation; da kannst du selbst rein- und rauszoomen und überlegen, in welchem Ausschnitt du den roten Graphen als Näherung für die Sinusfunktion akzeptieren würdest.)

Wenn uns dieser kleine Ausschnitt nicht reicht, dann wollen wir doch einmal schauen, ob wir nicht eine andere Funktion finden, die eine bessere Näherung ist:

*Würdest du die Funktion  $h$  (gelbe Kurve) als gute Näherung für die Sinusfunktion akzeptieren?*

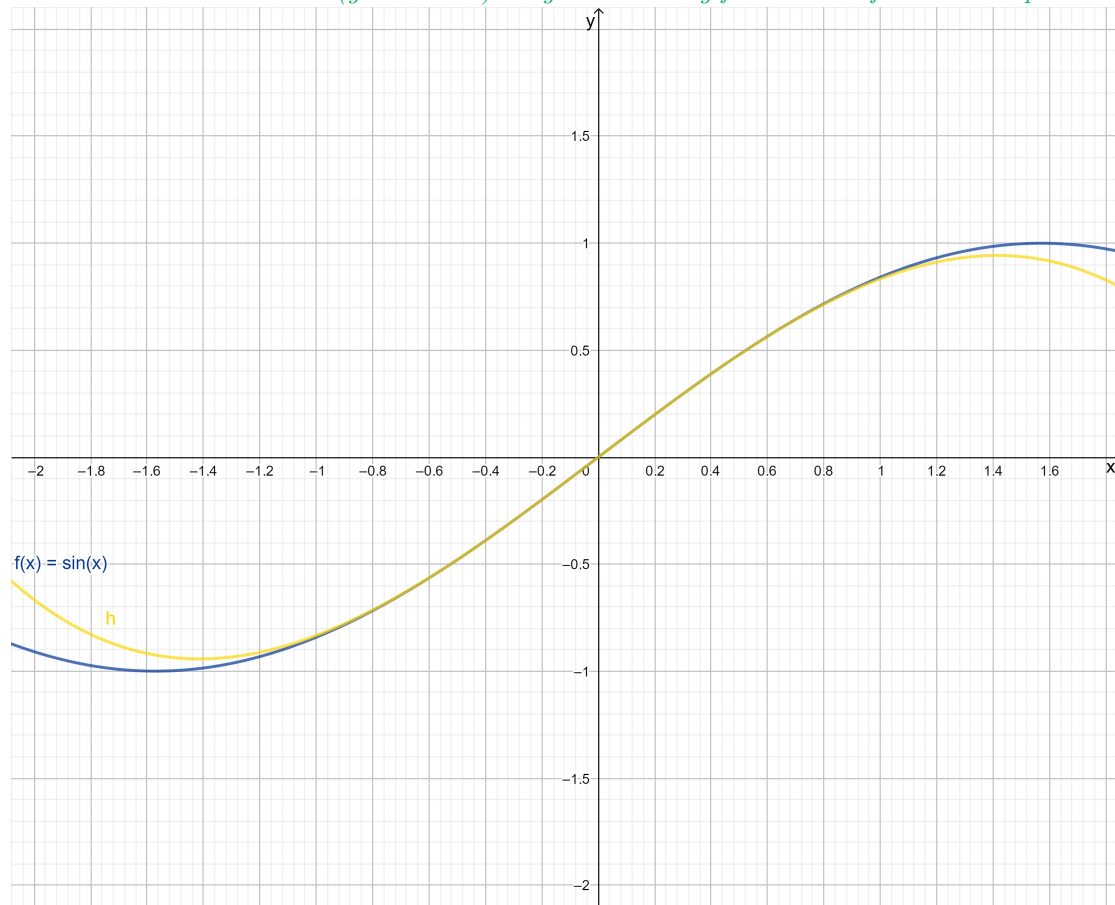


Abbildung C.4: Näherung für die Sinusfunktion.

Der gelbe Funktionsgraph ist dem Graphen der Sinusfunktion schon ähnlicher, als es der rote war. Und wenn wir wieder reinzoomen, liegen die beiden Graphen noch besser übereinander:

Würdest du die Funktion  $h$  (gelbe Kurve) als gute Näherung für die Sinusfunktion akzeptieren?

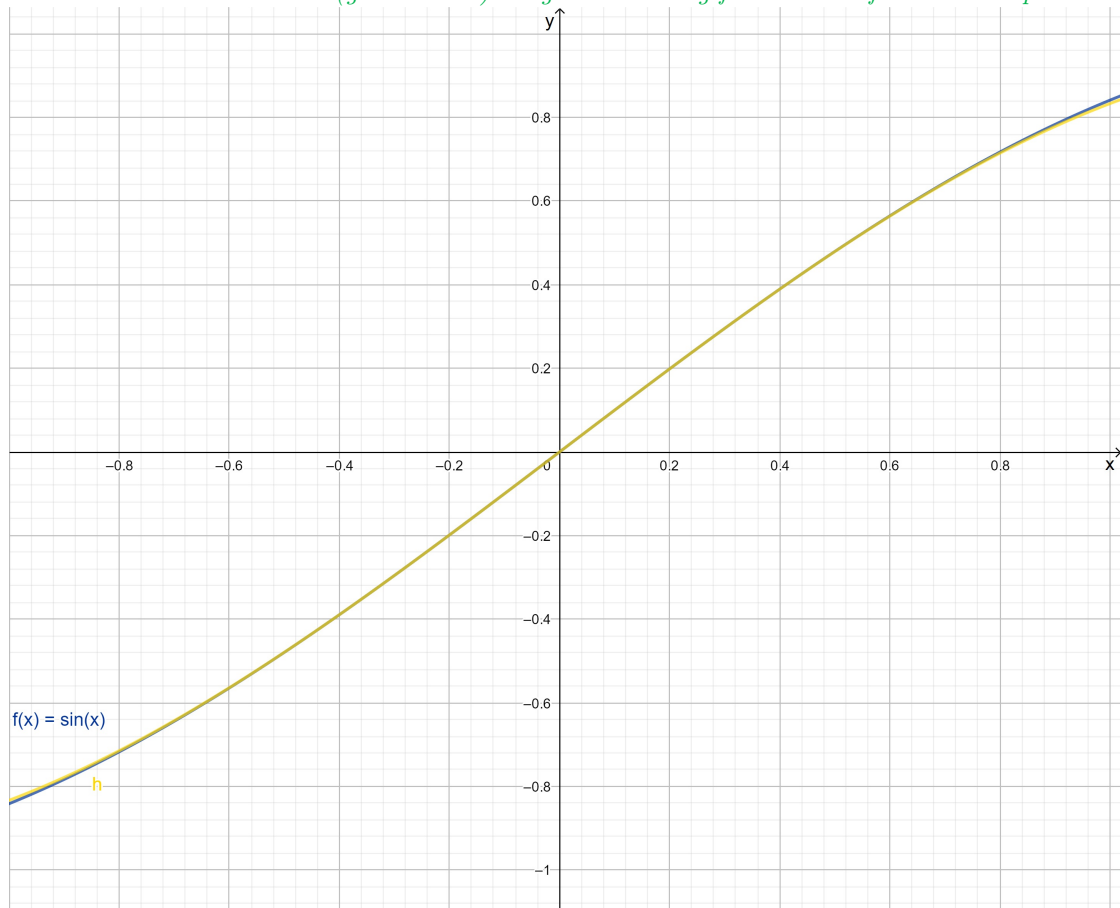


Abbildung C.5: Näherung für die Sinusfunktion, reingezoomt.

Wenn du wieder ein bisschen spielen möchtest und sehen, wie sich die Funktionsgraphen im sichtbaren Ausschnitt annähern, wenn man reinzoomt, kannst du eine Simulation finden unter: <https://www.geogebra.org/m/ayrx4w7e>.

Was haben wir bis jetzt gesehen?

Erstens gibt es nicht <i>die eine</i> Funktion als Näherung für die Ausgangsfunktion. Zweitens, auch wenn eine Funktion als ganze keine gute Näherung für die Ausgangsfunktion ist, kann sie doch in einem bestimmten Ausschnitt eine gute Näherung darstellen.
---

Dass Ähnlichkeit vom Ausschnitt abhängt, gilt übrigens nicht nur für Funktionen: Zwei Bäume, die man von weit weg sieht, können sehr ähnlich aussehen. Wenn man näher kommt, erkennt man vielleicht, dass die beiden Bäume ganz unterschiedliche Blätter haben. Und wenn man sich die Blätter dann unter dem Mikroskop anschaut, kann man die Zellen sehen, die sich wiederum sehr ähneln (zumindest, wenn man sie in beiden Fällen gleich einfärbt).



Abbildung C.6: Ähnlich oder nicht? Quellen: [www.mikroskopie-bonn.de](http://www.mikroskopie-bonn.de) (Mikroskop-Aufnahmen), Wikipedia (Bilder der Bäume und der Blätter).

Oder erinnere dich an das Küchenbeispiel: Zwei Gramm Mehl zu viel kann völlig egal sein, aber zwei Gramm Salz zu viel kann das ganze Essen verderben. Genauso kann eine Näherung in einer Situation gut genug sein, während man in einer anderen Situation eine bessere Näherung braucht.

*Stell dir vor: Du hast keinen Taschenrechner zur Hand, auch keinen Graphen der Sinusfunktion, aber die Funktionsterme der beiden Funktionen  $g$  (rote Kurve) und  $h$  (gelbe Kurve) von oben. Bei welchen der folgenden Fragen würdest du  $g$ , bei welchen  $h$  als Näherung für die Sinusfunktion nehmen?*

1. Was ist  $\sin(0,01)$ ?
2. Was ist die kleinste positive Zahl  $x$  mit  $\sin(x) = 0,8$ ?
3. Wenn  $x$  von  $0,1$  auf  $0,2$  verdoppelt wird, wie ändert sich  $f(x)$ ?



4. Wenn  $x$  von  $-0,3$  auf  $-0,6$  verdoppelt wird, wie ändert sich  $f(x)$ ?

Mit Hilfe von Näherungen für Funktionen können wir Näherungslösungen bestimmen, zum Beispiel:  $\sin(0,01) \approx 0,01$  oder: Die kleinste positive Zahl  $x$  mit  $\sin(x) = 0,8$  ist ungefähr  $0,87$  (wenn man die gelbe Kurve als Näherung heranzieht).

Näherungen für Funktionen fallen nicht vom Himmel, aber man muss sie auch nicht raten, denn die Mathematik stellt uns die sogenannte Taylorentwicklung<sup>2</sup> zur Verfügung, mit der man Näherungen für Funktionen bestimmen kann. Die Taylorentwicklung beruht auf Ableitungen und Reihen, deshalb wird das nächste Kapitel Ableitungen behandeln, danach wird es um Reihen gehen. Wenn du dich schon mit Ableitungen auskennst, kannst du direkt mit Kapitel C.4 zu den Reihen einsteigen oder gleich mit der Taylorentwicklung in Kapitel C.5 anfangen, wenn du dich auch schon mit Reihen auskennst.

---

<sup>2</sup>Brook Taylor (1685 - 1731) war ein englischer Mathematiker. Ein 1715 veröffentlichtes Buch von Taylor enthielt die Formel, die später nach ihm benannt wurde, obwohl Varianten schon anderen Mathematikern wie Gregory, Leibniz oder Johann Bernoulli bekannt waren.

## C.3 Ableitungen

Im letzten Kapitel hatten wir die Sinusfunktion und zwei Funktionen als mögliche Näherungen. Alle drei Funktionsgraphen hatten einen Punkt gemeinsam, die beiden Näherungen unterschieden sich darin, wie schnell sie vom Graphen der Sinusfunktion abwichen oder, anders ausgedrückt, wie jede einzelne Funktion sich änderte. Wie eine Funktion sich ändert, darum geht es in diesem Kapitel.

### C.3.1 Die Ableitung als Änderungsrate

Stell dir vor, ein Auto fährt so wie im Diagramm unten dargestellt: Für jede Zeit  $t$ , seit das Auto losgefahren ist, ist der zurückgelegte Weg  $s$  aufgetragen, bis das Auto nach einer Stunde sein Ziel erreicht.

*Was ist die durchschnittliche Geschwindigkeit des Autos?*

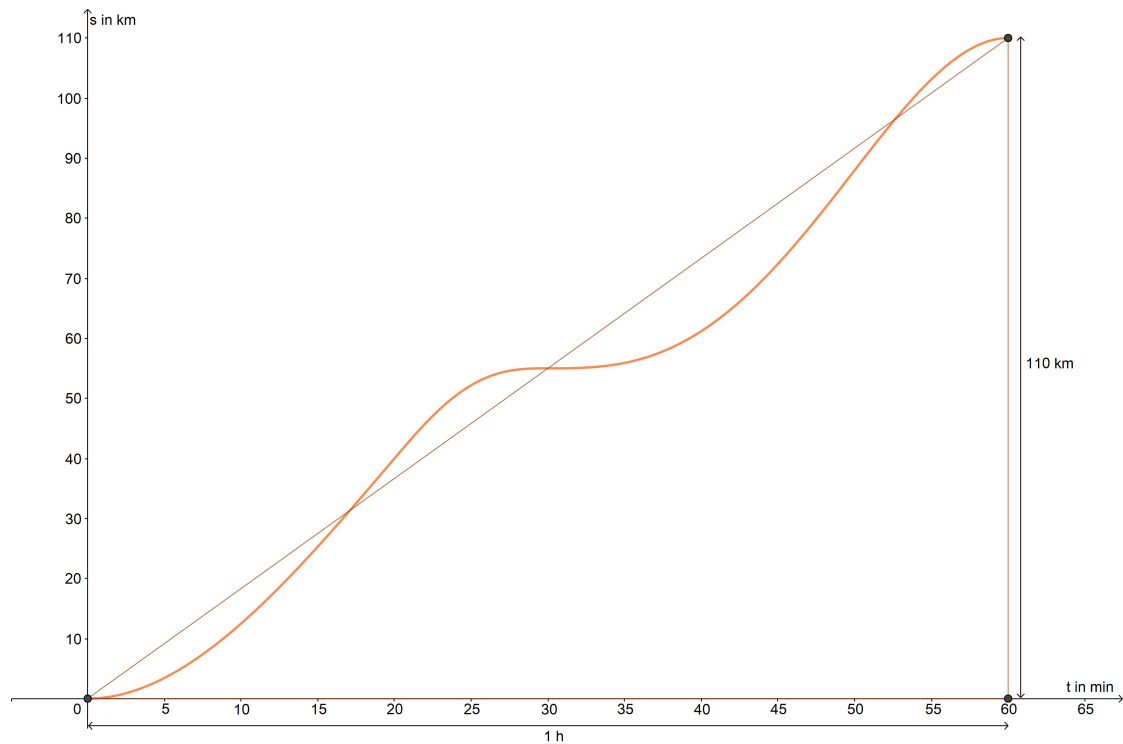


Abbildung C.7: Durchschnittliche Geschwindigkeit während der gesamten Fahrt.

