
Der Übergang von der Schule zur Hochschule

Ansätze zur Minderung von Diskontinuitätserfahrungen in der
Studieneingangsphase mathematischer Studiengänge

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades
an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von

BIRKE-JOHANNA WEBER

Kiel im September 2022

Erstgutachterin: Prof. Dr. Anke Lindmeier
Zweitgutachter: Prof. Dr. Aiso Heinze
Tag der mündlichen Prüfung: 01. Dezember 2022

Danksagung

Zuallererst möchte ich allen Personen danken, die mich auf dem Weg der Doktorarbeit begleitet haben und ohne deren Unterstützung diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Allen voran gebührt dabei mein Dank meiner Doktormutter Prof. Dr. Anke Lindmeier, die mich während des Masterstudiums für die Wissenschaft begeistern konnte und mich in den vergangenen Jahren hervorragend betreut, gefördert und gefordert hat. Ebenso danke ich meinem Doktorvater Prof. Dr. Aiso Heinze, der mich ebenfalls in erheblichen Maße bei meiner Arbeit unterstützt hat. Ich danke beiden für die Möglichkeit, am IPN unter hervorragenden Bedingungen promovieren zu können, und für ihre Begleitung auf dem Weg in die Wissenschaft.

Für ein stets offenes Ohr und die Unterstützung bei inhaltlichen wie methodischen Fragen danke ich ganz herzlich meiner Mentorin Dr. Irene Neumann, meinem Mentor Prof. Dr. Daniel Sommerhoff sowie Prof. Dr. Tobias Rolfes. Des Weiteren gebührt Jana Breuer, Ann-Christin Gosch, Kristin Litteck, Jana Mergemeier, Daniel Petersen und Mareike Schumacher außerordentlicher Dank dafür, dass sie mich im Rahmen ihrer Hilfskrafttätigkeiten oder Masterarbeiten gewissenhaft und unermüdet unterstützt haben. Für das Korrekturlesen dieser Arbeit danke ich Amelie Fuchs und Dunja Rohenroth.

Zudem möchte ich mich ganz herzlich bei Priv.-Doz. Dr. Amir Džambić, Prof. Dr. Markus Haase, Prof. Dr. Detlef Müller, Priv.-Doz. Dr. Markus Nieß sowie Prof. Dr. Richard Weidmann dafür bedanken, dass ich den Einsatz von Lehramtsaufgaben in ihren Lehrveranstaltungen begleiten durfte, dass sie mit mir gemeinsam über diese Aufgaben diskutiert und Anregungen zur Weiterentwicklung gegeben haben oder dass sie im Rahmen ihrer Veranstaltungen die Befragungen zur Evaluation des Aufgabeneinsatzes haben durchführen lassen. Danke an dieser Stelle auch an alle weiteren Mitarbeitende des Mathematischen Seminars, Hilfskräfte sowie Studierende, die mir wertvolle Rückmeldungen zu den Lehramtsaufgaben gegeben haben.

Durch die Aufteilung meiner Stelle auf einen IPN- und einen CAU-Anteil durfte ich gleich zwei verschiedene Arbeitsumfelder kennen und schätzen lernen. Danke für den wertvollen Austausch und die Unterstützung, die ich jeweils erfahren durfte! Danke an meine Kolleginnen und Kollegen am IPN für das gemeinsame Forschen in einem inspirierenden Arbeitsklima, die Kuchen-und-Sprichwort-Mittwoche und den sensiblen Umgang mit Sprache, der so viele Wortspiele hervorbringt. Danke

an meine Kolleginnen und Kollegen am Mathematischen Seminar für die spannenden Gespräche über vielen Tassen Kaffee, die mir auch einen Blick von außen auf die eigene Forschung ermöglichten, die Kuchen-Donnerstage sowie eine beruhigende Portion Gelassenheit.

Ich danke von Herzen meiner Familie und meinen Freundinnen und Freunden, dass sie mich innerhalb und außerhalb der Universität begleitet und bestärkt und für passenden Ausgleich gesorgt haben. Ein ganz besonderer Dank gebührt meinen Eltern und meiner Schwester dafür, dass sie mich seit jeher bedingungslos auf meinem Weg unterstützen. Danke, Karsten, für den großen Rückhalt, den du mir gibst, aber auch dafür, dass du mich immer wieder herausforderst.

Zusammenfassung

Die Studieneingangsphase mathematischer Studiengänge wird von mehreren Diskontinuitätserfahrungen geprägt. Zum einen zeigen viele Studierende aufgrund des grundlegend differierenden Charakters von Schul- und Hochschulmathematik Schwierigkeiten, die am Übergang Schule–Hochschule benötigten mathematischen Lernvoraussetzungen zu erfüllen. Zum anderen sehen sich Lehramtsstudierende der Mathematik zusätzlich mit dem Problem konfrontiert, dass sie weder am Übergang von der Schule in die Hochschule noch später beim Eintritt in den Schuldienst Schul- und Hochschulmathematik miteinander in Verbindung bringen können, obgleich dies für ihren angestrebten Beruf bedeutsam wäre.

Die vorliegende Dissertation fokussiert vor diesem Hintergrund verschiedene Diskontinuitätserfahrungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik und evaluiert Ansätze zu ihrer Minderung. In der ersten Studie wird zunächst allgemein der Übergang von der Schule zur Hochschule für mathematische Studiengänge betrachtet und im Rahmen eines Design-Based-Research-Projekts der Frage nachgegangen, wie sich Schule und Hochschule darüber abstimmen können, welche mathematischen Lernvoraussetzungen überhaupt zu Studienbeginn in Schleswig-Holstein erwartet werden und erwartet werden können. Es zeigt sich, dass eine Einigung zwischen Vertreterinnen und Vertretern der beiden Institutionen erzielt werden kann, sofern ein schulamtlicher Referenzrahmen dafür gegeben ist, was von Schulseite geleistet werden kann, und die Institutionen ausreichend Gelegenheit haben, miteinander entlang konkreter mathematischer Aufgaben in den formellen sowie informellen Austausch zu kommen, um die gegenseitige Perspektive kennenzulernen und zu diskutieren.

Die Studien 2–4 fokussieren anschließend das gymnasiale Lehramtsstudium Mathematik. Dieses beinhaltet traditionell einen substanziellen Anteil fachmathematischer Kurse, in denen gewöhnlich keine Verbindungen zur Schulmathematik aufgezeigt werden. In der Folge haben viele Lehramtsstudierende Schwierigkeiten, Wissen über solche Verbindungen – sogenanntes *schulbezogenes Fachwissen* – aufzubauen sowie die Relevanz ihres hochschulmathematischen Wissens für den Lehrberuf zu erkennen. Um diesen Problemen zu begegnen, verwenden viele Hochschulen sogenannte *Lehramtsaufgaben* als professionsspezifische Übungsaufgaben, die Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik explizit adressieren. In Studie 2 wird im Rahmen einer qualitativen Inhaltsanalyse von Lehramtsaufgaben sowie Studie-

rendenbearbeitungen untersucht, inwiefern Lehramtsaufgaben Lerngelegenheiten für schulbezogenes Fachwissen darstellen. Dabei zeigt sich, dass zwei Drittel der analysierten Aufgaben schulbezogenes Fachwissen explizit adressieren und vielen Studierenden bei der Aufgabenbearbeitung die Aktivierung von schulbezogenem Fachwissen gelingt. Die dritte Studie dieser Arbeit geht in einer qualitativen Interviewstudie der Frage nach, welche Kriterien Lehramtsstudierende zur Beurteilung der Aufgabenrelevanz nutzen. Hierbei zeigt sich, dass insbesondere ein deutlicher Schulbezug sowie die Möglichkeit, authentische Lehrkrafthandlungen nachzuvollziehen oder auszuführen, dazu beitragen, dass Studierende Lehramtsaufgaben eine hohe Relevanz zuschreiben. Studie 4 untersucht im Rahmen einer quantitativen Fragebogenstudie schließlich, inwiefern der Einsatz von Lehramtsaufgaben dem Diskontinuitätserleben auf affektiver Ebene entgegenwirken kann. Die Ergebnisse legen nahe, dass durch Lehramtsaufgaben mehr inhaltliche Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik wahrgenommen werden und ein Absinken der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf verhindert wird.

Die Arbeit schließt mit einem Transferbeitrag, welcher sich an Mathematikdozierende richtet und aufzeigt, wie sie selbst entlang des Konstrukts des schulbezogenen Fachwissens Lehramtsaufgaben als professionsspezifische Lerngelegenheiten entwickeln und in ihre Lehre integrieren können.

Abstract

The study entry phase in mathematical study programs is characterized by several experiences of discontinuity. First, due to the fundamentally different character of school mathematics and academic mathematics, many students struggle to meet the mathematical learning prerequisites needed during the transition from school to university. Second, prospective secondary mathematics teachers additionally face the problem of not seeing connections between school mathematics and academic mathematics – neither during the transition nor later when entering the teaching profession – although this would be essential for their intended profession.

Against this background, this dissertation focuses on different experiences of discontinuity between school mathematics and academic mathematics and evaluates approaches to reduce these experiences. Initially, the first study investigates in general the transition from school to university in mathematical study programs. A design-based research project is used to investigate, how school and university can agree and coordinate which mathematical learning prerequisites are and can be expected at the beginning of studies in Schleswig-Holstein. The study reveals that representatives of the two institutions can reach consensus, if they are given an official reference frame of what can be provided from schools. Additionally, the institutions need sufficient formal and informal opportunities for exchange based on concrete mathematical tasks to get to know and to discuss each other's perspectives.

Studies 2–4 focus on secondary mathematics teachers' training programs. These programs traditionally contain a substantial amount of academic mathematics courses that usually do not show connections to school mathematics. Consequently, many prospective teachers struggle to build up knowledge of such connections – so called *school-related content knowledge* – and to recognize the relevance of their academic mathematics knowledge for their future profession. To address these problems, many universities use so called *school-related mathematical problems* as profession-specific learning opportunities that explicitly address connections between school mathematics and academic mathematics. Study 2 investigates the extent to which school-related mathematical problems provide learning opportunities for school-related content knowledge by analyzing school-related mathematical problems and students' corresponding work. The results show that two thirds of the analyzed problems explicitly address school-related content knowledge and that ma-

ny students succeed in activating school-related content knowledge while working on the problems. The third study of this dissertation investigates in a qualitative interview study which criteria prospective teachers use to assess the relevance of school-related mathematical problems. According to the study, especially a clear reference to a teaching context and an opportunity to reconstruct or simulate authentic teacher tasks contribute to a higher relevance assessment of school-related mathematical problems. Finally, study 4 uses a quantitative questionnaire study to examine the extent to which the use of school-related mathematical problems can counteract experiences of discontinuity on an affective level. The results indicate that the use of school-related mathematical problems leads to more perceived content connections between school mathematics and academic mathematics and prevents the perceived relevance of academic mathematics for the teaching profession from decreasing.

The dissertation concludes with a practical transfer addressing academic mathematics lecturers and shows how they themselves can design school-related mathematical problems as profession-specific learning opportunities using the construct of school-related content knowledge and integrate these problems into their teaching.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	III
Zusammenfassung	V
Abstract	VII
1 Einleitung	1
2 Theoretischer Hintergrund	3
2.1 Übergangsschwierigkeiten: Unterschiede zwischen Schul- und Hochschulmathematik	4
2.2 Person-Umwelt-Passung	6
2.2.1 Mathematische Studiengänge	7
2.2.2 Lehramtsstudium Mathematik	13
2.3 Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik	16
2.3.1 Konzeptualisierungen professionellen Wissens von Lehrkräften über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik	17
2.3.2 Lerngelegenheiten für Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik	23
2.4 Zusammenfassung und Forschungsdesiderate	29
3 Die vier Studien dieser Arbeit	33
3.1 Studie 1: MaLeMINT-Implementation	33
3.2 Studie 2: Klassifikation von Lehramtsaufgaben	34
3.3 Studie 3: Studentische Relevanzkriterien	35
3.4 Studie 4: Verlauf der wahrgenommenen doppelten Diskontinuität . . .	35
3.5 Anmerkung zu den Artikeln	36
4 Studie 1	37
4.1 Einleitung und Problemstellung	39
4.2 Das Projekt MaLeMINT-Implementation	43
4.2.1 Ausgangslage	43
4.2.2 Projektdesign	44
4.2.3 Gestaltungselemente	44

4.2.4	Erwartete Prozesse	49
4.2.5	Erwartetes Outcome	50
4.2.6	Projektphasen	51
4.3	Methoden zur Projektevaluation	52
4.3.1	Artefakte: entwickelte Aufgaben	52
4.3.2	Befragung der Teilnehmenden	53
4.3.3	Auswertungsgespräch und Befragung der Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen	53
4.3.4	Untersuchung der entwickelten Aufgaben	54
4.4	Ergebnisse	57
4.4.1	Evidenz für eingetretene Prozesse	57
4.4.2	Evidenz für erreichte Outcomes	60
4.5	Zusammenfassung	63
4.6	Diskussion und Ausblick	64
4.6.1	Diskussion der Gestaltungselemente und Design-Anpassungen	65
4.6.2	Limitationen und weiterführende Forschung	68
4.6.3	Ausblick	70
5	Studie 2	73
5.1	Einleitung	74
5.2	Theoretischer Hintergrund	75
5.2.1	Zielsetzungen von Lehramtsaufgaben	75
5.2.2	Schulbezogenes Fachwissen als Teil des Lehrerprofessionswissens	77
5.2.3	Forschungsfragen	78
5.3	Methoden	79
5.3.1	Stichprobe	79
5.3.2	Kategoriensystem zur Aufgabenanalyse	79
5.3.3	Analyse der Studierendenbearbeitungen	82
5.4	Ergebnisse	83
5.4.1	Aufgabenanalyse	83
5.4.2	Ermittelte Aufgabenklassen	84
5.4.3	Aufgabenbearbeitungen	88
5.5	Interpretation und Diskussion	92
6	Studie 3	97
6.1	Introduction	98
6.2	Theoretical background	99
6.2.1	Teacher education in Germany	99
6.2.2	School-related content knowledge as part of the professional knowledge for teachers	99

6.2.3	School-related mathematical problems and their perceived relevance	101
6.2.4	Relevance perception	103
6.2.5	Summary and research question	104
6.3	Methods	104
6.3.1	Participants	104
6.3.2	Conception of the interviews	105
6.3.3	Data analysis	108
6.4	Results	108
6.4.1	Alignment with future profession; general	109
6.4.2	Preparation for teacher tasks in classroom	111
6.4.3	Preparation for teacher tasks/knowledge outside the classroom	112
6.4.4	Orientation towards academic mathematics for prospective teachers	113
6.4.5	Affective/motivational aspects	114
6.4.6	Benefit for own mathematical learning	115
6.4.7	Structural/organizational aspects	115
6.5	Summary and discussion	116
6.6	Practical implications	117
7	Studie 4	121
7.1	Einleitung	122
7.2	Theoretischer Hintergrund	124
7.2.1	Schulbezogenes Fachwissen	125
7.2.2	Lehramtsaufgaben	126
7.3	Methoden	128
7.3.1	Stichprobe	128
7.3.2	Instrument	130
7.3.3	Analysemethoden	130
7.4	Ergebnisse	131
7.5	Diskussion und Ausblick	132
8	Transfer in die Praxis	137
8.1	Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik	138
8.2	Schulbezogenes Fachwissen als Komponente des berufsspezifischen Fachwissens für Lehrkräfte	139
8.3	Lehramtsaufgaben – eine Lehrinnovation zur Erhöhung des Berufsbezuges	141
8.4	Diskussion und Ausblick	143

9 Diskussion und Ausblick	147
9.1 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	147
9.1.1 Abstimmung zwischen Schule und Hochschule als Maßnahme zur Minderung der ersten Diskontinuität	147
9.1.2 Lehramtsaufgaben als Maßnahme zur Minderung der doppel- ten Diskontinuität	148
9.2 Limitationen	152
9.3 Fazit und Ausblick	155
9.3.1 Fazit und Implikationen für die Praxis	155
9.3.2 Fazit und Implikationen für die Forschung	157
A Anhang zur Studie 3	i
Abbildungsverzeichnis	viii
Tabellenverzeichnis	x
Literaturverzeichnis	x
Eidesstattliche Erklärung	xxv

1 | Einleitung

Ein bekanntes Problem in mathematischen Studiengängen sind anhaltend hohe Studienabbruchquoten. Charakteristisch ist dabei, dass der Studienabbruch überdurchschnittlich häufig und meist bereits zu Beginn des Studiums stattfindet (Dieter, 2012; Heublein et al., 2017). Eine besondere Beachtung kommt in der Forschung sowie der Hochschullehre daher der Studieneingangsphase und speziell dem Übergang von der Schule zur Hochschule zu. Angenommen wird, dass der Übergang selbst große Schwierigkeiten für die Studienanfängerinnen und Studienanfänger birgt (Rach, 2014; Rach & Heinze, 2017), da sich der Charakter von Schul- und Hochschulmathematik grundlegend unterscheidet (z. B. Fischer et al., 2009) und Studienanfängerinnen und Studienanfänger häufig keine Verbindung zwischen den beiden „mathematischen Welten“ sehen. Im Fokus sowohl der politischen Diskussion als auch der Forschung stehen insbesondere die mathematischen Lernvoraussetzungen der Studienanfängerinnen und Studienanfänger. Bisher ist jedoch unklar, welche Lernvoraussetzungen zum erfolgreichen Studieneinstieg in mathematischen Studiengängen benötigt werden und inwiefern sich diese Lernvoraussetzungen mit den Lernvoraussetzungen decken, welche in der Schule erworben werden können.

Während fehlende Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik für alle Studierenden mathematischer Studiengänge zu Studienbeginn Schwierigkeiten bergen können, begegnen Mathematiklehramtsstudierende diesem Problem noch ein weiteres Mal; nämlich dann, wenn sie in den Beruf eintreten und ihr in der Hochschule erworbenes Fachwissen mit der zu unterrichtenden Schulmathematik in Verbindung bringen sollen. Dieses von Felix Klein (1908) als *doppelte Diskontinuität* betitelte Problem ist seit über 100 Jahren bekannt und wurde in den vergangenen Jahren vermehrt in Forschung und Praxis fokussiert. Beispielsweise haben Dreher et al. (2018) das professionelle Wissen von Lehrkräften über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik im Konstrukt des *schulbezogenen Fachwissens* näher beschrieben und konzeptualisiert. Darüber hinaus haben viele Hochschulen begonnen, professionsspezifische Lerngelegenheiten für Lehramtsstudierende – sogenannte *Lehramtsaufgaben* – zu implementieren, wodurch Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik explizit adressiert und Diskontinuitätserfahrungen abgebaut werden sollen (z. B. Bauer, 2013a; Eichler & Isaev, 2017).

Die vorliegende Arbeit stellt vier Studien zu Unterstützungsangeboten im Bereich

der Studieneingangsphase mathematischer Studiengänge vor. In Studie 1 wird das Problem adressiert, dass bisher keine Abstimmung zwischen Schule und Hochschule darüber stattfindet, welche mathematischen Lernvoraussetzungen zu Studienbeginn in mathematischen Studiengängen erwartet werden und erwartet werden können. Die Studien 2–4 fokussieren anschließend das gymnasiale Lehramtsstudium der Mathematik und die dort erlebte doppelte Diskontinuität. Dabei stehen Lehramtsaufgaben im Zentrum des Erkenntnisinteresses. Untersucht wird, wie diese Aufgaben gestaltet sind (Studie 2), welche Kriterien Lehramtsstudierende zur Beurteilung der Aufgabenrelevanz heranziehen (Studie 3) und inwiefern der Einsatz von Lehramtsaufgaben zu einer Abmilderung der wahrgenommenen doppelten Diskontinuität führt (Studie 4). Im Anschluss an die vier Studien wird ein Transferbeitrag für die Praxis der Hochschullehre präsentiert, welcher Dozierenden Anregungen gibt, wie sie selbst Lehramtsaufgaben gestalten und in ihre Lehre integrieren können.

2 | Theoretischer Hintergrund

Im folgenden Kapitel werden zunächst die theoretischen Grundlagen für die vier durchgeführten Studien zusammengetragen. Nach einer Vorstellung der Unterschiede zwischen Schul- und Hochschulmathematik, welche Übergangsschwierigkeiten und Studienabbrüche bedingen können, werden dazu die Theorien der *Person-Umwelt-Passung* eingeführt. Diese werden auf den Kontext der Studieneingangsphase in mathematischen Studiengängen sowie das Lehramtsstudium Mathematik angewendet. Daraus abgeleitet werden zwei Probleme: Erstens zeigen viele Studierende mathematischer Studiengänge am Übergang Schwierigkeiten, Schul- und Hochschulmathematik miteinander in Verbindung zu bringen. Sie können die mathematischen Lernvoraussetzungen, die sie aus der Schule mitbringen, häufig nicht nutzen, um die Anforderungen der Hochschule zu bewältigen, und haben umkehrt Probleme, das an der Hochschule neu erworbene Wissen in ihr vorhandenes Schulwissen einzuordnen. Sie erleben daher eine erste Diskontinuität im Mathematiklernen zwischen Schule und Hochschule. Zweitens erweist sich eine fehlende Verbindung zwischen Schul- und Hochschulmathematik für Lehramtsstudierende der Mathematik als doppeltes Problem. Für sie sind Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik nicht nur für das eigene Mathematiklernen relevant sondern insbesondere auch für ihren angestrebten Beruf. Das Erleben der ersten Diskontinuität hat für Lehramtsstudierende somit eine noch höhere Brisanz als für Studierende anderer mathematischer Studiengänge. Wesentliche Teile dieser Arbeit fokussieren daher explizit das Lehramtsstudium Mathematik. Wenn Lehramtsstudierende auch bis zum Eintritt in den Lehrberuf kein Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik erworben haben, erleben sie zusätzlich zur ersten Diskontinuität noch eine zweite – also insgesamt eine doppelte Diskontinuität. In der Folge können sie Schwierigkeiten haben, ihr an der Hochschule erworbenes mathematisches Wissen beim Unterrichten in der Schule zu nutzen. In Abschnitt 2.3 werden daher bisherige Konzeptualisierungen des von Lehrkräften benötigten Wissens über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik vorgestellt und ein Überblick über zugehörige Lerngelegenheiten gegeben, bevor schließlich die Forschungsdesiderate und Forschungsfragen zusammengefasst werden.

2.1 Übergangsschwierigkeiten: Unterschiede zwischen Schul- und Hochschulmathematik

Der Studienabbruch in Deutschland wird regelmäßig vom Deutschen Zentrum für Hochschul- und Wissenschaftsforschung (DZHW, ehemals HIS) erfasst. Als Studienabbrecherinnen und Studienabbrecher werden dabei solche Studierenden definiert, die eine Hochschule ohne Abschluss verlassen. Ein Fach- oder Hochschulwechsel zählt hingegen nicht als Studienabbruch (Heublein et al., 2017). Nach den Daten des DZHW liegt der Studienabbruch in mathematischen Studiengängen mit 41 % in Mathematik und den Naturwissenschaften sowie 35 % in den Ingenieurwissenschaften deutlich über dem bundesweiten Durchschnitt aller Studiengänge von 32 % und findet meist bereits innerhalb des ersten Studienjahres statt (Heublein & Schmelzer, 2018; Heublein et al., 2017). Dies weist darauf hin, dass der Übergang zwischen Schule und Hochschule und die damit verbundenen Schwierigkeiten einen Grund für den Studienabbruch darstellen können (Rach & Heinze, 2017). Wesentliche Probleme können sich dabei aus dem grundlegend veränderten Charakter von Mathematik an der Hochschule im Vergleich zur Schule ergeben. So zeigten Rach und Heinze (2017) beispielsweise, dass schulbezogene Lernvoraussetzungen eher einen geringen Einfluss auf den Studienerfolg im Fach Mathematik haben, während sich Wissen mit Bezug zur Hochschulmathematik und die Fähigkeit, adäquate Lernstrategien zu entwickeln, als wesentliche Einflussfaktoren für Studienerfolg in Mathematik darstellten. Es ist somit davon auszugehen, dass Lernende beim Eintritt in einen mathematischen Studiengang Umbrüche zwischen der Mathematik an Schule und Hochschule erleben.

Dieser „Bruch“ zwischen Schule und Hochschule ist im Fach Mathematik deutlich stärker ausgeprägt als in anderen Fächern, die sowohl an Schule als auch Hochschule unterrichtet werden (z. B. Chemie). Er ist international vielfach beschrieben und umfasst insbesondere (1) den Charakter der Mathematik, (2) die Darstellung der Mathematik, (3) die Art der Begriffseinführung und (4) die Rolle des Beweisens (z. B. Fischer et al., 2009; Gueudet, 2008; Hoyles et al., 2001; Rach, 2014; Reichersdorfer et al., 2014).

Der Charakter und die Darstellung der Mathematik verschieben sich beim Übergang Schule–Hochschule grundlegend von einer anwendungsorientierten Mathematik mit dem Ziel der Allgemeinbildung (Winter, 1996) zu einer theoriebildenden Wissenschaft mit einer Definition-Satz-Beweis-Systematik (Heintz, 2000). Während die Schulmathematik somit vor allem auf die Lösung von Alltagsproblemen abzielt, lernen Studienanfängerinnen und Studienanfänger an der Hochschule Mathematik als wissenschaftliche Disziplin kennen.

Zentraler Bestandteil der Hochschulmathematik als Wissenschaft ist der adäquate Umgang mit Begriffen. Während man in der Schulmathematik meist von einer

konkreten Anschauung (*concept image*; Tall & Vinner, 1981) zu einer passenden Definition gelangt, muss an der Hochschule zu gegebener formaler Begriffsdefinition (*concept definition*) die mentale Repräsentation in Form eines *concept image* meist selbst aufgebaut werden (Rach, 2014). Für Studienanfängerinnen und Studienanfänger kann die eigenständige Konstruktion einer korrekten mentalen Repräsentation herausfordernd sein. Auch die Anpassung einer ggf. vorhandenen schulischen Repräsentation an den Hochschulkontext gelingt nicht allen Studierenden, wodurch Fehlvorstellungen auftreten können und ein erfolgreicher Begriffserwerb verhindert wird.

Neben dem Begriffserwerb ist auch das Beweisen als Lerngegenstand an Schule und Hochschule grundlegend verschieden. An der Schule spielt das Beweisen eine eher untergeordnete Rolle neben vielen anderen mathematischen Aktivitäten wie z. B. dem mathematischen Modellieren (Davis, 2012; Jordan et al., 2008). Demgegenüber stellt das Beweisen an der Hochschule eine zentrale Aktivität dar (Heintz, 2000). Auch die Funktion von Beweisen unterscheidet sich an Schule und Hochschule. Nach de Villiers (1990) können Beweisen im Allgemeinen folgende Funktionen zukommen: (1) Verifikation, dass eine Aussage wahr ist, (2) Erklärung, warum eine Aussage wahr ist, (3) Systematisierung mathematischen Wissens, indem der Beweis einer Aussage diese innerhalb des deduktiven Systems aus Axiomen, Begriffen, Sätzen und anderen Beweisen kontextualisiert, (4) Kommunikation mathematischen Wissens und (5) Entdeckung neuer Resultate. In der Schule wird vorrangig die erklärende, teilweise auch die systematisierende Funktion von Beweisen betont (Fischer et al., 2009). Zudem werden dort auch experimentelle Begründungen, d. h. nicht-verallgemeinerbare Begründungen anhand von Beispielen, oder präformale Beweise, d. h. Beweise, die auf einen konkreten Fall angewendet werden, aber prinzipiell intuitiv verallgemeinert werden können (vgl. Blum & Kirsch, 1991), zugelassen. Demgegenüber ist für die Hochschule vor allem die Verifikationsfunktion von Bedeutung und es werden nur formal-deduktive Beweise akzeptiert (Fischer et al., 2009). Studienanfängerinnen und Studienanfänger müssen die strenge Erzeugung von Evidenz durch das Beweisen somit im Studium erst erlernen, da diese ihnen aus der Schule in dieser Form noch nicht bekannt ist.

Zusammenfassend verändert sich das Mathematiklernen am Übergang Schule–Hochschule somit grundlegend, was für viele Studierende in mathematischen Studiengängen Schwierigkeiten zur Folge haben kann. Ob diese Schwierigkeiten in einen Studienabbruch münden, hängt u. a. davon ab, inwiefern es gelingt, eine ausreichende Passung zwischen den Lernvoraussetzungen und Interessen der Studierenden und den Anforderungen und Verstärkern der Hochschule herzustellen. Dieses Beziehungsgefüge wird in den Theorien zur Person-Umwelt-Passung näher beschrieben, welche im folgenden Abschnitt vorgestellt werden.

2.2 Person-Umwelt-Passung

Ein erfolgreicher Übergang von der Schule in die Hochschule wird in der Forschung häufig mit den Theorien der Person-Umwelt-Passung (*person-environment-fit*) erklärt (Holland, 1997; Nagy, 2006). Nagy (2006) formuliert dabei zwei zentrale Aspekte: (1) die erreichte Passung zwischen den persönlichen Interessen und den umweltseitigen Verstärkern, die Möglichkeiten zur Verwirklichung der Interessen geben, und (2) die erreichte Passung zwischen den persönlichen Lernvoraussetzungen und den umweltseitigen Anforderungen. Person und Umwelt beeinflussen sich gemäß dieser Theorien gegenseitig, wobei eine hohe Passung mit positiven Effekten wie Zufriedenheit und weniger Stress assoziiert wird (Su et al., 2015). Diese Zusammenhänge sind in Abb. 2.1 veranschaulicht. Eine ausreichende Passung zwischen Lernvoraussetzungen der Studierenden und Anforderungen der Hochschule sollte zu zufriedenstellender Leistung führen, während eine Passung zwischen persönlichen Interessen und umweltseitigen Verstärkern Zufriedenheit der Studierenden bedingen sollte. Ausreichende Leistung und Zufriedenheit erhöhen wiederum die Wahrscheinlichkeit zum Studienverbleib. Kann hingegen keine ausreichende Passung zwischen Lernvoraussetzungen und Anforderungen oder Interessen und Verstärkern erreicht werden, steigt die Wahrscheinlichkeit, dass die Personen unzufrieden werden oder Leistungsprobleme auftreten und sie das Studium abbrechen.

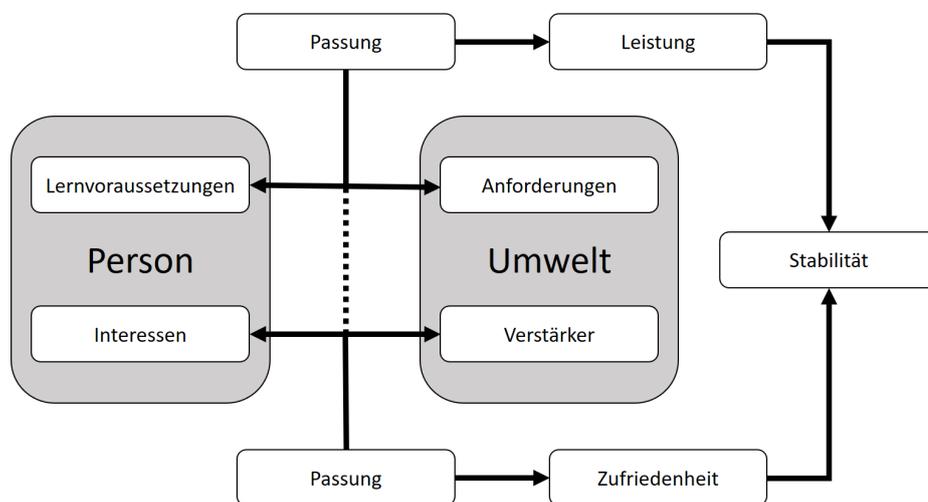


Abb. 2.1 Modell zur Person-Umwelt-Passung nach Nagy (2006)

Im Folgenden werden die Theorien zur Person-Umwelt-Passung konkret auf mathematische Studiengänge angewendet. Zunächst werden dabei alle mathematischen Studiengänge in den Blick genommen und mitgebrachte Lernvoraussetzungen der Studierenden sowie Anforderungen der Hochschulen analysiert und vorgestellt, inwiefern es über die hochschulischen Anforderungen Abstimmungen zwischen den In-

stitutionen Schule und Hochschule bzw. deren Vertreterinnen und Vertretern¹ gibt. Hieraus wird das Problem der ersten Diskontinuität abgeleitet. Wie eingangs erläutert, hat die erste Diskontinuität eine ganz besondere Brisanz für Lehramtsstudierende der Mathematik. Sie erleben wie alle anderen Studierenden mathematischer Studiengänge die erste Diskontinuität bei Studienbeginn aufgrund des unterschiedlichen Charakters von Schul- und Hochschulmathematik (s. Abschnitt 2.1). Allerdings ist für sie eine fehlende Verbindung zwischen Schul- und Hochschulmathematik nicht nur problematisch für das eigene Mathematiklernen, sondern auch für ihren angestrebten Beruf, da sie die beiden „mathematischen Welten“ beim späteren Unterrichten in der Schule miteinander in Verbindung bringen müssen. Aus diesem Grund wird nach der allgemeinen Analyse der Lernvoraussetzungen und Anforderungen in mathematischen Studiengängen, das Lehramtsstudium Mathematik fokussiert und einer gesonderten Betrachtung unterzogen. Dabei wird das Problem der doppelten Diskontinuität abgeleitet.

2.2.1 Mathematische Studiengänge

Aufgrund des unterschiedlichen Charakters von Schul- und Hochschulmathematik wird angenommen, dass die meisten Studienanfängerinnen und Studienanfänger nicht wissen, was sie in der Hochschulmathematik erwartet, da ihr Bild von Mathematik durch die Schule geprägt ist (Hoyles et al., 2001). Rach et al. (2014) konnten jedoch für Mathematikstudierende zeigen, dass diese meist bereits früh im Studium realistische Erwartungen an den Lerngegenstand der Hochschulmathematik haben, diese Erwartungen aber nur einen geringen Einfluss auf den Studienerfolg im ersten Semester aufweisen. Einen bedeutenden Einfluss zeigen hingegen das mathematische Wissen und Können, welches die Studierenden mitbringen (Fleischer et al., 2019; Müller et al., 2018; Rach & Heinze, 2017; Rach & Ufer, 2020). Dieses wird daher im Folgenden fokussiert.

2.2.1.1 Lernvoraussetzungen der Studierenden

Auf Basis der Bildungsstandards und Lehrpläne bzw. Fachanforderungen lässt sich theoretisch abschätzen, welche mathematischen Lernvoraussetzungen Studienanfängerinnen und Studienanfänger aus der Schule mitbringen. Was zu Studienbeginn tatsächlich mitgebracht wird, ist allerdings aufgrund einer derzeit als „defizitär“ (Rolfes et al., 2020, S. 423) anzusehenden Forschungslage zu den mathematischen Lernvoraussetzungen von Abiturientinnen und Abiturienten, nicht genau bekannt. Einzelne Studien geben zumindest Hinweise, dass die mitgebrachten mathemati-

¹Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird im Folgenden meist nur von „Schule und Hochschule“ gesprochen anstelle von „Vertreterinnen und Vertreter von Schule und Hochschule“.

schen Lernvoraussetzungen in den vergangenen 30 Jahren nicht pauschal abgenommen haben, obwohl sich der Anteil derjenigen, die ein Studium aufnehmen, deutlich erhöht hat (z. B. für Physikstudierende: Buschhüter et al., 2016). Befragungen von Studienabbrechenden in mathematischen Studiengängen weisen jedoch auf eine fehlende Passung zwischen studentischen Lernvoraussetzungen und hochschulseitigen Anforderungen hin: Betroffene geben als wichtigsten Grund für ihren Studienabbruch Leistungsprobleme an, welche sie auf fehlendes mathematisches Vorwissen zurückführen (Heublein et al., 2017).

