

Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen von Industriekaufleuten am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in den Beruf

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

ROBERT JONATHAN VON HERING

Kiel, Juni 2021

Erstgutachterin: Prof. Dr. Anke M. Lindmeier
Zweitgutachter: Prof. Dr. Aiso Heinze
Tag der mündlichen Prüfung: 03.09.2021

DANKSAGUNG

Die folgende Arbeit wäre in dieser Form ohne die Unterstützung zahlreicher Personen nicht möglich gewesen. Ihnen gebührt daher zunächst mein herzlicher Dank. Meine Doktormutter Prof. Dr. Anke M. Lindmeier hat mich früh ermutigt, den Weg in die Wissenschaft zu gehen, und mich dabei stets gefördert und gefordert. Sie ging auf meine Fragen kritisch ein und stand mir beratend und umfangreich bei Fragen jeglicher Natur zur Seite. Prof. Dr. Aiso Heinze hat mich weit über die Maßen einer Zweitbetreuung unterstützt, wofür ich ihm sehr dankbar bin. Ich danke beiden zudem für die Möglichkeit, unter hervorragenden Bedingungen am IPN promovieren zu können.

Für die wiederholte kritische Auseinandersetzung mit meiner Forschung danke ich Prof. Dr. Rudolf Sträßer. Ich danke außerdem Dr. Julian Etzel und Dr. Alexander Robitzsch für ihre Beratung bei methodischen Fragen. Die vorliegende Arbeit gäbe es nicht ohne die zugrundeliegenden Vorarbeiten rund um das Projekt ManKobE. Hierfür danke ich insbesondere Ulrike Siebert, Halima Zingelmann, Anja Rietenberg sowie Prof. Dr. Jan Retelsdorf, die immer wieder auf meine Fragen eingegangen sind. Kristin Litteck danke ich für die gemeinsame Feinarbeit im Projekt PANaMa. Für ihre zuverlässige und gründliche Arbeit danke ich weiter den studentischen Hilfskräften Maj-Britt Wesemeyer, Anke Brosche sowie ganz besonders Svea Lambers.

Ich danke meinen Kolleg*innen am IPN und insbesondere der Abteilung Didaktik der Mathematik für das motivierende Arbeitsklima, die vielen anregenden Diskussionen sowie die Unterstützung in allen Bereichen. Für das Lektorat dieser Dissertation danke ich Dr. Colin Jeschke und Dr. Henning Sievert, für die kritische Beratung Dr. Jessica Hoth. Zudem danke ich meinem mehrjährigen Büropartner Christoph Deeken für den regen Austausch und kritisch-konstruktiven Blick.

Abschließend möchte ich mich bei meinen Freund*innen und meiner Familie bedanken. Danke, Frida, für deine vielen Fragen und Antworten. Danke, Katharina, für dein Verständnis, dein Zutrauen und deine unbedingte Unterstützung.

ZUSAMMENFASSUNG

Mathematische Kompetenzen spielen eine entscheidende Rolle am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung. Unterschiedliche Kompetenzverständnisse in den beiden Bildungsbereichen sorgen allerdings dafür, dass die Rahmenbedingungen für einen anschlussfähigen Aufbau mathematischer Kompetenzen am Übergang nicht unbedingt gegeben sind. Das theoretische Konstrukt der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen zielt darauf ab, eine theoretische Grundlage für die Modellierung eines kontinuierlichen Kompetenzaufbaus zu schaffen und auf dieser Grundlage die Lehr-Lern-Bedingungen am Übergang in die berufliche Ausbildung zu verbessern. Dabei bietet sich die Ausbildung der Industriekaufleute für eine berufliche Konkretisierung der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen an, da hier sowohl die mathematischen Anforderungen als auch die Anzahl der Auszubildenden im Vergleich zu anderen Ausbildungsberufen hoch sind.

Die vorliegende Arbeit beinhaltet drei Studien, die sich mit der Identifikation kaufmännischer Lerngelegenheiten im allgemeinbildenden Mathematikunterricht sowie mit der Struktur und der Entwicklung mathematischer Kompetenzen während der Ausbildung von Industriekaufleuten befassen. Im Rahmen der ersten Studie werden 18 Schulbücher für den allgemeinbildenden Mathematikunterricht mit Blick auf kaufmännisch kontextualisierte Lerngelegenheiten im Sinne einer fachlichen Berufsorientierung und -vorbereitung analysiert. Von den Lerngelegenheiten, die in einem kaufmännischen Kontext stehen, wird der größte Teil aus einer berufsunspezifischen Perspektive beleuchtet, sodass ihr Potenzial als berufsfeldbezogene kaufmännische Lerngelegenheit nicht genutzt wird. Die zweite Studie untersucht längsschnittlich u.a. die Entwicklung allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen und berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen von 634 angehenden Industriekaufleuten im Verlauf ihrer Ausbildung. Während die allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen in der ersten Hälfte der Berufsausbildung leicht zunehmen, ist der Anstieg der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen erheblich. In der zweiten Hälfte der Ausbildung nehmen die Niveaus beider Kompetenzfacetten leicht ab. Zudem legt die Studie die empirische Trennbarkeit allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen und berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen nahe. Diese Trennbarkeit bestätigt sich in Studie 3 mittels qualitativer Methoden. In einer Interviewstudie mit 42 Industriekaufleuten in der Ausbildung werden hierzu die wahrgenommenen Unterschiede und Gemeinsamkeiten von allgemeinbildenden und berufsfeldbezogenen mathematischen Anforderungen bei der Bearbeitung von Parallelaufgaben untersucht. Im Anschluss wird anhand von authentischen Modellierungsaufgaben aufgezeigt, wie berufsfeldbezogene Lerngelegenheiten in den allgemeinbildenden Mathematikunterricht integriert werden können. So können dem defizitären Stand, der in der Schulbuchanalyse herausgearbeitet wurde, Anwendungsbeispiele entgegengestellt werden.

ABSTRACT

Mathematical competences play a crucial role in the transition from general education to vocational training. However, due to different conceptualizations of competence, the mathematical competences acquired at school are not necessarily compatible with those required in vocational training. The theoretical construct of vocation-related mathematical competences aims to provide a theoretical basis for modeling continuous competence development and, on this basis, to improve teaching-learning conditions at the transition to vocational education. In this context, training of industrial clerks is suitable for a vocation-specific conceptualization on mathematical competences, since both the mathematical requirements and the number of trainees are high compared to other vocational training programs.

The present thesis includes three studies that focus the identification of commercial learning opportunities in general mathematics education as well as with the structure and development of mathematical competences during training of industrial clerks. In the first study, 18 textbooks for general mathematics education are analyzed learning opportunities with a commercial context in terms of vocational orientation and preparation. The majority of the learning opportunities that are contextualized in a commercial way, are examined from a vocationally unspecific perspective, so that their potential as vocationally contextualized commercial learning opportunities remains unused. The second, longitudinal study investigates the development of general mathematical competences and vocation-related mathematical competences of 634 prospective industrial clerks in the course of their training. While general mathematical competences increase slightly in the first half of the vocational training, a substantial the increase in vocation-related mathematical competences is observed. In the second half of training, the levels of both competence facets decrease slightly. Moreover, the study suggests the empirical separability of general mathematical competences and vocation-related mathematical competences. This separability is confirmed in the third study using qualitative methods. For this purpose, an interview study with 42 industrial clerks in training investigates the perceived differences and similarities of general education and vocation-related mathematical requirements when working on parallel tasks. Subsequently, authentic modeling tasks are used to show how vocational learning opportunities can be integrated into general mathematics education. In this way, the shortcomings identified in the textbook analysis can be countered with examples of application.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	III
Zusammenfassung	V
Abstract	VII
Inhaltsverzeichnis	IX
1 Einleitung.....	1
2 Theoretischer Hintergrund	3
2.1 Der Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung.....	3
2.1.1 Herausforderungen am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung.....	3
2.1.2 Fachbezogene Berufsorientierung und -vorbereitung im allgemeinbildenden Mathematikunterricht.....	3
2.1.3 Mathematische Probleme und Chancen am Übergang in die berufliche Ausbildung.....	5
2.2 Mathematische Kompetenzen am Übergang Schule – Beruf.....	6
2.2.1 Mathematische Kompetenzen vor Beginn der beruflichen Ausbildung	6
2.2.2 Mathematische Modellierungskompetenzen.....	8
2.2.3 Mathematische Kompetenzen in der beruflichen Ausbildung	10
2.2.4 Berufspädagogisches Kompetenzmodell für die kaufmännische Domäne	11
2.2.5 Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen.....	13
2.3 Diagnostik berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen.....	16
2.3.1 Spezifizierung der beruflichen Domäne	16
2.3.2 Die Mathematik der Industriekaufleute.....	17
2.3.3 Instrumente zur Erfassung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen	18
2.4 Forschungsfragen und methodisches Vorgehen.....	21
2.4.1 Untersuchungsansatz Studie 1	21
2.4.2 Untersuchungsansatz Studie 2	22
2.4.3 Untersuchungsansatz Studie 3	23
2.4.4 Anmerkungen zu den Artikeln.....	23
3 Studie 1 – Schulbuchanalyse	25
3.1 Einleitung und Motivation.....	26
3.2 Theoretischer Hintergrund.....	26
3.2.1 Die kaufmännische Ausbildung am Beispiel der Industriekaufleute.....	26
3.2.2 Kompetenzbegriffe und -modelle am Übergang Schule – Berufsausbildung	28

3.2.3	Bedeutung des Kontextes beim Erwerb mathematischer Kompetenz	29
3.2.4	Das Schulbuch als potentiell implementiertes Curriculum.....	31
3.2.5	Forschungsfragen.....	32
3.3	Methodisches Vorgehen	33
3.3.1	Auswahl der Schulbücher und Festlegung der Analyseeinheiten	33
3.3.2	Kategoriensystem für die Klassifikation nach Inhalten und Berufsbezug.....	34
3.4	Ergebnisse	37
3.5	Diskussion.....	39
4	Studie 2 – Kompetenzentwicklung	43
4.1	Introduction.....	44
4.2	Theoretical Background	44
4.2.1	Transition from school to vocational education in Germany.....	44
4.2.2	Mathematical competences in school education and vocational education.....	46
4.2.3	How are vocation-related mathematical competence related to general mathematical competence?.....	47
4.2.4	Development of mathematical competence in the course of vocational training	49
4.2.5	Research questions	50
4.3	Methods	50
4.3.1	Study design and sample	50
4.3.2	Instruments.....	51
4.3.3	Data analysis	52
4.4	Results.....	53
4.4.1	Separability of general mathematical competence and vocation-related mathematical competence (RQ1).....	53
4.4.2	Development of mathematical competences during vocational training (RQ2)	54
4.4.3	Differences in development of vocation-related mathematical competence according to proficiency levels of general mathematical competence (RQ3)	55
4.5	Discussion	58
4.6	Legitimation der Modellierung aus Studie 2.....	61
5	Studie 3 – Qualitative Untersuchung	63
5.1	Einleitung & Motivation.....	64
5.2	Theoretischer Hintergrund.....	66
5.2.1	Die berufliche Ausbildung (der Industriekaufleute) in Deutschland.....	66
5.2.2	Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen.....	68
5.2.3	Die Rolle des Kontexts beim Erwerb mathematischer Kompetenzen.....	71
5.2.4	Forschungsfragen.....	74
5.3	Methodisches Vorgehen	75
5.3.1	Design	75

5.3.2 Genutzte Aufgaben.....	75
5.3.3 Stichprobenauswahl und Aufgabeneinsatz.....	80
5.3.4 Leitfragengesteuerte Interviews	81
5.3.4.1 Durchführung der Stimulated-Recall-Interviews mithilfe eines Interviewleitfadens.....	81
5.3.4.2 Kategoriensystem zum Bearbeitungsprozess und zum Ort des Wissenserwerbs (Forschungsfrage 1).....	82
5.3.4.3 Kategoriensystem zu den Unterschieden und Gemeinsamkeiten der parallel angelegten Aufgabenpaare (Forschungsfrage 2).....	86
5.3.4.4 Qualität des Kategoriensystems	86
5.4 Ergebnisse	86
5.4.1 Ergebnisse zum Bearbeitungsprozess und zum Ort des Wissenserwerbs (Forschungsfrage 1)	87
5.4.2 Ergebnisse zu den Unterschieden und Gemeinsamkeiten der parallel angelegten Aufgabenpaare (Forschungsfrage 2)	88
5.5 Fallbasierte Illustration der Ergebnisse	89
5.6 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick.....	91
6 Implementation in die Praxis	95
7 Fazit.....	105
7.1 Zusammenfassung	105
7.2 Limitationen	106
7.3 Implikationen für die Forschung	108
7.4 Implikationen für die Praxis	110
Anhang.....	111
Anhang zu Studie 3 – Eingesetzte Aufgaben.....	111
Anhang zur Implementation in die Praxis	115
Abbildungsverzeichnis	125
Tabellenverzeichnis	127
Literaturverzeichnis.....	129
Untersuchte Schulbücher (Studie 1).....	139
Eidesstattliche Erklärung	141

1 EINLEITUNG

Der berufliche Bildungsbereich stellt einen zentralen Bereich des Bildungswesens dar. In Deutschland besucht etwa ein Drittel der Schüler*innen der Sekundarstufe eine berufsbildende Schule, häufig, um den schulischen Teil der dualen Ausbildung zu absolvieren (Statistisches Bundesamt, 2021). Obwohl hier also eine erhebliche zahlenmäßige Relevanz vorliegt, befasst sich die mathematikdidaktische Forschung aktuell nur wenig mit dem berufsbildenden Bereich (Hoogland et al., 2019; Gravemeijer et al., 2017). Insbesondere zum Übergang von der allgemeinbildenden Schule in den Beruf und – konkreter – zum Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung ist aus mathematikdidaktischer Perspektive vieles unklar. Bekannt ist, dass in vielen Ausbildungsberufen die mathematischen Fähigkeiten der Auszubildenden für den erfolgreichen Übergang eine entscheidende Rolle spielen (Lehmann & Seeber, 2007; Nickolaus & Norwig, 2009). Unterschiedliche Kompetenzverständnisse in der allgemeinbildenden Schule sowie in der beruflichen Bildung erschweren dabei die Vergleichbarkeit und unter Umständen auch die Anschlussfähigkeit der mathematischen Kompetenzen am Übergang (Neumann et al., 2013).

Neumann et al. (2013) schlagen daher das Konstrukt der *berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen* als Mittler zwischen allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und beruflichen Kompetenzen vor. Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen beziehen sich auf berufliche Anforderungen, welche aus fachlicher Sicht mit Hilfe allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen bewältigt werden können. Ob sie sich von den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen empirisch abgrenzen lassen, ist dabei zunächst unklar.

Die empirische Betrachtung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen erfordert die Engführung auf eine konkrete berufliche Domäne bzw. einen konkreten Ausbildungsberuf. Der Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* ist als Untersuchungsgegenstand am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung von Relevanz, da er sowohl zu einem der höchstfrequentiertesten Ausbildungsberufe in Deutschland zählt, als hier auch mathematische Anforderungen für die beruflichen Anforderungen substanzell sind.

Die vorliegende Arbeit beinhaltet drei Studien, die sich auf berufsfeldbezogene (kaufmännische) mathematische Kompetenzen im Kontext des Übergangs von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung konzentrieren. Zunächst befasst sich eine Schulbuchanalyse mit den kaufmännischen Lerngelegenheiten in der allgemeinbildenden Schule und damit mit dem Übergang Schule – Beruf (Studie 1, Kapitel 3). Eine längsschnittliche Untersuchung der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen sowie der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen von Industriekaufleuten fokussiert anschließend auf die Entwicklung der beiden Kompetenzbereiche im Verlauf der Ausbildung (Studie 2, Kapitel 4). Zudem wird hier für die Beantwortung der Frage nach der Abgrenzbarkeit der beiden Kompetenzbereiche eine Grundlage gelegt, welche in einer

qualitativen Interviewstudie mit angehenden Industriekaufleuten ergänzt wird (Studie 3, Kapitel 5). Anschließend führen Beispiele zur Implementation authentischer berufsfeldbezogener Lerngelegenheiten zurück zum allgemeinbildenden Mathematikunterricht, um aufzuzeigen, wie eine adäquate Vorbereitung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen dort aussehen kann (Kapitel 6).

2 THEORETISCHER HINTERGRUND

2.1 DER ÜBERGANG VON DER ALLGEMEINBILDENDEN SCHULE IN DIE BERUFLICHE AUSBILDUNG

2.1.1 HERAUSFORDERUNGEN AM ÜBERGANG VON DER ALLGEMEINBILDENDEN SCHULE IN DIE BERUFLICHE AUSBILDUNG

Am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung lässt sich eine Vielzahl von strukturellen Problemen ausmachen. So werden in Deutschland etwa ein Viertel der abgeschlossenen Ausbildungsverträge vorzeitig aufgelöst, wobei drei Viertel der Auflösungen auf Initiative der Auszubildenden oder in beidseitigem Einvernehmen geschehen (BIBB, 2020). Als Gründe geben die Auszubildenden hierbei neben Konflikten in der Ausbildung vor allem unklare Berufsvorstellungen an (Uhly, 2015). Zudem stehen sich am Ausbildungsmarkt eine in den vergangen Jahren recht konstante Anzahl an unvermittelten Bewerber*innen und eine steigende Anzahl unbesetzter Ausbildungsplätze gegenüber (BIBB, 2020). Dieses Passungsproblem zwischen Ausbildungsangebot und -nachfrage verschärft sich insbesondere, da die Berufswünsche der Bewerber*innen zunehmend nicht mit den Profilen der freien Ausbildungsplätze übereinstimmen (Matthes et al., 2014; Seeber et al., 2019). Da in Deutschland in den kommenden Jahren außerdem die Arbeitskräfte aus den geburtenstarken Jahrgängen aus der Erwerbstätigkeit aussteigen und diese einen deutlich geringeren Akademisierungsgrad bzw. eine deutlich höhere Ausbildungsquote als die Generation der aktuell und in den kommenden Jahren in die Erwerbstätigkeit Startenden aufweisen, wird eine Verstärkung des Mangels an Fachkräften insbesondere mit mittlerer Qualifikation zunehmend prognostiziert (Bundesagentur für Arbeit, 2019; Bonin, 2020). Für Schleswig-Holstein bedeutet das beispielsweise bei jährlich etwa 20.000 Schulabgänger*innen ein Defizit von 97.000 Fachkräften bis zum Jahr 2030 – 85.000 davon im mittleren Qualifizierungsbereich (Haucke et al., 2018). Es handelt sich also um ein Problem, das speziell am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung und weniger am Übergang zur Hochschule relevant wird. Es gibt Ansätze, diese Probleme von beruflicher Seite anzugehen, indem beispielsweise Betriebe gezielt gegen den Fachkräftemangel investieren (z. B. Schönfeld et al., 2020). Hilfreich wären hier aber eigentlich strukturelle Lösungen, die im Rahmen einer allgemeinen und fachbezogenen Berufsorientierung und -vorbereitung im allgemeinbildenden Unterricht ansetzen.

2.1.2 FACHBEZOGENE BERUFSORIENTIERUNG UND -VORBEREITUNG IM ALLGEMEINBILDENDEN MATHEMATIKUNTERRICHT

Die Kultusministerkonferenz begegnet der Problematik mit Empfehlungen zur beruflichen Orientierung im allgemeinbildenden Unterricht der Sekundarstufe I und II (KMK, 2013, 2017a

& 2017b). Hierbei soll auch die berufliche Ausbildung „als attraktiver Weg verstärkt ins Bewusstsein gerufen“ (KMK, 2017a, S. 3) werden. Die berufliche Orientierung soll dabei teilweise in einem eigenen Fach und teilweise fächerübergreifend stattfinden (KMK, 2017a). Konkret bedeutet das beispielsweise für die allgemeine Berufsorientierung in Schleswig-Holstein, dass einzelne Elemente in einzelnen Fächern curricular verankert sind (z.B. das Schreiben von Bewerbungen im Unterrichtsfach *Deutsch*), das Thema aber hauptsächlich im Unterrichtsfach *Wirtschaft/Politik* bearbeitet werden soll (KMK, 2017b).

Eine *fachbezogene* Berufsorientierung wird seitens der KMK (2017a) nicht erwähnt, könnte aber – zum Beispiel für das Unterrichtsfach *Mathematik* – problemlos integriert werden, da eine Berufsorientierung und -vorbereitung bereits im Fachcurriculum anklängt (KMK, 2003, 2004 & 2012). Die Bildungsstandards für das Fach *Mathematik* sehen die Schaffung von „Grundlagen für fachliches und überfachliches Handeln mit Blick auf Anforderungen von Wissenschaft und beruflicher Bildung“ (KMK, 2012, S. 11) als ein übergeordnetes Ziel von Mathematikunterricht und beziehen sich dabei auf die Grunderfahrungen von Heinrich Winter (1995). Winter sieht die Rolle des Mathematikunterrichts in der Ermöglichung einer auch fachspezifischen mathematischen Grundbildung, die unter anderem zur Umwelterschließung und für das Problemlösen (durchaus in verschiedenen Kontexten) befähigen soll (Winter, 1995). Die Grunderfahrungen Winters erschienen im Rahmen der Debatte um die Habilitationsschrift von Hans-Werner Heymann¹, der sich der Frage widmete, welchen Beitrag der (mathematische) Fachunterricht zur Allgemeinbildung leisten kann (Heymann, 1996 & 1997). Als einen zentralen Aspekt betrachtet Heymann (1996 & 1997) dabei die Lebensvorbereitung, zu der er explizit auch die Berufsvorbereitung zählt. Auch wenn für die beiden Konzepte von Winter und Heymann der Allgemeinbildungsgedanke zentral ist, widersprechen sie dabei nicht den Begriffen der *Berufsorientierung* und der *Berufsvorbereitung*. Dabei ist wichtig, dass die Berufsvorbereitung nicht im beruflichen Bildungsbereich – im Anschluss an die allgemeinbildende Berufsorientierung, also einer Berufswahlentscheidung nachgestellt –, sondern im Sinne einer (fachlichen) Vorbereitung auf verschiedene Ausbildungsberufe – parallel zur allgemeinbildenden Berufsorientierung – verstanden wird (Fischer & Reimann, 2018).

Von diesem Verständnis geht auch Lindmeier (2019) aus, wenn sie drei zentrale Argumente für die verstärkte Integration beruflicher Kontexte in den Fachunterricht benennt: Interesse an beruflichen Tätigkeiten und Inhalten wecken und zur Vertiefung motivieren als Beitrag zur Berufsorientierung, handlungsnah Kompetenzen in vielfältigen Kontexten erwerben als Beitrag zur Berufsvorbereitung sowie die Anreicherung des fachlichen Konzeptverständnisses. Offen bleibt aber bislang, ob der allgemeinbildende Mathematikunterricht ausreichend Möglichkeiten für die Erfüllung der hier dargestellten Ziele verschiedener Provenienzen bietet, ob es also überhaupt adäquate Lerngelegenheiten für eine fachliche Berufsorientierung und -vorbereitung gibt.

¹ Über Heymanns Habilitationsschrift wurde bereits vor Verlagsveröffentlichung rege diskutiert; fehlerhafte Presseberichte unterstellten Heymann unter anderem, er würde den Mathematikunterricht nach der 7. Klassenstufe abschaffen wollen (Neubrand, 1995).

2.1.3 MATHEMATISCHE PROBLEME UND CHANCEN AM ÜBERGANG IN DIE BERUFLICHE AUSBILDUNG

Übergänge zwischen verschiedenen Institutionen im Bildungswesen bergen sowohl Potenzial für Probleme als auch für Entwicklungschancen (Tillmann, 2013). Sie sind durch die Ablösung von der alten Institution, die Orientierung in den neuen Rahmenbedingungen sowie durch die Eingliederung in die neue Institution gekennzeichnet (Heinze & Bruder, 2015). Der Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erwerbstätigkeit unterscheidet sich wegen seiner Diversität bezüglich der strukturellen Möglichkeiten für die Schüler*innen bzw. Auszubildenden von den Übergängen, die innerhalb des allgemeinbildenden Bildungswesens stattfinden (Wolter, 2013). Der Wechsel geschieht dabei zweistufig; der Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche (Aus-)Bildung wird als erste, der Übergang von der beruflichen (Aus-)Bildung in die Erwerbstätigkeit als zweite Schwelle bezeichnet (Wolter, 2013). Die Diversität dieses Übergangssystems zeigt sich darin, dass es neben einer Vielzahl an beruflichen Schulformen insgesamt über 300 unterschiedliche duale Ausbildungsbereufe in Deutschland gibt, wobei Theorie in einer beruflichen Schule und Praxis im Ausbildungsbetrieb miteinander verknüpft werden (BIBB, 2020). Das sogenannte *Duale System* findet sich auf diese Weise nur in wenigen Ländern und genießt weltweit ein hohes Ansehen (Jongbloed, 2011).

Die Diversität der Ausbildungsgänge bedeutet auch, dass die mathematischen Anforderungen an die Auszubildenden sehr unterschiedlich sein können, sodass der Übergang in die berufliche Ausbildung aus mathematikdidaktischer Perspektive sehr herausfordernd ist (Heinze & Bruder, 2015). Nicht nur die Vorbereitung auf den Übergang in Form einer allgemeinen und vor allem mathematischen Berufsorientierung und -vorbereitung als Ablösung von der alten Institution ist für das Gelingen des Übergangs entscheidend, sondern auch die Eingliederung in die neue Institution: Das berufliche Bildungssystem beinhaltet curriculare Vorgaben und Paradigmen, die sich von denen der allgemeinbildenden Schule unterscheiden. Die mathematischen Fähigkeiten der (angehenden) Auszubildenden spielen aber für den erfolgreichen Übergang eine entscheidende Rolle (Lehmann & Seeber, 2007; Nickolaus & Norwig, 2009). Mathematische Fähigkeiten gelten zudem in vielen Berufen als wichtiges Kriterium bei der Auswahl der Bewerber*innen auf Ausbildungsplätze durch die aufnehmenden Betriebe (Seeber, 2013). Dies begründet sich u.a. durch die herausragende Stellung der Mathematik im Umgang mit wirtschaftlichen Abläufen und in der Bewältigung beruflicher Anforderungen (Seeber, 2013; OECD, 2018). Trotzdem ist es am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung fraglich, ob eine Kontinuität im kumulativen mathematischen Kompetenzerwerb gegeben ist (Heinze & Grüßing, 2009). Um der Frage nach der Kontinuität oder Nicht-Kontinuität nachgehen zu können, gilt es zunächst zu klären, welche Rolle die unterschiedlichen mathematischen Kompetenzauffassungen der abgebenden Institution *Allgemeinbildende Schule* und der aufnehmenden Institution *Berufliche Bildung* einnehmen.

2.2 MATHEMATISCHE KOMPETENZEN AM ÜBERGANG SCHULE – BERUF

2.2.1 MATHEMATISCHE KOMPETENZEN VOR BEGINN DER BERUFLICHEN AUSBILDUNG

Die Ergebnisse der TIMSS-Studie im Jahr 1995 (Baumert et al., 1997) und der PISA-Studie im Jahr 2000 (Baumert et al., 2001) haben in Deutschland Bildungsreformdebatten angestoßen, aus der unter anderem eine verstärkte Kompetenzorientierung im allgemeinbildenden Schulwesen hervorging (Blum et al., 2006; Köller, 2018). Diese zeigte sich vor allem in den neu eingeführten und bundesweit einheitlichen Bildungsstandards (für das Fach *Mathematik* in der Sekundarstufe: KMK, 2003, 2004 & 2012). Den Bildungsstandards liegt ein Kompetenzverständnis nach Weinert (2001a) zugrunde. Fachbezogene Kompetenzen lassen sich in diesem allgemeinbildenden Bereich beschreiben als „kontextspezifische kognitive Leistungsdispositionen, die sich funktional auf Situationen und Anforderungen in bestimmten Domänen beziehen“ (Klieme & Leutner, 2006, S. 879).

Das Kompetenzmodell der Bildungsstandards ist hierauf aufbauend in einer dreidimensionalen Struktur angelegt (KMK, 2003, 2004 & 2012): allgemeine mathematische Kompetenzen als prozessbezogene Kompetenzen, mathematische Leitideen als inhaltsbezogene Kompetenzen sowie Anforderungsbereiche. Die sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind dabei *Mathematisch argumentieren*, *Probleme mathematisch lösen*, *Mathematisch modellieren*, *Mathematische Darstellungen verwenden*, *Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* sowie *Kommunizieren*. Die zweite Dimension umfasst die fünf mathematischen Leitideen *Zahl*, *Messen*, *Raum und Form*, *Funktionaler Zusammenhang* sowie *Daten und Zufall*. Die drei Anforderungsbereiche nehmen in Anspruch und kognitiver Komplexität zu: *Reproduzieren* (Anforderungsbereich I), *Zusammenhänge herstellen* (Anforderungsbereich II) sowie *Verallgemeinern und Reflektieren* (Anforderungsbereich III).²

Die Bildungsstandards definieren eine normative Zielsetzung für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe. Wer den *Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss* (häufig auch *Hauptschulabschluss*) bzw. der *Mittlere Schulabschluss* (häufig auch *Realschulabschluss* oder *Mittlere Reife*) erlangt, sollte im Idealfall die in den Bildungsstandards festgelegten Kompetenzen erlangt haben (Blum, 2006). Die Abschlüsse qualifizieren außerdem zur weiteren Teilnahme am allgemeinbildenden und – hier entscheidend – am berufsbildenden Schul- und Ausbildungssystem. In der Regel setzen Arbeitgeber*innen von dualen Ausbildungsberufen mindestens einen der beiden Abschlüsse für die Einstellung ihrer Auszubildenden voraus (BIBB, 2020). Aus Sicht der beruflichen Bildung können alle sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen für die berufliche Praxis in Ausbildungsberufen relevant sein. Die Kompetenz *Mathematisch modellieren* hat hier jedoch ob ihrer Kontextbezogenheit eine besondere Stellung inne. Durch die Verwendung von Mathematik

² Die hier beschriebenen Kompetenzen beziehen sich im Wortlaut auf die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss (KMK, 2003). Die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife (KMK, 2012) weichen hiervon an zwei Stellen leicht ab. Dort heißt es *Mathematisch kommunizieren* statt *Kommunizieren* sowie *Algorithmus und Zahl* anstatt *Zahl*. Die vorliegende Arbeit bezieht sich dabei in der Regel auf die Bildungsstandards für die Mittlere Reife.

in Realsituationen werden im Rahmen der beruflichen Anforderungen und Prozesse mathematische Inhalte kontextgebunden angewendet: Es wird mathematisch modelliert (siehe Abschnitt 2.2.2).

Das den PISA-Studien zugrunde liegende Konzept der *Mathematical Literacy* beschreibt mathematische Kompetenzen als Schlüsselanforderungen, um mit mathematischen Situationen im Alltags- und Berufsleben flexibel und funktional umgehen zu können (OECD, 2019a). *Mathematical Literacy* ist dabei ebenfalls auf Basis des Kompetenzverständnisses von Weinert (2001a) definiert, umfasst aber größtenteils Anforderungen mit Problemen aus der realen Welt (OECD, 2019a). Zur Strukturierung der mathematischen Kompetenz werden drei aufeinander bezogene Aspekte festgelegt, wobei die ersten beiden zwei der drei Kompetenzdimensionen aus den Bildungsstandards entsprechen: mathematische Prozesse, mathematische Inhalte sowie Kontexte (vgl. Turner & Adams, 2012). Die mathematischen Prozesse werden dabei sowohl in sieben allgemeine mathematische Kompetenzen – nahezu deckungsgleich zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen aus den *Bildungsstandards* – als auch in vier prozessbezogene Kompetenzen innerhalb des mathematischen Modellierungskreislaufs (siehe Abschnitt 2.2.2) unterteilt. Auch die vier mathematischen Inhaltsbereiche entsprechen inhaltlich den fünf mathematischen Leitideen der *Bildungsstandards* und umgekehrt. Die alleinstellende *Literacy*-Kategorie der Kontexte umfasst die vier Bereiche *privat*, *gesellschaftlich*, *beruflich* sowie *wissenschaftlich*, wobei alle vier Kategorien gleichmäßig im Rahmen der PISA-Testungen vorkommen (OECD, 2019a).

Im Hinblick auf den Übergang in die berufliche Bildung weisen die Konzeptualisierungen der *Mathematical Literacy* und der Bildungsstandards geringe Unterschiede auf. So berücksichtigen die Bildungsstandards Lernziele für die Allgemeinbildung der Schülerinnen und Schüler, ihre Vorbereitung auf das Berufsleben sowie weitere Lernprozesse in der beruflichen Bildung. Die Anwendung von mathematischen Kompetenzen in konkreten beruflichen Situationen und Kontexten wird hier jedoch nicht explizit berücksichtigt (Neubrand, 2003). Im Kontext der *Mathematical Literacy* wird die funktionale Anwendung von (mathematischen) Kompetenzen in unterschiedlichen Situationen und Kontexten formuliert, die berufliche Kontextkategorie macht auch ein Viertel der PISA-Items aus. (OECD, 2019a). Die Anwendung erfolgt jedoch nicht in Bezug auf die inhaltlichen Zusammenhänge von domänenspezifischen Anforderungssituationen (Neubrand, 2003).

Aus dem deutschen IQB-Ländervergleich und aus PISA liegen (mathematische) Kompetenzstände für Schüler*innen am Ende der allgemeinbildenden Sekundarstufe I im Länder- bzw. Bundesländervergleich vor (z.B. OECD, 2019b; Stanat et al., 2019a). Bezüglich der Vergleichbarkeit der beide Konstrukte konnten van den Ham et al. (2014) zeigen, dass die mathematischen Kompetenzen aus den *Bildungsstandards* (im deutschen IQB-Ländervergleich) und der *Mathematical Literacy* (in PISA) in der Altersgruppe der 15-Jährigen ähnlich sind. Diese Kompetenzstände wurden vor dem Übergang in die allgemeinbildende Sekundarstufe II bzw. in die berufliche Bildung (an dieser Stelle besonders entscheidend) erhoben, sodass beispielsweise Aussagen über die Lernausgangslage von Auszubildenden unterschiedlicher Berufe hierüber nicht möglich sind. Ergebnisse aus dem Projekt *ManKobE*

zeigen aber beispielsweise, dass Auszubildende als Industriekaufleute im Durchschnitt bessere mathematische Kompetenzen (im Sinne der *Bildungsstandards*) mitbringen als die Vergleichsgruppe aus dem IQB-Ländervergleich (Retelsdorf et al., 2017).

Mathematical Literacy bezieht sich in den meisten Fällen auf Situationen und Probleme, die in realistischen Kontexten präsentiert werden. Bezogen auf die Kompetenzlogik der *Bildungsstandards* wird hier also der allgemeinen Kompetenz *Mathematisch modellieren* eine besondere Rolle zuteil und auch der Frage, welche Rolle den Anwendungskontexten beim Erwerb der Kompetenzen zukommt.

2.2.2 MATHEMATISCHE MODELLIERUNGSKOMPETENZEN

Im Zuge der Kompetenzorientierung erhielt auch das mathematische Modellieren immer mehr Raum im Mathematikunterricht und in der mathematikdidaktischen Forschung (Borromeo Ferri et al., 2013). Mathematisches modellieren (als eine der sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen aus den *Bildungsstandards*) meint dabei die (Meta-)Fähigkeiten, die im Prozess insbesondere beim Wechseln zwischen Realer Welt und Mathematik nötig sind (Blum et al., 2007). Der Modellierungsprozess wird dabei häufig in Form eines Modellierungskreislaufs dargestellt (Greefrath et al., 2013). Der unter kognitiven Gesichtspunkten entstandene siebenschrittige Modellierungskreislauf von Blum (2010) beschreibt, wie Schüler*innen beim Modellieren idealtypisch vorgehen (siehe Abb. 2.1). Es werden dabei die sieben Teilschritte *Verstehen*, *Vereinfachen/Strukturieren*, *Mathematisieren*, *Mathematisch arbeiten*, *Interpretieren*, *Validieren* sowie *Vermitteln* unterschieden (Blum, 2010). Eine lineare Durchführung aller sieben Teilschritte ist selten und einzelne Teilschritte werden bei der Bearbeitung einer Modellierungsaufgabe häufig mehrfach durchlaufen, dennoch zeigt der Kreislauf, welche einzelnen Schritte auf dem Weg von einem realen Problem zu einer tragfähigen Lösung nötig sein können.

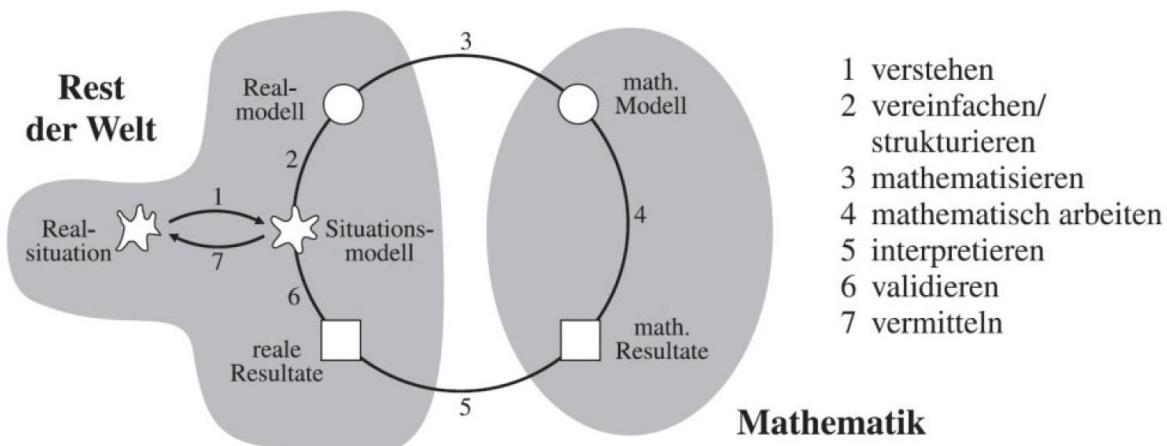


Abbildung 2.1: Sievenschrittiger Modellierungskreislauf nach Blum (2010)

Das Konzept der *Mathematical Literacy* bezieht sich auf einen schlichteren, vierstufigen Modellierungskreislauf, der als grundlegend für die Anforderungen in PISA anzusehen ist (OECD, 2019a). Eine Situation mit Realwelt-Bezug wird in ein mathematisches Modell

mathematisiert, anschließend erfolgt die mathematische *Verarbeitung*, die *Interpretation* sowie die *Validierung* der Ergebnisse, wobei auch hier nicht immer alle Teilschritte in Reihenfolge durchlaufen werden (Klieme et al., 2001).

Mathematisches Modellieren setzt immer auch das Vorhandensein eines (in der Regel realweltlichen) Kontexts voraus (Borromeo Ferri et al., 2013). Der Grad der Authentizität der dabei genutzten Realitätsbezüge reicht dabei von sogenannten eingekleideten Aufgaben, die sich in erfundenen und meist austauschbaren Realsituationen abspielen, bis hin zu authentischen Aufgaben mit Lebensweltbezug (Leuders & Leiß, 2006). Authentische Realitätsbezüge gelten dabei als geeignetes Mittel, um die Rolle und Bedeutsamkeit der Mathematik in der Welt zu verstehen (Leuders & Leiß, 2006).

Als eine von drei Qualitätsdimensionen für mathematische Modellierungskompetenzen beschreiben Niss und Højgaard (2011) den *Radius of action*. Damit ist die Reichweite an Kontexten gemeint, auf die Modellierungskompetenzen angewendet werden können. Sie nehmen an, dass sich Modellierungskompetenzen dann am besten erwerben lassen, wenn Lerngelegenheiten in relevanten Kontexten und Situationen vorkommen, der angezielte *Radius of action* also bereits beim Erwerb berücksichtigt wird (Niss & Højgaard, 2011).

Ein Transfer der Kompetenzen auf andere Anwendungskontexte ist dagegen in der Regel schwierig. Diese Annahme stützen auch Befunde aus der Kognitionspsychologie, in der das sogenannte Transferproblem diskutiert wurde (zsf. Perkins & Salomon, 1992; für die Mathematik: Evans, 2000). Die *Cognitive flexibility theory* (Spiro et al., 1988) setzt für erfolgreiches Problemlösen die Qualität der erworbenen Kompetenzen voraus. Verschiedene Anwendungskontexte beim Kompetenzerwerb bringen eine höhere kognitive Flexibilität, eine zu einseitige Verknüpfung von Kompetenz und Anwendung wird verhindert. Die *Situated cognition theory* geht noch einen Schritt weiter (Brown et al., 1989): Kompetenzen gelten als in den Erwerbskontext integriert („situiert“) und sind nicht trennbar. Cosmides und Tooby (1992) konnten beispielsweise in Experimenten rund um die *Wason selection task* zeigen, dass bekannte Kontexte (dort: soziale Kontexte) die Bewältigung der Anforderungen begünstigen. Auch aus der Mathematikdidaktik gibt es Ergebnisse, die diese These stützen: Eine Metaanalyse von Studien mit Pflegekräften zeigte, dass Aufgaben zur Proportionalität im Rahmen eines schulischen Paper-Pencil-Tests der Mehrheit der Pflegekräfte Schwierigkeiten bereitete, während fast alle bei der Verabreichung von Medikamenten fachlich vergleichbare Aufgaben fehlerfrei kalkulierten (Hoyle et al., 2013; Perlstein et al., 1979).

Für den Erwerb von mathematischen Kompetenzen und insbesondere Modellierungskompetenzen bedeutet das, im Mathematikunterricht verstärkt auch Aufgaben zu nutzen, die die Anwendung von Mathematik in realistischen Kontexten erfordern. Berufliche Anforderungen lassen sich dem Argument entsprechend dann am besten vorbereiten, wenn allgemeine mathematische Kompetenzen in beruflichen Anwendungskontexten erworben werden.

2.2.3 MATHEMATISCHE KOMPETENZEN IN DER BERUFLICHEN AUSBILDUNG

Das zentrale Ziel des beruflichen Bildungsbereichs ist die Förderung der Entwicklung von *Handlungskompetenz* (KMK, 2011). Handlungskompetenz meint dabei „die Bereitschaft und Befähigung des Einzelnen, sich in beruflichen, gesellschaftlichen und privaten Situationen sachgerecht durchdacht sowie individuell und sozial verantwortlich zu verhalten“ (KMK, 2011, S. 15). Der hierbei verwendete Kompetenzbegriff orientiert sich wie im allgemeinbildenden Bereich am Kompetenzverständnis von Weinert (2001a). Handlungskompetenz kann dabei als Handeln in komplexen beruflichen Anforderungssituationen charakterisiert werden (Nickolaus, 2011). Sie wird curricular in die drei Dimensionen *Fachkompetenz*, *Selbstkompetenz* sowie *Sozialkompetenz* unterteilt (KMK, 2011), wobei die beiden letzteren auch als *Personale Kompetenz* zusammengefasst werden können (z.B. BIBB, 2020). Mit Blick auf die Vergleichbarkeit der mathematischen Kompetenzen am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in den beruflichen Bildungsbereich ist an dieser Stelle hauptsächlich die Fachkompetenz von Relevanz. Bedingt unter anderem durch die Diversität der berufsspezifischen Anforderungen gibt es bislang keine Ausdifferenzierung der Fachkompetenz, vergleichbar mit den fachbezogenen Bildungsstandards des allgemeinbildenden Bereichs (Minnameier, 2013; BIBB, 2020).

Die Unterschiede im allgemeinbildenden und beruflichen Kompetenzverständnis beschreibt Erpenbeck (2009). Darin wird das Kompetenzverständnis der allgemeinbildenden Schule als *Kognitionsrichtung* bezeichnet, bei der Kompetenz auf die Bewältigung fachlich strukturierter kognitiver Grundlagen abzielt. Im Kontrast dazu steht hier die *Performanzrichtung* der beruflichen Bildung, in der ein breiter gefasstes Verständnis von Kompetenz und Kognition angelegt ist. Das Kompetenzverständnis bezieht sich hierbei auch auf praxisrelevante und kontextbezogene Kompetenzen und dient zusätzlich der „Menschenbildung“ (Erpenbeck, 2009, S. 18) und nicht hauptsächlich der „Wissensbildung“ (Erpenbeck, 2009, S. 18) wie im allgemeinbildenden Kontext.

Die mathematischen Anforderungen in der beruflichen (Aus-)Bildung sind vielfältig und variieren zwischen den unterschiedlichen Ausbildungsberufen. Dennoch lassen sich einige Gemeinsamkeiten ableiten, insbesondere für die technischen und kaufmännischen Ausbildungsberufe, die einen Großteil des dualen Ausbildungssystems in Deutschland ausmachen (siehe Abschnitt 2.3.1). Bis etwa zur Jahrtausendwende gab es in vielen – vor allem technischen und kaufmännischen – Ausbildungsberufen einen Fachrechenunterricht, dessen Inhalte mittlerweile Teil des Fachkundeunterrichts (strukturiert in Lernfelder gemäß der Rahmenlehrpläne der jeweiligen Ausbildungsberufe) sind (Sträßer, 2009). Dabei wird Mathematik in der Regel als Werkzeug zur Bewältigung beruflicher Anforderungssituationen gesehen (Sträßer, 2009). Häufig kommt eine rezeptartige Verwendung von Mathematik zur Ermittlung numerischer (Teil-)Ergebnisse vor (Sträßer, 2000). Ganz im Sinne der vorgestellten Ergebnisse zur *Situated cognition theory* wird die dabei verwendete Mathematik von den Auszubildenden in vielen Fällen nicht als solche wahrgenommen (Sträßer, 2009). Die mathematischen Inhalte und Prozesse wirken für sie „unsichtbar“ trotz der Bedeutung, die

ihnen für die Bewältigung beruflicher Anforderungen zuteilwird (Bakker et al., 2006). Niss (1994) spricht hierbei von einem Relevanzparadoxon.

Zentral für die Charakterisierung beruflicher mathematischer Kompetenzen ist insgesamt die funktionale Anwendung von Mathematik in beruflichen Anforderungssituationen (Winther et al., 2013). Dieser *funktionale* Charakter fügt sich auch ein in die theoretischen Überlegungen zur Handlungskompetenz bei Nickolaus (2011) und zur Performanzrichtung der beruflichen Kompetenz bei Erpenbeck (2009).

Insgesamt ist die mathematikdidaktische Forschung im Bereich der beruflichen Bildung nicht stark ausgeprägt und befasst sich eher mit der Rolle der Mathematik am Arbeitsplatz als mit der Berufsausbildung (Hoogland et al., 2019; Gravemeijer et al., 2017). Im Zusammenhang mit dem Übergang von der Schule in den Beruf beschreiben Studien eine Lücke zwischen Schul- und Arbeitsplatzmathematik (FitzSimons, 2013). Obwohl die in der Schule erworbenen mathematischen Kompetenzen prädiktiv für die berufliche Kompetenz sind (Seeber & Lehmann, 2013), ist die schulische Mathematik in den meisten Fällen nicht die Art von Mathematik, die Menschen an ihrem Arbeitsplatz verwenden (Gravemeijer et al., 2017). Während die Schulmathematik stark von der professionellen (universitären) Mathematik beeinflusst ist, wird die Mathematik am Arbeitsplatz als stärker an praktischen Problemen orientiert beschrieben (Wake & William, 2001). In diesem Zusammenhang wird die Verknüpfung von schulischer Mathematik und Mathematik am Arbeitsplatz dadurch erschwert, dass mathematische Kompetenz eng mit dem Kontext verknüpft ist, in dem sie erworben wird, und ein Transfer zwischen verschiedenen Kontexten sich als schwierig erweist (Coben, 2003; Evans, 1999).

2.2.4 BERUFPÄDAGOGISCHES KOMPETENZMODELL FÜR DIE KAUFMÄNNISCHE DOMÄNE

In ihrem integrierten Kompetenzmodell für die kaufmännische Berufsbildung stellen Winther et al. (2013) allgemeinbildende und berufliche Kompetenzen in einem gemeinsamen Modell dar (siehe Abb. 2.2). Die beruflichen Kompetenzen orientieren sich dabei an den kaufmännischen Ausbildungsberufen, die u.a. bedingt durch ihre große Anzahl an Auszubildenden Relevanz bei der Betrachtung des Übergangs von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung erhalten (siehe Abschnitt 2.3.1). Winther et al. (2013) unterscheiden zunächst allgemeine und berufliche Kompetenzen. Die allgemeinen Kompetenzen gliedern sich in fachunspezifische Arbeitsfähigkeiten sowie in fachspezifische generische Kompetenzen, zu denen unter anderem die allgemeine Numeralität (im Sinne der *Mathematical Literacy*) als allgemeinbildende mathematische Kompetenz zählt.

Ausgangspunkt für den Bereich der beruflichen Bildung sind die realen beruflichen Anforderungen. Dabei werden die beruflichen (kaufmännischen) Kompetenzen in *domänenspezifische* und *domänenverbundene* kaufmännische Kompetenz unterteilt. Kompetenz wird in diesem Bereich im Sinne von Handlungskompetenz nach Nickolaus (2011) verstanden. *Domänenspezifische* Kompetenz beschreibt die eigentliche berufsspezifische Kompetenz, die sich auf die Bewältigung von typischen Anforderungen in der spezifischen

Domäne bezieht (Winther & Achtenhagen, 2009). Domänenverbundene Kompetenz beschreibt Aspekte der berufsbezogenen ökonomischen Numeralität im Sinne eines kaufmännischen oder wirtschaftlichen Vorwissens (Nickolaus & Seeber, 2013). Zur Bewältigung domänenverbundener Anforderungen müssen schulisch erworbene Kompetenzen in kaufmännischen Anforderungssituationen reorganisiert werden (Winther et al., 2013), beispielsweise wenn allgemeinbildende mathematische Kompetenzen zur Modellierung eines wirtschaftlichen Kontextes angewendet werden müssen. Im Gegensatz zur domänen-spezifischen Kompetenz wird jedoch kein domänenspezifisches Vorwissen benötigt, um die *domänenverbundenen* Anforderungen zu bearbeiten (Winther & Achtenhagen, 2009).

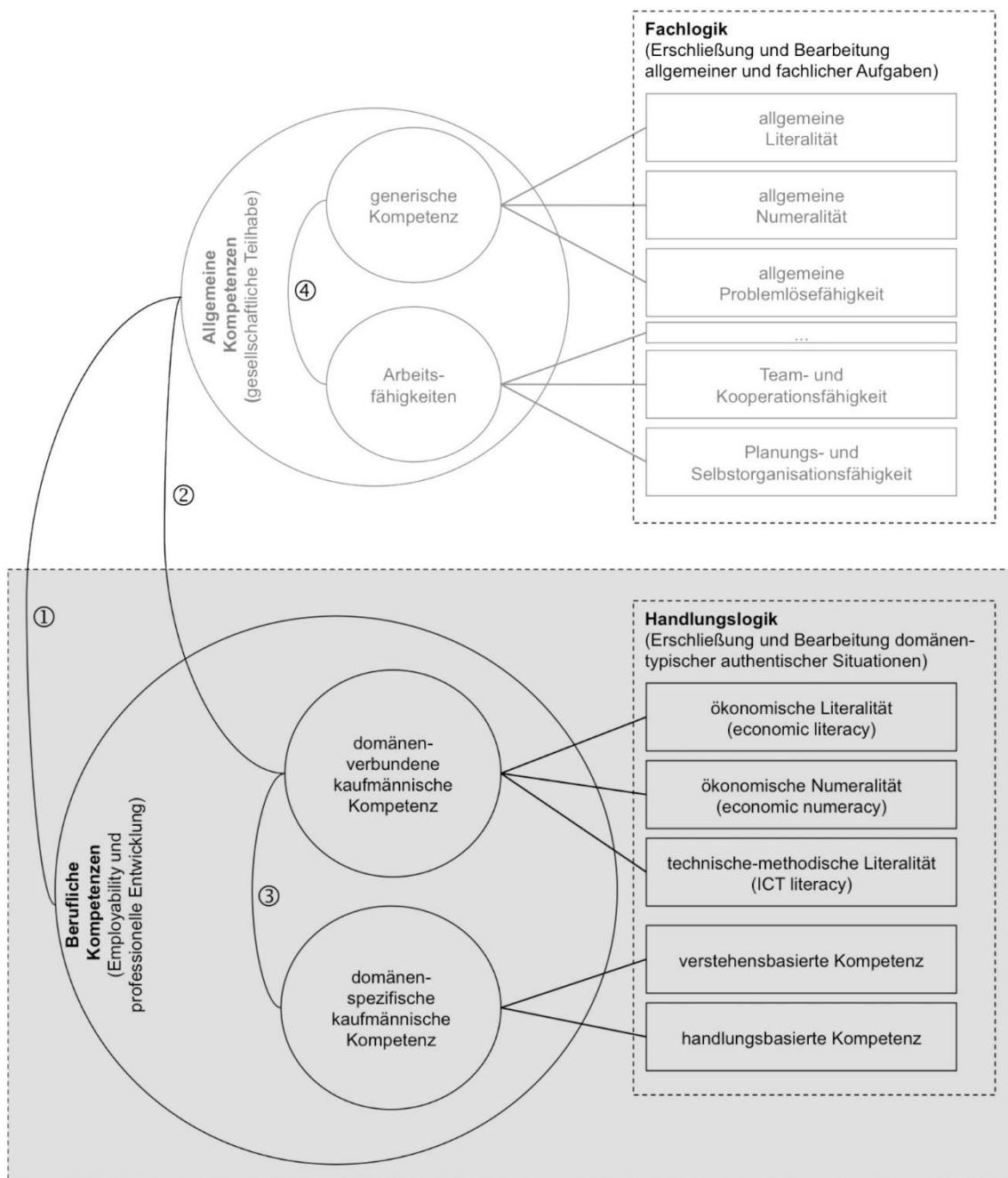


Abbildung 2.2: Integriertes Kompetenzmodell für die kaufmännische Berufsbildung nach Winther et al. (2013)

Das Kompetenzmodell von Winther et al. (2013) betrachtet den Erwerb von (mathematischen) Kompetenzen am Übergang von der allgemeinbildenden zur beruflichen (kaufmännischen) Ausbildung aus einer beruflichen Perspektive. Dabei werden die für den Übergang relevanten Kompetenzen auch aus der beruflichen Perspektive gedacht. Dies widerspricht jedoch der zeitlichen Abfolge, in der die Kompetenzen tatsächlich erworben werden. Es bedarf daher eines Kompetenzmodells, das die zur Bewältigung mathematisch anspruchsvoller beruflicher Situationen erforderlichen Kompetenzen unter Bezugnahme auf allgemeine mathematische Kompetenzen beschreibt.