Das ist vermutlich eine ziemlich einfache Frage: Es legt 110 km in einer Stunde zurück, also ist die durchschnittliche Geschwindigkeit 110 km/h (scheint ein recht schnelles Auto zu sein, das definitiv nicht in der Stadt unterwegs ist).

Wie würdest du die Autofahrt beschreiben?

Möglicherweise würdest du etwas sagen wie: Das Auto fährt los, wird schneller, dann fährt es einige Zeit mit annähernd konstanter Geschwindigkeit (etwa zwischen Minute 14 und 22), danach wird es langsamer, bis es für etwa zwei Minuten stehen bleibt (eine halbe Stunde nach dem Start), dann wird es wieder schneller, fährt ungefähr zehn Minuten lang mit etwa konstanter Geschwindigkeit (zwischen Minute 43 und 54) und wird wieder langsamer, bis es nach einer Stunde zum Stehen kommt.

Offensichtlich ändert sich die Geschwindigkeit des Autos also während der Fahrt und entspricht nicht immer der durchschnittlichen Geschwindigkeit. Wir können uns also auch fragen:

Was ist die durchschnittliche Geschwindigkeit zwischen Minute 30 und 40?

Um diese Frage zu beantworten, müssen wir wissen, welchen Weg das Auto in diesen zehn Minuten zurückgelegt hat:

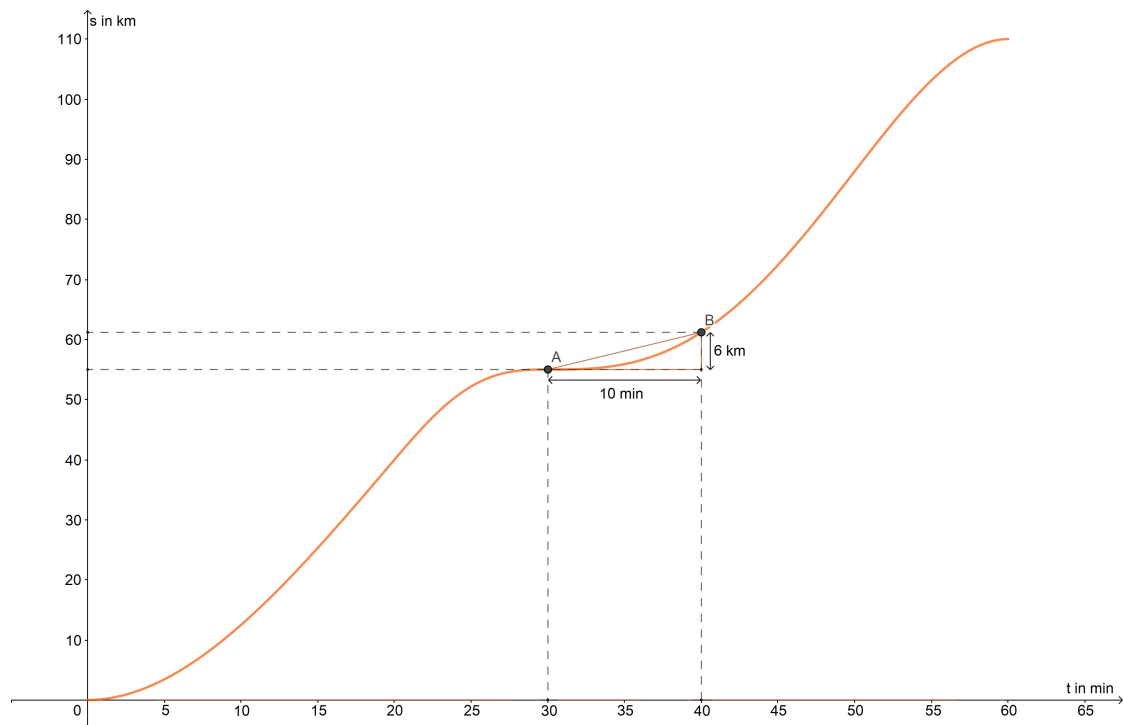


Abbildung C.8: Durchschnittliche Geschwindigkeit zwischen Minute 30 und 40.

Der zwischen Minute 30 und 40 zurückgelegte Weg ist etwas mehr als 5 km; sagen wir mal, es sind 6 km, dann ist die durchschnittliche Geschwindigkeit in dieser Zeitspanne  $6 \text{ km}/10 \text{ min}=36 \text{ km h}^{-1}$ . Und wieder beschreibt diese durchschnittliche Geschwindigkeit nicht genau die Bewegung des Autos zwischen Minute 30 und 40, denn es steht zunächst und wird dann immer schneller.

Was können wir machen, wenn wir wissen wollen:

*Was ist die Geschwindigkeit in Minute 35?*

Als grobe Näherung könnten wir die durchschnittliche Geschwindigkeit zwischen Minute 30 und 40 angeben. Für eine bessere Näherung könnten wir die durchschnittliche Geschwindigkeit einer kürzeren Zeitspanne berechnen, zum Beispiel zwischen Minute 34 und 36. Wenn wir so genaue Daten haben, könnten wir natürlich auch noch eine kürzere Zeitspanne wählen, sagen wir, zwischen 34 min 59 s und 35 min 1 s. Je kürzer die Zeitspanne ist, die wir wählen, umso besser wird die durchschnittliche Geschwindigkeit in dieser Zeitspanne die gesuchte Geschwindigkeit in Minute 35 nähern. Wenn du sehen möchtest, wie die durchschnittliche Geschwindigkeit sich mit der gewählten Zeitspanne ändert, kannst du hier: <https://www.geogebra.org/m/vk8yuyng> spielen. Das ist die Idee hinter der *Ableitung*: Gegeben ist eine Funktion, von der man wissen möchte, wie sie sich in einem bestimmten Punkt ändert: Wenn man einen sehr kleinen Schritt in  $x$ -Richtung macht, wie weit bewegt man sich dann in  $y$ -Richtung? Anders gesagt, wir fragen nach der Steigung - vielleicht hast du die Steigungsdreiecke ja von Anfang an erkannt. Die Ableitung einer Funktion an einer bestimmten Stelle gibt uns die Steigung des Funktionsgraphen im entsprechenden Punkt an. Nun können wir die Steigung nicht direkt ausrechnen, wenn das Steigungsdreieck auf einen Punkt zusammenschrumpft, weil wir dann Null durch Null teilen würden. Deshalb wählen wir eine kleine Umgebung um die Stelle, die uns interessiert, und berechnen die durchschnittliche Steigung in dieser Umgebung. Wenn wir diese Umgebung immer kleiner werden lassen, bekommen wir immer bessere Näherungen für die Steigung der Funktion an der Stelle, die uns interessiert.

Natürlich müssen wir uns nicht auf einen Zeitpunkt beschränken, sondern wir können die Geschwindigkeit für jede Zeit  $t$  berechnen und bekommen dann eine Funktion, die uns die Geschwindigkeit des Rennwagens zu jeder Zeit  $t$  angibt:

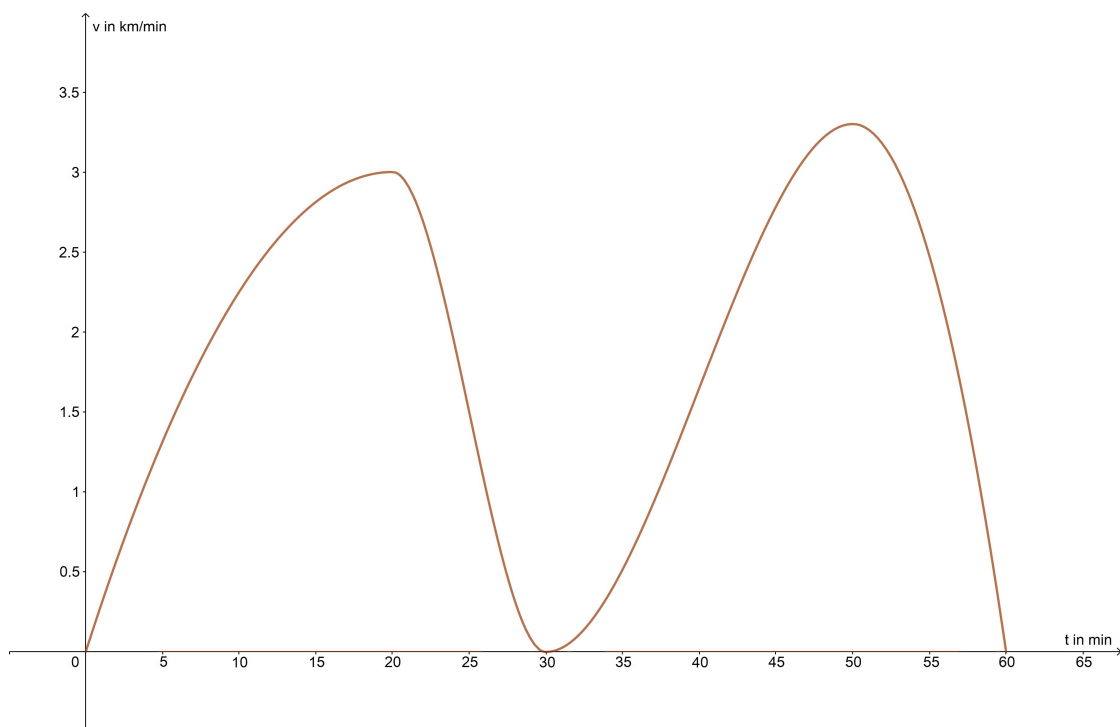


Abbildung C.9: Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm.

Auch wenn die Idee hinter der Ableitung ist, durchschnittliche Steigungen für immer kleiner werdende Umgebungen zu berechnen, ist das nicht die Vorgehensweise, mit der Ableitungen in der Praxis berechnet werden. Es gibt Regeln, wie man einfach und direkt Ableitungen berechnet<sup>3</sup>; die wichtigsten werden im Folgenden zusammengestellt.

### C.3.2 Einige Ableitungsregeln

Ab sofort wird die (vor allem in der Mathematik) übliche Schreibweise  $f'$  für die Ableitung der Funktion  $f$  genutzt.

Wichtige Ableitungsregeln:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(x^m)' = m \cdot x^{m-1} \text{ (insbesondere } a' = 0 \text{ für jede Konstante } a)$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \text{ (insbesondere } (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x) \text{ für jede Konstante } c)$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

---

<sup>3</sup>Achtung: Es gibt Funktionen, bei denen man in einzelnen (oder sogar allen) Stellen keine Ableitung berechnen kann. Solche Funktionen tauchen normalerweise nicht in Physikaufgaben auf, deswegen werden wir im Folgenden immer stillschweigend davon ausgehen, dass es alle Ableitungen gibt.

Wenn du etwas üben möchtest, kein Problem! Leite die folgenden Funktionen ab:

$$\begin{aligned}f(x) &= 3x^4 - 5x^2 + x \\g(x) &= (x + 1)^3 \\h(x) &= \sqrt{1 + 2x} \quad (\text{denk dran: } \sqrt{x} = x^{1/2}) \\i(x) &= \frac{1}{(x + a)^2}\end{aligned}$$

Du kannst deine Ergebnisse anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

Einige Funktionen haben Ableitungen, die man mit den obigen Regeln nicht berechnen kann, die aber oft in physikalischen Zusammenhängen auftauchen:

zum Beispiel, wenn es um Schwingungen oder Wellen geht:

$$\begin{aligned}(\sin(x))' &= \cos(x), \\(\cos(x))' &= -\sin(x)\end{aligned}$$

zum Beispiel, wenn es um Zerfall geht:

$$(e^x)' = e^x$$

Du möchtest ein wenig üben? Dann los: Leite die folgenden Funktionen ab!

$$\begin{aligned}f(x) &= \sin(2x + 1) \\g(x) &= \cos\left(\alpha - \frac{x}{\pi}\right) \\h(x) &= e^{x/3}\end{aligned}$$

Du kannst deine Ergebnisse anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

### C.3.3 Ableitungen ableiten

Ausgehend von einer Funktion  $f$  kannst du die Ableitung  $f'$  berechnen. An dieser Stelle musst du aber nicht aufhören:  $f'$  kannst du wieder ableiten und bekommst  $(f')'$ , die *zweite Ableitung* von  $f$ , geschrieben als  $f''$  oder  $f^{(2)}$ . Auch diese Funktion kannst du wieder ableiten:  $(f^{(2)})'$  und hast die *dritte Ableitung* von  $f$ ,  $f''' = f^{(3)}$ . Im Allgemeinen nimmt man nicht mehr als drei Striche bei den höheren Ableitungen, sondern nutzt die Schreibweise  $f^{(4)}$ ,  $f^{(5)}$  und so weiter.

*Spaß am Ableiten gefunden? Dann lass dich nicht aufhalten und berechne die ersten drei Ableitungen von*

$$f(x) = \sqrt{1 + x^2}.$$

Du kannst deine Ergebnisse anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

### C.3.4 Ableitungen und Näherung

Erinnere dich an das Beispiel aus dem Kapitel über Näherungen: Wir hatten zwei Funktionen als mögliche Näherung für die Sinusfunktion. In der Abbildung unten sind der Graph der Sinusfunktion selbst (blau) und die beiden möglichen Näherungen (rot und gelb) dargestellt.