Auch Albrecht und Nordmeier (2011) fanden in einer Studie mit 140 Physikstudierenden, von denen 51 nach einem Jahr exmatrikuliert waren, heraus, dass als bedeutendster Abbruchgrund die inhaltlichen Anforderungen gesehen werden. Diese wurden spezifiziert als unzureichende mathematische und physikalische Vorkenntnisse, schwere Nachvollziehbarkeit der genutzten mathematischen Verfahren und fehlende Zeit und Gelegenheiten, die fehlenden Lernvoraussetzungen nachzuholen. Ein Großteil der Exmatrikulierten äußerte daher den Wunsch, vor Studienbeginn mehr Informationen über Inhalte, Ziele und erforderliche Lernvoraussetzungen zu erhalten.

Dass mathematische Lernvoraussetzungen ein zentraler Faktor für Studienabbruch oder Studienerfolg sind, wird auch von quantitativen Ergebnissen gestützt. So zeigten beispielsweise Fleischer et al. (2019) für verschiedene mathematische Studiengänge, dass das mathematische Vorwissen neben fachlichem Vorwissen, fachbezogenem Studieninteresse, der Erwartungskomponente der Studienmotivation, Engagement im Studium und Zufriedenheit mit den Studieninhalten einen relevanten Prädiktor sowohl für die Studienabbruchintention als auch für den tatsächlichen Studienabbruch darstellt. Umgekehrt konnten Müller et al. (2018) für die Studiengänge Bauingenieurwesen, Biologie, Chemie und Physik zeigen, dass das mathematische Vorwissen den Studienerfolg im ersten Semester signifikant vorhersagt (auch unter Kontrolle der Abiturnote).

Rach und Ufer (2020) entwickelten ein vierstufiges Niveaumodell des mathematischen Vorwissens und ermittelten, dass für Mathematikstudierende das dritte Niveau entscheidend für den Studienerfolg im ersten Semester erscheint, d. h. dass sich erfolgreiche Studierende durch die Verfügbarkeit von gut vernetztem konzeptuellen Wissen von nicht erfolgreichen Studierenden unterscheiden. Rach und Ufer (2020) zeigten damit, dass Wissen über Beweise und formale Repräsentationen als hinreichend aber nicht notwendig für das erste Mathematiksemester erscheint, während prozedurales Wissen ohne substanzielle konzeptuelle Basis nicht ausreichend für einen erfolgreichen Studieneinstieg ist. Inwiefern diese Ergebnisse auf andere mathematische Studiengänge übertragbar sind, ist noch offen. Eine schweizerische Studie, die Studierende verschiedener Studiengänge befragt und ihre Lehrmaterialien ge-

sichtet hat, legt jedoch nahe, dass in den meisten mathematischen Studiengängen konzeptuelles Wissen eine wichtige Rolle spielt (Rüede et al., 2019).

Herauszustellen ist, dass eine Beschreibung in vier Niveaustufen noch keine detaillierte Auflistung liefert, welche mathematischen Lernvoraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg genau benötigt werden. Wie durch die oben zitierten Ergebnisse von Albrecht und Nordmeier (2011) nahegelegt, könnten Studieninteressierte jedoch von einer solchen Information über die Anforderungen der Hochschule profitieren.

2.2.1.2 Anforderungen der Hochschule

Lange gab es kaum detaillierte Beschreibungen dessen, was seitens der Hochschule von Anfängerinnen und Anfängern in mathematischen Studiengängen erwartet wird. Offizielle Dokumente gibt es für das Studium noch immer nicht, jedoch formulierten einzelne Fachbereiche entsprechende Empfehlungen. Für das Fach Physik listete beispielsweise die Konferenz der Fachbereiche Physik (KFP, 2011) mathematische Inhalte und Methoden auf, die für ein Physikstudium benötigt werden und gab zudem an, ob diese nach Empfehlung der Konferenz vorausgesetzt oder im Studium behandelt werden sollen. Darüber hinaus nahm die KFP für alle gelisteten Lernvoraussetzungen einen Abgleich in Bezug darauf vor, in welchem Bundesland welche Inhalte laut Lehrplan in der Schule unterrichtet werden. Bei 13 von 50 Lernvoraussetzungen, die laut KFP vorausgesetzt werden sollten, wurde festgestellt, dass diese nicht bundesweit in den Lehrplänen verankert waren. Die KFP selbst sieht in diesem Fall „die Hochschulen in der Verantwortung, eine Passgenauigkeit zwischen dem Niveau der mathematischen Fertigkeiten von Schulabsolventen und dem Niveau bei Studienbeginn herzustellen.“ (KFP, 2011, S.1). Neben der KFP formulierte auch die European Society for Engineering Education (SEFI, 2013) eine detaillierte Empfehlung, welche mathematischen Lernvoraussetzungen europaweit ins Ingenieurstudium mitgebracht und wie diese im Studienverlauf erweitert werden sollten.

Einen Beitrag zur Systematisierung der Anforderungen, die seitens der Hochschule an Studienanfängerinnen und Studienanfänger gestellt werden, leistete schließlich die MaLeMINT-Studie (*Mathematische Lernvoraussetzungen für ein MINT-Studium*, Neumann et al., 2017). Diese lud bundesweit über 2000 Hochschullehrende zu einer Delphi-Studie ein. Diese sollte ermitteln, welche mathematischen Lernvoraussetzungen für mathematische Studiengänge (MINT-Studiengänge) aus Hochschulsicht notwendig sind (Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017). Insgesamt konnten 179 Lernvoraussetzungen für mathematische Studiengänge ermittelt werden, welche sich auf die vier Bereiche (1) mathematische Inhalte, (2) mathematische Arbeitstätigkeiten, (3) Vorstellungen über die Disziplin Mathematik und (4) persönliche Merkmale verteilen. Für 140 dieser Lernvoraussetzungen konnte ein bundesweiter Konsens in

Bezug auf ihre Notwendigkeit für mathematische Studiengänge erzielt werden. D. h. eine deutliche Mehrheit der teilnehmenden Lehrenden in allen Studiengangsgruppen und Hochschularten gab in der Befragung an, dass diese Lernvoraussetzungen für ein mathematisches Studium notwendig sind. Vier Lernvoraussetzungen wurden im Konsens als nicht notwendig betitelt, während für die 35 übrigen Lernvoraussetzungen kein Konsens ermittelt werden konnte (Deeken et al., 2020). Die im MaLeMINT-Katalog veröffentlichten Ergebnisse der Studie bieten zusammenfassend einen detaillierten Überblick, was Universitäten und Fachhochschulen bundesweit an Lernvoraussetzungen für mathematische Studiengänge erwarten. Da die Studie jedoch eine Befragung von Hochschullehrenden darstellt, ist die Perspektive der Schule in den Ergebnissen bisher nicht berücksichtigt. Es ergibt sich somit die Frage, inwiefern die von Hochschullehrenden formulierten Anforderungen mit der Schule und den dort geltenden Lehrplänen abgestimmt sind.

2.2.1.3 Abstimmung zwischen den Institutionen Schule und Hochschule über Anforderungen

Die beschriebenen Übergangsprobleme von Studienanfängerinnen und Studienanfängern werden von Schule und Hochschule häufig vorrangig aus der eigenen institutionellen Perspektive betrachtet. Nicht selten kommt es dabei zu gegenseitigen Schuldzuweisungen, die einen gemeinsamen Lösungsansatz erschweren. So werden seitens der Schule beispielsweise unrealistische Erwartungen der Hochschule an die mathematischen Lernvoraussetzungen der Studierenden kritisiert (Dürschnabel & Wurth, 2016). Umgekehrt mahnt die Hochschuleseite teils eine mangelnde Studienvorbereitung durch die Schule an, die zu unzureichenden mathematischen Leistungen der Studierenden führe (z. B. Offener Brief, 2017). Es entsteht somit der Eindruck, dass Schule und Hochschule sich bezüglich der Übergangsproblematik häufig gegenseitig die Verantwortung zuweisen. So gaben auch in einer Befragung mathematischer Hochschulinstitute zum Übergang Schule–Hochschule die meisten Teilnehmenden an, dass potenzielle Verbesserungen in erster Linie durch die Schule vorgenommen werden könnten (Thomas et al., 2015). Wenige führten jedoch auch an, dass Schulen und Hochschulen verstärkt über den Übergang kommunizieren könnten.

Dies wird auch von anderen Stimmen aufgegriffen, die für einen gelingenden Übergang sowohl Schule als auch Hochschule in der Verantwortung sehen (z. B. Biehler, 2018; DMV, GDM & MNU, 2019). Der Katalog „19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule–Hochschule“ der Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU bezieht sich beispielsweise sowohl auf den Mathematikunterricht an Schulen und die Bildungsstandards als auch auf die Gestaltung des Übergangs, die hochschulmathematische Ausbildung und die zugehörigen Rahmenbedingungen. Das Einbeziehen aller am Übergang Schule–Hochschule beteiligten Institutionen wird auch von Stu-

dien gestützt, die andere Übergänge im Bildungssystem in den Blick nehmen. Diese betonen, dass eine „lokale Verantwortungsgemeinschaft“ (Sartory et al., 2018, S. 22) zwischen den beteiligten Institutionen entstehen muss, um eine Zuständigkeitszerteilung zu vermeiden, und eine gemeinsame Kommunikations- und Vertrauensbasis Grundvoraussetzung für einen gelingenden Übergang ist (Tippelt, 2007). Entsprechend wird die Kommunikation zwischen Schule und Hochschule auch im Maßnahmenkatalog der DMV, GDM & MNU (2019) explizit adressiert:

„Schule und Hochschule stimmen sich genau und verbindlich über das mathematische Wissen und Können der Studienanfängerinnen und -anfänger ab. [...]“ (Maßnahme 13)

„Damit die hier vorgestellten Maßnahmen umgesetzt werden können, bedarf es einer neuen Kultur des Austauschs, die alle Beteiligten aktiv in die Pflicht nimmt: Es braucht einen ständigen Austausch zwischen Lehrkräften an Schulen sowie an Universitäten und Hochschulen, um gegenseitiges Verständnis zu fördern. Die Lehrkräfte an den Universitäten und Hochschulen müssen die Rahmenbedingungen des Mathematik-Unterrichts an der Schule kennen. Die Lehrkräfte an den Schulen müssen in die Lage versetzt werden, die Rahmenbedingungen des Studiums an Universitäten und Hochschulen insbesondere im Fach Mathematik für nichtmathematische Studiengänge zu kennen. [...]“ (Maßnahme 17)

Bisher wurde vorrangig in zwei Projekten ein entsprechender Austausch zwischen Schule und Hochschule initiiert, in welchem sich darüber abgestimmt wurde, welche mathematischen Lernvoraussetzungen von Studienanfängerinnen und Studienanfängern erwartet werden und werden können. Zum einen fand solch ein Austausch in Baden-Württemberg in der *cosh-Gruppe* (Cooperation Schule–Hochschule) statt, welche als Ergebnis 2012 einen abgestimmten Aufgabenkatalog zu mathematischen Mindestvoraussetzungen für ein WiMINT-Studium (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik) veröffentlichte, welcher laufend aktualisiert wird (cosh, 2021). Zum anderen verabschiedete der *Institutionalisierte Gesprächskreis Mathematik* (IGeMA) in Niedersachsen ebenfalls einen Aufgabenkatalog, welcher die Schnittstelle zwischen Schule und Hochschule besser beschreiben soll und auf dem cosh-Katalog aufbaut (MK & MWK, 2019). In beiden Projekten kamen Vertreterinnen und Vertreter aus Schule und Hochschule zusammen, stimmten sich ab, welche mathematischen Lernvoraussetzungen Studienanfängerinnen und Studienanfänger für ein (Wi-)MINT-Studium mitbringen sollten, und konkretisierten diese Lernvoraussetzungen in Aufgaben.

Beide Projekte stießen während des Arbeitsprozesses jedoch auch auf Probleme. So fand das erste Treffen der cosh-Gruppe bereits 2002 statt. Dieses war jedoch ernüchternd, da die gemeinsame Abstimmung auf relevante Aspekte des Übergangs durch gegenseitige Vorwürfe verhindert wurde (Dürr et al., 2016). Darüber hinaus konnte im 10 Jahre später veröffentlichten cosh-Katalog zwar in wesentlichen Punkten ein Konsens auf mathematische Mindestvoraussetzungen erzielt werden,

die im Rahmen der Lehrpläne in der Schule auch erworben werden können, von der Hochschule wurden jedoch auch einige Lernvoraussetzungen gefordert, welche nicht in der Schule erworben werden. Diese Diskrepanz konnte in der gemeinsamen Arbeit nicht überwunden werden und wurde im cosh-Katalog daher explizit ausgewiesen. Die Verantwortung zur Schließung der Diskrepanz zwischen schulischen Lehrplänen und hochschulischen Anforderungen wurde auf Seiten der Studienanfängerinnen und Studienanfänger gesehen. Diese sollten die Lücke selbständig vor Studienbeginn schließen.

Ein ähnliches Ergebnis wurde vom IGEMA verabschiedet. Auch in diesem Projekt wurden Aufgaben in den Anforderungskatalog aufgenommen, welche Lernvoraussetzungen adressieren, die von der Hochschule gefordert, in der Schule aber nicht erworben werden. Offen bleibt somit die Frage, wie eine Abstimmung zwischen Schule und Hochschule initiiert werden kann, an deren Ende ein Konsens in Bezug auf mathematische Lernvoraussetzungen steht, die von Hochschuleseite erwartet und von Schuleseite im Rahmen der Lehrpläne auch behandelt werden.

2.2.1.4 Zusammenfassung: 1. Diskontinuität

Zusammenfassend ergibt sich in allen mathematischen Studiengängen das Problem, dass Schul- und Hochschulmathematik grundverschieden erscheinen und Studienanfängerinnen und Studienanfänger daher Schwierigkeiten haben, die beiden mathematischen Welten miteinander in Verbindung zu bringen (sogenannte *erste Diskontinuität*, Klein, 1908). Viele Studierende können aus diesem Grund den mathematischen Anforderungen der Hochschule nicht gerecht werden. Eine wesentliche Bedingung zur Bewältigung der hochschulischen Anforderungen sind die mathematischen Lernvoraussetzungen, welche aus der Schule mitgebracht werden. Die hohen Studienabbruchzahlen in mathematischen Studiengängen legen nahe, dass diese nicht zu den Anforderungen der Hochschule passen. Da Schule und Hochschule sich bis auf wenige Ausnahmen nicht darüber abstimmen, welche mathematischen Lernvoraussetzungen zu Studienbeginn benötigt werden, bleibt unklar, ob die unzureichende Passung darin begründet liegt, dass Hochschullehrende unrealistische Erwartungen an die Leistungen der Studierenden haben, da sie nicht mit den schulischen Lehrplänen vertraut sind. Eine andere Möglichkeit wäre, dass die Schule Studieninteressierte nicht zielgerichtet auf ein mathematisches Studium vorbereiten kann, weil ihr nicht bekannt ist, welche konkreten Erwartungen die Hochschule an die mathematischen Lernvoraussetzungen der Studienanfängerinnen und Studienanfänger stellt. In einem ersten Schritt müssten sich Schule und Hochschule daher darüber abstimmen, welche mathematischen Lernvoraussetzungen zu Studienbeginn erwartet werden und auch in der Schule im Rahmen der Lehrpläne erworben werden können. Dies wäre ein wichtiger Schritt, um die Passung zwischen Lernvoraussetzungen der Studierenden

und Anforderungen der Hochschule erhöhen zu können.

2.2.2 Lehramtsstudium Mathematik

Wie alle Studierenden mathematischer Studiengänge erleben auch Lehramtsstudierende der Mathematik eine Diskontinuität am Übergang Schule–Hochschule, da sich der Lerngegenstand grundlegend verändert. Für Lehramtsstudierende ist dies jedoch in besonderem Maße bedeutsam, da sie mit einem klaren Berufsziel an die Hochschule kommen und eine Ausrichtung ihres Studiums hierauf erwarten. Im Folgenden wird daher das Lehramtsstudium Mathematik fokussiert und die studiengangsspezifischen Diskontinuitätserfahrungen näher beleuchtet. Rach (2022a) zeigte, dass Lehramtsstudierende verglichen mit Hauptfachstudierenden² den Inhalten von fachmathematischen Vorlesungen einen geringeren Wert zuschreiben. Es ist anzunehmen, dass diese Beurteilung sich unter anderem daraus ergibt, dass Lehramtsstudierende den Wert der Fachinhalte mit Blick auf den angestrebten Beruf bewerten. Das an der Hochschule erworbene Fachwissen kann für Lehramtsstudierende vorrangig dann nützlich werden, wenn sie es mit der Schulmathematik in Verbindung bringen können. Im Folgenden wird daher analysiert, wie die Hochschulanforderungen in Bezug auf Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik gestaltet sind, und ein Abgleich mit den korrespondierenden Lernvoraussetzungen und Interessen der Lehramtsstudierenden vorgenommen.

2.2.2.1 Anforderungen und Verstärker der Hochschule

Traditionell enthält das Lehramtsstudium Mathematik in Deutschland und vielen anderen Ländern einen hohen fachwissenschaftlichen Anteil (Tatto et al., 2010). Die fachwissenschaftlichen Kurse werden meist von Mathematikerinnen und Mathematikern gelesen und sind nicht lehramtspezifisch gestaltet, was sich nicht zuletzt darin zeigt, dass diese häufig auch von Hauptfachstudierenden besucht werden. Trotz Reformbemühungen einzelner Hochschulen hat sich daran in Deutschland nicht viel geändert: Von 57 Hochschulen, an denen in Deutschland Mathematik für das gymnasiale Lehramt studiert werden kann, findet der Studieneinstieg nur an fünf Hochschulen für Hauptfach- und Lehramtsstudierende in getrennten Kursen statt (Gildehaus et al., 2021). 56% der Hochschulen verfolgen dagegen einen klassischen Einstieg, bei dem Lehramtsstudierende Analysis und/oder Lineare Algebra zusammen mit Hauptfachstudierenden besuchen, und weitere 23% bieten einen teilweise gemeinsamen Start an, bei dem neben den klassischen gemeinsamen Einstiegsvorlesungen auch eine eigene Lehramtsvorlesung angeboten wird. Verbindungen zur Schulmathematik werden in den klassischen Veranstaltungen normalerweise nicht expliziert.

²Mit „Hauptfachstudierenden“ sind im Folgenden Ein-Fach-Bachelor Studierende mit Hauptfach Mathematik gemeint.

Insgesamt bleibt damit die Frage offen, ob Lehramtsstudierende in diesen Kursen überhaupt das lernen, was sie zum Unterrichten in der Schule benötigen (Tatto et al., 2010).

Yan et al. (2022) befragten kanadische Mathematikerinnen und Mathematiker, welche Aspekte der Hochschulmathematik sie als relevant für Lehrkräfte erachten. Insgesamt wurden dabei drei Aspekte ermittelt. Erstens erachteten es die Befragten als relevant, dass Verbindungen zwischen mathematischen Gebieten gezogen werden können, was Lehrkräften ein übergreifendes Verständnis und eine klare Vision des Fachs sowie das Erkennen von fundamentalen Strukturen und Kohärenz ermöglicht. Zweitens wurde benannt, dass Lehrkräfte an der Hochschule Erfahrung im mathematischen Problemlösen sammeln können, wodurch sie die wichtigen Arbeitsweisen des Fachs kennenlernen, Phänomene beweisen können und Aufgaben ggf. schneller lösen können als ihre Schülerinnen und Schüler. Als dritter relevanter Aspekt wurde die Steigerung des epistemologischen Bewusstseins des Fachs angeführt, d. h. das Bewusstsein einer Lehrkraft über die Möglichkeiten und Grenzen der Mathematik (Yan et al., 2022). Auf einer Metaebene konnten die Mathematikerinnen und Mathematiker damit insgesamt viel über den Nutzen der Hochschulmathematik für Lehrkräfte sprechen. Wurden sie jedoch nach konkreten Beispielen gefragt, die relevante Inhalte für Lehrkräfte veranschaulichen, hatten viele der Befragten Probleme, diese zu benennen. Insofern ist davon auszugehen, dass weiterhin auf konkreter Inhaltsebene wenig Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik explizit in den fachmathematischen Veranstaltungen der Hochschule thematisiert werden.

Gründe für diese fehlende Verbindung wurden von Wu (2011) in der *intellectual trickle-down-Annahme* pointiert: Schulmathematik wird nicht an der Hochschule gelehrt, weil geglaubt wird, man könne sich die leichtere Schulmathematik selbst erschließen, wenn man die komplexere Hochschulmathematik verstanden hat. Laut Wu (2018) ist das Lehren von Hochschulmathematik vollkommen ohne Bezug zur Schule jedoch in etwa so sinnvoll, wie angehenden Französischlehrkräften an der Hochschule nur Latein beizubringen und darauf zu hoffen, dass sie dies selbständig auf das Schulfach Französisch beziehen. Da Schulmathematik keine Teilmenge der Hochschulmathematik ist – ebenso wie Französisch keine Teilmenge von Latein ist – müsse dieses in der Hochschule adressiert werden (Wu, 2011).

2.2.2.2 Lernvoraussetzungen und Interessen der Lehramtsstudierenden

Tatsächlich zeigten Hoth et al. (2020) in einer quantitativen Studie mit über 500 Lehramtsstudierenden, dass sich zwar das hochschulmathematische Wissen im ersten Studienjahr signifikant weiterentwickelt, nicht jedoch das Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik. Entsprechend ist davon auszugehen, dass es den meisten Studierenden nicht gelingt, Verbindungen zwischen den beiden

mathematischen Welten selbständig herzustellen. Dies deckt sich auch damit, dass ein Transfer von der Hochschule zur Schule aufgrund des unterschiedlichen Charakters der Mathematik und des differierenden zeitlichen und sozialen Kontextes in der Taxonomie des Transfers nach Barnett und Ceci (2002) nicht als naheliegend einzustufen ist.

Auch qualitative Studien legen nahe, dass Studierende Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik in der Regel nicht von sich aus herstellen. So ergaben Interviewstudien mit praktizierenden Mathematiklehrkräften, dass die meisten Teilnehmenden die Hochschulmathematik als wenig bis gar nicht relevant für das Unterrichten von Schulmathematik erachten (Even, 2011; Zazkis & Leikin, 2010). Insbesondere fiel in diesen Studien auf, dass kaum konkrete Beispiele benannt werden konnten, die den Nutzen von Hochschulmathematik für das Unterrichten illustrieren (vgl. Befunde von Yan et al. (2022), die ähnliche Schwierigkeiten bei Hochschuldozierenden beobachteten). Der Mehrwert von Hochschulmathematik wird offenbar eher in der „Art des Denkens“ (Zazkis & Leikin, 2010, S. 275 (übersetzt)) gesehen oder darin, Hochschulmathematik für extracurriculare Unterrichtseinheiten nutzen zu können, das eigene Verständnis darüber zu vertiefen, was Mathematik ausmacht, und sich daran zu erinnern, wie sich Mathematiklernen anfühlt (Even, 2011).

Ergebnisse von Wasserman et al. (2018) und Wasserman (2017) legen nahe, dass die geringe wahrgenommene Relevanz der Hochschulmathematik für das Unterrichten daraus resultiert, dass (angehende) Lehrkräfte versuchen, Hochschulmathematik ohne große Anpassungen im Schulkontext anzuwenden. Ist dies nicht möglich, erachten sie den hochschulischen Inhalt als nicht relevant für die Schule. Da sich die meisten Inhalte der Hochschulmathematik jedoch nicht unmittelbar auf den Schulkontext übertragen lassen, wird folglich ein großer Teil der Hochschulmathematik als nicht relevant zum Unterrichten eingeschätzt (Wasserman et al., 2018).

Insgesamt sprechen die Forschungsergebnisse somit dafür, dass die intellectual trickle-down-Annahme empirisch nicht haltbar ist. Anscheinend stellen Lehramtsstudierende Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik nicht von allein her und tendieren aus diesem Grund dazu, der Hochschulmathematik nur wenig Relevanz für den späteren Beruf zuzuschreiben. Dies kann insofern problematisch sein, als dass eine geringe Relevanzwahrnehmung sich negativ auf Lernmotivation und Lernerfolg auswirken kann (Frymier & Shulman, 1995), was wiederum zu noch größeren Schwierigkeiten bei den Studierenden führen kann, Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik herzustellen.

2.2.2.3 Zusammenfassung: Doppelte Diskontinuität

Während alle Studierenden mathematischer Studiengänge zu Studienbeginn eine Diskontinuität zwischen Schul- und Hochschulmathematik erleben, ergibt sich für

Lehramtsstudierende der Mathematik dieses Problem in doppelter Weise. Auch sie haben zu Studienbeginn Schwierigkeiten, Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu erkennen, werden damit beim Eintritt in den Beruf jedoch ein weiteres Mal konfrontiert und erleben eine zweite Diskontinuität. Felix Klein (1908) fasst dieses Problem unter dem Begriff der „doppelten Diskontinuität“ zusammen:

„Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, an denen ihn nichts mehr an das erinnert, womit er sich bisher beschäftigt hat, und natürlich vergisst er daher alle diese Dinge rasch und gründlich. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so muss er eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten, und da er diese Aufgabe kaum selbstständig mit der Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so nimmt er bald die althergebrachte Unterrichtstradition auf, und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht keinen Einfluss hat.“ (S. 1f.)

Obige Ausführungen haben gezeigt, dass Lehramtsstudierende auch heute noch Schwierigkeiten haben, Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik herzustellen. Die doppelte Diskontinuität erscheint damit weiterhin als von Studierenden wahrgenommenes Problem (Buchholtz & Kaiser, 2013; Winsløw & Gronbæk, 2014). Es besteht jedoch weitestgehender Konsens darüber, dass Lehrkräfte Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik haben sollten (z. B. Ball et al., 2005), die doppelte Diskontinuität also zu verringern ist. Im folgenden Kapitel wird daher erläutert, wie dieses Wissen über Verbindungen näher beschrieben werden kann und welche Ansätze es zur Verringerung der doppelten Diskontinuität gibt.

2.3 Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik

Obwohl schul- und hochschulmathematisches Wissen in der Forschung als getrennte Wissensbereiche betrachtet werden (Bromme, 1992; Wu, 2018), wird Ersteres an der Hochschule im Lehramtsstudium kaum thematisiert. Grundsätzlich besteht Konsens darüber, dass das Lehramtsstudium einen hohen fachmathematischen Anteil haben sollte, da davon ausgegangen wird, dass Lehrkräfte nur dann effektiv Mathematik unterrichten können, wenn sie die zugrundeliegenden Ideen und Begründungen von schulischen Inhalten und Verfahren kennen, Verbindungen zwischen verschiedenen Inhaltsbereichen ziehen können und komplexe Inhalte adäquat für den Schulunterricht reduzieren können (Ball et al., 2005). Dies ist ohne eine substanzielle hochschulmathematische Ausbildung nicht möglich. Mehrere Studien zeigten einen positiven Zusammenhang zwischen Fachwissen der Lehrkraft und Schülerleistung (z. B. Baumert & Kunter, 2011; Hill et al., 2005). Allerdings legen die Ergebnisse

von Monk (1994) auch nahe, dass dieser Zusammenhang sich nicht einfach durch die Zahl der besuchten Hochschulmathematikurse beschreiben lässt. Während die Zahl der besuchten Hochschulmathematikurse einer Lehrkraft bis zum fünften Kurs tatsächlich mit der Schülerleistung korrelierte, verschwand dieser Zusammenhang ab dem sechsten Hochschulkurs (Monk, 1994). Ein Mehr an hochschulmathematischen Lerngelegenheiten führt somit nicht unbedingt zu einer Veränderung der Schülerleistung. Entscheidender sollten hier die Art und Qualität des tatsächlich erworbenen Wissens sein.

Wie bereits in Abschnitt 2.2.2.2 erläutert, ist davon auszugehen, dass es den meisten (angehenden) Lehrkräften nicht gelingt, die hochschulmathematischen Inhalte ihres Studiums auf die Schulmathematik zu beziehen. Ein Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik erscheint jedoch essentiell für Lehrkräfte, da sie andernfalls ihr Hochschulwissen in der Schule nicht anwenden können, also die zweite Diskontinuität nicht überwunden wird. Entsprechend gibt es in der Forschung seit Längerem Bestrebungen, dieses Wissen über Verbindungen genauer zu konzeptualisieren und empirisch messbar zu machen. Die wichtigsten Modelle werden dazu im Folgenden vorgestellt. Anschließend werden Ansätze aus der Hochschulpraxis betrachtet, Lerngelegenheiten für dieses berufsspezifische Wissen zu schaffen.

2.3.1 Konzeptualisierungen professionellen Wissens von Lehrkräften über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik

2.3.1.1 Modell des Lehrerprofessionswissens nach Shulman

Fachliches Wissen wurde im Wesentlichen von Shulman (1986, 1987) als wichtiger Bestandteil des Lehrerprofessionswissens in den Fokus gerückt. Insbesondere stellte Shulman die Wissensbereiche des Fachwissens (*content knowledge, CK*) und des fachdidaktischen Wissens (*pedagogical content knowledge, PCK*) heraus. CK wird dabei beschrieben als „amount and organization of knowledge per se in the mind of the teacher“ (Shulman, 1986, S. 9). Es umfasst beispielsweise Wissen über grundlegende Prinzipien, Strukturen und Regeln des Fachs, aber auch über Voraussetzungen und Begründungen für bestimmte mathematische Sachverhalte, sowie Wissen, wie man bestimmte Vermutungen prüfen und ggf. widerlegen kann.

PCK umfasst dagegen sowohl Wissen darüber, wie man Inhalte erklären und angemessen veranschaulichen kann, als auch Wissen darüber, was Schülerinnen und Schülern leicht oder schwer an einem bestimmten Inhalt fällt, welche Fehlvorstellungen auftreten und wie diese behoben werden können. In empirischen Studien wird das fachdidaktische Wissen daher meist über drei Facetten konzeptualisiert: (1) Lernpotenzial von Aufgaben, (2) fachbezogene Schülerkognitionen und (3) Er-

klärungen und Repräsentationen (Depaepe et al., 2013; Krauss et al., 2008a).

Mittlerweile gibt es zahlreiche Studien, welche die empirische Trennbarkeit von CK und PCK stützen (z. B. Blömeke et al., 2008c; Heinze et al., 2016; Krauss et al., 2008b). Neben diesen beiden prominenten Bereichen professionellen fachlichen Wissens von Lehrkräften hat Shulman zusätzlich das curriculare Wissen (*curricular knowledge*) beschrieben, welches teils fachspezifisch, teils fachunspezifisch ist. So umfasst dieses Wissen beispielsweise Wissen darüber, was Schülerinnen und Schüler in einem Fach zuvor gelernt haben und was sie später in diesem Fach noch lernen werden, aber auch Wissen darüber, was sie in anderen Fächern lernen. Als vierten Bereich benannte Shulman (1986) das pädagogische Wissen (*pedagogical knowledge, PK*). Da dieses jedoch fachunspezifisch ist, wird es – ebenso wie weitere von Shulman (1987) ergänzte fachunspezifische Bereiche – im Folgenden nicht weiter aufgegriffen.

2.3.1.2 Niveaustufenmodelle

Im Rahmen des Projektes *Cognitive Activation in the Classroom (COACTIV)* (Kunter et al., 2011) wurde die professionelle Kompetenz von Lehrkräften untersucht und in diesem Rahmen auch deren Fachwissen erhoben. Dieses wurde für das Fach Mathematik in vier Ebenen konzeptualisiert: (1) mathematisches Alltagswissen, (2) Beherrschung des Schulstoffes, (3) tieferes Verständnis der Fachinhalte des Curriculums der Sekundarstufe (inklusive Schulmathematik vom höheren Standpunkt) und (4) reines Hochschulwissen (Krauss et al., 2008c). Die CK-Items der COACTIV-Studie adressierten dabei die dritte Ebene und waren damit prinzipiell auch von leistungsstarken Schülerinnen und Schülern lösbar. Damit wurde das Fachwissen von Lehrkräften in COACTIV sehr schulnah erhoben und hochschulmathematisches Wissen im strengen Sinn nicht abgefragt. Dies zeigte sich auch daran, dass in einer Validierungsstudie Hauptfachstudierende der Mathematik im Mittel nicht besser im CK abschnitten als Lehramtsstudierende, obwohl Hauptfachstudierende mehr Hochschulmathematikurse besuchen und damit mehr Lerngelegenheiten für fachmathematisches Wissen haben (Krauss et al., 2008a). Da die CK-Items aus COACTIV jedoch nicht auf der Ebene vier des reinen Hochschulwissens, sondern auf der Ebene drei entwickelt wurden, ist dieses Ergebnis nicht verwunderlich. Schulisches Wissen wird an der Hochschule kaum thematisiert, sodass Hauptfachstudierende keinen Vorteil durch mehr besuchte Hochschulkurse gegenüber Lehramtsstudierenden aufwiesen.

Ähnlich wie bei der COACTIV-Studie wurde auch in der Studie *Mathematics Teaching in the 21st Century (MT21)* (Blömeke et al., 2008a) sowie der Folgestudie *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)* (Blömeke et al., 2010) das Fachwissen von Mathematiklehrkräften in einem Niveaustufenmodell konzeptualisiert. Dieses Modell umfasst die vier Ebenen (1) Schulfachwissen der

Sekundarstufe I, (2) Schulfachwissen der Sekundarstufe II, (3) schulbezogenes mathematisches Wissen vom höheren Standpunkt und (4) hochschulmathematisches Wissen. Die CK-Items in MT21 und TEDS-M verteilten sich auf alle vier Ebenen, wobei die dritte Ebene mit dem in COACTIV erhobenen Fachwissen korrespondiert. Blömeke et al. (2008b) verstehen unter *Schulmathematik vom höheren Standpunkt* dabei „mathematische Überlegungen, die sich auf schulmathematische Inhalte beziehen, auf diesen aufbauen, aber auf einer Metaebene angesiedelt sind und sich mit Fragen der Genese, der Bedeutung und der Verwendung mathematischer Begriffe befassen“ (S. 107).

Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik ist damit implizit jeweils in der dritten Ebene der vorgestellten Niveaustufenmodelle enthalten, wird jedoch nicht weiter ausdifferenziert. Eine solche Ausdifferenzierung wäre hilfreich als Beschreibungsgrundlage, welche Lerngelegenheiten angehende Lehrkräfte benötigen, um dieses Wissen über Verbindungen aufbauen zu können, was jedoch nicht Ziel von COACTIV, MT21 und TEDS-M war. Demgegenüber gibt es auch Modelle, die das Wissen über Verbindungen explizit aufnehmen und damit näher beschreiben, welches fachliche Wissen Lehrkräfte während ihrer Ausbildung erwerben sollten. Ein solches Modell ist das des *Mathematical knowledge for teaching* (Ball et al., 2008; Bass & Ball, 2004).

2.3.1.3 Modell des „Mathematical knowledge for teaching“

Das Modell des *Mathematical knowledge for teaching* (MKT) wurde von der *Michigan-Group* rund um Deborah Loewenberg Ball als handlungsnahe Konkretisierung des professionellen Wissens von Lehrkräften der Primarstufe entwickelt. Das Modell baut auf dem von Shulman (1986) auf und differenziert sowohl das Fachwissen als auch das fachdidaktische Wissen jeweils in drei Facetten aus (s. Abb. 2.2). Dies geschah auf Grundlage einer qualitativen Analyse, welche von der Frage geleitet wurde, was wiederkehrende Aufgaben und Anforderungen beim Unterrichten von Mathematik sind, sowie von der Frage, welches mathematische Wissen und welche Fähigkeiten Lehrkräfte benötigen, um diese Aufgaben bewältigen zu können (Ball et al., 2008). Im Fokus standen dabei Lehrkräfte der Primarstufe, welche in den USA die Klassen 1–6 umfasst. Da in diesem Abschnitt die Konzeptualisierung von Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik im Fokus steht, wird im Folgenden nur die Ausdifferenzierung des Fachwissens im MKT-Modell näher erläutert, nicht jedoch die des fachdidaktischen Wissens.