Das integrierte Kompetenzmodell beschreibt weniger die Kompetenzen, die am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche (kaufmännische) Ausbildung relevant, sondern die Kompetenzen, die innerhalb der beruflichen (kaufmännischen) Ausbildung zentral sind. Das zugrundeliegende Kompetenzverständnis für die zentralen beruflichen Kompetenzen entstammt der beruflichen Bildung. Dadurch lassen sich die Anforderungen, insbesondere für kaufmännische Ausbildungsberufe, gut ausdifferenzieren. Allerdings sind die allgemeinen und die beruflichen (mathematischen) Kompetenzen wegen des unterschiedlichen Kompetenzverständnisses nur eingeschränkt miteinander vergleichbar.

2.2.5 BERUFSFELDBEZOGENE MATHEMATISCHE KOMPETENZEN

Vor diesem Hintergrund steht die Entwicklung des Strukturmodells von Neumann et al. (2013), das mit Hilfe dreier Kompetenzfacetten die Erfassung mathematischer Kompetenzen im Verlauf der beruflichen Ausbildung ermöglichen soll (siehe Abb. 2.3): allgemeine mathematische Kompetenzen, berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen sowie berufliche Kompetenzen.³

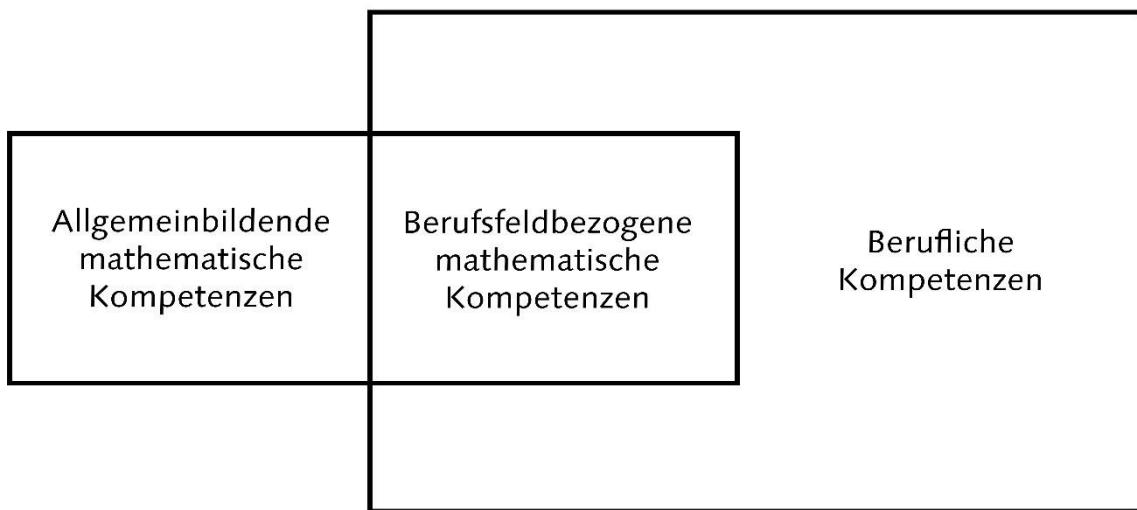


Abbildung 1.3: Zusammenhang zwischen den verschiedenen für die Kompetenzentwicklung in der beruflichen Ausbildung relevanten Kompetenzbereichen (nach Neumann et al., 2013)

³ Die Konzeption des Modells von Neumann et al. (2013) sieht stets mathematische *und naturwissenschaftliche* Kompetenzen vor. Für die vorliegende Arbeit erfolgt aus Relevanzgründen eine Reduktion des Modells und der darin enthaltenen Kompetenzen auf die mathematische Perspektive.

Allgemeine mathematische Kompetenzen oder auch allgemeinbildende mathematische Kompetenzen sind demnach die mathematische Kompetenzen, die im Rahmen der Bildungsstandards für die allgemeinbildende Schule (KMK, 2003, 2004 & 2012) vorgegeben sind (siehe Abschnitte 2.2.1 und 2.2.2). Erprobte Instrumente zur Erfassung dieser Kompetenzen sind etwa durch die Items im Rahmen des IQB-Ländervergleichs gegeben (Pant et al., 2013). Die dort erfassten allgemeinen mathematischen Kompetenzen beziehen sich auf Alltags- und Lebensweltkontakte, jedoch weitestgehend nicht auf berufliche Anforderungssituationen. Eine berufsunspezifische Charakterisierung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist also möglich.

Berufliche Kompetenzen beschreiben die Kompetenzen, die für die Bewältigung beruflicher Anforderungssituationen benötigt werden (siehe Abschnitt 2.2.3). Das verwendete Kompetenzverständnis fußt dabei auf dem Begriff der Handlungskompetenz von Nickolaus (2011) und ist als das Zielkonstrukt der beruflichen (Aus-)Bildung zu verstehen (KMK, 2011).

Als dritte Komponente betrachten Neumann et al. (2013) berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen als die Kompetenzen, die sich – für eine bestimmte berufliche Domäne – auf außerschulische mathematische Anforderungen in beruflichen Situationen beziehen. Für die Bewältigung dieser Anforderungen in beruflichen Situationen sind jedoch überwiegend allgemeine mathematische Kompetenzen notwendig.

Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen beschreiben also die Kompetenzen, die Auszubildende im Idealfall bereits in der Schule erworben haben sollten, bevor sie ihre Berufsausbildung beginnen. Mathematische Kompetenz als Bildungsziel der mathematischen Schulbildung befähigt die Schüler*innen zur Bewältigung mathematischer Anforderungen in unterschiedlichen Kontexten, die unter anderem das Berufsleben umfassen (z. B. OECD, 2019). Dementsprechend können die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen sowohl der beruflichen als auch der allgemeinen mathematischen Kompetenzen zugeordnet werden. Entscheidend ist in diesem Zusammenhang die theoretische Einordnung der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen als Teil der allgemeinen mathematischen Kompetenzen (und der beruflichen Kompetenzen): Sie sind keine von den allgemeinen mathematischen Kompetenzen abgetrennte Kompetenzen, sondern ein Teil von ihnen (und auch ein Teil der beruflichen Kompetenzen). Die schematische Darstellung in Abb. 2.3 verdeutlicht dies dahingehend, dass die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen in dem Modell die Schnittmenge aus allgemeinen mathematischen Kompetenzen und beruflichen Kompetenzen bildet. Dabei beziehen sich die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen immer auf eine spezifische berufliche Domäne. Sie werden in konkreten Handlungssituationen angewendet, d.h. in einen außermathematischen Kontext in einer beruflichen Situation eingebunden.

In korrelativen Studien erwiesen sich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen als Prädiktor für die beruflichen Kompetenzen und den Erfolg in der Berufsausbildung (Seeber & Lehmann, 2013). Theoretisch können die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen, wenn sie denn in der Schule erworben werden, eine vermittelnde Rolle zwischen allgemeinen mathematischen und beruflichen Kompetenzen beim Übergang von der

allgemeinbildenden Schule in die berufliche (Aus-)Bildung spielen. Neumann et al. (2013) argumentieren, dass sich dieser Kompetenzbereich für eine genauere Untersuchung der Umbrüche im Erwerb mathematischer Kompetenz am Übergang und der Prädiktivität mathematischer Kompetenzen auf die beruflichen Kompetenzen eignet. Allerdings gibt es bisher keine empirischen Belege dafür, dass dieses Modell hilft, die Rolle der mathematischen Kompetenzen (in ihren verschiedenen Ausprägungen) am Übergang Schule – Beruf zu verstehen. Zu beachten ist auch, dass das Modell theoretisch zunächst alle Domänen als Berufsfelder zulässt, die für die einzelne Untersuchung spezifiziert werden müssen. Es lässt neben der mathematischen Perspektive sogar noch zusätzlich die Perspektive der naturwissenschaftlichen Fachkompetenzen (dann: allgemeinbildende naturwissenschaftliche Kompetenzen und berufsfeldbezogene naturwissenschaftliche Kompetenzen) zu.

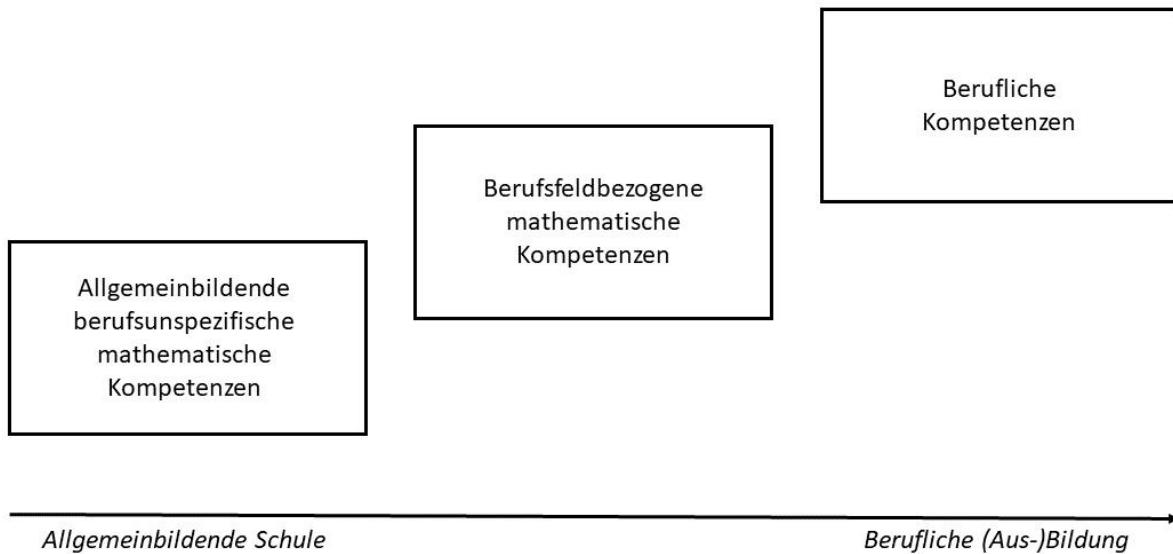


Abbildung 2.4: Stufenmodell für die Kompetenzentwicklung am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Bildung

Obwohl Neumann et al. (2013) in ihrem theoretischen Modell berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen als Teil der allgemeinen mathematischen Kompetenzen definieren, gibt es plausible Gründe für eine alternative Sichtweise. Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen und allgemeine mathematische Kompetenzen, wie sie in der Schule erworben werden, lassen sich ebenso als getrennte Dimensionen betrachten, insbesondere, wenn man den vorgestellten Erkenntnissen aus der Kognitionspsychologie zur Transferproblematik folgt (siehe Abschnitt 2.2.2). Für diese Sichtweise ist es allerdings wichtig, zwischen berufsunspezifischen mathematischen Kompetenzen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen zu differenzieren. In einer solchen Variante – angelehnt an das Modell von Neumann et al. – können berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen neben den allgemeinbildenden (und berufsunspezifischen) mathematischen Kompetenzen im Rahmen des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts erworben werden, um so einen anschlussfähigen Kompetenzerwerb über den Übergang in die berufliche Ausbildung hinaus zu ermöglichen (siehe Abb. 2.4). Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen fungieren

damit als Stufe für den erleichterten Übergang im Erwerb von Kompetenzen, die unterschiedlichen Logiken folgen. Dabei können allgemeinbildende berufsunspezifische mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen auch parallel erworben werden, etwa wenn authentische berufliche Anwendungskontexte in den allgemeinbildenden Mathematikunterricht implementiert werden.

Insbesondere die Anschlussfähigkeit im Kompetenzverständnis sowie die vergleichbarere Messbarkeit der verschiedenen Kompetenzen zu verschiedenen Zeitpunkten des Übergangs Schule – Beruf stellen einen Mehrwert des Modells von Neumann et al. (und auch des hier vorgestellten Stufenmodells) gegenüber dem integrierten Kompetenzmodell der Berufspädagogik von Winther et al. dar. Mit Hilfe der Modelle kann zudem die genaue Unterscheidung von allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen untersucht werden. Hierfür ist zunächst zu klären, wie sich berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen erfassen lassen.

2.3 DIAGNOSTIK BERUFSFELDBEZOGENER MATHEMATISCHER KOMPETENZEN

2.3.1 SPEZIFIZIERUNG DER BERUFLICHEN DOMÄNE

Das Konstrukt der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen kann nur dann genutzt werden, wenn ein konkretes Berufsfeld vorliegt, auf das sich die mathematischen Kompetenzen beziehen. Dies kann grundsätzlich jede Domäne der beruflichen (Aus-)Bildung sein, in der mathematische Kompetenzen eine – wie auch immer geartete – Rolle spielen. Für eine systematische Betrachtung der Probleme am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung bieten sich aber Ausbildungsberufe an, die relevant sind: Relevanz bezieht sich dabei zum einen auf den zahlenmäßigen Umfang, in dem die Ausbildungsberufe in der Praxis vorkommen, zum anderen auf die inhaltliche Nähe zur Mathematik. Auch wenn mathematische Inhalte und Anforderungen in nahezu sämtlichen Ausbildungsberufen in irgendeiner Art vorkommen, verfügen Ausbildungsberufe mit einem hohen Grad an Mathematikhaltigkeit über ein größeres Potenzial bei der Betrachtung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen am Übergang Schule – Beruf.

In Deutschland fielen 2019 58,7 % der abgeschlossenen Ausbildungsverträge in den Bereich *Industrie & Handel* (BIBB, 2021). Damit bildet dieser Zuständigkeitsbereich den größten vor den Bereichen *Handwerk* (27 %) und *Freie Berufe* (8,5 %). Daher finden sich auch stets viele Ausbildungsberufe aus dem Bereich *Industrie & Handel* unter den Ausbildungsberufen mit den meisten neu abgeschlossenen Ausbildungsverträgen. Der Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* ist seit Jahren unter den fünf nach Ausbildungsverträgen häufigsten Ausbildungsberufen (BIBB, 2021), verfügt also diesbezüglich über Relevanz für die Untersuchung der mathematischen Kompetenzen am Übergang Schule – Beruf. Im Jahr 2019 begannen 17.450 Auszubildende eine Ausbildung für Industriekaufleute, das entspricht 3,4 % aller neu beginnenden Auszubildenden (BIBB, 2021). Wie bei allen dualen Ausbildungsberufen bietet das Berufsbildungsgesetz (und dazu die Handwerksordnung sowie die

Schulgesetze der Länder) die gesetzliche Grundlage (KMK, 2011; BBiG, 2005; BMBF, 2002). Die berufsschulische Ausbildung wird durch den Rahmenlehrplan für den Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* curricular verankert (KMK, 2002). Er ist strukturiert in zwölf Lernfelder, die sich auf die in der Regel dreijährige Ausbildung verteilen. Um die Relevanz des Ausbildungsberufs für den Übergang bezüglich der inhaltlichen Nähe zur Mathematik zu klären, werden in Abschnitt 2.3.2 die in den Lernfeldern enthaltenen mathematischen Anforderungen untersucht (KMK, 2002).

Die Ausbildung für Industriekaufleute ist der Ausbildungsberuf mit den absolut meisten Auszubildenden mit Studienberechtigung (Fachhochschulreife oder allgemeine bzw. fachgebundene Hochschulzugangsberechtigung) in Deutschland (BIBB, 2021). Von allen Auszubildenden mit Studienberechtigung begannen 2019 7,8% eine Ausbildung für Industriekaufleute, der Anteil der Auszubildenden mit Studienberechtigung lag in diesem Ausbildungsberuf bei 69,6% (BIBB, 2021). Die unterschiedlichen Kompetenzverständnisse am Übergang Schule – Beruf sind dabei aber kein Problem zwischen den allgemeinbildenden Schulformen, an denen die Auszubildenden vor Beginn ihrer Ausbildung gelernt haben, sondern zwischen dem allgemeinbildenden und dem berufsbildenden Bereich. Dass die inhaltlichen Anforderungen des Ausbildungsberufs für eine Untersuchung der unterschiedlichen mathematischen Kompetenzen im Übergangssystem geeignet sind, soll im Folgenden gezeigt werden.

2.3.2 DIE MATHEMATIK DER INDUSTRIEKAUFLTE

Für alle zwölf Lernfelder für den Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* sind im Rahmenlehrplan (KMK, 2002) sowohl inhaltliche Konkretisierungen als auch kompetenzorientierte Lernziele für die Auszubildenden formuliert. Einige der Lernfelder weisen nahezu keine mathematischen Bezüge auf, hier sind hauptsächlich wirtschaftliche Inhalte prägend. Fünf der zwölf Lernfelder beinhalten entweder die verstärkte implizite Anwendung von Mathematik oder zielen explizit auf mathematische Kenntnisse und Kompetenzen ab (Siebert & Heinze, 2015). Bezogen auf die inhaltsbezogenen mathematischen Leitideen des Kompetenzmodells der Bildungsstandards (KMK, 2003, 2004 & 2012) prägt die Mathematik der Industriekaufleute die Leitidee *Zahl* bei der Verwendung von quantitativen Größen und im situationsbezogenen Umgang mit Rechenverfahren sowie die Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* beispielsweise bei der Modellierung von Zusammenhängen zwischen kaufmännischen Größen. Auch die Leitidee *Messen* ist bei der Beurteilung von berechneten oder gegebenen Größen in situationsspezifischen Zusammenhängen relevant. Die Leitideen *Raum und Form* sowie *Daten und Zufall* spielen in der berufsschulischen Ausbildung der Industriekaufleute keine entscheidende Rolle. Mit Blick auf die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen ist hier das *Mathematische Modellieren* zentral. Die anderen prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen kommen ebenfalls vor, abhängig von den jeweiligen industriekaufmännischen Anforderungen.

Aus den fünf Lernfeldern mit hohem Grad an Mathematikhaltigkeit lassen sich vier Inhaltskategorien als mathematisches Profil des Ausbildungsberufs bündeln: *Kostenrechnung*,

Leistungsrechnung, Abschreibung sowie Finanzierung und Investition. Die fachmathematischen Inhalte der Anforderungen beziehen sich dabei vorrangig auf den Umgang mit linearen Zusammenhängen in Form von Anwendungen von Dreisatz und Prozentrechnung. Im Rahmen des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts werden diese Inhalte schwerpunkt-mäßig in der Sekundarstufe I thematisiert (KMK, 2003 & 2004). Die kontextgebundene und häufig implizite Anwendung der fachmathematischen Inhalte im ausbildungsrelevanten Zusammenhang machen hierbei den Unterschied zwischen allgemeinbildenden mathematischen Anforderungen und Kompetenzen und berufsfeldbezogenen (kaufmännischen) mathematischen Anforderungen und Kompetenzen aus. Diese Kontextualisierung zeigt sich in konkreten berufsspezifischen Anwendungen (beispielsweise bei der Abschreibung) oder in der Verwendung von kaufmännischer Fachsprache (z.B. *Break-Even-Point*).

Der Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* hat also für die Untersuchung der mathematischen Kompetenzen am Übergang Schule – Beruf neben seiner Relevanz durch die hohe Anzahl an Auszubildenden auch eine Relevanz durch seinen hohen Grad an Mathematikhaltigkeit. Eine fachbezogene Berufsorientierung und -vorbereitung auf diesen Ausbildungsberuf durch den verstärkten Einsatz von Lerngelegenheiten im allgemeinbildenden Mathematikunterricht ist also naheliegend und ließe sich vergleichsweise einfach umsetzen. Dies kann durch die Implementation von (industrie-)kaufmännischen Kontexten in Form von authentischen beruflichen Anforderungsaufgaben geschehen. Ähnliche Aufgaben müssten auch in Form von Items für Kompetenztests gegeben sein, um die Erfassung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen im Verlauf der Ausbildung von Industriekaufleuten zu ermöglichen.

2.3.3 INSTRUMENTE ZUR ERFASSUNG BERUFSFELDBEZOGENER MATHEMATISCHER KOMPETENZEN

Für zwei der drei Kompetenzfacetten aus dem Modell von Neumann et al. (2013), die allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen sowie die beruflichen Kompetenzen, liegen bereits erprobte diagnostische Instrumente zur Erfassung vor (vgl. Lindmeier et al., 2013). Auf Basis der Charakterisierung der mathematischen Anforderungen für den spezifischen Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* lassen sich auch berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen – bezogen auf die kaufmännische Domäne und speziell den angesprochenen Ausbildungsberuf – erfassen.

Die folgenden illustrativen Aufgaben sollen die Unterschiede zwischen allgemeinbildenden berufsunspezifischen mathematischen Kompetenzen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen verdeutlichen:

1. Die Arbeitslosenzahl in Neustadt betrug im vergangenen Jahr 2540 Personen. Nun ist sie um 3 % gestiegen. Wie hoch ist die Arbeitslosenzahl in Neustadt jetzt?
2. Die Herstellungskosten für einen Computertisch betragen 220 €. Ein zusätzlicher Verwaltungszuschlag beläuft sich auf 12 %. Was sind die realen Kosten eines solchen Computertisches?

Der fachmathematischen Anforderungen, die zur Lösung beider Aufgaben benötigt werden, unterscheiden sich kaum voneinander. Situationsbedingte unterschiedliche Zahlenwerte stellen hier den einzigen Unterschied dar, die mathematische Struktur (Berechnung eines Prozentwerts auf Grundlage von Grundwert und Prozentsatz) ist identisch. Die Unterschiede der beiden Aufgaben liegen in den zugrundeliegenden Kontexten. Die erste Aufgabe bietet eine allgemeingesellschaftliche Situation ohne unmittelbaren Berufsbezug. Für die zweite Aufgabe, die in einem kaufmännischen Kontext steht, müssen kaufmännisch geprägte Begriffe (Kosten, Zuschlag) bekannt sein. Diese Begriffe können zwar mit berufsunspezifischem Wissen erschlossen werden, sie spiegeln aber kaufmännische Fachtermini und Verfahren (Berechnung realer Kosten). Daher kann die zweite Aufgabe als berufsfeldbezogene (kaufmännische) mathematische Anforderung verstanden werden. Trotzdem lassen sich beide Aufgaben innerhalb des Kompetenzrasters der *Bildungsstandards* einsortieren. Offen ist dabei, inwiefern sich die Kompetenzen, die beim Lösen der unterschiedlichen Aufgaben verwendet werden, unterscheiden.

Sie arbeiten in der Büromöbel HEIN KG und sind mit der Preiskalkulation für die neue Serie Computertische beauftragt. Pro Stück sind 200,00 € Herstellkosten angefallen. Darüber hinaus wird ein Verwaltungsgemeinkostenzuschlagssatz von 28 % sowie ein Vertriebsgemeinkostenzuschlagssatz von 22 % berücksichtigt.

- 1.) Wie hoch muss der Angebotspreis für einen Computertisch sein, wenn mit 12 % Gewinn kalkuliert wird?
- 2.) Ein Kunde erteilt Ihnen einen Auftrag für Computertische und -stühle. Der komplette Angebotspreis liegt bei 448,00 € (inklusive 12 % Gewinn). Dem Kunden werden 3 % Skonto auf den Angebotspreis gewährt.

Wie hoch ist die daraus resultierende Gewinnabweichung in €?

Abbildung 2.5: Beispiel-Item Computertische zur Erfassung berufsfeldbezogener (kaufmännischer) mathematischer Kompetenzen aus dem Projekt ManKobE

Das Projekt *ManKobE* (Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung, Retelsdorf et al., 2013) untersucht u.a. die Entwicklung beruflicher Kompetenzen im Verlauf der beruflichen Ausbildung in unterschiedlichen beruflichen Domänen sowie die Relevanz schulisch erworberner Kompetenzen für den Ausbildungserfolg. Zur systematischen Erfassung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen bedarf es eines validen Testinstruments. Lindmeier et al. (2013) schlagen dafür vor, die durch die Abschlussprüfungen der Industrie- und Handelskammer (IHK) kommunizierten Anforderungen als Grundlage zu nehmen. Das Niveau des zweiten Ausbildungsjahrs sollte das kaufmännische Fachwissen der Aufgaben dabei in den meisten Fällen nicht überschreiten. So können die Aufgaben zur Betrachtung der Kompetenzentwicklung auch schon im Verlauf der Ausbildung und nicht erst an deren Ende sinnvoll eingesetzt werden. Abb. 2.5 zeigt ein eingesetztes Item zu berufsfeldbezogenen (kaufmännischen) mathematischen Kompetenzen aus dem Projekt *ManKobE*. Im Einleitungstext liegen die relevanten Sach- und Kontextinformationen vor. In der ersten Teilaufgabe gilt es, den Angebotspreis zu ermitteln, was eine typische kaufmännische Arbeitsweise abbildet. Sowohl der Verwaltungsgemeinkostenzuschlag als auch der Vertriebskostenzuschlag werden auf Grundlage der

Herstellkosten berechnet. Die sich daraus ergebenden Selbstkosten sind wiederum Grundlage für die Berechnung des Gewinns und damit für den Angebotspreis.

Die Aufgabe lässt sich im Rahmen des allgemeinbildenden Kompetenzraster der *Bildungsstandards* (KMK, 2003, 2004 & 2012) der Leitidee *Zahl* zuordnen, da zur erfolgreichen Bewältigung die Prozentrechnung sachgemäß verwendet werden muss als ein Verfahren, dem Kalküle zugrunde liegen. Bezogen auf die allgemeinen mathematischen Kompetenzen zielt die Aufgabe schwerpunktmäßig auf das *Mathematische Modellieren* ab. Es handelt sich um eine mehrschrittige, aber wenig umfangreiche Modellierung, bei der mehrfach die Formel für den Prozentwert angewendet, der Zwischenschritt zum und vom Situationsmodell (im Modellierungskreislauf von Blum (2010) aber nicht durchgeführt wird.

Die Aufgabe spricht neben den allgemeinbildenden Lernzielen auch die curricularen kaufmännischen Vorgaben an und wird so ihrem Charakter als berufsfeldbezogene mathematische Anforderungssituation gerecht: Im Rahmen der Industriekaufleute-Ausbildung werden die Gemeinkostenzuschlagssätze im ersten Lehrjahr als Teil der Kostenträgerstückrechnung thematisiert (KMK, 2002, Rahmenlehrplan, Lernfeld 4: *Wertschöpfungsprozesse analysieren und beurteilen*). Die beim betrieblichen Leistungsprozess entstehenden Kosten und Leistungen zu erfassen sowie die Berechnung und Beurteilung des kostenrechnerischen Wertschöpfungsbeitrags der Produkte und des Betriebserfolgs sind Ziele von Lernfeld 4 (KMK, 2002). Als kaufmännisches Vorwissen sind hierbei konkret die Begriffe *Angebot*, *Zuschlag* und in der zweiten Teilaufgabe *Skonto* relevant. In der Aufgaben müssen für die Kalkulation des Angebotspreises der Gewinn auf die Selbstkosten, die anderen Zuschläge (Verwaltungsgemeinkostenzuschlagssatz sowie Vertriebsgemeinkostenzuschlagsatz) jedoch unabhängig voneinander auf die Herstellkosten aufgeschlagen werden. Dieses typische kaufmännische Schema ist aus einer domänenfremden Perspektive nicht unbedingt intuitiv, dennoch lässt sich die Aufgabe auch ohne konkrete inhaltliche Kenntnisse der verschiedenen Zuschläge erfolgreich bearbeiten. Diese doppelte Betrachtungsweise der Aufgabe sorgt dafür, dass sie als Anforderung, die mittels berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen bewältigt werden kann, einzuordnen ist.

Siebert und Heinze (2014 & 2015) konnten ein Instrument von 43 Items vorlegen, die sich wie die zuvor beschriebene Aufgabe (Abb. 2.5) auf berufsfeldbezogene (kaufmännische) mathematische Kompetenzen beziehen und sinnvoll bei Industriekaufleuten in der Ausbildung eingesetzt werden können. Mit Hilfe solcher Items lässt sich untersuchen, wie sich berufsfeldbezogene (kaufmännische) mathematische Kompetenzen im Verlauf der kaufmännischen Ausbildung entwickeln und wie sich die Struktur der mathematischen Kompetenzen am Übergang Schule – Beruf verhält.

2.4 FORSCHUNGSFRAGEN UND METHODISCHES VORGEHEN

Bezogen auf den Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche kaufmännische Ausbildung ergeben sich auf Basis der hier vorgestellten theoretischen Grundlagen drei zentrale Forschungsdesiderate. Das erste Desiderat steht zeitlich vor dem Übergang in die berufliche Ausbildung. Es ist unklar, ob der allgemeinbildende

Mathematikunterricht ausreichend Möglichkeit für eine fachbezogene Berufsorientierung und -vorbereitung auf kaufmännische Ausbildungsberufe bietet. Das zweite Desiderat betrifft das Kompetenzmodell von Neumann et al. (2013) und die Frage, ob es sich bei den dort vorgestellten berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen um eine von den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen empirisch abgrenzbare Kompetenzdimension handelt. Und schließlich ist offen, wie sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen von angehenden Industriekaufleuten im Laufe ihrer Ausbildung entwickeln. Die folgenden übergeordneten Forschungsfragen begegnen diesen Forschungsdesideraten und sind leitend für den empirischen Teil dieser Arbeit.

- FF1: In welchem Umfang kommen berufsfeldbezogene (kaufmännische) Anforderungen im allgemeinbildenden Mathematikunterricht im Sinne einer fachbezogenen Berufsorientierung und -vorbereitung vor?
- FF2: Lassen sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen empirisch voneinander abgrenzen?
- FF3: Wie entwickeln sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen von angehenden Industriekaufleuten im Verlauf ihrer Ausbildung?

Diesen drei Fragen adressieren die drei Studien dieser Arbeit, wobei die Zuordnung nicht bijektiv ist. Folgend findet sich eine kurze Beschreibung des methodischen Vorgehens zur Beantwortung der Forschungsfragen, strukturiert nach den drei Studien, welche die drei folgenden Kapitel dieser Arbeit bilden.

2.4.1 UNTERSUCHUNGSANSATZ STUDIE 1

Die Frage nach dem Umfang der kaufmännischen Anforderungen im allgemeinbildenden Mathematikunterricht fokussiert die Situation der Schüler*innen vor dem Einstieg in das Übergangssystem. Da der Mathematikunterricht in der Regel nicht unverfälscht beobachtbar ist, soll stellvertretend die Betrachtung von Schulbüchern als *potentiell implementiertem Curriculum* (nach dem Modell von Valverde et al., 2002) erfolgen. Hierzu werden etwa 20 000 Aufgaben aus 18 allgemeinbildenden Mathematikschulbüchern unterschiedlicher Klassenstufen und Reihen systematisch hinsichtlich der kaufmännischen Lerngelegenheiten untersucht. So können die folgenden differenzierteren Forschungsfragen angegangen werden.

1. Wie hoch ist der Anteil der Aufgaben in Mathematikschulbüchern, die in einem kaufmännischen Kontext stehen?
2. Wie hoch ist der Anteil dieser Aufgaben mit kaufmännischem Kontext, die eine berufsbezogene Perspektive bzw. eine industriekaufmännische Perspektive einnehmen?

3. Gibt es hinsichtlich der Ergebnisse der Forschungsfragen 1 und 2 Unterschiede bezüglich der Klassenstufen oder Schulbuchreihen?

Dabei soll auch der Frage nachgegangen werden, ob die entsprechenden Anteile, die sich aus der Schulbuchanalyse ergeben, adäquat für eine fachbezogene Berufsorientierung und -vorbereitung für kaufmännische Ausbildungsberufe sind. Insgesamt soll durch diese Studie die Forschungsfrage FF1 adressiert und beantwortet werden.

2.4.2 UNTERSUCHUNGSANSATZ STUDIE 2

Die Struktur der mathematischen Kompetenzen am Übergang Schule – Beruf stehen im Fokus von Forschungsfrage FF2. Eine empirische Abgrenzung im Sinne einer dimensionalen Trennbarkeit soll dafür zunächst mittels quantitativer Methoden erfolgen. Hierfür werden bei 634 angehenden Industriekaufleuten zu Beginn, in der Mitte und am Ende ihrer Ausbildung Testinstrumente für allgemeinbildende (berufsunspezifische) mathematische Kompetenzen sowie für berufsfeldbezogene (kaufmännische) mathematische Kompetenzen eingesetzt. Zusätzlich zur Frage nach der Kompetenzstruktur können so Aussagen über die Entwicklung der beiden Kompetenzbereiche im Ausbildungsverlauf getroffen werden. Die zugehörigen differenzierteren Forschungsfragen lauten wie folgt.

1. Sind allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen empirisch trennbar?
2. Wie entwickeln sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen von angehenden Industriekaufleuten im Verlauf ihrer Ausbildung?
3. Gibt es Unterschiede in der Entwicklung allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen und berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen bei angehenden Industriekaufleuten in Abhängigkeit von ihrem allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzniveau zu Beginn der Ausbildung?

Die Beantwortung der ersten Fragen bildet die Grundlage für die Auseinandersetzung mit Forschungsfrage FF2, welche in Studie 3 mittels qualitativer Methoden vertieft wird. Die zweite Frage entspricht Forschungsfrage FF3. Sie wird durch die Analysen zur dritten Frage noch einmal unter differenzierteren Vorzeichen betrachtet.

2.4.3 UNTERSUCHUNGSANSATZ STUDIE 3

Der quantitative Forschungszugang aus Studie 2 wird in Studie 3 durch einen qualitativen (bzw. Mixed-Methods-)Untersuchungsansatz ergänzt. In einer Interviewstudie werden 42 Industriekaufleuten in der Ausbildung zunächst je drei mathematische Aufgaben mit kaufmännischem Berufsbezug sowie drei zu den ersten drei Aufgaben fachmathematisch äquivalente Aufgaben in einem berufsunspezifischen Kontext zur Bearbeitung gegeben. Die anschließenden Einzel-Interviews fragen nach den wahrgenommenen Unterschieden und

Gemeinsamkeiten der Aufgabenpaare sowie nach den kognitiven Prozessen, die für die Bearbeitung der Aufgaben durchgeführt werden, und nach dem Erwerbsort für das benötigte Wissen (allgemeinbildender vs. beruflicher Bereich). Die übergreifende Fragestellung der Studie lautet:

1. Lassen sich allgemeinbildende mathematische und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen qualitativ voneinander abgrenzen?

Für ihre Beantwortung müssen zunächst die folgenden beiden untergeordneten Fragen geklärt werden:

2. Nutzen Industriekaufleute in der Ausbildung beim Bearbeiten berufsbezogener Mathematikaufgaben kognitive Prozesse, die als allgemeinbildend oder beruflich charakterisiert werden können, und wurden diese in der allgemeinbildenden Schule oder in der Ausbildung erlernt?
3. Welche Unterschiede/Gemeinsamkeiten sind für Industriekaufleute in der Ausbildung zwischen Parallelaufgaben, die auf allgemeinbildende mathematische oder berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen abzielen, salient?

Mittels dieser Fragen soll die empirische (Nicht-)Trennbarkeit der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen qualitativ untersucht werden. Gemeinsam mit den quantitativen Ergebnissen zur Kompetenzstruktur aus Studie 2 soll auf diese Weise Forschungsfrage FF2 beantwortet werden.

2.4.4 ANMERKUNGEN ZU DEN ARTIKELN

Die drei Studien werden als die folgenden drei Kapiteln vollumfänglich dargestellt. Dabei entsprechen die Reihenfolge der Kapitel und die Bezifferung der Studien nicht der Durchführungs- und Veröffentlichungschronologie. Da sich die Studien mitunter aufeinander beziehen, kommt es mitunter zu Inkonsistenzen beim jeweiligen aktuellen Stand der Forschung. Zur besseren Lesbarkeit wird auf die Angabe eines Literaturverzeichnisses am Ende jeder Studie verzichtet. Sämtliche Literaturangaben finden sich am Ende dieser Arbeit. Die verwendeten Zitierregeln sind im Rahmen dieser Arbeit vereinheitlicht und weichen damit teilweise von den Zitierregeln der veröffentlichten Artikel ab. Bis auf redaktionelle Kleinigkeiten entsprechen die Kapitel ansonsten den publizierten bzw. eingereichten Artikeln. Im Anschluss an den Artikel zu Studie 2 folgt eine zusätzliche Analyse zur Legitimierung der in der Studie verwendeten Modellierung (siehe Abschnitt 4.6). Auf die drei Forschungsartikel folgt ein bereits veröffentlichter Beitrag zur Implementation berufsfeldbezogener Lerngelegenheiten in den allgemeinbildenden Mathematikunterricht im Sinne einer fachbezogenen Berufsorientierung und -vorbereitung, der sich primär an Lehrkräfte richtet (Kapitel 6).

3 STUDIE 1 – SCHULBUCHANALYSE

Dieser Artikel wurde am 22.03.2019 erstmals eingereicht und in der untenstehenden Fassung am 29.01.2020 in der **Zeitschrift für Erziehungswissenschaft** zunächst online und anschließend im Februar 2020 in Heft 23(1) publiziert (<https://doi.org/10.1007/s11618-019-00925-w>).

Lerngelegenheiten mit kaufmännischem Kontext im Mathematikunterricht der allgemeinbildenden Schule – Eine Schulbuch- und Aufgabenanalyse

Robert von Hering, Halima Zingelmann, Aiso Heinze & Anke Lindmeier

Zusammenfassung: Der Erwerb mathematischer Kompetenz im allgemeinbildenden Unterricht soll unter anderem der Berufsvorbereitung dienen. Für das Fach Mathematik sind kaufmännische Ausbildungsberufe mit ihren hohen Ausbildungszahlen und mathematischen Anforderungen eine wichtige Referenz. Werden in der Schule berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen erworben, so können diese theoretisch Passungsprobleme am Übergang Schule – Beruf abmildern. Es stellt sich daher die Frage, inwiefern im allgemeinbildenden Mathematikunterricht vorbereitende Lerngelegenheiten für den kaufmännischen Bereich (exemplarisch für Industriekaufleute) vorkommen. In der Studie wurden als Annäherung an den Unterricht Schulbücher der Sekundarstufe im Hinblick auf Aufgaben mit (industrie-)kaufmännischem Kontext untersucht. Die Klassifikation der Kontexte von 18 allgemeinbildenden Mathematikschulbüchern aus 4 Reihen zeigt, dass zwar 6 % der Aufgaben ein Potential zur Vorbereitung auf kaufmännische Anforderungen enthalten, die Aufgaben weisen aber größtenteils einen niedrigen Grad an Berufsbezogenheit auf. Die Studie kann zum besseren Verständnis der derzeitigen Ausgestaltung von Berufsvorbereitung im allgemeinbilden Mathematikunterricht beitragen.

Abstract: The acquisition of mathematical competence in general education should, among other things, serve as vocational preparation. Commercial vocations hold a great amount of mathematical demands, involve a great number of trainees, so they should be an important reference for the subject of mathematics. If vocation-related mathematical competencies were already acquired at school, they could probably reduce difficulties at the transition from school to work. The question, therefore, arises as to what extent preparatory learning opportunities for the commercial sector (shown by the example of industrial clerks) are part of general mathematics education. In the present study, secondary school textbooks were examined as a reference to the teaching praxis and the mathematical tasks used in class. More precisely, textbook tasks were analyzed with regard to their commercial vocational context.

The classification of the contexts of 18 general education mathematics textbooks from 4 series shows that 6% of the tasks have the potential for preparing commercial contents. However, the tasks mostly have a low degree of occupation-relatedness. The study may help to better understand the current design of vocational preparation in general mathematics education.

3.1 EINLEITUNG UND MOTIVATION

Die Lebensvorbereitung, also auch die Berufsvorbereitung, ist nach Heymann (1996) ein Ziel des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts. Durch die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss sowie für die Allgemeine Hochschulreife ist eine fachliche Berufsvorbereitung als Teilaспект der *mathematical literacy* (OECD, 2003) entsprechend als Bildungsziel verankert (KMK, 2003).

Beim Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung erweisen sich nicht nur aus bildungstheoretischer, sondern auch aus empirischer Sicht mathematische Kompetenzen als eine zentrale Größe, was den Stellenwert der Berufsvorbereitung durch die allgemeinbildende Schule unterstreicht (Lehmann & Seeber, 2007). Gleichzeitig kann wegen der verschiedenen Bildungskonzeptionen nicht von einem kontinuierlichen kumulativen Kompetenzaufbau beim Übergang von der Schule in die Berufsbildung ausgegangen werden (Heinze & Grüßing, 2009). Es ist bisher insbesondere unklar, welche Rolle berufsvorbereitende Lernangebote im allgemeinbildenden Mathematikunterricht tatsächlich spielen.

Soll diese Lücke geschlossen werden, so tritt das Problem auf, dass in verschiedenen Berufsfeldern sehr unterschiedliche mathematische Anforderungen auftreten. Es ist daher naheliegend, in einem ersten Zugriff typische Berufsfelder mit erkennbarem mathematischem Bezug in den Blick zu nehmen. Exemplarisch können dabei die kaufmännischen Ausbildungsberufe aus dem in Deutschland mit Abstand größten Ausbildungssektor *Industrie & Handel* herangezogen werden, da hier viele Ausbildungsplätze angeboten werden und die Ausbildungsinhalte einen hohen mathematischen Anteil aufweisen. In diesem Beitrag wird daher der Frage nachgegangen, welche berufsvorbereitenden Lerngelegenheiten für den kaufmännischen Bereich es im allgemeinbildenden Mathematikunterricht der Sekundarstufe gibt.

Als Indikator für solche vorbereitenden Lernangebote für kaufmännische Berufe wird die Implementation von kaufmännischen Kontexten im Mathematikunterricht betrachtet. In dieser Studie wurden dabei Mathematikschulbücher bzw. die darin enthaltenen Aufgaben als eine Näherung für die Implementation curricularer Vorgaben im Fachunterricht genutzt.

3.2 THEORETISCHER HINTERGRUND

3.2.1 DIE KAUFMÄNNISCHE AUSBILDUNG AM BEISPIEL DER INDUSTRIEKAUFLEUTE

Die berufliche Ausbildung wird in Deutschland meist im dualen Ausbildungssystem (Betrieb und Berufsschule) durchgeführt und genießt weltweit ein hohes Ansehen (Jongebloed, 2011). In den letzten Jahren lässt sich dabei beobachten, dass die Anforderungen an Auszubildende

im Vergleich zu den von den Ausbildungsbetrieben angegebenen Qualifikationen anspruchsvoller sind (Münk, 2013). Aufgrund des dadurch entstehenden Passungsproblems erweist sich die Eingliederung in die neue Ausbildungsinstitution für eine substantielle Anzahl an Jugendlichen als problematisch (Münk, 2013).

Der Wirtschaftssektor *Industrie & Handel* stellt in Deutschland mit Abstand die meisten Ausbildungsplätze. Im Jahr 2017 fielen von allen neu begonnenen Ausbildungen 58 % in diesen Sektor, gefolgt vom Handwerk mit 28 % der Ausbildungsverträge (BIBB, 2018). Wie in den Jahren zuvor befindet sich der Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* neben drei weiteren kaufmännischen Berufen unter den Top 5 der neu abgeschlossenen Ausbildungsverträge (BIBB, 2018). Damit kann der kaufmännische Ausbildungsbereich im Allgemeinen, der Beruf *Industriekaufmann/-frau* im Speziellen als wichtiges Referenzkriterium für die Berufsvorbereitung im allgemeinbildenden Mathematikunterricht angesehen werden. Im Folgenden sollen daher am Beispiel der Industriekaufleute Anforderungen der kaufmännischen Ausbildung dargestellt werden.

Die Ausbildung der Industriekaufleute dauert 3 Jahre, findet dual und gleichberechtigt in Betrieb und beruflicher Schule statt und ist durch den Rahmenlehrplan der KMK und die Ausbildungsordnungen des Bundes für die betriebliche Ausbildung geregelt (KMK, 2002; BMBF, 2002). Der Anteil der Auszubildenden mit Studienberechtigung ist bei den Industriekaufleuten überdurchschnittlich hoch. Während der Anteil der Auszubildenden mit mindestens Fachhochschulreife über alle Ausbildungsberufe hinweg in Deutschland bei 29 % liegt, sind es in den kaufmännischen Ausbildungsberufen 35 % und bei den Industriekaufleuten sogar 70 % (BIBB, 2018). In einer in drei Bundesländern durchgeföhrten Studie mit 650 angehenden Industriekaufleuten belief sich die Abiturientenquote auf 53 % (Volodina et al., 2015). Es kann also angenommen werden, dass die Anforderungen des Ausbildungsberufs der Industriekaufleute im Vergleich zu anderen Berufen erhöht sind.

Darüber hinaus zeichnet sich die Ausbildung der Industriekaufleute durch einen hohen Mathematikgehalt aus. Der Rahmenlehrplan der KMK (2002) unterteilt die Ausbildungsinhalte in 12 Lernfelder, von denen fünf einen starken mathematischen Bezug aufweisen. Die relevanten Inhalte lassen sich in die vier Kategorien *Kostenrechnung*, *Leistungsrechnung*, *Abschreibung* sowie *Finanzierung und Investition* unterteilen (vgl. KMK, 2002). Aus mathematisch-fachlicher Sicht entsprechen die Anforderungen vornehmlich Anwendungen von Dreisatz und Prozentrechnung, wobei das Niveau des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts der Sekundarstufe I aus fachlicher Sicht nicht überschritten wird. Im Gegensatz zum Schulunterricht ist in der Ausbildung aber die Bewältigung von beruflichen Anforderungen unter – teils impliziter – Nutzung von mathematischen Mitteln zentral. Das heißt, Mathematik wird immer innerhalb von beruflichen Kontexten angewendet und nicht fachliche (z.B. linearer Zusammenhang), sondern beruflich geprägte Strukturierungen (z.B. Abschreibung, Stückkosten) sind leitend. Entsprechend kommt der kaufmännischen Fachsprache im Vergleich zur Schulmathematik eine hohe Bedeutung zu.

Anhand des Ausbildungsberufs *Industriekaufmann/-frau* wird deutlich, dass kaufmännische Berufe eine große Nähe zum Unterrichtsfach Mathematik aufweisen. Wenn also

berufsvorbereitende Aspekte im allgemeinbildenden Mathematikunterricht vorkommen, dann wäre es naheliegend, dass diese Berufe, die eine hohe Auszubildendenanzahl aufweisen und gleichzeitig als mathematik-affin zu charakterisieren sind, eine erkennbare Rolle spielen.

3.2.2 KOMPETENZBEGRIFFE UND -MODELLE AM ÜBERGANG SCHULE – BERUFSAUSBILDUNG

Beim Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung ändern sich die Anforderungen für die Lernenden auf vielfältige Weise. Insbesondere betrifft dies auch die Art der zu erwerbenden Kompetenzen, da Schule und Berufsbildung grundsätzlich unterschiedliche Zielsetzungen verfolgen. Dies hat Auswirkungen auf den Verlauf des individuellen Kompetenzerwerbs, sodass nicht zwangsläufig von kontinuierlichem, kumulativem Kompetenzaufbau am Übergang Schule – Beruf ausgegangen werden kann (Heinze & Grüßing, 2009; Neumann et al., 2013).

Im beruflichen Kontext spielt der Begriff der Handlungskompetenz eine zentrale Rolle (Nickolaus, 2011). Mit diesem Begriff wird Kompetenz als die Fähigkeit, komplexe berufliche Anforderungssituationen bewältigen zu können, verstanden. Kompetenz ist damit eng mit beruflicher Performanz verbunden. Das Ziel der beruflichen Handlungskompetenz umfasst die Entwicklung einer beruflichen Mündigkeit, sodass das Referenzkriterium für Kompetenzerwerb also die beruflichen Anforderungen sind (Nickolaus & Seeber, 2013).

Im Gegensatz dazu beziehen sich Kompetenzen im allgemeinbildenden Bereich auf „kontextspezifische kognitive Leistungsdispositionen, die sich funktional auf Situationen und Anforderungen in bestimmten Domänen beziehen“ (Klieme & Leutner, 2006, S. 879). Statt des beruflichen Referenzrahmens – und damit einem Performanzbezug – ist der hier verwendete Kompetenzbegriff ganz im Sinne des allgemeinbildenden Auftrags der Schule auf den Erwerb kognitiver Grundlagen bezogen, die in fachlicher Strukturierung, beispielsweise als mathematische Kompetenzen, erworben werden sollen. Sie tragen damit zur Bildung im Sinne einer Grundbildung bei, die insbesondere auf eine breite Anwendbarkeit der erworbenen Kompetenzen abzielt und gleichzeitig den Erwerb der zugrundeliegenden Wissensstrukturen betont, was sich beispielsweise in den Bildungsstandards Mathematik (KMK, 2003) abbildet.

Kontrastiert man diese beiden Kompetenzverständnisse, so ergibt sich auf Basis der theoretischen Grundlagen ein dreiteiliges Strukturmodell der Kompetenzen, die am Übergang Schule – Beruf aus fachlicher Sicht relevant erscheinen (Neumann et al., 2013; vgl. auch Winther, 2010). Zum einen werden – wie eben skizziert – allgemeine mathematische Kompetenzen als Ziel der allgemeinbildenden Schule von den beruflichen Kompetenzen abgegrenzt. Zum Überbrücken des theoretischen Bruchs bieten sich *berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen* (Neumann et al., 2013) an. Diese ergeben sich im Überschneidungsbereich von allgemeinbildenden und beruflichen Kompetenzen. Sie kommen zum Tragen, wenn im Beruf mathematikhaltige Anforderungssituationen vorkommen, die unter der Nutzung allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen bewältigt werden können.

Mit Blick auf den Übergang Schule – Ausbildung verfügen Auszubildende (im Regelfall) bereits zu Beginn der Ausbildung über *berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen*, da der allgemeinbildende Unterricht auf die breite, also auch berufsbezogene Anwendbarkeit der mathematischen Kompetenzen abzielt. Zudem sollten *berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen* den Erwerb beruflicher Kompetenzen erleichtern, da sie bereits einfache kaufmännische Anforderungssituationen abbilden und somit ein Anknüpfungspunkt für komplexere berufliche Anforderungen sein können. Sie haben also theoretisch das Potenzial, die Diskontinuität im individuellen Kompetenzerwerb am Übergang Schule – Beruf abzumildern. Erste Untersuchungen deuten auf eine empirische Trennbarkeit der allgemeinen mathematischen und berufsfeldbezogenen Kompetenzen bei Auszubildenden zu Beginn der Ausbildung hin (Siebert & Heinze, 2016). Auch qualitativ konnten diese Ergebnisse in einer Studie (Parallelaufgaben mit und ohne beruflichen Kontext und anschließenden Interviews) mit Industriekaufleuten in der Ausbildung bestätigt werden (von Hering et al., 2018).