*Kannst du erklären, warum die Funktion  $h$  (gelb) im gezeigten Ausschnitt eine bessere Näherung für die Sinusfunktion ist als die Funktion  $g$  (rot)?*

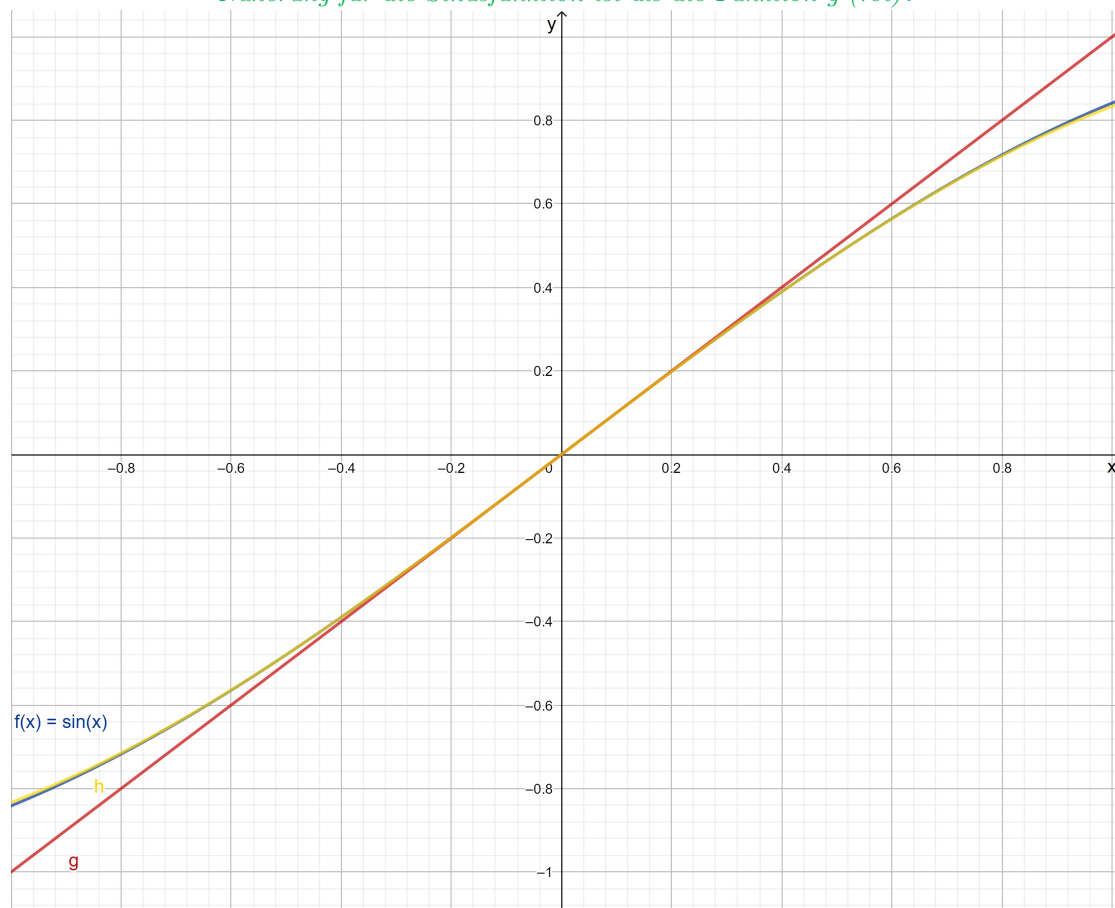


Abbildung C.10: Vergleich zweier Näherungen für die Sinusfunktion.

Alle drei Funktionen stimmen am Ursprung überein. Vom Ursprung ausgehend entfernen sich jedoch der gelbe und der blaue Funktionsgraph weniger schnell voneinander als der rote und der blaue Funktionsgraph, denn der gelbe und der blaue Graph sind in ihren Steigungen ähnlicher als der rote und der blaue Graph. Deswegen haben wir uns mit Ableitungen beschäftigt, auch wenn es eigentlich darum geht, Näherungen für Funktionen zu finden: Je ähnlicher die Ableitungen zweier Funktionen sind, desto ähnlicher sind die Verläufe ihrer Funktionsgraphen und umso besser nähert die eine Funktion die andere (wenn sie nicht schon von Anfang an gegeneinander verschoben sind).



Weiter geht es mit Reihen oder gleich mit der Taylorentwicklung in Kapitel C.5.

## C.4 Reihen

In diesem Kapitel geht es um Reihen. Was ist die Idee, die hinter einer Reihe steckt? Stell dir vor, du hast eine Balkenwaage und möchtest die Masse eines Objekts bestimmen. Das Objekt kommt auf die eine Waagschale, dann versuchst du, die Waage auszubalancieren, indem du auf die andere Waagschale Massestücke (mit bekannter Masse) setzt: Du fängst mit dem größten Massestück an, das noch nicht schwerer ist als das Objekt. Dann fügst du das nächste größtmögliche Massestück hinzu, so dass beide Massestücke zusammen noch nicht schwerer sind als das Objekt. Dann setzt du ein drittes Massestück dazu und so weiter, bis die Waage im Gleichgewicht ist (oder, wenn man ganz genau ist: hinreichend ausbalanciert für deine Anforderungen - du wirst vermutlich nur sehr selten Massestücke mit einer Masse von wenigen Milligramm hinzunehmen, um die Waage noch exakter auszubalancieren.)

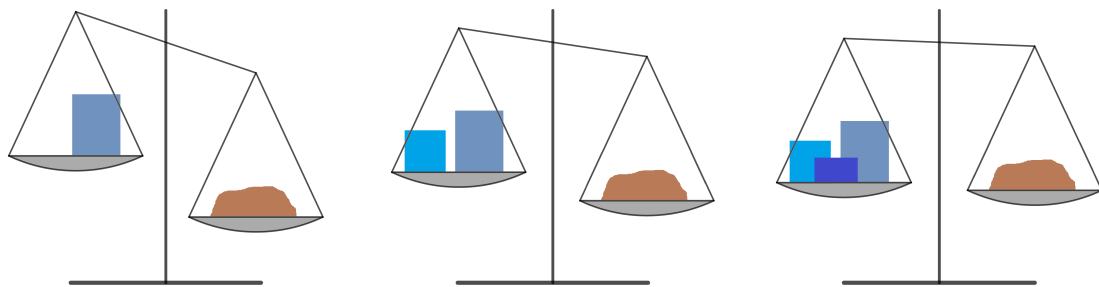


Abbildung C.11: Prinzip der Taylorentwicklung.

So funktioniert im Prinzip die Taylorentwicklung: Nach und nach werden Terme addiert, so dass sich immer bessere Näherungen ergeben für die Funktion, die man nähern möchte.

### C.4.1 Folgen

Aus der Schule kennst du Funktionen: Eine Funktion ordnet jedem Wert des Definitionsbereichs genau einen Wert aus dem Wertebereich zu. In den meisten Fällen sind sowohl der Definitionsbereich als auch der Wertebereich alle reellen Zahlen. Eine Funktion könnte aber auch beschreiben, wie viel man bezahlen muss, wenn man eine bestimmte Anzahl an Stiften kauft. Dann macht es keinen Sinn,  $-2$  oder  $13,4$  in die Funktion einzusetzen, das würde ja sagen, wie viel man für  $-2$  oder  $13,4$  Stifte bezahlen muss. Daher ist es vernünftig, die Funktion auf die natürlichen Zahlen  $0, 1, 2, 3, \dots$  einzuschränken. Eine solche Funktion wird normalerweise *Folge* genannt und als  $(a_n)$  geschrieben, mit den Folgengliedern  $a_0, a_1, a_2, a_3$  und so weiter. Folgen können gliedweise addiert, subtrahiert, multipliziert oder dividiert (außer natürlich durch Null) werden, so wie du

es von Funktionen kennst.

Ein berühmtes Beispiel einer Folge ist die Folge der *Fibonacci-Zahlen*<sup>4</sup>:  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 1$  und die weiteren Folgenglieder sind die Summe der zwei vorigen, also  $a_2 = a_1 + a_0 = 1$ ,  $a_3 = a_2 + a_1 = 2$ ,  $a_4 = a_3 + a_2 = 3$ ,  $a_5 = a_4 + a_3 = 5$  und so weiter.

*Welche ist die erste Fibonacci-Zahl größer als 100?*

So wie bei Funktionen können manche oder alle Glieder einer Folge gleich sein. Beispielsweise nimmt die Folge  $(b_n)$  mit den durch  $b_n = (-1)^n$  definierten Folgengliedern nur zwei verschiedene Werte an, nämlich immer abwechselnd 1 und  $-1$ . Der Graph sieht dann so aus:

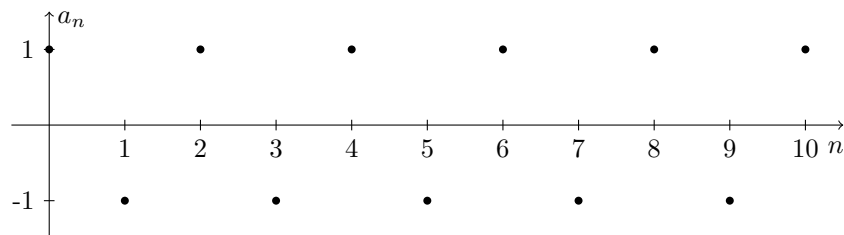


Abbildung C.12: Graph der Folge  $(b_n)$ .

Im Gegensatz zu den Fibonacci-Zahlen, so wie sie oben definiert wurden, kannst du bei dieser Folge jedes Folgenglied ausrechnen, ohne die vorigen zu kennen; die Fibonacci-Zahlen wurden rekursiv definiert, die Folge  $(b_n)$  explizit<sup>5</sup>.

*Zum Warmwerden:*

- 1. Berechne  $c_0$  bis  $c_4$  für  $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .*
- 2. Berechne die ersten fünf Folgenglieder von  $(d_n) = \left(\frac{2n}{2n+1}\right)$ .*
- 3. Skizziere  $(e_n) = \left(\frac{(-1)^n}{n+1}\right)$ .*
- 4. Kannst du eine Formel für die Folge 3, 5, 11, 21, 35, 53, ... angeben?*

Du kannst deine Ergebnisse anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

<sup>4</sup>Obwohl die Folge schon einige Jahrhunderte vor Christus indischen Mathematikern bekannt war, wurde sie benannt nach dem italienischen Mathematiker Leonardo da Pisa, besser bekannt als Fibonacci. Er lebte um 1200 und beschrieb mit dieser Folge das Wachstum einer Kaninchenpopulation (unter biologisch sehr fragwürdigen Annahmen).

<sup>5</sup>nicht falsch verstehen: Es gibt auch eine explizite Formel für die Fibonacci-Zahlen.

## Grenzwert einer Folge

Bis jetzt haben wir immer nur die ersten paar Folgenglieder berechnet. Rein theoretisch könnten wir immer weiter rechnen - was wir natürlich nicht machen werden. Trotzdem können wir uns fragen: Was passiert, wenn wir bei einer Folge immer „weiter und weiter“ gehen?

*Denk an die Fibonacci-Zahlen. Was passiert, wenn  $n$  immer größer wird?*

Man addiert immer größere Zahlen, also werden die Folgenglieder immer größer. Man könnte jede beliebige Zahl wählen, egal wie groß sie ist, man kann immer eine Fibonacci-Zahl finden, die größer ist als die gewählte Zahl (so wie auch alle weiteren Fibonacci-Zahlen).

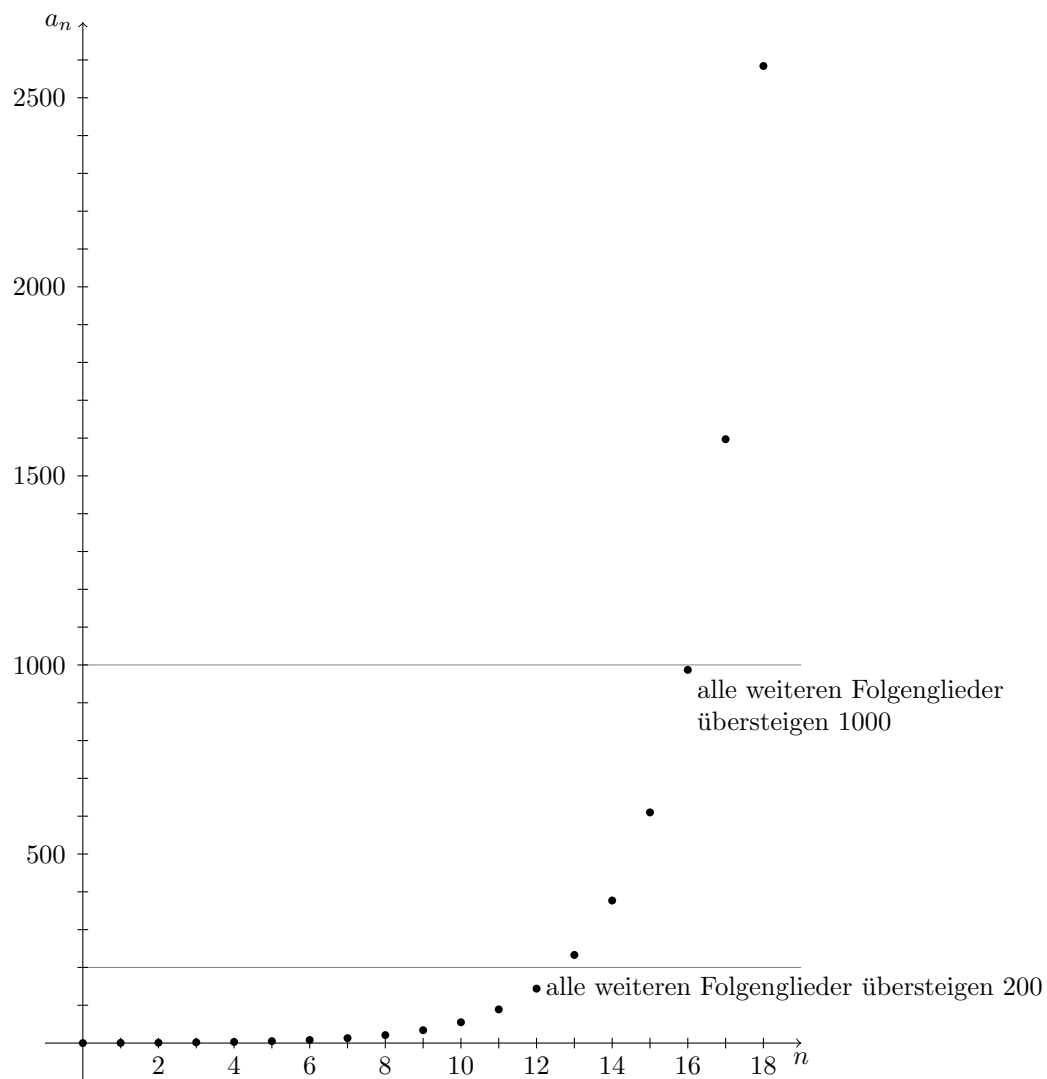


Abbildung C.13: Wachstum der Fibonacci-Zahlen.