CK wird von Ball et al. (2008) in drei Facetten eingeteilt: Das *common content knowledge* (CCK) beschreibt das mathematische Wissen, welches man in anderen Situationen als dem Unterrichten benötigt. Demgegenüber umfasst das *specialized content knowledge* (SCK) gerade das mathematische Wissen, welches eigens zum

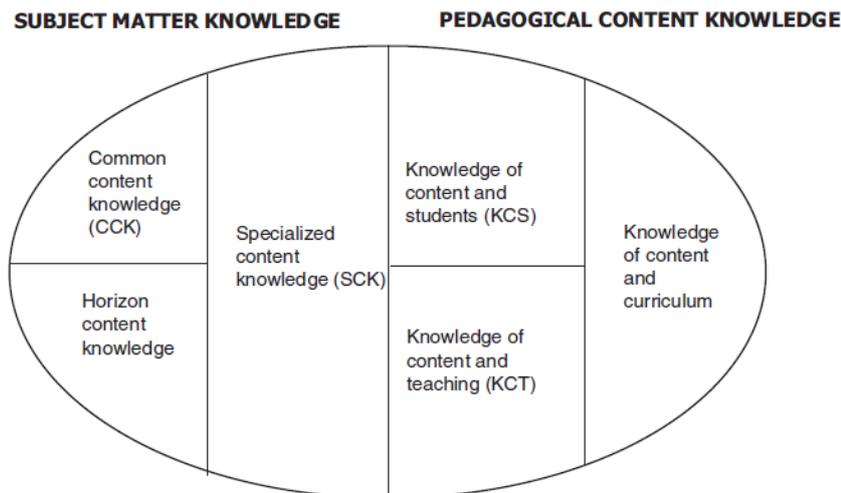


Abb. 2.2 Facetten des „Mathematical knowledge for teaching“ nach Ball et al. (2008, S. 403)

Unterrichten von Mathematik gebraucht wird. Hervorzuheben ist, dass sich diese Unterscheidung auf Primarstufenlehrkräfte bezieht und Ball et al. (2008) infolgedessen CCK als Wissen beschreiben, über welches auch durchschnittlich mathematisch gebildete Personen verfügen. Speer et al. (2015) diskutieren, dass sich dieses Verständnis nicht ohne Weiteres auf die Sekundarstufe übertragen lässt und CCK als Kontrastierung zu SCK dort als Wissen konzeptualisiert werden müsste, welches studierte Mathematikerinnen und Mathematiker besitzen. Die dritte Facette des CK im MKT-Modell, welche auch auf der Idee des *curricular knowledge* (Shulman, 1986) aufbaut, stellt das *horizon content knowledge* (HCK) dar. Dieses umfasst ein generelles Bewusstsein darüber, wie mathematische Themen, die Teil der Schulmathematik sind, zusammenhängen. So muss beispielsweise eine Lehrkraft der ersten Klasse wissen, was die Schülerinnen und Schüler in der dritten Klasse lernen werden, damit sie die passenden mathematischen Grundlagen unterrichten kann, die später wieder aufgegriffen werden (Ball et al., 2008). Die Michigan-Group nahm das HCK explizit nur provisorisch in das MKT-Modell auf, sodass dieses im Vergleich zum CCK und SCK eher unterentwickelt blieb (s. z. B. Dreher et al., 2018; Lindmeier, 2011; Wasserman, 2018). Es wurden zwar Versuche unternommen, das HCK weiter auszudifferenzieren, dabei blieben aber wesentliche Fragen offen, z. B. ob es sich tatsächlich um eine eigene Wissensfacette handelt oder HCK eher ein Faktor ist, der die anderen Facetten formt (Fernández & Figueiras, 2014). Problematisch ist hierbei, dass HCK deutlich eine potenzielle Überlappung mit SCK und CCK aufweist. Wenn SCK all das Wissen umfasst, was ausschließlich zum Unterrichten benötigt wird, und CCK das Wissen, was nicht ausschließlich zum Unterrichten benötigt wird, erscheint es schwierig, HCK nebengeordnet zu konzeptualisieren (vgl. Wasserman, 2018).

Studien, die das Professionswissen von Lehrkräften mithilfe des MKT-Modells

erfassen, haben häufig Schwierigkeiten, die theoretische Mehrdimensionalität auch empirisch nachzuweisen. Teils findet sich gar keine mehrdimensionale Struktur (z. B. Hill, 2010; Hill et al., 2007, erhoben wurden CCK, SCK und PCK, wobei SCK und PCK hochkorreliert waren), teils Mehrdimensionalität, die aber nicht der theoretisch angenommenen entspricht (z. B. Hill et al., 2004). Teilweise wird SCK in Studien auch direkt mit Aspekten des PCK zusammengefasst, beispielsweise mit dem *knowledge of content and teaching* (Charalambous et al., 2020). Die Studien, die sich auf das MKT-Modell beziehen, fallen damit insgesamt inkonsistenter aus als solche, die nur eine Unterscheidung in CK–PCK unternehmen. Mit Blick auf das Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik, welches insbesondere im SCK und HCK enthalten sein sollte, erscheinen vor allem zwei Aspekte am MKT-Modell problematisch: Zum einen die schwache Konzeptualisierung von HCK, welches in den meisten Studien gar nicht erhoben wurde, zum anderen die empirische Nähe von SCK und PCK.

Insgesamt erschien es damit notwendig, ein neues Modell zur Beschreibung des professionsspezifischen Wissens über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik aufzustellen. Dreher et al. (2018) schlugen dazu das Modell des *schulbezogenen Fachwissens* vor.

2.3.1.4 Modell des „schulbezogenen Fachwissens“

Das *schulbezogene Fachwissen* (*school-related content knowledge*, SRCK, Dreher et al., 2018) wurde als professionsspezifisches Fachwissen im Spannungsfeld zwischen Schul- und Hochschulmathematik konzeptualisiert. Das Modell des SRCK greift explizit ältere Ansätze wie die oben skizzierten Modelle des *Mathematical knowledge for teaching* (Ball et al., 2008) und der in den Niveaustufen-Modellen verwendeten und auf Klein (1908) zurückgehenden *Schulmathematik vom höheren Standpunkt* auf und differenziert diese weiter aus. Insgesamt wird SRCK in drei Facetten untergliedert, welche in Abb. 2.3 veranschaulicht sind: Neben dem *curricularen* Wissen umfasst es Wissen über Zusammenhänge zwischen Schul- und Hochschulmathematik in *bottom-up* und in *top-down* Richtung.

Das curriculare Wissen kann als ein Metawissen über Schulmathematik aufgefasst werden, welches Wissen über die Struktur und den fachsystematischen Aufbau der Schulmathematik umfasst (Dreher et al., 2018). Es bildet damit auch den Referenzrahmen für die Vermittlung fundamentaler Ideen (Bruner, 1960; Schweiger, 1992) im schulischen Mathematikunterricht. Eine Mathematiklehrkraft benötigt curriculares Wissen beispielsweise zur Beantwortung der Frage, auf welche mathematischen Ideen in einer bestimmten Klassenstufe bei einem Inhalt (z. B. der Unendlichkeit) bereits aufgebaut werden kann bzw. sollte und welche Aspekte sie behandeln sollte, weil diese für das spätere Lernen der Schülerinnen und Schüler wichtig sind.

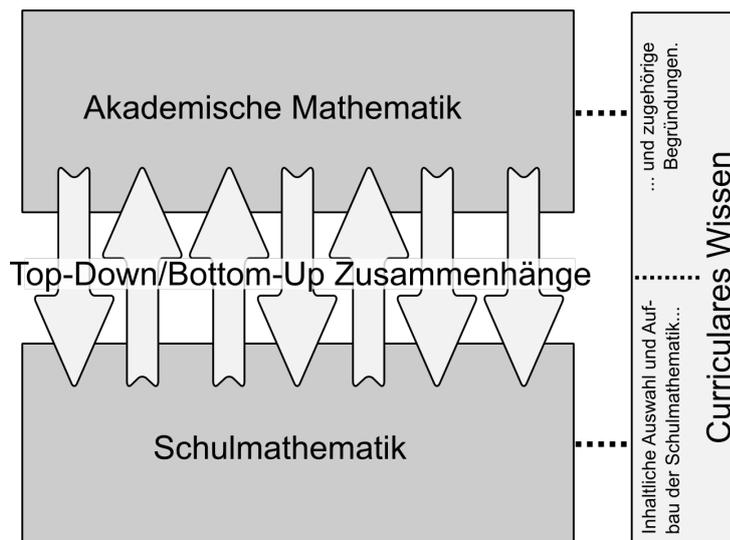


Abb. 2.3 Modell des „schulbezogenen Fachwissens“ nach Dreher et al. (2018)

Die anderen beiden Facetten des SRCK beziehen sich direkt auf gerichtete Zusammenhänge zwischen Schul- und Hochschulmathematik. Diese Zusammenhänge können zum einen in bottom-up Richtung betrachtet werden, indem Elemente der Schulmathematik vor dem Hintergrund der Hochschulmathematik eingeordnet werden. Eine Lehrkraft verwendet Wissen über bottom-up Zusammenhänge beispielsweise dann, wenn sie ein schulmathematisches Element (z. B. eine Begriffseinführung im Schulbuch) hinsichtlich dessen „intellektueller Ehrlichkeit“ (Bruner, 1960) beurteilt. Auch wird Wissen über bottom-up Zusammenhänge benötigt, wenn eine Lehrkraft überprüfen muss, ob eine (unerwartete) Schüleräußerung eine fachlich adäquate Idee enthält.

Zum anderen können Zusammenhänge zwischen Schul- und Hochschulmathematik auch in top-down Richtung betrachtet werden. Dies geschieht beispielsweise dann, wenn man ausgehend von der Hochschulmathematik entscheidet, wie akademische Ideen ohne fachliche Verzerrungen für die Schulmathematik zugänglich gemacht werden können. Darüber hinaus wird Wissen über top-down Zusammenhänge auch dann benötigt, wenn aus mehreren Zugängen, die hochschulmathematisch zur Einführung eines Inhalts geeignet sind, derjenige ausgewählt werden soll, der anschlussfähig für die Schulmathematik und zugänglich für Schülerinnen und Schüler ist. Beispielsweise kann der Körper der reellen Zahlen hochschulmathematisch über Cauchy-Folgen, Intervallschachtelung, Dedekindsche Schnitte oder als topologischer Abschluss aus dem Körper der rationalen Zahlen konstruiert werden. Eine Lehrkraft mit entsprechendem top-down Wissen würde die Intervallschachtelung als anschlussfähigen Ansatz für die Schulmathematik auswählen und die zugrundeliegende Idee der Intervallschachtelung anschlussfähig für Schülerinnen und Schüler aufbereiten.

Das Konstrukt des SRCK wurde explizit als weiteres Konstrukt professionsspezifi-

schen Wissens neben Fachwissen (CK) und fachdidaktischem Wissen (PCK) konzeptualisiert. In Abgrenzung zu PCK ist SRCK als rein fachliches Wissen beschrieben, welches keine Betrachtung von Schülerkognitionen oder des Potenzials von Aufgaben erfordert (Heinze et al., 2016). Im Gegensatz zu CK, welches ein berufsunspezifisches Wissen ist, welches auch Mathematikerinnen und Mathematiker benötigen, beschreibt SRCK ein professionsspezifisches Wissen von Lehrkräften. Heinze et al. (2016) konnten zeigen, dass sich SRCK empirisch valide und reliabel erfassen lässt und empirisch trennbar von CK und PCK ist.

Dieser Befund konnte noch von Hoth et al. (2020) bestärkt werden, die zeigten, dass sich SRCK und CK nicht gemeinsam entwickeln. In einer Studie mit über 500 Lehramtsstudierenden war zwischen dem ersten und dritten Semester zwar ein substanzieller Zuwachs an Fachwissen zu verzeichnen, das schulbezogene Fachwissen erfuhr im gleichen Zeitraum hingegen keine signifikanten Veränderungen. Bisher unerforscht ist, wie SRCK konkret erworben wird. Signifikante Korrelationen mit dem SRCK im dritten Semester zeigten bei Hoth et al. (2020) neben dem SRCK im ersten Semester nur die kognitiven Grundfähigkeiten und schulbezogene Praxiserfahrungen. Es bleibt in der Studie offen, ob die Praxiserfahrungen tatsächlich in der Schulpraxis erworben werden müssen, oder praxisnahe Lerngelegenheiten innerhalb der Hochschullehre ebenfalls geeignet und gegebenenfalls noch effektiver sind (Hoth et al., 2020).

2.3.2 Lerngelegenheiten für Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik

Parallel zur theoretischen Konzeptualisierung des Wissens über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik wurde auch von praktischer Seite die Forderung nach einer berufsorientierten Lehramtsausbildung formuliert (z. B. Beutelspacher et al., 2011; CBMS, 2012). Schul- und Hochschulmathematik sollten in der fachlichen Lehramtsausbildung als „füreinander nützlich und aufeinander bezogen erlebt werden“ (Bauer, 2013b, S.41). In der Folge entstanden beispielsweise in den USA zahlreiche „connection courses“ (Murray & Star, 2013), während in Deutschland an vielen Hochschulen lehramtsspezifische Übungsaufgaben (im Folgenden „Lehramtsaufgaben“) in die Lehre integriert wurden (z. B. Ableitinger et al., 2013; Álvarez et al., 2020; Bauer, 2013a; Bauer & Partheil, 2009; Eichler & Isaev, 2017; Hoffmann, 2018a, 2018b; Leufer & Prediger, 2007; Schadl et al., 2019). Im folgenden Abschnitt werden die wesentlichen Zielsetzungen dieser Aufgaben zusammengetragen. Ein Aufgabenbeispiel ist in Abb. 2.4 dargestellt.

Aufgabe 8.3 (L) Sie haben in Aufgabe 8.2 (a) die Zahl $0,\bar{9} = x$ mithilfe der Reihendarstellung berechnet.

- (a) Geben Sie nun je einen altersgerechten Beweis für diese Gleichheit
 - (i) für die Klassenstufe 6,
 - (ii) für die Oberstufe.
- (b) Geben Sie jeweils an, an welchen Stellen die Schulbeweise aus Hochschulsicht Lücken aufweisen (die Sie mit schulischen Mitteln nicht schließen können).

Abb. 2.4 Beispiel einer Lehramtsaufgabe aus dem Kurs „Analysis I“. Es knüpft direkt an eine vorangegangene hochschulmathematische Aufgabe an und fordert in Aufgabenteil a) einen Bezug zur Schulmathematik. Aufgabenteil b) fordert demgegenüber eine Beurteilung aus hochschulmathematischer Sicht ein

2.3.2.1 Ziele von Lehramtsaufgaben

Lehramtsaufgaben wurden in die Lehre integriert, um Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik explizit zu thematisieren und so das Problem der doppelten Diskontinuität zu adressieren. Insgesamt lassen sich dabei drei unterschiedliche Schwerpunktsetzungen von Lehramtsaufgaben identifizieren: (1) Milderung der ersten Diskontinuität, (2) Milderung der zweiten Diskontinuität und (3) Erhöhung der Studienzufriedenheit.

Lehramtsaufgaben, welche die erste Diskontinuität fokussieren, thematisieren in erster Linie inhaltliche Schnittstellen zwischen Schul- und Hochschulmathematik (z. B. Ableitinger et al., 2013; Bauer, 2013a). Dabei wird versucht, an das schulische Vorwissen der Studierenden anzuknüpfen, sodass die Lernenden Verbindungen zwischen dem neuen Hochschulwissen und bereits vorhandenem Schulwissen herstellen können. Diese Art der inhaltlichen Verbindungen im Sinne eines Spiralcurriculums (Bruner, 1960) ist dabei nicht nur für Lehramtsstudierende relevant, sondern kann auch Hauptfachstudierenden helfen, auf ihr Schulwissen aufzubauen und dieses in das neu erworbene Hochschulwissen einzuordnen. Entsprechend werden Lehramtsaufgaben mit dem Fokus auf der ersten Diskontinuität an einigen Standorten auch Hauptfachstudierenden zur Verfügung gestellt (z. B. Hoffmann & Biehler, 2017).

Lehramtsaufgaben, die stattdessen die zweite Diskontinuität fokussieren, beinhalten meist einen expliziten Berufsbezug und zielen auf die Anwendung hochschulmathematischen Wissens im Schulkontext ab (z. B. Eichler & Isaev, 2017; Prediger, 2013; Schadl et al., 2019). Genutzt wird dabei beispielsweise die Job-Analyse (Bass & Ball, 2004; Prediger, 2013), welche Anforderungssituationen beschreibt, in welchen Lehrkräfte (unter anderem) schulbezogenes Fachwissen benötigen. Prediger (2013) nennt als Anforderungssituationen beispielsweise „Zugänge (in Schulbüchern, Tafel-

bildern, o. Ä.) analysieren und bewerten“, „Äußerungen von Lernenden analysieren und darauf lernförderlich reagieren“ oder „Aufgaben und Lernanlässe auswählen, verändern oder konstruieren“ (S. 155). Im Gegensatz zu klassischen, nicht lehramts-spezifischen Übungsaufgaben, welche vorrangig die herkömmlichen mathematischen Arbeitsweisen *schematisches Anwenden*, *außermathematisches Anwenden* und *Beweisen* adressieren (Rach, 2014; Weber & Lindmeier, 2020b), ist davon auszugehen, dass Lehramtsaufgaben mit dem Fokus auf die zweite Diskontinuität ein breiteres Spektrum berufsbezogener Anforderungen abbilden. Empirische Daten gibt es hierzu bisher nicht. Es wird jedoch angenommen, dass Lehramtsaufgaben, die berufliche Anforderungssituationen illustrieren, Lehramtsstudierende darin unterstützen, ihr Hochschulwissen später im Schulkontext anwenden zu können, sodass die zweite Diskontinuität abgemildert wird.

Ausgehend von den genannten Zielen auf kognitiver Ebene, die beim Fokus auf eine der beiden Diskontinuitäten adressiert werden, lässt sich als dritte Schwerpunktsetzung von Lehramtsaufgaben die Erhöhung der Studienzufriedenheit feststellen (z. B. Isaev & Eichler, 2017; Schadl et al., 2019). Zum einen wird davon ausgegangen, dass Aufgaben, die die erste Diskontinuität fokussieren und damit inhaltliche Schnittstellen zwischen Schul- und Hochschulmathematik betonen, eher die Interessen von Lehramtsstudierenden verstärken als Aufgaben, die sich nur auf Hochschulmathematik beziehen (Rach, 2022b; Ufer et al., 2017). Im Sinne der Theorien zur Person-Umwelt-Passung (s. Abschnitt 2.2) sollte damit eine höhere Studienzufriedenheit einhergehen. Zum anderen wird angenommen, dass Lehramtsstudierende durch Aufgaben, welche die zweite Diskontinuität und damit berufsbezogene Anforderungen adressieren, Hochschulmathematik eher als relevant für ihren späteren Berufsalltag wahrnehmen (entsprechende Befunde für lehramtsspezifische Lerngelegenheiten in Physik bzw. Chemie lieferten Andersen, 2020; Hermanns, 2021; Lorentzen et al., 2019). Eine höhere Relevanzwahrnehmung kann sich wiederum positiv auf Leistung und Lernmotivation und damit auf die Studienzufriedenheit auswirken (Andersen, 2020; Guo et al., 2016; Hulleman & Harackiewicz, 2009; Kember et al., 2008; Schiefele et al., 2003).

Hervorzuheben ist, dass sich die drei dargestellten Ziele von Lehramtsaufgaben nicht ausschließen und an vielen Standorten mehrere Ziele gleichzeitig verfolgt werden. Die Ziele auf kognitiver Ebene lassen sich dabei zusammenfassen zu dem Ziel des Aufbaus schulbezogenen Fachwissens. Auf affektiver Ebene kommt hingegen der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf eine besondere Beachtung zu, da diese, wie in Abschnitt 2.2.2.2 skizziert, bisher gering ausgeprägt scheint, aber eine höhere Relevanzwahrnehmung nicht nur Auswirkungen auf die Studienzufriedenheit haben sollte, sondern auch mit höherem Lernerfolg assoziiert wird.

2.3.2.2 Wahrgenommene Relevanz

Bevor die empirischen Befunde zusammengetragen werden, inwiefern der Einsatz von Lehramtsaufgaben die oben dargestellten Ziele erreicht, wird in diesem Abschnitt ein kurzer Überblick zur Definition des Konstrukts der Relevanz gegeben und eine Einordnung in verwandte Konstrukte vorgenommen. Lange wurde Relevanz synonym zum Konstrukt des *utility value* (Erwartungs-Wert-Theorie, z. B. Eccles et al., 1983; Eccles & Wigfield, 2020) oder der *integrated regulation* (Selbstbestimmungstheorie, Ryan & Deci, 2000) verwendet (für einen Überblick s. Albrecht & Karabenick, 2017), was einer extrinsischen Konzeptualisierung entspricht. Aktuellere Ansätze ordnen dem Konstrukt Relevanz hingegen auch eine intrinsische Komponente zu. Eine solche aktuelle Konzeptualisierung stellt das *Relevanzkontinuum* von Priniski et al. (2018) dar. Diese definieren Relevanz als „personally meaningful connection to the individual“ (Priniski et al., 2018, S. 12) und unterscheiden drei Relevanzbereiche, welche sich entsprechend der Stärke der persönlichen Bedeutung als Kontinuum anordnen lassen (s. Abb. 2.5).

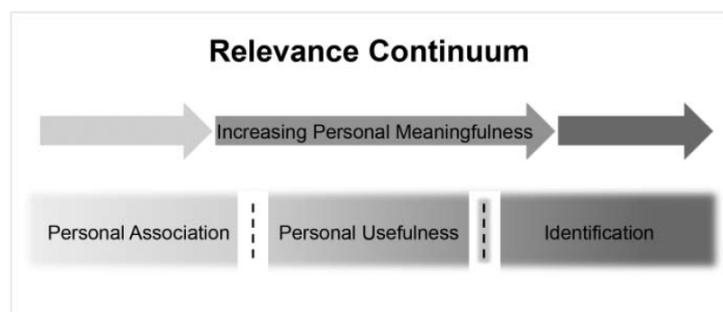


Abb. 2.5 Modell des Relevanzkontinuums nach Priniski et al. (2018, S. 12)

Als erster Bereich wird die *persönliche Assoziation* definiert. Hierbei entsteht die Relevanz eines Stimulus indirekt über ein weiteres Objekt, eine persönliche Erfahrung oder eine Erinnerung (Priniski et al., 2018). Beispielsweise könnte eine Person sich bei der Bearbeitung der Lehramtsaufgabe aus Abb. 2.4 daran erinnern, dass der Beweis von $0,9 = 1$ damals im eigenen Schulunterricht behandelt wurde. Entsprechend würde die Person eine persönliche Verbindung zu dem Aufgabeninhalt erleben und der Lehramtsaufgabe infolgedessen Relevanz zuschreiben.

Der zweite Bereich, welcher eine stärkere persönliche Bedeutung aufweist als die persönliche Assoziation, ist der Bereich des *persönlichen Nutzens*. Die Relevanz entsteht in diesem Bereich dadurch, dass ein Stimulus als Möglichkeit wahrgenommen wird, ein persönliches Ziel zu erreichen oder diesem näher zu kommen. Bezogen auf die Lehramtsaufgabe aus Abb. 2.4 kann eine Person diese beispielsweise als relevant empfinden, weil sie Lehrkraft werden möchte und es als nützlich erachtet, Beweise für verschiedene Klassenstufen zu konstruieren, die später im eigenen Unterricht verwendet werden können.

Als dritten Bereich formulieren Priniski et al. (2018) die *Identifikation*, welche die Inkorporation des Stimulus in die persönliche Identität umfasst. Eine Person, die sich beispielsweise als angehende Lehrkraft identifiziert, kann in der Lehramtsaufgabe aus Abb. 2.4 eine Möglichkeit sehen, die eigene Identität als angehende Lehrkraft zu bestätigen, da sie in dieser Lehramtsaufgabe typischen Lehrkrafthandlungen nachgehen kann.

Die Konzeptualisierung von Relevanz als Kontinuum steigender persönlicher Bedeutung hebt hervor, dass der gleiche Stimulus zum einen von unterschiedlichen Personen als unterschiedlich relevant erlebt werden kann. Zum anderen kann die Relevanzwahrnehmung jedoch auch innerhalb derselben Person zwischen verschiedenen Zeitpunkten variieren, beispielsweise in Abhängigkeit davon, welches persönliche Ziel salient ist. Die Relevanzwahrnehmung ist damit formbar und somit berechtigtes Ziel von Interventionen.

Wie eingangs beschrieben, bestand Unklarheit darüber, in welcher Beziehung das Konstrukt der Relevanz zu anderen psychologischen Konstrukten wie Motivation und Interesse steht. Dies wird im Folgenden kurz skizziert. Eins der bekanntesten Modelle von Interesse stellt das *Vier-Phasen Modell der Interessensentwicklung* von Hidi und Renninger (2006) dar. Innerhalb dieses Modells wird Relevanz vorrangig als Auslöser situationalen Interesses (Phase 1) gesehen, was auch empirisch gestützt werden kann (z. B. Andersen, 2020; Bergin, 1999; Büdenbender-Kuklinski, 2021). Priniski et al. (2018) stellen jedoch heraus, dass durch persönlichen Nutzen und Identifikation situationales Interesse aufrechterhalten (Phase 2) und die Entwicklung eines stabilen personalen Interesses unterstützt werden kann (Phase 3). Darüber hinaus erfordert ein voll entwickeltes personales Interesse (Phase 4) gleichzeitig steigende Identifikation (Hidi & Renninger, 2006), sodass der Stimulus nach Definition von Priniski et al. (2018) relevant für das Individuum wird. Zusammenfassend sollten Interesse und Relevanz damit häufig gemeinsam auftreten und sich gegenseitig beeinflussen.

Zur Beschreibung und Untersuchung von Motivation wird meist die (*situationale*) *Erwartungs-Wert-Theorie* (Eccles et al., 1983; Eccles & Wigfield, 2020) herangezogen. Innerhalb dieser kann Relevanz in den Werten *utility* (Nutzen für persönliches Ziel) und *attainment* (Bestärkung der eigenen Identität) verortet werden. Im Gegensatz zu Eccles et al. (1983) würden Priniski et al. (2018) diese beiden Werte jedoch nicht getrennt voneinander sondern als Kontinuum konzeptualisieren und *utility* weniger relevant als *attainment* einstufen, da es geringere persönliche Bedeutung hat. Einigkeit besteht zwischen den beiden Autorengruppen jedoch dahingehend, dass eine Person den Nutzen eines Stimulus sowohl in Bezug auf kurz- als auch langfristige Ziele einschätzen kann und der *utility value* und damit die wahrgenommene Relevanz sich somit zu verschiedenen Zeitpunkten unterscheiden kann, je nachdem,

welches Ziel gerade salient ist (Eccles, 2009; Priniski et al., 2018).

In der Forschung haben sich mittlerweile mehrere Ansätze als wirksam erwiesen, die Relevanz, die Lernende einem Lerninhalt zuschreiben, zu steigern. In einer Meta-Meta-Analyse zeigte sich beispielsweise, dass im Allgemeinen eine Verbindung zum persönlichen Leben, Erfahrungen und Zielen Lernenden hilft, Relevanz des Lerninhalts wahrzunehmen sowie das neue Wissen in ihr Vorwissen zu integrieren und zu behalten (Schneider & Preckel, 2017). Bezogen auf Lehramtsaufgaben ist davon auszugehen, dass diese eine klare Verbindung zum Leben und den Zielen von Lehramtsstudierenden aufweisen und der Lerninhalt entsprechend als relevant wahrgenommen werden sollte. Insbesondere sollten die Bereiche des *persönlichen Nutzens* und der *Identifikation* angesprochen sein. Mehrere Studien zeigten, dass der wahrgenommene persönliche Nutzen sowohl durch direkte Kommunikation des Nutzens als auch durch Anregung zur selbständigen Formulierung des Nutzens gesteigert werden kann und eine Kombination beider Strategien besonders wirksam erscheint (Acee & Weinstein, 2010; Brisson et al., 2017; Canning & Harackiewicz, 2015; Gaspard et al., 2015).

2.3.2.3 Forschungsstand zur Wirkung von Lehramtsaufgaben

Wie eingangs in diesem Abschnitt dargelegt, wurden Lehramtsaufgaben vielerorts in die Lehre integriert, um die wahrgenommene doppelte Diskontinuität zu mildern und die Studienzufriedenheit zu erhöhen. Auf kognitiver Ebene kann damit das Ziel des Aufbaus schulbezogenen Fachwissens (SRCK) formuliert werden. Auf affektiver Ebene ist die Steigerung der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf ein wichtiges Teilziel, welches sich wiederum begünstigend auf den SRCK-Lernerfolg auswirken sollte. Forschungsbefunde, inwiefern diese Ziele durch den Einsatz von Lehramtsaufgaben erreicht werden können, gibt es allerdings wenig.

Insbesondere ist bisher keine Studie bekannt, die untersucht, inwiefern mithilfe von Lehramtsaufgaben SRCK erworben wird. Demgegenüber gibt es zum Einfluss von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene Relevanz von Hochschulmathematik im Wesentlichen zwei Befunde. So zeigten Schadl et al. (2019), dass der Einsatz von Lehramtsaufgaben die empfundene Relevanz der Fachmathematik für den späteren Beruf signifikant steigern kann. Gleichzeitig stellte sich heraus, dass dieses Ergebnis nicht zuverlässig auftritt: Schadl et al. (2019) untersuchten die Frage des Einflusses von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene Relevanz an insgesamt drei Kohorten und fanden nur in einer Kohorte signifikante Unterschiede. Eine mögliche Erklärung lieferten Eichler und Isaev (2022), die in einer quasi-experimentellen Studie einen signifikanten Interaktionseffekt zwischen den Faktoren *Treatment* und *Zeit* fanden. Während die Lehramtsstudierenden, die wöchentlich eine Lehramtsaufgabe bearbeitet hatten, innerhalb eines Studiensemester keine Veränderung in

ihrer Relevanzwahrnehmung verzeichneten, sank die Relevanzwahrnehmung in der Kontrollgruppe signifikant ab. Dies weist darauf hin, dass es bereits als Erfolg eingestuft werden kann, wenn durch den Einsatz von Lehramtsaufgaben ein Absinken der wahrgenommenen Relevanz verhindert werden kann. Insgesamt ist die Datenlage zum Einfluss von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene Relevanz jedoch noch als unzureichend einzustufen.

Befunde aus anderen Projekten und verwandten Fächern legen einen Einfluss von lehramtsspezifischen Lerngelegenheiten auf die Relevanzwahrnehmung nahe. So fanden Massolt und Borowski (2018, 2020) heraus, dass Lehramtsaufgaben in Physik als relevanter wahrgenommen werden als klassische Übungsaufgaben – insbesondere, wenn diese Aufgaben schulbezogen gestaltet sind, wobei die Autoren nicht spezifizieren, was genau damit gemeint ist. Darüber hinaus ergab eine Evaluation des ULTRA-Projekts (*Upgrading Learning for Teachers in Real Analysis*, Fukawa-Connelly et al., 2020) – ein Projekt, welches Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik nicht durch einzelne Lehramtsaufgaben sondern im Rahmen ganzer Seminarstunden thematisiert – dass Teilnehmende nach dem Projekt Hochschulmathematik als relevant zum Verständnis der Schulmathematik sowie zum Umgang mit Schüleräußerungen erachteten. Bei praktizierenden Lehrkräften, welche ULTRA-Module besucht hatten, ließ sich zudem beobachten, dass diese Ideen der Module, wie Schul- und Hochschulmathematik miteinander verknüpft werden können, anschließend in ihrem Unterricht anwendeten (Wasserman et al., 2019).

Diese Befunde stützen die These, dass Lehramtsaufgaben als professionsspezifische Lerngelegenheiten, die Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik thematisieren, die wahrgenommene Relevanz von Hochschulmathematik und das Professionswissen von (angehenden) Lehrkräften positiv beeinflussen können. Im folgenden Kapitel werden die sich daraus ableitenden Forschungsfragen dieser Arbeit vorgestellt.

2.4 Zusammenfassung und Forschungsdesiderate

Zusammenfassend bedingt der unterschiedliche Charakter von Schul- und Hochschulmathematik verschiedenste Diskontinuitätserfahrungen bei Studierenden. So erleben am Übergang von der Schule zur Hochschule alle Studierende mathematischer Studiengänge eine erste Diskontinuität im Mathematiklernen an Schule und Hochschule, die für viele Studierende mit Schwierigkeiten bis hin zum Studienabbruch verbunden ist. Für Mathematiklehramtsstudierende ist diese Diskontinuität dabei von besonderer Bedeutung, da sie sich nicht nur auf das eigene Mathematiklernen erstreckt, sondern auch auf den späteren Beruf. Gelingt es den Lehramtsstudierenden schließlich nicht, beim Eintritt in den Beruf ihr erworbenes Hochschul-

wissen mit der Schulmathematik in Verbindung zu bringen, erleben sie eine zweite Diskontinuität und können ihr fachliches Wissen kaum im Unterricht anwenden.

Es stellt sich damit die Frage, welche Maßnahmen zur Minderung dieser Diskontinuitätserfahrungen beitragen können. Bezogen auf die für alle mathematischen Studiengänge relevante erste Diskontinuität stellt sich dabei zunächst, wie in Abschnitt 2.2.1 dargestellt, das Problem, dass die am Übergang Schule–Hochschule und damit an der ersten Diskontinuität beteiligten Institutionen bisher keinen systematischen Austausch pflegen. Ein offenes praktisches Problem ist daher, dass die Schule mitunter nicht weiß, welche konkreten Erwartungen die Hochschule an die mathematischen Lernvoraussetzungen von Studienanfängerinnen und Studienanfängern stellt, und die Hochschule möglicherweise auch nicht damit vertraut ist, was auf Basis von Lehrplänen von Abiturientinnen und Abiturienten überhaupt erwartet werden kann. Um die erste Diskontinuität abmildern zu können, müssten sich somit Vertreterinnen und Vertreter von Schule und Hochschule zunächst auf eine gemeinsame Basis erwarteter Lernvoraussetzungen am Übergang verständigen. Da eine solche Verständigung bisher noch nicht im Konsens gelungen ist, ergibt sich folgende erste Forschungsfrage dieser Arbeit:

FF1 Wie kann eine Abstimmung zwischen Schule und Hochschule auf mathematische Mindestanforderungen für mathematische Studiengänge gelingen?

Neben diesem Fokus auf die erste Diskontinuität in allen mathematischen Studiengängen sollen in dieser Arbeit auch Maßnahmen zur Minderung der von Lehramtsstudierenden erlebten doppelten Diskontinuität in den Blick genommen werden. Wie in Abschnitt 2.3.2 dargelegt, ist eine derzeit verbreitete Maßnahme hierbei der Einsatz von Lehramtsaufgaben. Es wird zum einen angenommen, dass diese die doppelte Diskontinuität auf kognitiver Ebene mindern, also den Aufbau eines schulbezogenen Fachwissens unterstützen, und zum anderen, dass sie auch auf affektiver Ebene einen Rückgang der Wahrnehmung von Diskontinuitäten begünstigen, d. h. dass Studierende mehr inhaltliche Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik wahrnehmen und der Hochschulmathematik eine höhere Relevanz für den Lehrberuf zuschreiben. Anzunehmen ist, dass der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik als Teil der wahrgenommenen doppelten Diskontinuität ebenso wie der wahrgenommenen Relevanz von Lehramtsaufgaben eine Mediatorrolle beim Lernerfolg des SRCK zukommt. Diese angenommenen Wirkmechanismen sind in Abb. 2.6 zusammengefasst.