Zusammenfassend erscheint die Betrachtung eines solchen *berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzbereichs* aus theoretischer Sicht zur Beschreibung der (Nicht-)Anschlussfähigkeit von Bildungsprozessen am Übergang Schule – Berufsschule geeignet. Es ist bisher aber unklar, inwiefern es aus forschungspraktischer Sicht nützlich ist, innerhalb der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen feinkörnig einen Teilbereich berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen abzugrenzen. Da die Unterscheidung sich wie dargelegt aus den zu bewältigenden Anforderungen, also dem Kontext für die Anwendung von Mathematik, speist, soll im Folgenden vertieft werden, welche Bedeutung Kontexte beim Erwerb mathematischer Kompetenzen haben.

3.2.3 BEDEUTUNG DES KONTEXTES BEIM ERWERB MATHEMATISCHER KOMPETENZ

In ihrer Definition von *Mathematical Literacy* formuliert die OECD (2003) mathematische Kompetenz als die Fähigkeit, in vielfältigen Kontexten Mathematik zu nutzen. Es stellt sich also die Frage, wie dies durch den allgemeinbildenden Unterricht erreicht werden kann. Aus der kognitionspsychologischen Forschung ist bekannt, dass die Übertragung von Fähigkeiten zwischen verschiedenen Kontexten schwierig ist (Transferproblem, zsf. Perkins & Salomon, 1992), vor allem wenn Kontexte wenig ähnlich sind (sog. ferner Transfer).

Dies lenkt die Aufmerksamkeit auf die im Unterricht genutzten Kontexte. Das Transferproblem und zugehörige Erkläransätze legen nahe, die Kontexte als integrale Bestandteile der Lerngelegenheit und nicht etwa im Gegensatz dazu als austauschbare Gestaltungselemente von Lerngelegenheiten zu verstehen. Die *Cognitive flexibility theory* (Spiro et al., 1988) beispielsweise führt erfolgreiches Problemlösen auf die Qualität der erworbenen Kompetenzen zurück. Werden bereits beim Erwerb verschiedene Anwendungssituationen eingesetzt, so führt dies zu höherer kognitiver Flexibilität, da es keine oder eine einseitige Verknüpfung der Kompetenzen mit Anwendungen verhindert. Noch stärkere Annahmen setzt beispielsweise die *Situated cognition theory* (Brown et al., 1989). Hier geht man davon aus, dass Kompetenzen in den Erwerbskontexten situiert sind und somit Anwendungs- nicht von Erwerbskontexten trennbar sind. Für den allgemeinbildenden

Mathematikunterricht würde diese Annahme ebenfalls bedeuten, dass vielfältige Anforderungssituationen bereits beim Erwerb der mathematischen Kompetenzen genutzt werden sollten. Zusammenfassend und im Anschluss an die Forschungslage wird für den Erwerb von *Mathematical Literacy* im Mathematikunterricht empfohlen, insbesondere auch Aufgaben zu nutzen, die – kongruent zur Zielsetzung – die Anwendung von Mathematik in realistischen, auch berufsbezogenen Kontexten erfordern (OECD, 2003).

In der Mathematikdidaktik werden solche Kompetenzen spezifischer als mathematische Modellierungskompetenzen beschrieben. Darunter versteht man die Fähigkeiten, Aufgaben mit Situationsbezug unter Einsatz mathematischer Modelle zu lösen (Klieme et al., 2001; KMK, 2003). Dazu muss u.a. die Situation in ein mathematisches Modell übersetzt, innermathematisch bearbeitet und die mathematische Lösung vor dem Hintergrund der Situation interpretiert werden, sodass Teilkompetenzen beschrieben werden können (Blum & Leiß, 2005).

Niss und Højgaard (2011) arbeiten Qualitätsdimensionen für mathematische Modellierungskompetenzen heraus. Dabei beschreibt *Radius of action* die Reichweite, also auf welche Bandbreite an Kontexten und Situationen Modellierungskompetenzen angewendet werden können, was die Kernfrage des Transferproblems aufgreift. Es wird angenommen, dass der Erwerb funktionaler Modellierungskompetenzen davon abhängt, ob Lerngelegenheiten in relevanten Kontexten und Situationen vorkommen, der angezielte *Radius of action* also bereits beim Erwerb berücksichtigt wird. Dabei können berufliche oder private Kontexte genutzt werden, die dann als sinnstiftende Probleme zum Erwerb von Handlungsschemata im Sinne des Prinzips der Problemorientierung beitragen (Euler & Hahn, 2014). Betrachtet man feinkörniger die Art der im Mathematikunterricht genutzten Realitätsbezüge, so lassen sich verschiedene Grade an Authentizität erkennen. Die Bandbreite reicht von sogenannten eingekleideten Aufgaben, die sich in erfundenen und meist austauschbaren Realsituationen abspielen, bis hin zu authentischen Aufgaben mit Lebensweltbezug, wobei den verschiedenen Typen gleichermaßen spezifische Funktionen und Berechtigungen im Unterricht zugeschrieben werden können (Leuders & Leiß, 2006). Leuders und Leiß (2006) empfehlen entsprechend für Unterricht und Schulbuch eine Ausgewogenheit, insbesondere können Realitätsbezüge nicht als alleiniges Qualitätskriterium verstanden werden. Authentische Realitätsbezüge gelten jedoch als besonders geeignetes Mittel, um die Rolle und Bedeutsamkeit der Mathematik in der Welt zu verstehen.

Übereinstimmend wird also davon ausgegangen, dass die beim Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen genutzten Kontexte beeinflussen, inwiefern die Kompetenzen in anderen Zusammenhängen genutzt werden können. Demgegenüber steht eine lückenhafte Forschungslage in Bezug auf die tatsächlich genutzten Kontexte im Mathematikunterricht der allgemeinbildenden Schule. Die wenigen Forschungserkenntnisse beziehen sich auf die Unterscheidung von außer- und innermathematischen Kontexten (in Deutschland ca. 11 % der Aufgaben mit außer- und 2 % mit innermathematischem Kontext in TIMSS-Video 1999), differenzieren jedoch bisher nicht bezüglich unterschiedlicher außermathematischer

Kontexte (z.B. Neubrand, 2002; Jordan et al., 2006). Es liegen bisher also keine Anhaltspunkte vor, inwiefern berufliche Kontexte im allgemeinbildenden Mathematikunterricht auftreten.

3.2.4 DAS SCHULBUCH ALS POTENTIELL IMPLEMENTIERTES CURRICULUM

In der hier berichteten Studie sollen Erkenntnisse über die potentiell berufsvorbereitenden Lerngelegenheiten im allgemeinbildenden Mathematikunterricht der Sekundarstufe erlangt werden. Dazu wurden in einem ersten Zugriff die Lerngelegenheiten mit beruflichem Bezug aus Mathematikschulbüchern untersucht. Diese zentrale methodische Entscheidung soll im Folgenden begründet werden. Im Rahmen der TIMSS-Studien wurde ein Modell verschiedener Curriculumsebenen entwickelt, das die Vermittlungsprozesse zwischen dem *intendierten Curriculum* (z.B. Bildungsstandards, Lehrpläne) und dem *implementierten Curriculum* (den Lehr-Lernaktivitäten im Unterricht, die das Lernangebot darstellen) beschreibt (Valverde et al., 2002). Unterrichtsmaterialien, also insbesondere auch Schulbücher, werden dort als *potentiell implementiertes Curriculum* bezeichnet und in der Ebene zwischen intendiertem und implementiertem Curriculum als zentrale Vermittlungsressource verortet. Soll das Schulbuch auf dieser Basis als Indikator für unterrichtliche Merkmale genutzt werden, so muss abgeschätzt werden, inwiefern der Schluss von Merkmalen des Schulbuchs auf das tatsächlich implementierte Curriculum gerechtfertigt ist.

Studien zur Schulbuchnutzung haben ergeben, dass das Mathematik-Schulbuch für 86 % der Mathematiklehrkräfte an deutschen Grundschulen die Hauptquelle für die Unterrichtsvorbereitung ist (OECD-Durchschnitt: 75 %, Mullis et al., 2012). Eine ähnliche Untersuchung für weiterführende Schulen gibt es für Deutschland leider nicht. Allerdings zeigte sich für andere Nationen, dass die Werte für Grundschulen und weiterführende Schulen eine hohe Konsistenz aufweisen (Mullis et al., 2012). Entsprechend kann angenommen werden, dass auch hier das Mathematikschulbuch die zentrale Ressource für die Unterrichtsvorbereitung darstellt. Dazu zeigen Studien einen positiven Zusammenhang zwischen dem Umfang eines Themas in Schulbüchern und entsprechenden Merkmalen des Unterrichts bzw. der Leistungsentwicklung (Schmidt et al., 2001; van den Ham & Heinze, 2018). Somit kann das Schulbuch im Sinne des potentiell implementierten Curriculums als Annäherung für Merkmale des Mathematikunterrichts genutzt werden. Dabei wird die Kultur vom Mathematikunterricht stark durch die Verwendung von Aufgaben geprägt, die auch als strukturgebende Elemente der Mathematikschulbücher fungieren (Neubrand, 2002). Sollen also Anhaltspunkte gewonnen werden, inwiefern potentielle berufsfeldbezogene Lerngelegenheiten im Unterricht auftreten, so ist es sinnvoll, zur Operationalisierung die Aufgaben aus den Schulbüchern und die darin vorkommenden Kontexte heranzuziehen.

Andere Untersuchungen auf Basis von Schulbuchanalysen nehmen bislang statt fachlich-inhaltlicher Aspekte vornehmlich Strukturmerkmale auf Aufgaben-, Kapitel- oder Buchebene in den Blick (z.B. Rezat, 2009). Insbesondere Analysen, die Kontexte von Aufgaben im Allgemeinen bzw. Gelegenheiten zur Berufsorientierung für den Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung im Speziellen adressieren, stehen bislang aus.

3.2.5 FORSCHUNGSFRAGEN

Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen erscheinen theoretisch als Mittler zwischen den unterschiedlichen Anforderungen in der allgemeinbildenden Schule und im Beruf und haben so das Potential, die Diskontinuität im individuellen Kompetenzerwerb zu ebnen, sodass die schulischen mathematischen Kompetenzen funktional in berufliche Kompetenzen integriert werden können (Neumann et al., 2013). Bisher ist aber unklar, inwiefern sich Lerngelegenheiten für berufsfeldbezogene Kompetenzen bereits im allgemeinbildenden Mathematikunterricht ergeben.

Der kaufmännische Berufszweig und konkret der Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* stehen ob ihrer Nähe zum Fach Mathematik im Fokus dieser Studie. Das Schulbuch kann im Sinne des potentiell implementierten Curriculums stellvertretend für den Mathematikunterricht betrachtet werden. Die übergeordnete Frage nach Lerngelegenheiten für berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen im allgemeinbildenden Mathematikunterricht führt zu folgenden Forschungsfragen, die auf eine Deskription der vorliegenden Praxis zielen:

1. Wie hoch ist der Anteil der Aufgaben in Mathematikschulbüchern, die in einem kaufmännischen Kontext stehen?
2. Wie hoch ist der Anteil dieser Aufgaben mit kaufmännischem Kontext, die eine berufsbezogene Perspektive bzw. eine industriekaufmännische Perspektive einnehmen?
3. Gibt es hinsichtlich der Ergebnisse der Forschungsfragen 1 und 2 Unterschiede bezüglich der Klassenstufen oder Schulbuchreihen?

Die erste Forschungsfrage zielt auf die Identifikation solcher Aufgaben und Lerngelegenheiten, die einen kaufmännischen Bezug aufweisen. Dabei kann es sich, im Sinne des Prinzips der Problemorientierung (Euler & Hahn, 2014) bei den kaufmännischen Kontexten sowohl um eine private wie auch um eine berufliche Perspektive handeln. Die zweite Frage beschäftigt sich mit der Teilmenge der Aufgaben und Lerngelegenheiten, die spezifisch die Perspektive der beruflichen Anforderungen einnehmen. Diese können im engeren Sinne als authentische berufsvorbereitende Lerngelegenheiten eingestuft werden. Dabei wird noch einmal in industriekaufmännische Kontexte und andere berufsbezogene kaufmännische Kontexte differenziert.

Die dritte Forschungsfrage zu Unterschieden bezüglich der Klassenstufen und Schulbuchreihen kann über die zeitliche Passung von berufsorientierenden Angeboten sowie über die auftretende Varianz Auskunft geben. Dabei interessiert, ob in höheren Klassenstufen aufgrund der zeitlichen Nähe zum Übergang in die Berufsausbildung vermehrt berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen angesprochen werden. Ebenso wäre es plausibel anzunehmen, dass Schulbücher, die sich primär an Bildungsgänge für den Mittleren Schulabschluss wenden, mehr berufsfeldbezogene mathematische Lerngelegenheiten aufweisen als solche, die sich primär auf Bildungsgänge mit dem Ziel des Erwerbs der Hochschulzugangsberechtigung wenden.

3.3 METHODISCHES VORGEHEN

3.3.1 AUSWAHL DER SCHULBÜCHER UND FESTLEGUNG DER ANALYSEEINHEITEN

Für die Identifikation und Analyse von Lerngelegenheiten mit kaufmännischem Kontext im Mathematikunterricht haben wir Schulbücher im Sinne des potentiell implementierten Curriculums als Annäherung an das implementierte Curriculum genutzt. Die Auswahl der untersuchten Schulbücher orientierte sich an der üblichen schulischen Vorbildung der kaufmännischen Auszubildenden. Beispielsweise verfügen fast alle angehenden Industrie-kaufleute mindestens über den Mittleren Schulabschluss, ein großer Anteil besitzt aber auch eine Hochschulzugangsberechtigung (BIBB, 2018). Daher haben wir für unsere Analyse Mathematikschulbücher für Gymnasien und weitere Schulformen, die zum Mittleren Schulabschluss führen, herangezogen. Dabei wurden nur Bücher der Sekundarstufe I berücksichtigt, da die Berufsorientierung für Ausbildungsberufe typischerweise zum Mittleren Schulabschluss erfolgt und auch die im Beruf genutzten mathematischen Inhalte in diesen Klassen verortet sind.

Der betrachtete Korpus umfasst insgesamt 18 Mathematikschulbücher aus vier verschiedenen Reihen von drei Schulbuchverlagen (Baum et al., 2006–2009; Böer et al., 2008, 2009, 2013 & 2014; Cukrowicz et al., 2005–2009; Lergenmüller & Schmidt, 2005–2009), die sich jeweils curricular an den Anforderungen mehrerer Bundesländer orientieren. Dabei richten sich alle Reihen auch an eine gymnasiale G9-Struktur. Die Reihe „mathelive“ zielt im Schwerpunkt auf den Mathematikunterricht in Haupt-, Real-, Gesamt- und Gemeinschaftsschule ab. Es wurden die Schulbücher für die Klassenstufe 7 bis 10 betrachtet, bei zwei Reihen zusätzlich die Schulbücher der Klassenstufe 6. So kann ein umfangreicher Überblick über die potentiellen Lerngelegenheiten der Sekundarstufe I an verschiedenen Schulformen und ohne Einschränkung auf ein Bundesland gegeben werden.

Die Analyse sollte sämtliche Lerngelegenheiten erfassen, wobei unter Lerngelegenheit nicht nur Aufgaben im engeren Sinne (meist durch eine Nummer gekennzeichnet), sondern auch Elemente wie Informationstexte, Merksätze und Beispiele verstanden wurden. Diese werden im Folgenden alle unter den Terminus *Aufgabe* gefasst, da es sich beim Großteil der angebotenen Lerngelegenheiten um klassische Aufgaben handelt, was die den Mathematikunterricht prägende Aufgabekultur widerspiegelt (Neubrand, 2002). Aufgaben mit mehreren Teilen betrachten wir dabei als eine Einheit, da der Kontext in der Regel identisch ist. Die so verstandenen Aufgaben bilden die Analyseeinheiten dieser Studie. Es ergeben sich auf diese Weise in den 18 Schulbüchern eine Grundgesamtheit von etwa 20.000 Aufgaben⁴, von denen etwa 33 % eine Kontextualisierung aufweisen und somit für eine feinkörnigere Analyse in Bezug auf den eventuellen Berufsbezug von Interesse sind.

⁴ Im Rahmen der Erstkodierung wurde die Aufgabenzahl nicht erfasst. Die Zweitkodierung von vier Schulbüchern verschiedener Klassenstufen und Schulbuchreihen erbrachte insgesamt 4351 Aufgaben, sodass diese Studie auf etwa 20.000 Aufgaben basiert.

3.3.2 KATEGORIENSYSTEM FÜR DIE KLASSEIFIKATION NACH INHALTEN UND BERUFSBEZUG

Die Aufgaben wurden in einem zweistufigen System klassifiziert: Zunächst wurde in einem Identifikations-Schritt für jede der 20.000 Aufgaben überprüft, ob ein kaufmännischer Kontext vorliegt. Die identifizierten Aufgaben wurden in einem anschließenden Klassifizierungs-Schritt bezüglich verschiedener Kategorien eingesortiert.

Indikatoren für die Identifikation eines kaufmännischen Kontextes im ersten Schritt sind Begriffe, die auf einen kaufmännischen Betrieb hinweisen (z.B. ein Hotel, allgemein ein Unternehmen oder eine Firma, eine Werkstatt, ein Modegeschäft etc.), oder Begriffe und Formulierungen, bei denen es um Einnahmen, Ausgaben oder Finanzen im Allgemeinen geht (z.B. Absatz, Zinsen, Gewinne).

Kategorie Finanzierung/Investition

Allgemeine Leitfragen	Wie hoch sind die Zinsen für einen Kredit? Auf welche Weise soll eine Rechnung beglichen werden?
Eine Lerngelegenheit wird Finanzierung/Investition zugeordnet, wenn ...	<ul style="list-style-type: none"> ... es um Guthaben auf Konten geht. ... es um Aufgaben zu Kapital und Zinsen bei der Bank geht. ... es bspw. um Ratenzahlung oder Finanzierungsmöglichkeiten geht. ... Aktien oder andere Anlagemöglichkeiten eine Rolle spielen.
Eine Lerngelegenheit wird Finanzierung/Investition nicht zugeordnet, wenn ...	<ul style="list-style-type: none"> ... Versicherungen das zentrale Thema sind. ... ein Prozentsatz ohne weiteren Kontext berechnet werden soll.

Tabelle 3.1: Kriterien zur Klassifizierung des Mathematischen Inhalts, hier am Beispiel der Kategorie Finanzierung/Investition

Im zweiten Schritt (Klassifizierung) erfolgt eine leitfragen- und beispielgesteuerte Zuweisung zu Kategorien. Dabei werden die zwei Bereiche *Mathematischer Inhalt* und *Grad der Berufsbezogenheit* berücksichtigt. Die Klassifizierungskriterien für den mathematischen Inhalt wurden aus den Rahmenlehrplänen für Industriekaufleute in der Ausbildung (KMK, 2002) gewonnen. Die dort genannten und von uns gebündelten vier mathematischen Inhaltskategorien *Kostenrechnung*, *Leistungsrechnung*, *Abschreibung* sowie *Finanzierung/Investition* bilden die mathematisch-inhaltlichen Kategorien. Tab. 3.1 zeigt exemplarisch Leitfragen und Ankerbeispiele für die inhaltliche Kategorie Finanzierung/Investition. So gelten beispielsweise Übungsaufgaben zur Automatisierung von Prozeduren der Prozentrechnung ohne Kontexte, selbst wenn mit Geldbeträgen gerechnet wird (z.B. „Berechne 35 % von 78€.“), nicht als kaufmännische Aufgaben im Sinne einer der vier Inhaltskategorien.

Für die Klassifikation nach dem Grad der Berufsbezogenheit wurden drei Kategorien genutzt, die die kontextuelle Nähe zum Beruf der Industriekaufleute angeben. Die Kategorie

industriekaufmännischer Kontext ist dabei spezifisch berufsbezogen. Es handelt sich um Aufgaben, deren Kontexte das Tätigkeitsfeld von Industriekaufleuten spiegeln. Eine Aufgabe wird dieser Kategorie zugeordnet, wenn z.B. der Handel, Kauf oder Verkauf von industriell hergestellten Produkten thematisiert wird oder eine Frage aus der Perspektive eines Industrieunternehmens beantwortet werden soll. Als Indikator wurde auch die Nutzung einschlägiger Fachtermini gewertet. Einen mittleren Grad an Berufsbezogenheit zum *Industriekaufmannswesen* stellt die Kategorie *andere berufsbezogene kaufmännische Kontexte* dar. Eine Aufgabe wird dieser Kategorie zugeordnet, wenn andere kaufmännische Berufe oder Unternehmen genannt werden oder wenn mathematische Prinzipien oder Rechenwege angewendet werden müssen, die den industriekaufmännischen entsprechen, aber die Aufgabe nicht im engeren Sinne in einem industriekaufmännischen Kontext situiert ist (vgl. Erläuterung zu Abb. 3.2). Diese Kategorie umfasst also kaufmännische Kontexte mit Berufsbezug aber ohne industriekaufmännischer Spezifizierung. Schließlich wurde eine dritte Kategorie für Aufgaben mit niedrigem Berufsbezug genutzt, die Klasse der *privaten/nicht eindeutigen kaufmännischen Kontexte*. Diese wurde angewendet, wenn ein kaufmännischer oder allgemein wirtschaftlicher Themenbereich mit kaufmännischem Zusammenhang aus der Perspektive einer Privatperson oder aus einer neutralen Perspektive betrachtet wird (vgl. Erläuterung zu Abb. 3.3). Als Indikator diente, dass die Schülerin oder der Schüler durch die Aufgabe direkt mit einem „Du“ angesprochen wird, Signalbegriffe aus dem privat konnotierten Bereich (z.B. Sparbuch, Handytarif, Busfahrkarte, Taschengeld) vorkommen oder ein allgemein wirtschaftlicher Kontext ohne Berufsbezug vorkommt. Aufgaben aus dieser dritten Kategorie weisen somit keinen oder keinen einschlägigen Berufsbezug auf. Die Kategorisierung wird im Folgenden an Beispielen illustriert.

13 Die Firma Sound GmbH stellt CDs her. Sie möchte ihren Gewinn vergrößern. Daher wurde eine Unternehmensberatung mit einer Marktanalyse beauftragt. Es wurde u.a. festgestellt, dass sich der monatliche Gewinn G der aktuellen CD in Abhängigkeit vom Verkaufspreis p einer CD durch die Funktion

$$G(p) = -300p^2 + 6000p - 20000$$

Gewinnfunktion

modellieren lässt. Wenn G negativ ist, bedeutet das, dass die Firma einen Verlust macht.

a) Zeichne den Graphen der Gewinnfunktion G für p von 0 bis 30.

b) Welchen Gewinn erzielt die Firma bei einem Stückpreis von $p = 14 \text{ €}$ ($p = 8 \text{ €}$)?

c) Zu welchem Preis sollte die Firma das Produkt verkaufen, um einen möglichst großen Gewinn zu erzielen? Wie groß ist der Gewinn dann?

Break-even-Punkt

d) Bei welchem Preis macht die Firma keinen Gewinn, aber auch keinen Verlust (sog.

Break-even-Punkt)?

Abbildung 3.1: Beispielaufgabe kategorisiert als Kostenrechnung (inhaltliche Kategorie) und industriekaufmännischer Kontext (hoher Grad der Berufsbezogenheit) (Neue Wege 9, 2007, S. 11)

Abb. 3.1 zeigt eine Schulbuchaufgabe, die inhaltlich in den Bereich der *Kostenrechnung* fällt. Durch die Betrachtung der kaufmännischen Situation aus der Sicht eines Industrieunternehmens, durch den Kontext (Verkauf von industriell hergestellten Produkten) sowie durch die kaufmännische Fachsprache (vgl. Termini am Aufgabenrand) wird sie der Kategorie *industriekaufmännischer Kontext* zugewiesen (hoher Grad an Berufsbezogenheit).

Auch Abb. 3.2 zeigt eine Aufgabe aus der inhaltlichen Kategorie *Kostenrechnung*. Der Kontext ist ebenfalls dem kaufmännischen Bereich zuzuordnen (Gewinnberechnung). Im Gegensatz zur Aufgabe in Abb. 3.1 wird hierbei jedoch die Perspektive eines Einzelhandelskaufmanns angenommen, auch wenn „Zeitungsverkäufer“ nicht zwangsläufig eine Ausbildung für Einzelhandelskaufleute absolvieren. Deswegen fällt diese Lerngelegenheit in die kontextuelle Kategorie *andere berufsbezogene kaufmännische Berufe* (mittlerer Grad an Berufsbezogenheit).

7 Ein Zeitungsverkäufer hat 30,00 € Kosten pro Woche. Am Verkauf einer Zeitung verdient er 0,05 €.

a) Wie viele Zeitungen muss er mindestens verkaufen, wenn er wöchentlich einen Gewinn von 100,00 € erreichen will?

b) In einer besonders guten Woche verkaufte der Zeitungsverkäufer 3000 Zeitungen. Wieviel Gewinn hat er in dieser Woche gemacht?

Abbildung 3.2: Beispieldaufgabe kategorisiert als Kostenrechnung (inhaltliche Kategorie) und andere berufsbezogene kaufmännische Kontexte (mittlerer Grad der Berufsbezogenheit) (Mathe live 8, 2014, S. 39)

Die Aufgabe in Abb. 3.3 behandelt schließlich einen kaufmännisch relevanten Inhaltsbereich, der gemäß der oben dargelegten Kategorisierung im Bereich *Finanzierung/Investition* liegt. Allerdings wird in der Aufgabe nicht die Perspektive eines kaufmännischen Unternehmens, sondern die einer Privatperson gewählt. Das Signalwort „Sparbuch“ stützt die Einsortierung in die Kontextkategorie *private/nicht eindeutige kaufmännische Kontexte* (niedriger Grad der Berufsbezogenheit).

- 10 a) Im Januar möchte Romana sich die Zinsen für das Vorjahr in ihrem Sparbuch eintragen lassen. Ihr Guthaben betrug über das ganze Jahr 372,68 Euro, der Zinssatz $1\frac{1}{4}\%$.
- b) Ihr Bruder hat sich die Zinsen schon am Tag vorher gutschreiben lassen; er schaut in seinem Sparbuch nach und vergleicht: Ich habe 2,91 Euro weniger bekommen als du. Wie hoch war sein Sparguthaben (bei gleichem Zinssatz)?

Abbildung 3.3: Beispieldaufgabe kategorisiert als Finanzierung/Investition (inhaltliche Kategorie) und private/nicht eindeutige kaufmännische Kontexte (niedriger Grad der Berufsbezogenheit) (Mathe Netz 6, 2005, S. 178)

Für die leitende Fragestellung in dieser Studie nach berufsspezifischen Lerngelegenheiten im allgemeinbildenden Unterricht sind die Aufgaben mit Zuordnung zu den Kategorien *industriekaufmännische Kontexte* und *andere berufsbezogene kaufmännische Kontexte* von Interesse. Sie können eine authentische Lerngelegenheit für berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen nach Neumann et al. (2013) darstellen. Zwar sind diese Aufgaben vom mathematischen Standpunkt aus mit allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen lösbar – sie entstammen ja auch einschlägigen Schulbüchern –, jedoch wird durch die Situierung in kaufmännischen Kontexten auf außerschulische, klar kaufmännisch berufliche Anforderungssituationen verwiesen. Bei Aufgaben der Kategorie *private/nicht eindeutige*

kaufmännische Kontexte wird kein Bezug zu beruflichen Kontexten hergestellt, sodass sie in dieser Studie nicht als berufsspezifische Lerngelegenheiten verstanden werden.

Alle Aufgaben wurden auf diese Weise nach mathematischem Inhaltbereich und Grad der Berufsbezogenheit kategorisiert. Aus jeder Schulbuchreihe wurde ein Buch zweitkodiert, sodass bei etwa 22 % der Aufgaben eine unabhängige Zweitkodierung vorliegt und entsprechende Interrater-Reliabilitäten sowohl für den Schritt der Aufgabenidentifikation als auch für die Aufgabenklassifikation betrachtet werden können: Im Identifikationsschritt ergab sich eine prozentuale Übereinstimmung von $p_0=0,99$ sowie ein Cohens Kappa von $\kappa=0,95$, sodass das Cut-Off-Kriterium von 0,75 erfüllt ist (Fleiss et al., 2003), die Identifikation relevanter Aufgaben also intersubjektiv mit hoher Übereinstimmung gelang. Anschließend wurden die identifizierten Aufgaben nach ihrem *mathematischen Inhalt* und ihrem *Grad der Berufsbezogenheit* in den vier bzw. drei Kategorien klassifiziert. Die Interrater-Reliabilität der Zuordnung in das zwölfteilige Kategoriensystem (s. Tab. 5.2) lag bei $p_0=0,82$ und $\kappa=0,76$, sodass Identifikation und Klassifizierung der Aufgaben ebenfalls als objektiv eingeschätzt werden können.

3.4 ERGEBNISSE

In den 18 Lehrbüchern wurden insgesamt 1154 Aufgaben mit kaufmännischem Kontext (von etwa 20.000) identifiziert. Mit Blick auf Forschungsfrage 1 liegt damit der Anteil der Aufgaben, die überhaupt in einem kaufmännischen Kontext stehen, bei knapp 6 %. Da 33 % aller Aufgaben generell kontextualisiert sind, decken die Aufgaben im kaufmännischen Kontext hiervon etwa 17 % ab.

Mathematischer Inhalt	Anzahl an Aufgaben mit Grad der Berufsbezogenheit			Gesamt
	Hoch	Mittel	Niedrig	
Kostenrechnung	29	37	371	437
Leistungsrechnung	53	35	265	353
Abschreibung	0	0	12	12
Finanzierung/ Investition	49	6	297	352
Gesamt	131	78	945	1154
in %	11,4 %	6,8 %	81,8 %	100 %

Tabelle 3.2: Verteilung der identifizierten Aufgaben bezüglich inhaltlicher Kategorie und Grad der Berufsbezogenheit, grau hinterlegt: berufsspezifische Lerngelegenheiten im engeren Sinne

Tab. 3.2 zeigt die Verteilung der 1154 identifizierten Aufgaben auf die 12 Kategorien. Mit Blick auf die zweite Forschungsfrage wird bei 82 % der identifizierten Lerngelegenheiten mit kaufmännischem Kontext nicht die Sicht eines kaufmännischen Unternehmens eingenommen, sondern die Kontexte sind der Kategorie niedrige Berufsbezogenheit (*private/nicht eindeutige kaufmännische Kontexte*) zuzuordnen. Während der Anteil der spezifisch *industriekaufmännischen Kontexte* bei 11 % lag (hoher Grad an Berufsbezogenheit), werden *andere berufsbezogene kaufmännische Kontexte* in ca. 7 % der Aufgaben thematisiert (mittlerer Grad). Gemessen an allen Aufgaben weisen also nur ca. 1 % der Aufgaben mittleren

oder hohen Berufsbezug auf und können als Lerngelegenheiten für berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen im engeren Sinne verstanden werden (Tab. 3.2, grau hinterlegte Werte). Gemessen an den kontextualisierten Aufgaben sind dies ca. 3 %.

Mit Blick auf die inhaltliche Charakterisierung berichten wir hier die Verteilung der Aufgaben auf berufliche Handlungsfelder. Dabei zeigen sich kaum Lerngelegenheiten für die inhaltliche Kategorie *Abschreibung*, die zudem alle mit niedrigem Grad der Berufsbezogenheit einhergehen. Die restlichen Aufgaben verteilen sich etwa gleichmäßig auf die weiteren drei Inhaltskategorien, wobei die Verteilung in Bezug auf den Grad des Berufsbezugs keine Auffälligkeiten aufweist.

Durchschnittliche Anzahl identifizierter Aufgaben je Buch	Anzahl an Aufgaben mit Grad der Berufsbezogenheit		
	Hoch	Mittel	Niedrig
Klasse 6	100,5	32*	17*
Klasse 7	104,25	43	26
Klasse 8	64,75	26	18
Klasse 9	31,25	7	10
Klasse 10	38	23	7

* In Klassenstufe 6 wurden nur zwei statt vier Schulbücher betrachtet.

Tabelle 3.3: Anzahl der identifizierten Aufgaben nach Klassenstufe und Grad der Berufsbezogenheit

Bezüglich der Unterschiede zwischen den verschiedenen Klassenstufen (dritte Forschungsfrage) zeigt Tab. 3.3 zunächst deskriptiv eine Abnahme der Aufgaben mit kaufmännischem Kontext bei zunehmender Klassenstufe. In den Stufen 6 und 7 findet sich etwa dreimal so viele Aufgaben wie in den Stufen 9 und 10, wo im Schnitt nur 31 (bzw. 38) solcher Aufgaben pro Buch vorkommen. Die Verteilungen der Lerngelegenheiten auf die drei Kontext-Kategorien unterscheiden sich dabei zwischen den Klassenstufen nicht signifikant ($\chi^2(df=8)=13,90, p=0,08$). Es ist also zusammenfassend entgegen der Erwartung nicht zu beobachten, dass in Schulbüchern für höhere Klassenstufen mehr Berufsbezug angeboten wird.

Die verschiedenen Schulbuchreihen unterscheiden sich deutlich (Tab. 3.4). Die Verteilungen der Kontextkategorien sind nicht homogen ($\chi^2(df=6)=73,15, p<0,001$). Während für drei der Schulbuchreihen (*Neue Wege*, *Mathe Netz*, *mathelive*) die Verteilungen des Grads der Berufsbezogenheit von der aggregierten Verteilung der jeweils anderen Schulbuchreihen abweichen ($40,19 < \chi^2(df=2) < 59,22, p<0,001$), repräsentiert die Reihe *Lambacher Schweizer* eher die insgesamt beobachtete Verteilung ($\chi^2(df=2)=0,08, p=0,96$). Die drei Schulbuchreihen, die primär für die gymnasiale Sekundarstufe I konzipiert wurden (*Neue Wege*, *Mathe Netz*, *Lambacher Schweizer*) weisen dabei mit 19–26 % ähnliche Anteile von Aufgaben mit hoher und mittlerer Berufsbezogenheit auf. In der Reihe *Neue Wege* werden mehr Aufgaben aus anderen berufsbezogenen kaufmännischen Kontexten angeboten, während *Mathe Netz* einen besonders hohen Anteil spezifisch industrieaufmännischer Aufgaben beinhaltet. Bei der Reihe *mathelive* ist zwar die durchschnittliche Anzahl der

Aufgaben mit mindestens mittlerem Grad an Berufsbezogenheit je Buch größer (84 zu 55–63 Aufgaben), diese liegen aber mit noch deutlicherem Schwerpunkt in der Kategorie mit niedrigem Berufsbezug (94% *private/nicht eindeutige kaufmännische Kontexte*). Es ist also nicht zu beobachten, dass die Schulbuchreihen, die sich primär an gymnasiale Bildungsgänge wenden, weniger berufsfeldbezogene mathematische Lerngelegenheiten aufweisen als die Reihe, die sich auch an Bildungsgänge für den Mittleren Schulabschluss wendet. Es sei aber nochmals drauf hingewiesen, dass die Anzahl der identifizierten Aufgaben, die im Anschluss in Bezug auf den Grad der Berufsbezogenheit kategorisiert wurden, insgesamt gering ist.

	Durchschnittliche Anzahl identifizierter Aufgaben je Buch	Anteil an Aufgaben mit Grad der Berufsbezogenheit		
		Hoch	Mittel	Niedrig
Neue Wege 6–10	54,6	.13	.13	.74
Mathe Netz 6–10	63	.19	.05	.76
Lambacher Schweizer 7–10	57,5	.12	.07	.81
mathelive 7–10	84	.02	.03	.94

Tabelle 3.4: Durchschnittliche Anzahl der identifizierten Aufgaben pro Buch und Anteil der Aufgaben nach Grad der Berufsbezogenheit je Schulbuchreihe

3.5 DISKUSSION

Der literacy-orientierte allgemeinbildende Mathematikunterricht zielt theoretisch auf den Erwerb mathematischer Kompetenzen, die für den Übergang in die berufliche Erstausbildung als relevant angesehen werden. Obwohl der allgemeinbildende Mathematikunterricht also u. a. dem Ziel der Berufsvorbereitung dienen soll, gibt es derzeit wenig Forschungsbefunde zu zugehörigen Lerngelegenheiten. In der hier berichteten Studie wurde unseres Wissens erstmalig dieses Desiderat aufgegriffen und exemplarisch für die mathematiknahen kaufmännischen Berufe bearbeitet. Dazu wurde das Konzept der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen genutzt, die als mathematische Modellierungskompetenzen in beruflichen Kontexten angesehen werden können (vgl. Neumann et al., 2013). Ausgehend von den Ergebnissen der Transferforschung ist zu vermuten, dass die Reichweite von Modellierungskompetenzen von den genutzten Erwerbskontexten abhängt. Aus der Perspektive der Berufsausbildung stellt sich demnach die Frage, inwiefern Kontexte mit Potenzial zur Berufsvorbereitung im Mathematikunterricht der allgemeinbildenden Schule vorkommen. Da Schulbücher als potentiell implementiertes Curriculum angesehen werden (vgl. Valverde et al., 2002), diente die Analyse einschlägiger Schulbuchreihen in dieser Studie als Annäherung an den Mathematikunterricht und ermöglichte einen Überblick über die Charakteristik entsprechender Lerngelegenheiten. Dabei wurde beispielhaft der Beruf der Industriekaufleute als Referenzrahmen herangezogen, da er zu den beliebtesten Ausbildungsbereufen in Deutschland im kaufmännischen Bereich gehört.

Die Ergebnisse zeigten, dass über alle analysierten Schulbuchreihen und Klassenstufen hinweg ein Anteil von nur 6 % der fast 20.000 Untersuchungseinheiten in einem kaufmännischen Kontext stehen. Knapp ein Fünftel dieser Aufgaben mit kaufmännischem Kontext, also etwa 1 % aller Aufgaben, sind dabei aus der Perspektive eines kaufmännischen Unternehmens dargestellt und können in Anlehnung an das Kompetenzmodell von Neumann et al. (2013) als Lerngelegenheit für berufsfeldbezogene Kompetenzen und damit im engeren Sinne als berufsvorbereitend angesehen werden. Trotz der Anwendungsorientierung im Unterricht (33 % der Aufgaben sind kontextualisiert, 6 % der Aufgaben haben einen kaufmännischen Kontext) weist nur ein verschwindend geringer Anteil also tatsächlich einen Berufsbezug auf. Es ist dabei hervorzuheben, dass kaufmännische Kontexte mit zu den häufigsten Anwendungsbereichen im Mathematikunterricht gehören, da sie sich bei vielen zentralen Inhalten (z.B. *Bruchrechnung, Messen, Prozentrechnung, Dreisatz, Funktionen*) als Realbezüge anbieten und ein Großteil der Ausbildungsplätze in Deutschland im kaufmännischen Bereich angeboten werden, somit die in der Studie fokussierten Themen also durchweg als relevant eingeschätzt werden können.

Zwischen der frühen (Klassenstufen 6 & 7) sowie der späten (Klassenstufen 9 & 10) Sekundarstufe I gibt es erhebliche Unterschiede in der Quantität der Lerngelegenheiten mit kaufmännischem Kontext. Allerdings weisen die Schulbücher entgegen der Erwartung nicht mehr potentiell berufsvorbereitende Lerngelegenheiten in zeitlicher Nähe zum Übergang in die berufliche Ausbildung auf, sondern diese sind sogar eher in den unteren Klassenstufen zu verorten. In einem Mathematikbuch der Klassenstufe 9, also für viele Schülerinnen und Schüler unmittelbar vor dem Übergang in die berufliche Erstausbildung, kommen deswegen durchschnittlich vier Aufgaben mit konkretem kaufmännischem Berufsbezug vor. Eine Erklärung für diese Beobachtungen sind die inhaltlichen Bereiche *Prozentrechnung* und *Dreisatz*, die eine wichtige Basis der kaufmännischen Ausbildung darstellen, jedoch im allgemeinbildenden Mathematikunterricht in den Klassenstufen 6 & 7 unterrichtet werden. Die fachlich-curriculare Strukturierung der Schulbücher dominiert hier gegenüber Zielen der Berufsvorbereitung oder einer Orientierung an den Bedürfnissen der Lernenden verschiedener Altersstufen. Es konnte daneben eine substantielle Varianz zwischen den Schulbuchreihen beobachtet werden. Obwohl es einen breiteren Diskurs über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht gibt, der auch feinkörnig zwischen verschiedenen Aufgabentypen unterscheidet (Leuders & Leiß, 2006), ist uns eine Diskussion konkreter Gestaltungsfragen in Bezug auf genutzte Kontexte und die mögliche Umsetzung von Berufsorientierung mit Hilfe von authentischen Anforderungen nicht bekannt und stellt ein Desiderat der mathematik-didaktischen und wirtschaftspädagogischen Forschung dar.

Die kriteriale Bewertung, welcher Anteil berufsbezogener Aufgaben adäquat ist, ist deswegen schwierig und passende Richtgrößen sind kaum verfügbar. Im Sinne der Cognitive flexibility theory sollen im Unterricht unterschiedliche Kontexte genutzt werden, die Situated cognition theory legt die Anwendung von Mathematik in authentischen Kontexten nahe. Angesichts der mannigfaltigen potenziellen Bezugspunkte des allgemeinbildenden Mathe-

matikunterrichts besteht die Schwierigkeit darin, ein geeignetes Maß zwischen Aufgabenvielfalt und Orientierung bezüglich wichtiger Berufsfelder zu finden, zumal authentische Anforderungen aufwändiger zu bearbeiten sind als Aufgaben mit einfacher zugänglichen privaten oder wenig berufsspezifischen Kontexten. In PISA werden für den Mathematiktest vier Kontextkategorien, darunter *occupational* (OECD, 2017), genutzt. Ähnlich sind dort für den Bereich der *Financial Literacy* vier Kategorien *individual, home and family, societal* und *education and work* rahmengebend (OECD, 2017). In den Tests wird jeweils eine Balancierung der Aufgaben über diese Bereiche angestrebt. Entsprechend sollen dort 25 % der Aufgaben aus den Bereichen *occupational* (Mathematik) bzw. *education and work* (Financial Literacy) kommen. Für den allgemeinbildenden Unterricht erscheinen 25 % als Kennziffer für die spezifisch beruflichen Lerngelegenheiten zu hoch. Wie zu Beginn des Artikels aufgezeigt, können aber kaufmännische Berufe im Allgemeinen (58 % aller Ausbildungsverträge) wegen der hohen Bedeutsamkeit im Ausbildungssystem in Deutschland als wichtige Referenz für den Mathematikunterricht verstanden werden und beispielsweise ein Orientierungswert von 10 % für den Anteil der berufsbezogenen Aufgaben an den allgemein kaufmännisch kontextuierten Aufgaben angelegt werden. Damit könnten neben diversen anderen beruflichen Lerngelegenheiten auch allgemeinere gesellschaftliche, wissenschaftliche sowie private Lerngelegenheiten mit kaufmännischem Bezug im Mathematikunterricht realisiert werden. Allerdings liegt der in der Studie ermittelte Wert (6 %) noch deutlich niedriger.

Insgesamt zeigt die Schulbuchanalyse zwar Potential zur Vorbereitung auf kaufmännische Berufe im allgemeinbildenden Unterricht auf, bei genauerer Betrachtung sind die Aufgaben hauptsächlich in deutlich privat konnotierten Situationen kontextualisiert und es ist fraglich, inwiefern dies zur Berufsvorbereitung im engeren Sinne beitragen kann.

Die hier dargelegte Studie verwendet die Anzahl der Aufgaben, die auf berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen abzielen, als Maß für die Vorbereitung auf kaufmännische Ausbildungsberufe. Der bisher rein quantifizierende Zugang kann hier erste Erkenntnisse zur Rolle beruflicher Kontexte liefern, unterliegt jedoch auch deutlichen Einschränkungen. Da in dieser Studie Schulbücher im Sinne des potentiell implementierten Curriculums zur Charakterisierung von Merkmalen des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts genutzt wurden, liegen keine Informationen darüber vor, wie Lehrkräfte die Aufgaben tatsächlich im Mathematikunterricht umsetzen. Es ist nicht auszuschließen, dass unterschiedliche Teilbereiche von Schulbüchern im implementierten Curriculum in unterschiedlicher Intensität genutzt werden, sodass unsere Befunde die tatsächlich realisierten beruflichen Lerngelegenheiten über- oder unterschätzen können. Erkenntnisse liegen dazu nicht vor.

Unsere Studie fokussiert zudem ausschließlich kaufmännische berufliche Anforderungen (und beispielhaft industrie-kaufmännische Anforderungen) und daher können keine Aussagen über potentiell berufsorientierende Lerngelegenheiten für andere Berufsfelder abgeleitet werden. Wenn sich für andere Felder ein ähnlich hoher Grad an Aufgaben aus dem

privat/nicht eindeutigen Bereich zeigt, so könnte dies ein Ansatzpunkt zur geforderten Stärkung der Berufsorientierung sein (Matthes & Ulrich, 2014).

Einschränkend ist weiter zu erwähnen, dass die Charakterisierung von Lerngelegenheiten als berufsvorbereitend in unserer Studie auf theoretischen Argumenten beruht, die bisher empirisch nicht abgesichert sind. So steht beispielsweise der Nachweis aus, ob Aufgaben, denen in unserer Studie ein hoher Grad an Berufsbezogenheit zugewiesen wurde, für Schülerinnen und Schüler tatsächlich passende Lerngelegenheiten darstellen, wozu beispielsweise auch gehört, ob diese für Lernende interessant sind. Andrerseits wäre zu eruieren, inwiefern die Auseinandersetzung mit Aufgaben mit privat / nicht eindeutigen Kontexten gegebenenfalls trotzdem zur Ausbildung berufsrelevanter Kompetenzen beitragen kann.

Auch aus inhaltlicher Perspektive liefert die vorliegende Studie nur eingeschränkt Informationen. Erkenntnisse über die Qualität der Lerngelegenheiten, beispielsweise inwiefern die in den Kontexten genutzten Situationen zentrale berufliche Anforderungen abdecken oder die Realitätsbezüge authentisch sind, wurden in dem ersten Zugriff noch nicht gewonnen. Der klassifizierte Grad der Berufsbezogenheit schafft hier Anhaltspunkte, jedoch könnten tiefergehende inhaltliche Analysen zusätzliche Erkenntnisse über die Art der berufsbezogenen Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht liefern.

Offen bleibt bisher auch, ob das Konstrukt der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen und allgemeiner das Kompetenzmodell von Neumann et al. (2013) tatsächlich geeignet ist, um Fragen der Passung am Übergang Schule – Beruf abzubilden. Es bleibt zu prüfen, ob solche berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen, sofern sie denn bei (zukünftigen) Auszubildenden schon in der Schule erworben wurden, auch tatsächlich die theoretisch anzunehmende Rolle für einen erfolgreichen Übergang Schule – Beruf spielen. Das Projekt ManKobE (Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung) untersucht dazu in einer groß angelegten Längsschnittstudie für verschiedene Ausbildungsberufe (u.a. Industriekaufleute) die Bedingungen sowie die Entwicklung der mathematischen und beruflichen Kompetenzen im Ausbildungsverlauf.

Trotz der Limitationen liefert die hier vorgestellte Studie beispielhaft an kaufmännischen Ausbildungsberufen erste Erkenntnisse zu Art und Umfang der berufsbezogenen Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht der allgemeinbildenden Schule. Sie kann so zu einem notwendigen Diskurs über die Ausgestaltung des Ziels Berufsvorbereitung im allgemeinbildenden Mathematikunterricht beitragen.

4 STUDIE 2 – KOMPETENZENTWICKLUNG

Dieser Artikel wurde in der vorliegenden Fassung am 29.05.2021 erstmals bei einer Fachzeitschrift eingereicht und befindet sich im Begutachtungsverfahren. Anschließend folgt eine ergänzende Analyse zur Legitimierung der in der Studie verwendeten Modellierung (siehe Abschnitt 4.6).

School-based vs. Vocation-related Mathematical Competence – Two Sides of the Same Coin? A Longitudinal Study with Trainees as Industrial Clerks

Robert von Hering, Aiso Heinze & Anke Lindmeier

Abstract: The acquisition of mathematical competence is considered a central goal of mathematics education. Among others, mathematical competence is intended to prepare students for vocational education and training. In particular, a continued and cumulative acquisition of mathematical competence at the transition from school education to vocational training would be beneficial for trainees to acquire vocational competence. Previous research has shown that mathematical knowledge used by experienced employees at workplace is contextualized, deeply interwoven with vocational knowledge and partly different from school-based mathematical knowledge. Hence, for vocational training the question arises which role school-based mathematical competence plays for mastering mathematical problems in vocational situations. Is it an application of school-based mathematical competence in vocational situations or do trainees learn new vocation-related mathematical competence? How is school-based mathematical competence related to vocation-related mathematical competence? Using data from a longitudinal study of 634 industrial clerk trainees over the entire course of their three-year vocational training, we show that school-based mathematical competence and vocation-related mathematical competence represent two separable competence dimensions. While school-based mathematical competence increases slightly in the first half of the vocational training, the increase of vocation-related mathematical competence is substantial. In the second half of the vocational training, the competence levels of both competences decrease slightly. The discussion of the results focuses on the implications for research on the transition from school to vocational training. Finally, we present suggestions for improving school education for a better preparation of students for vocational training.

4.1 INTRODUCTION

It is one crucial goal of school education to prepare students for their future life. This especially includes the preparation for a possible post-school education, for example, for university studies or vocational training. Mathematical literacy is considered one main component in this educational objective that enables students to cope with mathematical demands in their professional life (e.g., OECD, 2019). It can be seen as an important requirement to successfully start in vocational education and training (Bakker & Akkerman, 2014; Seeber & Lehmann, 2013). However, the transition from school education to vocational training is occasionally challenging. In Germany, for example, there are growing difficulties of matching training place supply with training place demand across almost all vocational fields and there is a high dropout rate (25%) from vocational training (Maier & Walden, 2014; BIBB 2020). This is also reflected in a comparatively high unemployment rates among 18-24 year olds (8.1% in 2019, OECD-Average: 14.3%, OECD, 2020).

For research at the transition between school education and vocational training, it is usually helpful to be aware of the great diversity of training occupations and training systems between and within different countries. This diversity makes it difficult to compare training profiles and (mathematical) requirements within and across vocational education and training systems (Brockmann, Clarke, & Winch, 2009), but offers many different perspectives on mathematics education (Bakker, 2014). Therefore, in order to gain in-depth knowledge about trainees' mathematical competence before and during vocational training, it seems useful to limit to the vocational training system on the one hand and to a vocational domain or a specific vocational training program on the other hand. In our case, we deal with the vocational education system in Germany. It combines theory and practice in almost all training programs through two independent, complementary places of learning with different (and not necessarily compatible) conceptions of competence (Gessler, 2017). This feature makes it particularly interesting for the consideration of mathematical competence at the transition from school to vocational training and during vocational training. Additionally, little is known about the development of mathematical competence in vocational education and training across all vocational domains (Retelsdorf, Lindner, Nickolaus, Winther, & Köller, 2013). Vocational training programs in the commercial field, for example the vocational training of industrial clerks, which is widespread in Germany, is of particular interest in this regard because it is characterized by a large number of mathematical requirements. Therefore, mathematical competence, the role of their acquisition at the transition from general to vocational education and the role of their development during vocational training can be examined particularly well here.

4.2 THEORETICAL BACKGROUND

4.2.1 TRANSITION FROM SCHOOL TO VOCATIONAL EDUCATION IN GERMANY

Within the German educational system, there are different ways to start vocational training (Gessler, 2017). After a minimum of nine years of compulsory school education in the non-

academic track of secondary education or a maximum of 12 (in several federated states 13) years of school education in the academic track (*Gymnasium*), graduates can apply for vocational training positions. It is still possible to start a vocational training later in life given the minimum requirement of a general school leaving certificate. Vocational education is organized for most training courses in the so-called dual system which combines theory (vocational school) and practical work (individual training with a training supervisor at the workplace). Admission to vocational training positions is handled by the companies and not strictly tied to academic achievement in school education.

The German dual system has a high international standing, particularly due to its practical relevance (Mihály & Simon, 2013). It is seen on levels 3-4 of the European Qualifications Framework (EQF, 2008) and 55% of the 25-64 year-olds in Germany completed a vocational training (OECD average 33%, OECD, 2020). Approximately 60% of the training contracts that are signed each year fall in the commercial field (BIBB, 2020). Especially the dual vocational training for industrial clerks is constantly among the most important training tracks in the commercial field (BIBB, 2020).