Kannst du eine andere Folge konstruieren, die das gleiche Verhalten zeigt?  
 Kannst du eine Folge konstruieren, die kleiner als jede beliebige vorgegebene Zahl wird?

Wenden wir uns dem Beispiel  $(b_n) = ((-1)^n)$  zu. Was passiert hier, wenn  $n$  immer größer wird?

Die Folgenglieder sind immer abwechselnd 1 und  $-1$ . Im Gegensatz zu den Fibonacci-Zahlen kann man hier eine Beschränkung nach oben angeben, also eine Zahl, die keines der Folgenglieder übersteigt, zum Beispiel 2. Genauso kann man eine Beschränkung nach unten angeben, also eine Zahl, die kein Folgenglied unterschreitet, zum Beispiel  $-2$  (was übrigens auch für die Fibonacci-Zahlen gilt).

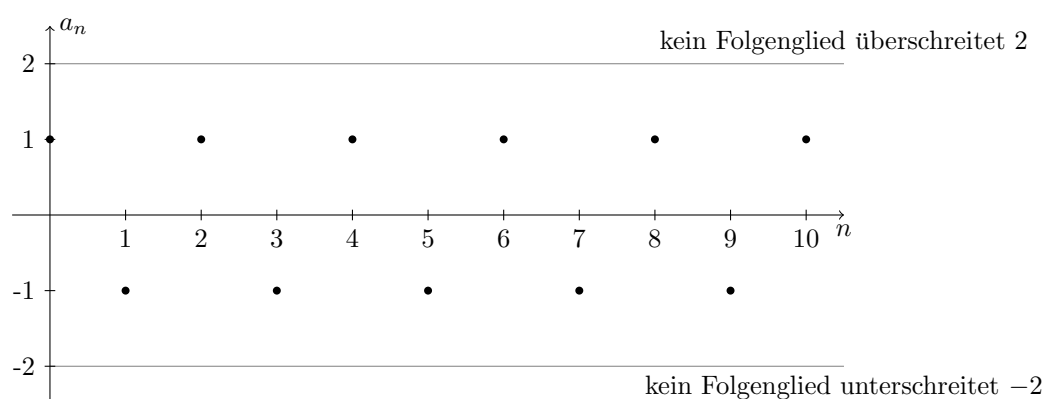


Abbildung C.14: Beschränkung nach oben und unten.

Weiter mit dem dritten Beispiel:  $(c_n) = ((1/2)^n)$ . Was passiert, wenn  $n$  immer größer wird?

Die Folgenglieder werden immer kleiner, bleiben aber immer größer als Null.

Da alle Glieder positiv sind, kann man 0 als Beschränkung nach unten angeben. Auf der anderen Seite kann man jede positive Zahl  $l$  wählen und findet ein Folgenglied von  $(c_n)$ , das selbst kleiner als  $l$  ist und ab dem auch alle weiteren Folgenglieder kleiner als  $l$  sind. Anders ausgedrückt: Für jede positive Zahl  $l$  kann man die ersten Folgenglieder „abschneiden“ und alle übrigen sind kleiner als  $l$ . Wie viele Folgenglieder man abschneiden muss, hängt natürlich von  $l$  ab: Ist beispielsweise  $l = 2$ , muss man gar keine Folgenglieder abschneiden; für  $l = 0,1$  muss man vier abschneiden. *(Prüfe das nach! Wie viele Folgenglieder muss man für  $l = 0,001$  abschneiden?)*

Die Folgenglieder von  $(c_n)$  nähern sich also Null: Sie kommen immer näher und näher an Null heran. Für jeden noch so kleinen Abstand gibt es ein Folgenglied, ab dem alle weiteren Folgenglieder näher an Null sind als der vorgegebene Abstand. 0 ist der Grenzwert der Folge  $(c_n)$ <sup>6</sup>.

<sup>6</sup>Eine formale Definition sollte sich in jedem Analysis-Einführungstext finden lassen.

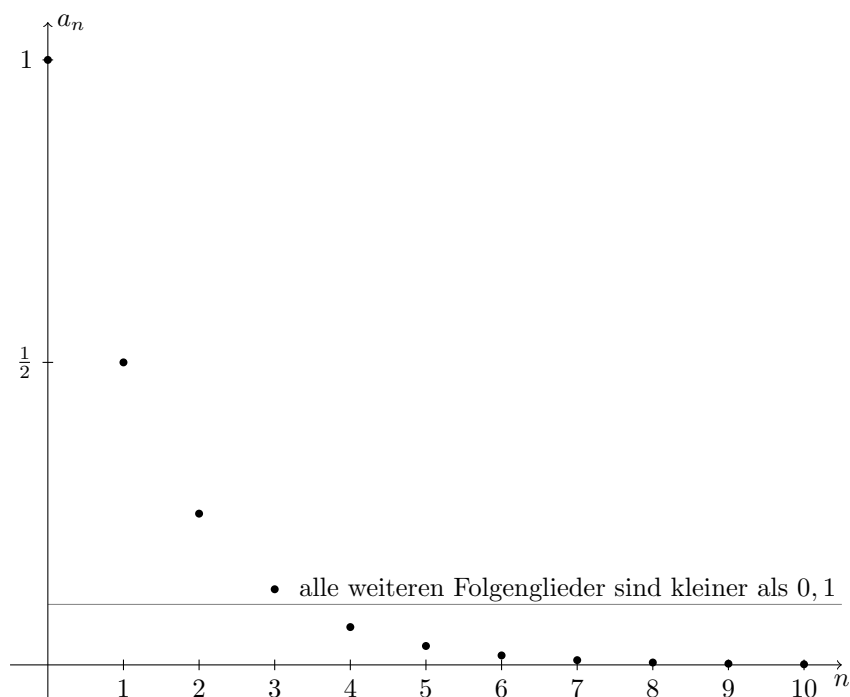


Abbildung C.15: Annäherung an Null.

*Kannst du eine andere Folge mit Grenzwert 0 konstruieren? Kannst du eine Folge mit Grenzwert 1, mit Grenzwert  $-2$  konstruieren?*

Die Folge der Fibonacci-Zahlen hat keinen Grenzwert, da die Folgenglieder immer größer werden und jede beliebige Zahl irgendwann übersteigen.

Auch die Folge  $(b_n)$  hat keinen Grenzwert: Wenn sie einen hätte, müsste das entweder 1 oder  $-1$  sein, aber jedes zweite Folgenglied von  $(c_n)$  hat den festen Abstand 2 von 1 oder von  $-1$ , deshalb nähert sich die Folge keiner der beiden Zahlen an.

### C.4.2 Reihen

Formal können wir für jede Folge  $(a_n)$  alle Folgenglieder aufsummieren:

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots$$

Das ist eine (*unendliche*) *Reihe*. Beispielsweise können wir für die Folge

$$a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = a_3 = a_4 = \dots = 0,$$

problemlos berechnen:

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots = 1 + 2 + 0 + 0 + 0 + \dots = 3.$$

Die Folge der *Partialsommen*

$$a_0, a_0 + a_1, a_0 + a_1 + a_2, a_0 + a_1 + a_2 + a_3, \dots$$

ist wieder eine Folge. In dem Beispiel von oben ist die Folge der Partialsommen

$$1, 3, 3, 3, 3, \dots$$

### Grenzwert einer Reihe

Auch für Folgen von Partialsommen können wir fragen, ob sie einen Grenzwert haben oder nicht, so wie wir es allgemein für Folgen gemacht haben.

*Fangen wir wieder mit den Fibonacci-Zahlen an: Berechne die ersten Partialsommen und überlege, ob diese Folge einen Grenzwert hat.*

Das war vermutlich nicht besonders schwierig: Da in jedem Schritt eine größere Zahl addiert wird, wird die Folge jede beliebige Zahl irgendwann übersteigen und hat damit, so wie schon die Fibonacci-Zahlen selbst, keinen Grenzwert.

*Wenn du für die Folge  $(c_n) = ((1/2)^n)$  die Partialsommen ausrechnen wolltest: Hat diese Folge der Partialsommen einen Grenzwert?*

Das ist vielleicht nicht so einfach wie die vorherige Frage. In jedem Schritt wird ein kleiner Betrag addiert, wobei die Beträge, die addiert werden, gegen Null gehen. Auch wenn man also nie Null addiert, addiert man irgendwann „fast Null“, so dass die Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Partialsommen sehr, sehr, sehr klein wird. Es kann also sein, dass die Folge der Partialsommen einen Grenzwert hat<sup>7</sup>.

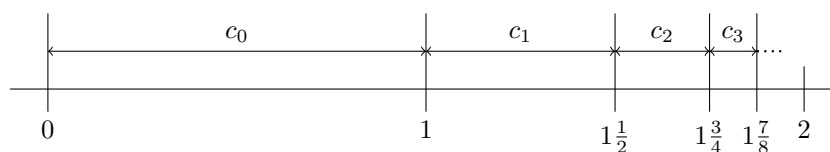


Abbildung C.16: Folge und zugehörige Partialsommen.

Tatsächlich hat die Folge der Partialsommen einen Grenzwert: 2, was mathematisch leicht be-

<sup>7</sup>Es muss mit dieser Begründung allerdings nicht unbedingt sein, dass sie einen Grenzwert hat.

wiesen werden kann, wie du bei den Lösungen im Anhang sehen kannst.

Wenn eine Folge von Partialsummen einen Grenzwert hat, dann sagen wir auch: Die Reihe hat einen Grenzwert. So können wir also sagen: Die Reihe  $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$  hat den Grenzwert 2. Oder: Die Reihe  $1 - 1/2 + 1/4 - 1/8 + 1/16 - 1/32 + \dots$  hat den Grenzwert  $2/3$  (und diese Reihe sieht der vorigen nicht nur sehr ähnlich, auch der mathematische Beweis funktioniert genauso). Um allerdings eins klarzustellen: Nur weil eine Folge einen Grenzwert hat, muss die Folge der Partialsummen nicht notwendig auch einen Grenzwert haben - zum Beispiel hat die Folge  $1, 1, 1, 1, \dots$  den Grenzwert 1, aber die Folge der Partialsummen  $1, 2, 3, 4, \dots$  hat keinen Grenzwert.

Erinnerst du dich noch an das Waage-Beispiel vom Anfang des Kapitels? Die Massestücke, die du nach und nach auf die Waagschale stellst, kann man mit einer Folge beschreiben: Das erste Folgenglied gibt die Masse des ersten Massestücks an, das zweite Folgenglied die Masse des zweiten Massestücks und so weiter - wenn keine Massestücke mehr dazukommen, sind alle weiteren Folgenglieder Null:



Abbildung C.17: Beginn der Folge im Waage-Beispiel.

Die Folge der Partialsummen gibt die gesamte Masse an, die du bis zu diesem Schritt auf die Waagschale gestellt hast:



Abbildung C.18: Beginn der Folge der Partialsummen im Waage-Beispiel.

Und der Grenzwert der Folge der Partialsummen (der Grenzwert der Reihe) gibt die gesamte Masse aller Massestücke an, die du auf die Waagschale gestellt hast, also die Masse des Objekts, die du bestimmen wolltest.

## Funktionenreihen

Die Idee, unendlich viele Zahlen aufzusummieren, kann man auch auf Funktionen übertragen und, zumindest formal, schreiben

$$f_0(x) + f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + f_4(x) + \dots$$

Die resultierende Funktion ist natürlich nur für die Werte von  $x$  definiert, für die jede einzelne Funktion  $f_i$  definiert ist. Die Frage nach dem Grenzwert ist hier etwas komplexer, denn die Antwort kann von der Stelle  $x$  abhängen. Wenn wir beispielsweise die Funktionen  $f_i(x) = x^i$



haben, haben wir formal die Funktion

$$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots .$$

Setzen wir  $x = 1$  ein, erkennen wir das letzte (mathematische) Beispiel aus dem vorigen Abschnitt wieder und wissen, dass diese Reihe keinen Grenzwert hat. Wählen wir dagegen  $x = \frac{1}{2}$ , finden wir unser wohlbekanntes Beispiel, von dem wir wissen, dass es einen Grenzwert hat.