Bisher ist noch unklar, wie Lehramtsaufgaben bundesweit typischerweise gestaltet sind, ob diese tatsächlich vielfältige berufliche Anforderungssituationen von Lehrkräften illustrieren und Anregungen zum Herstellen von Verbindungen zwischen

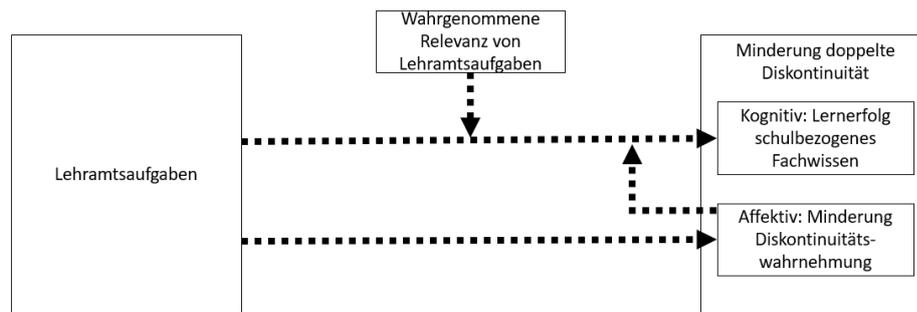


Abb. 2.6 Angenommene Wirkmechanismen zum Einsatz von Lehramtsaufgaben

Schul- und Hochschulmathematik, also zum Aufbau schulbezogenen Fachwissens geben. Um einen Beitrag zur Systematisierung dieser Lerngelegenheiten zu leisten, wird daher folgende zweite Forschungsfrage untersucht:

FF2 Wie sind derzeit verwendete Lehramtsaufgaben gestaltet? Inwiefern adressieren sie schulbezogenes Fachwissen?

Eine entsprechende Analyse von Lehramtsaufgaben kann Aufschluss darüber geben, inwiefern alle Facetten des SRCKs angesprochen werden, und so ggf. die theoretische Annahme stützen, dass Lehramtsaufgaben auf kognitiver Ebene die doppelte Diskontinuität abmildern können.

Sowohl auf kognitiver als auch affektiver Ebene wird davon ausgegangen, dass eine hohe wahrgenommene Relevanz von Lehramtsaufgaben und von Hochschulmathematik die Minderung der doppelten Diskontinuität begünstigt. Bisher liegen jedoch keine Befunde dazu vor, ob Lehramtsaufgaben als relevant erachtet werden, und die Ergebnislage zum Einfluss von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene Relevanz von Hochschulmathematik ist unzureichend und nicht eindeutig (s. Abschnitt 2.3.2.3). Damit erscheint es angebracht, zunächst den Fokus auf die wahrgenommene Relevanz von Lehramtsaufgaben zu legen und zu untersuchen, wie Lehramtsstudierende ihre Relevanzeinschätzung formen. Dies führt zu folgender dritter Forschungsfrage:

FF3 Welche Kriterien nutzen Lehramtsstudierende zur Beurteilung der Relevanz von Lehramtsaufgaben?

Ist die Frage nach der Relevanzeinschätzung der Lehramtsaufgaben selbst beantwortet, kann im Anschluss untersucht werden, ob die Lehramtsaufgaben auch einen Einfluss darauf haben, wie viel Relevanz Lehramtsstudierende der Hochschulmathematik für ihren späteren Beruf zuschreiben. Dies hängt mit der Frage zusammen, wie gut Lehramtsstudierende Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik wahrnehmen, wie gering also die wahrgenommene doppelte Diskontinuität ausgeprägt ist. Die vierte abschließende Forschungsfrage dieser Arbeit lautet somit:

FF4 Welchen Effekt haben Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität?

Zur Beantwortung der genannten vier Forschungsfragen wurden insgesamt vier Studien durchgeführt, welche jeweils eine der Fragen adressieren.

3 | Die vier Studien dieser Arbeit

Im Folgenden wird eine kurze Beschreibung der vier durchgeführten Studien gegeben und es werden Fragestellungen und methodisches Vorgehen dargestellt.

3.1 Studie 1: MaLeMINT-Implementation

Die erste Studie, welche dem Projekt MaLeMINT-Implementation zugeordnet ist, fokussiert das praktische Problem, dass zwischen Schule und Hochschule keine systematische Abstimmung über mathematische Lernvoraussetzungen für Studienanfängerinnen und Studienanfänger mathematischer Studiengänge stattfindet. Die Studie 1 adressiert somit Forschungsfrage 1. Diese wurde im Rahmen der Studie wie folgt weiter ausdifferenziert:

Wie kann zwischen Schule und Hochschule ein konstruktiver Dialog über erwartete und zu erzielende mathematische Lernvoraussetzung für ein MINT-Studium initiiert werden, an dessen Ende ein Konsens gefunden wird? Welche Gelingensbedingungen können hierbei identifiziert werden?

Da im Rahmen der Studie die Lösung eines praktischen Problems gefunden werden und gleichzeitig Wissen über Charakteristika einer erfolgreichen Lösung generiert werden soll, orientiert sich die Studie am Untersuchungsansatz des Design-Based Research (Bakker, 2018; Plomp, 2013; The Design-Based Research Collective, 2003). Genutzt wurde dabei das *Conjecture-Mapping* nach Sandoval (2014), um präzise Annahmen über Zusammenhänge zwischen Gestaltungsmerkmalen des Designs, den intendierten Prozessen und dem erwarteten Outcome treffen sowie Prozesse und Outcome evaluieren zu können. Grundlegende Annahme der Studie war dabei, dass sich Schule und Hochschule durch eine gemeinsame Entwicklung von Aufgaben darüber abstimmen können, welche mathematischen Lernvoraussetzungen zu Studienbeginn erwartet und auch in der Schule erworben werden können. Die Aufgabenentwicklung sollte dabei wesentlich auf den Ergebnissen der in Abschnitt 2.2.1.2 vorgestellten MaLeMINT-Studie aufbauen. Erwartet wurde, dass Schule und

Hochschule Aufgaben zu vorgegebenen Lernvoraussetzungen entwickeln, in einen konstruktiven und respektvollen Dialog treten und einen Konsens aushandeln. Als Outcome wurde wiederum erwartet, dass alle entwickelten Aufgaben durch die Lehrpläne abgedeckt sind, die Aufgaben Mindestanforderungen für ein mathematisches Studium darstellen und Schule und Hochschule die jeweils andere Perspektive besser kennen. Überprüft wurde das Eintreten dieser Prozesse und Outcomes insbesondere mittels einer schriftlichen Teilnehmendenbefragung, einer schriftlichen Befragung der Kleingruppenmoderationen sowie einer Untersuchung der entwickelten Aufgaben. Die Studie wird im Detail in Abschnitt 4 vorgestellt.

3.2 Studie 2: Klassifikation von Lehramtsaufgaben

Wie eingangs erläutert wird nach der ersten Studie in dieser Arbeit das Lehramtsstudium Mathematik fokussiert, da die Diskontinuitätserfahrungen hier von besonderer Brisanz sind. Diese Fokussierung wird durch die zweite Studie eingeleitet, in welcher Lehramtsaufgaben im Zentrum stehen. Sie adressiert die Forschungslücke, dass bisher nicht bekannt ist, wie Lehramtsaufgaben bundesweit typischerweise gestaltet sind und welche Anregungen zum Aufbau schulbezogenen Fachwissens Studierende in diesen Aufgaben erhalten. Beantwortet werden soll daher die oben vorgestellte zweite Forschungsfrage, welche in Studie 2 in drei Forschungsfragen konkretisiert wird:

1. Wie sind derzeit verwendete Lehramtsaufgaben gestaltet? Welche typischen Aufgabenklassen lassen sich ermitteln?
2. Inwiefern adressieren die derzeit verwendeten Lehramtsaufgaben die drei Facetten des SRCK?
3. Finden sich in Bearbeitungen von Lehramtsaufgaben Hinweise auf die Nutzung eines schulbezogenen Fachwissens?

Zur Beantwortung der ersten beiden Fragen wurde eine systematische Analyse von Lehramtsaufgaben mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring, 2010) durchgeführt. Dabei wurde von acht verschiedenen Hochschulstandorten jeweils ein Semestersatz von Lehramtsaufgaben zur Analysis einbezogen und ein in einer Vorstudie (Weber & Lindmeier, 2020a) erprobtes, größtenteils deduktiv gebildetes Kategoriensystem herangezogen. Insgesamt umfasste die Stichprobe 88 Lehramtsaufgaben, welche aus 235 Teilaufgaben bestanden.

Ergänzend zur Aufgabenanalyse wurden in Studie 2 auch Studierendenbearbeitungen von Lehramtsaufgaben herangezogen und dahingehend analysiert, ob sich Hinweise auf die Nutzung von SRCK finden. Hierfür wurde ebenfalls die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) verwendet. Die Bearbeitungen stammten alle

von einem Hochschulstandort. Die Aufgaben, deren Bearbeitungen untersucht wurden, wurden dabei auf Basis der Ergebnisse der Aufgabenanalyse ausgewählt. Es handelte sich um insgesamt drei Lehramtsaufgaben, die zusammen alle drei Facetten des SRCKs abbildeten und zu denen insgesamt 61 vollständige Bearbeitungen vorlagen. Untersucht wurde, ob die in der Aufgabe angelegten Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik von den Studierenden in der Bearbeitung auch korrekt hergestellt werden konnten. Eine ausführliche Darstellung der Studie 2 findet sich in Abschnitt 5.

3.3 Studie 3: Studentische Relevanzkriterien

Um Aufschluss darüber zu erhalten, wie Lehramtsstudierende ihre Relevanzeinschätzung von Lehramtsaufgaben formen, wurde Studie 3 als qualitative Interviewstudie durchgeführt. Beantwortet werden sollte damit die dritte Forschungsfrage:

Welche Kriterien nutzen Lehramtsstudierende zur Beurteilung der Relevanz von Lehramtsaufgaben?

Dazu wurden insgesamt zehn Lehramtsstudierende aus dem zweiten Semester in einem leitfadengestützten, materialbasierten Interview nach ihrer Beurteilung verschiedener Lehramtsaufgaben gefragt. Im ersten Teil der Interviews wurden die Teilnehmenden dabei zunächst mit offenem Antwortformat dazu befragt, welche Aspekte ihnen persönlich wichtig im Studium und an Lehramtsaufgaben sind. Anschließend konnten die Studierenden zudem aus vorgegebenen Antwortmöglichkeiten mehrere auswählen. Im zweiten Teil der Interviews wurden die Antworten des ersten Teils mit den Studierenden so zusammengefasst, dass diese als Kriterium gelesen werden konnten, welches eine Lehramtsaufgabe erfüllt oder nicht erfüllt. Die Lehramtsstudierenden wurden dann gebeten, sechs ihnen bekannt Lehramtsaufgaben entlang einzelner dieser Kriterien in Abhängigkeit davon zu ordnen, wie gut das jeweilige Kriterium zutrifft (sogenannte Repertory-Grid-Methodik, s. Fromm, 2019). Dabei wurde jeweils auch eine Begründung für die Sortierung abgefragt. Die Daten wurden mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse (induktive Kategorienbildung) ausgewertet. Die Studie 3 wird in Abschnitt 6 dieser Arbeit ausführlich berichtet.

3.4 Studie 4: Verlauf der wahrgenommenen doppelten Diskontinuität

In der vierten Studie stand die Frage im Fokus, wie sich der Einsatz von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität auswirkt. Genauer wurde

untersucht, welchen Effekt der Aufgabeneinsatz auf die studentische Wahrnehmung inhaltlicher Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik nimmt sowie wie sich die studentische Wahrnehmung der Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf in Abhängigkeit von der Bearbeitung von Lehramtsaufgaben verändert. Erste Befunde dazu lieferten Eichler und Isaev (2022), jedoch mit begrenzter Stichprobe (72 Studierende eines Standortes), welche noch durch weitere Studien zu ergänzen sind. Entsprechend sollte die vierte Studie dieser Arbeit zu einer breiteren Datenbasis hinsichtlich der folgenden Forschungsfrage beitragen:

Welche Auswirkungen nimmt der Einsatz von Lehramtsaufgaben auf die von Studierenden wahrgenommenen inhaltlichen Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik sowie auf die wahrgenommene Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf?

Durchgeführt wurde dafür eine Fragebogenstudie im Prä-Post-Design mit 98 Studierenden des ersten Studienjahrs. Verwendet wurde der bereits validierte *Fragebogen zur doppelten Diskontinuität* (Isaev & Eichler, 2022), welcher jeweils aus einer Subskala zu den wahrgenommenen inhaltlichen Verbindungen und einer Subskala zur wahrgenommenen Relevanz der Hochschulmathematik besteht. Die Daten wurden mithilfe einer mixed-design ANOVA ausgewertet. Die Darstellung der gesamten Studie 4 ist in Abschnitt 7 zu finden.

3.5 Anmerkung zu den Artikeln

Die vier Studien werden im Folgenden in den veröffentlichten bzw. eingereichten Artikeln dargestellt. Zugunsten der besseren Lesbarkeit wird auf die Darstellung der Literaturverzeichnisse am Ende jedes Artikels verzichtet. Die Referenzen werden stattdessen in das gemeinsame Literaturverzeichnis am Ende dieser Arbeit aufgenommen. Darüber hinaus ist der Zitationsstil über alle Artikel hinweg im Rahmen dieser Arbeit vereinheitlicht worden, sodass dieser teilweise nicht dem Zitationsstil der veröffentlichten bzw. eingereichten Artikel entspricht. Auch ergibt sich die Nummerierung von Überschriften, Tabellen und Abbildungen aus der Zusammenstellung in dieser Arbeit und weicht damit teils von der Nummerierung in den veröffentlichten bzw. eingereichten Artikeln ab. Abgesehen von redaktionellen Kleinigkeiten entsprechen die folgenden vier Kapitel ansonsten den veröffentlichten bzw. eingereichten Artikeln. Im Anschluss an die vier Forschungsstudien wird in Abschnitt 8 ein publizierter Beitrag als Transfer in die Praxis dargestellt, welcher Mathematikdozierenden Hinweise gibt, wie sie Lehramtsaufgaben zum Aufbau schulbezogenen Fachwissens in ihre Lehre integrieren können. Im Anschluss erfolgt die gemeinsame Diskussion aller Studien dieser Arbeit.

4 | Studie 1

Der folgende Beitrag wurde am 12. August 2021 erstmals eingereicht und in der untenstehenden Fassung am 03. August 2022 im **Journal für Mathematik-Didaktik** zunächst online veröffentlicht (DOI: 10.1007/s13138-022-00211-z).

Mathematische Mindestanforderungen für ein MINT-Studium: Was können Hochschulen fordern, was sollten Schulen leisten?

Ein Design-Based-Research-Projekt zur Abstimmung zwischen den beiden Institutionen

Birke-Johanna Weber, Mareike Schumacher, Tobias Rolfes, Irene Neumann, Maike Abshagen & Aiso Heinze

Zusammenfassung Die Problematik des Übergangs Schule–Hochschule im MINT-Bereich ist in den vergangenen Jahren zunehmend zum Gegenstand wissenschaftlicher Forschung geworden. Dabei wird insbesondere den mathematischen Lernvoraussetzungen der Erstsemesterstudierenden eine große Bedeutung zugeschrieben. Von Schulen und Hochschulen wird diese Übergangsproblematik jedoch vornehmlich aus der eigenen institutionellen Perspektive betrachtet. Gemeinsame Lösungsansätze werden dadurch erschwert, dass Schulen nicht genau wissen, was Hochschulen fordern, und Hochschulen nicht im Detail wissen, was auf Basis aktueller Lehrpläne erwartet werden kann. Eine Abstimmung hierüber findet bisher nur in Ausnahmefällen statt. Wir stellen ein Design-Based-Research-Projekt vor, welches dieses Problem in einem Bundesland adressiert. Ziel dieses Beitrags ist es, Wissen über Charakteristika eines erfolgreichen Lösungsansatzes des Problems mangelnder Abstimmung zwischen Schule und Hochschule zu generieren, sodass dieser Ansatz bei Abstimmungsproblemen in anderen Bundesländern oder Regionen adaptiert werden kann. Im vorgestellten Projekt wurden dazu Abstimmungsprozesse zwischen Mathematiklehrkräften und Hochschullehrenden in Schleswig-Holstein initiiert, um einen Konsens über mathematische Mindestvoraussetzungen für ein MINT-Studium

in Schleswig-Holstein zu erzielen. Zentrales Mittel für die Initiierung der Abstimmungsprozesse war die gemeinsame Erarbeitung eines Aufgabenkatalogs, der am Ende den Konsens über die Mindestvoraussetzungen illustrierte. Die Initiierung der Abstimmungsprozesse und die Ergebnisse wurden evaluiert. Als wichtige Voraussetzungen für eine gelingende Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen ergaben sich u. a. die explizite Benennung des schulamtlichen Referenzrahmens, in dem die diskutierten mathematischen Lernvoraussetzungen an Schulen erworben werden, sowie formelle und informelle Gelegenheiten für Kommunikationsprozesse anhand konkreter Aufgaben. Die Ergebnisse des Projekts liefern Ansatzpunkte für weitere Bundesländer oder Regionen, um eine Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen voranzubringen.

Schlagwörter Übergang Schule – Hochschule, MINT, mathematische Lernvoraussetzungen, Design-Based Research

Mathematical prerequisites for STEM studies: What can universities demand, what should schools provide?

A design-based research project on the coordination between both institutions

Abstract Problems in the transition from school to university have increasingly become a matter of scientific research in recent years. In particular, the mathematical prerequisites of first semester STEM students are considered to be of great importance. However, schools and universities mainly view these problems in the transition from their own institutional perspective. Joint approaches to solving the problems are challenging because schools do not precisely know what universities require, and universities do not know in detail what they can expect based on current school curricula. Yet, there is only in exceptional cases communication and coordination regarding this issue. We present a design-based research project that addresses this issue in one federal state. The aim of this article is generating theoretical knowledge about essential characteristics of a design solving the problem of lacking communication and coordination between schools and universities. This knowledge can be useful for others who want to adapt the design in other federal states or regions. In the presented project, we initiated cooperation processes between mathematics teachers and university instructors in Schleswig-Holstein to form a consensus regarding mathematical prerequisites for STEM studies in Schleswig-Holstein. A central means of initiating communication processes was the collective development of a catalog of tasks that illustrated the consensus in the end. We evaluated the initia-

tion of communication processes as well as the results. We found that important requirements for successful cooperation processes between schools and universities were i.a. the explicit naming of an official reference frame, in which the discussed mathematical prerequisites can be acquired in school, as well as formal and informal opportunities for communication processes based on tangible mathematical tasks. The results of the project provide starting points for other federal states or regions to promote the coordination between schools and universities.

Keywords Transition school – university, STEM, mathematical prerequisites, design-based research

4.1 Einleitung und Problemstellung

Seit inzwischen 15 Jahren kommt dem Thema Studienabbruch im MINT-Bereich national und international verstärkt Aufmerksamkeit zu – sowohl in der Bildungsforschung als auch in der Bildungspraxis. Hohe Studienabbruchzahlen bedeuten nicht nur eine Belastung für eine große Gruppe an betroffenen Studierenden, sondern stellen auch eine substanzielle finanzielle Herausforderung für Staat und Gesellschaft dar (Heublein et al., 2017; Rasmussen & Ellis, 2013). Insbesondere im MINT-Bereich ergibt sich u. a. in Deutschland eine besondere Problematik, da einem seit Jahren andauernden Fachkräftemangel mit überdurchschnittlich hohen Studienabbruchquoten nicht begegnet werden kann (Heublein & Wolter, 2011; Heublein et al., 2017). Da viele Betroffene das MINT-Studium bereits im ersten Studienjahr verlassen (Heublein et al., 2017), wird davon ausgegangen, dass die Schwierigkeiten beim Übergang von der Schule in die Hochschule ein Grund für den Studienabbruch sind (Rach & Heinze, 2017).

Immer wieder im Fokus steht dabei vor allem eine unzureichende Passung zwischen den mathematischen Lernvoraussetzungen, die MINT-Studierende zu Studienbeginn mitbringen, und den Anforderungen, die von der Hochschule gestellt werden. Als Ursachen werden u. a. genannt, dass sich der Charakter der gelehrten Mathematik ebenso wie die Lernkultur beim Übergang von der Schule in die Hochschule grundlegend verändert (Rach & Heinze, 2017). Die fachlichen Ziele und Anforderungen verschieben sich von der Allgemeinbildung und Lösung außermathematischer Probleme hin zu einer wissenschaftlichen Mathematik mit formalem Theorieaufbau, während gleichzeitig das geforderte Maß an Eigenständigkeit mit Beginn des Studiums steigt (Rach & Heinze, 2017). Beides kann für Studienanfängerinnen und Studienanfänger herausfordernd sein und betrifft viele andere Fächer am Übergang Schule–Hochschule weniger stark als die Mathematik.

Hochschullehrende beklagen oft unzureichende mathematische Leistungen ihrer Studienanfängerinnen und Studienanfänger und sehen die Ursache dafür häufig in ei-

ner unzureichenden Studienvorbereitung durch die Schule (z. B. Offener Brief, 2017). Von Schulseite werden dagegen unrealistische Erwartungen der Hochschulen an die mathematischen Lernvoraussetzungen der Erstsemesterstudierenden moniert (Dürschnabel & Wurth, 2016). Auch wenn diese Aussagen zumeist Meinungsäußerungen einzelner Gruppen darstellen, entsteht der Eindruck, dass sich Schulen und Hochschulen bezüglich der Übergangsprobleme häufig gegenseitig die Verantwortung zuweisen. Demgegenüber gibt es Stimmen, die für einen gelingenden Übergang beide Institutionen in die Verantwortung nehmen (z. B. Biehler, 2018; DMV, GDM & MNU, 2019). So legten DMV, GDM & MNU (2019) beispielsweise einen Katalog mit „19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule–Hochschule“ vor, die sich auf den Mathematikunterricht, die Bildungsstandards, die Gestaltung des Übergangs, die akademische Mathematikausbildung und die Rahmenbedingungen beziehen. Studien zu anderen Übergängen im Bildungswesen haben gezeigt, dass die Institutionen sich als „Verantwortungsgemeinschaft“ (Sartory et al., 2018, S.22) begreifen müssen, die einer Zerteilung der Zuständigkeiten am Übergang vorbeugt oder entgegenwirkt, und dass eine gemeinsame Kommunikations- und Vertrauensbasis Voraussetzung für einen gelingenden Übergang ist (Tippelt, 2007). Für eine solche Kommunikationsbasis zwischen Mathematiklehrenden von Schulen und Hochschulen ergibt sich als Herausforderung, dass durch die unterschiedlichen Ziele und Lernkulturen von Mathematiklehre an Schule und Hochschule zwei sehr unterschiedliche Fachkulturen vorliegen, was Kommunikationsprozesse störungsanfällig macht. Entsprechend fordern DMV, GDM und MNU eine „Kultur des Austauschs“ (Maßnahme 17, DMV, GDM & MNU, 2019, S.3), die Lehrkräften an Schulen und Hochschulen Gelegenheit bietet, die Rahmenbedingungen der jeweils anderen Institution kennenzulernen und das gegenseitige Verständnis zu fördern. Da es jedoch von staatlicher Seite bisher kaum Strukturen für eine solche Kommunikationsbasis gibt, ist eine gemeinsame Verständigung darauf, was von Studienanfängerinnen und Studienanfängern erwartet wird bzw. auf Basis von Bildungsstandards und Lehrplänen erwartet werden kann, schwierig.

Mit Blick auf die hohen Studienabbruchzahlen bleibt daher unklar, ob fehlende mathematische Lernvoraussetzungen bei Studierenden ihre Ursache in unrealistischen Erwartungen der Hochschullehrenden haben, die möglicherweise nicht mit aktuellen Bildungsstandards und Lehrplänen vertraut sind. Eine andere Möglichkeit wäre, dass Schulen potenzielle MINT-Studierende gar nicht zielgerichtet auf die Hochschule vorbereiten können, weil den Schulen nicht bekannt ist, welche konkreten mathematischen Lernvoraussetzungen Hochschulen erwarten. In einem ersten Schritt müssten sich somit Schulen und Hochschulen abstimmen, welche mathematischen Lernvoraussetzungen zu Studienbeginn vorausgesetzt werden und auf Basis von Lehrplänen vorausgesetzt werden können (s. a. Maßnahme 13, DMV, GDM &

MNU, 2019).

Erste Projekte, die eine solche Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen initiiert haben, wurden beispielsweise von der cosh-Gruppe (*Cooperation Schule–Hochschule*) in Baden-Württemberg (cosh, 2021) und vom IGeMA (*Institutionalisierter Gesprächskreis Mathematik Schule–Hochschule*) in Niedersachsen (MK & MWK, 2019) durchgeführt. Beide Projekte hatten eine Verbesserung des Übergangs Schule–Hochschule unter Beteiligung beider Bildungsinstitutionen zum Ziel und erarbeiteten konkrete Aufgabenkataloge, auf die sich jeweils beide Seiten verständigt hatten und die die erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen illustrierten (cosh, 2021; MK & MWK, 2019). Gleichzeitig wurden in diesen Projekten aber auch Problemfelder in der Zusammenarbeit deutlich. Zum einen traten bei der cosh-Gruppe früh Konflikte und gegenseitige Schuldzuweisung zwischen den beteiligten Institutionen auf, die eine konstruktive Zusammenarbeit zunächst lähmten (Dürschnabel & Wurth, 2016). Zum anderen blieben in beiden Projekten auch nach der Zusammenarbeit Diskrepanzen in Bezug darauf bestehen, was die Hochschulseiten erwarteten und was sie auf Basis der jeweiligen Lehrpläne eigentlich nur erwarten konnten. In beiden Gruppen wurde expliziert, dass es mathematische Lernvoraussetzungen gibt, die die Hochschulseite voraussetzt, die aber nicht in der Schule erworben werden. Diese Diskrepanz konnte jeweils nicht behoben werden und wurde daher als Ergebnis des Dialoges festgehalten. Ein echter Konsens zwischen Schulen und Hochschulen konnte in Bezug auf erwartete und zu erzielende mathematische Lernvoraussetzungen für ein MINT-Studium somit bisher nicht erzielt werden. Darüber hinaus stellen die Aufgabenkataloge von cosh und IGeMa zwar Ergebnisse umfangreicher Abstimmungsprozesse zwischen den beteiligten Personen dar, über die Initiierung und Abläufe der Prozesse liegt aber allenfalls anekdotische Evidenz vor und es ist insbesondere unklar, inwieweit Spezifika der jeweiligen Bundesländer eine Rolle spielen. Dies liegt zum einen daran, dass die Abstimmung jeweils nicht auf einer empirischen Grundlage aufbaut, die über ein einzelnes Bundesland hinausreicht. Zum anderen wurden beide Projekte nicht wissenschaftlich begleitet und untersucht. Damit bleibt offen, auf welche Gelingensbedingungen die Arbeiten in cosh und IGeMA zurückzuführen sind und welche Gestaltungselemente ggf. angepasst werden könnten, um das Problem des fehlenden Konsenses in Bezug auf einige Lernvoraussetzungen überwinden zu können. Es mangelt somit weiterhin an Wissen zur Übertragung derartiger Abstimmungsprozesse auf andere Bundesländer oder Regionen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine Abstimmung von Schule und Hochschule als wichtige Voraussetzung für einen gelingenden Übergang im MINT-Bereich angesehen wird. Dabei geht es in einem solchen Dialog zunächst um die gemeinsame Feststellung, welche mathematischen Lernvoraussetzungen (a) von der

Hochschule für ein MINT-Studium erwartet werden bzw. (b) in der Schule im Rahmen der curricularen Vorgaben erreicht werden können, um am Ende idealerweise (c) eine identifizierte Diskrepanz kooperativ und im Konsens aufzuheben. Erste Projekte weisen darauf hin, dass die Initiierung eines solchen Dialoges möglich ist, wenngleich dieser mit Herausforderungen verbunden ist und Diskrepanzen nicht so einfach zu überwinden sind. Offen bleiben daher die beiden folgenden Fragen:

Wie kann zwischen Schule und Hochschule ein konstruktiver Dialog über erwartete und zu erzielende mathematische Lernvoraussetzung für ein MINT-Studium initiiert werden, an dessen Ende ein Konsens gefunden wird? Welche Gelingensbedingungen können hierbei identifiziert werden?

Im Folgenden wird dazu das Projekt MaLeMINT-Implementation (Mathematische Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge – Implementation) aus Schleswig-Holstein vorgestellt, welches diesen Fragen nachgeht und die Initiierung des Dialogs von Schulen und Hochschulen mittels der gemeinsamen Entwicklung eines Aufgabenkatalogs umgesetzt hat. Konkret berichten wir über die vier Projektphasen und zugehörige empirische Erhebungen, um die Beantwortung der Fragen auf eine möglichst breite Evidenz basieren zu können. Dabei fokussieren wir nicht nur, inwiefern das Design implementiert werden konnte, sondern vor allem, welche Schwierigkeiten auftreten können, die für einen Transfer des Designs auf ähnliche Probleme (z. B. auf die Abstimmung zwischen Schule und Hochschule in anderen Bundesländern oder Regionen) relevant sind.

Das Projekt folgt damit einem klassischen Design-Based-Research-Ansatz. Dabei wird ein Design als Lösung für ein komplexes praktisches Problem entwickelt und gleichzeitig Wissen über die Charakteristika ebensolcher Designs und deren Entwicklung erweitert, sodass der Ansatz auf andere Kontexte übertragen werden kann (Bakker, 2018; Cobb et al., 2003; Gravemeijer & Cobb, 2006; Plomp, 2013). Das Projekt wird als Ganzes vorgestellt und bietet so eine Blaupause als Lösung für die bisher fehlende Abstimmung zwischen Schule und Hochschule in Bezug auf mathematische Mindestvoraussetzungen für ein MINT-Studium. Nach Bakker (2018) orientiert sich die argumentative Struktur des Projekts damit am „proof of principle that something is possible“ (S. 100). In der Charakterisierung nach Edelson (2002), laut welchem Design-Based-Research-Projekte theoretische Beiträge zur Domäne, zum Design-Framework oder zur Design-Methodologie leisten können, möchte dieser Artikel einen Beitrag zum Design-Framework leisten. Die Darstellung unterscheidet sich deshalb von der Mehrzahl von Artikeln in den Fachdidaktiken, die in der Berichtlegung von Design-Based-Research-Projekten oft einen Fokus auf die Domänentheorie legen (z. B. mit der Analyse von ausgewählten Mikrostrukturen des Designs in ihrer Wirkung auf domänenbezogene Lernprozesse von Schülerinnen und

Schülern) und weniger auf das Design-Framework (vgl. Anderson & Shattuck, 2012; Lehtonen et al., 2019). Dieser Beitrag fokussiert dagegen Letzteres und orientiert sich damit an Arbeiten wie die von Hickey et al. (2012) oder Lambert und Jacobsen (2019).

4.2 Das Projekt MaLeMINT-Implementation

4.2.1 Ausgangslage

Dem Projekt lag die Motivation zugrunde, den Übergang Schule–Hochschule für MINT-Studierende zu verbessern. Dazu sollte eine Abstimmung der erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge in Schleswig-Holstein initiiert werden, wobei diese Lernvoraussetzungen mit den bundeslandspezifischen Zielen des Mathematikunterrichts in Einklang stehen sollten. Organisiert wurde das Projekt von drei Institutionen: dem Institut für Qualitätsentwicklung Schleswig-Holstein (IQSH), dem IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik sowie dem schleswig-holsteinischen Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (MBWK).

Die Rahmenbedingungen konkretisierten sich zu Projektbeginn im Jahr 2018 wie folgt:

1. Mit den drei organisierenden Institutionen waren Vertretungen der Schulpraxis (IQSH), der Wissenschaft/Hochschulen (IPN) und der Bildungspolitik (MBWK) beteiligt. Die Beteiligung des MBWK unterstrich die bildungs- und hochschulpolitische Bedeutung, die dem Projekt beigemessen wurde. Die Beteiligung des IQSH ermöglicht zudem eine nachhaltige Kommunikation der Ergebnisse in die Schulen und die Beteiligung des IPN hob hervor, dass nicht nur fachwissenschaftliche, sondern auch fachdidaktische Perspektiven auf den Übergang Schule–Hochschule eingenommen werden können und müssen.
2. Durch die MaLeMINT-Studie (Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017) lag zu Beginn des Projekts ein Dokument vor, welches die erwarteten mathematischen Lernvoraussetzungen für ein MINT-Studium aus Hochschulsicht bundesweit beschreibt. Im Gegensatz zur Ausgangslage bei der *cosh*-Gruppe mussten seitens der Hochschule somit keine Erwartungen neu identifiziert werden, sondern es konnte auf ein empirisch fundiertes Konsensdokument zurückgegriffen werden, welches allerdings nicht auf die spezifischen Bedingungen eines einzelnen Bundeslandes bezogen war. Da die Lernvoraussetzungen im MaLeMINT-Katalog weitgehend abstrakt formuliert sind, war mit Blick auf eine erfolgreiche Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen davon auszugehen, dass

eine Konkretisierung (z. B. anhand von Aufgaben und Aufgabenlösungen) notwendig ist, um ein gemeinsames Verständnis sicherzustellen.

3. Schulen und Hochschulen in Schleswig-Holstein hatten bisher keinen systematischen Austausch zum Übergang zwischen ihren Institutionen gepflegt und es gab auch keine Strukturen dafür. Es war davon auszugehen, dass entsprechend wenig Vorwissen über die jeweils andere Fachkultur und die Rahmenbedingungen der anderen Institution vorlag.
4. Seitens des MBWK wurden Mittel zur Finanzierung von zwei zweitägigen Arbeitstagungen bereitgestellt, sodass für die beteiligten Lehrkräfte und Hochschullehrenden keine Kosten entstanden.

4.2.2 Projektdesign

Zur Beschreibung und Begründung des Designs orientieren wir uns im Folgenden am Design-Forschungsansatz des Conjecture Mapping nach Sandoval (2014). Ausgehend von einer sogenannten *High-Level*-Annahme werden im Conjecture Mapping Gestaltungselemente (*embodiment*), dadurch angestoßene Prozesse (*mediating processes*), sowie sich daraus ergebende Ergebnisse (*outcomes*), formuliert. Design-Annahmen (*design conjectures*) beschreiben, wie die Gestaltungselemente die Prozesse beeinflussen, und theoretische Annahmen (*theoretical conjectures*) beschreiben wie und warum die formulierten Ergebnisse aus den angestoßenen Prozessen zu erwarten sind.

Das Projekt MaLeMINT-Implementation basierte auf folgender *High-Level*-Annahme:

Schulen und Hochschulen können sich durch eine gemeinsame Entwicklung von Aufgaben darüber abstimmen, welche mathematischen Lernvoraussetzungen zu Studienbeginn erwartet und auch in der Schule erworben werden können.

Darauf aufbauend wurde ein Design entwickelt (Abb. 4.1), das in den folgenden Abschnitten näher erläutert wird.

4.2.3 Gestaltungselemente

Um die Eintrittswahrscheinlichkeit der angestrebten Prozesse und der daraus resultierenden Ergebnisse zu erhöhen, wurden die Gestaltungselemente orientiert an Kriterien der Zielsetzungstheorie nach Locke und Latham (2002) gewählt. Gemäß der Zielsetzungstheorie fördern in Arbeitsprozessen spezifische, herausfordernde und erreichbare Ziele die Zielerreichung, wenn es ein Feedback zu Zielfortschritten gibt.