In contrast to other vocational training fields, a high amount of industrial clerk trainees obtain not only the minimal qualification of school education but reach the general higher education entrance qualification (53% as of 2014, Volodina et al., 2015). As in other vocational training tracks, the acquisition of vocational competences is a main goal of commercial vocational training from a curricular perspective (Nickolaus et al., 2012). The vocational training standards for vocational schools in this specific field require a substantive part of training time to be used for economical and mathematical contents (KMK, 2002). These contents fall into the four economical categories of cost accounting, performance calculation, depreciation, and financing/investment. From a mathematical point of view, applications of the rule of three and percentage calculation, which are contents belonging to lower secondary mathematics education, cover most of the mathematical requirements in these categories. The difference between implementations of the same mathematical content in secondary school and vocational education is the context. In vocational education, the contexts are specific for industrial clerks, what is reflected amongst others in a specific terminology such as *break-even point*.

Although the vocational training for industrial clerks is one of the most prominent in Germany and its proximity to mathematics would make it comparatively easy to implement corresponding contexts in lower secondary mathematics education, preparation for this vocational training and for the whole commercial field does not proceed without problems. A textbook analysis with a total amount of 20,000 learning opportunities from 18 different German mathematics textbooks for grades 6 to 10 showed that 6% of the learning opportunities had the potential to prepare for commercial professions, but for the most part the tasks have a low degree of vocational relevance (von Hering et al., 2020).

Despite the context in which we examine this transition from school education to vocational training is framed by a specific national education system, this research is of broader interest from three perspectives: First, it specifically focuses on the

(non-)compatibility of educational frameworks that built on ideas of literacy vs. frameworks that are oriented more narrowly on vocational demands. This is pertinent to many educational systems. Second, from a broader perspective, the approach can serve as a model of how mathematics education can address questions with relevance for educational policy decisions related to incommensurable conceptions of (mathematics) education by refocusing from the system to the individual level. Third, trainees' entry requirements vary widely and it is unclear to what extent vocational training succeeds in dealing with this and adequately supporting trainees in their further acquisition of competences. This problem is also relevant for educational systems in other countries.

To sum up, the profession of industrial clerks and their vocational education provides an ideal starting point to analyze the relevance that school-based mathematical competence have for continuing to acquire and expand mathematical competence during vocational training. Different understandings of competence in school education and in vocational training play a decisive role and will be presented in the following.

4.2.2 MATHEMATICAL COMPETENCES IN SCHOOL EDUCATION AND VOCATIONAL EDUCATION

The concept of *mathematical literacy* as a normative goal of general mathematics education describes mathematical competence as a key requirement to flexibly and functionally deal with mathematical situations in everyday and professional life (OECD, 2019). To structure *mathematical literacy*, three interrelated aspects are established: mathematical processes, mathematical content, and contexts (cf. Turner & Adams, 2012). Curricular specifications of general mathematics education in Germany (the national educational standards *Bildungsstandards*) largely built on the conceptual framework of *mathematical literacy*. They mirror the two aspects of processes and content, but also introduce a third aspect of cognitive demands, the levels of requirement (KMK, 2003 & 2012). Both conceptual frameworks, *mathematical literacy* and *Bildungsstandards*, are based on an understanding of competence according to Weinert, who defines competence as “learning dispositions that are available to individuals and/or the members of social groups and that must be used to solve demanding problems” (Weinert, 2001, p. 46). Van den Ham et al. (2014) were able to show in a validity study that the mathematical competence assessed in PISA and in the German national assessment based on the *Bildungsstandards* are similar in the age group of 15-year-olds.

Research on mathematics education in vocational education is not well-established and is more concerned with the role of mathematics in the workplace than with vocational training (Hoogland et al., 2019; Gravemeijer et al., 2017). Related to the transition from school to work studies describe a gap between school and workplace mathematics (FitzSimons, 2013). Although mathematical literacy acquired at school is predictive for vocational competence (Seeber & Lehmann, 2013), in most cases school-based mathematics is not the kind of mathematics that people use at their workplace (Gravemeijer et al., 2017). While school mathematics is strongly influenced by professional (university) mathematics, workplace mathematics is described as more oriented towards practical problems (Wake & William,

2001). In this context, linking school-based mathematics and workplace mathematics is complicated by the fact that mathematical competence is closely linked to the context in which it is acquired, and transfer between different contexts turns out to be difficult (Coben, 2003; Evans, 1999).

For vocational education, Winther and Achtenhagen (2009) established a model to describe vocational competences. In this context, competence is understood in the sense of action competence, which means acting in complex situations of professional demands (cf. Nickolaus et al., 2012). In the context of vocational education, Winther et al. (2013) developed a competence model which they specifically used to examine vocational competence during vocational training (including the transition from school into vocational training) in the commercial domain (see also Winther & Achtenhagen [2009] for a general version of such a model on vocational competence which is not restricted to a specific vocational domain).

Winther et al. (2013) divide vocational commercial competences into competences which are *specific* and *related* to the commercial domain. *Commercial-specific* competences describe the actual vocation-specific competences which are necessary to cope with typical requirements in the commercial domain. *Commercial-related* competences describe competences, which can be considered as general prerequisites for solving work-related tasks, and cover economic literacy and economic numeracy. The commercial-related competences are based on subject-specific competences (e.g., mathematical competence) acquired at school which have to be adapted for commercial contexts (Winther et al., 2013).

4.2.3 HOW ARE VOCATION-RELATED MATHEMATICAL COMPETENCE RELATED TO GENERAL MATHEMATICAL COMPETENCE?

The model of Winther et al. (2013) takes a specific perspective from vocational education research. This means that starting from vocational competence as goal of vocational training they describe components and prerequisites for this competence. In our study from mathematics education research, we take a different perspective. We are interested in the role of mathematical competence acquired in school for the development of vocational competence during vocational training. Hence, we are specifically interested in linking school-based mathematical competence, on the one hand, with vocation-related competence in the sense of Winther et al. (2013) on the other hand. In our study we used the model of Neumann et al. (2013) who adapted the model of Winther et al. (2013) to examine mathematical competence at the transition from school to vocational training from the perspective of school-based competences (= general education). They distinguish general mathematical competence as acquired in school from vocational competences which trainees should acquire in vocational training. As third component, Neumann et al. (2013) consider *vocation-related mathematical competence* as competence that – for a specific vocational domain – refer to extracurricular mathematics tasks in vocational situations. For the mastery of these tasks in vocational situations, however, predominantly general mathematical competences are necessary.

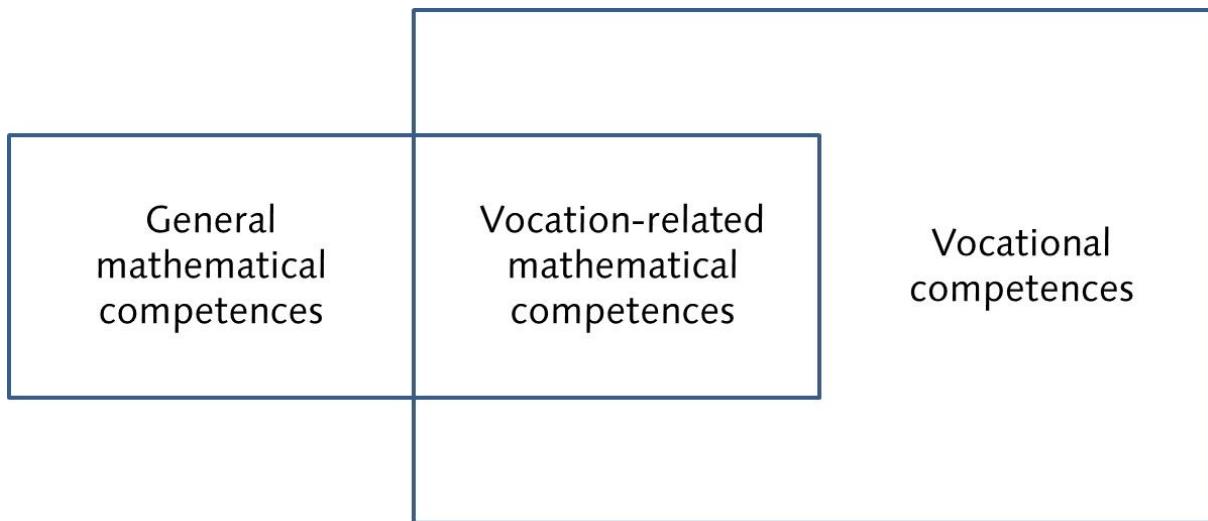


Figure 4.1: Framework for mathematical competence acquisition in the school-to-work transition according to Neumann et al. (2013)

Vocation-related mathematical competence, thus, describe the competence, which trainees in the ideal case should have acquired already in school before they start their vocational training. As mentioned in the introduction, mathematical literacy as educational objective of mathematics school education enables students to cope with mathematical demands in different contexts, which among others cover the professional life (e.g., OECD, 2019). Accordingly, vocation-related mathematical competence can be assigned to both vocational and general mathematical competence. The theoretical classification of vocation-related mathematical competence as part of general mathematical competence (and of vocational competence) is decisive in this context: It is not a separated competence from general mathematical competence but part of it (and also part of vocational competence). The schematic representation in Fig. 4.1 illustrates this in the sense that vocation-related mathematical competence form the intersection of general mathematical competence and vocational competence in the model. We want to emphasize that vocation-related mathematical competence is always referred to a specific vocational domain. It is applied in concrete action situations, i.e. integrated in an extra-mathematical context in a vocational situation. With a perspective on mathematical practices, vocation-related mathematical competence refers to certain mathematical modeling processes that can be differentiated, for example, in the mathematical modeling cycle (Blomhøj & Jensen, 2003).

In correlative studies, general mathematical competence turned out to be a predictor of vocational competence and success in vocational training (Seeber & Lehmann, 2013). Theoretically, vocation-related mathematical competence, if acquired at school, can play a mediating role between general mathematical and vocational competence at the transition from school to vocational training. Neumann et al. (2013) argue that the concept of vocation-related mathematical competence is suitable for a more detailed investigation of the upheavals in the acquisition of mathematical competence of school graduates at the transition and the predictivity of mathematical competence on vocational competence. However, there is no empirical evidence yet that this model helps to understand the role of mathematical competence (in its different forms) at the transition. It should also be noted that, theoretically,

the model first admits all domains as vocational fields, which must be specified for individual research. In our study, this is done by selecting the commercial training sector and the vocational training for industrial clerks.

Although Neumann et al. (2013) define vocation-related mathematical competence as part of general mathematical competence in their theoretical model, there exist plausible reasons for an alternative view that vocation-related mathematical competence and general mathematical competence as acquired in school should be considered as separate dimensions. Mathematical competence manifests along contexts and from cognitive psychology research we know that the transfer of skills between different contexts is difficult (cf. Perkins & Salomon, 1992). Cosmides and Tooby (1992) showed that requirements are better coped with when they occur in known contexts. In this understanding, coping with a requirement is not to be seen in isolation from the context. One explanation for the observed transfer problems is offered by the cognitive flexibility theory (Spiro et al., 1988), which attributes successful problem solving to the quality of the acquired competences and thus to characteristics of the acquisition process: If different situations of application are already used during the acquisition of competences, this leads to a higher cognitive flexibility, so that a wider range of requirements can be mastered. Situated cognition theory (Brown et al., 1989) makes even stronger assumptions with regard to the influence of the acquisition process: Here, it is assumed that the acquired competences are anchored in the acquisition contexts, so that competences and their application cannot be separated from the acquisition contexts. From the perspective of mathematics education, Niss and Højgaard (2011) support these findings when they identify the *radius of action* as one dimension of mathematical modeling competence. This refers to the range of contexts and situations in which modeling competence can be applied.

Overall, these findings question the theoretically derived assumption that vocation-related mathematical competence is part of general mathematical competence as presented by Neumann et al. (2013). However, empirical findings regarding this assumption are still rare. In an interview study with trainees as industrial clerks, qualitative indications for an empirical separability of the two competence areas were found (von Hering et al., online first). In their study, the trainees worked on parallelized mathematics tasks with and without vocational context. Subsequent stimulated recall interviews revealed that the trainees perceived the isomorphic mathematical structure and the contextual differences of the parallel tasks. However, they processed the tasks differently in the majority of cases.

4.2.4 DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL COMPETENCE IN THE COURSE OF VOCATIONAL TRAINING

Beyond the question of the structure of mathematical competence, so far, there is hardly any empirical research on the development of mathematical competence in the course of vocational training (Retelsdorf et al., 2013). Frank et al. (2017) were able to show for industrial-technical trainees from Germany (and thus with similar education-related conditions as the industrial clerk trainees in our study) that general physical competence have an influence on

the acquisition of vocation-related physical competence. The increase in vocation-related physical competences in the first year of training had an effect size of $d = .25$ in their study. To put this in perspective, the increase in general mathematical competence (according to the *Bildungsstandards*) from grade 9 to 10 in Germany has an effect size of $d = .27$ (Lehner et al., 2017). Results from Nickolaus et al. (2012) tend to suggest that general mathematical competence stagnate during vocational training. However, if general mathematical competence and vocation-related mathematical competence can be separated, one would expect a differential effect with vocational training impacting foremost the development of vocation-related mathematical competence. Further, the question arises whether a higher level of general mathematical competence at the beginning of vocational training is beneficial for the acquisition of vocation-related mathematical competence.

4.2.5 RESEARCH QUESTIONS

In order to investigate the structure and thereupon the development of mathematical competence at the transition to vocational education and during vocational training, we conducted a study with trainees as industrial clerks. Our study was guided by the following research questions:

1. Are general mathematical competences and vocation-related mathematical competences empirically separable?
2. How do general mathematical competences and vocation-related mathematical competences develop during vocational training as industrial clerks?
3. Are there differences in the development of general mathematical competences and of vocation-related mathematical competences among trainees as industrial clerks depending on their general mathematical proficiency level at the beginning of their vocational training?

4.3 METHODS

4.3.1 STUDY DESIGN AND SAMPLE

To answer the research questions, we analyzed data which was collected in the German ManKobE project (cf. Retelsdorf et al., 2013). ManKobE was a longitudinal project which examined trainees from different vocational programs in the course of their vocational training. The largest subsample comprises data from $N = 634$ trainees as industrial clerks from three different German federal states. Among these trainees 64% were female and 51% left school with the *Abitur* (the general qualification for university entrance in Germany). The mean age at the start of the longitudinal study with three measurement points was 19.17 years ($SD = 2.55$). Measurement point 1 (MP1) was immediately after the start of vocational training ($n = 582$ trainees), measurement point 2 (MP2) at the midpoint of training after 1.5 years ($n = 552$), and measurement point 3 (MP3) after 2.5 years in training ($n = 356$). $N = 310$ trainees participated in all three measurement points.

4.3.2 INSTRUMENTS

The data was collected with tests on general mathematical competence as well as on vocation-related mathematical competence. Each trainee worked at each measurement point on one of three test booklets with items measuring general mathematical competence (20 minutes) and vocation-related mathematical competence (15 minutes). The items were arranged in a rotational block design in order to allow repeated measures on linked scales and without effects of remembering. In this way, all items at all three measurement points were completed by about one-third of the trainees and in case of complete participation, each trainee solved each item once. All data was collected in a paper-and-pencil format.

Three blocks with a total of 34 items (between 10 and 13 items each block) were used to assess general mathematical competence. The items were taken from the national assessment item pool (*IQB-Ländervergleich*) and aimed to assess mathematical competence in the sense of the national educational standards (*Bildungsstandards*, Stanat et al., 2019b). For this study, only items were selected which represent mathematical content that is relevant for the vocational training as industrial clerks. This means, for example, that items on specific aspects of geometry (like congruence rules) were not used in the assessment because they do not play any role in the commercial context. For all items from the national assessment item pool, item difficulties from representative samples are available. We used this information in order to calibrate test results and assign levels of proficiency. The latter are a system of five hierarchical levels of proficiency for which qualitative descriptions of the respective general mathematical competence are available (Blum et al., 2013). Level 3 represents the intended regular outcome according to the national educational standards (normative standard, Stanat et al., 2019b). The items were given in an open or closed question format. All items were coded dichotomously.

Vocation-related mathematical competence was assessed with 43 items, which were also divided into three blocks (between 12 and 16 items). The items were developed based on tasks from the intermediate and final examinations for industrial clerks of the German Chamber of Commerce and Industry. These items were adapted in such a way that they focus vocation-related mathematical competence. The items contain a vocationally specific (commercial) context and reflect typical commercial situations and actions. The mathematical concepts and procedures, which are necessary to solve these items, are part of the lower secondary school curriculum so that applying mathematical competence in the commercial context might be the main challenge. Most items use simple commercial terms which are generally known from everyday life (e.g., value added tax, customer discount, surcharge). Only a few items contain commercial terms which trainees as industrial clerks learn in the first or second year of their vocational training (e.g., break-even point). However, there was no indication that trainees had specific problems with these items. All 43 items provided for a short-answer-format response (37 items) or were multiple-choice items (six items). Five items were partial-credit score, of which three were dichotomized. Thus, 41 items were coded dichotomously.

You work in the Outlook AG. For the price calculation for the new ladies skirts you have the following information:

Ladies skirts
Cost price per piece: 44.90 €, 10% profit surcharge, 2% customer discount.

What is the regular offer price for women's skirts?

Enter your result below.

. €

Figure 4.2: Vocation-related mathematical competence item Ladies skirts - translated from German

Fig. 4.2 shows a sample item for assessing vocation-related mathematical competence. From an inner-mathematical point of view, the item should not cause any difficulties for most trainees as industrial clerks since simple percentage calculation was required. The challenge for the trainees might be the commercial context and perhaps the technical terms such as profit surcharge and customer discount.

4.3.3 DATA ANALYSIS

Due to the rotational design of the test booklets used for the three measurement points, it is not appropriate to conduct a confirmatory factor analysis to answer research question 1. We calculated an IRT model in which we formed the scales using information from all three measurement points. The estimated person parameters allowed for a comparison of competence scores over measurement points so that a longitudinal analysis is possible. There were some missing values at the end of the test booklets. A total of 21.9 % of the item responses were missing and therefore not included in the IRT scaling.

With regard to the first research question, we conducted both unidimensional and two-dimensional 2PL-scaling using the software R (R Core Team, 2020) and the library TAM (Robitzsch et al., 2019). Since two vocation-related mathematical competence items have a partial credit data structure, a generalized partial credit model (GPCM; Muraki, 1992) was computed. In this process, the item difficulties of half of the general mathematical competence items were fixed using the item difficulties from the German national assessment (*IQB-Ländervergleich*). Since the *IQB-Ländervergleich* uses a solution probability of .625 for the estimation of item difficulty and person parameter, we also estimated the vocation-related mathematical competence items and the remaining general mathematical competence items at this level. For both, the unidimensional and the two-dimensional IRT model, EAP estimators were used as person parameters. This procedures results in one (unidimensional) respectively two (two-dimensional) competence scores for each person at each measurement point.

For the IRT scaling, three of the 34 general mathematical competence items and nine of the 43 vocation-related mathematical competence items were excluded because of weak item fit or low empirical discrimination. The remaining 31 general mathematical competence items had empirical discriminations of $.25 < r_{it} < .49$ ($M = .36$), and the remaining 34 vocation-related mathematical competence items had empirical discriminations of $.21 < r_{it} < .70$ ($M = .38$).

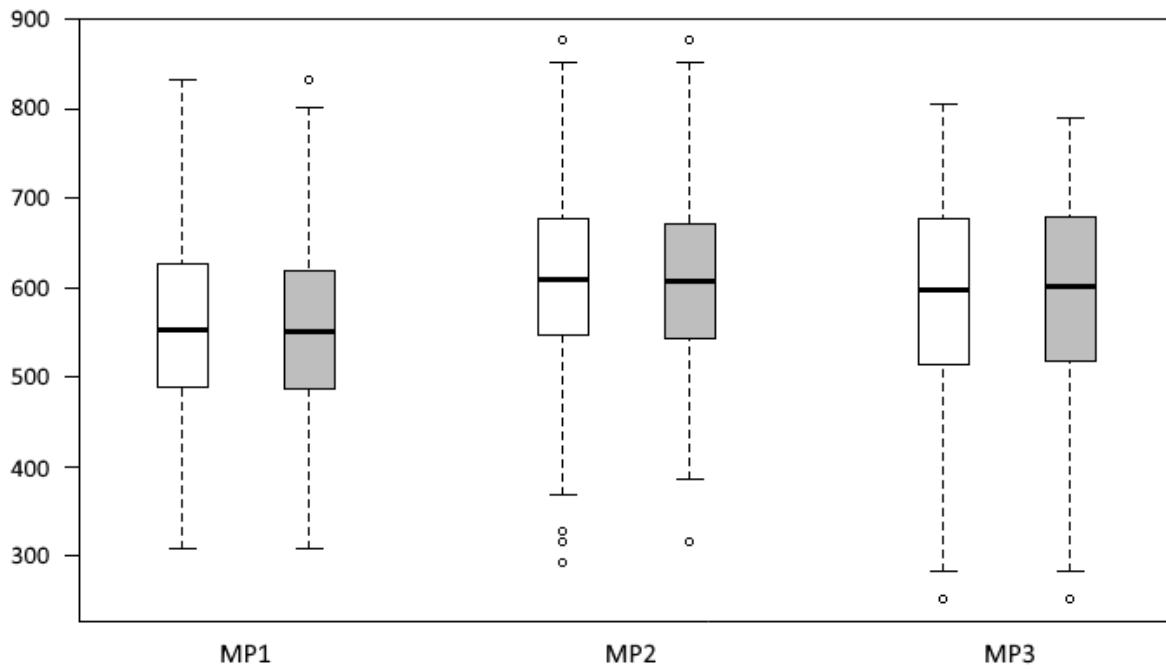


Figure 4.3: Boxplots of vocation-related mathematical competence over time (three measurement points, MP) between all trainees (white, $n_{MP1} = 582$, $n_{MP2} = 552$, $n_{MP3} = 356$) and trainees who participated in all three measurement points (grey, $N = 310$)

In the *IQB-Ländervergleich*, the person parameters are transformed to a metric with a mean of 500 and a standard deviation of 100. In order to be able to classify the trainees into the proficiency levels of the *IQB-Ländervergleich*, we equally transformed the EAP estimates for general mathematical competence to the 500/100-metric based on the linked items. We scaled the EAP estimates for vocation-related mathematical competence to the same level as the EAP estimates for general mathematical competence at MP1 to be able to compare better the development of general mathematical competence and vocation-related mathematical competence. We did not implement values for trainees who did not participate in one of the measurement points, but there is no significant difference on any of the three measurement points between all trainees ($n_{MP1} = 582$, $n_{MP2} = 552$, $n_{MP3} = 356$) and trainees who participated in all three measurement points ($N = 310$, see Figure 4.3).

4.4 RESULTS

4.4.1 SEPARABILITY OF GENERAL MATHEMATICAL COMPETENCE AND VOCATION-RELATED MATHEMATICAL COMPETENCE (RQ1)

To answer the three research questions, we first need to find the IRT model that best fits our data. Further analyses are then based on either the unidimensional or the two-dimensional

generalized partial credit model. Table 4.1 shows the comparison of the two models based on their fit indices. A model fits the structure of the data better if the values of AIC (Akaike Information Criterion), BIC (Bayesian Information Criterion) and CAIC (Consistent Akaike Information Criterion) are lower. For all three calculations, the two-dimensional model shows a better fit. A likelihood ratio test of the two models also shows that the two-dimensional model fits the data significantly better than the unidimensional model ($\chi^2(df=2)=221.86$, $p < .001$). The data structure thus favors the two-dimensional generalized partial credit model, which is why the following analyses and results always refer to this model.

	loglike	Deviance	Npars	Nobs	AIC	BIC	CAIC
1-dim	-13489.60	26979.20	66	1490	27111.20	27461.43	27527.43
2-dim	-13378.67	26757.34	68	1490	26893.34	27254.18	27322.18

Table 4.1: Fit indices of IRT models, 1-dim: unidimensional generalized partial credit model, 2-dim: two-dimensional generalized partial credit model

The item difficulties of the general mathematical competence items ranged from -2.51 to 2.20 ($M = .24$) on the logit scale, and those of the vocation-related mathematical competence test ranged from -2.37 to 1.89 ($M = -.38$). EAP/PV reliabilities in the two-dimensional model (general mathematical competence: $\alpha = .60$; vocation-related mathematical competence: $\alpha = .60$) turn out to be low but still acceptable. The manifest correlation between the two dimensions was $r = .67$. The latent correlation between the EAP for general mathematical competence and the EAP for vocation-related mathematical competence is strong at all three measurement points ($r_{MP1} = .87$, $r_{MP2} = .86$, $r_{MP3} = .84$, all $p < .001$). We expected a high correlation due to the theoretical proximity of general mathematical competence and vocation-related mathematical competence. However, the latent correlation is not close to 1 so that it makes sense to distinguish both dimensions. This is in line with the previously mentioned qualitative results (von Hering et al., online first). Although high or low general mathematical competence and vocation-related mathematical competence occur together in vocational trainees, they are distinguishable. This provides an answer to the first research question.

4.4.2 DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL COMPETENCES DURING VOCATIONAL TRAINING (RQ2)

The average EAP for general mathematical competence at MP1 is 57 scale points above the average of the German national assessment (see Table 4.2). Both means differ significantly with an effect size of $d = .57$ ($p < .001$), which corresponds to a competence growth of about two years of mathematics education in German lower secondary school (Lehner et al., 2017). A one-way repeated measures ANOVA showed a significant difference between the general mathematical competence score at the three different measurement points ($F(2,618) = 4.72$, $p < .01$, $\eta_p^2 = .005$). Post-hoc analyses with a Bonferroni adjustment revealed that the pairwise differences between MP1 and MP2 and between MP2 and MP3 were significantly different ($p < .05$) with effect sizes of $d = .18$ (MP1 to MP2) and $d = -.17$ (MP2 to MP3). The difference between MP1 and MP3 was not significant ($p = 1$).

For the vocation-related mathematical competences, a similar tendency is found (see Table 4.2). The one-way repeated measures ANOVA showed a significant difference between the vocation-related mathematical competence score at the three different measurement points ($F(2,618) = 40.90, p < .001, \eta_p^2 = .05$). Bonferroni-corrected post-hoc tests indicated that scores differ significantly at all three measurement points ($p < .05$). The effect sizes are $d = .53$ between MP1 and MP2, $d = -.17$ between MP2 and MP3, and $d = .36$ between MP1 and MP3. So, the effect of competence growth is larger than for the general mathematical competence.

	MP1		MP2		MP3	
	M	SD	M	SD	M	SD
GMC	557	98	574	98	557	103
VRMC	557	98	610	101	592	105

Tab. 4.2: Mean and standard deviation of EAP at all three measurement points (MP); GMC: General mathematical competences, VRMC: Vocation-related mathematical competences

4.4.3 DIFFERENCES IN DEVELOPMENT OF VOCATION-RELATED MATHEMATICAL COMPETENCE ACCORDING TO PROFICIENCY LEVELS OF GENERAL MATHEMATICAL COMPETENCE (RQ3)

Beyond the characteristic developments in the group mean, we would like to clarify whether the developments show up depending on the initial mathematical achievement. For a more fine-grained view, we have now used the proficiency levels from the German national assessment at the start of vocational training as a grouping variable. At the start of vocational training, 67 trainees were at proficiency level 1 (group I, $M = 393, SD = 39.0$), 135 at level 2 (group II, $M = 481, SD = 21.7$), 179 at level 3 (group III, $M = 557, SD = 23.0$), 129 at level 4 (group IV, $M = 630, SD = 21.3$) and 72 trainees at level 5 (group V, $M = 712, SD = 28.0$). Figure 4.4 first shows how the general mathematical competence develop within the different groups.

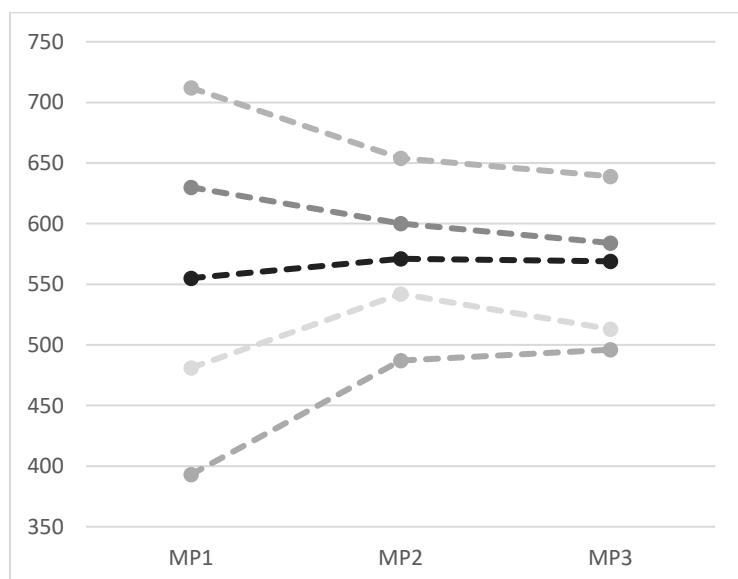


Figure 4.4: Development of mean general mathematical competence over time (three measurement points, MP) according to proficiency levels at MP1 (from bottom to top: group I to V, N_I = 67, N_{II} = 135, N_{III} = 179, N_{IV} = 129, N_V = 72)

A two-way mixed ANOVA showed that there was a statistically significant interaction between proficiency level and measurement point in explaining general mathematical competence score ($F(8,610) = 15.37, p < .001, \eta_p^2 = .10$). The post-hoc tests revealed that, considering the Bonferroni adjusted p -value, the simple main effect of measurement point was significant for group I, II, IV and V (all $p < .001$) but not for group III ($p = 1$). Pairwise comparisons showed that the mean general mathematical competence score was significantly different between MP1 and MP2 for all groups ($p < .01, d_I = 1.60, d_{II} = .88, d_{III} = .35, d_{IV} = -.38, d_V = -.99$). The effects from MP1 to MP2 are very large in group I and group II and sometimes correspond to the learning gain of several years of general education. From MP2 to MP3 there is a more consistent pattern. At all groups there is a slight and non-significant decrease of the mean general mathematical competence ($-.25 < d < -.03$, all $p > .05$).

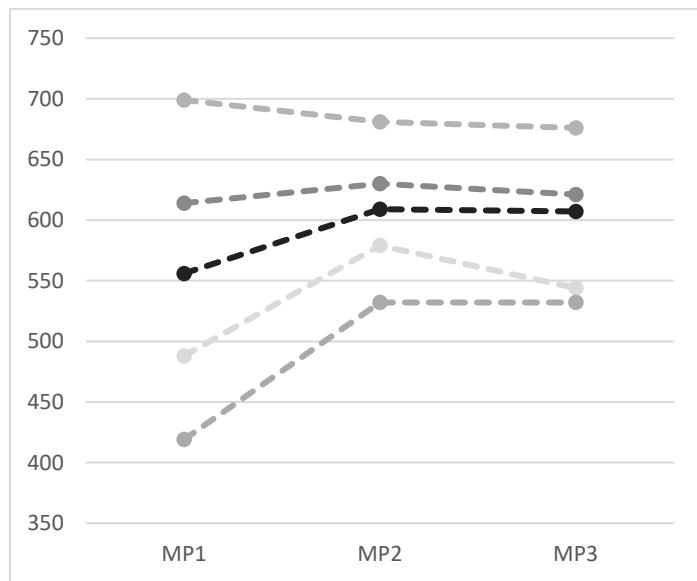


Figure 4.5: Development of mean vocation-related mathematical competence over time (three measurement points, MP) according to proficiency levels with regard to general mathematical competence at MP 1 (from bottom to top: group I to V, $N_I = 67, N_{II} = 135, N_{III} = 179, N_{IV} = 129, N_V = 72$)

To answer research question 3, Figure 4.5 provides an overview of how the vocation-related mathematical competence develop as a function of the competence level of trainees' general mathematical competence at the beginning of their training. At the beginning of vocational training, the mean values of the vocation-related mathematical competence of the five groups are ordered according to the mean values of the general mathematical competence' EAP, which was to be expected due to the high correlation of general mathematical competence and vocation-related mathematical competence. A two-way mixed ANOVA showed that there was a statistically significant interaction between proficiency level (of general mathematical competence) and measurement point in explaining vocation-related mathematical competence score ($F(8,610) = 8.00, p < .001, \eta_p^2 = .05$). The post-hoc tests revealed that, considering the Bonferroni adjusted p -value, the simple main effect of measurement point was significant for group I, II, and III (all $p < .001$) but not for group IV and V ($p = 1$). Pairwise comparisons showed that the mean vocation-related mathematical competence score was significantly different between MP1 and MP2 for group I, II, and III ($p < .001, d_I = 1.63, d_{II} =$

1.16, $d_{III} = .81$) but not for group IV and V ($p > .05$, $d_{IV} = .30$, $d_V = -.23$). From MP2 to MP3, there is a slight non-significant decrease across all groups ($-.29 < d < -.12$, all $p > .05$).

You work in the Schwarz Damenbekleidung GmbH. 100 rolls of sewing thread are consumed daily. The delivery time is 14 days and a minimum stock of 1,200 pieces is set.

The reorder level for sewing thread rolls is newly set at 4,200 pieces. What is the delivery time in days now?

Enter your result below.

[] days

Information on the calculation of the reorder level:

reorder level = daily consumption * delivery time + minimum stock

Figure 4.6: Vocation-related mathematical competence item Sewing thread spools, item difficulty: 534 - translated from German

One important result is that especially trainees which transitioned with low general mathematical competence from school to vocational training (i.e., proficiency levels I and II) were able to strongly increase their vocation-related mathematical competence during the first half of their training. Group I reached a mean vocation-related mathematical competence of 532 scale points at MP2 (MP3: 532) and group II a mean vocation-related mathematical competence of 579 at MP2 (MP3: 544). If the proficiency levels of the German national assessment are used as a benchmark for classifying vocation-related mathematical competence levels, both group means are therefore at level 3 at the middle and at the end of their training. If we consider items whose difficulties are in the range of level 3 or level 4, we can describe the level of vocation-related mathematical competence that the trainees from groups I and II achieve or fail to achieve in terms of content. This will be done in the following using the items Sewing thread spools (see Figure 6) and Electric lawn mowers (see Figure 7). The procedure is exemplary and provides indications of how such a categorization could look like.

The item Sewing thread spools has a difficulty of 534 on the common item difficulty and EAP estimate scale. To solve this item, trainees must be able to extract information from the text and insert it into the given formula. In doing so, the formula had to be rearranged by algebraic manipulations. The calculation itself is one-step. A job-related background is helpful here, but not necessary.

You work in the Maschinenfabrik Mahler GmbH. In September 2011, 200 electric lawn mowers were produced. During production, €8,400 fixed costs were incurred. The variable unit costs were €70. In retail sale, the lawn mowers were sold for a total of €24,000.

What is the minimum number of lawn mowers that must be sold to cover the total cost?

Enter your result below.



Figure 4.7: Vocation-related mathematical competence item Eletric lawn mowers, item difficulty: 646 - translated from German

The item Electric lawn mowers has a difficulty of 646 on the common item difficulty and EAP estimate scale. To solve this item, trainees must also be able to extract information from the text. Formulas for calculating cost and number of units are not given and must be derived by the trainee. A multi-step approach is required. Without a basic understanding of the vocation-related terminology (e.g. "variable unit costs") and without knowledge of standard calculation methods used by industrial clerks, there is no prospect of completing the item.

The majority of trainees in groups I and II cannot solve both items at the beginning of the training, but in the second half of the training the majority of trainees in both groups can solve the item Sewing thread spools and cannot solve the item Electric lawn mowers.

4.5 DISCUSSION

Although research revealed that mathematics at school and mathematics at work differ (FitzSimons, 2013), vocational education and even more specifically vocational training have received little focus in research on mathematics education (Gravemeijer et al., 2017). Mathematical competence plays a central role in the transition from general education to vocational training for many vocational domains (Seeber & Lehmann, 2013). However, as elaborated in the theoretical background, mathematical competence acquired in school and mathematical competence applied in vocational training are usually not defined in a uniform and compatible way. This makes it difficult for research to examine the development of mathematical competence during the transition from school to vocational training and during vocational training. An approach to this problem is offered by the model of Neumann et al. (2013), in which vocation-related mathematical competence are theoretically defined as a competence area connectable to general (school-based) mathematical competence.

By surveying and evaluating general mathematical competence and vocation-related mathematical competence of trainees as industrial clerk in Germany at three stages of their training, we were able to investigate the competence development in vocational training. Our findings indicate that general and vocation-related mathematical competence can be

distinguished empirically and that vocation-related mathematical competence develop more strongly during the course of training than general mathematical competence.

Both, the general mathematical competence and the vocation-related mathematical competence increase from MP1 to MP2. At the end of the training, the trainees show slightly lower competence levels in both dimensions than at MP2 in the middle of their training. The following three explanations seem plausible to us. First, the curriculum for the training of industrial clerks divides the content-related learning fields with a strong reference to mathematics into the first two of the three years of training (KMK, 2002). Up to MP2, there should be many learning opportunities for vocation-related mathematical competence but much less between MP2 and MP3. Second, in the theoretical vocational training part at the beginning of vocational training, mathematical content is generally repeated which is relevant for the profession. This may be the reason for the increase of the general mathematical competence in the first part of the training (i.e., before MP2). Finally, MP2 was very close in time to the intermediate exams. The trainees had an expanded interest in learning and repeating relevant (mathematical) training content.

To answer the third research question, we analyzed the development of competence in a more differentiated way according to the specified proficiency levels, i.e., the grouped competence levels of general mathematical competence at the beginning of vocational training. The average vocation-related mathematical competence of group I, II and III (below the minimum standard of general education, minimum standard and norm standard) increased significantly, while they decreased in group V. For group V, this also applies to the general mathematical competence. Thus, for both competence dimensions and especially for the vocation-related mathematical competence, the mathematical learning opportunities during vocational training do not seem to be effective for the high-achieving trainees.

As every empirical study, the present study is subject to limitations. The length of testing time at each measurement point was quite long due to a variety of instruments used. Several trainees were unable to complete all items in the given time, resulting in an increased number of missing values. The three measurement points are not equidistant, which should be considered for comparability of effects. However, there are hardly any significant effects between MP2 and MP3 for both general mathematical competence and vocation-related mathematical competence. The fact that no other training program was evaluated as a comparison group in addition to the group of trainees as industrial clerks makes it difficult to relate and interpret the increases in competences. We have, therefore, provided suitable comparison values for effect sizes from other studies.

The competence model by Neumann et al. (2013) presented here and the operationalization of vocation-related mathematical competence provide an evaluation tool for the transition from general to vocational education. Trainees as industrial clerks were chosen as the sample for our study because a high proportion of mathematics characterizes the curricular content of this training. The theoretically assumed increases in competence, especially in vocation-related mathematical competence, were also empirically demonstrated. Within the competence model, vocation-related mathematical competence are always

thought of as being related to a specific vocational training program. The processing of the instruments presented here by trainees of a different training program could help to validate this vocational specificity of the vocation-related mathematical competence. It should also be noted that mathematical content and associated learning opportunities are only part of the training of industrial clerks and their competence acquisition. In particular, mathematical competence cannot be equated with training success.

Helpful might be studies from other domains that concretize and investigate vocation-related competence for their domain (see e.g. Frank et al., 2017). Whether the model can be transferred to vocational education systems other than the German one depends in particular on the structure of vocational education, the curricular specifications and understandings of competences in the respective country. Vocation-related mathematical competence might be understood as mediators between general mathematical competence and vocational competence. For the evaluation of the transition from vocational education to the world of work, the extent to which vocation-related mathematical competence predict vocational competence (after education) could be investigated.

Some implications for teaching practice can also be derived from our study. The competence model presented by Neumann et al. (2013) provides a starting point for supporting measures at the transition from general education to vocational training. Such measures can be implemented in general education as well as in vocational education. For example, based on our results, appropriate learning opportunities could be implemented for trainees (as industrial clerks) who already start their vocational training with a high level of general mathematical competence in order to counteract a decline in competence as observed in our study.

Learning opportunities for vocational mathematical competence (of course, related to the broadest possible spectrum of occupations and domains) can also be included more broadly in general mathematics education. Here, at least for commercial professions, a deficit could be identified that needs to be counteracted (von Hering et al., 2020). Such a stronger integration of vocational contexts into general mathematics education helps to fulfill the given curricular goals of the national educational standards and mathematical literacy regarding vocational education.

Funding: The data for the presented research come from the project *ManKobE* (Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung), which was funded by the *Leibniz-Gemeinschaft* (grant number: SAW-2012-IPN-2). The tasks for the survey of the *Bildungsstandards* were kindly provided by the *IQB* (Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen).

4.6 LEGITIMATION DER MODELLIERUNG AUS STUDIE 2

In der vorgestellten Studie werden im Rahmen der IRT-Skalierung die Item-Parameter aus dem IQB-Ländervergleich verwendet. In der dortigen Skalierung wird ein Wahrscheinlichkeitslevel von .625 zu Grunde gelegt. Das bedeutet, dass eine Person mit Personenparameter x (zum Beispiel 550 Skalenpunkten) ein Item mit Schwierigkeit x (im Beispiel mit Schwierigkeit 550) mit einer Wahrscheinlichkeit von 62,5% korrekt bearbeitet. Entsprechend sind auch in der hier vorgestellten Studie die Item-Schwierigkeiten der Items zu den berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen auf diesem Niveau berechnet worden.

Alternativ wäre auch ein anderes Wahrscheinlichkeitslevel denkbar, beispielsweise 50%. Ein solches alternatives Level könnte jedoch zu anderen Ergebnissen führen, insbesondere dadurch, dass bei einer entsprechenden Berechnung die Item-Schwierigkeiten der Items zu den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen nicht mit den Daten des IQB-Ländervergleichs verankert werden können, sondern frei geschätzt werden müssen. Inwiefern sich die Ergebnisse einer solchen frei geschätzten IRT-Skalierung von der in der vorliegenden Studie verwendeten Skalierung unterscheiden, soll im Folgenden gezeigt werden.

Für die freie Schätzung wurde sowohl eine eindimensionale als auch eine zweidimensionale Skalierung mit Hilfe des *generalized partial credit model* von Muraki (1992) gerechnet. Analog zur Skalierung aus der vorliegenden Studie führte dies zu ein bzw. zwei EAP-Schätzern für jede Person an jedem der drei Messzeitpunkte. Die EAP-Reliabilitäten betrugen dabei im eindimensionalen Modell $\alpha = .65$ sowie im zweidimensionalen Modell $\alpha = .61$ für die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen und $\alpha = .60$ für die allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen. Die Korrelation zwischen den beiden Dimensionen lag hier bei $r = .72$.

	loglike	Deviance	Npars	Nobs	AIC	BIC	CAIC
1-dim	-13489.60	26979.20	66	1490	27111.20	27461.43	27527.43
2-dim	-13378.67	26757.34	68	1490	26893.34	27254.18	27322.18
1-dim alt	-13240.15	26480.30	130	1490	26740.30	27430.15	27560.15
2-dim alt	-13213.31	26426.63	131	1490	26688.63	27383.78	27514.78

Tabelle 4.3: Modellfit-Werte der IRT-Modelle, 1-dim: eindimensionales *generalized partial credit model* mit fixierten Item-Schwierigkeiten, 2-dim: zweidimensionales *generalized partial credit model* mit fixierten Item-Schwierigkeiten, 1-dim alt: eindimensionales *generalized partial credit model* mit frei geschätzten Item-Schwierigkeiten, 2-dim: zweidimensionales *generalized partial credit model* mit frei geschätzten Item-Schwierigkeiten

Tabelle 4.3 vergleicht die Modellfit-Werte der zwei IRT-Modelle aus der vorliegenden Studie (1-dim und 2-dim) sowie der beiden alternativen frei geschätzten IRT-Modelle miteinander (1-dim alt und 2-dim alt). Wie schon bei den Modellen mit fixierten Item-Schwierigkeiten unterscheidet sich auch bei den alternativen Modellen das zweidimensionale Modell signifikant vom eindimensionalen Modell ($\chi^2(df=1) = 53.67, p < .001$). Es weist bezogen auf alle drei verwendeten Informationskriterien einen niedrigeren Wert, also eine bessere Passung

auf. Dieses Ergebnis stützt noch einmal den in der Studie erhaltenen Befund der dimensionalen Trennbarkeit von (schulischen) allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen.

Der Vergleich zwischen den beiden besser passenden Modellen – dem frei geschätzten zweidimensionalen Modell und dem auf die IQB-Item-Schwierigkeiten fixierten zweidimensionalen Modell – zeigt zunächst einen signifikanten Likelihood-Ratio-Test ($\chi^2(df=63)=330.71, p<.001$). Die betrachteten Informationskriterien ergeben ein ambivalentes Bild. Der AIC-Wert des frei geschätzten Modells ist niedriger als der des fixierten Modells. Bei den für Modelle mit vielen Parametern genaueren Kriterien BIC und CAIC weist das fixierte Modell eine bessere Passung auf, sodass auf dieser Grundlage keines der Modelle dem anderen eindeutig zu bevorzugen ist.

Die EAP-Schätzer der beiden zweidimensionalen Modelle korrelieren stark miteinander. Für die Dimension der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen beträgt der latente Zusammenhang der beiden Modelle $r=.95$, für die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen $r=.93$ (beide $p<.001$).

Innerhalb des frei geschätzten zweidimensionalen Modells liegen die geschätzten Korrelationen zwischen den EAP-Werten der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen bei $r=.90$ zum ersten Messzeitpunkt und jeweils bei $r=.89$ zum zweiten und dritten Messzeitpunkt (alle $p<.001$) und damit ähnlich hoch wie innerhalb des Modells *2-dim* ($r=.86/.84/.83$, alle $p<.001$). Auch bei den Effektstärken der längsschnittlichen Entwicklung erbringt das frei geschätzte Modell ähnliche Werte wie das Modell mit den fixierten Item-Schwierigkeiten. Für die allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen beträgt der Effekt $d=.24$ ($p<.001$) vom ersten zum zweiten und $d=-.16$ ($p>.05$) vom zweiten zum dritten Messzeitpunkt (im Modell *2-dim*: $d=.16, p<.01$ und $d=-.17, p<.05$). Für die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen liegt er bei $d=.56$ ($p<.001$) vom ersten zum zweiten und $d=-.17$ ($p<.05$) vom zweiten zum dritten Messzeitpunkt (im Modell *2-dim*: $d=.53, p<.001$ und $d=-.17, p<.05$).

Es zeigt sich also, dass zum einen die Zweidimensionalität der untersuchten Daten unabhängig davon, ob die allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen mittels der IQB-Item-Schwierigkeiten fixiert werden, als Ergebnis Bestand hat und dabei keines der beiden zweidimensionalen Modelle (mit und ohne fixierte Item-Schwierigkeiten) eine eindeutig bessere Passung aufweist. Da sich zum anderen auch die weiterführenden Ergebnisse (Zusammenhänge zwischen den beiden Dimensionen zu allen drei Messzeitpunkten sowie längsschnittliche Entwicklung) für beide Modelle kaum voneinander unterscheiden, kann die in der vorliegenden Studie verwendete IRT-Skalierung als legitim erachtet werden.

5 STUDIE 3 – QUALITATIVE UNTERSUCHUNG

Dieser Artikel wurde am 10.12.2019 erstmals eingereicht und in der untenstehenden Fassung am 25.01.2021 im **Journal für Mathematik-Didaktik** zunächst online publiziert (DOI: 10.1007/s13138-021-00181-8).

Nutzen Auszubildende bei der Bearbeitung berufsfeldbezogener Mathematikaufgaben ihr Wissen aus der Schule? Eine qualitative Untersuchung mit angehenden Industriekaufleuten

Robert von Hering, Anja Rietenberg, Aiso Heinze & Anke Lindmeier

Zusammenfassung: Mathematischen Kompetenzen wird eine wichtige Rolle für den erfolgreichen Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung zugesprochen. Wie in der Schule erworbene mathematische Kompetenzen beim Übergang in der beruflichen Ausbildung Wirkung zeigen, ist bis auf statistische Zusammenhänge allerdings wenig untersucht. Erschwert wird die Forschung u.a. dadurch, dass auf beiden Seiten grundsätzlich verschiedene und nicht unmittelbar anschlussfähige Kompetenzbegriffe genutzt werden. Während Anforderungen im Mathematikunterricht der allgemeinbildenden Schule allgemeinbildende mathematische Kompetenzen adressieren und diese eher an einer Wissensbildung orientiert sind, werden berufliche Kompetenzen zur Bewältigung realer beruflicher Anforderungen benötigt und sind somit eher handlungsorientiert zu verstehen. In der Forschung wurde das Konstrukt *berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen* als eine vermittelnde Größe zwischen den verschiedenen Kompetenzkonstrukten vorgeschlagen, das als Ansatzpunkt für wissenschaftliche Studien zum Übergang Schule – Beruf genutzt werden kann. Darauf aufbauend untersuchen wir in der vorliegenden empirischen Studie, inwiefern sich solche berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen von allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen abgrenzen lassen. Aufgrund der inhaltlichen Nähe zum Unterrichtsfach Mathematik haben wir exemplarisch das Berufsfeld der Industriekaufleute gewählt. Für eine Stimulated-Recall-Interviewstudie wurden Aufgabenpaare entwickelt, die bei mathematisch-inhaltlicher Parallelität die unterschiedlichen Grade an beruflicher Anforderung widerspiegeln. Die Auswertung von Interviews mit 18 Auszubildenden zeigt, dass die Mathematikaufgaben mit berufsbezogenem bzw. allgemeinbildendem Kontext tatsächlich unterschiedliche kognitive Bearbeitungsprozesse hervorrufen. Die Ergebnisse lassen sich als qualitative Unterschiede zwischen allgemeinbildenden mathematischen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen interpretieren. Mögliche Implikationen für die Forschung und die Schulpraxis werden diskutiert.

Abstract: Mathematical competencies play a crucial role in the successful transition from general to vocational education. Little research has been done on the statistical connections, of how mathematical competencies acquired at school have an impact on the transition to

vocational training. Research is made more difficult by the fact that fundamentally different and not directly connectable concepts of competence are used on both sides. While requirements in mathematics in general education school address general mathematical competencies and these are more oriented towards knowledge development, vocational competencies are required to cope with real vocational requirements and are therefore to be understood as more action-oriented. In research, the construct of *vocation-related mathematical competencies* has been proposed as a mediating factor between the different competence constructs in school and at work, which can be used as a starting point for scientific studies in the transition phase. Based on this, we investigate in the present empirical study to what extent such vocation-related mathematical competencies can be distinguished from general mathematical competencies. Due to the content-related proximity to the subject mathematics, we have chosen the vocational field of industrial clerks as an example. For a stimulated recall interview study, pairs of problems were developed that reflect the different degrees of vocational requirements in the case of parallel mathematical content. The evaluation of interviews with 18 trainees shows that the mathematical problems with a vocation-related or a general education context actually cause different cognitive processes. The results can be interpreted as qualitative differences between general mathematical and vocation-related mathematical competencies. Possible implications for research and school are discussed.

5.1 EINLEITUNG & MOTIVATION

Ein Ziel des allgemeinbildenden Schulunterrichts besteht darin, die Schülerinnen und Schüler auf ihr Berufsleben vorzubereiten (KMK, 2017a). Auch in den Bildungsstandards Mathematik für den Mittleren Schulabschluss sowie für die Allgemeine Hochschulreife bilden sich als Teil der *Mathematical Literacy* (Neubrand, 2003) Ziele der fachlichen Berufsvorbereitung sowie der Berufsorientierung ab (KMK, 2003 & 2012). Trotz dieser Rahmenbedingungen stoßen Ansätze zur Untersuchung von mathematischen Kompetenzen im Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung und auch zum weiteren Ausbildungsverlauf auf konzeptionelle Schwierigkeiten (vgl. OECD, 2000), die wesentlich mit der Konzeptualisierung des Begriffs Kompetenz zu tun haben. Eine besondere Herausforderung besteht darin, mathematische Kompetenz so zu beschreiben, dass sie einerseits als valide hinsichtlich der Vergleichbarkeit der Phasen vor, während und nach dem Übergang angesehen werden kann und andererseits als valide für jede Phase an sich (bzw. zumindest für die Phase vor und nach dem Übergang). Jedoch folgen die Zielvorgaben für die schulische (Bildungsstandards und Lehrpläne) und berufliche Bildung (Rahmenlehrpläne der Ausbildungsberufe) unterschiedlichen Logiken. Insbesondere unterscheiden sich die Kompetenzbegriffe, die in der allgemeinbildenden Schule und in der beruflichen Ausbildung zugrunde gelegt werden gemäß den sehr unterschiedlichen Zielsetzungen der Bildungsphasen (Erpenbeck, 2009). Um dieser Herausforderung zu begegnen, wurden für den Bereich der Mathematik theoretische Modelle entwickelt, um die spezifischen mathematischen Anforderungen aus Schule und Beruf aufeinander zu beziehen (Winther

et al., 2013; Neumann et al., 2013). Ziel dieser Ansätze ist es, den Übergang Schule – Beruf auch mit Blick auf eine kumulative Kompetenzentwicklung besser beschreiben zu können. Gleichzeitig sollen die Modelle es dadurch vereinfachen, Leistungen aus der allgemeinbildenden Schule, der beruflichen Ausbildung und dem Beruf hinsichtlich ihrer Einfluss- und Erfolgsfaktoren zu untersuchen und die Befunde zu interpretieren.