## C.5 Taylorentwicklung

### C.5.1 Theorie

Die Taylorentwicklung ist eine Funktionenreihe, die oft genutzt wird, um eine Näherung für den Wert einer Funktion in der Nähe einer gegebenen Stelle  $x$  zu bestimmen. Wie sieht denn nun also die Taylorentwicklung aus? Voilà, hier ist sie:

$$f(a+h) = f(a) + \frac{h}{1!}f'(a) + \frac{h^2}{2!}f''(a) + \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(a) + \dots + \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(a) + \dots \quad (\text{C.1})$$

Cool, nicht? Gut, vielleicht fragst du dich auch eher: Was ist das denn jetzt? Also, schauen wir uns die Formel mal etwas genauer an:

- Wir haben den sogenannten Entwicklungspunkt  $a$ , der ist fest. Im Kapitel über Näherungen hatten wir gesehen, dass wir nicht generell sagen können, eine Funktion  $g$  ist eine gute Näherung für eine andere Funktion  $f$ , sondern dass wir sagen können,  $g$  ist eine gute Näherung für  $f$  *in einem bestimmten Ausschnitt*. Hier schauen wir uns die Funktion in einem Ausschnitt um die Stelle  $a$  herum an.
- $h$  ist ein „kleiner Abstand“ von  $a$ , so klein, wie wir wollen. Das ist die Variable, von der unsere Funktion abhängt, das heißt, unsere Funktion hängt davon ab, wie weit wir von  $a$  weg sind.
- Der erste Summand ist der Funktionswert  $f(a)$ . Das ist gar nicht mal blöd, immerhin wollen wir eine Näherung für die Funktion  $f$  in einem Ausschnitt um  $a$  herum; da ist es durchaus sinnvoll, mit dem richtigen Funktionswert  $f(a)$  anzufangen.
- Danach werden Terme addiert, die alle die Form „ $h$  hoch  $n$ , geteilt durch irgendwas, mal die  $n$ -te Ableitung von  $f$  an der Stelle  $a$ “ haben
  - Das „irgendwas“ im Nenner ist die sogenannte *Fakultät*: Für jede natürliche Zahl  $k$  ist  $k!$  die Abkürzung für  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (k-1) \cdot k$ , also  $1!=1$ ,  $2! = 1 \cdot 2 = 2$ ,  $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ .  
(Wenn du ein bisschen ein Gefühl für die Fakultät bekommen möchtest: Welche ist die kleinste Fakultät größer als 200?)
  - $f^{(n)}$  kennst du schon, das ist die  $n$ -te Ableitung der Funktion  $f$ .
  - Jeder der Terme hängt von  $h$  ab. Werten wir also diese Reihe für  $h = 0$  aus, soll heißen, direkt an der Stelle  $a$ , starten wir mit dem korrekten Funktionswert  $f(a)$  und das war es dann auch schon wieder! Zumindest für  $h = 0$  bekommen wir also nicht nur einen Näherungswert, sondern den genauen Funktionswert.

Wie schon gesagt soll  $h$  klein sein (wie auch immer man das messen wollte). Die auftretenden Ableitungen sind alle konstant ( $a$  ist ja fest), die Fakultäten auch. Wenn  $h$  sich zwischen  $-1$  und

1 bewegt, dann wird  $h^n$  für größeres  $n$  immer kleiner. Das bedeutet aber, sobald  $h$  klein genug ist, um (möglicherweise sehr große Werte von)  $f^{(n)}(a)$  zu kompensieren, addieren wir immer kleinere Beträge (erinnere dich an das Beispiel  $(c_n) = ((1/2)^n)$  und die zugehörige Reihe mit Grenzwert 2).

Um eine Näherung für die Funktion  $f$  zu bekommen, ist die Idee zu sagen: Wir nehmen nur die ersten paar Summanden aus Formel C.1 mit, denn alle Terme, die wir weglassen, sind so klein, dass sie quasi nichts mehr ändern. Als Näherung für die Funktion  $f$  in einem Ausschnitt um  $a$  herum nehmen wir also

$$f(a+h) \approx f(a) + \frac{h}{1!}f'(a) + \frac{h^2}{2!}f''(a) + \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(a) + \dots + \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(a) \quad (\text{C.2})$$

(das sogenannte Taylorpolynom). Beachte: Die Summe hier endet (anders als in Formel C.1) mit dem Term  $\frac{h^n}{n!}f^{(n)}(a)$  (man sagt auch, es ist eine *Näherung n-ter Ordnung*, weil die Summe bis zum Term  $n$ -ter Ordnung geht). Welchen Wert man für  $n$  nimmt, hängt davon ab, wie genau die Näherung sein soll.

Wir hatten schon gesehen, das Taylorpolynom hängt vom Abstand  $h$  zum Entwicklungspunkt  $a$  ab. Im Fall  $a = 0$  kann  $h$  mit  $x$ , der Variable der Funktion, für die wir eine Näherung haben möchten, identifiziert werden (und das wird auch oft getan). Um ganz klar zwischen der Funktion, für die wir eine Näherung suchen, und dem Taylorpolynom als Näherung für diese Funktion zu unterscheiden, bleiben wir allerdings auch bei  $a = 0$  bei der Variablen  $h$ .

## C.5.2 Beispiel: Abweichung vom Gleichgewichtszustand

Stell dir vor, du hast zwei Körper in einem bestimmten Abstand, so dass sich die Körper im Gleichgewicht befinden. Du interessierst dich für eine physikalische Größe, die umgekehrt proportional zum Abstand ist, also proportional zu  $1/R$ . Wenn du den Abstand zwischen den Körpern leicht änderst, sagen wir, von  $R$  zu  $R + \Delta R$ , ändert sich in deiner Formel der Term  $\frac{1}{R}$  zu  $\frac{1}{R+\Delta R} = \frac{1}{R(1+\Delta R/R)}$ , du landest also bei einer Formel der Form

$$f(x) = \frac{1}{1+x},$$

wobei  $x$  die Abweichung aus der Gleichgewichtslage angibt. Jetzt möchten wir eine Näherung dritter Ordnung für  $f$ , wenn die Abweichung klein ist, also in einem Ausschnitt um dem Entwicklungspunkt  $a = 0$ .

Für den Term nullter Ordnung setzen wir  $a = 0$  ein:

$$f(a) = f(0) = \frac{1}{1+0} = 1$$

Für den Term erster Ordnung leiten wir  $f$  ab

$$f'(x) = ((1+x)^{-1})' = (-1) \cdot (1+x)^{-2} = -\frac{1}{(1+x)^2}$$

und setzen  $a = 0$  ein:

$$f'(a) = f'(0) = -\frac{1}{(1+0)^2} = -1$$

Für den Term zweiter Ordnung leiten wir  $f'$  ab

$$f''(x) = (f'(x))' = (-(1+x)^{-2})' = -(-2) \cdot (1+x)^{-3} = 2(1+x)^{-3} = \frac{2}{(1+x)^3}$$

und setzen  $a = 0$  ein:

$$f''(a) = f''(0) = \frac{2}{(1+0)^3} = 2$$

Für den Term dritter Ordnung leiten wir  $f''$  ab

$$f^{(3)}(x) = (f''(x))' = (2(1+x)^{-3})' = 2 \cdot (-3)(1+x)^{-4} = -\frac{6}{(1+x)^4}$$

und setzen  $a = 0$  ein:

$$f^{(3)}(a) = f^{(3)}(0) = -\frac{6}{(1+0)^4} = -6$$

Zum Schluss setzen wir alles in das Taylorpolynom C.2 ein

$$\begin{aligned} f(a+h) &= f(0+h) = f(h) \approx f(a) + \frac{h}{1!} f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \frac{h^3}{3!} f^{(3)}(a) \\ &= 1 + \frac{h}{1} \cdot (-1) + \frac{h^2}{1 \cdot 2} \cdot 2 + \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot (-6) \\ &= 1 - h + h^2 - h^3 \end{aligned}$$

Jetzt kann man sich natürlich fragen: Wie gut ist diese Näherung denn? Naja, das hängt von deinen Ansprüchen ab. Aber um dir mal eine grobe Idee zu geben: Du kannst hier jedes  $h$  zwischen  $-0,47$  und  $0,47$  einsetzen, der Unterschied zwischen Näherungswert und wirklichem Funktionswert wird immer weniger als fünf Prozent des wahren Wertes sein. Und falls du eine maximale Abweichung von einem Prozent haben möchtest, kannst du für  $h$  immer noch einen beliebigen Wert zwischen  $-0,31$  und  $0,31$  wählen.

### C.5.3 Beispiel: Relativistischer Faktor

Du kennst vermutlich den relativistischen Faktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und der Geschwindigkeit  $v$  eines sich bewegenden Körpers. Wahrscheinlich weißt du auch, dass für  $v \ll c$  gilt:  $\gamma \approx 1$ . Wir wollen uns jetzt nicht mit einer Konstanten als Näherung zufriedengeben, stattdessen möchten wir die Näherung zweiter Ordnung der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

um den Entwicklungspunkt  $a = 0$ .

*Jetzt bist du dran: Vervollständige das Beispiel!*

Für den Term nullter Ordnung setzen wir  $a = 0$  ein:

$$f(a) = \dots$$

Für den Term erster Ordnung leiten wir  $f$  ab

$$f'(x) = \left( (1 - x^2)^{-1/2} \right)' = \dots$$

und setzen  $a = 0$  ein:

$$f'(a) = \dots$$

Für den Term zweiter Ordnung leiten wir  $f'$  ab

$$f''(x) = (f'(x))' = \dots$$

und setzen  $a = 0$  ein:

$$f''(a) = \dots$$

Zum Schluss setzen wir alles in das Taylorpolynom C.2 ein

$$f(a + h) \approx f(a) + \frac{h}{1!} f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) = \dots$$

Du kannst dein Ergebnis anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

### C.5.4 Beispiel: Schwingungen

Taylorentwicklung beschränkt sich natürlich nicht auf Funktionen, die Polynome enthalten. Beispielsweise kannst du, wenn es um Schwingungen geht, auch bei einer Funktion wie

$$f(x) = \sin(x)$$

landen.

*Kannst du die Näherung dritter Ordnung für  $f$  um den Entwicklungspunkt  $a = 0$  bestimmen?*

Das Vorgehen ist wieder das gleiche: einsetzen, ableiten, einsetzen, ableiten und so weiter und zum Schluss alles in das Taylorpolynom C.2 einsetzen.

Du kannst dein Ergebnis anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

### C.5.5 Beispiel: Saturns Mond

Erinnerst du dich noch an das Beispiel aus der Einleitung, mit dem Mondbrocken, der auf der Mondoberfläche liegt und sowohl eine Kraft in Richtung Saturn als auch in Richtung des Mondmittelpunkts erfährt? Wie kann man dieses Problem mit Hilfe der Taylorentwicklung lösen?

Der Radius  $r$  des Mondes ist ziemlich klein verglichen mit dem Abstand  $d$  zwischen Mond und Saturn, also ist das Verhältnis  $\frac{r}{d}$  ziemlich klein (was bedeutet: fast Null). Es könnte also ziemlich clever sein, eine Näherung für eine Funktion, die vom Verhältnis  $\frac{r}{d}$  abhängt, um den Entwicklungspunkt  $a = 0$  herum zu suchen. Leider taucht das Verhältnis (noch) nicht explizit in irgendeiner der Formeln auf, also müssen wir erst ein bisschen Formeln umformen, um eine Abhängigkeit vom Verhältnis zu bekommen. Es gibt einen Term (den ersten in  $F_t$ ), der sowohl  $d$  als auch  $r$  enthält; das ist derjenige, der uns im Moment interessiert.  $d - r$  können wir einfach umformen zu  $d(1 - \frac{r}{d})$  und da haben wir, was wir wollten: einen Term, der vom Verhältnis  $\frac{r}{d}$  abhängt. Jetzt können wir den ersten Term von  $F_t$  umschreiben gemäß

$$G \frac{Mu}{(d-r)^2} = G \frac{Mu}{(d(1 - \frac{r}{d}))^2} = G \frac{Mu}{d^2 (1 - \frac{r}{d})^2}$$

und die Taylorentwicklung nutzen, um eine Näherung für diesen Term zu finden. Tatsächlich werden wir nicht genau diesen Term nähern, sondern die Konstanten  $G, M, u$  und  $d$  weglassen und das Verhältnis  $\frac{r}{d}$  mit  $x$  abkürzen.

*Jetzt kannst du tatsächlich anfangen: Was ist die Näherung erster Ordnung für*

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

*um den Entwicklungspunkt  $a = 0$ ?*

Wenn du diese Näherung in die Formel für  $F_t$  einsetzt und  $F_G = F_t$  setzt, dann bekommst du eine Gleichung für  $d$ , die du lösen kannst.

Du kannst dein Ergebnis anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

## C.6 Anhang: Einige Bemerkungen

Im Folgenden werden einige Fragen beantwortet, die dir vielleicht gekommen sind, während du diese Einführung durchgearbeitet hast, und es werden einige mathematische Aspekte etwas ausführlicher behandelt als im Haupttext. Dieser letzte Teil ist als Ergänzung gedacht, auf die du zurückgreifen kannst, wenn du dich für einen bestimmten Aspekt interessierst, aber nicht als durchzuarbeitender Text wie die vorangehenden Kapitel.