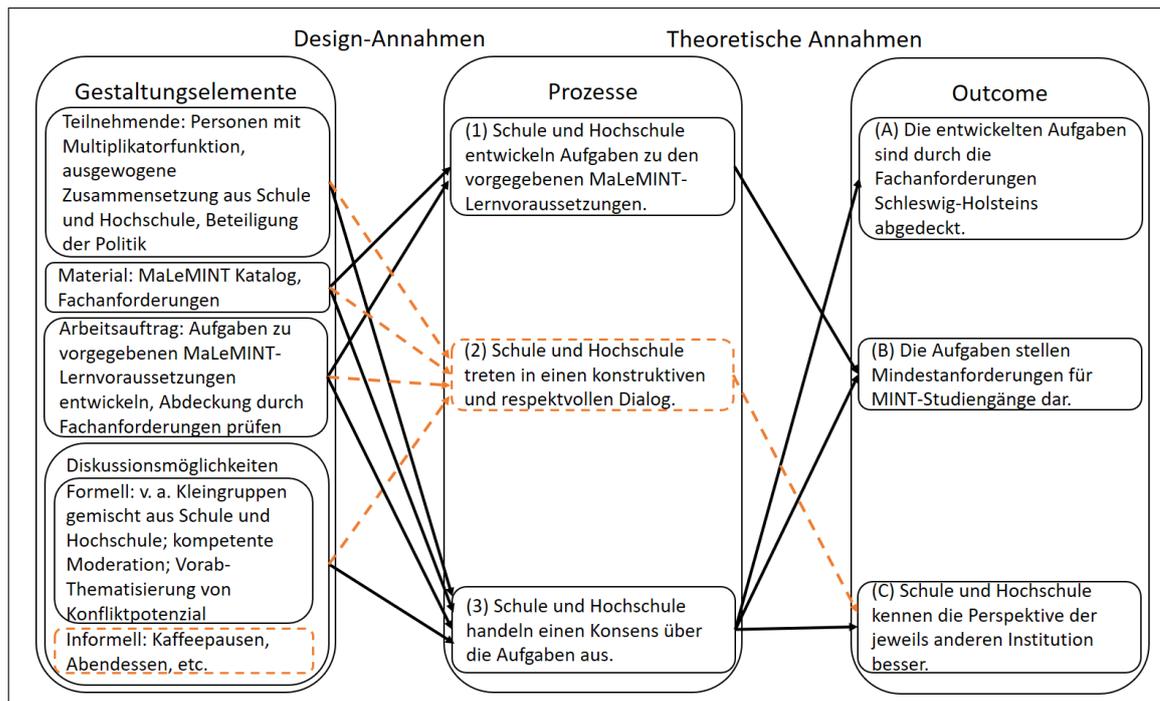


Abb. 4.1 Darstellung des Designs entlang des Conjecture Mapping nach Sandoval (2014). Gestrichelte Pfeile und Elemente wurden im Verlauf des Projekts ergänzt

Dies wird verstärkt (Moderatoreffekt), wenn sich die Personen an das Ziel gebunden fühlen und diesem Bedeutung beimessen.

4.2.3.1 Teilnehmende

Ein wesentliches Gestaltungselement für eine erfolgreiche Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen war die Auswahl geeigneter Stakeholder, die zum Projekt eingeladen wurden. Angestrebt war eine ausgewogene Zusammensetzung der Teilnehmenden in der Form, dass Schulen und Hochschulen breit repräsentiert wurden. Darüber hinaus sollten alle am Übergang beteiligten staatlichen Bildungseinrichtungen miteinbezogen werden, also auf Hochschuleseite sowohl Universitäten als auch Fachhochschulen und auf Schulseite alle Schularten, an denen Hochschulzugangsberechtigungen erworben werden können. Diese Auswahlkriterien sollten gewährleisten, dass nichtbeteiligte Personen den späteren Ergebnissen eine Legitimität zusprechen, da während der Erarbeitung alle relevanten Sichtweisen angemessen repräsentiert waren (vgl. Rehfeld, 2006). Berücksichtigt wurde bei der Auswahl der eingeladenen Personen zudem, dass diese im Anschluss an das Projekt als Multiplikatorinnen und Multiplikatoren in ihren Institutionen wirksam werden konnten. Dies sollte eine breite Kommunikation der Ergebnisse gegenüber nichtbeteiligten Personen begünstigen (vgl. Rogers, 2003), was wiederum dazu beitragen sollte, dass die Teilnehmenden dem Projekt eine höhere Bedeutung beimessen.

Die Projektteilnahme war für alle Personen freiwillig und nicht mit finanziellen

Kosten verbunden, fand aber teilweise außerhalb der regulären Arbeitszeit am Freitagnachmittag und Samstagvormittag statt. Insgesamt konnten für die Teilnahme 20 Personen der sieben Hochschulen (zumeist Professorinnen und Professoren, darunter Leitungspersonal verschiedener Ebenen) und 32 Personen von 20 Schulen und dem IQSH für die Schulseite (darunter Fachkonferenzleitungen, Ausbildungspersonal) gewonnen werden. Daneben gab es weitere vier Personen vom Organisationsteam sowie zwei Gäste, die für ein Grußwort und einen Vortrag eingeladen wurden. Im Sinne der zuvor erwähnten Zielsetzungstheorie wurde davon ausgegangen, dass diese Personenzusammensetzung die individuelle Bindung an das Arbeitsziel erhöht, da sowohl Schulen als auch Hochschulen breit repräsentiert waren, genügend Peers anwesend waren und eine Multiplikationswirkung zu erwarten war. Zudem wurde davon ausgegangen, dass die Personen dem Arbeitsziel aufgrund der Beteiligung des MBWK eine hohe Bedeutung beimessen. Schließlich trug die große Zahl an Teilnehmenden dazu bei, dass das aufwändige Ziel als realistisch erschien.

4.2.3.2 Material

Als Kommunikationsanlass für die Teilnehmenden wurde der MaLeMINT-Katalog gewählt. Dieser umfasst 179 mathematische Lernvoraussetzungen, davon 140, für die in einer empirischen Studie bundesweit ein Konsens unter Hochschullehrenden in Bezug auf die Notwendigkeit für ein MINT-Studium herausgearbeitet wurde, sowie 35, für die kein Konsens ermittelt werden konnte¹ (Deeken et al., 2020; Neumann et al., 2017). Die Lernvoraussetzungen erstrecken sich auf die vier Bereiche (1) Mathematische Inhalte, (2) Mathematische Arbeitstätigkeiten, (3) Vorstellungen zur Disziplin Mathematik und (4) weitere personenbezogene Eigenschaften. Schule und Hochschule sollten sich im Projekt MaLeMINT-Implementation darüber verständigen, welche der 144 Lernvoraussetzungen aus den Bereichen Mathematische Inhalte und Mathematische Arbeitstätigkeiten für ein MINT-Studium in Schleswig-Holstein benötigt werden und gemäß den Fachanforderungen (Lehrplan) auch in den Schulen Schleswig-Holsteins erworben werden können. Durch die Orientierung am MaLeMINT-Katalog sollte sichergestellt werden, dass nur solche Hochschulerwartungen diskutiert wurden, bezüglich derer auf Bundesebene ein Konsens oder kein eindeutiges Meinungsbild besteht. Außerdem sollte damit vorgebeugt werden, dass stark subjektiv geprägte Erwartungen von Hochschulvertretungen Übergewicht gewinnen, und zudem gewährleistet werden, dass Hochschulerwartungen von Schulseite nicht als Individualmeinungen interpretiert werden. Basis für diese Annahmen war das Vorhandensein empirischer Evidenz für den MaLeMINT-Katalog sowie Erkenntnisse, dass derartige wissenschaftliche Ergebnisse größtenteils als verlässlich

¹Zu vier weiteren Lernvoraussetzungen gab es einen Konsens, dass sie für ein Studium nicht notwendig sind. Diese wurden nicht einbezogen.

eingeschätzt werden (vgl. Hendriks et al., 2016).

Auch auf Schulseite sollten stark individuell geprägte Sichtweisen verhindert und gleichzeitig eine Akzeptanz der Schulperspektive durch die Hochschule gewährleistet werden. Daher wurden als Referenzrahmen dafür, was von der Schule geleistet werden soll, die Fachanforderungen für allgemeinbildende Schulen des Landes Schleswig-Holsteins gewählt. Diese wurden den Teilnehmenden ebenso wie der MaLeMINT-Katalog zur Verfügung gestellt. Da die Fachanforderungen amtliche Dokumente darstellen, wurde davon ausgegangen, dass diesen von den Teilnehmenden eine entsprechende Legitimität zugeschrieben wird.

4.2.3.3 Arbeitsauftrag

Anhand der MaLeMINT-Lernvoraussetzungen und der Fachanforderungen sollten sich die Teilnehmenden austauschen und diskutieren, welche Erwartungen es seitens der Hochschule gibt und inwiefern diese mit den Fachanforderungen korrespondieren. Da die MaLeMINT-Lernvoraussetzungen teils abstrakt formuliert sind (z. B. „Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung“ oder „Skalarprodukt“), bestand die Gefahr, dass die Mathematiklehrkräfte und Hochschullehrenden diese aufgrund der verschiedenen Referenzrahmen und Fachkulturen an Schule und Hochschule unterschiedlich interpretierten und es dadurch zu Kommunikationsproblemen und Missverständnissen kommen kann. Um dem vorzubeugen, sollte zu jeder MaLeMINT-Lernvoraussetzung gemeinsam eine illustrierende Aufgabe mit Lösung entwickelt werden. Dabei war nicht explizit gefordert, dass sich die Teilnehmenden über die verschiedenen Referenzrahmen und Fachkulturen austauschen (mit Ausnahme der Fachanforderungen).

In Abb. 4.2 sind die Kriterien dargestellt, die den Teilnehmenden als Orientierung an die Hand gegeben wurden. Ersichtlich ist, dass der Austausch über Erwartungen und Fachanforderungen stets an konkreten MaLeMINT-Lernvoraussetzungen bzw. dazu entwickelten Aufgaben vollzogen werden sollte und die Bildung eines Konsenses zwischen den Institutionen explizit gefordert wurde. Ein Konsens ergab sich dabei aus den folgenden Kriterien: (1) Die MaLeMINT-Lernvoraussetzung wird für ein MINT-Studium benötigt. (2) Die MaLeMINT-Lernvoraussetzung ist durch die Fachanforderungen Schleswig-Holsteins abgedeckt. (3) Studieninteressierte, die die entwickelte Aufgabe vollständig lösen, erfüllen die illustrierte MaLeMINT-Lernvoraussetzung. Auf Anregung der Teilnehmenden wurde der Arbeitsauftrag noch dahingehend konkretisiert, dass eine Lernvoraussetzung dann für das MINT-Studium benötigt wird, wenn sie für das *erfolgreiche Abschließen des ersten Semesters erforderlich* ist, und dass eine MaLeMINT-Lernvoraussetzung dann als erfüllt gilt, wenn eine Aufgabe *ggf. nach kurzer Auffrischung* vollständig gelöst werden kann (z. B. kurze Auffrischung von Formeln für Berechnungen im Bogenmaß).

Kriterien:

- Die Aufgaben sollen die **Lernvoraussetzungen beispielhaft illustrieren** und die Anforderungen für Lernende und Lehrende transparent machen.
- Die Aufgaben sollten idealerweise so gestaltet sein, dass nur eine **vollständige Lösung** (nicht „im Mittel“ oder „zum Teil“) das Vorhandensein der Lernvoraussetzung abbildet, d. h. nur wer die Aufgabe korrekt löst, erfüllt die Lernvoraussetzung.
- Einige wenige Lernvoraussetzungen werden auf **erhöhtem Niveau** gefordert. Die Niveaubeschreibungen finden Sie auf der Rückseite.
- Prüfen Sie bei allen Lernvoraussetzungen, ob diese durch die Fachanforderungen (Lehrplan) abgedeckt und für das MINT-Studium in Schleswig-Holstein relevant sind. Falls dies nicht zutrifft, schlagen Sie die **Streichung der Lernvoraussetzung** vor.
- Die Aufgabe zu einer Lernvoraussetzung wird auf der **zugehörigen Karteikarte** notiert. Für jede Aufgabe wird auf der **Rückseite** der Karteikarte eine **Lösungsskizze** angegeben. Sollten Sie bereits existierende Aufgaben verwenden, so geben Sie bitte unbedingt die **Quelle** an.
- Über die Aufgaben sollte ein **Konsens bei allen Institutionen** herrschen, d. h. jede Aufgabe sollte mit der ganzen Gruppe besprochen werden. **Sollte kein Konsens herrschen**, vermerken Sie dies bitte auf der Karteikarte. Notieren Sie bitte auf einem zusätzlichen Blatt, warum es keinen Konsens gab (zu leicht? zu schwer? trifft die Voraussetzung nicht? etc.).

Abb. 4.2 Ausschnitt aus dem Arbeitsauftrag: Kriterien, welche die entwickelten Aufgaben erfüllen sollten. Mit „Lernvoraussetzung“ ist jeweils eine MaLeMINT-Lernvoraussetzung gemeint, welche für ein MINT-Studium benötigt wird

Die Kriterien des Arbeitsauftrags definierten gemeinsam mit den in Abschnitt 4.2.3.2 erwähnten Materialien (MaLeMINT-Katalog, Fachanforderungen) eine klare Rahmung der Arbeitsumgebung und sollten im Sinne der Zielsetzungstheorie dazu beitragen, dass die Ziele als spezifisch sowie überprüfbar und terminiert (und damit erreichbar) wahrgenommen werden.

4.2.3.4 Gestaltung der formellen Diskussionsmöglichkeiten

Die wesentliche Arbeit des Projektes fand in Kleingruppen (6–7 Personen) statt. Diese wurden vom Organisationsteam vor jeder Projektphase eingeteilt, sodass in jeder Kleingruppe Vertretungen aus Schulen und Hochschulen anwesend waren und die beiden Institutionen in den Dialog treten konnten. Die 144 MaLeMINT-Lernvoraussetzungen wurden gleichmäßig unter den sieben Kleingruppen aufgeteilt. Die Zuteilung der Teilnehmenden zu den Kleingruppen und Lernvoraussetzungen wurde über die Projektphasen variiert, sodass die Teilnehmenden möglichst viele Lernvoraussetzungen im Detail diskutieren und untereinander möglichst zahlreiche Kontakte knüpfen konnten.

In jeder Kleingruppe war eine Person für die Moderation verantwortlich, um die respektvolle Kommunikation zwischen den Teilnehmenden sicherzustellen und bei Problemen medierend einzugreifen. Da eine effektive Moderation die Arbeitseffektivität einer Gruppe signifikant verbessern kann (z. B. Lecher & Witte, 2003) und insbesondere zum Monitoring des Prozesses der Zielerreichung beiträgt (z. B. Feedback innerhalb der Gruppe), wurden für die Moderation solche Personen ausgewählt,

die nach Kenntnis des Organisationsteams entsprechende Kompetenzen aufwiesen. Die Herausforderungen der Kommunikation zwischen den Institutionen Schule und Hochschule wurden im Organisationsteam im Vorfeld sehr sorgfältig diskutiert. Hintergrund war die bereits erwähnte Erfahrung der cosh-Gruppe (s. Abschnitt 4.1), dass gegenseitige Schuldzuweisungen den angestrebten Dialog zunächst verhindern. Daher wurde zusätzlich Klaus Dürrschnabel von der cosh-Gruppe zur Auftaktveranstaltung eingeladen, um von den Erfahrungen der cosh-Gruppe zu berichten und die Teilnehmenden frühzeitig für mögliche aufkommende Probleme in der Kommunikation sowie für Lösungsmöglichkeiten zu sensibilisieren. Es wurde davon ausgegangen, dass die Teilnehmenden Herrn Dürrschnabel als Hochschulprofessor für Mathematik und Sprecher der cosh-Gruppe diesbezüglich eine hinreichende Kompetenz zusprechen würden und die Vorab-Thematisierung der Kommunikationsherausforderungen und Betonung des gemeinsamen übergeordneten Ziels zu einer Fokussierung der konstruktiven Arbeitsprozesse führt (vgl. Jonas et al., 2014).

Neben den Diskussionsmöglichkeiten in Kleingruppen, in welchen gezielt beide Sichtweisen – die der Schule und die der Hochschule – eingefordert wurden, wurden Plenumsphasen mit der gesamten Gruppe genutzt, um sowohl Möglichkeit zum Austausch innerhalb der Institutionen zur Reflexion als auch institutionsübergreifend zu geben.

4.2.3.5 Gestaltung der informellen Diskussionsmöglichkeiten

Die wichtigsten Projektphasen waren als zweitägige Veranstaltung mit Übernachtung in einem attraktiven Tagungshotel konzipiert. Damit ergaben sich neben den organisierten Phasen des Dialogs zahlreiche Gelegenheiten zum informellen Austausch beispielsweise während der Kaffeepausen, beim gemeinsamen Frühstück, Mittag- oder Abendessen sowie beim Abendprogramm. Explizit als Gestaltungselement in die Conjecture Map wurden die informellen Diskussionsmöglichkeiten anfangs jedoch nicht aufgenommen. Allerdings stellte sich der informelle Austausch zwischen Personen von Schule und Hochschule nach Projektbeginn als bedeutsames Gestaltungselement heraus, da so insbesondere positive Effekte bei der Vertrauensbildung erreicht und gruppeninternen Konflikten begegnet werden konnten (vgl. Abschnitt 4.3.3, s. a. das klassische Phasenmodell der Gruppenentwicklung nach Tuckman, 1965). Entsprechend wurden die informellen Diskussionsmöglichkeiten nachträglich in der Conjecture Map ergänzt.

4.2.4 Erwartete Prozesse

Ausgehend von den beschriebenen Gestaltungselementen wurde erwartet, dass folgende Prozesse eintreten (vgl. Abb. 4.1):

- (1) Es werden Aufgaben zu vorgegebenen MaLeMINT-Lernvoraussetzungen durch Schule und Hochschule entwickelt.
- (2) Es findet ein konstruktiver und respektvoller Dialog zwischen Schule und Hochschule zu mathematischen Lernvoraussetzungen für das MINT-Studium statt.
- (3) Es wird ein Konsens über die Aufgaben (inkl. Lösungen) und damit verbunden ein Konsens über erwartete und zu erzielende mathematische Lernvoraussetzungen bei MINT-Studieninteressierten ausgehandelt.

Die angenommenen Zusammenhänge zwischen den vorgestellten Gestaltungselementen und Prozessen sind in Abb. 4.1 als Design-Annahmen in Form von Pfeilen veranschaulicht. Der Dialog zwischen Schule und Hochschule (Prozess 2) wurde erst im Projektverlauf als wichtiger eigenständiger Prozess identifiziert und nachträglich ergänzt. Anzunehmen ist, dass das dritte Gestaltungselement „Arbeitsauftrag“ alle drei Prozesse anstößt, da die Prozesse 1 und 3 im Arbeitsauftrag explizit angesprochen werden und der Prozess 2 unmittelbar induziert wird. Darüber hinaus wurde angenommen, dass die Prozesse der Aufgabenentwicklung und der Konsensaushandlung durch die Verwendung der Fachanforderungen und des MaLeMINT-Katalogs als rahmengebende Materialien begünstigt werden. Es zeigte sich zudem im Projektverlauf, dass die Fachanforderungen dazu beitragen, Teilnehmenden der Hochschule einen authentischen Einblick in die Inhalte und Ziele des schulischen Mathematikunterrichts zu ermöglichen, und so Anlass boten, in den Dialog zu treten. Bezüglich der Gestaltungsmerkmale „Teilnehmende“ (in ihrer Zusammensetzung) und „Diskussionmöglichkeiten“ wurde davon ausgegangen, dass diese jeweils sowohl Voraussetzung dafür sind, dass ein Dialog eintritt, als auch, dass ein Konsens ausgehandelt wird.

4.2.5 Erwartetes Outcome

Bei erfolgreichem Anstoß der genannten Prozesse wurden als Ergebnisse des Abstimmungsprozesses zum einen ein Aufgabenkatalog² erwartet, welcher

- (A) durch die Fachanforderungen Schleswig-Holsteins abgedeckt ist und
- (B) Mindestanforderungen für MINT-Studiengänge in Schleswig-Holstein darstellt.

Zum anderen wurde angenommen, dass durch die gemeinsame Abstimmung über erwartete mathematische Lernvoraussetzungen

- (C) Schule und Hochschule die Perspektive der jeweils anderen Institution besser kennen.

²Der Aufgabenkatalog ist unter der folgenden URL verfügbar: <https://kurzelinks.de/beab>

Die Zusammenhänge, die zwischen erwarteten Prozessen und erwartetem Outcome angenommen werden (d. h. die theoretischen Annahmen), sind in Abb. 4.1 als Pfeile dargestellt. Angenommen wird, dass durch die Aushandlung eines Konsenses (Prozess 3) die entwickelten Aufgaben sowohl durch die Fachanforderungen abgedeckt sind (Outcome A), als auch Mindestanforderungen für MINT-Studiengänge darstellen (Outcome B), da dies laut Arbeitsauftrag jeweils Kriterien für die Konsensfindung waren. Dass die Aufgaben Mindestanforderungen darstellen, sollte darüber hinaus durch die Aufgabenentwicklung zu vorgegebenen Lernvoraussetzungen (Prozess 1) bewirkt werden, da ein Großteil dieser Lernvoraussetzungen in MaLeMINT im Konsens als erwartete Mindestvoraussetzung angegeben wurde. Ferner wurde angenommen, dass im Dialog zwischen Schule und Hochschule (Prozess 2) auch jeweils Einblicke in die Perspektive der anderen Institution gegeben werden, so dass nach dem Projekt eine bessere Kenntnis der jeweils anderen Institution vorliegt (Outcome C). Selbstverständlich umfasst diese Kenntnis noch kein vollumfängliches Verständnis der jeweils anderen Fachkultur, sondern nur erste Eindrücke, da die Einblicke vorrangig anhand der Diskussion über Aufgaben und nur in begrenztem Zeitraum gewonnen wurden.

4.2.6 Projektphasen

Das Projekt wurde in vier Phasen durchgeführt (s. Tab. 4.1).

Tab. 4.1 Phasen des Projektes MaLeMINT-Implementation. Die Personengruppen setzten sich in allen Phasen aus Vertreterinnen und Vertretern von Schule und Hochschule zusammen. Die Teilnehmenden aus Phase 1 und 3 waren weitestgehend identisch und die Gruppen aus Phase 2 und 4 jeweils Teilmengen hiervon. Die Phase 4 hat sich durch die Herausforderungen der Covid19-Pandemie stark verzögert

Phase	Zeitraum	Format	Arbeitsfokus
1	23./24. November 2018	Arbeitstagung mit 52 Teilnehmenden	Erste Abstimmung: Entwicklung von Aufgaben
2	April – September 2019	Weiterarbeit in Fokusgruppe bestehend aus 16 Personen	Vertiefte Abstimmung: Entwicklung, Kontrolle & Optimierung von Aufgaben
3	01./02. November 2019	Arbeitstagung mit 44 Teilnehmenden	Validierung der bisherigen Abstimmung: Kontrolle & Optimierung der Aufgaben
4	April 2020 – April 2021	Prüfung durch 2 Experten aus Schule und Hochschule	Kontrolle der Aufgaben

In Phase 1 wurden der Abstimmungsprozess angestoßen und erste Entwürfe von Aufgaben zu den MaLeMINT-Lernvoraussetzungen im Rahmen einer Arbeitstagung entwickelt. Dieser Abstimmungsprozess wurde im Anschluss von einer Fokusgruppe fortgesetzt und die Aufgabenentwürfe ergänzt und überarbeitet (Phase 2), sodass schließlich eine erste Version eines vollständigen Aufgabenkataloges vorlag. Dieser

Aufgabenkatalog wurde allen Beteiligten als Ergebnis des Abstimmungsprozesses zurückgespiegelt und im Rahmen einer zweiten Arbeitstagung noch einmal diskutiert, kontrolliert und optimiert (Phase 3). Im Anschluss wurde der gesamte Aufgabenkatalog in der vierten Phase im Rahmen einer Expertenprüfung jeweils von einer Person der Schule und einer Person der Hochschule auf Konsistenz und inhaltliche Korrektheit gesichtet.

4.3 Methoden zur Projektevaluation

Zur Evaluation, inwiefern das Projektziel erreicht wurde, eine Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen über mathematische Mindestanforderungen zu initiieren, wurde überprüft, ob die zuvor skizzierten erwarteten Prozesse angestoßen wurden und die erwarteten Outcomes eingetreten sind. In Tabelle 4.2 findet sich eine Übersicht, welche Datenquellen jeweils für welche Prozesse und Outcomes herangezogen wurden. Neben den direkt beobachtbaren Prozessen und Artefakten wurde auf drei Datenquellen zurückgegriffen: (a) eine schriftliche Befragung der Teilnehmenden, (b) ein Auswertungsgespräch und eine schriftliche Befragung der Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen sowie (c) eine Untersuchung der entwickelten Aufgaben. Wie zuvor erwähnt (Abb. 4.1, Abschnitte 4.2.3 und 4.2.4) wurde während der ersten Projektphase ein Gestaltungselement der Conjecture Map ausdifferenziert und ein Prozess ergänzt. Diese Anpassungen als Zwischenergebnisse der formativen Evaluationsmaßnahmen werden in diesem Abschnitt kurz berichtet, während die Ergebnisse der summativen Evaluation der finalen Conjecture Map in Abschnitt 4.4 vorgestellt werden.

4.3.1 Artefakte: entwickelte Aufgaben

In jeder Projektphase wurden Aufgaben und Anmerkungen dazu schriftlich festgehalten und vom Organisationsteam archiviert. In der ersten Projektphase war bei jeder entwickelten Aufgabe explizit anzukreuzen, ob ein Konsens vorlag oder nicht. Die Daten wurden daraufhin untersucht, ob beide Fälle auftraten, die Teilnehmenden also in die Diskussion getreten sind. In der dritten Projektphase genügte ein Verweis, dass kein Konsens vorlag. Die Zahl solcher Verweise wurde im Anschluss gezählt, um zu ermitteln, ob alle Aufgaben im Konsens verabschiedet wurden oder nicht. Darüber hinaus wurden die Anmerkungen aller Projektphasen danach gesichtet, ob in ihnen Vermerke zu den Fachanforderungen enthalten waren. So wurde überprüft, ob die Abdeckung der Lernvoraussetzungen durch die Fachanforderungen berücksichtigt wurde.

Tab. 4.2 Übersicht über die hinzugezogenen Datenquellen zur Überprüfung der erwarteten Prozesse und des erwarteten Outcomes

Erwarteter Prozess	Datenquelle für Evidenz
(1) Schule und Hochschule entwickeln Aufgaben zu den vorgegebenen MaLeMINT-Lernvoraussetzungen.	Artefakte: schriftlich festgehaltene Aufgaben
(2) Schule und Hochschule treten in einen konstruktiven und respektvollen Dialog.	Auswertungsgespräch und Befragung der Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen, Befragung der Teilnehmenden
(3) Schule und Hochschule handeln einen Konsens über die Aufgaben aus.	Artefakte: schriftliche Vermerke an den Aufgaben, ob jeweils Konsens erzielt wurde
Erwartetes Outcome	Datenquelle für Evidenz
(A) Die entwickelten Aufgaben sind durch die Fachanforderungen Schleswig-Holsteins abgedeckt.	Artefakte: Schriftliche Anmerkungen an den Aufgaben
(B) Die Aufgaben stellen Mindestanforderungen für MINT-Studiengänge dar.	Untersuchung der entwickelten Aufgaben im Hinblick auf ihre prädiktive Validität für den Studienerfolg im ersten Semester
(C) Schule und Hochschule kennen die Perspektive der jeweils anderen Institution besser.	Befragung Teilnehmende

4.3.2 Befragung der Teilnehmenden

Direkt im Anschluss an Projektphase 1 wurden alle 49 Teilnehmenden, die nicht zum Organisationsteam gehörten, zu einer Online-Befragung eingeladen. 20 Personen folgten der Einladung, wovon 13 zur Gruppe der Schule gehörten und 7 zur Hochschule. Die Befragung bestand aus geschlossenen und offenen Fragen zum Empfinden der Arbeitsatmosphäre (Evaluation Prozess 2), sowie zu neuen Einblicken in die jeweils andere Institution (Evaluation Outcome C). Der Fragebogen kann im Online-Supplement dieses Beitrags eingesehen werden.

Die offenen Antworten wurden zunächst von einer Person mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) hinsichtlich der folgenden Fragen ausgewertet (induktive Kategorienbildung): (1) Welche Angaben machen die Teilnehmenden hinsichtlich eines respektvollen Dialogs zwischen den Institutionen Schule und Hochschule? (2) Welche neuen Einblicke haben die Teilnehmenden in die jeweils andere Institution erhalten? Anschließend wurde das entwickelte Kategoriensystem von einer zweiten unabhängigen Person auf den Datensatz angewendet. Unstimmigkeiten zwischen den Kodierungen wurden im Konsensverfahren gelöst.

4.3.3 Auswertungsgespräch und Befragung der Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen

Um Aufschluss darüber zu erhalten, wie die gemeinsame Arbeit von Mathematiklehrkräften und Hochschullehrenden in den Kleingruppen am ersten Tag der Arbeitstagung in Projektphase 1 ablief, wurde als formative Evaluationsmaßnahme am

ersten Abend ein Gruppengespräch mit allen Moderatorinnen und Moderatoren geführt. Dabei sollte insbesondere analysiert werden, ob die – zu diesem Zeitpunkt des Projekts – angestrebten Prozesse 1 (Aufgabenentwicklung) und 3 (Konsensaushandlung) effektiv stattgefunden haben und ob es trotz der Präventivmaßnahmen (vgl. 4.2.3.4) zu Konflikten gekommen ist. Die sehr ähnlichen Berichte aus den Kleingruppen ergaben, dass am ersten Tag nur wenige Aufgaben entwickelt wurden, für die aber zumeist eine Konsensaushandlung gelungen ist. Die Ursache der geringen Effektivität war, dass Lehrkräfte und Hochschullehrende bei der gemeinsamen Arbeit mit großem Interesse die Sichtweisen – und damit die dahinterliegenden Normen – der jeweils anderen Seite kennenlernen wollten. Die unterschiedlichen Fachkulturen führten hier somit nicht zu Kommunikationsproblemen, sondern wurden zum Kommunikationsgegenstand. Dies führte nicht nur zu einem gegenseitigen Kennenlernen auf der persönlichen Ebene, sondern auch zur Wahrnehmung der jeweiligen spezifischen Kompetenzen für die Tätigkeiten an Schule bzw. Hochschule. Die Gespräche setzten sich teilweise in den Kaffeepausen fort bzw. wurden auf den Abend verabredet. Als Konsequenz aus diesen Erkenntnissen und der Tatsache, dass die Kleingruppenarbeit am Folgetag (sowie auch in den Projektphasen 2 und 3) deutlich schneller und effektiver war, wurde der Prozess 2 (Dialog zwischen Schule und Hochschule) sowie das Gestaltungselement der informellen Diskussionsmöglichkeit als relevante Aspekte des Designs ergänzt (Abb. 4.1) und mittels der summativen Evaluation weiter untersucht.

Wie die Teilnehmenden (Abschnitt 4.3.2) wurden auch die Moderatorinnen und Moderatoren per Online-Erhebung befragt, ob in den Kleingruppen ein respektvoller Dialog geführt worden ist. Sechs der zehn Personen nahmen an der Befragung teil, wovon vier sowohl in Projektphase 1 als auch in Phase 3 eine Kleingruppe moderierten. Die Teilnehmenden erhielten sieben Multiple-Choice-Items zur Beurteilung der Zusammenarbeit in den Kleingruppen. Zudem wurde in zwei offenen Items nach aufgetretenen Problemen sowie einer möglichen festgestellten Entwicklung während der Kleingruppenarbeit gefragt (siehe Online-Supplement für den kompletten Fragebogen). Die Daten wurden ebenfalls zunächst von einer Person mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) ausgewertet (induktive Kategorienbildung) und anschließend doppelkodiert, wobei Unstimmigkeiten im Konsensverfahren gelöst wurden.

4.3.4 Untersuchung der entwickelten Aufgaben

Um Hinweise zu erhalten, ob die Abstimmung dahingehend gelungen war, dass die entwickelten Aufgaben tatsächlich Mindestvoraussetzungen für ein MINT-Studium darstellen (Outcome B), wurde die prädiktive Validität des Aufgabenkatalogs für den Studienerfolg untersucht. Dafür wurde aus den entwickelten Aufgaben ein Test

erstellt und ermittelt, inwiefern das Testergebnis zu Studienbeginn prädiktiv für das Bestehen der Mathematik Klausuren war. Der Einsatz der Aufgaben in Form eines Testes barg das Problem, dass die Aufgaben ursprünglich nicht zu diesem Zweck konzipiert waren. Im Rahmen des Testes mussten die Aufgaben ohne Vorbereitung, ohne Möglichkeit zur kurzen Auffrischung von Wissen und unter Zeitdruck bearbeitet werden. Dies weicht von der ursprünglichen Konzeption der Aufgaben als Illustration von Lernvoraussetzungen, die nach kurzer Auffrischung vorhanden sein müssen, um das erste Semester erfolgreich bestehen zu können, ab. Nichtsdestotrotz versprach dieses Vorgehen einen ersten Ansatz zur Überprüfung, inwiefern die Abstimmung zwischen Schule und Hochschule auf Mindestvoraussetzungen geglückt ist, da ermittelt werden konnte, inwieweit das unter Zeitdruck und ohne Vorbereitung zur Verfügung stehende Wissen das Klausurbestehen prädiziert. Angenommen wurde, dass die Testleistung prädiktiv für das Klausurbestehen ist, wenn der Aufgabenkatalog Mindestanforderungen für ein Studium darstellt. Eine Interpretation einzelner Items hinsichtlich ihrer empirischen Prädiktivität war dabei nicht intendiert. Hervorzuheben ist, dass der Test primär zu einer Überprüfung der Aufgaben dienen sollte (und zwar im Hinblick darauf, ob sie in ihrer Gesamtheit Mindestanforderungen illustrieren) und nicht Erkenntnisse über den Wissensstand der Studierenden erzielt werden sollten. Im Folgenden wird das methodische Vorgehen zur Konzeption und Auswertung kurz skizziert. Details dazu werden im Online-Supplement erläutert.

Ausgehend von 255 entwickelten Aufgaben wurden diejenigen 124 Aufgaben ausgewählt, die als Testaufgaben geeignet erschienen und eine möglichst breite Abdeckung der von Schule und Hochschule erwarteten Lernvoraussetzungen ermöglichten. Ein Beispielitem ist in Abb. 4.3 dargestellt. Als Testzeit standen 45 Minuten zur Verfügung, sodass aus Gründen der Testökonomie ein Multi-Matrix-Design verwendet wurde.

Die Aufgaben wurden zu Beginn des Wintersemesters 2019/20 an der Universität Kiel in den MINT-Studiengängen Biologie, Chemie, Informatik, Ingenieurwissenschaften, Mathematik, Pharmazie und Physik eingesetzt. Insgesamt nahmen 647 Studierende teil (54% weiblich, Alter: $M = 19,9$ Jahre, $SD = 2,6$ Jahre). Vollständige Daten (Eingangstest, Klausurnote, Einverständniserklärung) lagen von 307 Studierenden vor (47% weiblich, Alter: $M = 19,9$ Jahre, $SD = 2,6$ Jahre). Die Studierendenangaben wurden durch drei geschulte Hilfskräfte anhand eines Kodierleitfadens mit einem Partial-Credit Score bzw. dichotom kodiert. Zur Sicherung der Objektivität wurden 20% der Daten doppelt kodiert. Eine zufriedenstellende Übereinstimmung wiesen 96 Items mit einem Fleiss' $\kappa \geq .80$ auf (Fleiss, 1971). Die übrigen 28 Items wurden im Konsensverfahren für die gesamte Stichprobe nachkodiert.