So wurden schulische mathematische Kompetenzen in größeren empirischen Studien wiederholt als zentrale Größe für einen erfolgreichen Übergang in die Berufsausbildung identifiziert (z.B. Lehmann & Seeber, 2007). Auch wenn diese statistischen Zusammenhänge eine hohe inhaltliche Plausibilität haben, so sind vertiefte Analysen zur weiteren Aufklärung erstrebenswert. Insbesondere gilt es aus einer fachspezifischen Perspektive heraus, die konkreten Herausforderungen zu verstehen, die Auszubildende beim Nutzen ihrer schulisch erworbenen mathematischen Kompetenz in beruflichen Anwendungskontexten erfahren. Das von Neumann et al. (2013) vorgeschlagene Kompetenzmodell kann dazu geeignet sein. Anknüpfend an die unterschiedlichen mathematischen Anforderungen und die differierenden Kompetenzbegriffe in der allgemeinbildenden Schule und in der (kaufmännischen) Berufsausbildung wird hier das Konstrukt der *berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen* als potenziell vermittelnder Kompetenzbereich am Übergang in die Berufsausbildung beschrieben. Dabei handelt es sich um mathematische Kompetenzen, die einerseits spezifisch für die Bewältigung beruflicher oder berufsnaher Anforderungen benötigt werden und die andererseits als Teil der schulisch erworbenen mathematischen Kompetenzen angesehen werden können. Bisher steht eine vertiefte Prüfung aus, inwiefern sich diese theoretischen Annahmen auch empirisch abbilden lassen.

Für derartige Studien ist es zweckmäßig, sich zunächst auf Ausbildungsberufe zu fokussieren, in denen mathematische Kompetenzen von zentraler Bedeutung sind. Die Rahmenlehrpläne der Ausbildungsberufe zeigen, dass insbesondere Kaufleute und speziell Industriekaufleute in der Berufsausbildung mit vergleichsweise hohen mathematischen Anforderungen konfrontiert sind (z.B. KMK, 2002). Diese Berufe stehen daher – und wegen ihrer hohen Anzahl an Auszubildenden – im Mittelpunkt unserer Aufmerksamkeit. In der im Folgenden berichteten Interviewstudie untersuchen wir konkret, ob Auszubildende zu Industriekaufleuten, die gerade den Übergang Schule – Beruf erleben, unterschiedliche Kompetenzen nutzen, wenn sie parallele mathematische Probleme in einem beruflichen und einem nichtberuflichen Kontext bearbeiten. Auf diese Weise wollen wir insbesondere ergründen, ob allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen empirisch voneinander abgrenzbar sind oder nicht und inwieweit sich die von Neumann et al. (2013) vorgeschlagene theoretische Modellierung zur differenzierteren Beschreibung von mathematischen Kompetenzen in der Übergangsphase Schule – Beruf als tragfähig herausstellt.

5.2 THEORETISCHER HINTERGRUND

5.2.1 DIE BERUFLICHE AUSBILDUNG (DER INDUSTRIEKAUFLEUTE) IN DEUTSCHLAND

Die berufliche Ausbildung in Deutschland ist durch das Berufsbildungsgesetz (BBiG, 2005) geregelt. Es sieht mit der betrieblichen Berufsbildung, den beruflichen Schulen sowie den außerbetrieblichen Ausbildungseinrichtungen drei unterschiedliche Lernorte vor (BBiG, 2005, § 2), wobei die letzten beiden zusammengefasst werden, wenn der Begriff des *Dualen Systems* verwendet wird. Diese Ausbildungsstruktur zeichnet sich durch die Verzahnung von Theorie (berufliche Schule) und Praxis (Betrieb) aus und hat weltweit ein hohes Ansehen (Jongebloed, 2011). Die Grundlage bilden für jeden Ausbildungsberuf zum einen die jeweilige Ausbildungsordnung für die betriebliche Ausbildung und zum anderen der jeweilige Rahmenlehrplan für die (berufs-)schulische Ausbildung (BBiG, 2005). In der berufsschulischen Ausbildung organisiert sich der Unterricht – abhängig vom jeweiligen Ausbildungsberuf – in klassischen allgemeinbildenden Unterrichtsfächern und daneben in spezifischeren Unterrichtsfächern mit konkretem Bezug zum Ausbildungsberuf, beispielsweise *Rechnungswesen* im Rahmen der Ausbildung für Industriekaufleute (KMK, 2002).

Am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung treten strukturelle Probleme auf, die erst teilweise verstanden werden. Es wird beispielsweise eine steigende Anzahl unbesetzter Lehrstellen sowie eine recht konstante Anzahl an Jugendlichen, die erfolglos einen Ausbildungsplatz suchen, beobachtet, was ein Teil des sogenannten Passungsproblems ist (BIBB, 2019). Gleichzeitig konnte herausgearbeitet werden, dass die von den Betrieben angegebenen notwendigen Qualifikationen für eine Ausbildung geringer sind als die tatsächlichen Anforderungen, die an die Auszubildenden gestellt werden (Münk, 2013). Außerdem werden etwa ein Viertel der Ausbildungsverträge im Laufe der Ausbildung aufgelöst, wobei die Jugendlichen vermehrt auch Faktoren wie Uninformiertheit über Inhalt und Aufbau der Ausbildung und fehlerhafte Berufsbilder und -vorstellungen als Ursache angeben (BIBB, 2019). Das bundesweite Berufsorientierungsprogramm *BOP* versucht daher auf der Basis des Modells zur Berufswahlkompetenz von Ratschinski et al. (2018) Berufsbilder und -vorstellungen transparent zu machen und diese den Jugendlichen zu vermitteln, sodass Schülerinnen und Schüler u. a. zur erfolgreichen und eigenverantwortlichen Gestaltung des Übergangsprozesses in eine Ausbildung befähigt werden (KMK, 2017a). Die allgemeine berufliche Orientierung wird dabei als fächerübergreifender Auftrag für allgemeinbildende Schulen verstanden (KMK, 2017b).

Mit Blick auf den Beitrag des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts zur Berufsvorbereitung kann der kaufmännische Ausbildungsbereich im Allgemeinen und der Beruf *Industriekaufmann/-frau* im Speziellen als repräsentative Berufsgruppe gesehen werden, da er ein besonders relevanter Ausbildungsbereich ist und zudem vergleichsweise hohe mathematische Anforderungen an die Auszubildenden stellt. Da dieser Ausbildungsberuf auch für unsere Studie herangezogen wurde, soll er im Folgenden detaillierter vorgestellt werden.

Die meisten Ausbildungsplätze fallen in Deutschland in den Wirtschaftssektor *Industrie & Handel*. Im Jahr 2018 kamen 58 % der neu abgeschlossenen Ausbildungsverträge aus diesem Sektor, gefolgt vom Sektor *Handwerk* mit 27 % aller Ausbildungsverträge (BIBB, 2019). Seit Jahren befindet sich der Ausbildungsberuf Industriekaufmann/-frau neben drei weiteren kaufmännischen Berufen unter den fünf Berufen mit den meisten neu abgeschlossenen Ausbildungsverträgen (BIBB, 2019). Die dreijährige Ausbildung findet dual und gleichberechtigt in Betrieb und beruflicher Schule statt und ist durch den Rahmenlehrplan der KMK und die Ausbildungsordnungen des Bundes für die betriebliche Ausbildung geregelt (KMK, 2002; BMBF, 2002). Über alle Ausbildungsberufe hinweg ist dieser Ausbildungsberuf der Beruf mit der höchsten Anzahl und einem der höchsten Anteile (71 % in 2017) an Auszubildenden mit Hochschulzugangsberechtigung (BIBB, 2019).

Aus mathematikdidaktischer Sicht ist die Ausbildung der Industriekaufleute von Interesse, da sie einen hohen Anteil an Lerninhalten mit mathematischem Gehalt aufweist. Im Rahmenlehrplan für die berufsschulische Ausbildung der Industriekaufleute (KMK, 2002) weisen fünf der zwölf Lernfelder einen starken mathematischen Bezug auf (von Hering et al., 2020). Die mathematisch relevanten Inhalte dieser fünf Lernfelder lassen sich aus inhaltlicher Sicht in die vier Kategorien *Kostenrechnung*, *Leistungsrechnung*, *Abschreibung* sowie *Finanzierung und Investition* bündeln. Aus Perspektive der Mathematik handelt es sich bei den in den Lernfeldern verankerten Inhalten schwerpunktmäßig um den Umgang mit linearen Zusammenhängen, speziell Anwendungen von Dreisatz und Prozentrechnung. Diese Inhalte werden in der allgemeinbildenden Schule in der Sekundarstufe I unterrichtet. Der Unterschied zwischen der Anwendung dieser Inhalte in der Sekundarstufe I und in der Ausbildung der Industriekaufleute findet sich in der jeweiligen Zielsetzung: In der allgemeinbildenden Schule liegt der Fokus im Erwerb einer auch disziplinär verorteten mathematischen Grundbildung, die unter anderem zur Umwelterschließung und für das Problemlösen (durchaus in verschiedenen Kontexten) befähigen soll (Winter, 1995). In der Ausbildung hingegen liegt der Fokus auf der Bewältigung von beruflichen Anforderungen unter (häufig impliziter) Nutzung mathematischer Mittel. Das heißt, Mathematik wird in der Ausbildung immer innerhalb von beruflichen Kontexten angewendet und anders als in der Schule sind die Strukturierungen der Lerninhalte nicht fachsystematisch geprägt (z.B. linearer Zusammenhang), sondern vom beruflichen Kontext (z.B. Abschreibung, Stückkosten). Entsprechend kommt der kaufmännischen Fachsprache (z.B. *Break-Even-Point*) im Vergleich zur Schulmathematik eine hohe Bedeutung zu (vgl. von Hering et al., 2020).

Zusammengefasst ist Industriekaufmann/-frau ein Beruf, für den häufig ausgebildet wird und der zudem eine besondere Nähe zum Schulfach Mathematik aufweist. Viele Anforderungen im Ausbildungsverlauf bauen inhaltlich auf den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen auf, die während der Schulzeit erworben wurden. Dieser Beruf bietet sich also an, um die Unterschiede beider Systeme (allgemeinbildende Schule vs. berufliche Ausbildung) in Bezug auf die vorkommenden mathematischen Anforderungen und zugehörigen Kompetenzen exemplarisch zu analysieren. Basis dafür ist das im folgenden

Abschnitt erläuterte theoretische Kompetenzmodell von Neumann et al. (2013) zum Übergang von der allgemeinbildenden in die berufliche Schule aus Mathematik-Sicht.

5.2.2 BERUFSFELDBEZOGENE MATHEMATISCHE KOMPETENZEN

Beim Eintritt in die berufliche Erstausbildung ändern sich die Anforderungen an die Lernenden im Vergleich zur allgemeinbildenden Schule in vielerlei Hinsicht. Neben der neuen Lernsituation im Dualen System ist insbesondere auch die Art der zu erwerbenden Kompetenzen unterschiedlich. Dies hat Auswirkungen auf den Verlauf des individuellen Kompetenzerwerbs, sodass nicht zwangsläufig von einem kontinuierlichen, kumulativen Kompetenzaufbau am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung ausgegangen werden kann (Heinze & Grüßing, 2009; Neumann et al., 2013). Im Folgenden soll daher mit Hilfe der unterschiedlichen Kompetenzbegriffe der allgemeinbildenden Schule bzw. der beruflichen Bildung herausgearbeitet werden, auf welche Weise sich deren nicht unmittelbare Anschlussfähigkeit in der Übergangsphase äußert.

Für den beruflichen Kontext beschreibt Nickolaus (2011) auf Basis des allgemeinbildenden Kompetenzbegriffs nach Weinert (2001a) den Begriff der *Handlungskompetenz* als orientierend, wobei sich das Handeln auf komplexe berufliche Anforderungssituationen bezieht. Ziel der Berufsausbildung ist u.a. der Erwerb einer beruflichen Handlungskompetenz und damit die Entwicklung einer beruflichen Mündigkeit (Nickolaus & Seeber, 2013). Auch die KMK (2011) verwendet für die Zielsetzung der berufsschulischen Ausbildung das Konstrukt der beruflichen Handlungskompetenz als ein berufsspezifisch ausgestaltetes Konzept, wobei stets kontextualisierte und situationsgebundene Anforderungen vorkommen. Erpenbeck (2009, S. 18) bezeichnet den dargestellten Kompetenzbegriff der beruflichen Bildung als „Performanzrichtung“ des Kompetenzbegriffs und grenzt sie von der „Kognitionsrichtung“ des Kompetenzbegriffs der allgemeinen Bildung ab. Letztere bezeichnet die Nutzung von Kompetenzen, die auf die Bewältigung domänenspezifischer Anforderungen⁵ abzielt und eher der Wissensbildung dient (Erpenbeck, 2009). Dabei werden Kompetenzen als „kontextspezifische kognitive Leistungsdispositionen, die sich funktional auf Situationen und Anforderungen in bestimmten Domänen beziehen“ (Klieme & Leutner, 2006, S. 879), aufgefasst. Sie beziehen sich auf den Erwerb fachlich strukturierter kognitiver Grundlagen im Sinne des allgemeinbildenden Auftrags von Schule und tragen damit zur Bildung im Sinne einer Grundbildung bei. Zwar wird die breite Anwendbarkeit der erworbenen Kompetenzen angepeilt, gleichzeitig aber der Erwerb der zugrundeliegenden Wissensstrukturen betont, was sich beispielsweise in den Bildungsstandards Mathematik (KMK, 2003 & 2012) und dem PISA zugrunde liegenden Konzept der *Mathematical Literacy* (Neubrand, 2003) abbildet.

In ihrem integrierten Kompetenzmodell für die kaufmännische Domäne liefern Winther et al. (2013) einen Ansatz aus berufsspezifischer Perspektive, wie die beiden Bereiche der schulischen und der beruflichen Kompetenzentwicklung aufeinander bezogen werden

⁵ In diesem Kontext bezieht sich der Begriff „Domäne“ auf schulfachliche Strukturierungen.

können. Hier wird aus theoretischer und normativer Sicht davon ausgegangen, dass allgemeine Kompetenzen die Grundlage der beruflichen Kompetenzen bilden und sich im Verlauf der beruflichen Ausbildung berufsspezifisch weiterentwickeln (Winther, 2010). Berufliche Kompetenzen wiederum gliedern sich in eine domänenverbundene und eine domänen-spezifische Komponente⁶. Die domänenverbundene Kompetenz beschreibt Aspekte einer berufsbezogenen kaufmännischen Grundbildung im Sinne eines kaufmännischen bzw. ökonomischen Vorwissens (Nickolaus & Seeber, 2013). Zur Bewältigung domänenverbundener Anforderungen müssen schulisch erworbene Kenntnisse und Kompetenzen in kaufmännischen Anforderungssituationen reorganisiert werden (Winther et al., 2013), etwa, wenn mathematische Kompetenzen aus der Schule angewendet werden müssen, um einen ökonomischen Zusammenhang zu modellieren. Die domänen-spezifische Kompetenz beschreibt die eigentliche berufsspezifische Fachkompetenz, welche sich auf die Bewältigung von typischen Anforderungen in der Domäne bezieht und – in Abgrenzung zur domänenverbundenen Komponente – domänenspezifisches Vorwissen erfordert (Winther & Achtenhagen, 2008). Dieses berufsspezifische Modell nimmt also die realen beruflichen Anforderungen als Ausgangspunkt, um die Anforderungen am Übergang Schule – Beruf zu fassen. Das Modell umfasst daher in der Schule genutzte Kompetenzmodelle der Kognitionsrichtung nicht.

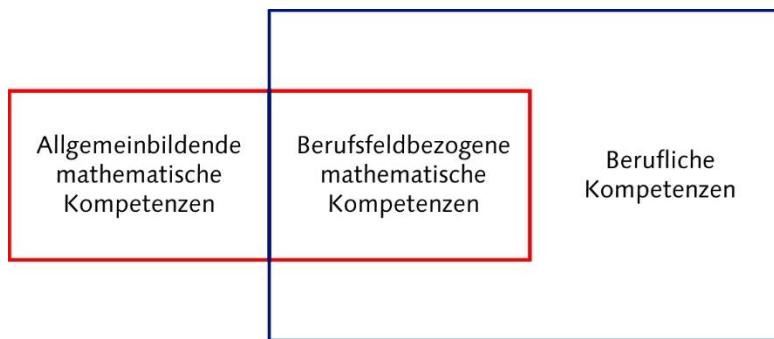


Abbildung 5.1: Zusammenhang zwischen den verschiedenen für die Kompetenzentwicklung in der beruflichen Ausbildung relevanten Kompetenzbereichen (nach Neumann et al., 2013)

Hier setzen Neumann et al. (2013) an und modellieren die mathematischen Kompetenzen am Übergang in die berufliche Ausbildung theoretisch aus Sicht der schulischen (= allgemeinbildenden) Seite (vgl. Abb. 5.1). Sie grenzen darin im Anschluss an Erpenbeck (2009) ebenso allgemeinbildende mathematische Kompetenzen im Sinne der Kognitionsrichtung von den eben skizzierten beruflichen Kompetenzen im Sinne der Performanzrichtung ab. Dabei bezeichnen allgemeinbildende mathematische Kompetenzen die Kompetenzen, die in der allgemeinbildenden Schule erworben werden sollen und beispielsweise in den Bildungsstandards Mathematik (KMK, 2003) konkretisiert sind. Im Kompetenzraster der Bildungsstandards werden die allgemeinbildenden mathematischen

⁶ In diesem Kontext bezieht sich der Begriff „Domäne“ auf berufliche Strukturierungen.

Kompetenzen über die drei Dimensionen *allgemeine mathematische Kompetenzen* (Mathematisch argumentieren; Probleme mathematisch lösen; Mathematisch modellieren; Mathematische Darstellungen verwenden; Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen; Mathematisch kommunizieren), *mathematische Leitideen* (Zahl; Messen; Raum und Form; Funktionaler Zusammenhang; Daten und Zufall) und *Anforderungsniveau* (Reproduzieren; Zusammenhänge herstellen; Verallgemeinern und Reflektieren) charakterisiert.

Als Kompetenzbereich, der sowohl den beruflichen als auch den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen zuzuordnen ist, erscheint bei Neumann et al. (2013) der Bereich der *berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen*. Diese beziehen sich auf außerschulische, berufsnahe Anforderungssituationen, für deren Bewältigung jedoch vorwiegend allgemeinbildende mathematische Kompetenzen notwendig sind. Sie beschreiben damit solche Kompetenzen, die Auszubildende bis zum Beginn der Ausbildung durch den Mathematikunterricht an der Schule erworben haben sollten und die auch nach einer beruflich geprägten Kompetenzauffassung relevant sind. Die theoretische Klassifikation berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen als Teil der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen (und auch der beruflichen Kompetenzen) ist dabei entscheidend: Es handelt sich also nicht um einen von den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen disjunkt abgrenzbaren Bereich. Die schematische Darstellung in Abb. 5.1 verdeutlicht dies in dem Sinne, dass berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen im Modell die Schnittmenge der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und der beruflichen Kompetenzen bilden.

Theoretisch können solche berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen, so sie in der Schule erworben wurden, am Übergang in die berufliche Ausbildung eine vermittelnde Rolle spielen. Neumann et al. (2013) argumentieren daher, dass mit Hilfe dieses Kompetenzbereichs die nicht unmittelbare Anschlussfähigkeit von fachlichen Bildungsprozessen im Übergang Schule – Beruf untersucht werden kann. Der forschungspraktische Nutzen dieses Modells ist jedoch noch nicht geklärt. Auch ist anzumerken, dass das Modell theoretisch erst einmal alle Domänen und Ausbildungsberufe als *Berufsfeld* zulässt, die für einzelne Studien spezifiziert werden müssen. Dies geschieht in unserer Untersuchung durch die Wahl des Ausbildungssektors *Industrie & Handel* und des konkreten Ausbildungsberufs *Industriekaufmann/-frau*.

Für den gewerblich-technischen Ausbildungsbereich konnten Frank et al. (2017) auf der Grundlage des Modells von Neumann et al. (2013) bereits zeigen, dass allgemeinbildende physikalische Kompetenzen und berufsfeldbezogene physikalische Kompetenzen (beide analog zu den entsprechenden mathematischen Kompetenzen definiert) berufsspezifische Kompetenzen der jeweiligen Berufe vorhersagen. Im Rahmen einer Studie mit über 600 industriekaufmännischen Auszubildenden deuten erste statistische Analysen von Siebert und Heinze (2016) auf eine mögliche empirische Abgrenzbarkeit der allgemeinbildenden mathematischen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen hin. Damit würde

in Frage gestellt, ob berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen in der allgemeinbildenden Schule erworben werden. Es fehlen bisher jedoch qualitative Analysen, die das Konstrukt der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen in Abgrenzung zu allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen untersuchen. Die vorliegende Studie soll dies liefern und somit einen Beitrag zur Validierung des Konstrukts leisten.

5.2.3 DIE ROLLE DES KONTEXTS BEIM ERWERB MATHEMATISCHER KOMPETENZEN

Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen werden u. a. als Teilbereich der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen definiert. Die Unterscheidung wird entlang der beruflich relevanten vs. beruflich nicht relevanten Anforderungen getroffen. Dies wirft die Frage auf, ob es sich dabei, wie erste Ergebnisse (Siebert & Heinze, 2016) andeuten, um voneinander empirisch abgrenzbare Kompetenzdimensionen handelt oder ob eine Unterscheidung entlang des Grades unterschiedlicher Berufsbezogenheit von Anforderungen praktisch irrelevant ist. Die beiden folgenden illustrativen Aufgabenbeispiele sollen als Ausgangspunkt für die Herangehensweise an diese Fragestellung dienen:

1. Die Arbeitslosenzahl in Neustadt betrug im vergangenen Jahr 2540 Personen. Nun ist sie um 3 % gestiegen. Wie hoch ist die Arbeitslosenzahl in Neustadt jetzt?
2. Die Herstellungskosten für einen Computertisch betragen 220€. Ein zusätzlicher Verwaltungszuschlag beläuft sich auf 12 %. Was sind die realen Kosten eines solchen Computertisches?

Aus innermathematischer Sicht unterscheiden sich die beiden Aufgaben kaum voneinander. Zu einem bekannten Grundwert wird mit einem bekannten Prozentsatz der Prozentwert berechnet. Lediglich die Zahlenwerte unterscheiden sich, was den Situationen geschuldet ist. Geht man bei der Betrachtung über die mathematische Struktur hinaus, ergibt sich ein differenzierteres Bild. Für beide Aufgaben müssen beim Lösen aus den Texten Situationen entnommen werden. Während bei der ersten Aufgabe ein allgemeingesellschaftlich relevantes Phänomen (Arbeitslosenzahl) verstanden werden muss, ist in der zweiten Aufgabe eine kaufmännische Situation zu rekonstruieren. Der Text der zweiten Aufgabe verwendet kaufmännisch geprägte Begriffe (Kosten, Zuschlag), die zwar mit schulischem Wissen erschließbar sind, aber kaufmännische Fachsprache spiegeln (reale Kosten). Deswegen lässt sich die zweite Aufgabe im oben ausgeführten Sinne als berufsfeldbezogene mathematische Anforderung charakterisieren. Beide Aufgaben liegen aber trotz der Unterschiede klar im Anforderungsbereich der Bildungsstandards, sollten also mit allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen im Sinne der Bildungsstandards lösbar sein. Es stellt sich jetzt also die Frage, inwiefern Aufgaben, die sich auf so eine Weise unterscheiden, beim Lösen eventuell innerhalb der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen gleiche (oder unterscheidbare) Kompetenzen erfordern, was in diesem Artikel als Frage nach der Abgrenzung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen von allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen gefasst ist.

Da sich die unterschiedlichen Anforderungen entlang der Kontexte manifestieren, hat die Frage einen Bezug zur kognitionspsychologischen Forschung und dort zum Transfer von Fähigkeiten. Die sogenannte Transferproblematik fasst die Beobachtung, dass die Übertragung von Fähigkeiten zwischen verschiedenen Kontexten schwierig ist (zsf. Perkins & Salomon, 1992). Dies gilt vor allem dann, wenn sich die Kontexte wenig ähnlich sind (sog. ferner Transfer). In Zusammenhang damit konnten Cosmides und Tooby (1992) in Variationen eines psychologischen Experiments mit Hilfe der *Wason selection task* zeigen, dass Anforderungen besser bewältigt werden, wenn sie in bekannten (dort: sozialen) Kontexten auftreten. Dies weist darauf hin, dass für eine Person je nach Situation selbst strukturgleiche Anforderungen unterschiedlich erscheinen können. In diesem Verständnis ist also die Bewältigung einer Anforderung nicht losgelöst vom Kontext zu sehen, sondern die Situation ist integraler Bestandteil der jeweiligen Anforderung. Dies stützt bezogen auf die Fragestellung des Artikels die Differenzierung zwischen allgemeinbildenden mathematischen und berufsfeldbezogenen mathematischen Anforderungen.

Eine Erklärung für die beobachteten Transferproblematiken bietet u.a. die *Cognitive flexibility theory* (Spiro et al., 1988) an, die erfolgreiches Problemlösen auf die Qualität der erworbenen Kompetenzen und damit auf Merkmale des Erwerbsprozesses zurückführt: Werden bereits während des Kompetenzerwerbs unterschiedliche Anwendungssituationen eingesetzt, so führt dies zu einer höheren kognitiven Flexibilität, sodass eine größere Bandbreite von Anforderungen bewältigt werden kann. Noch stärkere Annahmen in Bezug auf den Einfluss des Erwerbsprozesses trifft die *Situated cognition theory* (Brown et al., 1989): Hier wird von einer in den Erwerbskontexten verankerten Situiertheit der erworbenen Kompetenzen ausgegangen, sodass Kompetenzen und ihre Anwendung nicht von den Erwerbskontexten getrennt werden können.

Verglichen mit den kognitionspsychologischen Erkenntnissen erscheint der Diskurs zur Rolle von Kontexten im Zusammenhang mit den Zielsetzungen des Mathematikunterrichts und ihres Erreichens eher ambivalent: Einerseits fußt der in den Bildungsstandards zentrale allgemeinbildende mathematische Kompetenzbegriff auf dem Konzept der Mathematical Literacy. Für deren Erwerb wird die Anwendung von Mathematik in realistischen Kontexten als erforderlich gesehen (Neubrand, 2003). Im Rahmen der PISA-Studien werden etwa konkret fünf relevante Kontextbereiche unterschieden und in den Tests gleichermaßen berücksichtigt (persönlich, bildungsbezogen, beruflich, öffentlich und wissenschaftlich, Deutsches PISA-Konsortium, 2000). Andererseits wird jedoch die Bedeutung verschiedenartiger Kontexte und ihrer Rolle beim schulischen Kompetenzerwerb im Zusammenhang mit dem Konzept der Mathematical Literacy nicht weiter systematisch berücksichtigt. Beispielsweise werden selbst in den PISA-Studien keine differenzierten Analysen nach Kontextbereichen durchgeführt, um mögliche Effekte zu identifizieren.

Im engeren mathematikdidaktischen Diskurs werden Kontexte vor allem im Zusammenhang mit der Anwendung von Mathematik betrachtet. In den Bildungsstandards Mathematik sind zugehörige Kompetenzen im Bereich *Mathematisch modellieren* gefasst (KMK, 2003 & 2012). Unter mathematischen Modellierungskompetenzen versteht man

entsprechend die Fähigkeiten, Aufgaben mit Situationsbezug unter Einsatz mathematischer Modelle zu lösen (Klieme et al., 2001; KMK, 2003 & 2012). Dazu muss u. a. die Situation in ein mathematisches Modell übersetzt, innermathematisch bearbeitet und die mathematische Lösung vor dem Hintergrund der Situation interpretiert werden. Der prototypische Bearbeitungsprozess wird im sogenannten Modellierungskreislauf gefasst (z.B. Blum & Leiß, 2005). Blomhøy und Jensen (2003) arbeiten heraus, dass die Bandbreite an Kontexten, die eine Person erfolgreich bewältigen kann, ein Qualitätsmerkmal für deren Mathematische Modellierungskompetenz ist (Merkmal *Radius of action*, dt. Reichweite). Auch hier wird angenommen, dass der Erwerb solcher breit anwendbarer Modellierungskompetenzen davon abhängt, ob die zugehörigen Lerngelegenheiten in ihren Kontexten variieren, die angezielte Bandbreite an Kontexten für den *Radius of action* also bereits beim Erwerb berücksichtigt wird.

Im berufsbildenden Bereich spricht Winther (2010) in Anlehnung an Anderson (1996) für Anforderungssituationen von einer *kontextualen Färbung* und nutzt das Aufgabenmerkmal der *Spezifität* im Sinne einer Kontextspezifität für die Klassifizierung, inwiefern eine Aufgabe berufliche Kontexte berücksichtigt (Winther & Klotz, 2016): Eine (in der Berufsbildung auftretende) Aufgabe wird etwa als *domänenverbunden* mit niedriger Spezifität eingestuft, wenn allgemeine Rechen-, Lese- und Schreibkompetenz zur Lösung ausreichen, und als *domänenspezifisch*, wenn sie sich ohne (kaufmännisches) Fachwissen und Können nicht lösen lässt. Diese domänenspezifischen Aufgaben sind dann deutlich kontextual gefärbt. Dabei ist anzumerken, dass eine Aufgabe auch in *Hybridform* vorliegen kann, wobei dann sowohl Anforderungen mit hoher und niedriger Spezifität vorkommen.

Damit ist deutlich geworden, dass der Unterschied zwischen den oben aufgezeigten Aufgabenbeispielen 1 und 2 bedeutsam für eine erfolgreiche oder nicht-erfolgreiche Bearbeitung sein kann. Obwohl sich beide Aufgaben auf allgemeinbildende mathematische Kompetenzen beziehen, ist die zweite kontextual gefärbt, indem sie einen Berufsfeldbezug aufweist. Die zweite Aufgabe kann damit als Anforderung im Sinne der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen verstanden werden und deren Abgrenzbarkeit zu den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen verdeutlichen. Auf Basis der kognitionspsychologischen Forschung ist anzunehmen, dass ein Transfer der erworbenen Kompetenzen zwischen zwei unterschiedlichen Anwendungskontexten nicht zwingend funktioniert. Der Radius of action für schulisch erworbene Kompetenzen würde damit berufsfeldbezogene mathematische Anforderungen eher nicht abdecken, wenn keine Lerngelegenheiten mit entsprechender kontextueller Färbung angeboten werden. Eine von uns durchgeföhrte Analyse von 18 allgemeinbildenden Mathematikschulbüchern der Klassenstufen 6–10 zeigt, dass darin kaum Lerngelegenheiten mit kaufmännischen Kontexten aus einer beruflichen Perspektiven vorkommen (von Hering et al., 2020). Nimmt man dieses Ergebnis als Indikator für die Kontexte der Lerngelegenheiten im aktuellen Mathematikunterricht, so würde daraus bei Auszubildenden derzeit eine beschränkte Nutzbarkeit ihrer allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen zur Bewältigung berufsfeldbezogener mathematischer Anforderungen folgen.

Vor diesem Hintergrund könnte man erwarten, dass bei der Bearbeitung von allgemeinbildenden und berufsbezogenen Aufgaben Unterschiede in den kognitiven Bearbeitungsprozessen zu erkennen sind. Dies würde eine Abgrenzbarkeit von allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen von berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen stützen. Ob sich diese Unterscheidung qualitativ aufzeigen lässt, soll dabei entlang der folgenden Forschungsfragen gezeigt werden.

5.2.4 FORSCHUNGSFRAGEN

Das übergreifende Erkenntnisinteresse der hier berichteten Studie lautet:

Lassen sich allgemeinbildende mathematische und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen qualitativ voneinander abgrenzen?

Diese Frage konkretisiert sich im Rahmen der Studie auf folgende Weise:

1. Nutzen Industriekaufleute in der Ausbildung beim Bearbeiten berufsbezogener Mathematikaufgaben kognitive Prozesse, die als allgemeinbildend oder beruflich charakterisiert werden können, und wurden diese in der allgemeinbildenden Schule oder in der Ausbildung erlernt?
2. Welche Unterschiede/Gemeinsamkeiten sind für Industriekaufleute in der Ausbildung zwischen Parallelaufgaben, die auf allgemeinbildende mathematische oder berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen abzielen, salient?

Das Erkenntnisinteresse ergibt sich aus dem theoretischen Modell von Neumann et al. (2013) zu den mathematischen Kompetenzen am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung. Die dort vorgeschlagenen berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen werden als Teilbereich der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen angesehen, lassen sich aufgrund ihres beruflichen Kontextes aber theoretisch eingrenzen. Mittels quantitativer Methoden konnten allerdings Hinweise auf eine empirische Unterscheidung zweier entsprechender Tests gewonnen werden (Siebert & Heinze, 2016). Eine weitere Untersuchung dieser Unterscheidung mit qualitativen Methoden auf Basis von Bearbeitungsprozessen wäre daher erstrebenswert.

Die beiden Forschungsfragen sollen mit Hilfe einer Mixed-Methods-Studie im querschnittlichen Design bearbeitet werden, die kognitive Prozesse bei Industriekaufleuten in der Ausbildung in unterschiedlichen (beruflichen und nicht-beruflichen) Anforderungen sichtbar macht. Dazu bearbeiten die Auszubildenden zuerst ein Set von Aufgaben, wobei die Hälfte der Aufgaben ohne Bezug zu kaufmännischen Kontexten steht und sich mit allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen ohne Berufsfeldbezug lösen lässt. Die andere Hälfte besteht aus mathematisch-strukturell parallelen Aufgaben, die aber eine industriekaufmännische Perspektive einnehmen und so berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen erfordern. In einer anschließenden Stimulated-Recall-Interviewstudie werden Bearbeitungsprozesse expliziert, um auf genutzte Kompetenzen zu schließen. Dazu wird auch

erhoben, ob Unterschiede und Gemeinsamkeiten in der Struktur der vorliegenden Parallelaufgaben wahrgenommen wurden.

Unter Berücksichtigung der kognitionspsychologischen Erkenntnisse erwarten wir in Bezug auf das übergeordnete Erkenntnisinteresse folgende Fälle:

1. Erkennen die Auszubildenden die Struktur der Parallelaufgaben nicht, so gehen wir davon aus, dass sie verschiedene Kompetenzen bei den Bearbeitungen genutzt haben. Wir werten dies entsprechend als Hinweis auf eine Abgrenzbarkeit von allgemeinbildenden mathematischen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen.
2. Erkennen die Auszubildenden die Struktur der Parallelaufgaben, bearbeiten die Aufgabenpaare aber trotzdem deutlich unterschiedlich und kongruent zu typischem schulischen bzw. beruflichen Vorgehen, so werten wir dies ebenfalls als Hinweis auf eine Abgrenzbarkeit der theoretischen Konstrukte.
3. Erkennen die Auszubildenden die Struktur der Parallelaufgaben und bearbeiten zudem die Aufgabenpaare auch auf die gleiche Art, dann werten wir dies (aufgrund des vorgängigen Erwerbs) als Anwendung allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen. In diesem Fall könnten wir eine Abgrenzbarkeit der theoretischen Konstrukte nicht bestätigen.

5.3 METHODISCHES VORGEHEN

5.3.1 DESIGN

Es wurde eine Mixed-Methods-Studie im querschnittlichen Design in drei Schritten durchgeführt: Zunächst entwickelten wir Paare von kontextualisierten (Modellierungs-)Aufgaben (siehe Abschn. 3.2). Jedes Paar besteht aus einer Aufgabe mit einem beruflichen Kontext und einer Aufgabe mit einer isomorphen mathematischen Struktur in einem nicht-beruflichen Kontext. Beide Aufgaben können durch die Anwendung allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen gelöst werden, die in der Sekundarstufe erworben wurden, unterscheiden sich aber in den (industrie-)kaufmännischen Anforderungen (vgl. Abschn. 2.3). Die Parallelität der Aufgabenpaare wurde in einem Expertenrating geprüft. Anschließend wurden diese Probleme von $N=42$ Auszubildenden als Test bearbeitet (siehe Abschn. 3.3). Diese Bearbeitungen wurden korrigiert und je ein Testwert für die Aufgaben mit und ohne beruflichen Bezug bestimmt. Auf Basis der Lösungsraten wurden dann $n=18$ Auszubildende der Stichprobe kriteriengeleitet für die vertiefte Analyse der kognitiven Prozesse ausgewählt und interviewt (siehe Abschn. 3.3 für Details). So konnte untersucht werden, ob sich innerhalb der parallelen Aufgaben gemäß des Erkenntnisinteresses Unterschiede in den Bearbeitungsprozessen nachweisen lassen.

5.3.2 GENUTZTE AUFGABEN

In der Studie sollten mathematische Modellierungsaufgaben genutzt werden, um berufliche oder nicht-berufliche allgemeinbildende mathematische Anforderungen zu transportieren (drei *allgemeinbildende Aufgaben* [A1–A3] und drei *berufsbezogene Aufgaben* [B1–B3],

Aufgaben A1 & A2, sowie B1 & B2 im Anhang, Aufgaben A3 und B3 nachfolgend). Insbesondere die Vergleichbarkeit bzw. Parallelität jeweils zweier Aufgaben hinsichtlich der innermathematischen Struktur war dabei von zentraler Bedeutung, da nur so das weitere Vorgehen zur Beantwortung der Forschungsfragen sinnvoll durchgeführt werden konnte. Da ein solches Aufgabenset nicht vorliegt, wurden die Aufgaben für diesen Zweck entwickelt, wie im Folgenden detailliert dargestellt wird.

Als Ausgangspunkt für die berufsbezogenen Aufgaben diente der Aufgabenpool der Industrie- und Handelskammer für die Abschlussprüfungen der Industriekaufleute in der Ausbildung. Hier wurden drei Aufgaben ausgewählt, die aus mathematisch-inhaltlicher Sicht nicht die Anforderungen allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen übersteigen, jedoch ggf. die Kenntnis einschlägiger Fachtermini voraussetzen. Dabei durfte das kaufmännische Fachwissen das Niveau des zweiten Ausbildungsjahres nicht überschreiten, um den Aufgabeneinsatz mit Auszubildenden am Ende des zweiten und dritten Lehrjahres sinnvoll durchführen zu können.

Abb. 5.2 zeigt eine solche Aufgabe (Aufgabe B3), wovon der erste Aufgabenteil folgend näher betrachtet wird. Für das Produkt *Computertische* liegen in B3.1 Informationen über die bei der Produktion anfallenden Kosten im Aufgabentext vor. In dieser Teilaufgabe soll der Angebotspreis berechnet werden. Für die Berechnung wird ein typisches (kaufmännisches) Schema (Zuschlagskalkulation) zugrunde gelegt. Dabei bilden die Herstellkosten sowohl die Zuschlagsgrundlage für den Verwaltungsgemeinkostenzuschlag als auch für den Vertriebsgemeinkostenzuschlag. Die Zuschlagsgrundlage für den Gewinn sind die Selbstkosten.

Sie arbeiten in der Büromöbel HEIN KG und sind mit der Preiskalkulation für die neue Serie *Computertische* beauftragt. Pro Stück sind 200,00 € Herstellkosten angefallen. Darüber hinaus wird ein Verwaltungsgemeinkostenzuschlagssatz von 28 % sowie ein Vertriebsgemeinkostenzuschlagssatz von 22 % berücksichtigt.

- 1.) Wie hoch muss der Angebotspreis für einen Computertisch sein, wenn mit 12 % Gewinn kalkuliert wird?
- 2.) Ein Kunde erteilt Ihnen einen Auftrag für *Computertische* und -stühle. Der komplette Angebotspreis liegt bei 448,00 € (inklusive 12 % Gewinn). Dem Kunden werden 3 % Skonto auf den Angebotspreis gewährt.

Wie hoch ist die daraus resultierende Gewinnabweichung in €?

Abbildung 5.2: Genutzte berufsbezogene Aufgabe (Aufgabe B3)

Als Grundlage für die folgende Entwicklung paralleler Aufgaben mit allgemeinbildenden mathematischen Anforderungen, wurden die ausgewählten Aufgaben zusätzlich gemäß des Kompetenzrasters der Bildungsstandards Mathematik (KMK, 2003) analysiert. Die Anforderungsbereiche sind dabei immer in Relation zur Personengruppe zu setzen und berücksichtigen die Vertrautheit von Anforderungen. Für den Zweck dieser Studie wurde von Auszubildenden in der ersten Hälfte der beruflichen Erstausbildung ausgegangen.

Das Schema zur Berechnung des Angebotspreises beinhaltet bestimmte Kalküle, die für die korrekte Ermittlung des Angebotspreises unerlässlich sind, sodass die Aufgabe B3.1 der mathematischen Leitidee *Zahl* zuzuordnen ist. Weiter ist die allgemeine mathematische

Kompetenz *Mathematisch modellieren* zentral. Die hier zugrunde liegende Modellierung erfolgt in mehreren Schritten: Zuerst müssen die Selbstkosten und dann kann erst der Gewinn berechnet werden. Es wird die Formel für den Prozentwert angewendet. Dabei muss keine umfangreiche Modellierung vorgenommen werden, da die Realsituation direkt in die Mathematik überführt werden kann. Da es sich um ein Standardmodell handelt und, wie im Folgenden zu sehen ist, ein typisches kaufmännisches Schema angewendet wird, ist die Aufgabe – für die hier angedachte Personengruppe – dem Anforderungsniveau *Reproduzieren* zuzuordnen.

Die Gemeinkostenzuschlagssätze werden in der Industriekaufleute-Ausbildung im ersten Lehrjahr im Zuge von Lernfeld 4 (*Wertschöpfungsprozesse analysieren und beurteilen*) im Rahmen der Kostenträgerstückrechnung behandelt (KMK, 2002). Dazu wird die Zuschlagskalkulation als Angebotskalkulation durchgeführt. Das Ziel von Lernfeld 4 ist das Erfassen der beim betrieblichen Leistungsprozess entstehenden Kosten und Leistungen, die Berechnung und Beurteilung des kostenrechnerischen Wertschöpfungsbeitrags einzelner Produkte und des Betriebserfolgs (KMK, 2002). Für die Lösung der Aufgabe ist kaufmännisches Vorwissen zum Begriff *Angebotspreis* und zum Umgang damit hilfreich. Die Kalkulation des Angebotspreises basiert auf einem typischen kaufmännischen Schema, das nicht unbedingt intuitiv ist, da der Gewinn auf die Selbstkosten berechnet wird, die anderen Zuschläge aber auf die Herstellkosten. Auch werden die beiden Zuschläge in diesem Schema in einem additiven Vorgehen parallel zueinander berechnet. Die Entscheidung zugunsten dieses Vorgehens und gegen eine multiplikative Nacheinander-Berechnung der Zuschläge muss auf Grundlage des kaufmännischen Vorwissens getroffen werden. Dennoch handelt es sich bei der Aufgabe um ein niedriges Anforderungsniveau, da mit dem angesprochenen Vorwissen durch die Anwendung eines Routineverfahrens nur Modellieren in eingeschränktem Umfang erforderlich ist. Die Spezifität der Aufgabe (nach Winther & Klotz, 2016) ist hierbei als domänenverbunden, also auf einem (aus beruflicher Sicht) eher niedrigem Grad an beruflicher Färbung einzustufen. Dies begründet sich darin, dass die vorkommenden kaufmännisch-spezifischen Begriffe (Verwaltungsgemeinkostenzuschlagssatz, Vertriebsgemeinkostenzuschlagssatz) nicht zwingend bekannt sein müssen, um die Aufgabe erfolgreich zu bearbeiten. Die Aufgabe lässt sich auch durch allgemeine Rechen-, Lese- und Schreibkompetenz lösen. Dennoch bestimmen kaufmännische Fachtermini (z.B. „Herstellkosten“, „Skonto“, „Angebotspreis“) die Aufgabe und sorgen dafür, dass die Aufgabe den berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen aus dem Kompetenzmodell von Neumann et al. (2013) zuzuordnen ist.

Alle insgesamt sieben Teilaufgaben der drei berufsbezogenen Aufgaben wurden auf diese Weise anhand des Schemas zu den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen aus den Bildungsstandards Mathematik (KMK, 2003) eingesortiert. Durch Neukontextualisierung entstanden anschließend je parallele Aufgaben, die sich als möglichst wenig berufsspezifisch für das kaufmännische Feld erweisen sollen und in anderen gesellschaftlich relevanten Kontexten situiert wurden. Dabei wurde für die Parallelität innerhalb der drei Aufgabenpaare eine mathematische und strukturelle Äquivalenz angestrebt, wobei

Unterschiede zwischen den Zahlenwerten der Aufgaben durch den Anspruch, möglichst realistische Aufgabe zu erhalten, begründet sind. Durch die Möglichkeit des Taschenrechner-einsatzes sollte dies jedoch nicht zu Unterschieden in der Aufgabenschwierigkeit führen.

Im Bezirk der Arbeitsagentur Neuhausen sind ca. 20.000 Arbeitslose registriert. Zum 31.12.2014 droht die Schließung von zwei ortsansässigen Unternehmen. Laut offizieller Statistik würde das Unternehmen Stoff GmbH die Arbeitslosenzahl um 8 % und das Unternehmen Reifen AG die Arbeitslosenzahl um 6 % erhöhen.

- 1.) Nach dem die Unternehmen Stoff GmbH und Reifen AG geschlossen wurden, zeichnet sich im Jahr 2015 eine weitere allgemeine Erhöhung der Arbeitslosenquote um 4 % ab. Wie viele Arbeitslose sind zum 31.12.2015 in Neuhausen registriert?
- 2.) Im benachbarten Bezirk der Arbeitsagentur Althausen hätte es zum 31.12.2015 ca. 44.800 Arbeitslose gegeben (inkl. der allgemeinen Steigerungsrate von 4 % im Jahr 2015). Glücklicherweise konnten neue Unternehmen angesiedelt werden, die die befürchtete Arbeitslosenzahl um 3 % reduziert haben. Wie hoch ist die Abweichung der tatsächlichen Arbeitslosenzahl von der befürchteten (in Personen)?

Abbildung 5.3: Genutzte allgemeinbildende Aufgabe (Aufgabe A3)

Abb. 5.3 zeigt die allgemeinbildende Aufgabe A3, die durch Neukontextualisierung der berufsbezogenen Aufgabe B3 entstanden ist. In A3.1 soll die Arbeitslosenzahl einer Region nach Schließung zweier Arbeitgeber berechnet werden. Hierzu liegen alle nötigen Informationen im Aufgabentext vor. Die Berechnung erfolgt mathematisch äquivalent zur Berechnung des Angebotspreises in der berufsbezogenen Aufgabe B3.1 mit an den Aufgabenkontext angepassten realistischen Zahlenwerten. Die Berechnungsgrundlage für die Steigerung der Arbeitslosenzahlen nach Schließung der beiden Betriebe bildet jeweils die registrierte Arbeitslosenzahl, diejenige für die allgemeine Erhöhung 2015 die Arbeitslosenzahl Ende 2014 (nach Steigerung durch die Schließung der beiden Betriebe).

Die Zuordnung der Aufgabe zur mathematischen Leitidee *Zahl* und zur allgemeinen mathematischen Kompetenz *Mathematisch modellieren* lässt sich parallel zu Aufgabe B3.1 begründen. Auch hier sorgt die einfache Anwendung der Formel für den Prozentwert dafür, dass das Anforderungsniveau *Reproduzieren* für die angedachte Personengruppe nicht überschritten wird. Der alltagsnahe Kontext weist keinen kaufmännischen Berufsbezug und keine kaufmännischen Fachtermini auf. Die sprachliche Komplexität ist bei der allgemeinbildenden Aufgabe etwas geringer als bei der berufsbezogenen Aufgabe. Lange Fachwörter wie „Vertriebsgemeinkostenzuschlag“ erfordern einen hohen Grad an Lesekompetenz. Demgegenüber steht ein kaufmännisches Schema, das zur Bearbeitung der Aufgabe B3.1 angewendet werden kann und so die Komplexität gegenüber Aufgabe A3.1 wieder angleicht, in der die erforderliche Lesekompetenz geringer ist, dafür aber kein entsprechendes Schema vorliegt. Auch in Aufgabe A3.1 sind die beiden Steigerungen der Arbeitslosenzahl unabhängig voneinander zu betrachten und somit additiv (und nicht nacheinander, also multiplikativ) der registrierten Arbeitslosenzahl zuzurechnen. Es wird vorausgesetzt, dass das Themenfeld der Arbeitslosigkeit als allgemein gesellschaftlich relevantes Thema bekannt ist und Begriffe wie Arbeitslosenzahl und Arbeitslosenquote kein

spezifisches berufliches Wissen darstellen, sodass die Aufgabe im Modell von Neumann et al. (2013) den (nicht berufsspezifischen) allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen zuzuordnen ist. Insgesamt gesehen sind beide Aufgaben theoretisch mit allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen lösbar, wobei Aufgabe B3.1 aber den Teilbereich der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen adressiert.

(Teil-)Aufgabe	Allgemeine Kompetenz	Leitidee	Anforderungsniveau
A1.1 / B1.1	Mathematisch modellieren & Mathematische Darstellungen verwenden	Funktionaler Zusammenhang	<i>I: Reproduzieren – II: Zusammenhänge herstellen</i> (A1.1) <i>II: Zusammenhänge herstellen</i> (B1.1)
A1.2 / B1.2	Mathematisch modellieren & Mathematische Darstellungen verwenden	Funktionaler Zusammenhang	<i>I: Reproduzieren</i> (A1.2) <i>II: Zusammenhänge herstellen</i> (B1.2)
A1.3 / B1.3	Mathematisch modellieren & Mathematische Darstellungen verwenden	Funktionaler Zusammenhang	II: Zusammenhänge herstellen
A2.1 / B2.1	Mathematisch modellieren	Zahl	II: Zusammenhänge herstellen
A2.2 / B2.2	Mathematisch modellieren	Zahl	<i>I: Reproduzieren</i>
A3.1 / B3.1	Mathematisch modellieren	Zahl	<i>I: Reproduzieren</i>
A3.2 / B3.2	Mathematisch modellieren	Zahl	II: Zusammenhänge herstellen

Tabelle 5.1: Einstufung der verwendeten (Teil-)Aufgaben gemäß der Bildungsstandards Mathematik (allgemeinbildende Aufgaben: A1–A3, berufsbezogene Aufgaben: B1–B3), kursiv: Nicht-Übereinstimmung zwischen den parallel angedachten (Teil-)Aufgaben

In einem mehrstufigen Experten-Konsens-Rating mit drei erfahrenen Mathematiklehrkräften sowie fünf Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktikern wurden alle drei Aufgabenpaare (14 Teilaufgaben: zwei Aufgabenpaare mit je 2×2 Teilaufgaben und ein Aufgabenpaar mit 2×3 Teilaufgaben) gemäß des Kompetenzmodells der Bildungsstandards Mathematik (KMK, 2003) eingeordnet, um die angezielte Parallelität zu prüfen. Wenn die parallele Aufgabenkonstruktion gelungen ist, dann sollten sich die Aufgaben in Bezug auf Leitideen, allgemeine mathematische Kompetenzen sowie Anforderungsbereiche nicht wesentlich unterscheiden. Es wäre aber plausibel, dass die Aufgaben mit beruflichen Anforderungen ggf. in Bezug auf den Anforderungsbereich höher eingeschätzt werden, weil dieser die Vertrautheit mit den abgebildeten Situationen berücksichtigt.

Tab. 5.1 zeigt die Ergebnisse dieses Experten-Konsens-Ratings. Die hier vorgestellten Aufgaben A3 und B3 wurden beispielsweise der allgemeinen mathematischen Kompetenz 3 (Mathematisch modellieren), der Leitidee 1 (Zahl) und den Anforderungsniveaus I (Aufgaben A3.1 & B3.1) und II (Aufgaben A3.2 & B3.2) zugeordnet. Fünf von sieben Teilaufgabenpaaren stimmen laut Rating in allen drei Dimensionen überein, die anderen beiden Teilaufgabenpaare unterscheiden sich lediglich geringfügig im Anforderungsniveau, wobei in allen Fällen erwartungsgemäß den berufsbezogenen Aufgaben das höhere Anforderungsniveau zugesprochen wurde. Auf diese Weise konnte die strukturelle und mathematische Parallelität der Aufgaben bestätigt werden und wir gehen davon aus, dass die Entwicklung paralleler Aufgaben zum Zwecke der Untersuchung damit gelungen ist.