### C.6.1 Wie ist das denn nun mit der Gezeitenkraft, die auf den Mondbrocken wirkt?

Wir fangen mit dem Mond an: Dieser kreist auf einer Kreisbahn mit Radius  $d$  um Saturn. Daher müssen sich die Anziehungskraft  $F_G^m$ , die Saturn auf den Mond ausübt, und die Zentrifugalkraft  $F_c^m$ , die der Mond aufgrund der Bewegung um Saturn herum erfährt (von Saturn weg), gerade ausgleichen (andernfalls würde sich der Mond Saturn nähern oder von ihm entfernen):

$$F_G^m = G \frac{m \cdot M}{d^2} \stackrel{!}{=} F_c^m = \frac{mv^2}{d}$$

mit  $m$  und  $M$  den Massen von Mond und Saturn,  $v$  der Geschwindigkeit des Mondes und  $G$  der Gravitationskonstanten. Unter der Annahme, dass der Mond nicht rotiert, bewegt sich jeder Punkt auf der Mondoberfläche auf einer Kreisbahn mit demselben Radius wie der Mittelpunkt des Mondes (nur der Mittelpunkt der Kreisbahn ist um den gleichen Betrag und in die gleiche Richtung verschoben wie der Punkt verglichen mit dem Mittelpunkt des Mondes). Damit ist für jeden Punkt auf der Mondoberfläche  $v^2$  genauso groß wie für den Mittelpunkt des Mondes, nämlich

$$v^2 = G \frac{M}{d}.$$

Jetzt schauen wir uns den Mondbrocken an (mit Masse  $u$  und Abstand  $d - r$  vom Mittelpunkt von Saturn). Aufgrund der Bewegung um Saturn erfährt der Mondbrocken eine Zentrifugalkraft

$$F_c = \frac{uv^2}{d} = G \frac{u \cdot M}{d^2} \tag{C.3}$$

weg von Saturn und eine Anziehungskraft

$$F_G = G \frac{u \cdot M}{(d - r)^2}$$

in Richtung Saturn. Unter Berücksichtigung der entgegengesetzten Richtungen der beiden Kräfte ergibt sich als resultierende Kraft (in Richtung Saturn)

$$F_t = F_G - F_c = G \frac{u \cdot M}{(d - r)^2} - G \frac{u \cdot M}{d^2}$$



## C.6.2 Welche Näherung ist gut genug? - Eine Pi-mal-Daumen-Regel

Ich persönlich würde mit der Näherung erster Ordnung anfangen (es sei denn, natürlich, der Term erster Ordnung ist Null) und ausprobieren, ob das ausreicht. Den absoluten Fehler, den du machst, wenn du die Näherung  $n$ -ter Ordnung nutzt, kannst du durch den Term abschätzen, den du zusätzlich hättest, wenn du die Näherung  $(n+1)$ -ter Ordnung nehmen würdest (falls du dich jetzt fragst: Ja, der Term hängt von  $h$  ab. Um also einen Zahlenwert zu bekommen, brauchst du eine vernünftige Abschätzung, in welchem Rahmen sich  $h$  bewegt). Also kannst du, indem du den Term zweiter Ordnung durch die Näherung erster Ordnung teilst, abschätzen, welchen relativen Fehler du machst, wenn du die Näherung erster Ordnung nimmst. Dann kannst du entscheiden, ob dir diese Genauigkeit ausreicht oder nicht; im zweiten Fall musst du eine Näherung höherer Ordnung nehmen.

## C.6.3 Wie ist es, wenn $a \neq 0$ ist?

Die Taylorentwicklung gilt nicht nur für den Fall  $a = 0$ , aber in Physik hat man meistens Situationen, in denen eine Größe „(sehr) klein“ ist (was bedeutet: ungefähr Null) oder „(sehr) klein verglichen mit einer anderen Größe“ (was bedeutet: das Verhältnis ist fast Null). Von daher hat man in physikalischen Anwendungen fast immer  $a = 0$ . In manchen Texten wird dieser Spezialfall auch Maclaurin-Reihe genannt.

## C.6.4 Funktioniert das eigentlich immer?

Nein. Aber: Die Mathematik sagt uns, dass die Funktionen, auf die man erfahrungsgemäß in physikalischen Kontexten stößt, „nett“ in dem Sinne sind, dass die Taylorentwicklung tatsächlich die Funktion in einem bestimmten Ausschnitt liefert und daher das Taylorpolynom als sinnvolle Näherung in einem hinreichend kleinen Ausschnitt genutzt werden kann.

## C.6.5 Was ist eigentlich dieses seltsame Symbol $\sum$ , das ich woanders mal gesehen habe?

Möglicherweise begegnest du mal dem Summationsoperator oder Summenzeichen  $\sum$  in einem Ausdruck wie

$$\sum_{i=0}^n a_i$$

Das ist die Kurzschreibweise der Mathematiker und Mathematikerinnen, die sagt: „Summiere (das meint das Symbol  $\sum$ ) alle  $a_i$ 's (was hinter dem  $\sum$  kommt), wobei  $i$  alle natürlichen Zahlen

von 0 (unter dem  $\sum$ ) bis  $n$  (über dem  $\sum$ ) durchläuft“. Zum Beispiel,

$$\sum_{i=0}^0 a_i$$

kann „übersetzt“ werden zu: Summiere alle  $a_i$ 's von  $i = 0$  bis  $i = 0$ , also: summiere  $a_0$  - und fertig!

$$\sum_{i=0}^1 a_i$$

wird „übersetzt“ als: Summiere alle  $a_i$ 's von  $i = 0$  bis  $i = 1$ , also: summiere  $a_0$  und  $a_1$ :  $a_0 + a_1$ .

$$\sum_{i=0}^2 a_i = a_0 + a_1 + a_2, \quad \sum_{i=0}^3 a_i = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \quad \text{und so weiter}$$

Natürlich kann man auch mit konkreten Zahlenwerten rechnen:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^3 i &= 0 + 1 + 2 + 3 = 6 \\ \sum_{i=0}^5 2 \cdot i &= 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 30 \end{aligned}$$

und Vorsicht:  $i$  muss nicht unbedingt bei Null anfangen:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{3}{i} = \frac{3}{1} + \frac{3}{2} = 4\frac{1}{2}$$

*Möchtest du ein bisschen üben?*

*Berechne*

$$\sum_{i=0}^5 i^2, \quad \sum_{i=2}^5 \frac{1}{i^2}, \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^3 (3i - 1).$$

Du kannst deine Ergebnisse anhand der Lösungen im Anhang überprüfen.

Formal muss die Summe nicht bei irgendeinem  $n$  aufhören, sondern wir können sie für immer weitergehen lassen und schreiben

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i$$

wobei  $\infty$  das Symbol für unendlich ist. Falls diese unendliche Summe einen konkreten Zahlenwert annimmt (was nicht der Fall sein muss: stell dir vor, die  $a_i$ 's sind die Fibonacci-Zahlen!), kann man diesen Wert nicht bestimmen, indem man einfach alle Werte einsetzt (es sei denn, es sind

fast alle Null) - dafür muss man sich genauer mit Grenzwerten auseinandersetzen, das wird in dieser Einführung der Taylorentwicklung aber nicht gemacht, sorry!

## C.7 Anhang: Lösungen

### 1 Gleichung für $d$ aus dem Einleitungsbeispiel

Eine Gleichung für  $d$  (von natürlich unendlich vielen äquivalenten) ist

$$d^4 - 2d^3r + d^2r^2 - 2dr^3 \frac{M}{m} = -r^4 \frac{M}{m}$$

### 3.2 Ableitungen, Teil 1

Die Endergebnisse sind:

$$f'(x) = 12x^3 - 10x + 1$$

$$g'(x) = 3(x+1)^2$$

$$h'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x}}$$

$$i'(x) = -\frac{2}{(x+a)^3}$$

Falls du noch nicht so vertraut mit Ableitungen bist, möchtest du vielleicht auch Zwischenschritte sehen:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (3x^4)' - (5x^2)' + (x)' = 3 \cdot (x^4)' - 5 \cdot (x^2)' + (x)' \\ &= 3 \cdot 4x^{4-1} - 5 \cdot 2x^{2-1} + 1 \cdot x^{1-1} = 12x^3 - 10x + 1 \end{aligned}$$

(Falls du nochmal an einem ähnlichen Beispiel üben möchtest, leite  $f_1(x) = x^5 + 2x^4 - 9x^2 + 3$  ab.)

$$g'(x) = 3(x+1)^{3-1} \cdot (1+x)' = 3(x+1)^2 \cdot (0+1) = 3(x+1)^2$$

(Als ein weiteres ähnliches Beispiel kannst du  $g_1(x) = (1+2x)^2$  ableiten.)

$$\begin{aligned} h'(x) &= \left( (1+2x)^{1/2} \right)' = \frac{1}{2} (1+2x)^{-1/2} \cdot (1+2x)' \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1+2x)^{1/2}} \cdot (0+2) = \frac{1}{\sqrt{1+2x}} \end{aligned}$$

(Als ein weiteres ähnliches Beispiel kannst du  $h_1(x) = (2 + x)^{3/2}$  ableiten.)

$$\begin{aligned}i'_1(x) &= ((x + a)^{-2})' = -2 \cdot (x + a)^{-2-1} \cdot (x + a)' \\ &= -2(x + a)^{-3} \cdot 1 = -\frac{2}{(x + a)^3}\end{aligned}$$

(Als ein weiteres ähnliches Beispiel kannst du  $i_1(x) = \frac{2}{(3+x)}$  ableiten.)

Die Lösungen der zusätzlichen Beispiel sind

$$\begin{aligned}f'_1(x) &= 5x^4 + 8x^3 - 18x \\ g'_1(x) &= 4(1 + 2x) \\ h'_1(x) &= \frac{3}{2}\sqrt{2+x} \\ i'_1(x) &= -\frac{2}{(3+x)^2}\end{aligned}$$

### 3.2 Ableitungen, Teil 2

$$\begin{aligned}f'(x) &= 2 \cos(2x + 1) \\ g'(x) &= \frac{1}{\pi} \sin\left(\alpha - \frac{x}{\pi}\right) \\ h'(x) &= \frac{1}{3} e^{x/3}\end{aligned}$$

Falls du auch Zwischenschritte sehen möchtest, bitteschön:

$$f'(x) = (\sin(2x + 1))' = \cos(2x + 1) \cdot (2x + 1)' = 2 \cos(2x + 1)$$

(Als ein weiteres ähnliches Beispiel kannst du  $f_1(x) = \sin(x^2)$  ableiten.)

$$g'(x) = \left(\cos\left(\alpha - \frac{x}{\pi}\right)\right)' = -\sin\left(\alpha - \frac{x}{\pi}\right) \cdot \left(\alpha - \frac{x}{\pi}\right)' = -\sin\left(\alpha - \frac{x}{\pi}\right) \cdot \left(0 - \frac{1}{\pi}\right) = \frac{1}{\pi} \sin\left(\alpha - \frac{x}{\pi}\right)$$

(Als ein weiteres ähnliches Beispiel kannst du  $g_1(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x + \phi\right)$  ableiten.)

$$h'(x) = \left(e^{x/3}\right)' = e^{x/3} \cdot \left(\frac{x}{3}\right)' = \frac{1}{3} e^{x/3}$$

(Als ein weiteres ähnliches Beispiel kannst du  $h_1(x) = e^{2x}$  ableiten.)

Die Lösungen der zusätzlichen Beispiele sind

$$f'_1(x) = 2x \cos(x^2)$$

$$g'_1(x) = -\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}x + \phi\right)$$

$$h'_1(x) = 2e^{2x}$$

### 3.3 Ableitungen ableiten

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$f''(x) = \frac{1}{(\sqrt{1+x^2})^3}$$

$$f^{(3)}(x) = -\frac{3x}{(\sqrt{1+x^2})^5}$$

### 4.1 Folgen

1.  $c_0 = 1, c_1 = 1/2, c_2 = 1/4, c_3 = 1/8, c_4 = 1/16$

2.  $d_0 = 0, d_1 = 2/3, d_2 = 4/5, d_3 = 6/7, d_4 = 8/9$

3.

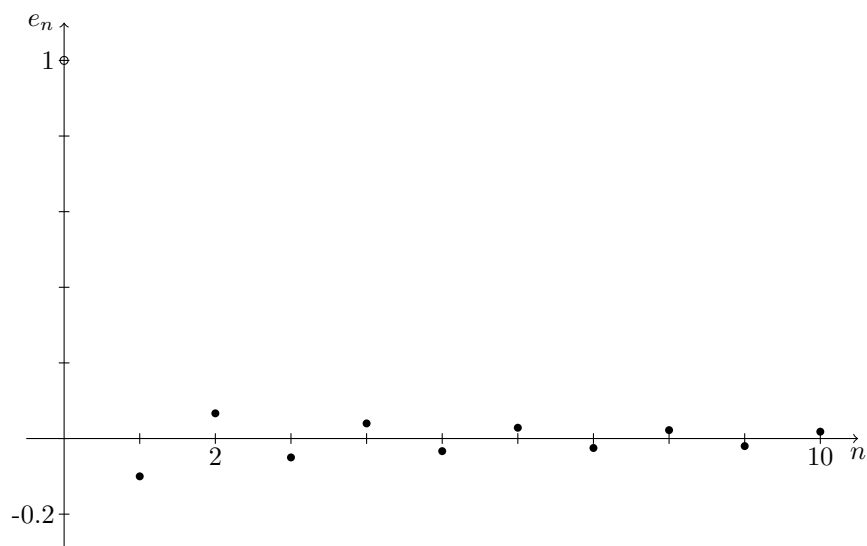


Abbildung C.19: Die ersten Folgenglieder von  $(e_n)$ .

4.  $f_n = 2n^2 + 3$  oder rekursiv:  $f_0 = 3, f_n = f_{n-1} + 2(2n - 1)$

übrigens: Die erste Fibonacci-Zahl, die größer ist als 100, ist  $a_{12} = 144$ .