Für die Skalierung der kodierten Testdaten wurde ein eindimensionales Partial-

Notieren Sie in Mengenschreibweise, z. B. $a \in \{\dots\}$ oder $D = \{\dots\}$:

(i) Die Zahl s ist größer oder gleich 5 und kleiner oder gleich 7.

(ii) Die Zahl 5 gehört nicht zu den einstelligen geraden Zahlen.

(iii) Die Definitionsmenge \mathbb{D}_g der Funktion g besteht aus allen reellen Zahlen, die größer als 1 sind.

(iv) Eine reelle Funktion f hat 2 als einzige Definitionslücke.

Abb. 4.3 Beispielitem zur MaLeMINT-Lernvoraussetzung „Mengen, Mengendarstellungen und Mengenoperationen“

Credit-Modell (PCM, Masters, 1982) verwendet. Das Modell wies eine akzeptable EAP/PV-Reliabilität von .77, ausschließlich positive Itemtrennschärfen sowie nach Bond et al. (2021) akzeptable Infit-MNSQ-Werte zwischen 0.69 und 1.22 auf, sodass eine zufriedenstellende eindimensionale Skalierung vorlag. Für die Bestimmung von Personenfähigkeitswerten wurden 25 Plausible Values pro Person gezogen, um die Populationsvarianz adäquat abzubilden.

Um ermitteln zu können, inwiefern die Testleistung zu Studienbeginn die Klausurleistung am Ende des Semesters vorhersagte, wurden in allen beteiligten Studiengängen die Klausurergebnisse in Mathematik erhoben. In allen untersuchten Studiengängen stellten mindestens 78 % der Studierenden, die an der Klausur teilgenommen hatten, ihre Klausurnoten zur Verfügung. Es wurde mittels logistischer Regressionen überprüft, ob die Testleistung prädiktiv für das Bestehen der Klausur war. Zur Beurteilung der Güte dieser Modelle wurde die Devianz analysiert und Likelihood-Ratio-Tests durchgeführt.

4.4 Ergebnisse

Zunächst kann festgehalten werden, dass das Projekt auf Akzeptanz bei den Teilnehmenden stieß. In Phase 1 nahmen alle eingeladenen Personen (bis auf einen Krankheitsfall) am Projekt teil, und es wiederholten fast alle ihre Teilnahme auch in späteren Phasen. Auch in den Kommentaren der Teilnehmenden in der Nachbefragung fanden sich explizite Hinweise auf die Unterstützung des Projektes, z. B. „Vielen Dank für das toll gestaltete Umfeld. An ganz vielen Kleinigkeiten [...] wurde die Wertschätzung des Orgateams gegenüber den Teilnehmern deutlich, so dass ich mich gerne eingebracht habe, auch wenn es am Ende einer anstrengenden Woche war.“ (Teilnehmer/in Schule). Die Voraussetzungen dafür, dass eine Abstimmung stattfinden kann, waren damit gegeben.

Im Folgenden werden die Ergebnisse zunächst für die erwarteten Prozesse und anschließend für jedes erwartete Outcome berichtet.

4.4.1 Evidenz für eingetretene Prozesse

Da in jeder Projektphase schriftlich Aufgaben oder Anmerkungen zu Verbesserungen bereits bestehender Aufgaben festgehalten wurden, ist der erwartete Prozess der Aufgabenentwicklung (Prozess 1) anhand von Artefakten nachvollziehbar und kann als erfolgreich eingetreten beurteilt werden. Exemplarisch ist dies in Abb. 4.4 und Abb. 4.5 veranschaulicht, in welchen dargestellt wird, wie sich die Aufgabe zur Lernvoraussetzung „Funktionenscharen (Funktionen mit Parametern)“ über die Projektphasen verändert hat. In Abb. 4.4 ist ersichtlich, dass zu der Aufgabe zunächst kein Konsens vorlag. Die Aufgabe wurde daher in der zweiten und dritten Projektphase ausgetauscht und überarbeitet, wie Abb. 4.5 zeigt, sodass schließlich ein Konsens vorlag.

Um zu überprüfen, ob auch Prozess 2 (Dialog zwischen Schule und Hochschule) angestoßen werden konnte, wurde auf die Daten der Befragungen der Teilnehmenden sowie der Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen zurückgegriffen. In der Teilnehmendenbefragung beurteilten alle Personen das Verhältnis zwischen Schule und Hochschule in den geschlossenen Fragen als angenehm oder sehr angenehm. Auch in den offenen Kommentarfeldern fanden sich keine Nennungen negativer Aspekte bezogen auf die Zusammenarbeit zwischen Schule und Hochschule. Positiv hervorgehoben wurden insbesondere die Aufgeschlossenheit der Teilnehmenden, die angenehme Arbeitsatmosphäre, die Bereitschaft zur Einnahme der jeweils anderen Perspektive sowie die Kommunikationsbereitschaft und -fähigkeit der Teilnehmenden.

Die befragten Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen beurteilten die Aussage, dass ein respektvoller Dialog zwischen den Institutionen stattgefunden

Aufgabe Nr.: 3.19

Konsens: ja nein

Aufgabentext:

Bestimmen Sie aus der Abbildung die Werte der Parameter a und b

$f(x) = a \cdot e^{-(x-d)^2}$

Abb. 4.4 Entwickelte Aufgabe aus der ersten Projektphase zur Lernvoraussetzung „Funktionenscharen (Funktionen mit Parametern)“. Oben rechts ist angegeben, dass zu dieser Aufgabenversion noch kein Konsens vorlag

hat, als zutreffend oder voll zutreffend. Außerdem erachteten sie es für sehr wichtig, dass auch außerhalb der Arbeitsphasen Gelegenheiten zum informellen Austausch zwischen den Institutionen gegeben waren. Als Probleme, die während der Kleingruppenarbeit aufgetreten waren, wurden vereinzelt Herausforderungen mit einzelnen Personen angeführt (Dominanzansprüche, eine unangebrachte genderspezifische Bemerkung sowie Missverständnisse darüber, dass der Aufgabenkatalog nicht die Fachanforderungen ändern kann), die jedoch in der Kleingruppe selbst gelöst wurden. Lediglich eine Person gab an, dass in Projektphase 1 in ihrer Kleingruppe jeweils eine Person der Schule und der Hochschule „renitent und wenig zugänglich für kompetenzorientierten Unterricht“ gewesen sei, was zu Problemen in der Zusammenarbeit geführt habe und auch nicht gelöst werden konnte. Da diese Einstellung bei den anderen Tagungsteilnehmenden nicht vorzufinden war, ist davon auszugehen, dass es sich hierbei um Einzelmeinungen handelte.

Neben diesen vereinzelt aufgetretenen Problemen wurde die Kommunikation sonst sehr positiv beurteilt. Angegeben wurde, dass zwar intensiv diskutiert wurde, der Austausch jedoch wertvoll war und ein großes Interesse an der Sicht und den Bedürfnissen der jeweils anderen Institution bestand. In Bezug auf die Frage nach positiven oder negativen Entwicklungen wurden nur positive Aspekte genannt. Hier wurde eine allgemein positive Entwicklung von Tagung 1 (Projektphase 1) zu Tagung 2 (Projektphase 3) konstatiert (u. a. ist die anfänglich vorsichtige Zurückhaltung gewichen) sowie ein verbessertes Verständnis und eine erhöhte Akzeptanz der jeweils anderen Seite und ein damit verbundener gewachsener Kooperationswille: „Es entwickelte sich ein besseres Verständnis für die Bedürfnisse, die Möglichkeiten und die Probleme der Schule und der Hochschule, eine höhere Akzeptanz (Sie sind

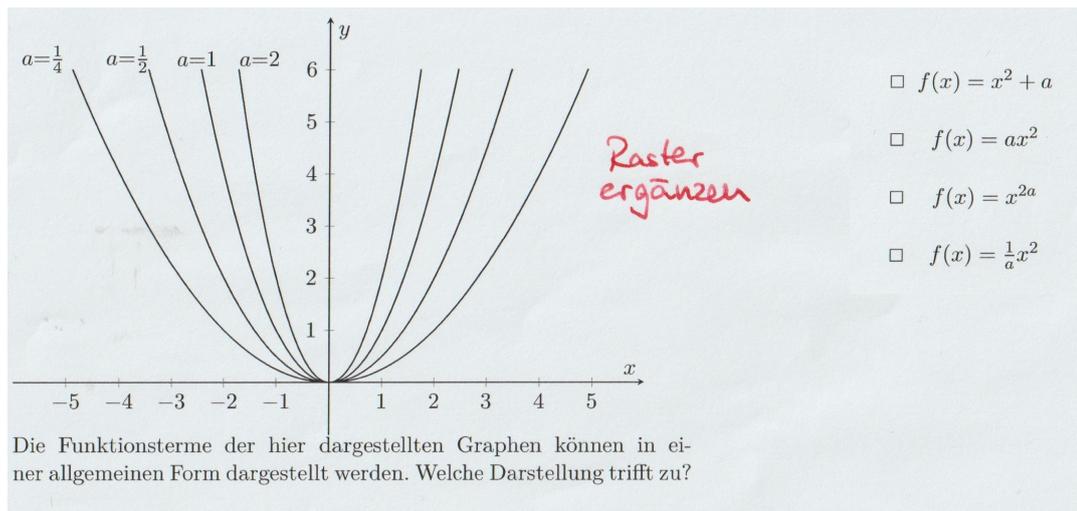


Abb. 4.5 Überarbeitete Aufgabe zur Lernvoraussetzung „Funktionenscharen (Funktionen mit Parametern)“. Die gedruckte Version spiegelt den Stand nach der zweiten Projektphase wider, die handschriftlichen Anmerkungen den der dritten Projektphase. Da keine gegenteilige Anmerkung verfasst wurde, wurde die Aufgabe in der dritten Projektphase mit Konsens verabschiedet

die Expertinnen und Experten für die Mathematik-Vermittlung in Ihrer Institution) sowie ein Kooperationswille (Wie können wir unsere Bildungsangebote kompatibler gestalten?)“ (Kleingruppenmoderator/in Projektphase 1 und 3).

Zusammenfassend deuten die Rückmeldungen der Teilnehmenden sowie der Moderatorinnen und Moderatoren darauf hin, dass in den Kleingruppen wie intendiert tatsächlich ein konstruktiver und respektvoller Dialog geführt wurde, der zusätzlich aufgenommene Prozess 2 also eingetreten ist und die informellen Diskussionsmöglichkeiten als wichtig angesehen wurden. Hierbei ist hervorzuheben, dass die unterschiedlichen Fachkulturen, die im Mathematikunterricht an Schule und Hochschule vorherrschen, im Dialog tatsächlich zutage getreten sind und die Teilnehmenden sich über diese erst verständigen mussten, bevor eine konstruktive Zusammenarbeit vollzogen werden konnte.

Auch die Aushandlung eines Konsenses zu den gemeinsam entwickelten Aufgaben (Prozess 3) kann als erfolgreich eingetreten beurteilt werden. In Projektphase 1 wurde schriftlich neben jeder entwickelten Aufgabe festgehalten, ob ein Konsens vorlag oder nicht (vgl. Abb. 4.4). Beide Fälle traten auf, was Hinweise darauf gab, dass tatsächlich eine Aushandlung stattfand. Nach Projektphase 1 lagen insgesamt 90 Aufgaben mit Konsens vor, 15 Aufgaben ohne Konsens und 18 Aufgaben, bei denen nicht angegeben wurde, ob ein Konsens erzielt wurde. Aufgaben ohne Konsens wurden in Phase 2 und 3 verändert oder ausgetauscht, was ebenfalls schriftlich festgehalten wurde. Nach Phase 3 lagen insgesamt 255 Aufgaben vor, wobei bei keiner

Aufgabe mehr vermerkt wurde, dass zu dieser kein Konsens bestand³. Ein weiteres Indiz, dass eine Konsensaushandlung stattgefunden hat, wurde zudem dadurch geliefert, dass die ursprüngliche Formulierung einiger MaLeMINT-Lernvoraussetzungen abgeändert wurde. So konnte in der ersten Projektphase für die ursprüngliche Lernvoraussetzung „Begriff der Folge als Abbildung von \mathbb{N} nach \mathbb{R} “ kein Konsens erzielt werden (Abb. 4.6 links), für die abgewandelte Version „Mit Zahlenfolge (auch unendlich) umgehen“ hingegen schon (Abb. 4.6 rechts).

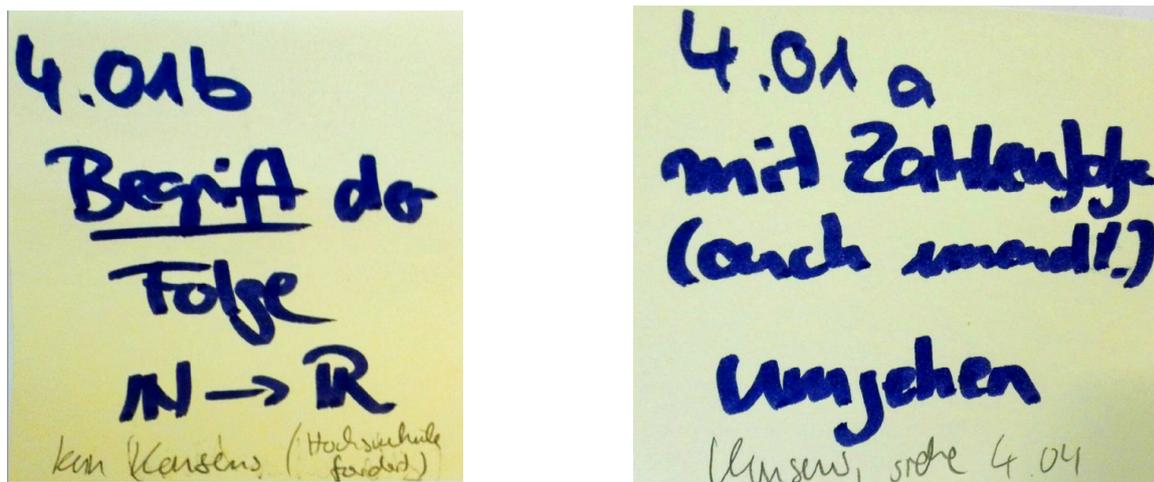


Abb. 4.6 Links die ursprüngliche Formulierung der Lernvoraussetzung zum Folgenbegriff, die von der Hochschule gefordert wurde, jedoch ohne Konsens mit der Schule. Rechts die angepasste Lernvoraussetzung mit Konsens

4.4.2 Evidenz für erreichte Outcomes

4.4.2.1 Abdeckung durch die Fachanforderungen

Die Expertenprüfung in der vierten Projektphase lieferte zunächst 167 Anmerkungen von Hochschuleseite und anschließend 49 Anmerkungen von Schulseite (jeweils wenige zu fachlichen Fehlern und viele zur formalen und konsistenten Darstellung). Dabei wurden keine Diskrepanzen zwischen Aufgabenkatalog und Fachanforderungen für die Sekundarstufen I und II an allgemeinbildende Schulen in Schleswig-Holstein konstatiert, was als Evidenz für eine gelungene Passung gewertet werden kann. Zudem wurde zu mehreren MaLeMINT-Lernvoraussetzungen keine Aufgabe entwickelt und dies schriftlich mit „nicht durch die Fachanforderungen Schleswig-Holsteins abgedeckt“ kommentiert (s. Abb. 4.7). Dies weist darauf hin, dass die Beteiligten bei den Prozessen 1 und 3 (Aufgabenentwicklung und Konsensaushandlung) explizit auf eine Passung zwischen erwarteter Lernvoraussetzung und Fachanforderungen geachtet hatten und diese nicht zufällig eintrat.

³Wie zuvor erwähnt, wurde für den Konsens das allgemeinbildende Schulwesen als Basis gesetzt. Berufliche Gymnasien in Schleswig-Holstein haben eigene Fachanforderungen, die in einigen wenigen Teilen abweichen (vgl. Abschnitt 4.6.2 Limitationen).

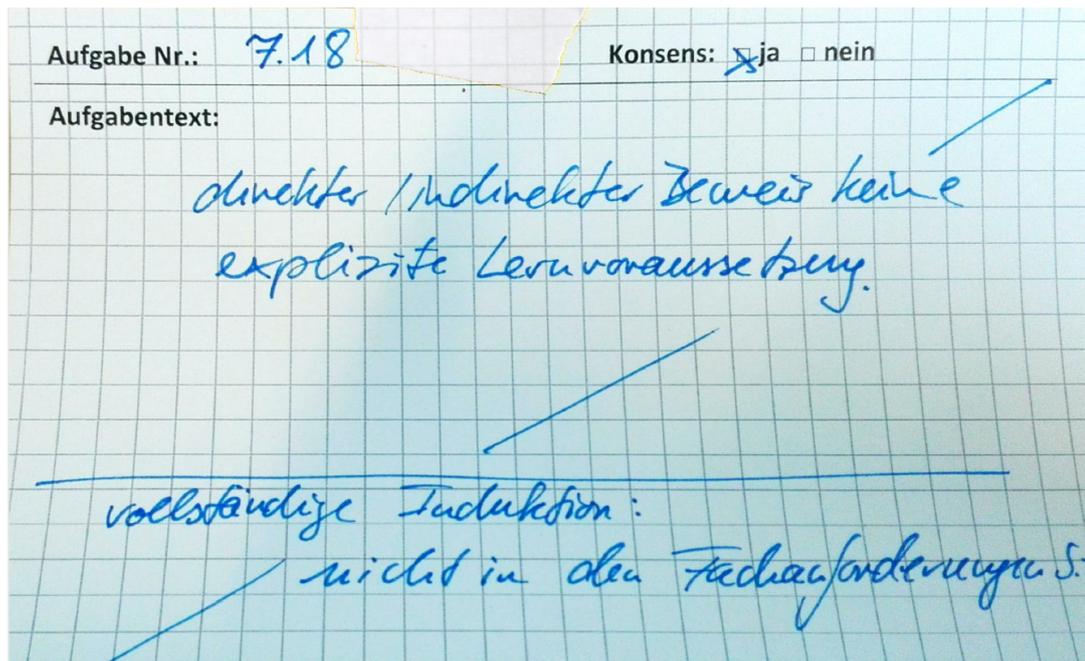


Abb. 4.7 Beispiel einer Lernvoraussetzung („Beweisverfahren (direkter und indirekter Beweis, vollständige Induktion)“), welche teilweise gestrichen wurde, weil sie laut Hochschule nicht explizit notwendig ist, und teilweise, weil sie nicht durch die Fachanforderungen Schleswig-Holsteins abgedeckt ist

4.4.2.2 Mindestanforderungen für MINT-Studiengänge

Um zu untersuchen, ob die Abstimmung in den Prozessen 1 und 3 auch insofern gelungen war, als dass der entwickelte Aufgabenkatalog Mindestanforderungen zu mathematischen Lernvoraussetzungen für MINT-Studiengänge darstellt, wurde die prädiktive Validität des Aufgabenkatalogs für den Klausurerfolg im ersten Semester geprüft. Dafür wurden die Aufgaben in einem Test eingesetzt (vgl. Abschnitt 4.3.4).

Tabelle 4.3 zeigt, dass sich die mittleren Testleistungen ebenso wie die Bestehensquoten zwischen den Studiengängen teils stark unterschieden. Dieser Befund verdeutlicht, dass die Mathematik Klausuren in den einzelnen Studiengängen in Inhalt und Anspruch erheblich variierten und daher nicht oder nur bedingt miteinander vergleichbar waren. Die nachfolgenden Analysen wurden daher getrennt für die einzelnen Studiengänge vorgenommen.

Mittels logistischer Regressionen wurde untersucht, ob das Testergebnis prädiktiv für das Bestehen der Mathematik Klausuren war. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.4 dargestellt. Nach dem Likelihood-Ratio-Test zeigten die Modelle mit dem Prädiktor Testleistung für die beiden Klausuren im Studiengang Mathematik und die Mathematik Klausuren in Chemie und Physik das Bestehen signifikant besser hervor als die jeweiligen Nullmodelle. Dagegen ergab sich in den Studiengängen Biologie, Informatik, Ingenieurwissenschaften und Pharmazie keine signifikant bessere Vorhersage des Klausurbestehens durch die Modelle mit dem Prädiktor Testleistung. In diesen

Tab. 4.3 Übersicht über Mittelwerte der Testleistung θ aus dem Test und über Bestehensquoten der Klausuren. Im Studiengang Mathematik wurden zwei Klausuren geschrieben, in allen anderen Studiengängen nur eine

	N	Testleistung θ $M(SD)$	Anzahl Bestanden	Anzahl Nicht bestanden
Biologie	32	-0.30 (0.68)	25	7
Chemie	40	-0.23 (0.58)	23	17
Informatik	34	0.17 (0.68)	25	9
Ingenieurwissenschaften	14	0.05 (0.64)	10	4
Mathematik (Analysis)	83	0.59 (0.80)	42	41
Mathematik (Lineare Algebra)	75	0.61 (0.80)	45	30
Pharmazie	41	-0.23 (0.65)	39	2
Physik	47	0.47 (0.79)	32	15

Studiengängen haben leider nur wenige Studierende ihre Angaben zur Verfügung gestellt, die auch am Eingangstest teilgenommen hatten (s. Tab. 4.3).

4.4.2.3 Bessere Kenntnis der jeweils anderen Perspektive

Um zu ermitteln, ob die Teilnehmenden aus Schule und Hochschule im Rahmen des Projektes die Perspektive der jeweils anderen Institution besser kennengelernt hatten, wurden sie befragt, welche neuen Einblicke sie in die Arbeit ihrer Kolleginnen und Kollegen erhalten haben. Außer einer Person gaben alle Befragten an, neue Einblicke in die Arbeit an der jeweils anderen Institution erlangt zu haben. Von Schulseite wurde Überraschung darüber geäußert, dass die Hochschulerwartungen an Studienanfängerinnen und Studienanfänger geringer ausfallen als erwartet und dass es Diskrepanzen zwischen den Fachanforderungen der Schule und Erwartungen der Hochschule gibt. Auch zeigten sich Lehrkräfte überrascht, dass bei Teilnehmenden der Hochschule teils geringe Kenntnisse über die Anforderungen des Abiturs vorlagen und dass Inhalten der Sekundarstufe I eine hohe Bedeutung zugeschrieben wurde. Von Hochschuleseite wurde vor allem eine unerwartete „Bürokratisierung“ (Teilnehmer/in Hochschule) der Schule in Bezug auf Operatoren und Notationen als überraschender neuer Einblick angeführt sowie die veränderte inhaltliche Ausrichtung. Hier gab es sowohl Personen, die anmerkten, dass weniger Inhalte als erwartet unterrichtet werden als auch das genaue Gegenteil, dass mehr unterrichtet wird, als man erwartet hatte. Weitere neue Einblicke wurden von mehreren Teilnehmenden der Hochschule darüber gewonnen, welche unterschiedlichen mathematischen Lernvoraussetzungen mit verschiedenen Hochschulzugangsberechtigungen verbunden sind: „[Mich hat überrascht:] die großen Unterschiede zwischen Abiturprüfungen an ‘richtigen‘ Gymnasien einerseits und anderen Hochschulzugangsberechtigungen an Beruflichen Gym., FOS, BOS, FHR etc.“ (Teilnehmer/in Hochschule).

Auch einige Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen beobachteten,

Tab. 4.4 Logistische Regressionsmodelle zur Vorhersage des Klausurbestehens durch den Prädiktor Testleistung. Die unabhängige Variable wurde standardisiert

	Biologie		Chemie		Informatik		Ingenieurwissenschaften	
	$\beta(SE)$	Odds Ratio	$\beta(SE)$	Odds Ratio	$\beta(SE)$	Odds Ratio	$\beta(SE)$	Odds Ratio
Intercept	1.33** (0.46)	3.80	0.47 (0.40)	1.61	1.29* (0.52)	3.69	1.43 (1.03)	4.71
Testleistung	0.37 (0.57)	1.52	1.52 (0.84)	5.48	1.14 (0.75)	3.53	1.85 (1.58)	10.98
N	32		40		34		14	
Likelihood-Ratio-Test	1.05		11.36**		5.90		4.92	
McFadden R^2	.03		.21		.15		.29	
ROC-AUC	.61		.77		.74		.82	
	Mathematik (Analysis)		Mathematik (Lineare Algebra)		Pharmazie		Physik	
	$\beta(SE)$	Odds Ratio	$\beta(SE)$	Odds Ratio	$\beta(SE)$	Odds Ratio	$\beta(SE)$	Odds Ratio
Intercept	0.03 (0.25)	1.03	0.51 (0.27)	1.67	3.41** (1.13)	33.56	1.07* (0.42)	2.91
Testleistung	1.25** (0.38)	3.56	1. 12** (0.36)	3.10	0.85 (1.00)	2.76	1.64** (0.58)	5.34
N	83		75		41		47	
Likelihood-Ratio-Test	21.35***		16.09***		1.69		16.77***	
McFadden R^2	.19		.16		.11		.28	
ROC-AUC	.77		.76		.73		.84	

*** $p < 0.001$, ** $p < 0.01$, * $p < 0.05$

dass in ihrer Kleingruppe Einsichten in die beiden Institutionen Schule und Hochschule gewonnen werden konnten: „Einer der Hochschullehrenden hat sich immer wieder darüber gefreut, einen so tiefen Einblick in den aktuellen Mathematikunterricht zu erhalten.“ (Kleingruppenmoderator/in in Projektphase 1 und 3). Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Teilnehmenden über relevante Themen des Übergangs gesprochen und so Einblicke in die jeweils andere Institution, deren Perspektive und Fachkultur erhalten haben.

4.5 Zusammenfassung

Ziel des Projektes war die Entwicklung eines Lösungsansatzes für das bestehende Praxisproblem mangelnder Abstimmungsprozesse zwischen Schule und Hochschule darüber, welche mathematischen Lernvoraussetzungen in MINT-Studiengängen von Hochschulen erwartet werden und von Schulen erreicht werden können. Mithilfe des Conjecture-Mapping-Ansatzes nach Sandoval (2014) wurde modelliert, welche

Prozesse und welches Outcome auf Basis des Designs erwartet und welche Zusammenhänge über Gestaltungselemente, Prozesse und Outcome angenommen wurden. Auf Basis der Artefaktanalyse und der erhobenen Daten kann zusammenfassend festgehalten werden, dass die erwarteten Prozesse und das erwartete Outcome zu großen Teilen eingetreten sind bzw. erreicht wurden. Diese Einschätzung basiert wesentlich auf den empirisch erhobenen Daten (s. a. Abschnitt 4.6 für die Interpretation und die Limitationen). In Tabelle 4.5 sind die Ergebnisse in einer Übersicht zusammengefasst.

Tab. 4.5 Übersicht über die Befunde und Evidenzkriterien für das Eintreten erwarteter Prozesse und Outcomes im Projekt MaLeMINT-Implementation. Einzig das erreichte Outcome B fiel geringer aus als das erwartete (s. Hervorhebung)

Eingetretener Prozess	Evidenzkriterium
(1) Schule und Hochschule entwickeln Aufgaben zu den vorgegebenen MaLeMINT-Lernvoraussetzungen.	Es wurden schriftlich Aufgaben (inkl. Lösungen) zu allen relevanten Lernvoraussetzungen festgehalten.
(2) Schule und Hochschule treten in einen konstruktiven und respektvollen Dialog.	Laut Moderatorinnen und Moderatoren der Kleingruppen wurde ein respektvoller Dialog geführt. Die Teilnehmenden gaben an, das Verhältnis zwischen Schule und Hochschule als angenehm und den Dialog als konstruktiv empfunden zu haben.
(3) Schule und Hochschule handeln einen Konsens über die Aufgaben aus.	Es wurde nach Projektphase 1 schriftlich angegeben, ob ein Konsens vorliegt. In Phase 3 wurden alle Aufgaben mit Konsens verabschiedet.
Erreichtes Outcome	Evidenzkriterium
(A) Die entwickelten Aufgaben sind durch die Fachanforderungen Schleswig-Holsteins abgedeckt.	Die Expertenprüfung in Phase 4 hat keine mangelnde Abdeckung angemerkt.
(B) Der Aufgabenkatalog stellt Mindestanforderungen für <i>einige</i> MINT-Studiengänge dar.	Die mit den Aufgaben gemessene Kompetenz war in einigen der untersuchten Studiengänge prädiktiv für das Bestehen der Modulprüfung an der Universität Kiel.
(C) Schule und Hochschule kennen die Perspektive der jeweils anderen Institution besser.	Die Teilnehmenden gaben an, neue Einblicke gewonnen zu haben, insbesondere zu (nicht) unterrichteten Schulinhaltungen und Abiturstandards bzw. zu konkreten Anforderungen der Hochschule.

4.6 Diskussion und Ausblick

Vertreterinnen und Vertreter von Schulen und Hochschulen in Schleswig-Holstein konnten sich im vorgestellten Design-Projekt auf eine gemeinsame Basis erwarteter und zu erzielender mathematischer Lernvoraussetzungen für ein MINT-Studium verständigen. Entsprechend kann das vorgestellte Design als Lösungsansatz für das Ausgangsproblem der mangelnden Abstimmungsprozesse zwischen den beiden In-

stitutionen angesehen werden. Neben der Lösung dieses Praxisproblems war ein weiteres Projektziel die Generierung von Wissen über Charakteristika eines solchen Lösungsansatzes, um eine Übertragbarkeit auf andere Kontexte zu ermöglichen. Dieses wird im Folgenden diskutiert.

4.6.1 Diskussion der Gestaltungselemente und Design-Anpassungen

4.6.1.1 Teilnehmende

Wie in den Projekten der Gruppen *cosh* und *IGeMA* setzten sich die Teilnehmenden aus Vertreterinnen und Vertreter von Schule und Hochschule zusammen. Die Ergebnisse der Befragung der Teilnehmenden legten nahe, dass sich beide Gruppen gleichermaßen respektvoll behandelt und von der jeweils anderen Institution ernst genommen fühlten. Gegenseitige Dominanzansprüche traten nur bei einzelnen Personen auf und konnten aufgelöst werden. Dies wird als Indiz dafür gewertet, dass eine ausgewogene Zusammensetzung der Teilnehmenden notwendige Voraussetzung ist, um beide Institutionen gleichermaßen im Dialog sichtbar werden zu lassen (Prozess 2). Gleichzeitig zeigen die Erfahrungen der *cosh*-Gruppe, dass dies keine hinreichende Bedingung dafür ist, dass von Beginn an ein konstruktiver Dialog ohne gegenseitige Schuldzuweisungen stattfindet (Dürschnabel & Wurth, 2016).

Hervorzuheben ist die Beteiligung der Bildungspolitik in Form des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur an dem Projekt. Dadurch, dass das MBWK als Mitorganisator auftrat, war die politische Bedeutung und damit auch die Wertschätzung, die dem Projekt und den Teilnehmenden von politischer Seite zugesprochen wurde, stets sichtbar. Darüber hinaus war durch die Beteiligung des MBWK, welches in Schleswig-Holstein sowohl für Schulen als auch Hochschulen zuständig ist, eine übergeordnete Instanz am Projekt beteiligt, welche die Interessen beider Bildungsinstitutionen zu vereinen versucht und nach außen vertritt. Es ist davon auszugehen, dass dies den Teilnehmenden verdeutlichte, dass beide Perspektiven – die der Schule und die der Hochschule – gleichermaßen von Bedeutung und im gemeinsamen Konsens zu berücksichtigen sind (Prozess 3). Dies steht auch im Einklang mit den Befunden von Sartory et al. (2018), dass sich die beteiligten Institutionen als Verantwortungsgemeinschaft begreifen müssen, die gemeinsam beide Perspektiven einbezieht. Dass darüber hinaus die Wahl des Tagungshotels (vom MBWK finanziert), die dortige Arbeitsatmosphäre und die wahrgenommene Wertschätzung von mehreren Teilnehmenden positiv hervorgehoben wurden, gibt ebenfalls Hinweise darauf, dass die Beteiligung einer höheren politischen Entscheidungsebene eine wichtige Rahmenbedingung darstellt. Es ist anzunehmen, dass dies die Bereitschaft der Teilnehmenden steigerte, sich in das Projekt verantwortungsvoll einzubringen

und den Prozess der Konsensbildung aktiv mitzugestalten, was wiederum die Zielbindung und Bedeutungsbeimessung im Sinne der Zielsetzungstheorie (s. Abschnitt 4.2.3) fördert.

4.6.1.2 Materialien

Der Dialog und die Abstimmung auf einen gemeinsamen Konsens über erwartete mathematische Lernvoraussetzungen wurde anhand des MaLeMINT-Katalogs sowie der Fachanforderungen Mathematik geführt. Aufgrund des Charakters der Dokumente traten keine Konflikte darüber auf, ob Erwartungen der Hochschule und Inhalte der Schule legitimiert waren. Insbesondere der explizite Referenzrahmen der Fachanforderungen konnte dazu beitragen, dass keine Unstimmigkeiten zwischen Erwartungen der Hochschule und zugesicherten Leistungen der Schule bestehen blieben (Prozess 3, Outcome A). Dies war in den Projekten von *cosh* und IGeMA anders, da beide Diskrepanzen zwischen Hochschulerwartungen und Bildungsstandards auswiesen (*cosh*, 2021; MK & MWK, 2019). Entsprechend sind die Verwendung allgemein akzeptierbarer Referenzrahmen sowohl für die Erwartung der Hochschuleseite als auch für die Ziele des Mathematikunterrichts als wichtiges Gestaltungselement hervorzuheben, damit eine Konsensfindung nicht durch Grundsatzdiskussionen verhindert wird. Die Rückmeldungen der Teilnehmenden zeigten zudem, dass die Fachanforderungen den Hochschullehrenden anhand konkreter Beispiele auch authentische Einblicke in die Inhalte des aktuellen Mathematikunterrichts ermöglichten. Damit unterstützten sie die Initiierung eines Dialoges (Prozess 2) und das gegenseitige Kennenlernen der jeweils anderen Perspektive und Fachkultur (Outcome C), was sich in diesem Projekt als wichtiger Prozess für eine erfolgreiche Abstimmung herausgestellt hat.

4.6.1.3 Arbeitsauftrag

Die Teilnehmenden haben nach eigenen Angaben während der Aufgabenentwicklung (Prozess 1) über Fachanforderungen sowie Erwartungen der Hochschulen diskutiert. Entsprechend erscheint die gemeinsame Entwicklung von Aufgaben geeignet, um Schulen und Hochschulen zu einer Abstimmung über mathematische Lernvoraussetzungen am Übergang in ein MINT-Studium anzuregen (Prozess 3). Hervorzuheben ist, dass der Bezug zu Fachanforderungen und Erwartungen der Hochschulen im Arbeitsauftrag explizit vermerkt war (vgl. Abb. 4.2). Anzunehmen ist, dass die eigene Entwicklung von Aufgaben nicht zwingend notwendig ist und auch die Diskussion konkreter bereits vorhandener Aufgaben einen entsprechenden Dialog anregen kann (Prozess 2). Diese Annahme stützt sich darauf, dass zum einen in den Projektphasen 1 und 2 auch Aufgaben aus Schulbüchern, dem *cosh*-Katalog oder privaten Sammlungen der Teilnehmenden verwendet wurden. Zum anderen wurden in Phase 3 die mathematischen Lernvoraussetzungen ausschließlich anhand von vorhandenen

Aufgaben diskutiert, die zwar teilweise noch verändert, aber nur im Ausnahmefall verworfen und durch neu entwickelte Aufgaben ersetzt wurden.