5.3.3 STICHPROBENAUSWAHL UND AUFGABENEINSATZ

Die so entwickelten Aufgaben wurden bei $N=42$ Industriekaufleuten in der Ausbildung (26 weiblich) eingesetzt. Davon befanden sich zum Zeitpunkt der Testung 18 am Ende des zweiten und 24 am Ende des dritten Lehrjahres. Beide Ausbildungsjahrgänge bildeten je eine vollständige Ausbildungsklasse für Industriekaufleute in einer Berufsschule. Das papierbasierte Testheft fragte in standardisierter Reihenfolge zunächst die berufsbezogenen Aufgaben B1–B3 und anschließend die allgemeinbildenden Aufgaben A1–A3 ab. Diese Anordnung wurde gewählt, da die Antwortprozesse bei berufsbezogenen Aufgaben im Fokus von Forschungsfrage 1 stehen und eine vorherige Bearbeitung der allgemeinbildenden Aufgaben diese Prozesse verzerren könnten. Die Auszubildenden hatten 70 min Bearbeitungszeit und konnten einen Taschenrechner als Hilfsmittel nutzen. Für jede Teilaufgabe war ausschließlich ein Zahlenwert als Lösung zugelassen, Notizen und Lösungswege wurden bei der Korrektur zunächst nicht beachtet. Für die Auswertung wurden die Lösungen der Teilaufgaben jeweils dichotom bewertet (1 Punkt pro korrekter Lösung). Anschließend wurden die Lösungsraten für jede Aufgabe bestimmt, wobei die unterschiedliche Anzahl an Teilaufgaben in der relativen Lösungsrate berücksichtigt wurde.

Für die Beantwortung der Forschungsfragen sind Unterschiede in Bezug auf Bearbeitungsprozesse auf individueller Ebene von Interesse, die in den schriftlichen Lösungen nicht sichtbar sind und deswegen in Interviews auf Basis einer Teilstichprobe zugänglich gemacht werden sollten. Für die Stimulated-Recall-Interviews wurde ein Verfahren der absichtsvollen Stichprobenziehung auf Basis der Lösungsraten angewendet (Przyborski & Wohlrab-Sahr, 2014). Aus beiden Ausbildungsjahrgängen sollten jeweils drei Personen mit deutlich höherer Lösungsrate bei den berufsbezogenen Aufgaben als bei den allgemeinbildenden Aufgaben (mindestens drei berufsbezogene Teilaufgaben mehr korrekt gelöst als allgemeinbildende), drei Personen mit deutlich höherer Lösungsrate bei den allgemeinbildenden Aufgaben als bei den berufsbezogenen Aufgaben (mindestens drei allgemeinbildende Teilaufgaben mehr korrekt gelöst als berufsbezogene) und drei Personen mit hoher Übereinstimmung in der Lösungsrate bei beiden Aufgabenblöcken ausgewählt werden. Durch dieses Sampling-Verfahren ergeben sich 18 Auszubildende für die Interviews (jeweils neun pro Ausbildungsjahrgang), die ein heterogenes Bild bezüglich ihrer

Lösungsraten abgeben und bei denen großes Potenzial vorhanden ist, dass in der qualitativen Interviewauswertung Indizien für eine Abgrenzbarkeit allgemeinbildender mathematischer und berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen identifizierbar sind.

5.3.4 LEITFRAGENGESTEUERTE INTERVIEWS

5.3.4.1 Durchführung der Stimulated-Recall-Interviews mithilfe eines Interviewleitfadens

In den Interviews wurden zuerst die berufsbezogenen Aufgaben und die von den Auszubildenden erstellten Aufgabenbearbeitungen nach der Methode des *Stimulated Recalls* vorgelegt. Im Verlauf der Interviews wurden dann zusätzlich die allgemeinbildenden Aufgaben hinzugezogen. Die Interviews fanden mit sehr geringem zeitlichem Abstand zur Testdurchführung (1–3 Tage) statt und alle 18 durch das Verfahren der absichtsvollen Stichprobenziehung ausgewählten Auszubildenden konnten teilnehmen.

Auf Basis der Frageregeln nach Helfferich (2011) (z.B. offene und wertfreie Fragen formulieren, auf Oder- bzw. Mehrfachfragen verzichten) wurde ein teilstandardisierter Interviewleitfragenkatalog entwickelt. Die Antworten auf folgende Fragen bilden die Datenquelle für die Beantwortung der Forschungsfragen:

1. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen zur Lösung der Teilaufgabe B [Aufgabenbezeichnung].
2. Gab es Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe?
3. Welches Wissen haben Sie zur Lösung der Aufgabe genutzt?
4. Hat Ihnen zur Lösung der Aufgabe Vorwissen gefehlt?
5. Wo haben Sie diese Methoden gelernt?
6. Haben Sie diese Aufgaben schon einmal in der Schule oder im Betrieb gerechnet?
7. Welche Unterschiede/Gemeinsamkeiten sehen Sie zwischen den beiden Aufgaben B [Aufgabenbezeichnung] und A [Aufgabenbezeichnung]?
8. Welche Aufgabe fiel Ihnen leichter zu lösen?

Dabei verfolgt die erste, allgemeinere Frage den Ansatz der Stimulated-Recall-Methode und wird mit Frage 2 und ggf. durch weitere gezielte Nachfragen konkretisiert. Die Fragen 3 und 4 gehen auf das angewendete (Vor-)Wissen der Auszubildenden ein und zielen auf die Art des Bearbeitungsprozesses ab, während insbesondere die Antworten auf die Fragen 5 und 6 Aufschluss über den Ort des Wissenserwerbs geben sollen (Forschungsfrage 1). Dabei wird im Interview der leichter verständliche Begriff *Wissen* verwendet, obgleich die Antwort als Indikator für kognitive Bearbeitungsprozesse der Auszubildenden genutzt wird. Die Fragen 7 und 8 befassen sich mit den Unterschieden und Gemeinsamkeiten der parallel angelegten Aufgabenpaare, umfassen also nicht nur die berufsbezogenen, sondern auch die allgemeinbildenden Aufgaben, und könnten damit Antworten auf Forschungsfrage 2 liefern.

5.3.4.2 Kategoriensystem zum Bearbeitungsprozess und zum Ort des Wissenserwerbs (Forschungsfrage 1)

Die Auswertung der Interviews geschieht auf Basis der Qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015). Das entsprechende Kategoriensystem entstand deduktiv (Methode der Strukturierung, Mayring, 2015) und kann dabei sowohl auf Antworten auf die Fragen nach dem kognitiven Bearbeitungsprozess (insbesondere Fragen 1–4), als auch auf Fragen nach dem Wissenserwerb (Fragen 5 und 6) angewendet werden. Dabei steht *Ort des Wissenserwerbs* hier verkürzend für den *Ort des Erwerbs der den angewendeten kognitiven Bearbeitungsprozessen zugrundeliegenden Kompetenzen*. Oberkategorien für die Klassifikation der Antworten sind dabei *Berufsspezifischer*, *Allgemeinbildender* und *Unbekannter Bearbeitungsprozess* sowie *Berufsspezifischer*, *Allgemeinbildender* und *Unbekannter Ort des Wissenserwerbs* (siehe Tab. 5.2). Zusätzlich existieren Oberkategorien für die Fragen 7 und 8 nach den *Unterschieden* und den *Gemeinsamkeiten zwischen den parallel angelegten Aufgabenpaaren* (siehe Abschn. 3.4.3). Teilweise ergaben sich die Unterkategorien *direkt* und *indirekt*, die festhalten, inwiefern die Kategorisierung in den Aussagen direkt erkennbar war oder aber eine Inferenz erforderte. Im Folgenden werden hierzu Kodierregeln und authentische Beispiele exemplarisch vorgestellt.

Oberkategorien	Bearbeitungsprozess		
	berufsspezifisch	allgemeinbildend	unbekannt
Unterkategorien	direkt	indirekt	direkt

Oberkategorien	Ort des Wissenserwerbs		
	berufsspezifisch	allgemeinbildend	unbekannt
Unterkategorien	direkt	indirekt	direkt

Tabelle 5.2: Kategoriensystem für die kognitiven Bearbeitungsprozesse und den Ort des Wissenserwerbs

Tab. 5.3 stellt die verwendeten Kodierregeln für die Kategorie *Bearbeitungsprozess* vor. Eine Aussage zum Bearbeitungsprozess wird beispielsweise der *berufsspezifischen* Oberkategorie in der *direkten* Ausprägung zugeordnet, wenn eindeutig gesagt wird, dass das in der Aufgabenbearbeitung verwendete Schema aus einer berufsspezifischen Bildungseinrichtung bekannt ist. Dies kann auch in weiteren Erklärungen zur Lösungsstrategie erfolgen, die durch Zusatzfragen gegeben werden.

Parallel dazu beschreibt Tab. 5.4 die verwendeten Kodierregeln für die Kategorie *Ort des Wissenserwerbs*. Eine Aussage zum Ort des Wissenserwerbs wird zum Beispiel der *allgemeinbildenden* Oberkategorie in der *direkten* Ausprägung zugeordnet, wenn gesagt wird, dass die Wissensherkunft eindeutig auf eine allgemeine Bildungseinrichtung zurückzuführen ist. Dazu zählen auch Beschreibungen wie „Matheunterricht“, „Grundwissen“, „Grundrechenarten“, „Schulwissen“, oder „früher in der Schule“.

Ober-/Unter-kategorie	Kriterien	Beispiel	Begründung
Berufsspezifisch, direkt	Zuordnung, wenn eindeutig gesagt wird, dass das in der Aufgabenbearbeitung verwendete Schema aus einer berufsspezifischen Bildungseinrichtung bekannt ist. Dies kann auch in weiteren Erklärungen zur Lösungsstrategie erfolgen, die durch Zusatzfragen gegeben werden.	P1: „[...] hab ich eben die Break-Even-Point-Formel benutzt, die wir in Rechnungswesen hatten.“	Das Unterrichtsfach Rechnungswesen wird explizit im Zusammenhang mit dem Bearbeitungsprozess als Quelle für die <i>Break-Even-Point</i> -Formel genannt.
Berufsspezifisch, indirekt	Zuordnung, wenn ein eindeutig berufsspezifischer Fachbegriff oder genaue Umschreibungen (Definitionen) für berufsspezifische Fachbegriffe verwendet werden, deren Herkunft jedoch nicht weiter erläutert wird.	P4: „[...] Break-Even-Point ausgerechnet. Äh, und dazu hatten wir dann ja die Formel.“	Der berufsspezifische (kaufmännische) Fachbegriff (Break-Even-Point) wird ohne Angabe der Herkunft genannt.
Allgemeinbildend, direkt	Zuordnung, wenn Rechenvorgänge wie Rechenoperationen angegeben werden, die zusätzlich mit dem Hinweis auf eine allgemeine Bildungseinrichtung begründet werden. Hierzu dürfen Aussagen auf Nachfrage einbezogen werden, wenn z. B. gesagt wird, dass die Aufgabe rechnerisch gelöst wurde.	P6: „Hier hab ich, äh, die Differenz berechnet, also, die prozentuale Differenz, so wie ich das in der Schule früher gelernt hab.“	Als Vorgehensweise wird mathematisch begriffliches Arbeiten angegeben und dies wird auch explizit gemacht.
Allgemeinbildend, indirekt	Zuordnung, wenn mathematische Fachbegriffe wie <i>Differenz</i> , <i>Addition</i> , <i>Subtraktion</i> , <i>Division</i> , <i>Funktionen</i> , etc. angegeben werden, sodass aus dem Kontext hervorgeht, dass es sich um mathematische Argumentationen/Gedanken-gänge (ohne berufsspezifischen Hintergrund) handelt.	P2: „Und dann habe ich mit dem Dreisatz oder, äh, mit Prozent-rechnung den Wert ausge-rechnet.“	Mathematische Fachbegriffe (ohne Berufsbezug) werden ohne direkten Verweis auf die allgemeinbildende Schule genannt.
Unbekannt	Zuordnung, wenn nur die Lösungswege oder Rechenoperationen allgemein beschrieben werden, sodass eine Zuordnung in eine der vier anderen Kategorien nicht möglich ist.	P8: „Ich hab die 200€ genommen und die 28% und die 22% draufgerech-net.“	Der Lösungsweg wird allgemein beschrieben.

Tabelle 5.3: Verwendete Kodierregeln für die Kategorie Bearbeitungsprozess

Ober-/Unter-kategorie	Kriterien	Beispiel	Begründung
Berufsspezi-fisch, direkt	Zuordnung, wenn eindeutig gesagt wird, dass die Wissensherkunft auf eine berufsspezifische Bildungseinrichtung zurückzuführen ist. Dazu zählen auch Beschreibung wie „in der Ausbildung“, „in Rechnungswesen“, „in ReWe“ oder „hier“. (Die Interviews fanden in berufsschulischen Räumen statt.)	P7: „Das haben wir jetzt in der Berufsschule oft genug durchgerechnet [...]“	Die Berufsschule wird explizit genannt.
Berufsspezi-fisch, indirekt	Zuordnung, wenn Umschreibungen für berufsspezifische Fachbegriffe verwendet werden.	P7: „Einmal das Wissen, dass Erlöse gleich Kosten sein müssen, damit sie keinen Verlust mehr machen [...]“	Die kaufmännischen Begriffe <i>Erlöse</i> , <i>Kosten</i> und <i>Verlust</i> deuten auf Wissen aus einer berufsspezifischen Ausbildung.
Allgemeinbil-dend, direkt	Zuordnung, wenn eindeutig gesagt wird, dass die Wissensherkunft eindeutig auf eine allgemeine Bildungseinrichtung zurückzuführen ist. Dazu zählen auch Beschreibungen wie „Matheunterricht“, „Grundwissen“, „Grundrechenarten“, „Schulwissen“, oder „früher in der Schule“.	P1: „[...] aber auch eben normaler Mathematikunterricht aus – weiß ich nicht – Realschule, sag ich mal.“	Sowohl der Mathematikunterricht als auch die Realschule werden explizit genannt.
Allgemeinbil-dend, indirekt	Zuordnung, wenn mathematische Begriffe oder Rechenoperationen (ohne berufsspezifischen Hintergrund) verwendet werden und evtl. die allgemeinbildende Schule als Wissensgrundlage angedeutet wird.	P7: „Da hatte ich mal gelernt, dass man dann noch kurz subtrahieren muss und dann war das fertig.“	Andeutung eines weiter zurückliegenden Wissenserwerbs, der sich auf Rechenoperationen der allgemeinbildenden Schule ohne beruflichen Kontext bezieht.
Unbekannt	Zuordnung, wenn eine unbekannte bzw. nicht eindeutig zuordenbare Wissensherkunft angegeben wird.	P7: „Keine Ahnung, ist mir halt einfach so im Hinterkopf irgendwie. Ich weiß nicht, wo das herkommt.“	Es wird explizit angegeben, dass der Ort des Wissenserwerbs hier unbekannt ist.

Tabelle 5.4: Verwendete Kodierregeln für die Kategorie Ort des Wissenserwerbs

Für jedes der 18 durchgeführten Interviews und jede der sieben berufsbezogenen Teilaufgaben soll auf diese Weise sowohl der Bearbeitungsprozess als auch der Ort des Wissenserwerbs klassifiziert werden, sodass eine Gesamtheit von 126 Analyseeinheiten zum Bearbeitungsprozess sowie 126 Analyseeinheiten zum Ort des Wissenserwerbs betrachtet und kodiert wird.

Ober-/Unter-kategorie	Kriterien	Beispiel	Begründung
Mathematische Struktur, Gemeinsamkeiten	Zuordnung, wenn identische Lösungswege angegeben bzw. die Aufgabenstellungen verglichen und dabei die rechnerischen Gemeinsamkeiten herausgestellt werden.	P3: „[...] und der Lösungsweg war für mich relativ gleich.“	Die Gleichheit bzw. Ähnlichkeit der Lösungswege beider Aufgaben wird explizit genannt.
Mathematische Struktur, Unterschiede	Zuordnung, wenn verschiedene Lösungswege beschrieben werden oder die Auszubildenden eindeutig rechnerische Unterschiede angeben.	P11: „Hier war für mich der Unterschied, dass ich den ersten Wert ja schon hatte, also die 44.800, die waren ja vorgegeben. Ähm, und das hatte ich im zweiten ja nicht, da musste ich den Gewinn ja erst noch ausrechnen.“	Unterschiede zwischen den Lösungswegen beider Aufgaben werden explizit genannt.
Oberflächenmerkmale, Gemeinsamkeiten	Zuordnung, wenn Gemeinsamkeiten auf der Sichtstruktur angegeben werden.	P7: „[...] Tabellen schon mal ähnlich aufgebaut“	Die angegebene Gemeinsamkeit ist oberflächlich ohne inhaltliche (mathematische) Füllung.
Oberflächenmerkmale, Unterschiede	Zuordnung, wenn Unterschiede auf der Sichtstruktur angegeben werden.	P5: „Die Abbildungen sehen schon sehr unterschiedlich aus.“	Der angegebene Unterschied beschreibt ein Oberflächenmerkmal.

Tabelle 5.5: Verwendete Kodierregeln zu den wahrgenommenen Unterschieden und Gemeinsamkeiten der parallel angelegten Aufgabenpaare

Eine Bearbeitung werten wir für die Beantwortung der Forschungsfrage 1 als berufspezifisch, wenn mindestens eine der beiden zusammengehörigen Analyseeinheiten (Bearbeitungsprozess und Ort des Wissenserwerbs für dieselbe Teilaufgabe im selben Interview) in die berufsspezifische Oberkategorie (direkt oder indirekt) fällt. Für diese Einteilung als berufsspezifische Bearbeitung auch bei einer von zwei berufsspezifischen Ausprägungen spielt die Chronologie der Bildungseinrichtungen im Verlauf der individuellen

Bildungskarriere (zunächst allgemeinbildender Unterricht, anschließend berufliche Bildung) die entscheidende Rolle: Berufliche mathematische Bearbeitungsprozesse werden auf der fachlichen Grundlage der allgemeinbildenden mathematischen Prozesse durchlaufen, weshalb wir gemischte Angaben im Stimulated Recall als (zumindest teilweise) basierend auf beruflichen Prozessen werten.

5.3.4.3 Kategoriensystem zu den Unterschieden und Gemeinsamkeiten der parallel angelegten Aufgabenpaare (Forschungsfrage 2)

Auch die Antworten auf die Fragen nach den wahrgenommenen Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen den parallel angelegten Aufgabenpaaren wurden mittels eines Kategoriensystems analysiert. Die Oberkategorien sind dabei *Mathematische Struktur* und *Oberflächenmerkmale*. Als Unterkategorien fungieren hierbei jeweils die *Unterschiede* sowie die *Gemeinsamkeiten* der mathematischen Struktur und der Oberflächenmerkmale.

Tab. 5.5 zeigt die verwendeten Kodierregeln zu den wahrgenommenen Unterschieden und Gemeinsamkeiten der parallel angelegten Aufgabenpaare. Eine Aussage wird beispielsweise als Gemeinsamkeit in der mathematischen Struktur kodiert, wenn identische Lösungswege angegeben bzw. die Aufgabenstellungen verglichen und dabei die rechnerischen Gemeinsamkeiten herausgestellt werden.

Für jedes der 18 durchgeföhrten Interviews und jedes der drei parallel angelegten Aufgabenpaare sollen auf diese Weise die wahrgenommenen Gemeinsamkeiten und Unterschiede sowohl in Bezug auf die mathematische Struktur als auch die Oberflächenmerkmale der Aufgaben klassifiziert werden, sodass eine Gesamtheit von 54 Analyseeinheiten zur mathematischen Struktur und 54 Analyseeinheiten zu den Oberflächenmerkmalen betrachtet und kodiert wird, um Forschungsfrage 2 zu beantworten.

5.3.4.4 Qualität des Kategoriensystems

Zur Bestimmung der Objektivität des dargestellten Analyse-Verfahrens wurden 9 der 18 Interviews und damit insgesamt 180 von 360 Analyseeinheiten (50 %) unabhängig zweitkodiert. Dabei ergaben sich hohe Werte der Interrater-Reliabilität von $p_0=0,91$ (prozentuale Übereinstimmung), $\kappa=0,89$ (Fleiss' κ), die deutlich über dem üblichen Cut-Off-Wert von 0,75 liegen (Fleiss et al., 2003).

5.4 ERGEBNISSE

Für die den Interviews vorangestellten Testaufgaben zeigt Tab. 5.6 die deskriptiven Statistiken der Ergebnisse auf Aufgabenebene und für die Aufgabentypen. Bezogen auf die Gesamtstichprobe ergibt ein t-Test für die Unterschiede in den Lösungsraten innerhalb der Aufgabenpaare nur zwischen Aufgabe A1 und B1 einen signifikanten Unterschied ($t(40)=2,58$; $d=0,44$; $p=0,014$), wobei die berufliche Aufgabe besser gelöst wurde. Im Expertenrating wurde ebenfalls nur für dieses Aufgabenpaar ein Unterschied vermutet, allerdings wurde hier umgekehrt der allgemeinbildenden Aufgabe ein leicht geringeres

Anforderungsniveau attestiert (Tab. 5.1). Der Unterschied erwies sich in den Subgruppen des 2. bzw. 3. Lehrjahrs jeweils als nicht signifikant.

M (SD)	2. Lehrjahr		3. Lehrjahr		Gesamt	
	A	B	A	B	A	B
Aufgaben A1 & B1	.65 (.33)	.74 (.28)	.53 (.28)	.68 (.21)	.58 (.30)	.71 (.24)
Aufgaben A2 & B2	.54 (.40)	.47 (.23)	.49 (.36)	.39 (.27)	.51 (.37)	.42 (.25)
Aufgaben A3 & B3	.69 (.35)	.56 (.38)	.56 (.37)	.63 (.34)	.62 (.36)	.60 (.35)
Gesamt (N = 18/24/42)	.61 (.29)	.58 (.17)	.52 (.22)	.54 (.17)	.56 (.25)	.56 (.17)

Tabelle 5.6: Mittelwert und Standardabweichung der Lösungsraten für die allgemeinbildenden Aufgaben (A) und berufsbezogenen Aufgaben (B) aufgeteilt nach Lehrjahr der Auszubildenden ($N_2=18$ im zweiten Ausbildungsjahr, $N_3=24$ im dritten Ausbildungsjahr) und kumuliert ($N=42$)

In beiden Lehrjahren gab es gemäß der angelegten Kriterien für die drei Sampling-Kategorien (höhere Lösungsrate bei den berufsbezogenen Aufgaben, höhere Lösungsrate bei den allgemeinbildenden Aufgaben, hohe Übereinstimmung zwischen den Lösungsraten) jeweils drei Personen, die für die anschließenden Interviews ausgewählt wurden und auch daran teilnahmen.

5.4.1 ERGEBNISSE ZUM BEARBEITUNGSPROZESS UND ZUM ORT DES WISSENSSERWERBS (FORSCHUNGSFRAGE 1)

Von den insgesamt 126 analysierten Bearbeitungen berufsbezogener Teilaufgaben (18 Interviews mit 7 Teilaufgaben) fielen 67 % in die Kategorie des berufsspezifischen Bearbeitungsprozesses (direkt oder indirekt) und/oder in die Kategorie des berufsspezifischen Orts des Wissenserwerbs (direkt oder indirekt). Wir gehen also davon aus, dass diese berufsspezifisch bearbeitet wurden⁷. Schränkt man die Untersuchung auf erfolgreich gelöste Teilaufgaben ein (da eine nicht vorhandene Kompetenz nicht berufsspezifisch sein kann), ergibt sich ein Anteil an berufsspezifischen Bearbeitungen von 70 %.

Tab. 5.7 zeigt die prozentuale Aufteilung der Bearbeitungen in die Kategorien *allgemeinbildend*, *berufsspezifisch* und *unbekannt* in der Gesamtstichprobe, aufgeteilt nach Lehrjahren sowie aufgeteilt nach Sampling-Gruppen. Dabei zeigen sich weder zwischen den drei unterschiedlichen Sampling-Gruppen ($\chi^2 (df=4)=2,40; p=0,70$) noch zwischen beiden Ausbildungsjahrgängen ($\chi^2 (df=2)=1,81; p=0,41$) signifikante Unterschiede. Dabei ist zu betonen, dass in allen Substichproben der Anteil der Bearbeitungen, die als berufsspezifisch klassifiziert wurden, bei mindestens 62 % liegt, die berufsbezogenen Aufgaben also durchweg häufiger berufsspezifische denn allgemeine mathematische Bearbeitungsprozesse hervorgerufen haben. Dies liefert die Antwort auf die erste Forschungsfrage.

⁷ Wie oben dargelegt, hatten wir mit der Chronologie der mathematischen Ausbildung begründet, dass es für die Klassifizierung einer Bearbeitung als berufsspezifisch in dieser Studie genügte, dass Bearbeitungsprozess oder Ort des Wissenserwerbs als berufsspezifisch erkennbar waren. Waren diese Fälle strenger als allgemeinbildende Bearbeitung klassifiziert worden, so ergäbe sich noch immer ein Anteil von 56 % an berufsspezifischen Bearbeitungen insgesamt.

Klassifizierung der Bearbeitung	allgemeinbildend	berufsspezifisch	unbekannt
Gesamt (18 Interviews, 126 Analyseeinheiten)	25 %	67 %	7 %
2. Lehrjahr (9 Interviews, 63 Analyseeinheiten)	21 %	73 %	6 %
3. Lehrjahr (9 Interviews, 63 Analyseeinheiten)	30 %	62 %	8 %
Sampling-Gruppe mit höherer Lösungsrate bei den allgemeinbildenden Aufgaben (6 Interviews, 42 Analyseeinheiten)	29 %	64 %	7 %
Sampling-Gruppe mit höherer Lösungsrate bei den berufsspezifischen Aufgaben (6 Interviews, 42 Analyseeinheiten)	19 %	76 %	5 %
Sampling-Gruppe mit ähnlicher Lösungsrate bei allgemeinbildenden und berufsspezifischen Aufgaben (6 Interviews, 42 Analyseeinheiten)	29 %	62 %	10 %

Tabelle 5.7: Prozentuale Aufteilung der Bearbeitungen in die Kategorien allgemeinbildend, berufsspezifisch und unbekannt in der Gesamtstichprobe, aufgeteilt nach Lehrjahren sowie aufgeteilt nach Sampling-Gruppen

5.4.2 ERGEBNISSE ZU DEN UNTERSCHIEDEN UND GEMEINSAMKEITEN DER PARALLEL ANGELEGTEN AUFGABENPAARE (FORSCHUNGSFRAGE 2)

Die vorliegenden 54 Aufgabenvergleiche (18 Interviews, je 3 Aufgabenpaare) wurden gemäß des Kategoriensystems aus Abschn. 3.4.3 kodiert. In 65 % der Fälle nennen die Auszubildenden sowohl Gemeinsamkeiten in der mathematischen Struktur als auch Unterschiede bezüglich der Oberflächenmerkmale der Aufgabenpaare, erkennen also das intendierte Setting im Aufgabendesign. Betrachtet man die beiden Oberkategorien separat sind es 76 % (in 41 von 54 Fällen werden Unterschiede bezüglich der Oberflächenmerkmale angegeben) respektive 85 % (in 46 von 54 Fällen werden Gemeinsamkeiten in der mathematischen Struktur angegeben).

Für die meisten Industriekaufleute in der Ausbildung sind also zwischen den Parallelaufgaben, die auf allgemeinbildende mathematische und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen abzielen, die Unterschiede bezüglich der Oberflächenmerkmale und die Gemeinsamkeiten in der mathematischen Struktur salient. Dies liefert die Antwort auf die zweite Forschungsfrage.

Die Auszubildenden erkennen also die Struktur der Parallelaufgaben. Da sie innerhalb der Aufgabenpaare zudem mehrheitlich unterschiedliche kognitive Bearbeitungsprozesse unterschiedlicher Herkunft erkennen lassen, tritt mit Blick auf die Kombination der Forschungsfragen 1 und 2 der zweite der drei möglichen vorab aufgestellten Fälle zur

Beantwortung des übergeordneten Erkenntnisinteresses ein (vgl. Abschn. 2.4). In diesem Sinne bestätigt sich die empirische Abgrenzbarkeit der allgemeinbildenden und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen.

5.5 FALLBASIERTE ILLUSTRATION DER ERGEBNISSE

Nach der qualitativen Inhaltsanalyse und ihrer summativen Auswertung sollen die Ergebnisse anhand eines Falles illustriert werden. Im folgenden Interviewausschnitt wird zunächst nach Bearbeitungsprozess und Ort des Wissenserwerbs bei der Beantwortung der berufsbezogenen Teilaufgabe B2.1 gefragt.

- I: Welches Wissen haben Sie dafür genutzt?
- P5: Also sowas hier machen wir jetzt grade sogar in. ... Hm. In GP1 machen wir das gerade.
- I: Also Berufsschulwissen?
- P5: Genau. Aber das könnt ich, denk ich mal, auch ... ja, mit Realschulwissen, denk ich mal, könnte man das auch hinbekommen.

Dabei liefert P5 mit GP1 (Unterrichtsfach *Geschäftsprozesse*) eine direkte Angabe eines berufsspezifischen Orts des Wissenserwerbs, sodass hier von einer Anwendung berufsspezifischen Wissens bei der Aufgabenbearbeitung durch P5 ausgegangen werden kann. Interessanterweise wird in der nächsten Aussage („ja, mit Realschulwissen, denk ich mal, könnte man das auch hinbekommen.“) der Kern der hier behandelten Forschungsfrage indirekt aufgegriffen. Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen können als Teil der allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen angesehen werden, aber lassen sich möglicherweise auch von allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen abgrenzen. Praktisch interessiert also genau die Frage, ob man es „auch hinbekommt“, wenn man reines „Realschulwissen“ (im Sinne von allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen) anwendet.

P5 konnte dabei die berufsbezogene Teilaufgabe B2.1 lösen, die parallel angedachte allgemeinbildende Teilaufgabe A2.1 jedoch nicht. Die folgende Passage deutet an, dass P5 dabei sowohl die Unterschiede bezüglich der Oberflächenmerkmale als auch die Gemeinsamkeiten in der mathematischen Struktur erkannt hat:

- P5: Die [gemeint sind Teilaufgaben] ähneln sich hier ja auch wieder.
- I: Ja, und welche Gemeinsamkeiten sehen Sie zwischen den beiden Aufgaben?
- P5: Ja an sich ist es ja auch wieder das Gleiche. Ähm. Einmal wird halt ausgerechnet, welcher, äh, Lieferant der günstigste ist. Und bei dem Diätplan wird ausgerechnet, welcher Diätplan halt für ihn am sinnvollsten wär'. Also, das hat halt nichts mit Geld zu tun. (Pause) Also, einmal halt was Kaufmännisches und einmal halt was Nicht-Kaufmännisches.
- I: Ähm, wenn Sie sich Ihre Rechnung angucken, also, sehen Sie da Unterschiede bei der Rechnung?

P5: Also der erste Schritt ist auf jeden Fall schon mal genau gleich. Hier habe ich ja den Preis mal die Menge gerechnet und hier habe ich das Gewicht mal die, den Tagesbedarf ausgerechnet [...]

P5 sieht also die angelegten Unterschiede bezüglich der Oberflächenmerkmale und die Gemeinsamkeiten in der mathematischen Struktur. Bei der Bearbeitung der Aufgaben lagen alle Teilaufgaben in Form eines Testhefts gesammelt vor und der Einsatz eines Taschenrechners war gestattet, um gegebenenfalls Probleme, die durch unterschiedliche Zahlenwerte entstehen, zu umgehen. Trotzdem konnte P5 die berufsbezogene Teilaufgabe lösen und die allgemeinbildende Teilaufgabe nicht. In der folgenden Passage wird P5 darauf angesprochen:

- I: Okay, gut. Welche Aufgabe fiel Ihnen leichter zu lösen?
- P5: Also, ich fand die kaufmännische Aufgabe auch wieder ein bisschen angenehmer. Auch, weil man damit, denk' ich mal, eher zu tun hat als mit sowas [allgemeinbildende Teilaufgabe] hier.
- I: Okay, vielen Dank.
- P5: Also, ich fand jetzt nicht unbedingt, dass eine von den beiden schwerer war, aber angenehmer fand ich auf jeden Fall die kaufmännische Aufgabe.
- I: Okay. Also von der Rechnung her fanden Sie es nicht schwieriger, sondern eher, dass der Kontext für Sie ansprechender war, oder was?
- P5: Genau.

In diesen Passagen lässt sich ein Großteil des von uns angelegten Settings wiederfinden. Die Aufgabenpaare wurden hinsichtlich der verwendeten allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen auf ihre fachliche Äquivalenz bzw. Parallelität geprüft, was bestätigt werden konnte, und auch P5 „fand jetzt nicht unbedingt, dass eine von den beiden schwerer war“. Für die Lösung der berufsbezogenen Aufgabe nutzte P5 berufsspezifische kognitive Prozesse, was P5 näher liegt: „Auch, weil man damit, denk ich mal, eher zu tun hat als mit sowas hier.“ Neben den angedachten und durch P5 identifizierten Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen den Aufgabenpaaren wurden die unterschiedlichen Kontexte unterschiedlich aufgenommen. Anknüpfend an die kognitionspsychologische Forschung zeigt sich, dass die Unterschiede im Kontext für diese Person entscheidend sind. Dies zeigt sich auch darin, dass P5 eine (die berufsbezogene) Aufgabe lösen kann und die andere (die allgemeinbildende) nicht.

Das hier gezeigte Interview illustrieren dabei exemplarisch den im Zuge der Forschungsfragen aufgestellten zweiten Fall (Abschn. 2.4), der in der hier berichteten Studie mehrheitlich zutraf. Die Struktur der Parallelaufgaben wird von den Auszubildenden wahrgenommen, die beiden Aufgaben aber dennoch unterschiedlich bearbeitet. So ergibt sich ein valides Argument für die Stützung der angenommenen Abgrenzbarkeit von allgemeinbildenden mathematischen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen mittels eines qualitativen Zugangs.

5.6 ZUSAMMENFASSUNG, DISKUSSION UND AUSBLICK

Studien zu Kompetenzverläufen im Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Erstausbildung stehen vor der Herausforderung, dass in den beiden Bildungsphasen unterschiedliche Kompetenzbegriffe zugrunde gelegt werden. Das von Neumann et al. (2013) vorgeschlagene Konstrukt der berufsfeldbezogenen Kompetenzen könnte eine Verbindung darstellen. Angewendet für den Bereich Mathematik und mathematikreiche Berufe erschienen dann berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen als potentielle Mittler zwischen allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und beruflichen Kompetenzen (vgl. Abschn. 2.2). Sie sind auf Grundlage von allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen definiert, aber stets mit der Anwendung in einem berufsspezifischen Kontext verknüpft. Wie in Abschn. 2.3 mit Bezug zu unterschiedlichen Theorien dargestellt, ist es möglich, dass sich neben der theoretischen Eingrenzung sogar eine empirische Abgrenzbarkeit von allgemeinbildenden mathematischen und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen stützen lässt. Auf eine solche Abgrenzbarkeit deuten bereits erste statistische Analysen auf Basis von Testwerten hin. Ob sich diese Unterscheidung auch qualitativ in kognitiven Bearbeitungsprozessen abbilden lässt, war bislang offen und sollte in dieser Studie am Beispiel eines kaufmännischen Berufs untersucht werden.

Die vorliegende Studie setzte bei $N=42$ Industriekaufleuten in der Ausbildung in einem Parallel-Design Aufgaben ein, die berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen und allgemeinbildende mathematische Kompetenzen adressieren. Mit einer kriteriengeleitet ausgewählten Teilstichprobe wurden 18 Stimulated-Recall-Interviews u. a. zum Bearbeitungsprozess, zum Ort des Wissenserwerbs und zur Parallelität der genutzten Aufgaben geführt und diese mittels der Qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) ausgewertet. Es konnte gezeigt werden, dass die Auszubildenden die Mathematikaufgaben im beruflichen Kontext mehrheitlich unter einer berufsspezifischen Sichtweise lösen und etwa auf berufsspezifisches Wissen zurückgreifen. Die angedachten Unterschiede bezüglich der Oberflächenmerkmale und Gemeinsamkeiten in der mathematischen Struktur zwischen den Aufgabenpaaren wurden von den Auszubildenden dabei mehrheitlich erkannt. Trotzdem kam es bei den einzelnen Auszubildenden zu unterschiedlichen Problemen und Erfolgen bei der Bearbeitung der Aufgabenpaare mit beruflichem und nicht-beruflichem Kontext. Insgesamt stützen die qualitativen Ergebnisse die theoretische Abgrenzung der allgemeinbildenden mathematischen und der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen.

Betrachtet man die bisherigen quantitativen und die hier berichteten qualitativen Ergebnisse, so bietet das Konstrukt der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen eine Möglichkeit der Modellierung mathematischer Kompetenzen im Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung. Es ergänzt damit die Modellierung der Kompetenzen aus der Perspektive der Berufsforschung (Winther et al., 2013) um die Forschungsperspektive der schulfachbezogenen Bildungsforschung und erlaubt dabei insbesondere eine Anschlussfähigkeit an die mathematikdidaktische Forschung im Sekundarbereich. Zugänge dieser Art sind beispielsweise von Bedeutung im Zusammenhang mit Fragen zur Berufsorientierung im allgemeinbildenden Mathematikunterricht. Aktuelle

Veränderungen im Verhältnis von beruflicher und akademischer Ausbildung sowie ein gesellschaftlicher Strukturwandel hin zur Wissens- und Dienstleistungsgesellschaft stellen das berufliche Ausbildungssystem zunehmend vor Herausforderungen und sorgen für Passungsprobleme am Übergang (Seeber & Seifried, 2019). Die KMK (2017a & 2017b) hat diese Problematik erkannt und rückt verstärkt auch die berufliche Orientierung in die Verantwortung aller allgemeinbildenden Schulformen, u. a. besonders auch des Gymnasiums. Doch wie kann ein fachlicher Beitrag zur Berufsorientierung aus dem allgemeinbildenden Mathematikunterricht heraus aussehen? Die vorgeschlagenen berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen sind ein sowohl schulisch als auch beruflich anschlussfähiges Konstrukt. Zugehörige Aufgaben mit berufsfeldbezogenen Anforderungen könnten also in den Mathematikunterricht integriert werden, da sie vereinbar mit den allgemeinbildenden Zielsetzungen der Mathematical Literacy sind. Auf Basis unserer Studie lässt sich argumentieren, dass mit der Integration solcher sich auf unterschiedliche berufliche Kontexte beziehender Aufgaben gezielt die Reichweite mathematischer Modellierungskompetenz vergrößert werden könnte. Dabei bietet es sich an, die kaufmännischen Berufe wegen ihres großen Anteils an Ausbildungsplätzen und ihres starken inhaltlichen Bezugs zur Mathematik als einen praktisch relevanten Bezugspunkt zu nutzen. Kaufmännische Kontexte können sogar dem Verständnis mathematischer Konzepte dienen, etwa wenn die lineare Abschreibung als Prototyp für einen linearen Zusammenhang verstanden wird (Lindmeier & Siebert, 2015). Wie bereits zuvor erwähnt zeigt eine Schulbuchanalyse von 18 allgemeinbildenden Sekundarschulbüchern für das Fach Mathematik jedoch, dass derzeit nur ein verschwindend geringer Anteil an Lerngelegenheiten kaufmännische Perspektiven anbietet (von Hering et al., 2020). Das Potenzial zum Erwerb berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen im Rahmen des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts scheint damit noch nicht in der Breite erkannt zu sein. Die hier präsentierten Ergebnisse leisten damit auch einen Beitrag zum notwendigen Diskurs um den Stellenwert berufsbezogener Kontexte im allgemeinbildenden Mathematikunterricht.

Eine Limitation der empirischen Studie ist, dass nur drei Aufgabenpaare genutzt wurden. Auf diese Weise konnten zwar in den Stimulated-Recall-Interviews in einer angemessenen Zeitdauer alle Aufgabenpaare behandelt werden, weitere Aufgabenpaare hätten aber ggf. ein aussagekräftigeres Sampling der Personen für das Interview ermöglicht. Zudem wurde die Studie mit Industriekaufleuten in der Ausbildung von einem Standort durchgeführt. Obwohl zwei verschiedene Ausbildungsjahrgänge beteiligt waren, sind Kohorten- oder Standorteffekte nicht vollständig auszuschließen. Der zeitliche Abstand zum allgemeinbildenden Schulunterricht betrug bei allen Auszubildenden mindestens 1,5 Jahre, sodass sich die zeitliche Nähe zum beruflichen Unterricht auf die Aufgabenbearbeitungen ausgewirkt haben könnte. Gleichzeitig werden die mathematisch-inhaltlichen Anforderungen der Aufgaben mehrheitlich in Klassenstufe 7 der allgemeinbildenden Schulen behandelt und bleiben im Verlauf der Sekundarstufe relevant, so dass diese mindestens drei Jahre im allgemeinbildenden Mathematikunterricht genutzt wurden. Eine Stärke der Untersuchung liegt darin, dass nicht alleine die Lösungsraten der Aufgaben (also die Testperformanz)

genutzt wurde, um auf die zugehörigen Kompetenzen zu schließen. Vielmehr wurden die Forschungsfragen auf Basis der Interviewstudie zu den Bearbeitungsprozessen beantwortet.

Für die Zukunft wäre anzustreben, durch eine weitere Studie mit Schülerinnen und Schülern der allgemeinbildenden Schule die Ergebnisse unter unterschiedlichen Bedingungen zu replizieren. Dazu würden idealerweise Schülerinnen und Schüler kurz vor Schulabschluss gewählt, die eine Ausbildung als Industriekaufmann/-frau anstreben. Auch Untersuchungen, die über den kaufmännischen Bereich hinausgehen und entsprechend nicht nur einen rechnerischen Schwerpunkt haben, wären relevant, um die Generalisierbarkeit der Erkenntnisse zu bestätigen. Das Konzept der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen ließe sich hier für andere berufliche Domänen, z.B. aus dem technischen Bereich, analog anwenden. Bei einer Prüfung der Abgrenzbarkeit von allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind dann auch geometrische statt nur algebraische Inhalte zu thematisieren.

Offen bleibt an dieser Stelle die Frage, ob die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen tatsächlich – wie theoretisch angenommen – eine vermittelnde Rolle am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in den Beruf spielen können. Das Projekt ManKobE (Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung) untersucht in einer groß angelegten Längsschnittstudie für verschiedene Ausbildungsberufe (u.a. Industriekaufleute) die Bedingungen sowie die Entwicklung der mathematischen und beruflichen Kompetenzen im Ausbildungsverlauf und kann die theoretisch angenommene Rolle empirisch prüfen.

6 IMPLEMENTATION IN DIE PRAXIS

Der folgende Text wurde im Rahmen des deutsch-dänischen PNaMA-Projekts (Perspektiven am Arbeitsmarkt mit Naturwissenschaft und Mathematik) als Einleitung für eine Mathematik-Aufgabensammlung publiziert. Es handelt sich bei dieser Einleitung nicht um einen Forschungs-, sondern um einen Praxistransfer-Artikel, der sich primär an Mathematik-Lehrkräfte richtet. Er soll Möglichkeiten aufzeigen, wie sich Lerngelegenheiten für berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen in den allgemeinbildenden Mathematikunterricht authentisch implementieren lassen. Der Artikel bietet Orientierung für einen didaktisch sinnvollen Unterrichtseinsatz. Die Berufsfelder, auf die sich die Aufgaben dabei beziehen, sind breit gestreut, beziehen sich also nicht nur auf kaufmännische Berufe. Von den insgesamt 49 Aufgaben (43 als Hauptbestandteil des mit diesem Artikel eingeleiteten Projektbandes, Wilken & Herzog, 2020, http://panama-project.eu/images/IPN_PANaMa_Band-4_WEB_compressed_20201218.pdf, sowie sechs Aufgaben in einer vorherigen Projekt-Publikation, von Hering et al., 2019) finden sich stellvertretend drei Aufgaben inkl. Kommentar im Anhang.

Frau Müller, warum müssen wir überhaupt Mathe machen? Berufsorientierung und -vorbereitung im Mathematikunterricht mit Hilfe berufsbezogener Modellierungsaufgaben

Robert von Hering, Aiso Heinze & Anke Lindmeier

Die Frage nach dem Sinn oder Unsinn von Mathematikunterricht ist eine, die so manch einer Lehrkraft seitens ihrer Schüler*innen, aber auch seitens der Eltern oder (fachfremden) Kolleg*innen gestellt wird. Viele Inhalte kommen zumindest oberflächlich ohne Lebensweltbezug daher, sodass den Schüler*innen eine Motivation jenseits der Benotung durch die Lehrkraft fehlt, sich intensiver mit der Mathematik auseinanderzusetzen. *Non scholae, sed vitae discimus* kann hier als Argument meist nicht überzeugen, da den Schüler*innen das Wissen über den Anwendungsbezug von Mathematik in beruflichen und gesellschaftlichen Situationen häufig unbekannt ist. Bildungstheoretische Ansätze (z.B. Grunderfahrungen nach Winter, 1995; Allgemeinbildungskonzept nach Heymann, 1997) werden als unstrittige Grundlage zur Legitimation von Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen herangezogen, adressieren damit aber nicht die Schüler*innen selbst. Für viele von ihnen scheint Mathematik, insbesondere die der höheren Klassenstufen, für die eigene berufliche Karriere und gesellschaftliche Teilhabe weitestgehend irrelevant. Die für die meisten (Ausbildungs-)Berufe wesentlichen fach-mathematischen Inhalte werden in der Regel bis zur 7. Klassenstufe behandelt. Dass die Vorbereitung auf die Berufsausbildung dennoch nicht hinreichend funktioniert, zeigt sich an vielen Ausbildungsabbrüchen durch die Auszubildenden, die dafür am häufigsten fehlerhafte Berufsvorstellungen angeben (BIBB,

2018). Es stellt sich daher die Frage, wie den Schüler*innen die nachweisbare Relevanz von Mathematikunterricht für die eigene berufliche Karriere erfahrbar gemacht werden kann.

Wie könnte ein Berufsbezug im allgemeinbildenden Mathematikunterricht aussehen? Mathematikunterricht wird aktuell stark mit der Zielsetzung einer mathematischen Grundbildung (*mathematical literacy*) verbunden. Damit ist gemeint, dass die Schüler*innen nicht nur fachlich-mathematische Inhalte erwerben, sondern diese auch in verschiedenen Kontexten anwenden können. Das sogenannte kompetenzorientierte Verständnis von Mathematik dient als Grundlage für die bundesweiten Bildungsstandards (z.B. KMK, 2003). Ihre Einführung begünstigte entsprechend eine zunehmende Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht. Insofern scheint eine geradezu optimale Ausgangssituation vorzuliegen, um die von der KMK empfohlene berufliche Orientierung (KMK, 2017a) durch den Einsatz realistischer beruflicher Kontexte in den Mathematikunterricht zu unterstützen. Neben der orientierenden Funktion (Berufsorientierung) könnte ein Einsatz beruflicher Kontexte auch zur Berufsvorbereitung im engeren Sinne beitragen (siehe Lindmeier, 2019). Aus Sicht des Fachs wirkt eine Lerngelegenheit dann berufsvorbereitend, wenn die Schüler*innen in der Auseinandersetzung mit ihr mathematische Kompetenzen erwerben, die sich für die spätere Berufsbildung als anschlussfähig erweisen.

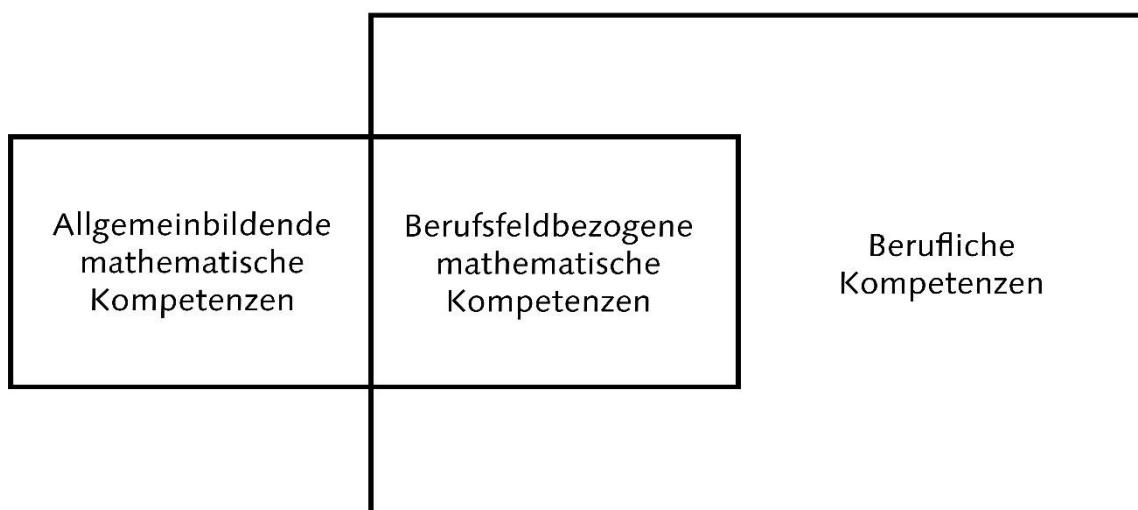


Abbildung 6.1: Zusammenhang zwischen den verschiedenen für die Kompetenzentwicklung in der beruflichen Ausbildung relevanten Kompetenzbereiche (nach Neumann et al., 2013)

Doch wie sind solche „anschlussfähigen Kompetenzen“ zu verstehen? Es tritt am Übergang in die Berufsbildung die Schwierigkeit auf, dass die verschiedenen Systeme „Allgemeinbildung“ und „Berufsbildung“ in Deutschland voneinander getrennt sind. Deswegen ist beiderseitig das Wissen über die Ziele und Charakteristika des abgebenden oder übernehmenden Systems häufig nur grob vorhanden. Am Übergang Schule – Beruf stehen sich beispielsweise zwei unterschiedliche Kompetenzbegriffe gegenüber: die eher wissensorientierten allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen auf Seiten der Schule und die eher handlungsorientierten beruflichen Kompetenzen auf der anderen Seite. Man spricht jemandem hohe berufliche Kompetenzen zu, wenn er oder sie berufliche Probleme bewältigen kann. Diese können – man denke an kaufmännische oder technische Berufe – auch die

Anwendung von Mathematik erfordern, sie erfordern aber darüber hinaus eine Menge anderen Wissens und anderer Fähigkeiten.

Im schulischen Kontext sind Lernende kompetent, wenn sie die Schulmathematik beherrschen und damit typische schulmathematische Anforderungen bewältigen können. Da Schule explizit auch auf berufliche Anforderungen vorbereiten soll (wenn auch nicht exklusiv), sollte es im Idealfall einen Überlappungsbereich zwischen schulischen und beruflichen mathematischen Anforderungen geben. Neumann et al. (2013) schlagen daher ein Konzept der *berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen* für schulische mathematische Kompetenzen, die anschlussfähig an berufliche Kompetenzen sind, vor. Wenn jemand diese Kompetenzen hat, dann sollte ein kontinuierlicher Kompetenzerwerb über die unterschiedlichen Bildungsinstitutionen hinweg möglich sein (siehe Abb. 6.1). Es scheint im Sinne der Berufsvorbereitung somit sinnvoll, solche berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen bereits während des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts auszubilden. Das kann gelingen, wenn es Lerngelegenheiten gibt, die berufliche Themen aufgreifen.