#### 4.2.1 Beweis: Grenzwert von $1 + 0.5 + 0.25 + \dots$

Wir bezeichnen den Grenzwert der Reihe mit  $P$ :

$$P = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

Multiplikation mit 2 liefert

$$\begin{aligned} 2P &= 2 + 1 + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots}_{P} \\ 2P &= 2 + P \\ \Leftrightarrow P &= 2 \end{aligned}$$

### 5.3 Relativistischer Faktor

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, & f(0) &= 1 \\ f'(x) &= \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}}, & f'(0) &= 0 \\ f''(x) &= \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}} + \frac{3x^2}{(1-x^2)^{5/2}}, & f''(0) &= 1 \\ f(h) &\approx 1 + \frac{1}{2}h^2 \end{aligned}$$

### 5.4 Schwingungen

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin(x), & f(0) &= 0 \\ f'(x) &= \cos(x), & f'(0) &= 1 \\ f''(x) &= -\sin(x), & f''(0) &= 0 \\ f^{(3)}(x) &= -\cos(x), & f^{(3)}(0) &= -1 \\ f(h) &\approx h - \frac{1}{6}h^3 \end{aligned}$$

## 5.5 Saturns Mond

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{1}{(1-x)^2}, & f(0) &= 1 \\f'(x) &= \frac{2}{(1-x)^3}, & f'(0) &= 2 \\f(h) &\approx 1 + 2h\end{aligned}$$

Also:

$$F_t \approx G \frac{Mu}{d^2} \left(1 + 2\frac{r}{d}\right) - G \frac{Mu}{d^2} = G \frac{2rMu}{d^3}$$

und wegen

$$\begin{aligned}F_t &\stackrel{!}{=} F_G \\ \implies G \frac{2rMu}{d^3} &= G \frac{mu}{r^2} \\ \iff d &= \sqrt[3]{\frac{2M}{m}} r\end{aligned}$$

## 6.1.4 Summationsoperator

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^5 i^2 &= 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55 \\ \sum_{i=2}^5 \frac{1}{i^2} &= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} = \frac{1669}{3600} \\ \sum_{i=1}^3 (3i-1) &= (3 \cdot 1 - 1) + (3 \cdot 2 - 1) + (3 \cdot 3 - 1) = 2 + 5 + 8 = 15\end{aligned}$$



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Struktur der PhysikOlympiade. . . . .	10
2.2	Modell der Anwendung von Mathematik in Physik. . . . .	13
2.3	Aufgabe 4 der ersten Runde der PhysikOlympiade 2015. . . . .	16
2.4	Musterlösung zur Aufgabe in Abbildung 2.3. . . . .	16
2.5	Aufgabe 2d) der zweiten Runde der PhysikOlympiade 2017. . . . .	17
2.6	Musterlösung zur Aufgabe in Abbildung 2.5. . . . .	18
3.1	Analyse der Musterlösung in Abbildung 2.4. . . . .	23
7.1	Wettbewerbs- und Erhebungsablauf (schematisch). . . . .	49
7.2	Änderungen im Physikselbstkonzept von MZP 1 nach MZP 2. . . . .	58
7.3	Änderungen im Mathematikselbstkonzept von MZP 1 nach MZP 2. . . . .	59
7.4	Attributionsmuster der Teilnehmenden zu MZP 2. . . . .	61
7.5	Vergleich mathematik- und physikbezogener Attributionen zu MZP 2. . . . .	62
7.6	Struktur der Mediationsmodelle und Bezeichnung der Pfade. . . . .	65
7.7	Änderungen im Physikselbstkonzept von MZP 2 nach MZP 3. . . . .	69
7.8	Änderungen im Mathematikselbstkonzept von MZP 2 nach MZP 3. . . . .	70
7.9	Attributionsmuster der Teilnehmenden (MZP 3). . . . .	71
7.10	Vergleich der Attributionen nach MZP 2 von Teilnehmenden, die in der nächsten Runde ausgeschieden oder weitergekommen sind. . . . .	72
7.11	Vergleich mathematik- und physikbezogener Attributionen (MZP 3). . . . .	73

7.12	Attributionsmuster ausgewählter Teilnehmender. . . . .	78
8.1	Einschätzung des Mathematikanteils im Physikunterricht durch die Lehrkräfte. . .	84
8.2	Einschätzung des Mathematikanteils im Physikunterricht durch die Lernenden. . .	85
8.3	Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik in der Erfolgssituation. . . . .	86
8.4	Einschätzung der Wichtigkeit der Mathematik in der Misserfolgssituation. . . . .	87
8.5	Attributionsmuster von Lernenden. . . . .	88
C.1	Skizze der Situation, nicht maßstabsgetreu. . . . .	146
C.2	Grobe Näherung (?) für die Sinusfunktion. . . . .	148
C.3	Grobe Näherung (?) für die Sinusfunktion, reingezoomt. . . . .	149
C.4	Näherung für die Sinusfunktion. . . . .	150
C.5	Näherung für die Sinusfunktion, reingezoomt. . . . .	151
C.6	(Un-)Ähnlichkeit auf verschiedenen Skalen. . . . .	153
C.7	Durchschnittliche Geschwindigkeit während der gesamten Fahrt. . . . .	155
C.8	Durchschnittliche Geschwindigkeit zwischen Minute 30 und 40. . . . .	156
C.9	Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm. . . . .	158
C.10	Vergleich zweier Näherungen für die Sinusfunktion. . . . .	161
C.11	Prinzip der Taylorentwicklung. . . . .	162
C.12	Graph der Folge $(b_n)$ . . . . .	163
C.13	Wachstum der Fibonacci-Zahlen. . . . .	165
C.14	Beschränkung nach oben und unten. . . . .	166
C.15	Annäherung an Null. . . . .	167
C.16	Folge und zugehörige Partialsummen. . . . .	168
C.17	Beginn der Folge im Waage-Beispiel. . . . .	169
C.18	Beginn der Folge der Partialsummen im Waage-Beispiel. . . . .	169
C.19	Die ersten Folgenglieder von $(e_n)$ . . . . .	183

# Tabellenverzeichnis

3.1	Verteilung der Musterlösungen. . . . .	22
3.2	Gruppierung der identifizierten Kategorien. . . . .	25
4.1	Vorkommen der Kategorien aus Gruppe 2 im Lehrplan. . . . .	30
4.2	Vorkommen der Kategorien aus Gruppe 3 im Lehrplan. . . . .	31
4.3	Vorkommen der Kategorien aus Gruppe 4 im Lehrplan. . . . .	32
6.1	Klassifikation der Ursachen für Erfolg und Misserfolg im Leistungskontext nach Weiner (2010). . . . .	43
7.1	Teilnehmende bei den drei Messzeitpunkten. . . . .	49
7.2	Stichprobe für den Übergang von MZP 1 nach MZP 2. . . . .	50
7.3	Stichprobe für den Übergang von MZP 2 nach MZP 3. . . . .	51
7.4	Attribution in der PhysikOlympiade. . . . .	53
7.5	Attributions-Items, Beispiele. . . . .	54
7.6	Vergleich der ein- und dreidimensionalen Modelle der Attributions-Items. . . . .	55
7.7	Kennwerte der verwendeten Skalen (Übergang von MZP 1 zu MZP 2). . . . .	56
7.8	Kennwerte der verwendeten Skalen (Übergang von MZP 2 zu MZP 3). . . . .	56
7.9	Pearson-Korrelation zwischen Mathematik- und Physikselbstkonzept, MZP 1 nach MZP 2. . . . .	57
7.10	Änderungen im Selbstkonzept von MZP 1 nach MZP 2, prozentual. . . . .	60

7.11 Pearson-Korrelation zwischen physik- und mathematikbezogener Attribution (MZP 2). . . . .	62
7.12 Genderunterschiede nach Runde 1. . . . .	63
7.13 Pearson-Korrelation zwischen Selbstkonzept (MZP 1) und Attribution. . . . .	64
7.14 Mediationsmodelle für die ausgeschiedenen Teilnehmenden. . . . .	66
7.15 Mediationsmodelle für die qualifizierten Teilnehmenden. . . . .	66
7.16 Pearson-Korrelation zwischen Mathematik- und Physikselbstkonzept, MZP 2 nach MZP 3. . . . .	68
7.17 Pearson-Korrelation zwischen physik- und mathematikbezogener Attribution (MZP 3). . . . .	74
7.18 Genderunterschiede nach Runde 2. . . . .	75
7.19 Pearson-Korrelation zwischen Selbstkonzept (MZP 2) und Attribution. . . . .	76
8.1 Stichprobe der Erhebung im Unterricht. . . . .	82
8.2 Attributions-Items, Beispiele bezogen auf den Unterricht. . . . .	83
8.3 Kennwerte der Attributionsskalen (Unterricht). . . . .	83
8.4 Pearson-Korrelation zwischen Wichtigkeit der Mathematik und Attribution, . . . .	89

# Literatur

- Abernathy, T. V. & Vineyard, R. N. (2010). Academic Competitions in Science: What Are the Rewards for Students? *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, 74(5), 269–276. doi:10.1080/00098650109599206
- Angell, C., Guttersrud, Ø., Henriksen, E. K. & Isnes, A. (2004). Physics: Frightful, but fun. Pupils' and teachers' views of physics and physics teaching. *Science Education*, 88(5), 683–706. doi:10.1002/sce.10141
- Arnold, V. I. (2014). On Teaching Mathematics. *Resonance*, 19(9), 851–861.
- Atkinson, R. K., Derry, S. J., Renkl, A. & Wortham, D. (2000). Learning from Examples: Instructional Principles from the Worked Examples Research. *Review of Educational Research*, 70(2), 181–214.
- Batinic, B. & Moser, K. (2005). Determinanten der Rücklaufquote in Online-Panels. *Zeitschrift für Medienpsychologie*, 17(2), 64–74. doi:10.1026/1617-6383.17.2.64
- Bing, T. J. & Redish, E. F. (2009). Analyzing Problem Solving Using Math in Physics: Epistemological Framing via Warrants. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 5(2).
- Blankenburg, J. S., Höffler, T. N. & Parchmann, I. (2015). Naturwissenschaftliche Wettbewerbe – Was kann junge Schülerinnen und Schüler zur Teilnahme motivieren? *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 21(1), 141–153. doi:10.1007/s40573-015-0031-y
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). "Filling Up" - the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. *CERME 4-Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1623–1633.
- Brennan, R. L. & Prediger, D. J. (1981). Coefficient Kappa: Some Uses, Misuses, and Alternatives. *Educational and Psychological Measurement*, 41(3), 687–699.
- Brush, S. G. (2015). Mathematics as an Instigator of Scientific Revolutions. *Science & Education*, 24(5-6), 495–513. doi:10.1007/s11191-015-9762-x
- Campbell, J. R. & Feng, A. X. (2010). Comparing Adult Productivity of American Mathematics, Chemistry, and Physics Olympians With Terman's Longitudinal Study. *Roeper Review*, 33(1), 18–25. doi:10.1080/02783193.2011.530203

- Campbell, J. R. & Walberg, H. J. (2010). Olympiad Studies: Competitions Provide Alternatives to Developing Talents That Serve National Interests. *Roeper Review*, 33(1), 8–17. doi:10.1080/02783193.2011.530202
- Cousineau, D. & Chartier, S. (2010). Outliers detection and treatment: a review. *International Journal of Psychological Research*, 3(1), 58–67.
- Crippen, K. J. & Earl, B. L. (2007). The impact of web-based worked examples and self-explanation on performance, problem solving, and self-efficacy. *Computers & Education*, 49(3), 809–821. doi:10.1016/j.compedu.2005.11.018
- Daniels, Z. (2008). *Entwicklung schulischer Interessen im Jugendalter: Zugl.: Potsdam, Berlin, Univ., Diss., 2004*. Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie. Münster: Waxmann. Zugriff unter [http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=3119544&prov=M&dok\\_var=1&dok\\_ext=htm](http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=3119544&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm)
- Deci, E. L. & Ryan, R. M. (2000). The "What" and "Why" of Goal Pursuits: Human Needs and the Self-Determination of Behavior. *Psychological Inquiry*, 11(4), 227–268. doi:10.1207/S15327965PLI1104.01
- Deschauer, S. (Hrsg.). (2017). *Mathematikunterricht im Kontext physikalischer Anwendungen - Grundlegungen und Konzepte zu fächerverbindendem Unterricht*. Seelze: Friedrich Verlag.
- Dickhäuser, O. & Meyer, W.-U. (2006). Gender differences in young children's math ability attributions. *Psychology Science*, 48(1), 3–16.
- DPG Autorenteam. (2016). *Physik in der Schule*. Studien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft e.V. Bad Honnef: Deutsche Physikalische Gesellschaft. Zugriff unter <https://www.dpg-physik.de/veroeffentlichungen/publikationen/studien-der-dpg/studie-physik-in-der-schule>
- Eccles, J. S., Adler, T. & Meece, J. L. (1984). Sex Differences in Achievement: A Test of Alternate Theories. *Journal of Personality and Social Psychology*, 46(1), 26–43.
- Erinosho, S. Y. (2013). How Do Students Perceive the Difficulty of Physics in Secondary School? An Exploratory Study in Nigeria. *International Journal for Cross-Disciplinary Subjects in Education (IJCDSE)*, 3(3), 1510–1515.
- Feng, A. X., Campbell, J. R. & Verna, M. A. (2001). The Talent Development of American Physics Olympians. *Gifted and Talented International*, 16(2), 108–114. doi:10.1080/15332276.2001.11672972
- Filipp, S.-H. (2006). Entwicklung von Fähigkeitsselbstkonzepten. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 20, 65–72.
- Freie und Hansestadt Hamburg, Behörde für Schule und Berufsbildung. (2011/2009/2015). Bildungsplan Gymnasium, Sekundarstufe I und gymnasiale Oberstufe, Mathematik.
- Galili, I. (2018). Physics and Mathematics as Interwoven Disciplines in Science Education. *Science & Education*, 27(1-2), 7–37. doi:10.1007/s11191-018-9958-y
- Gorzkowski, W. & Tichy-Rács, Á. (2010). List of Winners in 1st - 41st International Physics Olympiads. Zugriff unter <http://www.ipho.org/statistics.pdf>
- Heider, F. (1977). *Psychologie der interpersonalen Beziehungen* (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.