Im Arbeitsauftrag war zudem explizit vermerkt, dass die entwickelten Aufgaben Mindestanforderungen für ein MINT-Studium in Schleswig-Holstein darstellen sollen, d. h. dass sie zum erfolgreichen Abschließen des ersten Semesters benötigt werden (Outcome B). Die Ergebnisse der nachträglichen empirischen Evaluation der Aufgaben an einer Studienkohorte der Universität Kiel geben Hinweise, dass dieses vermutlich in Teilen geglückt ist und der Katalog in seiner Gesamtheit für einige MINT-Studiengänge Mindestanforderungen darstellt (vgl. Abschnitt 4.4.2.2). In diesem Zusammenhang ist zu betonen, dass aus den Daten nicht geschlossen werden kann, dass einzelne Aufgaben, die in der empirischen Erprobung nicht von allen Studierenden gelöst werden konnten, die die Klausur bestanden haben, keine Mindestanforderungen im Sinne der Abstimmung zwischen Schule und Hochschule darstellen. Die Erprobung der Aufgaben im Rahmen des Testes zu Studienbeginn konnte aus praktischen Gründen nur mit begrenztem Zeitrahmen, ohne Vorbereitungszeit und ohne Möglichkeit zur Auffrischung von Wissen erfolgen. Daher können Aufgaben, die in dieser Studie empirisch nicht notwendig für das Klausurbestehen waren, durchaus Mindestanforderungen im Sinne des Abstimmungsprozesses darstellen. Es ist dennoch nicht auszuschließen, dass die in den Aufgaben abgebildeten mathematischen Lernvoraussetzungen in einem Teil der untersuchten MINT-Studiengänge möglicherweise über Mindestvoraussetzungen hinausgehen. Aufgrund der teils geringen Stichprobenzahlen in den untersuchten Studiengängen und einer Beschränkung der Validitätsstudie auf die Universität Kiel sind diese Ergebnisse noch in weiteren Studien zu validieren (s. 4.6.2 Limitationen).

4.6.1.4 Gestaltung der Diskussionsmöglichkeiten

Wie in Abschnitt 4.4.1 dargestellt, zeigten sich in den Kleingruppen konstruktive und effektive Arbeitsprozesse und die vereinzelt berichteten Probleme konnten durch Moderation gelöst werden. Es ist davon auszugehen, dass hierbei zum einen die Vorab-Thematisierung von möglichen Kommunikationsproblemen (u. a. durch den Sprecher der cosh-Gruppe, vgl. Abschnitt 4.2.3.4) die Teilnehmenden herausforderte, den Austausch konstruktiv zu gestalten. Zum anderen ist anzunehmen, dass die Auswahl kompetenter Moderatorinnen und Moderatoren eine wichtige Rolle spielte. Bezüglich der Gestaltung von Diskussionsmöglichkeiten zeigte die Befragung der Moderatorinnen und Moderatoren zudem die besondere Bedeutung von Gelegenheiten zum informellen Austausch, welche das Kennenlernen der unterschiedlichen Perspektiven und Fachkulturen von Schule und Hochschule unterstützte (Outcome C, vgl. auch Maßnahme 17 in DMV, GDM & MNU, 2019).

4.6.2 Limitationen und weiterführende Forschung

Wie jede Design-Based-Research-Studie unterliegt das vorgestellte Projekt der Limitation, nur lokale Beiträge zur Theorie leisten zu können (Plomp, 2013). Zwar wurden gemäß des Conjecture-Mapping-Ansatzes (Sandoval, 2014) die Rahmenbedingungen und die angenommenen Mechanismen des Projekts explizit angegeben (Abschnitt 4.2), dennoch sind kontextbezogene Einflüsse zu berücksichtigen, wenn die Ergebnisse auf andere Kontexte übertragen werden. Hervorzuheben sind darüber hinaus folgende Limitationen und Forschungsdesiderata:

1. *Fokus auf mathematische Inhalte und Arbeitstätigkeiten:* Bei der Frage danach, über welche mathematischen Lernvoraussetzungen sich Schulen und Hochschulen abstimmen sollen, wurden nur mathematische Inhalte und mathematische Arbeitstätigkeiten diskutiert. Zwar wird der Fokus zu mathematischen Lernvoraussetzungen am Übergang Schule–Hochschule häufig auf Inhalte und Arbeitstätigkeiten gelegt (z. B. Müller et al., 2018; Rach & Ufer, 2020), in der MaLeMINT-Studie wurden jedoch auch Vorstellungen über Mathematik als wissenschaftliche Disziplin und weitere personenbezogene Merkmale als notwendige Lernvoraussetzungen angegeben (Neumann et al., 2017). Somit ist noch zu überprüfen, wie die Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen für diese Lernvoraussetzungen gelingen kann.
2. *Fokus auf das erste Studienjahr:* Bei der Abstimmung von Schulen und Hochschulen wurde das erste Hochschulsesemester in den Vordergrund gestellt, da dieses in Bezug auf den Übergang die höchste Relevanz hat. Als offene Frage bestehen bleibt, ob in höheren Semestern mathematische Lernvoraussetzungen erwartet werden, die im ersten Studienjahr nicht relevant sind. Im Hinblick darauf, dass der Studienabbruch im MINT-Bereich normalerweise bereits innerhalb des ersten Jahres erfolgt (Heublein et al., 2017), ist aber davon auszugehen, dass Lernvoraussetzungen für höhere Semester zu vernachlässigen sind.
3. *Fokus auf allgemeinbildende Gymnasien:* Im Rahmen der Arbeitstagungen (Phasen 1 und 3) merkten Lehrende an beruflichen Gymnasien bei einigen MaLeMINT-Lernvoraussetzungen an, dass diese in der Regel an beruflichen Gymnasien nicht oder nicht so umfassend wie an allgemeinbildenden Gymnasien adressiert werden. Gleichermaßen wurde von Lehrenden an Fachhochschulen geäußert, dass sie einige Aspekte aus dem MaLeMINT-Katalog nicht oder nicht so umfassend erwarten wie Universitäten. Da Absolventinnen und Absolventen von beruflichen Gymnasien vermutlich eher an eine Fachhochschule übertreten als an eine Universität, wäre vor diesem Hintergrund eine spezifische Abstimmung zwischen diesen beiden Institutionen anzudenken.

4. *Aufgabeneinsatz als Test*: Etwa die Hälfte der entwickelten Aufgaben wurde in einer Testung eingesetzt. Dieser Einsatz war bei der Aufgabenentwicklung nicht intendiert. Konzipiert wurden die Aufgaben vielmehr so, dass eine korrekte Lösung erst nach kurzer Auffrischung erwartet wird. Entsprechend könnte eine Evaluation streng gemäß der Intention der Aufgaben erst in einigen Jahren vorgenommen werden, wenn die Aufgaben veröffentlicht sind, Schulen und Hochschulen ggf. ihre Anforderungen an diese angepasst haben und Studieninteressierte die Gelegenheit hatten, diese zu bearbeiten und ggf. Lücken in ihrem Wissen und Können durch kurze Auffrischung zu schließen. Auch wenn der hier umgesetzte Aufgabeneinsatz als Test somit nicht als ideal zu bezeichnen ist, liefert er doch erste Hinweise, ob eine Abstimmung auf Mindestanforderungen gelungen ist, was sonst erst in einigen Jahren überprüfbar gewesen wäre.

5. *Relevanz der entwickelten Aufgaben für die Mathematik Klausuren der Hochschule*: Einige entwickelte Aufgaben wurden daraufhin geprüft, inwiefern sie in ihrer Gesamtheit prädiktiv für den MINT-Studienerfolg im ersten Semester sind. Dabei zeigten sich studiengangsspezifische Unterschiede. Anzumerken ist, dass nur eine Studierendenkohorte an der Universität Kiel untersucht wurde und in einigen Studiengängen nur kleine Stichproben realisiert werden konnten, da bei weniger als der Hälfte der Studierenden, die am Eingangstest teilgenommen haben, auch Klausurergebnisse vorlagen. Hier sind weitere Studien, u. a. an Fachhochschulen nötig, um ein klareres Bild zu bekommen. Auffällig war darüber hinaus die große Diskrepanz zwischen den im Durchschnitt sehr guten Testergebnissen der Mathematikstudierenden bei gleichzeitig schlechter Bestehensquote in den Klausuren (Tab. 4.3). Eine sich hier anschließende Frage ist, welche Lernvoraussetzungen besonders relevant für diese Studierenden sind. Diese Frage ist auch interessant für alle weiteren untersuchten MINT-Studiengänge. Um ihr genauer nachzugehen und inhaltliche Schnittmengen zwischen den Aufgaben und den Vorlesungsinhalten zu ermitteln, erscheinen weiterführende Studien angebracht, die eine empirisch inhaltliche Analyse z. B. der Modulkataloge, Vorlesungsskripte und Klausuren vornehmen. Darüber hinaus kann in diesem Kontext die empirische Prädiktivität einzelner Aufgaben sowohl für die Klausurleistung im ersten Semester verschiedener Studiengänge, als auch andere Maße für Studienerfolg, beispielsweise der erfolgreiche Studienabschluss untersucht werden.

6. *Inhaltliche Analyse der entwickelten Aufgaben und Passung zu den MaLeMINT-Lernvoraussetzungen*: Im Rahmen der vorgestellten Projektevaluation wurde bisher keine inhaltliche Analyse der entwickelten Aufgaben vorgenommen und auch nicht überprüft, inwiefern aus mathematikdidaktischer Expertensicht je-

weils eine Passung zwischen entwickelter Aufgabe und zugehöriger MaLeMINT-Lernvoraussetzung vorliegt. Entsprechende Analysen können sich kanonisch an das vorgestellte Projekt anschließen und Hinweise geben, wie Mathematiklehrkräfte von Schulen und Hochschulen die MaLeMINT-Lernvoraussetzungen verstehen, woraus wiederum Rückschlüsse gezogen werden könnten, wie die beiden Institutionen miteinander kommunizieren können.

7. *Fokus auf Aufgaben*: Nicht zuletzt ergibt sich eine Einschränkung der Abstimmung zwischen Schule und Hochschule daraus, dass diese im vorgestellten Projekt anhand einer gemeinsamen Aufgabenentwicklung vollzogen wurde. Es hat sich zwar gezeigt, dass dieses Vorgehen dazu geeignet ist, die gesetzten Projektziele zu erreichen, d. h. Schulen und Hochschulen zu einem Dialog über erwartete und zu erzielende Lernvoraussetzungen anzuregen, sich auf einen Konsens zu verständigen und dabei auch die jeweils andere Perspektive und Fachkultur kennenzulernen. Nichtsdestotrotz wäre es wünschenswert, wenn die entwickelten Aufgaben in Zukunft auch von Studieninteressierten genutzt werden und zu einer nachhaltigen Verbesserung des Übergangs Schule–Hochschule beitragen (vgl. Punkt 4). Hierzu müssen sowohl Schulen als auch Hochschulen die Aufgaben als Lernangebot aktiv an potenzielle MINT-Studierende kommunizieren und ihre jeweilige Lehre auf den vereinbarten Konsens abstimmen (vgl. Abschnitt 4.6.3).

4.6.3 Ausblick

Trotz der angeführten Limitationen kann das vorgestellte Projekt einen Beitrag für die Verbesserung des Übergangs Schule–Hochschule leisten. Es wurde in einem Bundesland eine Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen auf eine gemeinsame Basis erwarteter mathematischer Lernvoraussetzungen für ein MINT-Studium erreicht. Da sich in der dritten Projektphase zeigte, dass die eigene Entwicklung von Aufgaben nicht zwingend für eine erfolgreiche Abstimmung notwendig ist, können andere Bundesländer auf den in Schleswig-Holstein entwickelten Aufgabenkatalog als Basis zurückgreifen. Da dieser auf den MaLeMINT-Lernvoraussetzungen aufbaut, sollten weite Teile der konkretisierten mathematischen Lernvoraussetzungen für alle Bundesländer relevant und damit zentral für eine Abstimmung zwischen Schulen und Hochschulen sein. Je nach Bedarf kann der Aufgabenkatalog zudem an die eigenen Lehrpläne und ggf. hochschulspezifischen Studienanforderungen angepasst werden, indem Aufgaben ergänzt, abgeändert oder verworfen werden. Die vorgestellte Studie bietet somit Ansatzpunkte, langfristig auch bundesweit wie von den Fachverbänden DMV, GDM & MNU (2019) gefordert, eine Abstimmung darüber anzuregen, welche mathematischen Lernvoraussetzungen von Hochschulen erwartet

werden und von Schulen erzielt werden können.

Darüber hinaus liefert das vorgestellte Projekt auch eine Konkretisierung für die Ergebnisse der MaLeMINT-Studie selbst. Zum einen stellen die Aufgaben eine Präzisierung der MaLeMINT-Lernvoraussetzungen dar, die in einem nächsten Schritt noch einmal bundesweit von Hochschullehrenden zu validieren wäre. Zum anderen stützen die Befunde dieses Projektes die im MaLeMINT-Katalog vorgenommene Unterscheidung nach verschiedenen Studienganggruppen sowie Hochschulart. Während für die meisten MaLeMINT-Lernvoraussetzungen ein Konsens zwischen allen MINT-Fächern sowie Hochschularten gefunden werden konnte, zeigten sich bei einzelnen Lernvoraussetzungen Unterschiede zwischen dem Studiengang Mathematik und den INT-Studiengängen oder zwischen Universitäten und Fachhochschulen (Neumann et al., 2017). Auch die Ergebnisse der hier berichteten quantitativen Erprobung der Aufgaben legen nahe, dass Unterschiede zwischen verschiedenen Studiengängen in Bezug darauf bestehen können, was Mindestanforderungen sind. Rückmeldungen der Teilnehmenden wiesen zudem auf teils abweichende Anforderungen an Universitäten und Fachhochschulen sowie beruflichen und allgemeinbildenden Gymnasien hin. Dies kann sowohl in weiterführender Forschung adressiert werden (vgl. Limitation/Forschungsdesiderat 5) als auch auf praktischer Ebene in einem weiteren Abstimmungsprozess, welcher nach Studienfächern oder (Hoch)-Schulart differenziert (vgl. Limitation 3).

Zuletzt sei herausgestellt, dass das vorgestellte Projekt ein Beispiel für die mathematikdidaktische Forschung liefert, wie Abstimmungsprozesse zwischen Bildungseinrichtungen wissenschaftlich begleitet und evaluiert werden können. Nach den wertvollen ersten Praxisansätzen von *cosh* und *IGeMa* kann anhand der in diesem Projekt generierten Ergebnisse zu Gelingensbedingungen nun eine systematische Begleitung der Abstimmung zwischen Schule und Hochschule in anderen Bundesländern unterstützt werden. Wird darüber hinaus eine Variation einzelner Gestaltungselemente evaluiert, können weitere Erkenntnisse über Merkmale eines erfolgreichen Designs erzielt werden. Mögliche Variationen ergeben sich dabei aus den oben aufgeführten Limitationen und Forschungsdesideraten (z. B. Ausweitung der abzustimmenden Lernvoraussetzungen).

Haben sich Schulen und Hochschulen – wie jetzt in Schleswig-Holstein – auf einen gemeinsamen Konsens erwarteter mathematischer Lernvoraussetzungen verständigt, kann in einem nächsten Schritt begonnen werden, diese Erwartungen auch konsistent an Studieninteressierte zu kommunizieren. Da die Erwartungen im vorgestellten Design bereits als Aufgaben vorliegen, können diese leicht von Schulen und Hochschulen veröffentlicht werden, sodass Studieninteressierte eine konkrete Orientierung erhalten, was von ihnen auf Basis ihrer Hochschulzugangsberechtigung erwartet wird. Somit können neben den beteiligten Bildungsinstitutionen in einem nächs-

ten Schritt auch die Studieninteressierten mit in die Kommunikation zum Übergang Schule–Hochschule eingebunden werden, sodass den hohen Studienabbruchzahlen im MINT-Bereich langfristig systematisch entgegengewirkt werden kann.

Zusatzmaterial online Zusätzliche Informationen sind in der Online-Version dieses Artikels (<https://doi.org/10.1007/s13138-022-00211-z>) enthalten.

Danksagung Wir danken allen beteiligten Mathematiklehrkräften und Hochschullehrenden für ihre Mitwirkung an dem Projekt. Besonderer Dank gilt Dr. Kai Niemann (MBWK) und Helmut Mallas (IQSH) für die Unterstützung bei der Organisation und dem MBWK für die Finanzierung der beiden Arbeitstagungen.

5 | Studie 2

Der folgende Beitrag wurde am 25. Juli 2020 erstmals eingereicht und in der untenstehenden Fassung am 14. Mai 2022 im begutachteten Sammelband **Professionsorientierte Fachwissenschaft. Kohärenzstiftende Lerngelegenheiten für das Lehramtsstudium Mathematik**, herausgegeben von V. Isaev, A. Eichler und F. Loose, veröffentlicht (DOI: 10.1007/978-3-662-63948-1_6).

Typisierung von Aufgaben zur Verbindung zwischen schulischer und akademischer Mathematik

Birke-Johanna Weber & Anke Lindmeier

Zusammenfassung An vielen Hochschulen werden im Lehramtsstudium mittlerweile Aufgaben eingesetzt, welche gezielt Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik adressieren. Bisher ist jedoch kaum beschrieben, welche Zielsetzungen mit Blick auf den Wissenserwerb der Studierenden mit diesen Aufgaben – sogenannten Lehramtsaufgaben – genau verfolgt werden und inwiefern Studierende diese Aufgaben entsprechend nutzen können. In dieser Studie wurden daher Lehramtsaufgaben von acht Hochschulen dahingehend analysiert, inwiefern sie für Studierende Anregungen zum Herstellen von Bezügen zwischen schulischer und akademischer Mathematik enthalten. Ergänzend wurde an Studierendenbearbeitungen untersucht, ob das Herstellen von Bezügen Studierenden gelingt. Als Referenzrahmen wurde hierfür das Konstrukt *schulbezogenes Fachwissen* (SRCK, Dreher et al., 2018) verwendet. Es zeigt sich, dass ein Großteil der Aufgaben SRCK adressiert und sich die entsprechenden Prozesse auch in Studierendenbearbeitungen identifizieren lassen. Dennoch gibt es Hinweise darauf, dass das Herstellen von Bezügen Studierenden nicht selten Probleme bereitet. Aus den Ergebnissen werden Ansatzpunkte zur Weiterentwicklung der Lehramtsaufgaben abgeleitet.

5.1 Einleitung

Seit über einhundert Jahren wird in der Mathematik das Problem der doppelten Diskontinuität (Klein, 1908) und die damit verbundene Frage diskutiert, welches Fachwissen Mathematiklehrkräfte benötigen. Dass es genügt, nur die Hochschulmathematik zu lernen und sich Bezüge zur Schulmathematik anschließend von allein einstellen (sogenannte *intellectual trickle-down-Annahme*, vgl. Wu, 2011), wurde bereits vielfach angezweifelt (z. B. Bauer, 2013a; Wu, 2018). Die Rede von den „verschiedenen Welten“ der akademischen Mathematik und Schulmathematik lässt sich entlang mehrerer Merkmale (z. B. Begriffserwerb, Zielsetzungen) theoretisch gut beschreiben (für einen Überblick siehe z. B. Fischer et al., 2009; Rach et al., 2016). Mittlerweile liegen auch erste empirische Ergebnisse vor, die Anhaltspunkte liefern, dass die *intellectual trickle-down-Annahme* nicht haltbar ist (Hoth et al., 2020). Eine Maßnahme, die an vielen deutschen Hochschulstandorten gezielt umgesetzt wird, um schon beim Erwerb der Hochschulmathematik der doppelten Diskontinuität zu begegnen, ist der Einsatz sogenannter Lehramts-/Schnittstellen-/Vernetzungsaufgaben¹ im Fachstudium (z. B. Ableitinger et al., 2013; Bauer, 2013a; Eichler & Isaev, 2017; Leufer & Prediger, 2007). Bislang wurde der Fokus neben der Entwicklung solcher Lehramtsaufgaben zunächst auf organisatorische Fragen der Einbettung in den Übungsbetrieb gelegt. So wurden wichtige Impulse zur Innovation der Lehramtsausbildung im Fach gesetzt. Seltener wurde bisher jedoch bearbeitet, welche Zielsetzungen mit Blick auf den Wissenserwerb der Studierenden genau verfolgt werden und inwiefern Studierende diese Lerngelegenheiten zielführend nutzen können.

Als Referenz- und Analyserahmen für Lehramtsaufgaben sowie zugehörige Bearbeitungen bietet sich das Konstrukt des schulbezogenen Fachwissens (SRCK, Dreher et al., 2018) – eine aktuelle Konzeptualisierung eines berufsbezogenen mathematischen Wissens für Mathematiklehrkräfte – an, da es ältere Ansätze (u. a. „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt“, Klein, 1908) aufgreift und wesentlich ausdifferenziert. Unter Nutzung dieses Referenzrahmens kann durch eine systematische Analyse von Aufgaben und exemplarischen Studierendenbearbeitungen einerseits feinkörniger beschrieben werden, welche Art von professionsspezifischen Fachwissen Lehramtsstudierende durch die Bearbeitung von Lehramtsaufgaben im Studium erwerben können. Andererseits kann überprüft werden, ob diese Aufgaben entsprechende Bearbeitungsprozesse auf Seiten der Studierenden auch anstoßen oder möglicherweise Hürden bestehen, welche es bei der Weiterentwicklung von Lehramtsaufgaben zu berücksichtigen gilt.

Vor diesem Hintergrund verfolgt die vorliegende Studie das Ziel, mithilfe des SRCK als Referenzrahmen Gestaltungsmerkmale von Lehramtsaufgaben systema-

¹Im Folgenden verwenden wir den Begriff *Lehramtsaufgaben*, um die Professionsorientierung dieser Lerngelegenheiten hervorzuheben.

tisch zu beschreiben und so eine Diskussionsgrundlage für die Weiterentwicklung dieser Aufgaben zum Aufbau eines adäquaten fachlichen Professionswissens zu legen.

5.2 Theoretischer Hintergrund

In diesem Kapitel werden zunächst kognitive und motivational-affektive Zielsetzungen referiert, die speziell dem Einsatz von Lehramtsaufgaben in den Übungen fachwissenschaftlicher Veranstaltungen für Lehramtsstudierende zugrunde liegen. Auf dieser Grundlage zeigen wir dann, dass SRCK sich als rahmende Referenz für die kognitiven Zielsetzungen eignet. Abschließend werden in diesem Abschnitt bestehende Ansätze zur Aufgabenanalyse vorgestellt sowie die Forschungsfragen abgeleitet.

5.2.1 Zielsetzungen von Lehramtsaufgaben

Lehramtsaufgaben wurden eingeführt, um das Problem der doppelten Diskontinuität (Klein, 1908) abzumildern. Dies besagt, dass zukünftige Lehrkräfte beim Eintritt in die Hochschule die „mathematische Welt“ der Schule nicht wiedererkennen und somit nicht an ihr schulisches Vorwissen anknüpfen können (1. Diskontinuität). Umgekehrt gelingt es ihnen beim späteren Eintritt in den Schuldienst nicht, ihr hochschulisches Fachwissen mit der Schulmathematik in Verbindung zu bringen (2. Diskontinuität). Besteht das Problem der doppelten Diskontinuität, so besteht auch die Gefahr, dass Lehrkräfte ihr Hochschulwissen nicht wirksam anwenden können und in ihr altes Schulwissen verfallen (Wu, 2011). Entsprechend der Problembeschreibung zeichnen sich auch bei der Zielsetzung von Lehramtsaufgaben unterschiedliche Schwerpunkte ab, wobei man den (1) Fokus erste Diskontinuität/inhaltliche Schnittstellen zwischen Schule und Hochschule, den (2) Fokus zweite Diskontinuität/expliciter Berufs-feldbezug sowie einen weiter gefassten (3) Fokus Studienzufriedenheit identifizieren kann.

Beim Fokus auf die erste Diskontinuität wird vor allem intendiert, das Vorwissen der Studierenden aufzugreifen, um Beziehungen zu bereits bekannten Inhalten herzustellen (z. B. Ableitinger et al., 2013; Bauer, 2013a). Die Bezüge, die hierbei aufgebaut werden, sind dabei ausdrücklich nicht nur für Lehramtsstudierende sinnvoll, sondern können ebenso Hauptfachstudierenden im Sinne des Spiralprinzips (Bruner, 1970) helfen, auf ihren schulischen Vorkenntnissen aufzubauen und das Schulwissen in ihr neu erworbenes Hochschulwissen einzuordnen. Entsprechend werden derartige Aufgaben an einigen Hochschulen neben den Lehramtsstudierenden auch den Hauptfachstudierenden zur Verfügung gestellt (z. B. Hoffmann & Biehler, 2017). Zielsetzungen beziehen sich in dieser Perspektive vor allem auf den Erwerb eines qualitativ hochwertigen akademisch-mathematischen Wissens. Dieses kann z. B.

mithilfe des Literacy-Modells nach Bauer und Hefendehl-Hebeker (2019), welches auf Macken-Horarik (1998) zurückgeht, näher beschrieben werden. Das Modell umfasst insgesamt vier hierarchisch angeordneten Stufen: (1) *everyday* (Alltagswissen, z. B. Bruchrechnung), (2) *applied* (spezialisierte Anwendung mathematischer Verfahren, z. B. Differenzialrechnung ohne Betrachtung theoretischer Aspekte), (3) *theoretical* (disziplinäres Wissen, z. B. Kenntnis von Definitionen und Sätzen und deren Beziehungen untereinander) und (4) *reflexive literacy* (Wissen über spezifische Arbeitsweisen und Gepflogenheiten der Disziplin Mathematik). Ein qualitativ hochwertiges Fachwissen von Lehramtsstudierenden umfasst idealerweise alle vier Stufen (für eine lehramtsbezogene Konkretisierung der Literacy-Stufen siehe Beitrag von Bauer (2022) in diesem Band).

Wird demgegenüber in Lehramtsaufgaben die zweite Diskontinuität fokussiert, steht der direkte Berufsbezug im Aufgabenkern (z. B. Isaev & Eichler, 2017; Prediger, 2013; Schadl et al., 2019). Ziel ist hierbei die Nutzbarmachung des akademischen Fachwissens für den schulischen Berufsalltag. Die Studierenden werden somit vorrangig als angehende Lehrkräfte angesprochen und weniger in ihrer Rolle als ehemalige Schülerinnen und Schüler, wie es bei Aufgaben zur Überwindung der ersten Diskontinuität der Fall ist.

Neben diesen Zielen auf kognitiver Ebene wird die Erhöhung der Studienzufriedenheit von Lehramtsstudierenden als ein Ziel in Verbindung mit Lehramtsaufgaben gebracht (z. B. Isaev & Eichler, 2017; Schadl et al., 2019). Dabei wird wiederum angenommen, dass sich eine erhöhte Studienzufriedenheit aus der Abmilderung der Diskontinuitäten ergeben kann, wobei sich die zugehörigen Wirkannahmen spezifischer beschreiben lassen: Zum einen sollen Aufgaben, die an schulische Inhalte anknüpfen (Fokus erste Diskontinuität) stärker die Interessen von Lehramtsstudierenden ansprechen als Aufgaben, die sich ausschließlich auf akademische Mathematik beziehen (Ufer et al., 2017; erste Studienergebnisse dazu, welche Lehramtsaufgaben als interessant wahrgenommen werden, stellt Rach (2022b) in diesem Band vor). Zum anderen geht man davon aus, dass Aufgaben mit Fokus auf der zweiten Diskontinuität es Lehramtsstudierenden ermöglichen, die Relevanz und Nützlichkeit der akademischen Mathematik für den späteren Berufsalltag zu erkennen (für erste empirische Studien hierzu siehe Beitrag von Isaev et al. (2022) in diesem Band). Sie kann damit idealerweise als sinnstiftend erlebt werden, was wiederum zu höherer Studienzufriedenheit beiträgt (Leufer & Prediger, 2007). Zu bemerken ist, dass viele Standorte mehrere der angeführten Ziele verfolgen, die sich, wie dargelegt, auch nicht ausschließen. Was bisher allerdings fehlt, ist eine rahmende Klammer, welche die Ziele auf kognitiver Ebene stringent zu fassen vermag. Als Referenzrahmen dafür bietet sich, wie eingangs skizziert, das Konstrukt schulbezogenes Fachwissen (SRCK) an, da dieses eine aktuelle Konzeptualisierung professionsspezifischen

Wissens für Mathematiklehrkräfte darstellt und dieses differenziert als Wissen über Zusammenhänge zwischen Schul- und Hochschulmathematik beschreibt, wie im Folgenden zusammenfassend dargelegt wird.

5.2.2 Schulbezogenes Fachwissen als Teil des Lehrerprofessionswissens

Neben dem Fachwissen und dem fachdidaktischen Wissen (Shulman, 1986) bildet das schulbezogene Fachwissen (SRCK) eine Komponente des fachspezifischen Professionswissens von Lehrkräften. Das Konstrukt SRCK beschreibt dabei ein konzeptuelles Fachwissen über Zusammenhänge zwischen schulischer und akademischer Mathematik, wobei drei Facetten unterschieden werden. Neben Zusammenhängen in bottom-up sowie top-down Richtung umfasst es Wissen über den fachsystematischen Aufbau der Schulmathematik sowie über die zugehörigen Legitimationen (curriculare Facette, Dreher et al., 2018). Zusammenhänge werden beispielsweise dann in bottom-up Richtung analysiert, wenn schulische Elemente wie eine Schulbuchaufgabe im Lichte der dahinterliegenden akademischen Mathematik betrachtet werden sollen. Umgekehrt wird Wissen in top-down Richtung benötigt, um ausgehend von der Hochschulmathematik adäquate Zugänge oder Inhalte für den schulischen Rahmen auszuwählen und für den Unterricht aufzubereiten. Beispielsweise gibt es aus akademischer Sicht mehrere Möglichkeiten, die reellen Zahlen \mathbb{R} aus den rationalen Zahlen \mathbb{Q} zu konstruieren (topologischer Abschluss, Cauchy-Folgen, Intervallschachtelung, Dedekindsche Schnitte). Eine adäquate Reduktion in top-down Richtung bestünde in der Auswahl der Intervallschachtelung als Zugang für den Schulunterricht und dessen Umsetzung. Die dritte Facette – das curriculare Wissen – umfasst Wissen über den fachsystematischen Aufbau der Schulmathematik und dahinterliegende Begründungen aus der akademischen Mathematik. Adressiert wird diese Facette beispielsweise, wenn Lehrkräfte Wissen über den kumulativen Erwerb eines mathematischen Konzeptes (z. B. Unendlichkeit) im Verlauf verschiedener Klassenstufen nutzen, um im Sinne des Spiralprinzips altersadäquate Vorstellungen anzusprechen. Für weitere Beispiele und Erläuterungen zu dem Konstrukt sei auf Heinze et al. (2016) sowie Heinze et al. (2017) verwiesen. Zudem findet sich bei Dreher et al. (2018) eine ausführliche Einordnung in und Abgrenzung von bestehenden Konstrukten zum Lehrerprofessionswissen, in der auch deutlich wird, inwiefern SRCK noch ältere Ansätze (u. a. Klein, 1908) anschlussfähig ausdifferenziert. Anders als viele CK-Konzeptualisierungen umfasst das SRCK etwa explizit auch Wissen über die Schulmathematik und insbesondere Wissen über ihre (nicht-trivialen) Zusammenhänge zur akademischen Mathematik. Von PCK grenzt sich das SRCK vor allem dadurch ab, dass es ein rein fachliches Wissen ist, also etwa kein Wissen über Schü-

lerkognitionen oder didaktisches Aufgabenpotenzial umfasst (Heinze et al., 2016).

5.2.3 Forschungsfragen

Als Lehramtsaufgaben wurden in den letzten Jahren zahlreiche interessante Aufgabenformate vorgestellt und Bezüge zwischen schulischer und akademischer Mathematik in unterschiedlichen Inhaltsbereichen herausgearbeitet. Es mangelt jedoch noch an empirischen Erkenntnissen, welche Formate typisch sind und welche Anregungen Studierende zur Herstellung von Bezügen zwischen Schul- und Hochschulmathematik durch sie erhalten. Neben der Charakterisierung von Aufgabenformaten eignet sich zur Beschreibung der kognitiven Anforderungen wie dargelegt das professionsspezifische Wissenskonstrukt schulbezogenes Fachwissen. Vor diesem Hintergrund schlagen wir vor, Lehramtsaufgaben mit Hilfe dieses Konstrukts genauer zu beschreiben. Die Forschungsfragen sind entsprechend:

FF1: Wie sind derzeit verwendete Lehramtsaufgaben gestaltet? Welche typischen Aufgabenklassen lassen sich ermitteln?

FF2: Inwiefern adressieren die derzeit verwendeten Lehramtsaufgaben die drei Facetten des SRCK?

Für die Forschungsfragen 1 und 2 bietet sich eine systematische Analyse der Lehramtsaufgaben mithilfe eines erprobten Kategoriensystems an. Dabei kann einerseits auf Studien, die zu schulischen Aufgaben durchgeführt wurden, zurückgegriffen werden, insbesondere auf die Studien TIMSS-Video (Neubrand, 2002) und COACTIV (Jordan et al., 2006). Andererseits wurden auch im Rahmen der Hochschule mittlerweile erste Aufgabenanalysen durchgeführt, deren Kategoriensysteme in Teilen für die Analyse von Lehramtsaufgaben anwendbar sind. Rach et al. (2014) passten beispielsweise die Typen mathematischen Arbeitens aus COACTIV für den Hochschulkontext an und Weber und Lindmeier (2020a) entwickelten aufbauend auf TIMSS und COACTIV ein Klassifikationssystem, um die mathematischen Anforderungen von Übungsaufgaben der Hochschulmathematik erfassen zu können. Davon ausgehend haben Weber und Lindmeier (2020b) für die hier vorgestellte Studie ein Kategoriensystem für Lehramtsaufgaben entwickelt, welches neben allgemeinen Gestaltungsmerkmalen einerseits die Art der thematisierten Bezüge und andererseits die innermathematischen Anforderungen abbildet. In einer Vorstudie zeigte sich, dass das Kategoriensystem geeignet erscheint, um die in den Lehramtsaufgaben adressierten Bezüge zu explizieren.

Da über den Umgang mit Lehramtsaufgaben bisher wenig bekannt ist stellt sich ferner die Frage, inwiefern Lehramtsaufgaben, die theoretisch Lerngelegenheiten für SRCK sein könnten, tatsächlich als solche genutzt werden. Damit ergibt sich als dritte Forschungsfrage:

FF3: Finden sich in Bearbeitungen von Lehramtsaufgaben Hinweise auf die Nutzung eines schulbezogenen Fachwissens?

Zur Beantwortung der Frage sollen exemplarisch Studierendenbearbeitungen nach Hinweisen auf die Nutzung von SRCK untersucht werden. Die Aufgabenbearbeitungen können einerseits illustrieren, inwiefern Zusammenhänge im Sinne des SRCK hergestellt werden, andererseits erlauben sie Rückschlüsse, ob Hürden für die Aktivierung von SRCK ggf. bestehen.

5.3 Methoden

5.3.1 Stichprobe

Zur Beantwortung der ersten beiden Forschungsfragen wurde eine systematische Analyse von Lehramtsaufgaben, die bereits im Hochschulkontext eingesetzt wurden, durchgeführt. In die Stichprobe wurde von verschiedenen Hochschulen jeweils ein Semestersatz von Lehramtsaufgaben aufgenommen. Für eine möglichst gute Vergleichbarkeit der Aufgaben wurden das Inhaltsgebiet Analysis sowie Studiengänge für das gymnasiale Lehramt fokussiert. Es wurden dabei sowohl Standorte miteinbezogen, die eine eigene Analysis-Vorlesung für Lehramtsstudierende anbieten, als auch solche, welche in der Vorlesung mehrere Studiengänge berücksichtigen. Insgesamt ergeben sich als Datengrundlage $N = 88$ Lehramtsaufgaben von acht verschiedenen Hochschulstandorten. Die Aufgaben sind größtenteils unveröffentlicht und wurden auf Anfrage von den Verantwortlichen der jeweiligen Hochschule für diese Studie zur Verfügung gestellt. Eine Übersicht über die Stichprobe findet sich in Tab. 5.1.