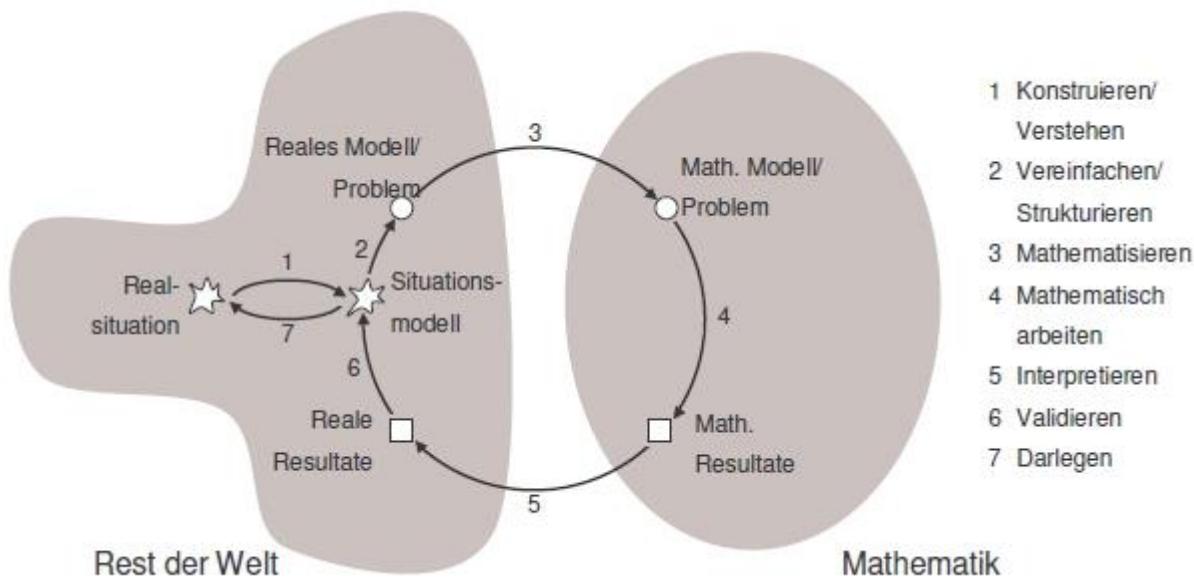


Abbildung 6.2: Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2005)

Worin liegt die Schwierigkeit bei der Behandlung solcher Lerngelegenheiten? Aus Sicht der Bildungsstandards erfordern Aufgaben mit Bezug zu Sachkontexten die Anwendung von mathematischen Modellierungskompetenzen und werden in der Regel als Modellierungsaufgaben bezeichnet (für einen Überblick siehe Borromeo Ferri et al., 2013). Beim mathematischen Modellieren müssen Probleme aus der realen Welt mit Hilfe von mathematischen Mitteln gelöst und die mathematischen Resultate wieder in Problemlösungen transferiert werden. Das Vorgehen kann idealtypisch in einem sogenannten Modellierungskreislauf dargestellt werden (etwa nach Blum & Leiß, 2005, siehe Abb. 6.2). Es können dabei die sieben Teilschritte *Konstruieren/Verstehen*, *Vereinfachen/Strukturieren*, *Mathematisieren*, *Mathematisch arbeiten*, *Interpretieren*, *Validieren* und *Darlegen* und *Interpretieren* unterschieden werden. Auch wenn selten die Teilschritte beim Bearbeiten einer Modellierungsaufgabe linear ausgeführt werden und beispielsweise Teile des Kreislaufs auch

mehrfach durchlaufen werden können, gibt der Kreislauf eine Orientierung, welche Schritte die Schüler*innen auf dem Weg vom realen Problem bis zu einer tragfähigen Lösung leisten müssen.

Die hier vorgestellte Aufgabensammlung aus dem Projekt PANaMa soll Schüler*innen aller weiterführenden Schulformen Gelegenheiten bieten, im Rahmen des Mathematikunterrichts authentische berufliche Anforderungen kennenzulernen. Dazu nehmen die Aufgaben die Perspektive von beruflichen Betrieben bzw. von Auszubildenden und Mitarbeiter*innen dieser Betriebe ein. Die aufgezeigten Kontexte stellen (möglichst wenig vereinfachte) authentische Situationen dar, in denen innerhalb eines beruflichen Betriebs Mathematik eine zentrale Rolle spielt: Es werden Probleme eingeführt, die „in echt“ mit Mathematik gelösten werden. Auf diese Weise soll Mathematik als sinnstiftend erlebt werden, nicht als isolierter Stoff, sondern eng verbunden mit dem jeweiligen beruflichen Kontext. Es entstehen Lerngelegenheiten, die auf berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen abzielen und en passant einen Beitrag zur Berufsorientierung und -vorbereitung leisten. So können Schüler*innen die Relevanz von Mathematik in vielfältigen beruflichen Kontexten kennenlernen und Anwendungsbezüge zu möglichen Arbeitsfeldern herstellen.

Insgesamt finden sich 43 Aufgaben auf den folgenden Seiten. Wir geben zunächst einen kleinen Überblick über die Materialsammlung und stellen dann anhand einer Aufgabe einen möglichen Einsatz der Aufgaben vor. Die Aufgaben bilden drei in der Region des PANaMa-Projekts besonders relevante Berufsfelder ab (*High-Tech-Materialien* mit 11 Aufgaben, *Landwirtschaft & Ernährung* mit 27 Aufgaben sowie *Erneuerbare Energien* mit 5 Aufgaben) und fokussieren in der Regel einen speziellen Ausbildungsberuf des entsprechenden Feldes. So befasst sich in dieser Aufgabensammlung zum Beispiel eine Auszubildende zur Malerin und Lackiererin mit der Fläche eines Autos, dessen Lack mit einer Nanoversiegelung versehen wird. Ein Tierwirt berechnet und optimiert die Kosten für seine Schweinemast mit Hilfe einer Excel-Datei. Und ein*e Energieberater*in unterstützt eine Familie bei der Entscheidung, auf welchen Brennstoff sie die Heizanlage ihres Hauses umstellen sollen. Grundsätzlich richten sich die Aufgaben an Lernende aller Schulformen der Sekundarstufe. Dies schließt neben den allgemeinbildenden Schulformen (Gymnasium und Gemeinschaftsschulen in Schleswig-Holstein) auch das berufliche Bildungswesen mit ihrer Vielzahl an Schulformen mit ein (etwa berufliches Gymnasium oder Berufsfachschulen).

Jede Aufgabe bildet also ein bestimmtes Themenfeld eines Berufs ab. Dieses ist für die Nutzung im Schulunterricht aufbereitet, sodass die Aufgabe möglichst eigenständig bearbeitet werden kann. Die Aufgabe liefert zunächst aus einem **Informationstext**, der in das Thema und das Berufsbild einführt und dabei relevante Hintergrundinformationen nennt. **Arbeitsaufträge** strukturieren im Folgenden die Bearbeitung. Eine **Lösungsskizze** gibt Hinweise im Sinne eines Erwartungshorizonts. Durch den Charakter der Aufgaben als Modellierungsaufgaben sind die Lösungsskizzen nur als Orientierungsrahmen für die Lehrkraft zu verstehen, denn es sind häufig mehrere Lösungsansätze denkbar. Sollen die Lernenden selbst die Lösungsskizzen nutzen, so ist der Umgang damit gut vorzubereiten. Ein **Kommentar** in der Art eines knappen Aufgabensteckbriefs soll der Lehrkraft die Auswahl

und Implementation der jeweiligen Aufgabe in den Unterricht erleichtern. Entlang einer beispielhaften Aufgabe wird im Folgenden das Potenzial der Aufgaben sowie deren Nutzungsmöglichkeit aufgezeigt.

Die Aufgabe "Modellierung eines Zylinderkopfes" (Aufgabe 10, siehe Anhang für vollständige Aufgabe) befasst sich beispielsweise mit dem Thema Kostenplanung bei der Herstellung von Zylinderköpfen. Dies ist ein wesentlicher Arbeitsschritt im Aufgabenfeld von Industriemechaniker*innen. Der Informationstext der Aufgabe führt zunächst allgemein in den Kontext und den Ausbildungsberuf Industriemechaniker*in ein, ehe Informationen zum hergestellten Produkt folgen. Ein abgebildeter Zylinderkopf visualisiert das Endprodukt.

Arbeitsaufträge

- 1.) Berechnen Sie die Materialkosten für alle 4.000 Zylinderköpfe*.

*Hinweis: Die Dichte von legiertem Stahl beträgt 7,9 g/m³ und Stahl kostet ca. 6.000 € pro Tonne.

- 2.) Die Materialkosten sind nur eine Kostenposition für die Herstellung der Zylinderköpfe. Recherchieren Sie, welche weiteren Kosten es gibt.

Abbildung 6.3: Auszug aus der Aufgabe "Modellierung eines Zylinderkopfes" (siehe Anhang), abgebildet sind hier nur zwei Arbeitsaufträge der umfassenderen Aufgabe

Der folgende Arbeitsauftrag (siehe Abb. 6.3) geht nun zunächst konkret auf die Kostenplanung bei der Herstellung der Zylinderköpfe ein und fragt nach den Materialkosten. Die Recherche von Stahlpreis und -dichte könnte zwar auch als ein Teil der Aufgabe von den Lernenden eingefordert werden, wir haben uns hier aber entschieden, diese für die Bearbeitung notwendigen Angaben anzufügen. Die mathematische Modellierung dieser Aufgabe kann sich an der Volumenformel für Zylinder orientieren, sie ist also mit schulischen Mitteln prinzipiell lösbar. Wichtig für die Authentizität der Aufgabe ist, dass die beruflichen Abläufe mitbedacht werden. Das Fräsen der Einkerbungsringe geschieht erst nach dem Gießen der Zylinderköpfe, sodass es bei der Berechnung des Stahls keine Rolle spielen sollte. Weiter sollte ein Kostenpuffer (z.B. 5 oder 10 %) in die Aufgabenlösung mit einfließen. Dies wird nicht explizit in der Aufgabenstellung genannt, bildet aber einen gängigen Umgang in der beruflichen Praxis (in fast jedem Feld) ab. Die zweite Aufgabe dient der Vertiefung, indem die Lernenden sich mit den betrieblichen Abläufen eines wirtschaftlich denkenden Unternehmens auseinandersetzen sollen.

In der beispielhaften Aufgabenlösung sind entsprechende Hinweise auf die beruflichen Notwendigkeiten enthalten, es sind jedoch mehrere Lösungsansätze denkbar (vgl. Abb. 6.4). Die Wahl eines geeigneten Sicherheitszuschlags wie in Aufgabe 10 ist dafür nur ein kleines Beispiel. Die Lösungsskizzen sind daher für die Hand der Lernenden ohne weitere Begleitung nicht geeignet. Lehrkräften aber können sie Hinweise geben, wie die unterschiedlichen Lösungen eingesortiert und bewertet werden können. Wenn für die Bearbeitung einer Aufgabe viele oder alle Teilkompetenzen des Modellierungskreislaufs notwendig sind, sollten diese

Teilkompetenzen auch entsprechend bei der Bewertung einer Aufgabenlösung bedacht werden. Ein bloßer Abgleich etwaiger Lösungswerte ist also in den meisten Fällen nicht zielführend. Vielmehr sind neben dem mathematischen Arbeiten auch das Strukturieren, Mathematisieren, Interpretieren und Validieren vollwertige Anforderungen, die je nach Aufgabe verschieden stark relevant sein können. Aus diesem Grund sind die Lösungsskizzen auch nicht ohne Begleitung für die Hand der Lernenden gedacht. Beim Einsatz der Aufgaben sollte dies berücksichtigt werden, beispielsweise indem in Ich-Du-Wir-Phasen die eigenen Lösungswege, die mathematischen Rechnungen oder die Interpretation der Berechnungsergebnisse mit Lernpartner*innen oder im Plenum zum Besprechungsgegenstand gemacht werden.

Durchmesser Zylinderkopf:

$$d = 6 \text{ cm}$$

Radius Zylinderkopf:

$$r_1 = \frac{d}{2} = \frac{6 \text{ cm}}{2} = 3 \text{ cm}$$

Radius abzügl. Manteldicke:

$$r_2 = \frac{d - 2 \cdot 1 \text{ cm}}{2} = \frac{6 - 2 \text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm}$$

Höhe Zylinderkopf:

$$h_1 = 5 \text{ cm}$$

Höhe ohne Deckfläche:

$$h_2 = 5 \text{ cm} - 1 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

Volumen Zylinder (komplett massiv): $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot 5 \text{ cm} = 47,12 \text{ cm}^3$

Volumen Zylinderkopf-Hohlraum: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot 4 \text{ cm} = 16,76 \text{ cm}^3$

Stahlvolumen pro Zylinderkopf: $V = V_1 - V_2 = 47,12 \text{ cm}^3 - 16,76 \text{ cm}^3 = 30,36 \text{ cm}^3$

Die Einkerbungen werden erst nach dem Gießen gefräst, sodass sie für die Berechnung der Kosten keine Rolle spielen.

Gesamtgewicht: $G = 4.000 \cdot 30,36 \text{ cm}^3 \cdot 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 959.376 \text{ g} = 0,9594 \text{ t}$

Gesamtkosten (inkl. 10 % Puffer): $K = 1,1 \cdot 0,9594 \text{ t} \cdot 6.000 \frac{\text{€}}{\text{t}} = 6.332,04 \text{ €}$

Abbildung 6.4: Lösungsansatz zum ersten Arbeitsauftrag aus der Aufgabe "Modellierung eines Zylinderkopfes"

An jede Aufgabenlösung schließt sich ein Kommentar (siehe Abb. 6.5) an. Hierin wird die Aufgabe zur leichteren Orientierung für die Lehrkraft zunächst tabellarisch beschrieben. Der **Kontext** fasst die Realsituation der Aufgabe in einem Satz zusammen. Der **Bezug zu den Fachanforderungen Mathematik**⁸ (Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein, 2014) orientiert sich sowohl an den allgemeinen mathematischen Kompetenzen als auch an den Leitideen, die mit den Aufgaben primär angezielt werden. Dabei wird die allgemeine mathematische Kompetenz *Mathematisch modellieren* nicht zusätzlich erwähnt, da alle hier vorgestellten Aufgaben dies als Hauptbezug zu den Fachanforderungen aufweisen. Das **Vorwissen** verweist auf die mathematischen Inhalte, die für die Lösung der

⁸ Da das Projekt PANaMa in Schleswig-Holstein verankert ist, wurden die schleswig-holsteinischen curricularen Vorgaben als Referenzgröße verwendet. Diese sind eng entlang der Bildungsstandards konzipiert, sodass eine Übertragung der Angaben im Kommentar auf andere Bundesländer geringe Hürden darstellen sollte.

Aufgabe elementar sind. Ggf. lassen sich die Aufgaben auch ohne dieses Vorwissen modellieren, abhängig vom gewählten Lösungsansatz. **Mögliche Schwierigkeiten**, die bei der Bearbeitung der Aufgaben auftreten können, werden anschließend genannt. Diese sind entweder theoretisch angenommen oder ergeben sich aus ersten Bearbeitungen durch Schüler*innen und sind insbesondere als Unterstützungsansatz für die Lehrkräfte gedacht. Im **Angesprochenen Berufsfeld** geht es um konkrete Ausbildungsberufe, die entweder direkt im Realkontext der Aufgabe vorkommen oder deren Lerninhalte bei der Bearbeitung der Aufgabe zentral sind. Da die wenigsten Lehrkräfte selbst Erfahrung im Bereich der Berufsausbildung gesammelt haben, soll die Schwelle, berufliche Inhalte in den Unterricht zu integrieren, niedrig gehalten werden. Eine schnelle Recherche ist so leicht möglich. Die angegebene **Klassenstufe**, ab der eine Aufgabe für den Unterrichtseinsatz empfohlen wird, ist nicht allzu streng zu sehen. Je nach Schulform und weiteren Faktoren (z.B. unterschiedliche Ausbildungsberufe in der Berufsschule, G8- bzw. G9-Struktur im Gymnasium, schulinterne Regelungen) kann dies auch variieren. Einige Aufgaben lassen sich auch schon eher als angegeben in den Unterricht implementieren, wenn beispielsweise ein anderer Modellierungsansatz als in der Lösung angegeben durchgeführt wird. Tendenziell ist aber eher eine frühere als eine spätere Klassenstufe angegeben. Innerhalb der drei Berufsfelder *High-Tech-Materialien*, *Landwirtschaft & Ernährung* und *Erneuerbare Energien* sind die Aufgaben nach den hier angegebenen Klassenstufen sortiert. Der **Bezug zu anderen Fächern** zeigt die häufige Vernetzbarkeit von Modellierungsaufgaben mit Inhalten anderer Fächern auf und hilft, Aufgaben für fächerübergreifende Projekte schneller zu identifizieren. Der zweite Aufgabenteil von Aufgabe 10 (siehe Abb. 6.3) ist dafür ein gutes Beispiel. Hier spielen wirtschaftliche Grundlagen (Kostenrechnung) aus einer breiteren Sicht (nicht notwendigerweise nur auf den Beruf Industriemechaniker*in bezogen) die zentrale Rolle.

Beschreibung:

1. Kontext: Kostenplanung bei der Herstellung von Zylinderköpfen.
2. Bezug zu den Fachanforderungen Mathematik: K2: Probleme mathematisch lösen, L1: Zahl, L2: Messen
3. Vorwissen: Volumen Zylinder, zusammengesetzte Volumen
4. Mögliche Schwierigkeiten: Einkerbungen in der Aufgabe bei der Kostenplanung nicht mitschließen
5. Angesprochenes Berufsfeld: Industriemechaniker*in, Betriebswirt*in
6. Klassenstufe: Ab 9. Klasse
7. Bezug zu anderen Fächern: Wirtschaft

Abbildung 6.5: Kommentar zur Aufgabe "Modellierung eines Zylinderkopfes"

Einige Aufgaben verfügen darüber hinaus über einen **Didaktischen Kommentar**. Dieser thematisiert z.B. die unterschiedlichen Lösungsansätze und die sich daraus ergebenden Konsequenzen für die Aufgabenlösung. Weiter finden sich hier Ergänzungen zur Aufgabenlösung aus der beruflichen Praxis und zusätzliche Hinweise zum Aufgabeneinsatz im Unterricht. Im **Differenzierungsvermögen** werden in der Regel Möglichkeiten dargestellt, um die Aufgaben bezüglich der Schwierigkeit anzupassen. Dies können z.B. Hinweise zur

erleichterten Bearbeitung einzelner Aufgabenteile oder zusätzliche Aufgabenteile zur intensiveren Behandlung des Themas sein.⁹ **Hilfekarten** dienen bei einigen Aufgaben als Zusatzmaterial, mit deren Hilfe eine solche Differenzierung ebenfalls erreicht werden kann. Die Hilfekarten benötigen keine weitere Erklärung beim Einsatz im Unterricht und können verteilt werden, wenn Schüler*innen ein typisches Problem bei der Bearbeitung einer Aufgabe haben.

Ein zusätzlich wichtiger Aspekt bei der Thematisierung beruflicher Kontexte im Mathematikunterricht ist der Umgang mit beruflicher Fachsprache. Die sprachlichen Herausforderungen durch Fachtermini und die Beschreibung komplexer beruflicher Sachverhalte sind mitunter höher als bei üblichen "Schulbuchaufgaben". Eine Komplexitätsreduktion ist aus Authentizitätsgründen an vielen Stellen nicht sinnvoll und manchmal auch gar nicht möglich. Solche sprachlichen Herausforderungen können aber auch als Orientierung gesehen werden, welche Anforderungen in den Ausbildungsberufen vorkommen. Eine Thematisierung möglicher sprachlicher Hürden kann im Unterricht sinnvoll sein und zusätzlich helfen, berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen aufzubauen. Dazu können beispielhaft konkrete Strategien zum Umgang mit Fachtermini erarbeitet werden, die als allgemeine Strategien für die Schüler*innen auch an anderer Stelle nützlich sein können (siehe auch Meyer & Prediger, 2012).

Der Mehrwert der hier vorgestellten Aufgaben gegenüber vielen anderen (Modellierungs-)Aufgaben besteht in ihrem Beitrag zur Berufsorientierung und -vorbereitung. Dieser Beitrag gelingt jedoch nur dann, wenn der berufliche Kontext erhalten bleibt. Das Potential wird dabei besonders umfangreich genutzt, wenn die angesprochenen Berufsfelder zusätzlich thematisiert werden. So kann beispielsweise die Aufgabe 10 Ausgangspunkt sein, um sich mit dem Ausbildungsberuf Industriemechaniker*in auseinanderzusetzen. Internetrecherchen führen schnell zu Berufsprofilen, z.B. auf den Seiten der Agentur für Arbeit, in denen Anforderungen, Aufgaben, Chancen und Gehälter vorgestellt werden. Auch finden sich viele Informationsvideos zu den einzelnen Ausbildungsberufen im Internet. Einzelne Aufgaben lassen sich auch in Form von Rollenspielen (wie etwa in einem Assessment Center im Rahmen eines Bewerbungsverfahrens) oder als produktorientierte Projektarbeit in den Unterricht integrieren. Durch eine solche umfangreiche Thematisierung kann im Mathematikunterricht ein allgemeiner Beitrag zur Berufsorientierung geleistet werden. Zudem können Fragen nach den mathematischen Inhalten der unterschiedlichen Ausbildungsberufe gestellt und diskutiert werden. Wo findet sich überall Mathematik im Beruf? Bei welchen Berufen hätte man gar nicht damit gerechnet? Wie unterscheiden sich die mathematischen Anforderungen der verschiedenen Berufe? Die Aufgaben und ihre Lösungen können auch Lehrkräfte darin unterstützen, für sie fremde Berufsfelder besser kennenzulernen.

Die Relevanz von Mathematik in fast jedem Beruf kann den Lernenden in der Auseinandersetzung mit den Aufgaben schnell klar werden. Für einzelne Berufe wird auch

⁹ Diese Möglichkeiten sind durch ▲ für ein erhöhtes Anforderungsniveau und durch ▼ für ein niedrigeres Anforderungsniveau gekennzeichnet.

deutlich, dass durchaus weiterführende Mathematik benötigt wird. Der Erwerb berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen erfordert genau solche Lerngelegenheiten, für die fachmathematische Inhalte innerhalb eines beruflichen Kontexts angewendet werden müssen. Dabei kann es Lerngelegenheiten geben, deren mathematisches Niveau in der Sekundarstufe I anzusiedeln ist, die aber durch komplexe außermathematische Inhalte erst in der Sekundarstufe II thematisiert werden sollten. Möchte man diese mathematischen Inhalte also im Unterricht wie gefordert in einer Vielzahl von (beruflichen) Kontexten authentisch behandeln, um den Schüler*innen die berufliche Relevanz von Mathematikunterricht umfangreich erfahrbar machen zu können, so sollten sie auch in fortgeschrittenen Klassenstufen immer wieder vorkommen. Die hier vorgestellten Aufgaben mögen dabei helfen.

7 FAZIT

7.1 ZUSAMMENFASSUNG

Der allgemeinbildende und der berufsbildende Bereich verfügen über unterschiedliche mathematische Kompetenzverständnisse, was den Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Bildung erschweren kann. Zentral im Kompetenzmodell von Neumann et al. (2013) stehen daher die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen, welchen eine Mittlerfunktion zwischen den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und den beruflichen Kompetenzen zugesprochen wird. Ob es sich bei den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und den berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen um empirisch trennbare Kompetenzdimensionen handelt, konnte die bisherige Forschung nicht klären. Die vorliegende Arbeit geht diesem Desiderat nach und befasst sich mit Bezug auf die Ausbildung der Industriekaufleute zusätzlich mit der Rolle, die berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung einnehmen. Strukturgebend waren dabei folgende drei Forschungsfragen:

- FF1: In welchem Umfang kommen berufsfeldbezogene (kaufmännische) Anforderungen im allgemeinbildenden Mathematikunterricht im Sinne einer fachbezogenen Berufsorientierung und -vorbereitung vor?
- FF2: Lassen sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen empirisch voneinander abgrenzen?
- FF3: Wie entwickeln sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen von angehenden Industriekaufleuten im Verlauf ihrer Ausbildung?

Mit der fachbezogenen Berufsorientierung und -vorbereitung auf kaufmännische Ausbildungsberufe im allgemeinbildenden Mathematikunterricht setzt sich dabei Studie 1 auseinander. Die Ausbildung der Industriekaufleute ist ein sehr verbreitetes Berufsfeld mit hohen mathematischen Anforderungen in Ausbildung und Beruf. Daher lässt sich argumentieren, dass dieser Ausbildungsberuf im allgemeinbildenden Unterricht der Mathematik vorbereitet werden sollte. Eine Analyse von 20 000 Lerngelegenheiten aus 18 verschiedenen Schulbüchern für die Sekundarstufe lieferte Erkenntnisse über die Verwendung von kaufmännischen Kontexten im Mathematikunterricht. Die Befunde zeigen, dass zwar ein nicht unwesentlicher Anteil der Lerngelegenheiten in einem kaufmännischen Kontext stehen (6 %), diese Lerngelegenheiten aber größtenteils aus einer nicht kaufmännischen Perspektive angegangen werden, sodass es sich nicht um berufsfeldbezogene (kaufmännische) mathematische Anforderungen handelt. Etwa 1 % aller in den Schulbüchern

enthaltenen Lerngelegenheiten entsprechen solchen berufsfeldbezogenen (kaufmännischen) mathematischen Anforderungen, was Antwort auf die erste Forschungsfrage liefert.

Anhand von Daten einer Längsschnittstudie mit 634 angehenden Industriekaufleuten über den gesamten Verlauf ihrer dreijährigen Berufsausbildung konnte in Studie 2 gezeigt werden, wie sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen längsschnittlich entwickeln. Während die allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen in der ersten Hälfte der Berufsausbildung leicht zunehmen, ist der Anstieg der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen erheblich. In der zweiten Hälfte der Berufsausbildung nehmen die Kompetenzniveaus beider Bereiche leicht ab. Insgesamt beantworten diese Ergebnisse die dritte Forschungsfrage.

Zusätzlich zeigen die Daten aus Studie 2, dass es sich bei den allgemeinbildenden (berufsunspezifischen) mathematischen Kompetenzen und den berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen um zwei voneinander abgrenzbare Kompetenzdimensionen handelt. Die Ergebnisse aus Studie 3 ergänzen diese quantitativ erarbeiteten Befunde um eine Bestätigung mittels qualitativer Methoden. Hierzu bearbeiteten 42 Industriekaufleute in der Ausbildung parallel angelegte Mathematikaufgaben mit und ohne kaufmännischen Kontext. Anschließende Stimulated-Recall-Interviews ergaben, dass die Auszubildenden die isomorphe mathematische Struktur und die kontextuellen Unterschiede der parallelen Aufgaben wahrnahmen. Allerdings bearbeiteten sie die Aufgaben in der Mehrzahl der Fälle unterschiedlich. Die zweite Forschungsfrage kann also sowohl durch den quantitativen als auch durch einen qualitativen Ansatz dahingehend beantwortet werden, dass es sich bei den berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen um einen Kompetenzbereich handelt, der sich von den allgemeinbildenden (berufsunspezifischen) mathematischen Kompetenzen dimensional trennen lässt.

Der anschließende Praxisartikel befasst sich mit der Frage, wie einem solchen Defizit an berufsfeldbezogenen mathematischen Lerngelegenheiten, wie es Studie 1 aufzeigt, begegnet werden kann. Die zugehörige Aufgabensammlung richtet sich vor allem an den allgemeinbildenden Mathematikunterricht der Sekundarstufe und beinhaltet berufsbezogene Modellierungsaufgaben in authentischen Anwendungskontexten. Dabei entstammen die angesprochenen Berufsfelder nicht nur der kaufmännischen Domäne, sondern sind breit gestreut.

7.2 LIMITATIONEN

Die vorliegende Arbeit weist Limitationen auf, die bei der Einordnung der Ergebnisse bedacht werden sollten. Dabei beziehen sich einige der Einschränkungen auf einzelne Studien und einige auf die gesamte Arbeit.

Die Interpretation der Ergebnisse aus Studie 1 erfolgt unter der Annahme, dass Schulbücher im Sinne des potentiell implementierten Curriculums eine bestmögliche Annäherung an die Lerngelegenheiten im allgemeinbildenden Mathematikunterricht darstellen. Empirische Ergebnisse sprechen auch dafür, dass sich hier das potentiell implementierte Curriculum und das implementierte Curriculum wenig unterscheiden (Schmidt et al., 2001;

Mullis et al., 2012; van den Ham & Heinze, 2018). Dennoch ist es denkbar, dass Lehrkräfte – beispielsweise wegen eines fehlenden eigenen Erfahrungsschatzes im Umgang mit Ausbildungsberufen – Lerngelegenheiten mit beruflichem Kontext weniger intensiv in den Unterricht integrieren oder etwa für eine fachliche Berufsorientierung und -vorbereitung bewusst auf authentische mathematische Anforderungssituationen aus realen Unternehmen statt auf das Schulbuch zugreifen. Weiter handelt es sich bei den untersuchten Schulbüchern größtenteils um Auflagen, die vor 2010 veröffentlicht wurden. Zwar fand im Rahmen der Studie ein exemplarischer Abgleich mit Schulbüchern neuerer Auflagen statt, der keine stark abweichenden Ergebnisse bei einer Re-Analyse der gesamten Studie mit neueren Schulbüchern erwarten lässt, dennoch sollte dieser Punkt bei der Interpretation der Studienergebnisse bedacht werden.

Auch Studie 2 unterliegt gewisser Limitationen. Die Länge der Testzeit an jedem Messzeitpunkt ist aufgrund der Vielzahl der verwendeten Instrumente recht lang. Mehrere Proband*innen waren nicht in der Lage, alle Items in der vorgegebenen Zeit auszufüllen, was zu einer erhöhten Anzahl von fehlenden Werten führte. Weiter sind die drei Messzeitpunkte nicht äquidistant, was für die Vergleichbarkeit der Effekte zwischen dem ersten und zweiten sowie zwischen dem zweiten und dritten Messzeitpunkt berücksichtigt werden sollte. Dazu erschwert die Tatsache, dass neben den Daten der Berufsgruppe der angehenden Auszubildenden keine Daten weiterer Ausbildungsberufe als Vergleichsgruppe ausgewertet wurden, die Zuordnung und Interpretation der Kompetenzzuwächse.

Eine Limitation der Interviewstudie (Studie 3) ist die geringe Anzahl genutzter Aufgabenpaare. Bei mehr als drei berufsunspezifischen und drei kaufmännischen Aufgaben würde sich eine valide Zuordnung der Auszubildenden in die Sampling-Gruppen für die anschließenden Interviews ergeben. So konnten in den Interviews allerdings alle Aufgabenpaare umfänglich angesprochen werden. Es handelt sich bei den Proband*innen um keine repräsentative Stichprobe, da sie alle aus zwei Ausbildungsklassen einer beruflichen Schule stammen und somit Kohorten- und Standorteffekte denkbar sind. Die qualitativen Ergebnisse, die sich in der Studie häufig auch innerhalb der individuellen Aussagen der Auszubildenden manifestieren, sind dafür aber weniger stark anfällig.

Das Kompetenzmodell von Neumann et al. (2013) beansprucht für sich, eine möglichst allgemeingültige Beschreibung der mathematischen Kompetenzen am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung zu sein. Eine empiriegerichtete Betrachtung des Modells, wie sie in der vorliegenden Arbeit erfolgt, ist aber nur dann möglich, wenn der Berufsbezug für eine berufliche Domäne bzw. einen Ausbildungsberuf konkretisiert wird. Dies ist hier mit dem Ausbildungsberuf *Industriekaufmann/-frau* geschehen. So konnte die empirische Trennbarkeit allgemeinbildender mathematischer Kompetenzen und berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen für diesen konkreten Ausbildungsberuf gezeigt werden. Auch darüber hinaus dürfte es eine recht breite Gültigkeit aufweisen, da sich zum einen die mathematischen Anforderungen innerhalb der unterschiedlichen kaufmännischen Berufe vielfach übertragen lassen und zum anderen die meisten Auszubildenden in Deutschland einen Beruf aus dem Bereich *Industrie & Handel* anstreben.

Dennoch ist es denkbar, dass sich berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen, die sich auf andere berufliche Domänen bzw. auf andere Ausbildungsberufe beziehen, zu allgemeinbildenden (berufsunspezifischen) mathematischen Kompetenzen anders verhalten. Ein Wechsel der zentralen beruflichen Domäne könnte beispielsweise auch die fachmathematischen Anforderungen der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen verschieben. Sind diese in der kaufmännischen Ausbildung in der Logik der *Bildungsstandards* vorrangig in der Leitideen *Zahl* sowie *Funktionaler Zusammenhang* zu finden, so wären beispielsweise in vielen handwerklichen Ausbildungsberufen Anforderungen denkbar, die sich auf die Leitidee *Raum und Form* beziehen. Ergänzende Studien, ähnlich der drei hier vorgestellten, in denen sich berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen entlang eines Ausbildungsberufs einer anderen beruflichen Domäne konkretisieren, wären hilfreich, um sowohl die Allgemeingültigkeit der hier herausgearbeiteten Kompetenzstruktur am Übergang Schule – Beruf als auch der Ergebnisse zur Vorbereitung und Entwicklung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen überprüfen zu können.

Die vorliegende Arbeit bezieht sich an vielen Stellen explizit auf das deutsche Bildungssystem. So untersucht die Schulbuchanalyse etwa deutschsprachige Schulbücher und die zentralen beruflichen Anforderungen der Industriekaufleute werden anhand des nationalen Rahmenlehrplans betrachtet. Auch wenn sich das zugrundeliegende Kompetenzmodell von Neumann et al. ebenfalls an den curricularen Vorgaben der Kultusministerkonferenz und den unterschiedlichen Kompetenzverständnissen am Übergang Schule – Beruf sowie darüber hinaus an der Struktur des deutschen Berufsbildungssystems orientiert, ist eine Übertragung der gewonnenen Erkenntnisse auf andere Systeme denkbar, sofern die Rahmenbedingungen vergleichbar sind. Darüber hinaus ist die vorgestellte Forschung aus mehreren Gründen von allgemeinerem Interesse: Erstens konzentriert sie sich speziell auf die (Nicht-)Kompatibilität von einem allgemeinbildenden Kompetenzverständnis im Vergleich zu einem Verständnis, das enger auf berufliche Anforderungen ausgerichtet ist. Dies ist für viele Bildungssysteme von Belang. Zweitens kann der Ansatz als Beispiel dafür dienen, wie die Mathematikdidaktik Fragen zur Inkommensurabilität unterschiedlicher mathematischer Kompetenzverständnisse angehen kann. Dies geschieht hier, indem der Fokus von der System- auf die individuelle Ebene verlagert wird. Drittens sind die Eingangsvoraussetzungen der Auszubildenden sehr unterschiedlich. Es ist unklar, inwieweit es der Berufsausbildung gelingt, damit umzugehen und die Auszubildenden beim weiteren Kompetenzerwerb adäquat zu unterstützen. Dieses Problem ist auch für Bildungssysteme in anderen Ländern relevant.

Darüber hinaus ist zu beachten, dass mathematische Inhalte und die damit verbundenen Lernangebote nicht die gesamte Ausbildung der Industriekaufleute und deren Kompetenzerwerb ausmachen, sondern eben nur einen Teil. Ausbildungserfolg lässt sich hier also insbesondere nicht mit mathematischer Kompetenz gleichsetzen.

7.3 IMPLIKATIONEN FÜR DIE FORSCHUNG

Obwohl sich die Mathematik in der Schule und die Mathematik im Beruf voneinander unterscheiden (FitzSimons, 2013), haben die berufliche Bildung und noch spezifischer die

Berufsausbildung in der mathematikdidaktischen Forschung nur wenig Aufmerksamkeit erhalten (Gravemeijer et al., 2017). Insbesondere am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung liegen einige Forschungsdesiderate vor (Retelsdorf et al., 2013). Neumann et al. (2013) schlagen das theoretische Konstrukt der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen als eine theoretische Grundlage für die Modellierung eines kontinuierlichen Kompetenzaufbaus am Übergang in die berufliche Ausbildung vor, um auf dieser Grundlage die Lehr-Lern-Bedingungen am Übergang verbessern zu können.

Die Ergebnisse aus der längsschnittlichen Untersuchung der mathematischen Kompetenzen im Ausbildungsverlauf sowie aus der qualitativen Interviewstudie stützen die Annahme, dass es sich bei allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen (in berufsunspezifischer Ausprägung) und berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen (bezogen auf kaufmännische Anforderungen) um empirisch trennbare Kompetenzdimensionen handelt. Die berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen sind also nicht in den allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen teilweise enthalten, wie es das Modell von Neumann et al., insbesondere in seiner grafischen Darstellung (siehe Abb. 2.3) nahelegt. Diese Uneindeutigkeit ließe sich umgehen, wenn die allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen explizit auf die berufsunspezifischen allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen beschränkt werden würden. Dann bildeten die berufsunspezifischen allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen genau die Kompetenzen, die auch mittels der Instrumente aus dem IQB-Ländervergleich (Stanat et al., 2019a) in der vorgestellten Längsschnittstudie erhoben werden. Als grafische Modelldarstellung bietet sich dann beispielsweise das im theoretischen Hintergrund dieser Arbeit vorgestellte Stufenmodell (Abb. 2.4) an. Dabei bedeutet die höhere Anordnung der berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen sowie der beruflichen Kompetenzen nicht, dass es sich um komplexere Kompetenzen als die allgemeinbildenden (berufsunspezifischen) mathematischen Kompetenzen handelt. Das Modell ist vielmehr in der gewöhnlichen bildungsbiografischen Chronologie des Kompetenzerwerbs von links nach rechts angeordnet gedacht. Allgemeinbildende (berufsunspezifische) mathematische Kompetenzen sollen in der allgemeinbildenden Schule erworben werden, berufliche Kompetenzen in der beruflichen Ausbildung und Praxis. Berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen fungieren hier als Mittler bzw. Stufe von den allgemeinbildenden zu den beruflichen Kompetenzen und werden im Idealfall bereits in der allgemeinbildenden Schule, also vor Beginn einer beruflichen Ausbildung, erworben, sodass ein anschlussfähiger Kompetenzerwerb ermöglicht wird.

Offen bleibt bislang aber, wie sich allgemeinbildende mathematische Kompetenzen und berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen auf die Entwicklung beruflicher Kompetenzen sowie auf den Ausbildungserfolg der Auszubildenden auswirken. Solche Untersuchungen wären allerdings notwendig, um Aussagen darüber treffen zu können, ob berufsfeldbezogene mathematische Kompetenzen die angedachte Mittlerfunktion zwischen allgemeinbildenden mathematischen Kompetenzen und beruflichen Kompetenzen einnehmen.

Die authentischen Modellierungsaufgaben aus dem im Anschluss an die drei Studien vorgestellten Praxis-Beitrag stellen aus theoretischer Sicht eine Möglichkeit dar, berufsfeldbezogene Anforderungen in den allgemeinbildenden Mathematikunterricht zu integrieren. Eine empirische Begleitung der Aufgabenimplementation erscheint sinnvoll und kann beispielsweise adressieren, ob sich die Aufgaben überhaupt sinnvoll im Unterricht einsetzen lassen, ob sie als authentisch wahrgenommen werden oder ob sie verstärkt motivierend auf die Schüler*innen wirken. Auch ein Vergleich der vorgestellten Aufgaben mit den Items zur Erfassung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen aus der Längsschnittstudie könnte aufzeigen, ob sich die theoretische Konstruktion der Aufgaben als berufsfeldbezogene Lerngelegenheiten auch praktisch zeigen lässt.

7.4 IMPLIKATIONEN FÜR DIE PRAXIS

Die Schulbuchanalyse (siehe Kapitel 3) zeigt auf, dass kaufmännische Lerngelegenheiten, sofern sie in den Schulbüchern vorkommen, überwiegend in einem berufsunspezifischen Kontext dargeboten werden. Der Anteil an kaufmännischen Lerngelegenheiten, die aus einer beruflichen Perspektive betrachtet werden, ist in den untersuchten Schulbüchern verschwindend gering. Diese Lerngelegenheiten würden aber einen wertvollen Beitrag zur fachbezogenen Berufsorientierung und -vorbereitung leisten.

Für Mathematik-Lehrkräfte bietet es sich daher an, entsprechende berufsfeldbezogene Lerngelegenheiten verstärkt in den Unterricht zu integrieren. Dies kann beispielsweise über die Adaption bestehender Schulbuchaufgaben geschehen. Dort liegen ausreichend kaufmännische Lerngelegenheiten in einem berufsunspezifischen Kontext vor. Dafür müsste der Kontext einer Aufgabe hin zu einer authentischen beruflichen Perspektive angepasst werden. Die Authentizität ist hierbei wichtig für die spätere Anschlussfähigkeit der erworbenen berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen zu den beruflichen Kompetenzen (siehe auch Studie 3, Kapitel 5). Alternativ können bestehende Aufgaben, etwa aus der im Praxis-Artikel (siehe Kapitel 6) vorgestellten Aufgabensammlung, isoliert oder projektgebunden als Lerngelegenheiten für die Schüler*innen in den Mathematikunterricht eingebracht werden.

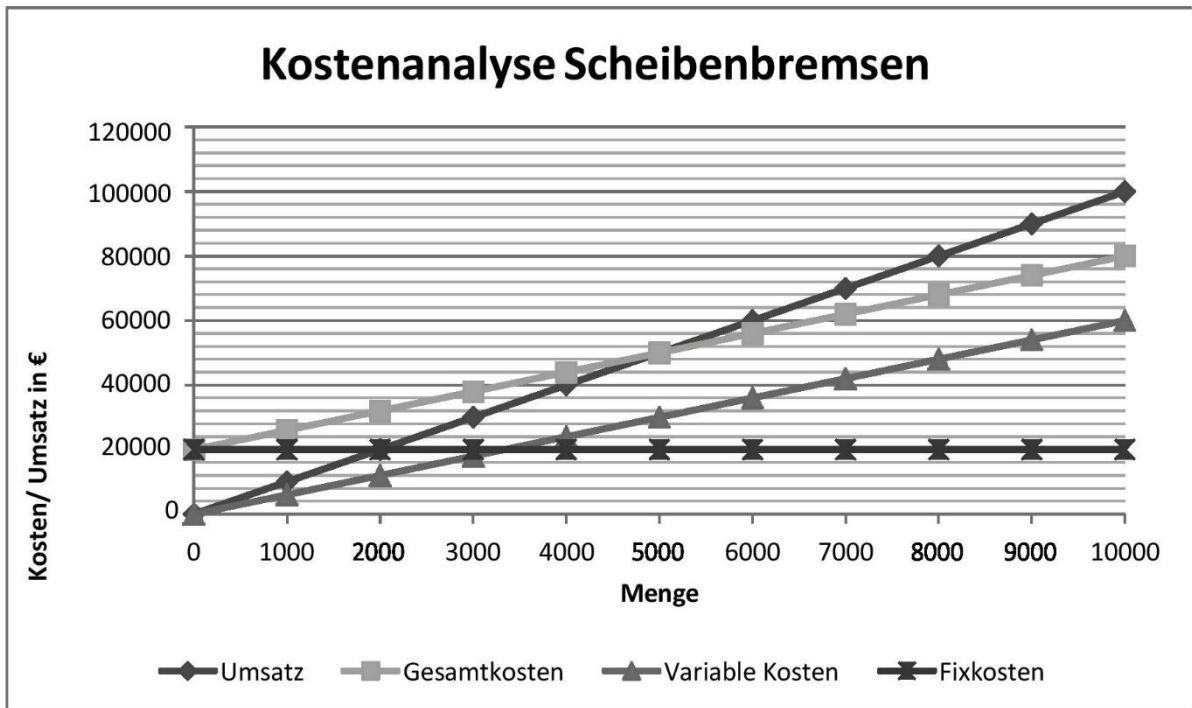
Am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung haben es Schüler*innen mit unterschiedlichen Anforderungen aufgrund von unterschiedlichen Kompetenzverständnissen der abgebenden und der aufnehmenden Institution zu tun (Heinze & Grüßing, 2009). Die in der vorliegenden Arbeit untersuchten berufsfeldbezogenen mathematischen Kompetenzen stellen ein fundiertes Konstrukt dar, das dieser Nicht-Anschlussfähigkeit der Kompetenzen entgegengestellt werden kann. Für die individuelle Biografie des mathematischen Kompetenzerwerbs scheint daher die Förderung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen bereits in der allgemeinbildenden Schule besonders wichtig. So kann den strukturellen Problemen, die am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Ausbildung auftreten, begegnet werden.

ANHANG

ANHANG ZU STUDIE 3 – EINGESETZTE AUFGABEN

Berufsbezogene Aufgabe B1: Produktion von Scheibenbremsen

Die Bremsen AG hat speziell für Fahrräder eine neue preisgünstige Modellreihe Scheibenbremsen entwickelt, die sie auf den Markt bringen wird. Die maximale Fertigungskapazität beträgt 10.000 Stück.



- 1) Wie groß ist der Gewinn pro Stück an der Kapazitätsgrenze von 10.000 Stück?
- 2) Wie groß ist die minimale Stückzahl, ab der die Bremsen AG keinen Verlust mehr macht?
- 3) Die Fertigungskapazität der Scheibenbremsen sinkt um 20 %. Um wie viel Prozent sinkt der maximale Gewinn?

Berufsbezogene Aufgabe B2: Angebot Kakaomasse

Sie sind in der Einkaufsabteilung der Schoko-Tender AG tätig. Ihnen liegt ein Auftrag für Party-Pralinen vor, die in 14 Tagen ausgeliefert werden sollen. Zur Herstellung der erforderlichen Hohlkörper für die Party-Pralinen müssen insgesamt 400 kg Kakaomasse beschafft werden. Dafür haben sie drei verschiedene Angebote eingeholt.

	Meiner & Söhne GmbH	Weiser GmbH	Nährmittel Importe
Einkaufspreis/kg	25,00 €	24,80 €	24,50 €
Frachtkosten	Ab 500 € frei Haus, sonst 0,15 €/kg	Ab 250 € frei Haus, sonst 0,25 €/kg	frei Haus
Zahlungsbedingungen	2 % Skonto auf den Warenwert innerhalb 10 Tage, 30 Tage netto Kasse	3 % Skonto auf den Warenwert innerhalb 10 Tage, 30 Tage netto Kasse	2 % Skonto auf den Warenwert innerhalb 10 Tage, 30 Tage netto Kasse
Rabatt	Ab 200 kg 8 % auf die gesamte Sendung	10 %	Ab 300 kg 8 % auf die gesamte Sendung
Lieferzeit in Arbeitstagen	8	21	7

- 1) Welche Bezugspreise (bei Zahlung innerhalb von 10 Tagen) liegen bei den drei Lieferern für die gesamte Kakaomasse vor?

Meiner & Söhne GmbH:

Weiser GmbH:

Nährmittel Importe:

- 2) Welcher Lieferer bietet das günstigste Angebot für den oben genannten Auftrag?
Kreuzen Sie das zutreffende Unternehmen an.

Meiner & Söhne GmbH

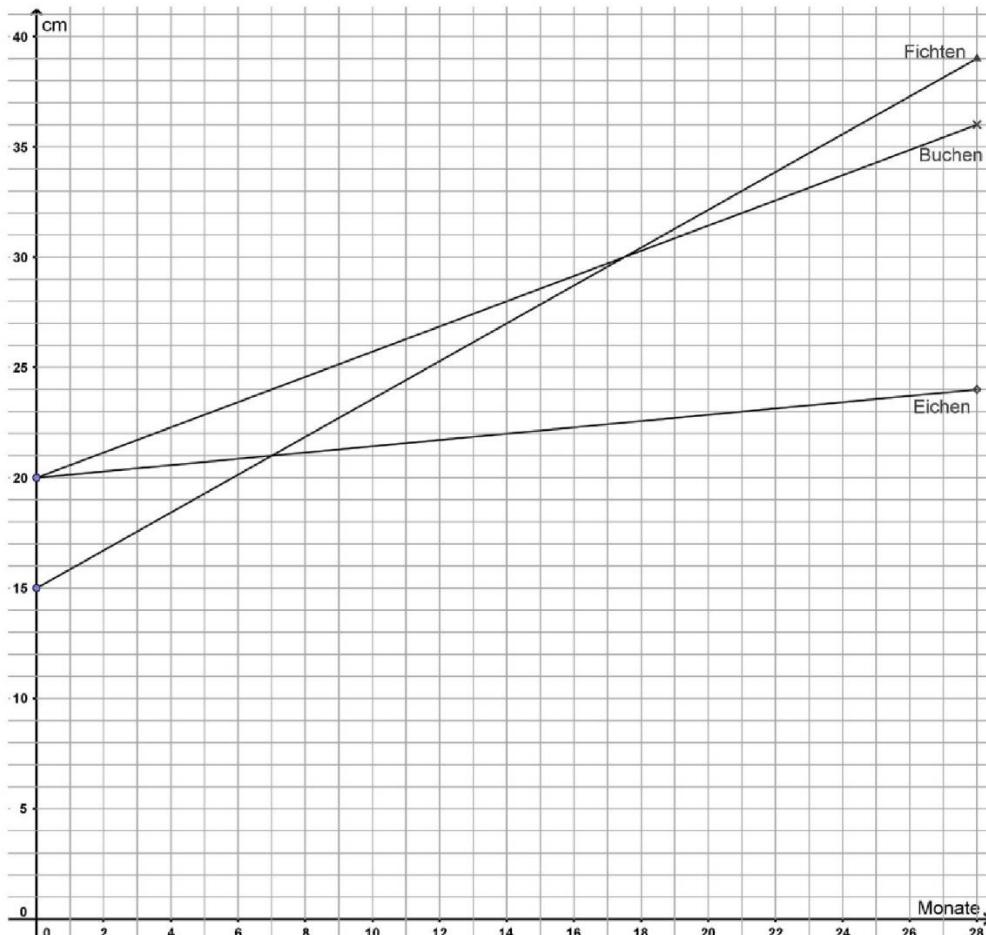
Weiser GmbH

Nährmittel Importe

Allgemeinbildende Aufgabe A1: Baumverkauf

Frau Land arbeitet in einer Baumschule und hat dort verschiedene Baumarten stehen. Das Diagramm stellt die verschiedenen Baumarten und ihr Wachstum pro Monat seit dem letzten Vermessungstag dar.

Die Graphen setzen sich für weitere Monate so fort.



- 1) Buche und Eiche sind in den ersten 28 Monaten jeweils konstant gewachsen. Um wie viel cm pro Monat ist die Buche in den ersten 28 Monaten durchschnittlich mehr als die Eiche gewachsen?
- 2) Bei der Pflanzung sind die Fichten kleiner als die Eichen. Nach wie viel Monaten haben die Fichten den Wachstumsrückstand aufgeholt?
- 3) Das Verkaufsalter der Bäume liegt bei 28 Monaten. Frau Land überlegt, das Verkaufsalter um 25 % zu senken. Um wie viel Prozent verringert sich der Wachstumsunterschied von Buche und Eiche?

Allgemeinbildende Aufgabe A2: Diätplan

Herr Kobolt möchte gerne in 12 Wochen bei einem Volkslauf teilnehmen. Nach ärztlichem Rat sollte er bis dahin noch ca. 5 kg abnehmen, da er im Moment 100 kg wiegt. Mit Hilfe eines Plans möchte er seinen Kilokalorientagesbedarf an die geänderte Situation anpassen und hat sich dafür drei Pläne aus dem Internet gesucht.

	Plan 1	Plan 2	Plan 3
Tagesgrundbedarf/kg	24 kcal	26 kcal	28 kcal
Zusatzbedarf pro Tag	Personen bis 80 kg nichts, alle anderen 4 kcal/kg	Personen bis 80 kg nichts, alle anderen 4 kcal/kg	keine Angabe
Korrekturfaktor	Personen ab 95 kg: 2 % Abzug vom Tagesgrundbedarf	3 %	Personen ab 98 kg: 2 % Abzug vom Tagesgrundbedarf
Abzug für Inaktivität (liegen, sitzen) pro Tag (bezogen auf Tagesbedarf abzüglich Korrekturfaktor)	ab 7 Stunden: 3 % < 7 Stunden: keiner	ab 7 Stunden: 5 % < 7 Stunden: keiner	ab 7 Stunden: 2 % < 7 Stunden: keiner
Dauer in Wochen pro 5 kg Gewichtsabnahme	10	11	18

- 1) Herr Kobolt verbringt 7 Stunden pro Tag liegend oder sitzend. Wie viel Kilokalorien hat Herr Kobolt nach den drei Plänen pro Tag zur Verfügung?

Plan 1:

Plan 2:

Plan 3:

- 2) Bei welchem Plan muss sich Herr Kobolt bei der Kalorienaufnahme am wenigsten einschränken und kann sein Ziel trotzdem erreichen?

Kreuzen Sie den zutreffenden Plan an.

- Plan 1
- Plan 2
- Plan 3

ANHANG ZUR IMPLEMENTATION IN DIE PRAXIS

Die folgende Aufgabe zielt auf das Berufsfeld *High-Tech-Materialien* und wurde ursprünglich im PANaMa-Projekt-Band (Wilken & Herzog, 2020, S. 54–56) veröffentlicht.

10. Modellierung eines Zylinderkopfes



Das Dienstleistungsunternehmen TechLas bearbeitet Bauteile aus dem Motorraum und Antriebsstrang von Kraftfahrzeugen. Als Industriemechaniker*in bei TechLas ist man mit der Konstruktion und Fertigung solcher Bauteile beschäftigt.