- Heller, K. A. (2008). *Von der Aktivierung der Begabungsreserven zur Hochbegabtenförderung: Forschungsergebnisse aus vier Dekaden*. Talentförderung - Expertiseentwicklung - Leistungsexzellenz. Berlin u.a.: LIT-Verl.
- Höffler, T. N., Bonin, V. & Parchmann, I. (2017). Science vs. Sports: Motivation and Self-concepts of Participants in Different School Competitions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(5), 817–836. doi:10.1007/s10763-016-9717-y
- Hoffmann, L., Häußler, P. & Lehrke, M. (1998). *Die IPN-Interessenstudie Physik*. IPN. Kiel: IPN.
- Hudson, H. T. & McIntire, W. R. (1977). Correlation between mathematical skills and success in physics. *American Journal of Physics*, 45(5), 470–471. doi:10.1119/1.10823
- IPhO Syllabus. (2015). Zugriff unter <http://www.ipho.org/syllabus.html>
- Jansen, M., Schroeders, U. & Lüdtke, O. (2014). Academic self-concept in science: Multidimensionality, relations to achievement measures, and gender differences. *Learning and Individual Differences*, 30, 11–21. doi:10.1016/j.lindif.2013.12.003
- Kalyuga, S., Chandler, P. & Sweller, J. (2001). Learner Experience and Efficiency of Instructional Guidance. *Educational Psychology*, 21(1), 5–23. doi:10.1080/01443410124681
- Karam, R. (2015). Introduction of the Thematic Issue on the Interplay of Physics and Mathematics. *Science & Education*, 24(5-6), 487–494. doi:10.1007/s11191-015-9763-9
- Kessels, U., Rau, M. & Hannover, B. (2006). What goes well with physics? Measuring and altering the image of science. *The British journal of educational psychology*, 76(4), 761–780. doi:10.1348/000709905X59961
- Kragh, H. (2015). Mathematics and Physics: The Idea of a Pre-Established Harmony. *Science & Education*, 24(5-6), 515–527. doi:10.1007/s11191-014-9724-8
- Krapp, A. & Prenzel, M. (2011). Research on Interest in Science: Theories, methods, and findings. *International Journal of Science Education*, 33(1), 27–50. doi:10.1080/09500693.2010.518645
- Krey, O. (2012). *Zur Rolle der Mathematik in der Physik: Wissenschaftstheoretische Aspekte und Vorstellungen Physiklernender*. Logos Verlag Berlin GmbH.
- Kukushkin, B. (1996). The Olympiad movement in Russia. *International Journal of Educational Research*, 25(6), 553–562.
- Kultusministerkonferenz. (2009). Qualitätskriterien für Schülerwettbewerbe (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 17.09.2009). Zugriff unter [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2009/2009\\_09\\_17-Schuelerwettbewerbe.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2009/2009_09_17-Schuelerwettbewerbe.pdf)
- Kultusministerkonferenz. (2015). Förderstrategie für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 11.06.2015). Zugriff unter <https://www.kmk.org/fileadmin/pdf/350-KMK-TOP-011-Fu-Leistungsstarke-.neu.pdf>
- Kurtz-Costes, B. E. & Schneider, W. (1994). Self-Concept, Attributional Beliefs, and School Achievement: A Longitudinal Analysis. *Contemporary Educational Psychology*, 19, 199–216.

- Lind, G. (2001). „Herausforderung, Selbstbestätigung durch Erfolg, Erfahrung der eigenen Grenzen“: Eine Befragung ehemaliger Teilnehmer der Physikolympiade. ipn-materialien. Kiel: IPN.
- Lind, G. & Friege, G. (2001). What characterizes participants at the olympiad besides their physics problem solving abilities? Some results from a retrospective survey among former German Physics Olympiad participants. *Physics Competitions*, 3(2), 7–15.
- MacKinnon, D. P., Fairchild, A. J. & Fritz, M. S. (2007). Mediation analysis. *Annual review of psychology*, 58, 593–614. doi:10.1146/annurev.psych.58.110405.085542
- Marsh, H. W. (1984). Relations Among Dimensions of Self-Attribution, Dimensions of Self-Concept, and Academic Achievements. *Journal of Educational Psychology*, 76(6), 1291–1308.
- Marsh, H. W. (1986). Self-Serving Effect (Bias?) in Academic Attributions: Its Relation to Academic Achievement and Self-Concept. *Journal of Educational Psychology*, 78(3), 190–200.
- Marsh, H. W. (1990). A Multidimensional, Hierarchical Model of Self-Concept: Theoretical and Empirical Justification. *Educational Psychology Review*, 2(2), 77–172.
- Marsh, H. W., Cairns, L., Relich, J., Barnes, J. & Debus, R. L. (1984). The Relationship Between Dimensions of Self-Attribution and Dimensions of Self-Concept. *Journal of Educational Psychology*, 76(1), 3–32.
- Marsh, H. W., Trautwein, U., Lüdtke, O., Köller, O. & Baumert, J. (2005). Academic Self-Concept, Interest, Grades, and Standardized Test Scores: Reciprocal Effects Models of Causal Ordering. *Child development*, 76(2), 397–416.
- McAllister, H. A. (1996). Self-Serving Bias in the Classroom: Who Shows It? Who Knows It? *Journal of Educational Psychology*, 88(1), 123–131.
- Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein. (2019). Fachanforderungen Physik.
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2004). Bildungsplan 2004, Allgemein bildendes Gymnasium.
- Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein. (2014). Fachanforderungen Mathematik.
- Möller, J. & Jerusalem, M. (1997). Attributionsforschung in der Schule. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 11, 151–166.
- Möller, J., Streblov, L., Pohlmann, B. & Köller, O. (2006). An extension to the internal/external frame of reference model to two verbal and numerical domains. *European Journal of Psychology of Education*, 21(4), 467–487.
- Munzel, U. & Brunner, E. (2000). Nonparametric Tests in the Unbalanced Multivariate One-Way Design. *Biometrical Journal*, 42(7), 837–854.
- Niss, M. (2017). Obstacles Related to Structuring for Mathematization Encountered by Students when Solving Physics Problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1441–1462. doi:10.1007/s10763-016-9754-6
- OECD. (2009). *PISA 2006 Skalenhandbuch: Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Münster: Waxmann.



- Payton, M. E., Greenstone, M. H. & Schenker, N. (2003). Overlapping confidence intervals or standard error intervals: What do they mean in terms of statistical significance? *Journal of Insect Science*, 34(3).
- Peters, H. & Sieve, B. (2013). Fordern und Fördern mit Wettbewerben: Schülerwettbewerbe in den Naturwissenschaften mit Bezug zur Chemie. *Naturwissenschaften im Unterricht - Chemie*, 24(136), 2–9.
- Petersen, S. (2010). Oberflächen- und Tiefenmerkmale von Aufgaben in der Internationalen PhysikOlympiade: Projekte zur systematischen Analyse und Entwicklung von Aufgaben in dem Wettbewerb. *PhyDid B*.
- Petersen, S. & Wulff, P. (2017). The German Physics Olympiad—identifying and inspiring talents. *European Journal of Physics*, 38(3), 1–16. doi:10.1088/1361-6404/aa538f
- Pospiech, G. (2015). Interplay of Mathematics and Physics in Physics Education. *Proceedings of MACAS*, 36–43.
- Pospiech, G., Eylon, B., Bagno, E., Lehavi, Y. & Geyer, M.-A. (2015). The role of mathematics for physics teaching and understanding. *Nuovo Cimento C Geophysics Space Physics C*, 38. doi:10.1393/ncc/i2015-15110-6
- Potvin, P. & Hasni, A. (2014). Interest, motivation and attitude towards science and technology at K-12 levels: A systematic review of 12 years of educational research. *Studies in Science Education*, 50(1), 85–129. doi:10.1080/03057267.2014.881626
- Rebello, N. S., Cui, L., Bennet, A. G., Zollman, D. A. & Ozimek, D. J. (2007). Transfer of Learning in Problem Solving in the Context of Mathematics and Physics. In D. H. Jonassen (Hrsg.), *Learning to solve complex scientific problems* (S. 223–246). New York: Erlbaum.
- Redfors, A., Hansson, L., Hansson, Ö. & Juter, K. (2014). The role of mathematics in the teaching and learning of physics. In C. P. Constantinou, N. Papadouris & A. Hadjigeorgiou (Hrsg.), *The ESERA 2013 conference*. (S. 376–383).
- Redish, E. F. (2006). Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses: Invited talk presented at the conference, World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change, Delhi, August 21-26, 2005. To be published in the proceedings. Zugriff unter <https://arxiv.org/abs/physics/0608268>
- Redish, E. F. & Kuo, E. (2015). Language of Physics, Language of Math: Disciplinary Culture and Dynamic Epistemology. *Science & Education*, 24(5-6), 561–590. doi:10.1007/s11191-015-9749-7
- Sächsisches Staatsministerium für Kultus. (2004/2009/2011/2013). Lehrplan Gymnasium Mathematik.
- Schiepe-Tiska, A., Rönnebeck, S., Schöps, K., Neumann, K., Schmidtner, S., Parchmann, I. & Prenzel, M. (2016). Naturwissenschaftliche Kompetenz in PISA 2015 - Ergebnisse des internationalen Vergleichs mit einem modifizierten Testansatz. In K. Reiss, C. Sälzer, A. Schiepe-Tiska, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2015* (S. 45–98). Münster: Waxmann.
- Schiepe-Tiska, A., Simm, I. & Schmidtner, S. (2016). Motivationale Orientierungen, Selbstbilder und Berufserwartungen in den Naturwissenschaften in PISA 2015. In K. Reiss, C. Sälzer, A. Schiepe-Tiska, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2015* (S. 99–132). Münster: Waxmann.

- Shavelson, R. J. & Bolus, R. (1982). Self-Concept: The Interplay of Theory and Methods. *Journal of Educational Psychology*, 74(1), 3–17.
- Shavelson, R. J., Hubner, J. J. & Stanton, G. C. (1976). Self-Concept: Validation of Construct Interpretations. *Review of Educational Research*, 46(3), 407–441.
- Sheldrake, R., Mujtaba, T. & Reiss, M. J. (2017). Students' Changing Attitudes and Aspirations Towards Physics During Secondary School. *Research in Science Education*, 50(2), 1–26. doi:10.1007/s11165-017-9676-5
- Sherin, B. L. (2001). How Students Understand Physics Equations. *Cognition and Instruction*, 19(4), 479–541. doi:10.1207/S1532690XCI1904\_3
- Stein, M. K., Remillard, J. & Smith, M. S. (2007). How Curriculum Influences Student Learning. In F. K. Lester (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 319–369). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Stiensmeier-Pelster, J. & Heckhausen, H. (2010). Kausalattribution von Verhalten und Leistung. In H. Heckhausen & J. Heckhausen (Hrsg.), *Motivation und Handeln* (S. 389–426). Berlin: Springer.
- Stipek, D. J. (1984). Sex Differences in Children's Attributions for Success and Failure on Math and Spelling Tests. *Sex Roles*, 11(11/12), 969–981.
- Tapasak, R. C. (1990). Differences in Expectancy-Attribution Patterns of Cognitive Components in Male and Female Math Performance. *Contemporary Educational Psychology*, 15, 284–298.
- Taskinen, P. H., Schütte, K. & Prenzel, M. (2013). Adolescents' motivation to select an academic science-related career: The role of school factors, individual interest, and science self-concept. *Educational Research and Evaluation*, 19(8), 717–733. doi:10.1080/13803611.2013.853620
- Tuminaro, J. & Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 3(2), 1–22. doi:10.1103/PhysRevSTPER.3.020101
- Uhden, O. (2012). *Mathematisches Denken im Physikunterricht: Theorieentwicklung und Problemanalyse: Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Diss., 2012*. Studien zum Physik- und Chemielernen. Berlin: Logos-Verl.
- Uhden, O. (2016). Verständnisprobleme von Schülerinnen und Schülern beim Verbinden von Physik und Mathematik. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 22(1), 13–24. doi:10.1007/s40573-015-0038-4
- Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M. & Pospiech, G. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science & Education*, 21(4), 485–506. doi:10.1007/s11191-011-9396-6
- Uhden, O. & Pospiech, G. (2011). Mathematics in Physics: Analysis of students' difficulties. *E-book proceedings of the ESERA conference*, 218–222.
- Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. *Psychological Review*, 92(4), 548–573. doi:10.1037/0033-295X.92.4.548
- Weiner, B. (2010). The Development of an Attribution-Based Theory of Motivation: A History of Ideas. *Educational Psychologist*, 45(1), 28–36. doi:10.1080/00461520903433596

- Wettbewerbsleitung IPhO am IPN. (o.D.). IPhO-Broschüre. Kiel. Zugriff unter [http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/IPhO\\_Broschuere\\_screen.pdf](http://wettbewerbe.ipn.uni-kiel.de/ipho/data/IPhO_Broschuere_screen.pdf)
- Wigfield, A. & Eccles, J. S. (2000). Expectancy–Value Theory of Achievement Motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 68–81. doi:10.1006/ceps.1999.1015
- Wigner, E. P. (1960). The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard courant lecture in mathematical sciences delivered at New York University, May 11, 1959. *Communications on pure and applied mathematics*, 13(1), 1–14.
- Wilcox, B. R., Caballero, M. D., Rehn, D. A. & Pollock, S. J. (2013). Analytic framework for students’ use of mathematics in upper-division physics. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 9(2). doi:10.1103/PhysRevSTPER.9.020119
- Wilcox, R. R. & Schönbrodt, F. D. (2014). The WRS package for robust statistics in R. Zugriff unter <http://r-forge.r-project.org/projects/wrs/>
- Wu, W.-T. & Chen, J.-D. (2001). A Follow-Up Study of Taiwan Physics and Chemistry Olympians: The Role of Environmental Influences in Talent Development. *Gifted and Talented International*, 16(1), 16–26. doi:10.1080/15332276.2001.11672949
- Wulff, P. (2019). *Supporting young women’s physics engagement: Evidence from an intervention in the context of the Physics Olympiad* (Dissertation, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Kiel).

## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Dissertation – abgesehen von der Beratung durch meine Betreuer – nach Inhalt und Form meine eigene Arbeit ist. Die vorliegende Dissertation wurde weder ganz noch zum Teil schon einer anderen Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegt, veröffentlicht oder zur Veröffentlichung eingereicht. Ergebnisse der vorliegenden Dissertation wurden zum Teil bereits in Form von Tagungsbandbeiträgen veröffentlicht. Die Arbeit ist unter Einhaltung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis der Deutschen Forschungsgemeinschaft entstanden. Außerdem erkläre ich, dass mir kein akademischer Grad entzogen wurde.

Kiel, den \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Eva Treiber