Ein Kraftfahrzeugherrsteller beauftragt die Firma TechLas mit der Herstellung von 4.000 Zylinderköpfen für ihre geplante Fahrzeugserie FS103. Dabei soll der Zylinderkopf eine Höhe von 5 cm und einen Durchmesser von 6 cm haben. Der Zylindermantel hat eine Dicke von 1 cm. Der Zylinder ist also innen hohl, schließt aber auf der Oberseite mit einer ebenfalls 1 cm dicken Deckfläche. Weiter hat er zwei Einkerbungsringe mit jeweils einer Höhe von 2 mm und einer Einkerbungstiefe von 2 mm.

In einem ersten Arbeitsschritt wird die Form näherungsweise aus Stahl gegossen und danach in weiteren Arbeitsschritten auf ihre präzise Form gefräst.

10. Modellierung eines Zylinderkopfes – Aufgaben

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Materialkosten für alle 4.000 Zylinderköpfe.*

*Hinweis: Die Dichte von legiertem Stahl beträgt 7,9 g/m³ und Stahl kostet ca. 6.000 € pro Tonne.

Aufgabe 2:

Die Materialkosten sind nur eine Kostenposition für die Herstellung der Zylinderköpfe. Recherchieren Sie, welche weiteren Kosten es gibt.

10. Modellierung eines Zylinderkopfes – Lösung

Lösung Aufgabe 1:

Durchmesser Zylinderkopf:

$$d = 6 \text{ cm}$$

Radius Zylinderkopf:

$$r_1 = \frac{d}{2} = \frac{6 \text{ cm}}{2} = 3 \text{ cm}$$

Radius abzügl. Manteldicke:

$$r_2 = \frac{d - 2 \cdot 1 \text{ cm}}{2} = \frac{6 - 2 \text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm}$$

Höhe Zylinderkopf:

$$h_1 = 5 \text{ cm}$$

Höhe ohne Deckfläche:

$$h_2 = 5 \text{ cm} - 1 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

Volumen Zylinder (komplett massiv): $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot 5 \text{ cm} = 47,12 \text{ cm}^3$

Volumen Zylinderkopf-Hohlraum: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot 4 \text{ cm} = 16,76 \text{ cm}^3$

Stahlvolumen pro Zylinderkopf: $V = V_1 - V_2 = 47,12 \text{ cm}^3 - 16,76 \text{ cm}^3 = 30,36 \text{ cm}^3$

Die Einkerbungen werden erst nach dem Gießen gefräst, sodass sie für die Berechnung der Kosten keine Rolle spielen.

Gesamtgewicht: $G = 4.000 \cdot 30,36 \text{ cm}^3 \cdot 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 959.376 \text{ g} = 0,9594 \text{ t}$

Gesamtkosten (inkl. 10 % Puffer): $K = 1,1 \cdot 0,9594 \text{ t} \cdot 6.000 \frac{\text{€}}{\text{t}} = 6.332,04 \text{ €}$

Lösung Aufgabe 2:

Weitere mögliche Kostenpositionen:

- Fertigungslohn
- Kosten für das Fertigungsmaterial
- Verwaltungskosten
- Vertriebskosten
- Steuern

10. Modellierung eines Zylinderkopfes – Kommentar

Beschreibung:

1. Kontext: Kostenplanung bei der Herstellung von Zylinderköpfen.
2. Bezug zu den Fachanforderungen Mathematik: K2: Probleme mathematisch lösen, L1: Zahl, L2: Messen
3. Vorwissen: Volumen Zylinder, zusammengesetzte Volumen
4. Mögliche Schwierigkeiten: Einkerbungen in der Aufgabe bei der Kostenplanung mitdenken
5. Angesprochenes Berufsfeld: Industriemechaniker*in, Betriebswirt*in
6. Klassenstufe: Ab 9. Klasse
7. Bezug zu anderen Fächern: Wirtschaft

Differenzierungsmöglichkeiten:

- ▲ Zu Aufgabe 1: Hinweis weglassen.

Quellen:

<http://www.nutech.de/de/ausbildung> [letzter Zugriff: 10.05.2020]

<http://www.brucewilles.de/massenausgleich.html> [letzter Zugriff: 10.05.2020]

Diese Aufgabe entstand unter Mitarbeit von Inken Saggau, Robert von Hering, Aiso Heinze & Anke Lindmeier.

Die folgende Aufgabe zielt auf das Berufsfeld *Landwirtschaft & Ernährung* und wurde ursprünglich im PANaMa-Projekt-Band (Wilken & Herzog, 2020, S. 83–84) veröffentlicht.

18. Verkauf von Weizen



Landwirtin Linda Jensen bringt ihr Getreide nach der Ernte zum Großhandel, wo es dann weiterverkauft wird. Sie wird vom Großhandel pro gelieferter Tonne Getreide, die sie liefert, bezahlt. Der Weizenpreis wird jede Woche neu bekanntgegeben. In der 47. KW 2019 lag der Ankaufspreis für Brotweizen zum Beispiel bei 158,90 € pro t.

Landwirtin Linda Jensen kippt ihren frisch geernteten Brotweizen in einer Lagerhalle aus. Da solche großen Getreidemengen schwierig zu wiegen sind, möchte sie abschätzen, wie viel sie für ihre aktuelle Weizenernte bekommt. Dafür misst sie den Umfang des Getreidekegels am Boden mit 20 m und mit Hilfe eines langen Messstabes die Mantellinie des Kornhaufens von der Spitze bis zum Boden mit 3,5 m.

18. Verkauf von Weizen – Aufgaben

Aufgabe 1:

Helfen Sie Landwirtin Jensen bei der Gewichtsberechnung des Kornhaufens. 100 l Brotweizen wiegen 80 kg.

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie den Preis, den Landwirtin Jensen für ihre Weizenernte in der 47. KW 2019 erzielen konnte.

18. Verkauf von Weizen – Lösung

Lösung Aufgabe 1:

Kegel-Volumen: $V = G \cdot h$
 Kegel-Grundfläche: $G = \pi \cdot r^2$
 Umfang: $U = 2 \cdot \pi \cdot r = 20 \text{ m} \Rightarrow r = \frac{20}{2 \cdot \pi} = 3,18 \text{ m}$
 Mantellinie s (mit Pythagoras): $s^2 = r^2 + h^2$
 $\Leftrightarrow h = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{(3,5 \text{ m})^2 - (3,18 \text{ m})^2} = 1,46 \text{ m}$

Der Kegel hat damit ein Volumen von $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$
 $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3,18 \text{ m})^2 \cdot 1,46 \text{ m}$
 $= 15,44 \text{ m}^3$
 $= 15.440 \text{ l}$

und somit ein Gewicht von $\frac{15.440 \text{ l}}{1000} \cdot 80 \text{ kg} = 12.352 \text{ kg} = 12,352 \text{ t}$.

Lösung Aufgabe 2:

In der 47. KW des Jahres 2019 betrug der Brotweizenpreis 158,90 € pro t. Somit konnte Landwirtin Jensen zu diesem Zeitpunkt einen Preis von $12,352 \text{ t} \cdot 158,90 \frac{\text{€}}{\text{t}} = 1.962,73 \text{ €}$ erzielen.

18. Verkauf von Weizen – Kommentar

Beschreibung:

1. Kontext: Eine Landwirtin bestimmt Gewicht und Preis ihrer Weizenernte.
2. Bezug zu den Fachanforderungen Mathematik: K4: Mathematische Darstellungen verwenden, L2: Messen, L3: Raum und Form
3. Vorwissen: Elementare Begriffe und Rechnungen zu und an Kreis und Kegel
4. Mögliche Schwierigkeiten: Mantellinie mit Höhe verwechseln
5. Angesprochenes Berufsfeld: Landwirt*in
6. Klassenstufe: Ab 8. Klasse
7. Bezug zu anderen Fächern: Wirtschaft

Differenzierungsmöglichkeiten:

- ▲ Zusatzaufgabe: Welchen Preis würde Landwirtin Jensen zum jetzigen Zeitpunkt mit ihrem Weizenkegel erzielen? Informieren Sie sich über die aktuellen Getreidekurse.

Quellen:

<https://markt.agrarheute.com/> [letzter Zugriff: 10.05.2020]

Diese Aufgabe entstand unter Mitarbeit von Ines Niebuhr, Robert von Hering, Aiso Heinze & Anke Lindmeier.

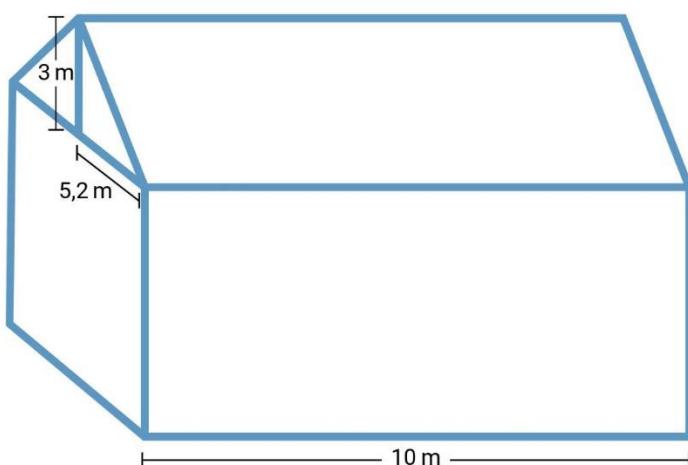
Die folgende Aufgabe zielt auf das Berufsfeld *Erneuerbare Energien* und wurde ursprünglich im PANaMa-Projekt-Band (Wilken & Herzog, 2020, S. 171–174) veröffentlicht.

43. Solarmodule am Hausdach



Sie sind zertifizierte Energieberaterin oder Energieberater und geben Unterstützung bei der Planung von Solaranlagen an Privathäusern. Familie Andresen aus Leck interessiert sich für den Kauf einer Solaranlage für das Dach ihres geplanten Eigenheims und bittet Sie um ein Beratungsgespräch. Sie haben sich bereits über verschiedene Angebote informiert. Ihre Wahl ist auf polykristalline Solarmodule gefallen, die inklusive Montage für 289 € je Modul zu erhalten wären. Die Maße der Module sind 1.640 mm x 990 mm. Zusätzlich würden jährlich laufende Kosten in Höhe von geschätzt 500 € für die Wartung, Instandhaltung, Versicherung und Betrieb anfallen.

Familie Andresen teilt Ihnen die Maße ihres geplanten Hauses mit. Die Skizze ist nicht maßstabsgerecht und zeigt die Südseite (Sonnenseite) des Hauses:



43. Solarmodule am Hausdach – Aufgaben

Aufgabe 1:

Die optimale Dachneigung für Solaranlagen ist abhängig vom Breitengrad. In Deutschland liegt sie zwischen 28° und 30°, in Schleswig-Holstein bei 30°. Prüfen Sie, ob das Hausdach einen optimalen Neigungswinkel hat.

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie die maximale Anzahl an Solarmodulen, die auf der Südseite des Hauses angebracht werden können.

Aufgabe 3:

Je m² erbringt die Solaranlage bei optimaler Dachneigung etwa 140 kWh (Kilowattstunden) pro Jahr. Für jede selbsterzeugte kWh spart Familie Andresen 30,9 Cent im Vergleich zum fremderzeugten Strom. Beraten Sie Familie Andresen, nach wie vielen Jahren die Investitionen in die Solaranlage durch die Stromersparnis gedeckt werden.

43. Solarmodule am Hausdach – Lösung

Lösung Aufgabe 1:

Bezeichnet α den Neigungswinkel des Hausdachs, so ist mit den Werten aus der Skizze $\tan(\alpha) = \frac{3\text{m}}{5,2\text{m}} = 0,577$, also $\alpha = \tan^{-1}(0,577) = 30^\circ$. Das geplante Dach hat also einen für die Solaranlage optimalen Neigungswinkel.

Lösung Aufgabe 2:

Die schräge Dachfläche hat nach der Skizze eine Breite von 10 m und mit dem Satz des Pythagoras eine Höhe von $h = \sqrt{(3\text{m})^2 + (5,2\text{m})^2} = 6\text{ m}$.

1. Möglichkeit:

Ordnet man die Solarmodule mit der längeren Seite horizontal an, so passen $\frac{10}{1,64} = 6,1$, also 6 Module neben- und $\frac{6}{0,99} = 6,06$, also 6 Module übereinander. Insgesamt passen dann also $6 \cdot 6 = 36$ Module auf die Dachfläche.

2. Möglichkeit:

Ordnet man die Module mit der kürzeren Seite horizontal an, so passen zunächst 30 Module auf die Dachfläche. Es bleibt zusätzlich ein Streifen von $10\text{m} \cdot 1,08\text{m}$ frei, auf dem weitere 6 Module quer angebracht werden könnten, sodass auch bei dieser Anordnung 36 Module auf das Dach passen würden.

Lösung Aufgabe 3:

- Anschaffungskosten für Solarmodule: $36 \cdot 289\text{ €} = 10.404\text{ €}$
- Gesamtfläche der Module: $36 \cdot 0,99\text{ m} \cdot 1,64\text{ m} = 58,45\text{ m}^2$
- Ersparnis pro Jahr: $58,45\text{ m}^2 \cdot 140 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} \cdot 0,309\text{ €} - 500\text{ €} = 2.028,55\text{ €}$
- Anzahl Jahre bis Deckung: $\frac{10.404}{2.028,55} = 5,13$

Die Investition in die Solaranlage rechnet sich für Familie Andresen also nach etwas mehr als 5 Jahren. Dabei ist zu bedenken, dass die Stromkosten in den letzten Jahren tendenziell angestiegen sind. Sollte sich dieser Trend fortsetzen, könnten die Einsparungen noch höher ausfallen. Die Investition wären dann früher/schneller gedeckt.

43. Solarmodule am Hausdach – Kommentar

Beschreibung:

1. Kontext: Ein*e Energieberater*in stellt verschiedene geometrische und wirtschaftliche Überlegungen zur Installation einer Solaranlage auf.
2. Bezug zu den Fachanforderungen Mathematik: K1: Mathematisch argumentieren, K2: Probleme mathematisch lösen, L1: Zahl, L2: Messen, L3: Raum und Form, L4: Funktionaler Zusammenhang
3. Vorwissen: Trigonometrische Funktionen, Satz des Pythagoras
4. Mögliche Schwierigkeiten: Anordnung der Solarmodule in Aufgabe 2
5. Angesprochenes Berufsfeld: Energieberater*in
6. Klassenstufe: Ab 10. Klasse
7. Bezug zu anderen Fächern: Physik

Differenzierungsmöglichkeiten:

- ▼ Die optimale Orientierung der Solarmodule (längere Seite horizontal ausrichten) kann für Aufgabe 2 vorgegeben werden.
- ▲ In die Planungen des Hausdachs können auch ein oder zwei Fenster einbezogen werden (Maße: 80x100cm).

Quellen:

- <http://www.photovoltaik.org/betrieb/photovoltaik-kosten> [letzter Zugriff: 10.05.2020]
- <http://www.renewable-energy-concepts.com/german/sonnenenergie/basiswissen-solarenergie/dachneigung-sonnenstand.html> [letzter Zugriff: 10.05.2020]
- <https://www.stromauskunft.de/strompreise/was-kostet-strom/> [letzter Zugriff: 10.05.2020]

Diese Aufgabe entstand unter Mitarbeit von Dennis Fomin, Robert von Hering, Aiso Heinze & Anke Lindmeier.

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 2.1: Siebenschrittiger Modellierungskreislauf nach Blum (2010)	8
Abbildung 2.2: Integriertes Kompetenzmodell für die kaufmännische Berufsbildung nach Winther et al. (2013).....	12
Abbildung 2.3: Zusammenhang zw. den verschiedenen für die Kompetenzentwicklung in der beruflichen Ausbildung relevanten Kompetenzbereiche (nach Neumann et al., 2013)....	13
Abbildung 2.4: Stufenmodell für die Kompetenzentwicklung am Übergang von der allgemeinbildenden Schule in die berufliche Bildung	15
Abbildung 2.5: Beispiel-Item <i>Computertische</i> zur Erfassung berufsfeldbezogener (kaufmännischer) mathematischer Kompetenzen aus dem Projekt <i>ManKobE</i>	19
Abbildung 3.1: Beispieldaufgabe kategorisiert als <i>Kostenrechnung</i> (inhaltliche Kategorie) und <i>industriekaufmännischer Kontext</i> (hoher Grad der Berufsbezogenheit) (Neue Wege 9, 2007, S.11)	35
Abbildung 3.2: Beispieldaufgabe kategorisiert als <i>Kostenrechnung</i> (inhaltliche Kategorie) und <i>andere berufsbezogene kaufmännische Kontexte</i> (mittlerer Grad der Berufsbezogenheit) (Mathe live 8, 2014, S. 39)	36
Abbildung 3.3: Beispieldaufgabe kategorisiert als <i>Finanzierung/Investition</i> (inhaltliche Kategorie) und <i>private/nicht eindeutige kaufmännische Kontexte</i> (niedriger Grad der Berufsbezogenheit) (Mathe Netz 6, 2005, S. 178)	36
Figure 4.1: Framework for mathematical competence acquisition in the school-to-work transition according to Neumann et al. (2013).....	48
Figure 4.2: Vocation-related mathematical competence item Ladies skirts - translated from German.....	52
Figure 4.3: Boxplots of vocation-related mathematical competence over time (three measurement points, MP) between all trainees (white, n _{MP1} = 582, n _{MP1} = 552, n _{MP1} = 356) and trainees who participated in all three measurement points (grey, N = 310).....	53
Figure 4.4: Development of mean general mathematical competence over time (three measurement points, MP) according to proficiency levels at MP1 (from bottom to top: group I to V, N _I = 67, N _{II} = 135, N _{III} = 179, N _{IV} = 129, N _V = 72)	55
Figure 4.5: Development of mean vocation-related mathematical competence over time (three measurement points, MP) according to proficiency levels with regard to general mathematical competence at MP 1 (from bottom to top: group I to V, N _I = 67, N _{II} = 135, N _{III} = 179, N _{IV} = 129, N _V = 72)	56

Figure 4.6: Vocation-related mathematical competence item Sewing thread spools, item difficulty: 534 - translated from German.....	57
Figure 4.7: Vocation-related mathematical competence item Eletric lawn mowers, item difficulty: 646 - translated from German.....	58
Abbildung 5.1: Zusammenhang zwischen den verschiedenen für die Kompetenzentwicklung in der beruflichen Ausbildung relevanten Kompetenzbereichen (nach Neumann et al., 2013)	69
Abbildung 5.2: Genutzte berufsbezogene Aufgabe (Aufgabe B3).....	76
Abbildung 5.3: Genutzte allgemeinbildende Aufgabe (Aufgabe A3).....	78
Abbildung 6.1: Zusammenhang zw. den verschiedenen für die Kompetenzentwicklung in der beruflichen Ausbildung relevanten Kompetenzbereiche (nach Neumann et al., 2013)....	96
Abbildung 6.2: Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2005).....	97
Abbildung 6.3: Auszug aus der Aufgabe "Modellierung eines Zylinderkopfes" (siehe Anhang), abgebildet sind hier nur zwei Arbeitsaufträge der umfassenderen Aufgabe	99
Abbildung 6.4: Lösungsansatz zum ersten Arbeitsauftrag aus der Aufgabe "Modellierung eines Zylinderkopfes"	100
Abbildung 6.5: Kommentar zur Aufgabe "Modellierung eines Zylinderkopfes"	101

TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 3.1: Kriterien zur Klassifizierung des Mathematischen Inhalts, hier am Beispiel der Kategorie Finanzierung/Investition.....	34
Tabelle 3.2: Verteilung der identifizierten Aufgaben bezüglich inhaltlicher Kategorie und Grad der Berufsbezogenheit, grau hinterlegt: berufsspezifische Lerngelegenheiten im engeren Sinne	37
34 Tabelle 3.3: Anzahl der identifizierten Aufgaben nach Klassenstufe und Grad der Berufsbezogenheit	38
Tabelle 3.4: Durchschnittliche Anzahl der identifizierten Aufgaben pro Buch und Anteil der Aufgaben nach Grad der Berufsbezogenheit je Schulbuchreihe	39
Table 4.1: Fit indices of IRT models, 1-dim: unidimensional generalized partial credit model, 2-dim: two-dimensional generalized partial credit model.....	54
Table 4.2: Mean and standard deviation of EAP at all three measurement points (MP); GMC: General mathematical competences, VRMC: Vocation-related mathematical competences	55
Tabelle 4.3: Modellfit-Werte der IRT-Modelle, 1-dim: eindimensionales generalized partial credit model mit fixierten Item-Schwierigkeiten, 2-dim: zweidimensionales generalized partial credit model mit fixierten Item-Schwierigkeiten, 1-dim alt: eindimensionales generalized partial credit model mit frei geschätzten Item-Schwierigkeiten, 2-dim: zweidimensionales generalized partial credit model mit frei geschätzten Item-Schwierigkeiten.....	60
Tabelle 5.1: Einstufung der verwendeten (Teil-)Aufgaben gemäß der Bildungsstandards Mathematik (allgemeinbildende Aufgaben: A1–A3, berufsbezogene Aufgaben: B1–B3), kursiv: Nicht-Übereinstimmung zwischen den parallel angedachten (Teil-)Aufgaben.....	79
Tabelle 5.2: Kategoriensystem für die kognitiven Bearbeitungsprozesse und den Ort des Wissenserwerbs	82
Tabelle 5.3: Verwendete Kodierregeln für die Kategorie <i>Bearbeitungsprozess</i>	83
Tabelle 5.4: Verwendete Kodierregeln für die Kategorie <i>Ort des Wissenserwerbs</i>	84
Tabelle 5.5: Verwendete Kodierregeln zu den wahrgenommenen Unterschieden und Gemeinsamkeiten der parallel angelegten Aufgabenpaare	85
Tabelle 5.6: Mittelwert und Standardabweichung der Lösungsraten für die allgemeinbildenden Aufgaben (A) und berufsbezogenen Aufgaben (B) aufgeteilt nach Lehrjahr der Auszubildenden ($N_2 = 18$ im zweiten Ausbildungsjahr, $N_3 = 24$ im dritten Ausbildungsjahr) und kumuliert ($N = 42$)	87

Tabelle 5.7: Prozentuale Aufteilung der Bearbeitungen in die Kategorien <i>allgemeinbildend</i> , <i>berufsspezifisch</i> und <i>unbekannt</i> in der Gesamtstichprobe, aufgeteilt nach Lehrjahren sowie aufgeteilt nach Sampling-Gruppen.....	88
--	----

LITERATURVERZEICHNIS

- Anderson, J.R. (1996). ACT. A simple theory of complex cognition. *American Psychologist*, 51(4), 355–365.
- Bakker, A. (2014). Characterising and developing vocational mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 151–156.
- Bakker, A., & Akkerman, S. F. (2014). A boundary-crossing approach to support students' integration of statistical and work-related knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 223–237.
- Bakker, A., Hoyles, C., Kent, P. & Noss, R. (2006). Improving work processes by making the invisible visible. *Journal of Education and Work*, 19(6), 343–361.
- Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J., & Weiß, M. (Hrsg.) (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich.
- Baumert, J., Lehmann, R., Lehrke, M., Schmitz, B., Clausen, M., Hosenfeld, I., Köller, O., & Neubrand, J. (1997). *TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich.
- BBiG (2005). Berufsbildungsgesetz (BBiG) in der Fassung der Bekanntmachung vom 23. März 2005 (BGBI I, S. 931).
- BIBB (2018) = Bundesinstitut für Berufsbildung (2018). *Datenreport zum Berufsbildungsbericht 2018*. Bonn: BMBF.
- BIBB (2019) = Bundesinstitut für Berufsbildung (2019). *Datenreport zum Berufsbildungsbericht 2019*. Bonn: BMBF.
- BIBB (2020) = Bundesinstitut für Berufsbildung (2020). *Datenreport zum Berufsbildungsbericht 2020*. Bonn: BMBF.
- BIBB (2021) = Bundesinstitut für Berufsbildung (2021). *Datenreport zum Berufsbildungsbericht 2021*. Bonn: BMBF.
- Blomhøy, M., & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22(3), 123–139.
- Blum, W. (2006). Die Bildungsstandards Mathematik. Einführung. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung, & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret* (S. 14–32). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Blum, W. (2010). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht. Herausforderungen für Schüler und Lehrer. *Praxis der Mathematik*, 34(52), 42–48.
- Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (Hrsg.) (2006). *Bildungsstandards Mathematik: konkret*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W., & Niss, M. (Hrsg.) (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Blum, W., & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *Mathematik lehren*, 128, 18–21.
- Blum, W., Roppelt, A., & Müller, M. (2013). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik. In H. A. Pant, P. Stamat, U. Schroeders, A. Roppelt, T. Siegle, & C. Pöhlmann (Hrsg.), *IQB-Ländervergleich 2012: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I* (S. 61–73). Münster: Waxmann.
- BMBF (2002) = Bundesministerium für Bildung und Forschung (2002). Verordnung über die Berufsausbildung zum Industriekaufmann/zur Industriekauffrau. *Bundesgesetzblatt*, 51(1), 2764–2774.
- Bonin, H. (2020). Fachkräftemangel in der Gesamtperspektive. In: K. Jacobs, A. Kuhlmeier, S. Greß, J. Klauber, & A. Schwinger (Hrsg.), *Pflege-Report 2019* (S. 61–69). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Borromeo Ferri, R., Greefrath, G., & Kaiser, G. (2013). *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Brockmann, M., Clarke, L., & Winch, C. (2009). Competence and competency in the EQF and in European VET systems. *Journal of European Industrial Training*, 33(8/9), 787–799.
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18(1), 32–42.
- Bundesagentur für Arbeit (2019): *Fachkräfteengpassanalyse Dezember 2019*. Nürnberg: Bundesagentur für Arbeit.
- Coben, D. (2003). *Adult numeracy: Review of research and related literature*. London: NRDC.
- Cosmides, L., & Tooby, J. (1992). Cognitive adaptions for social exchange. In J. Barkow, L. Cosmides, & J. Tooby (Hrsg.), *The adapted mind: evolutionary psychology and the generation of culture* (S. 163–228). New York: Oxford University Press.
- EQF (2008). *The European qualifications framework for lifelong learning*. Luxemburg: EU.
- Erpenbeck, J. (2009). Kompetente Kompetenzerfassung in Beruf und Betrieb. In D. Münk, & E. Severing (Hrsg.), *Theorie und Praxis der Kompetenzfeststellung im Betrieb – Status quo und Entwicklungsbedarf* (S. 17–44). Bielefeld: Bertelsmann.
- Euler, D., & Hahn, A. (2014). *Wirtschaftsdidaktik*. Bern: Haupt.
- Evans, J. (1999). Building bridges: Reflections on the problem of transfer of learning in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1–3), 23–44.
- Evans, J. (2000). The Transfer of Mathematical Learning from School to Work is Not Straightforward – But it is Not Impossible Either! In A. Bessot, & J. Ridgway (Hrsg.), *Education for Mathematics in the Workplace* (Vol. 24) (S. 5–15). Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic.

- Fischer, M., & Reimann, D. (2018). Didaktik der Berufsorientierung und Berufsvorbereitung. In T. Tramm, M. Casper, & T. Schröder (Hrsg.): *Didaktik der beruflichen Bildung – Selbstverständnis, Zukunftsperspektiven und Innovationsschwerpunkte*. (S. 217–236). Gütersloh: Bertelsmann.
- FitzSimons, G. (2013). Doing mathematics in the workplace. A brief review of selected literature. *Adults Learning Mathematics: An International Journal*, 8(1), 7–19.
- Fleiss, J. L., Levin, B., & Paik, M. C. (2003). *Statistical methods for rates and proportions*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Frank, C., Härtig, H., & Neumann, K. (2017). Schulisch erworbene Kompetenzen als Voraussetzung für berufliches Wissen gewerblich-technischer Auszubildender. *Unterrichtswissenschaft*, 36, 22–35.
- Gessler, M. (2017). Areas of learning: the shift towards work and competence orientation within the school-based vocational education in the German Dual Apprenticeship System. In M. Mulder (Hrsg.), *Competence-based Vocational and Professional Education* (S. 695–717). Cham: Springer.
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F. L., & Ohtani, M. (2017). What mathematics education may prepare students for the society of the future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 105–123.
- Greefrath, G., Kaiser, G., Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2013). Mathematisches Modellieren – Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath, & G. Kaiser (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*. (S. 11–37). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Ham, A.-K. van den, Nissen, A., Ehmke, T., Sälzer, C., & Roppelt, A. (2014). Mathematische Kompetenz in PISA, IQB-Ländervergleich und NEPS – Drei Studien, gleiches Konstrukt? *Unterrichtswissenschaft*, 42(4), 321–341.
- Haucke, K., Forsberg Sørensen, S., Jønch-Clausen, L. L., & Tyranski, A. H. (2018). *Fachkräftestudie / Undsøgelse om faguddannede*. Kiel: IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.
- Heinze, A., & Bruder, R. (2015). Übergänge gestalten. *mathematik lehren*, 192, 2–7.
- Heinze, A., & Grüßing, M. (Hrsg.) (2009). *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung beim Mathematiklernen*. Münster: Waxmann.
- Helfferich, C. (2011). *Die Qualität qualitativer Daten: Manual für die Durchführung qualitativer Interviews*. Wiesbaden: VS.
- von Hering, R., Heinze, A., & Lindmeier, A. (2019). Authentische Modellierungsaufgaben mit Berufsbezug für den Mathematikunterricht: Mathematische Anforderungen aus der beruflichen Praxis in den Unterricht integrieren. In M. Wilken, & S. Herzog (Hrsg.), *Das PANaMa-Projekt: Bd. 2. Berufsorientierung im MINT-Fachunterricht* (S. 136–161). Kiel: IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.

- von Hering, R., Rietenberg, A., Heinze, A., & Lindmeier, A. (2018). The applied knowledge of trainees as industrial clerks solving problems with vocational and non-vocational context. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Hrsg.): *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (S. 179–186). Umeå, Schweden: PME.
- von Hering, R., Rietenberg, A., Heinze, A., & Lindmeier, A. (online first). Nutzen Auszubildende bei der Bearbeitung berufsfeldbezogener Mathematikaufgaben ihr Wissen aus der Schule? Eine qualitative Untersuchung mit angehenden Industriekaufleuten. *Journal für Mathematik-Didaktik*.
- von Hering, R., Zingelmann, H., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2020). Lerngelegenheiten mit kaufmännischem Kontext im Mathematikunterricht der allgemeinbildenden Schule: Eine Lehrbuch- und Aufgabenanalyse. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 23(1), 193–213.
- Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim: Beltz.
- Heymann, H. W. (1997). Allgemeinbildung als Aufgabe der Schule und als Maßstab für Fachunterricht. *Pädagogik*, 49, 42–45.
- Hoogland, K., Heinsman, K., & Drijvers, P. (2019). *Numeracy and mathematics education in vocational education: a literature review, preliminary results*. Utrecht: Utrecht University.
- Hoyles, C., Noss, R., Kent, P., & Bakker, A. (2013). Mathematics in the workplace: Issues and challenges. In: A. Damlamian, J. F. Rodrigues, & R. Strässer (Hrsg.), *Educational interfaces between mathematics and industry: Report on an ICMI-ICIAM study* (Vol 16). (S. 43–50). Dordrecht, The Netherlands: Springer Science & Business Media.
- Jongebloed (2011). Der Mensch als Zweck der Bildung – Übergänge zwischen allgemeinbildender und beruflicher Schule – Bestandsaufnahme sowie Probleme und Chancen. *Profil – Das Magazin für Gymnasium und Gesellschaft*, 18(6), 12–29.
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Löwen, K., Brunner, M., & Kunter, M. (2006). *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenklassifikation im COACTIV-Projekt*. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Klieme, E., & Leutner, D. (2006). Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52(6), 876–903.
- Klieme, E., Neubrand, M., & Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 139–190). Opladen: Leske & Budrich.
- KMK (2002) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2002). *Rahmenlehrplan für den Ausbildungsberuf Industriekaufmann/Industriekauffrau*. Bonn: KMK.

- KMK (2003) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Bonn: KMK.
- KMK (2004) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss nach Klasse 9*. Bonn: KMK.
- KMK (2011) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2011). *Handreichungen für die Erarbeitung von Rahmenlehrplänen der Kultusministerkonferenz (KMK) für den berufsbezogenen Unterricht in der Berufsschule und ihre Abstimmung mit Ausbildungsordnungen des Bundes für anerkannte Ausbildungsberufe*. Bonn: KMK.
- KMK (2012) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. Bonn: KMK.
- KMK (2013) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2013). *Empfehlung zur Optimierung und Vereinheitlichung der schulischen Angebote im Übergangssystem „Lebenschancen eröffnen – Qualifikationspotenziale ausschöpfen – Übergänge gestalten“*. Bonn: KMK.
- KMK (2017a) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2017a). *Empfehlung zur Beruflichen Orientierung an Schulen*. Bonn: KMK.
- KMK (2017b) = Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2017b). *Dokumentation zur Beruflichen Orientierung an allgemeinbildenden Schulen*. Bonn: KMK.
- Köller, O. (2019). Bildungsgänge im Sekundarbereich I. In O. Köller, M. Hasselhorn, F. W. Hesse, K. Maaz, J. Schrader, H. Solga, C. K. Spieß, & K. Zimmer (Hrsg.), *Das Bildungswesen in Deutschland. Bestand und Potenziale* (S. 507–532). Stuttgart: UTB.
- Lee, J. (2010). Tripartite growth trajectories of reading and math achievement: Tracking national academic progress at primary, middle, and high school levels. *American Educational Research Journal*, 47, 800–832.
- Lehmann, R., & Seeber, S. (Hrsg.) (2007). *ULME III. Untersuchung von Leistungen, Motivation und Einstellungen der Schülerinnen und Schüler in den Abschlussklassen der Berufsschulen*. Hamburg: Behörde für Bildung und Sport.
- Lehner, M. C., Heine, J.-H., Sälzer, C., Reiss, K., Haag, N., & Heinze, A. (2017). Veränderungen der mathematischen Kompetenz von der 9. zur 10. Klassenstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 20, 7–36.
- Leuders, T., & Leiß, D. (2006). Realitätsbezüge. In W. Blum, C. Drücke-Noe, R. Hartung, & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret* (S. 194–206). Berlin: Cornelsen Scriptor.

- Lindmeier, A. (2019). Perspektiven am Arbeitsmarkt mit Naturwissenschaften und Mathematik. Ein Projekt zur regional verankerten Berufsorientierung im Fachunterricht der allgemeinbildenden Schulen. In M. Wilken, & S. Herzog (Hrsg.), *Das PANaMa-Projekt: Bd. 1. Konzept und Umsetzung* (S. 8–37). Kiel: IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.
- Lindmeier, A., Neumann, K., Bernholt, S., Eckhardt, M., Harms, U., Härtig, H., Heinze, A., & Parchmann, I. (2013). Diagnostische Instrumente für die Erfassung mathematischer und naturwissenschaftlicher Kompetenzen und deren Adaption für die Analyse der Zusammenhänge zwischen allgemeinen und beruflichen Kompetenzen. In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther, & O. Köller (Hrsg.), *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik Beihefte: Vol. 26. Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung. Stand der Forschung und Desiderata* (S. 161–182). Stuttgart: Steiner.
- Lindmeier, A., & Siebert, U. (2015). Eigenkapitalquote & Co. Mathematische Grundbildung für einen gelingenden Übergang in die kaufmännische Berufsausbildung. *mathematik lehren*, 192, 25–29.
- Maier, T., & Walden, G. (2014). The influence of demographic factors on the supply of company training places in Germany. *Empirical research in vocational education and training*, 6(1), 1–14.
- Matthes, S., & Ulrich, J. G. (2014). Wachsende Passungsprobleme auf dem Arbeitsmarkt. *Berufsbildung in Wissenschaft und Praxis*, 43(1), 5–7.
- Matthes, S., Ulrich, J. G., Krekel, E. M., & Walden, G. (2014). *Wenn Angebot und Nachfrage immer seltener zusammenfinden. Wachsende Passungsprobleme auf dem Ausbildungsmarkt: Analysen und Lösungsansätze*. Bonn: BIBB.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Weinheim & Basel: Beltz.
- Meyer, M., & Prediger, S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 54(45), 2–9.
- Mihály, F., & Simon, F. (2013). *OECD Reviews of Vocational Education and Training. A Skills beyond School Review of Germany*. Paris: OECD.
- Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein (2014). *Fachanforderungen Mathematik. Allgemein bildende Schulen. Sekundarstufe I. Sekundarstufe II*. Kiel: Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein.
- Minnameier, G. (2013). Ziele beruflicher Bildung und ihre Einlösung. In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther, & O. Köller (Hrsg.), *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik Beihefte: Vol. 26. Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung. Stand der Forschung und Desiderata* (S. 11–35). Stuttgart: Steiner.
- Mullis, I., Martin, M., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill: Boston College.

- Münk, D. (2013). Übergang Schule–Berufsausbildung: Strukturen im Bildungssystem – Übergangsstrukturen mit System? In G. Bellenberg, & M. Forell (Hrsg.), *Bildungsübergänge gestalten. Ein Dialog zwischen Wissenschaft und Praxis* (S. 251–256). Münster: Waxmann.
- Muraki, E. (1992). A generalized partial credit model: Application of an EM algorithm. *ETS Applied Psychological Measurement*, 16, 159–176.
- Neubrand, J. (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen: Selbsttätiges Arbeiten in Schülerphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie*. Hildesheim & Berlin: Franzbecker.
- Neubrand, M. (1995). Zur Diskussion um Allgemeinbildung und Mathematik – Vorwort. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 23–24.
- Neubrand, M. (2003). „Mathematical literacy“/„Mathematische Grundbildung“. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 6(3), 338–356.
- Neumann, K., Vollstedt, M., Lindmeier, A., Bernholt, S., Eckhardt, M., Harms, U., Härtig, H., Heinze, A., & Parchmann, I. (2013). Strukturmodelle allgemeiner Kompetenz in Mathematik und den Naturwissenschaften und Implikationen für die Kompetenzentwicklung im Rahmen der beruflichen Ausbildung in ausgewählten kaufmännischen und gewerblich-technischen Berufen. In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther, & O. Köller (Hrsg.), *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik Beihefte: Vol. 26. Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung. Stand der Forschung und Desiderata* (S. 113–137). Stuttgart: Steiner.
- Nickolaus, R. (2011). Kompetenzmessung und Prüfungen in der beruflichen Bildung. *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik*, 107(2), 161–173.
- Nickolaus, R., Lazar, A., & Norwig, K. (2012). Assessing professional competences and their development in vocational education in Germany: State of research and perspectives. making it tangible. In S. Bernholt, K. Neumann, & P. Nentwig (Hrsg.), *Learning outcomes in science education* (S. 129–150). Münster: Waxmann.
- Nickolaus, R., & Norwig, K. (2009). Mathematische Kompetenzen von Auszubildenden und ihre Relevanz für die Entwicklung von Fachkompetenz – ein Überblick zum Forschungsstand. In A. Heinze, & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung beim Mathematiklernen* (S. 205–216). Münster: Waxmann.
- Nickolaus, R., & Seeber, S. (2013). Berufliche Kompetenzen: Modellierungen und diagnostische Verfahren. In A. Frey, U. Lissmann, & B. Schwarz (Hrsg.): *Handbuch berufspädagogischer Diagnostik*. Weinheim: Beltz.
- Niss, M. (1994). Mathematics in Society. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer, & B. Winkelmann (Hrsg.), *Mathematics Education Library: Vol. 13. Didactics of mathematics as a scientific discipline* (S. 367–378). Dordrecht: Kluwer.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde: IMFUFA.

OECD (2000) = Organisation for Economic Co-operation and Development (2000). *From initial education to working life*. Paris: OECD.

OECD (2003) = Organisation for Economic Co-operation and Development (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.

OECD (2017) = Organisation for Economic Co-operation and Development (2017). *PISA 2015. Technical Report*. Paris: OECD.

OECD (2018) = Organisation for Economic Co-operation and Development (2018). *PISA 2021. Mathematics framework (Draft)*. Paris: OECD.

OECD (2019a) = Organisation for Economic Co-operation and Development (2019a). *PISA 2018. Assessment and analytical framework*. Paris: OECD.

OECD (2019b) = Organisation for Economic Co-operation and Development (2019b). *PISA 2018 Results. What students know and can do*. Paris: OECD.

OECD (2020) = Organisation for Economic Co-operation and Development (2020). *Education at a glance 2020. OECD indicators*. Paris: OECD.

Pant, H. A., Böhme, K., & Köller, O. (2013). Das Kompetenzkonzept der Bildungsstandards und die Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen. In H. A. Pant, P. Stanat, U. Schroeders, A. Roppelt, T. Siegle, & C. Pöhlmann (Hrsg.), *IQB-Ländervergleich 2012: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I* (S. 53–60). Münster: Waxmann.

Perkins, D. N., & Salomon, G. (1992). Transfer of learning. *International encyclopedia of education*, 2, 6452–6457.

Perlstein, P., Callison, C., White, M., Barnes, B., & Edwards, N. (1979). Errors in drug computations during newborn intensive care. *American Journal of Diseases of Children*, 133(4), 376–379.

PISA-Konsortium (2000). *Schülerleistungen im internationalen Vergleich. Eine neue Rahmenkonzeption für die Erfassung von Wissen und Fähigkeiten*. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Przyborski, A., & Wohlrab-Sahr, M. (2014). *Qualitative Sozialforschung. Ein Arbeitsbuch*. Bd. 4. München: Oldenbourg.

R Core Team (2020). R: A language and environment for statistical computing (Version 4.0.2) [Software]. <https://www.R-project.org/>

Ratschinski, G., Sommer, J., Eckardt, C., & Struck, P. (2018). *Berufswahlkompetenz und ihre Förderung. Evaluation des Bundesprogramms BOP*. Bonn: Bundesinstitut für Berufsbildung.

- Retelsdorf, J., Lindner, C., Nickolaus, R., Winther, E., & Köller, O. (2013). Forschungsdesiderate und Perspektiven – Ausblick auf ein Projekt zur Untersuchung mathematisch-naturwissenschaftlicher Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung (ManKobE). In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther, & O. Köller (Hrsg.), *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik Beihefte: Vol. 26. Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung. Stand der Forschung und Desiderata* (S. 227–234). Stuttgart: Steiner.
- Retelsdorf, J., Nagy, G., & Köller, O. (2017). Lernausgangslagen Auszubildender in Berufen mit hohen mathematisch-naturwissenschaftlichen Anforderungen. *Unterrichtswissenschaft*, 45, 5–21.
- Rezat, S. (2009). *Das Mathematikbuch als Instrument des Schülers. Eine Studie zur Schulbuchnutzung in den Sekundarstufen*. Wiesbaden: Vieweg & Teubner.
- Robitzsch, A., Kiefer, T., & Wu, M. (2019). TAM: Test analysis modules. R package version 3.3–10 [Software]. <https://CRAN.R-project.org/package=TAM>
- Schmidt, W. H., Curtis, C. M., Houang, R. T., Wang, H. C., Wiley, D. E., Cogen, L. S., & Wolfe, R. G. (2001). *Why schools matter: A crossnational comparison of curriculum and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Schönenfeld, G., Wenzelmann, F., Pfeifer, H., Risius, P., & Wehner, C. (2020). *Ausbildung in Deutschland – eine Investition gegen den Fachkräftemangel. Ergebnisse der BIBB-Kosten-Nutzen-Erhebung 2017/18*. Bonn: BIBB.
- Seeber, S. (2013). Zum Einfluss mathematischer Kompetenzen auf den Übergang in eine berufliche Ausbildung und auf die Entwicklung beruflicher Fachkompetenzen im kaufmännischen Bereich. In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther, & O. Köller (Hrsg.), *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik Beihefte: Vol. 26. Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung. Stand der Forschung und Desiderata* (S. 67–93). Stuttgart: Steiner.
- Seeber, S., & Lehmann, R. (2013). Basic competencies as determinants of success in commercial apprenticeships. In O. Zlatkin-Troitschanskaia, & K. Beck (Hrsg.), *From diagnostics to learning success* (S. 75–83). Rotterdam: SensePublishers.
- Seeber, S., & Seifried, J. (2019). Herausforderungen und Entwicklungserspektiven der beruflichen Bildung unter veränderten Rahmenbedingungen. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 22(3), 485–508.
- Seeber, S., Wieck, M., Baethge-Kinsky, V., Boschke, V., Michaelis, C., Busse, R., & Geiser, P. (2019). *Ländermonitor berufliche Bildung 2019. Ein Vergleich der Bundesländer mit vertiefender Analyse zu Passungsproblemen im dualen System*. Bielefeld: wbv.
- Siebert, U., & Heinze, A. (2014). Die Lernausgangslage von Auszubildenden: Erste Ergebnisse des Projekts ManKobE. In J. Roth, & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1131–1134). Münster: WTM.

- Siebert, U., & Heinze, A. (2015). Validität eines Instruments zur Erfassung berufsfeldbezogener mathematischer Kompetenzen von Industriekaufleuten. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten, & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015* (S. 860–863). Münster: WTM.
- Siebert, U., & Heinze, A. (2016). Modellierung mathematischer Kompetenzen von Industriekaufleuten am Übergang in die berufliche Erstausbildung. In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 1293–1296). Münster: WTM.
- Spiro, R. J., Coulson, R. L., Feltovich, P. J., & Anderson, D. K. (1988). *Cognitive Flexibility theory: Advanced knowledge acquisition in ill-structured domains*. Technical Report No. 441.
- Stanat, P., Schipolowski, S., Mahler, N., Weirich, S., & Henschel, S. (Hrsg.) (2019a). *IQB-Bildungstrend 2018. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I im zweiten Ländervergleich*. Münster: Waxmann.
- Stanat, P., Schipolowski, S., Mahler, N., Weirich, S., & Henschel, S. (2019b). *IQB Trends in Student Achievement 2018. Summary*. Available online at <https://www.iqb.hu-berlin.de/bt/BT2018/Bericht>
- Statistisches Bundesamt (2021). *Datenreport 2021*. Bonn: Bundeszentrale für politische Bildung.
- Sträßer, R. (2000). Mathematical means and models from vocational contexts – A german perspective. In A. Bessot, & J. Ridgway (Hrsg.), *Mathematics Education Library: Vol. 24. Education for Mathematics in the Workplace* (S. 65–80). New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.
- Sträßer, R. (2009). *Mathematik im Beruf und in der beruflichen (Aus)Bildung*. Expertise für die Deutsche Telekom-Stiftung „Mathematik entlang der Bildungskette“.
- Tillmann, K.-J. (2013): Einführung. Die Bewältigung von Übergängen im Lebenslauf – eine biografische Perspektive. In G. Bellenberg, & M. Forell (Hrsg.), *Bildungsübergänge gestalten* (S. 15–31). Münster: Waxmann.
- Turner, R., & Adams, R. (2012). *Some Drivers of Test Item Difficulty in Mathematics: An Analysis of the Competency Rubric*. Washington, D.C.: AERA.
- Uhly, A. (2015). Vorzeitige Vertragslösungen und Ausbildungsverlauf in der dualen Berufsausbildung. Forschungsstand, Datenlage und Analysemöglichkeiten auf Basis der Berufsbildungsstatistik. In Bundesinstitut für Berufsbildung (Hrsg.), *Wissenschaftliche Diskussionspapiere, 157*. Bonn: BIBB.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the Book. Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- van den Ham, A.-K., & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation* 59, 133–140.

- Volodina, A., Nagy, G., & Köller, O. (2015). Success in the first phase of the vocational career: The role of cognitive and scholastic abilities, personality factors, and vocational interests. *Journal of Vocational Behavior*, 91, 11–22.
- Wake, G., & Williams, J. (2001). *Using college mathematics in understanding workplace practice: Summative report of research project funded by the Leverhulme Trust*. Manchester: The University of Manchester.
- Weinert, F. E. (2001a). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert, & A. Helmke (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.
- Weinert, F. E. (2001b). Concept of competence: a conceptual clarification. In D. S. Rychen, & L. H. Salgamk (Hrsg.), *Defining and selecting key competencies* (S. 45–65). Seattle: Hogrefe & Huber Publishers.
- Wilken, M., & Herzog, S. (Hrsg.) (2020). *Das PANaMa-Projekt: Bd. 4. Mathematik im beruflichen Kontext*. Kiel: IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 37–46.
- Winther, E. (2010). *Kompetenzmessung in der beruflichen Bildung*. Bielefeld: wbv.
- Winther, E., & Achtenhagen, F. (2008). Kompetenzstrukturmodell für die kaufmännische Bildung. *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik*, 104(4), 511–538.
- Winther, E., & Klotz, V. K. (2016). Berufliche Kompetenzniveaumodellierung – Eine Blaupause für die kaufmännische Domäne. *Unterrichtswissenschaft*, 44(2), 131–146.
- Winther, E., Sangmeister, J., & Schade, A. K. (2013). Zusammenhänge zwischen allgemeinen und beruflichen Kompetenzen in der kaufmännischen Erstausbildung. In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther, & O. Köller (Hrsg.), *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik Beihefte: Vol. 26. Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung. Stand der Forschung und Desiderata* (S. 139–157). Stuttgart: Steiner.
- Wolter, A. (2013). Übergang aus dem Schulsystem heraus. Übergänge zwischen Schule, beruflicher Bildung und Hochschule – Entwicklungen und Herausforderungen aus der Sicht der empirischen Bildungsforschung. In G. Bellenberg, & M. Forell (Hrsg.), *Bildungsübergänge gestalten* (S. 45–61). Münster: Waxmann.

UNTERSUCHTE SCHULBÜCHER (STUDIE 1)

- Baum, M. et al. (2006). Lambacher Schweizer 7. Mathematik für Gymnasien. Ausgabe A (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.
- Baum, M. et al. (2007). Lambacher Schweizer 8. Mathematik für Gymnasien. Ausgabe A (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.
- Baum, M. et al. (2008). Lambacher Schweizer 9. Mathematik für Gymnasien. Ausgabe A (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.

- Baum, M. et al. (2009). Lambacher Schweizer 10. Mathematik für Gymnasien. Ausgabe A (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.
- Böer, H. et al. (2008). Mathe live 9. Erweiterungskurs. Mathematik für die Sekundarstufe I (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.
- Böer, H. et al. (2009). Mathe live 10. Erweiterungskurs. Mathematik für die Sekundarstufe I (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.
- Böer, H. et al. (2013). Mathe live 7. Mathematik für die Sekundarstufe I. Ausgabe N (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.
- Böer, H. et al. (2014). Mathe live 8. Mathematik für die Sekundarstufe I. Ausgabe N (1. Aufl.). Stuttgart: Klett.
- Cukrowicz, J. et al. (2005). MatheNetz Gymnasium 6. Ausgabe N. Braunschweig: Westermann.
- Cukrowicz, J. et al. (2006). MatheNetz Gymnasium 7. Ausgabe N. Braunschweig: Westermann.
- Cukrowicz, J. et al. (2007). MatheNetz Gymnasium 8. Ausgabe N. Braunschweig: Westermann.
- Cukrowicz, J. et al. (2008). MatheNetz Gymnasium 9. Ausgabe N. Braunschweig: Westermann.
- Cukrowicz, J. et al. (2009). MatheNetz Gymnasium 10. Ausgabe N. Braunschweig: Westermann.
- Lergenmüller, A., & Schmidt, G. (2005). Mathematik Neue Wege 6. Arbeitsbuch für Gymnasien. Niedersachsen. Braunschweig: Schroedel.
- Lergenmüller, A., & Schmidt, G. (2006). Mathematik Neue Wege 7. Arbeitsbuch für Gymnasien. Niedersachsen. Braunschweig: Schroedel.
- Lergenmüller, A., & Schmidt, G. (2007). Mathematik Neue Wege 8. Arbeitsbuch für Gymnasien. Niedersachsen. Braunschweig: Schroedel.
- Lergenmüller, A., & Schmidt, G. (2008). Mathematik Neue Wege 9. Arbeitsbuch für Gymnasien. Niedersachsen. Braunschweig: Schroedel.
- Lergenmüller, A., & Schmidt, G. (2009). Mathematik Neue Wege 10. Arbeitsbuch für Gymnasien. Niedersachsen. Braunschweig: Schroedel.

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von der Beratung durch die Betreuerinnen und Betreuer meines Projekts, in Inhalt und Form selbstständig verfasst habe. Die Arbeit ist unter Einhaltung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis der Deutschen Forschungsgemeinschaft entstanden. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Die vorliegende Arbeit wurde weder im Ganzen noch in Teilen an einer anderen Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegt. Teile dieser Arbeit wurden bereits in Form von Zeitschriftenartikeln publiziert oder wurden zur Publikation eingereicht. Mir wurde kein akademischer Grad entzogen.

Kiel, den _____

Robert Jonathan von Hering