5.3.2 Kategoriensystem zur Aufgabenanalyse

Klassifiziert wurden die Lehramtsaufgaben regelgeleitet mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2010). Das hier verwendete Kategoriensystem umfasst neun, größtenteils deduktiv abgeleitete Kategorien und wurde in einer eigenen Vorstudie ausgeschärft und erprobt (Weber & Lindmeier, 2020b). Im Rahmen dieser Vorstudie wurde als Analyseeinheit jeweils eine Lehramtsaufgabe betrachtet, die wiederum mehrere Teilaufgaben umfassen konnte. Jedoch zeigte sich, dass unterschiedliche Teilaufgaben einer Lehramtsaufgabe mitunter sehr verschieden gestaltet sind und insbesondere verschiedene SRCK-Facetten adressieren. Infolgedessen wurde im Rahmen dieser Untersuchung jeweils eine Teilaufgabe als Analyseeinheit gewählt, um eine möglichst differenzierte Abbildung der Aufgabenmerkmale zu erreichen. Insgesamt ergibt sich somit eine Stichprobengröße von $N_T = 235$ Teilaufgaben, die jeweils hinsichtlich der in Tab. 5.2 dargestellten Kategorien beurteilt wurden. Die

Tab. 5.1 Stichprobe der analysierten Lehramtsaufgaben sowie Rahmenbedingungen, unter denen die Aufgaben eingesetzt wurden. Aufgaben, die vorrangig in der Fachdidaktik entstanden sind, sind jeweils in Abstimmung mit den verantwortlichen Dozierenden der Fachwissenschaft in den Übungsbetrieb eingegangen

Standort	Anzahl		Zielgruppe(n) der Vorlesung ^a	Fachsem. ^b	Fachgebiet AufgabenentwicklerInnen	Turnus Lehraufgaben
	Aufg.	Teilaufg.				
A	4	5	LAG, HFM	1	Fachdidaktik	Unregelmäßig
B	13	42	LAG, HFM	3	Fachdidaktik	1 Aufgabe pro Blatt
C	13	33	LAG, LAB, HFM, HFP	3	Fachdidaktik	1 Aufgabe pro Blatt
D	12	24	LAG, LAB, HFM	1	Fachdidaktik	1 Aufgabe pro Blatt
E	20	66	LAG, HFM, HFP	3	Fachwissenschaft & Fachdidaktik	2 Aufgaben pro Blatt
F	7	26	LAG	1	Fachdidaktik	1 Aufgabe alle zwei Blätter
G	3	11	LAG, LAB, HFM, HFI	3	Fachdidaktik	Unregelmäßig
H	16	28	LAG, LAS	4	Fachwissenschaft	1-2 Aufgaben pro Blatt
Σ	88	235				

^aZur Erläuterung: HFI: Hauptfachstudierende Informatik, HFM: Hauptfachstudierende (Wirtschafts-)Mathematik, HFP: Hauptfachstudierende Physik, LAB: Lehramt für Berufsschulen, LAG: Lehramt für Gymnasien/Sekundarstufe II, LAS: Lehramt für Sekundarstufe I.

^bVorgesehenes Fachsemester laut Modulplan jeweils für den Studiengang „Lehramt für Gymnasien/Sek. II“.

Kodierung wurde von der Erstautorin mithilfe eines umfassenden Kodiermanuals vorgenommen.

In den Kategorien A und B wurde die dominante sowie weitere auftretende SRCK-Facetten vermerkt. Kategorie C umfasst Elemente, die genutzt werden, um eine explizite Verbindung zwischen Schul- und Hochschulmathematik herzustellen. Bei mehreren auftretenden Elementen wurde dasjenige kodiert, welches zuerst in der Aufgabe verwendet wurde. Die Ausprägung 5 – *prosaische Kontextualisierung* ist dabei als schwächster Schulbezug zu werten. Dieser ist z. B. durch einen Einleitungssatz gegeben, welcher informiert, dass ein Thema auch in der Schule behandelt wird, wobei diese Information anschließend nicht weiter aufgegriffen wird.

Die Wissensbereiche, die jeweils zur Lösung der Aufgabe herangezogen werden müssen, wurden in der Kategorie D festgehalten. Mathematische Elemente wurden jeweils der Schulmathematik zugeordnet, wenn sie sich in den Bildungsstandards/Fachanforderungen fanden, andernfalls wurden sie der Hochschulmathematik zugeschrieben. Fachdidaktisches Wissen wurde dann kodiert, wenn Schülerkognitionen zu betrachten waren oder Inhalte der Fachanforderungen bekannt sein mussten. In Kategorie E wurde festgehalten, welche Arbeitsanforderungen in den Aufgaben

jeweils angesprochen wurden.

Tab. 5.2 Verwendetes Kategoriensystem zur Analyse der Lehramtsaufgaben

Kategorie (Quelle)		Ausprägung
A – dominante SRCK-Facette (Dreher et al., 2018)		1 – top-down, 2 – bottom-up, 3 – curricular, 4 – nicht zuzuordnen
B – weitere SRCK-Facetten (Dreher et al., 2018)	a. top-down, b. bottom-up c. curricular	Jeweils: 0 – nicht vorhanden, 1 – vorhanden
C – expliziter Schulbezug (Eigenentwicklung)		0 – nicht vorhanden, 1 – Schul(buch)aufgabe, 2 – Schüleräußerung, 3 – schulischer Zugang/Definition, 4 – schülergerechte Antwort, 5 – prosaische Kontextualisierung, 6 – anderer Schulbezug
D – Wissensbereich (adaptiert nach COACTIV)	a. Schulmathematik b. Hochschulmathematik c. Fachdidaktik	Jeweils: 0 – nicht benötigt, 1 – benötigt
E – Arbeitsanweisungen (adaptiert nach TIMSS)	a. Berechnen, b. Beweisen, c. Veranschaulichen, d. Vergleichen, e. Kontrollieren/korrigieren, f. Beurteilen/diskutieren, g. Interpretieren/explorieren, h. Lernziele/Leitideen/Grundvorstellungen zuordnen, i. (prosaisch) Erläutern, j. Formalisieren, k. Vorwissen benennen, l. Klassenstufe zuordnen, m. Material entwickeln, n. Schülergerecht beantworten, o. Beispiele angeben	Jeweils: 0 – nicht gefordert, 1 – gefordert
F – Mathematical Literacy (Bauer & Hefendehl-Hebeker, 2019)		1 – everyday, 2 – applied, 3 – theoretical, 4 – reflexive, 5 – nicht zuzuordnen
G – dominanter Typ mathematischen Arbeitens (Rach et al., 2014)		1 – schematisches Anwenden, 2 – außermathematisches Anwenden, 3 – Beweisen, 4 – Begriffsbildung, 5 – nicht zuzuordnen
H – mathematische Sätze (Weber & Lindmeier, 2020b)		0 – keine Anwendung notwendig, 1 – vorrangig Rechenvorschriften, 2 – ein Satz anzuwenden, 3 – mehrere Sätze anzuwenden
I – (hochschulmathematische) Definitionen (Weber & Lindmeier, 2020b)		0 – keine Anwendung notwendig, 1 – eine Definition anzuwenden, 2 – mehrere Definitionen anzuwenden

In den Kategorien F und G wurden die höchste adressierte Literacy-Stufe (Bauer & Hefendehl-Hebeker, 2019) und der dominante mathematische Arbeitstyp (adaptiert nach Rach et al., 2014) erfasst. Dabei wurden die Arbeitstypen nach Rach et al. (2014) im Rahmen der Vorstudie (Weber & Lindmeier, 2020b) um die Begriffs-

bildung erweitert. Hierunter fallen beispielsweise Aufgaben, in denen ein Begriff definiert werden soll, eine formale Definition mit einer passenden Anschauung zu verknüpfen ist oder verschiedene Definitionen miteinander verglichen werden sollen, wobei der Vergleich über das Aufzeigen/Widerlegen der Äquivalenz hinausgeht. Hervorzuheben ist, dass sich bei einer Analyse herkömmlicher – also nicht lehramtsspezifischer – mathematischer Übungsaufgaben (Weber & Lindmeier, 2020a) die Typen mathematischen Arbeitens nach Rach et al. (2014) als hinreichend auswiesen und keine Ergänzung um weitere Ausprägungen vorgenommen werden musste. Insofern kann man die Arbeitstypen *schematisches Anwenden*, *außermathematisches Anwenden* und *Beweisen* als „herkömmliche“ mathematische Arbeitstypen auffassen, während die ergänzten Ausprägungen vorrangig „nicht-herkömmlich“ zu sein scheinen.

Bezüglich der Literacy-Stufen ist anzumerken, dass in erster Linie die *reflexive literacy* einen Mehrwert zu den Typen mathematischen Arbeitens liefert, während sich die *applied literacy* vollständig mit den schematischen Anwendungsaufgaben deckt und die *theoretical literacy* größtenteils unter den Arbeitstyp Beweisen fällt – ergänzt um einen Teil der Begriffsbildung. Infolgedessen wird bei der Klassifikation in Kapitel 5.4.2 auf die Typen mathematischen Arbeitens zurückgegriffen, da diese empirisch als Kategorien bereits erprobt und in der Mathematikdidaktik theoretisch bisher umfangreicher beschrieben sind als die Literacy-Stufen.

Zuletzt beschreiben die Kategorien H und I, wie viele hochschulmathematische Sätze oder Definitionen zu einer erfolgreichen Aufgabenbearbeitung hinzugezogen werden müssen.

Die 235 Teilaufgaben wurden hinsichtlich des vorgestellten Kategoriensystems beurteilt und klassifiziert, wobei die Klassifikation zunächst kleinschrittig entlang der Teilaufgaben erfolgte, um alle Aufgabentypen in ihrer Breite möglichst gut abbilden zu können. In einem zweiten Schritt wurde eine Kategorisierung der 88 Lehramtsaufgaben durch Aggregation abgeleitet.

5.3.3 Analyse der Studierendenbearbeitungen

Als Ergänzung zur Analyse der Lehramtsaufgaben wurden in einem zweiten Teil der Studie Studierendenbearbeitungen hinsichtlich der Frage untersucht, inwiefern in der Lehramtsaufgabe intendierte Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik von den Lehramtsstudierenden auch tatsächlich hergestellt werden konnten. Hierfür wurden exemplarisch Bearbeitungen von drei verschiedenen Lehramtsaufgaben des Standortes D ebenfalls mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) untersucht. Die Aufgaben wurden auf Basis der Ergebnisse der Aufgabenanalyse ausgewählt und werden in Kapitel 5.4.3 genauer vorgestellt. Analysiert wurde, ob die Bearbeitungen auf den Ebenen der Hochschul- und Schulmathematik korrekt

waren, und, ob ein Bezug zwischen Schul- und Hochschulmathematik erfolgreich hergestellt werden konnte. Erfüllen die Bearbeitungen diese Bedingungen, konnten die Studierenden SRCK bei der Bearbeitung aktivieren und damit die Lerngelegenheit wie intendiert nutzen.

5.4 Ergebnisse

5.4.1 Aufgabenanalyse

Eine Übersicht der relativen Häufigkeiten der einzelnen Ausprägungen findet sich in Tab. 5.3 Aus den Kategorien A und B kann zunächst entnommen werden, dass insgesamt 15 % der 235 Teilaufgaben die top-down Facette adressieren. Bezüge in bottom-up Richtung finden sich dagegen in 42 %, während eine curriculare Perspektive lediglich in 5 % der Teilaufgaben in der Stichprobe angebahnt wird. 46 % der Teilaufgaben ließen sich keiner SRCK-Facette zuordnen – beispielsweise, weil sie keine Hochschulmathematik erfordern (17 % aller Teilaufgaben) oder keinen Schulbezug sowie keine professionsspezifischen Anforderungen adressieren. Zudem weist über ein Drittel der Teilaufgaben (35 %) keinen expliziten Schulbezug auf. Diese Aufgaben sind bis auf sechs auch keiner SRCK-Facette zuzuordnen.²

Mit Blick auf die innermathematischen Anforderungen der Kategorien H und I ist zu bemerken, dass es bei einem Drittel der Aufgaben nicht erforderlich ist, mathematische Sätze oder Definitionen anzuwenden. Darunter fallen zum einen alle Aufgaben, die keine Hochschulmathematik erfordern (Kategorie D), zum anderen vor allem Aufgaben der Arbeitstypen *Begriffsbildung* oder *nicht zuzuordnen* (Kategorie G), die damit nicht zum herkömmlichen Kanon mathematischer Arbeitstypen zählen. Auf Grundlage dieses Befundes sowie der Überlegungen aus Kapitel 5.3.2 wird im Folgenden bei der Aufgabenklassifikation zwischen herkömmlichen und nicht-herkömmlichen Arbeitstypen unterschieden. Als herkömmlich zählen wie in 5.3.2 erläutert alle Rechen- und Beweisaufgaben. Zusätzlich werden hierunter Aufgaben des Typs *Begriffsbildung* gefasst, welche die Arbeitsanweisung *formalisieren* enthalten. In diesen Aufgaben muss zumeist ein Begriff hochschulmathematisch formal definiert werden, was einer herkömmlichen akademischen Arbeitsweise entspricht. Alle übrigen Aufgaben der *Begriffsbildung*, sowie alle Aufgaben, die sich keinem mathematischen Arbeitstyp zuordnen ließen, werden im Folgenden unter dem nicht-herkömmlichen Arbeitstyp subsumiert.

²Die sechs SRCK-Teilaufgaben, die keinen Schulbezug aufweisen, beschäftigen sich mit Grundvorstellungen, ohne dass dies expliziert wird. Es ist möglich, dass im Rahmen der zugehörigen Vorlesung die Rolle von Grundvorstellungen in der Schulmathematik thematisiert wurde, dies lässt sich jedoch nicht aus der Aufgabe schließen.

Tab. 5.3 Übersicht über die relativen Häufigkeiten der Kategorienausrägungen in den 235 Teilaufgaben. In der Stichprobe lagen erwartungsgemäß keine Aufgaben der Literacy-Stufe *everyday* vor. Auch außermathematische Anwendungsaufgaben traten nicht auf. Die beiden Ausprägungen sind in dieser Tabelle daher nicht aufgeföhrt

Kategorie	Ausprägung	Rel. H. (%)	Kategorie	Ausprägung	Rel. H. (%)
A – dominante SRCK-Facette	top-down	11	B – weitere SRCK-Facetten	top-down vorhanden	4
	bottom-up	41		bottom-up vorhanden	1
	curricular	1		curricular vorhanden	4
C – expliziter Schulbezug	nicht vorhanden	35	D – Wissensreich	Schulmathematik benötigt	28
	Schul(buch)aufgabe	11		Hochschulmathematik benötigt	83
	Schüleräußerung	8			
	schulischer Zugang/Def.	25			
	schülergerechte Antwort	8		Fachdidaktik benötigt	6
	prosaische Kontextualisierung	6			
	anderer Schulbezug	6			
F – Mathematical Literacy	applied	27	G – dominanter Typ mathematischen Arbeitens	schematisches Anwenden	27
	theoretical	57		Beweisen	48
	reflexive	5		Begriffsbildung	14
	nicht zuzuordnen	11		nicht zuzuordnen	11
H – mathematische Sätze	keine Anwendung	52	I – (hochschulmath.) Definitionen	keine Anwendung	74
	vorrangig Rechenvorschriften anzuwenden	40		eine Definition anzuwenden	22
	ein Satz anzuwenden	6		mehrere Definitionen anzuwenden	4
	mehrere Sätze anzuwenden	1			

5.4.2 Ermittelte Aufgabenklassen

Die Klassifikation der analysierten Aufgaben wurde zunächst auf Ebene der Teilaufgaben vorgenommen. Anschließend wurden daraus Klassen für die Aufgaben als Ganzes aggregiert.

Klassifikation der Teilaufgaben

Wie eingangs beschrieben, sollte vor allem die Art der thematisierten Bezüge (kognitive Ziele der Lehramtsaufgaben) näher klassifiziert und gleichzeitig die innermathematischen Anforderungen abgebildet werden. Daher wurden die 235 Teilaufgaben in erster Instanz hinsichtlich der beiden Kategorien A – *SRCK* und G – *Typ ma-*

thematischen Arbeitens klassifiziert, wobei die Arbeitstypen wie oben skizziert, in herkömmlich und nicht-herkömmlich unterteilt wurden. Da die SRCK-Facetten top-down und curricular nur einen geringen Anteil der Stichprobe ausmachten, wurde für diese Teilaufgaben keine weitere Untergliederung vorgenommen. Die bottom-up Teilaufgaben sowie Teilaufgaben, die keiner SRCK-Facette zuzuordnen waren, konnten jedoch näher klassifiziert werden.

Bottom-up Teilaufgaben wurden im zweiten Schritt hinsichtlich des explizierten Schulbezugs unterschieden, wobei die Ausprägung *schülergerechte Antwort* bei diesen Teilaufgaben nicht auftrat. Nicht explizierte Schulbezüge wurden ferner mit der Ausprägung *Zugang/Definition* zusammengefasst, da es sich hier ausnahmslos um Grundvorstellungen handelte, welche als schulische Zugänge aufgefasst werden können. Teilaufgaben, die Schüleraussagen als verbindendes Element nutzen, wurden in einem dritten Schritt dahingehend klassifiziert, ob sie neben der bottom-up Facette auch die top-down Facette adressieren und damit eine vollständige Handlung im Rahmen einer beruflichen Anforderungssituation beschreiben oder nicht (für Beispiele solcher vollständigen professionellen Handlungen siehe Dreher et al., 2022, im Druck und Prediger, 2013).

Teilaufgaben ohne SRCK wurden im zweiten Schritt hinsichtlich der benötigten Wissensbereiche untergliedert. Es zeigt sich, dass 13 % der Teilaufgaben Problemstellungen auf Schulniveau enthalten. Häufig sind diese auch explizit als Schulbuchaufgaben gekennzeichnet. Weitere 3 % der Stichprobe sind ebenfalls ohne Hochschulmathematik lösbar, allerdings keinem herkömmlichen Arbeitstyp zuzuordnen. Unter diesen Teilaufgaben finden sich z. B. solche, die fachdidaktisches Wissen erfordern. Im dritten Schritt wurden Teilaufgaben ohne SRCK (aber mit Hochschulmathematik) dahingehend aufgeteilt, ob ein Schulbezug expliziert wurde oder nicht. Es zeigt sich, dass über ein Fünftel der Teilaufgaben herkömmliche innermathematische Problemstellungen behandeln, während 5 % auf nicht-herkömmliche Arbeitstypen entfallen und keinen expliziten Schulbezug aufweisen. Unter diesen Teilaufgaben findet sich ein verhältnismäßig großer Anteil zur *reflexive literacy* (Kategorie F). Beispielsweise sollte reflektiert werden, welche sich anschließenden Fragestellungen aus akademischer Sicht „interessant“ erscheinen, oder angegeben werden, welche Schwierigkeiten bei der Beantwortung der Folgefragen möglicherweise auftreten.

Tab. 5.4 Übersicht über die Klassifikation der Teilaufgaben ($N_T = 235$) sowie deren Anteile an der Gesamtstichprobe. Die Klassifikationskriterien sind jeweils fett gedruckt

				Typ mathematischen Arbeitens			
				Herkömmlicher Arbeitstyp	Nicht-herkömmlicher Arbeitstyp		
SRCK	Top-down			Schülergerechete Erklärung (Beweise/Begriffe) (6%) ^a	Material erstellen; Erläuterungen & Beurteilungen (5%)		
	Bottom-up	Schulbezug	Def./Zugang oder nicht expliziert (Grundvorstellung)		Anwendung/Formalisierung/Beweis der Angemessenheit (15%)	Erläuterungen & Beurteilungen (4%)	
			Schul(buch)aufgabe		Lösen (ggf. Verallgemeinerung) (5%)	Erläuterungen & Beurteilungen (2%)	
			Schüleraussage	Top-down	Nicht adressiert	Kontrollieren/beweisen (ggf. Verallgemeinerung) ^b (3%)	
					Adressiert	Kontrollieren/beweisen und reagieren (vollst. Hdlg.) (3%)	
			Sonstige		Sonstige schulbezogene Beweise/Berechnungen/Definitionen (8%)		
	Curricular			mehrere schülergerechte Erklärungen verfassen/beurteilen (1%) ^c			
	Nicht zuzuordnen	Hochschulmathematik	Nicht benötigt		Problemlösung auf Schulniveau (13%)	Erläuterungen, Fachdidaktik, Sonstiges (3%)	
			Benötigt	Schulbezug	Nicht vorhanden	Innermathematisches Arbeiten (22%)	Begriffsbildung, Arbeitsweisen & Methoden erläutern (5%)
					Vorhanden	Innermathematisches Arbeiten mit (schwachem) Schulbezug (3%)	Sonstiges (<1%)

^aAufgaben, die dieser Zelle zuzuordnen sind, sind in Abb. 5.2 zu finden (Aufgabe A (b) sowie Aufgabe B (b)).

^bUnter diese Klasse fallen z. B. jeweils die Aufgabenteile (a) der Aufgaben A und B aus Abb. 5.2.

^cBeispiele für diese Aufgabenklasse stellen beide Teilaufgaben der Aufgabe C in Abb. 5.2 dar.

Insgesamt ergeben sich auf Basis dieser Gliederung 16 Klassen von Teilaufgaben, welche die Bandbreite der festgestellten Aufgabentypen abbilden. Die entstandene

Klassifikation der 235 Teilaufgaben findet sich in Tab. 5.4. Zur Benennung der jeweiligen Klassen wurde auf die Arbeitsanweisungen aus Kategorie E zurückgegriffen. Zur Illustration von Aufgaben, die keinem herkömmlichen Arbeitstyp zuzuordnen sind, sei auf Abb. 5.1 verwiesen. Die dort abgebildete Aufgabe ist der SRCK-Facette top-down zuzuordnen, da sie ausgehend von hochschulmathematischen Zugängen schülergerechten Motivationen für die Begriffseinführung einfordert. Da in der Teilaufgabe weder etwas bewiesen noch ein Algorithmus angewendet oder eine Definition formalisiert werden muss, ist sie keinem herkömmlichen Arbeitstyp zuzuordnen.

Weitere Beispiele für nicht-herkömmliche „Erläuterungen & Beurteilungen“ sind das Reflektieren, inwiefern ein bestimmter akademischer Inhalt für Lehrkräfte relevant ist, die Frage „Warum würden Sie in der Schule den Begriff xy nicht wie folgt einführen?“ oder Begründungen, warum es an konkreten Stellen (die in einer weiteren Teilaufgabe betrachtet werden) Diskrepanzen zwischen akademischer Formalität und schulischer Umsetzung geben mag.

Wir betrachten hier vier mögliche Zugänge zur Exponentialfunktion:

- (1) als die durch $x \mapsto \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{n})^n$ gegebene Funktion,
- (2) als die Umkehrfunktion der Integralfunktion $x \mapsto \int_0^x \frac{1}{t} dt$,
- (3) als die durch die Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ definierte Funktion,
- (4) als diejenige unter den Funktionen $f_a : x \mapsto a^x$ mit $a \in \mathbb{R}^+$, für die gilt $f'_a = f_a$.

Beschreiben Sie für zwei der vier Zugänge mögliche Motivationen, die für Schüler der 11. Jahrgangsstufe verständlich sind.

Abb. 5.1 Aufgabenbeispiel von Bauer zur SRCK-Facette top-down, in welcher kein herkömmlicher Arbeitstyp angesprochen ist. Die Originalaufgabe umfasst weitere Teilaufgaben, die unter anderem die Äquivalenz der Zugänge prüfen lassen („Innermathematisches Arbeiten“), sowie die Auswahl eines Zugangs für eine schulische Definition der Exponentialfunktion einfordern (ebenfalls „top-down, nicht-herkömmlicher Arbeitstyp“). Eine abgewandelte Form der Aufgabe, die innermathematisch ausführlich die verschiedenen Zugänge untersucht und deren Äquivalenz zeigt, findet sich auch im „Analysis-Arbeitsbuch“ (Bauer, 2013a)

Klassifikation der Aufgaben

Ausgehend von der Klassifikation der Teilaufgaben laut Tab. 5.4 wurde in einem zweiten Schritt eine Kategorisierung der 88 Lehramtsaufgaben vorgenommen, welche in Tab. 5.5 dargestellt ist. Hierbei wurde zunächst unterschieden, ob in min. einer Teilaufgabe eine SRCK-Facette adressiert wird. Insgesamt entfallen 32 % der 88 Lehramtsaufgaben auf die Klasse kein SRCK. Die übrigen 68 % wurden in zweiter Instanz danach untergliedert, ob ihre Teilaufgaben zu mindestens 50 % herkömmlichen Arbeitstypen zuzuordnen sind. Die Klasse der Lehramtsaufgaben SRCK *nicht-herkömmlich*, die hierbei abgespalten wurde, bildet einen Anteil von 9 % der Gesamt-

stichprobe. Aufgaben herkömmlichen Arbeitstyps wurden anschließend hinsichtlich der Anzahl adressierter SRCK-Facetten klassifiziert, wobei Aufgaben mit mindestens zwei Facetten meist zunächst Zusammenhänge in bottom-up und anschließend in top-down Richtung thematisieren. Entsprechend wird hier eine typische professionelle Handlung von Lehrkräften adressiert (Ausführungen hierzu siehe Dreher et al., 2022, im Druck). Bezeichnet wird diese Aufgabenklasse daher mit *Kreislauf herkömmlich*. Insgesamt bilden diese Aufgaben mit 23 % die größte Gruppe unter den SRCK-Aufgaben.

Tab. 5.5 Klassifikation der 88 Lehramtsaufgaben in vier Schritten ausgehend von den Klassen der Teilaufgaben laut Tab. 5.4. Insgesamt ergeben sich sechs Aufgabentypen

1. Gliederung: SRCK adressiert?							
In mindestens einem Aufgabenteil						In keinem Aufgabenteil	
2. Gliederung: Arbeitstyp							
Überwiegend herkömmlich (mindestens 50 % der Teilaufgaben)					Überwiegend nicht herkömmlich		
3. Gliederung: Anzahl adressierter SRCK-Facetten							
Eine Facette				Mehrere Facetten			
4. Gliederung: Mischung SRCK – kein SRCK							
Keine Mischung, SRCK		Mischung: nur SRCK + Schulwissen		Mischung: SRCK + Hochschulwissen			
SRCK mono & herkömmlich (16 %)	SRCK Schulwissen (10 %)	+	SRCK Hochschulwissen (10 %)	+	Kreislauf herkömmlich (23 %)	SRCK nicht herkömmlich (9 %)	Kein SRCK (32 %)

Bei Aufgaben mit nur einer SRCK-Facette wurde im letzten Schritt danach unterschieden, ob das SRCK in allen Teilaufgaben adressiert wird oder es Mischungen aus SRCK-Teilaufgaben und schulischen bzw. hochschulischen Teilaufgaben gibt. Dabei konnte festgestellt werden, dass 16 % der Lehramtsaufgaben in allen Teilaufgaben die gleiche SRCK Facette adressieren (*SRCK mono und herkömmlich*), während je ein Zehntel auf die Klassen *SRCK + Schulwissen* bzw. *SRCK + Hochschulwissen* entfällt. Erstere Gruppe besteht dabei aus Aufgaben, deren Teilaufgaben teils SRCK erfordern und teils keiner SRCK-Facette zuzuordnen sind und dabei lediglich schulmathematisches Wissen erfordern. Letztere Gruppe unterscheidet sich von *SRCK + Schulwissen* dadurch, dass in den Teilaufgaben ohne SRCK nicht nur (aber ggf. auch) schulmathematisches Wissen benötigt wird.

5.4.3 Aufgabenbearbeitungen

Als Ergänzung zu der systematischen Aufgabenanalyse, wurden exemplarisch Studierendenbearbeitungen des Standortes D dahingehend untersucht, ob die intendierten Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik bei der Bearbeitung erfolgreich hergestellt werden können. Dafür wurden zwei Lehramtsaufgaben der Gruppe

Kreislauf herkömmlich ausgewählt, die sowohl die bottom-up als auch die top-down Facette abbilden (s. Aufgabe A und B, Abb. 5.2), und eine Aufgabe, die die curriculare Facette adressiert (s. Aufgabe C, Gruppe *SRCK mono und herkömmlich*). Miteinbezogen wurden nur vollständige Bearbeitungen, was insgesamt $N = 61$ Fälle ergab (davon 17 Bearbeitungen zu Aufgabe A, 24 zu Aufgabe B und 20 zu Aufgabe C).

<p>Aufgabe A: Bereits in der Grundschule wird die folgende Teilbarkeitsregel gelehrt:</p> <p><i>Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.</i></p> <p>Ein Fünftklässler fragt Sie: „Warum ist das eigentlich so?“</p> <p>(a) Beantworten Sie die Frage zunächst mit Mitteln, die bisher in der Vorlesung zur Verfügung gestellt wurden.</p> <p>(b) Verfassen Sie danach auch eine kindgerechte Antwort.</p>
<p>Aufgabe B: (nach Prediger 2013) Die Schülerinnen und Schüler eines Oberstufenjahrgangs wurden aufgefordert, den Grenzwert einer Folge in eigenen Worten zu definieren. Hanna sagt: „Ein Grenzwert einer Folge ist die Zahl, in deren beliebig kleiner Nähe unendlich viele Folgenglieder liegen.“ Tom sagt: „Kommt eine Folge einer Zahl immer näher, so ist diese Zahl der Grenzwert der Folge.“</p> <p>(a) Prüfen Sie die Charakterisierungen jeweils auf Korrektheit. Benennen Sie, wo genau Fehler vorliegen.</p> <p>(b) Geben Sie Beispiele an, die Hanna bzw. Tom die Fehler aufzeigen.</p>
<p>Aufgabe C: Sie haben in der vorigen Aufgabe $0,\bar{9} = 1$ mithilfe der Reihendarstellung berechnet.</p> <p>(a) Geben Sie nun je einen altersgerechten Beweis für diese Gleichheit für die Klassenstufe 6 und für die Oberstufe.</p> <p>(b) Geben Sie jeweils an, an welchen Stellen die Schulbeweise aus Hochschulsicht Lücken aufweisen.</p>

Abb. 5.2 Aufgaben, zu denen Studierendenbearbeitungen analysiert wurden. Die Aufgabenformulierungen sind teils um Strukturierungshilfen/Hinweise gekürzt

Beurteilt wurde in den Aufgaben A und B jeweils, ob die Bearbeitung auf Ebene der Hochschulmathematik korrekt ist und ob die schülergerechte Antwort inhaltlich korrekt sowie adressatengerecht (bezogen auf das benötigte Vorwissen) ist. Letzteres Kriterium wurde auch bei Aufgabe C bezogen auf Teilaufgabe (a) vermerkt, wobei es hier nicht zu Punktabzug kam, wenn der Oberstufenbeweis eher für die Unterstufe geeignet war.³ Zudem wurde analysiert, ob ein expliziter Bezug zwischen Schul- und Hochschulmathematik hergestellt wurde. In den Aufgaben A und B war dies gege-

³Entsprechende Fälle traten auf, was Hinweise darauf gibt, dass Unschärfen im curricularen Wissen vorliegen können, da Begründungen nicht auf adäquatem Niveau gewählt werden. Dieser Befund betrifft aber nicht direkt die Forschungsfragen, weshalb ihm im Rahmen dieser Studie nicht weiter nachgegangen werden kann.

ben, wenn die Aufgabenteile (a) und (b) jeweils erkennbar zueinander passten. In Aufgabe A sollte also beispielsweise in der schülergerechten Antwort die zugrundeliegende Beweisidee aus Teil (a) an einem generischen Zahlenbeispiel erkennbar sein. In Aufgabe B mussten für einen erfolgreichen Bezug die angeführten Beispiele die zuvor benannten Fehler adressieren.⁴ Bei Aufgabe C galt ein Bezug bei erfolgreicher Bearbeitung von Aufgabenteil (b) als hergestellt.⁵

In Tab. 5.6 findet sich eine Übersicht über korrekt hergestellte Bezüge. 18 der 61 analysierten Studierendenbearbeitungen weisen vollständig korrekt hergestellte Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik auf, wobei zu bemerken ist, dass dies nicht gleichbedeutend mit einer vollständig korrekten Bearbeitung der Aufgabe ist. Beispielsweise fallen hierunter auch Bearbeitungen, welche in Aufgabe B nicht alle Fehler der Schülercharakterisierungen anführen, die benannten Fehler aber durch passende Beispiele schülergerecht adressieren. Ein Beispiel für einen erfolgreich hergestellten Bezug in Aufgabe C findet sich in Abb. 5.3. In der Bearbeitung werden korrekte Beweise erbracht und Lücken benannt, wenngleich das im Oberstufenbeweis gewählte Abstraktionsniveau nicht optimal ist.

Tab. 5.6 Übersicht über erfolgreich hergestellte Bezüge. Damit Bezüge (teilweise) korrekt hergestellt werden können, muss die Bearbeitung bzgl. Schul- und Hochschulmathematik mindestens teilweise korrekt sein, sodass mit „X“ markierte Zellen bei dem Vorgehen nicht besetzt sein können

				Bezug zwischen Schul- und Hochschulmathematik hergestellt		
				Inkorrekt/ nicht her- gestellt	Teilweise korrekt	Vollständig korrekt
Aufgabe A & B						
Korrektheit bzgl. Hochschulmathematik	Inkorrekt	Korrektheit bzgl. Schulmathematik	Inkorrekt	8	X	X
			Teilweise korrekt	Inkorrekt	7	X
	Vollständig korrekt		Teilw. korrekt	2	7	1
			Vollst. korrekt	-	1	11
			Inkorrekt	-	X	X
			Teilw. korrekt	-	-	-
Vollst. korrekt	-	-	-	5		
Aufgabe C						
Korrektheit bzgl. Schulmathematik	Inkorrekt		1	X	X	
	Teilw. korrekt		3	2	-	
	Vollst. korrekt		7	6	1	
			Σ	28	16	18

⁴Weitere Erläuterungen und ein skizzierter Erwartungshorizont zur Aufgabe B können bei Prediger (2013) nachgeschlagen werden.

⁵Für eine ausführliche Diskussion zu Lösungsmöglichkeiten von Aufgabe C sei auf Bauer (2011) verwiesen, der schulische Begründungen der Gleichheit $0,\bar{9} = 1$ für verschiedene Jahrgangsstufen analysiert.

Der Bruch $\frac{1}{9}$ lässt sich durch Division als $0,111\dots$ darstellen.

Also $0,111\dots = \frac{1}{9}$ $1 \cdot 9$
 $0,999\dots = \frac{9}{9} \cdot \frac{1}{9} = 1$
 $0,999\dots = \frac{9}{9} \cdot \frac{1}{9} = 1$

ii) $x = 0,\overline{9}$ lässt sich folgendermaßen umformen:

$$\begin{array}{r} x = 0,\overline{9} \\ x = 0,\overline{9} \\ x = 0,999\dots \quad 1 \cdot 10 \\ 10x = 9,999\dots \quad 1 - x \\ \underline{9x = 9} \quad 1 : 9 \\ x = 1 \end{array}$$

b) Der Beweis bei (i) setzt voraus, dass $0,111\dots = \frac{1}{9}$, was aus Hochschulsicht erst bewiesen werden muss.
 Der Beweis bei (ii) setzt voraus, dass ich unendlich lange Folgen einfach subtrahieren kann oder auch addieren (erster Schritt). Dies müsste für einen Hochschulbeweis erst gezeigt werden.
 Diese Beweise sind mit schulischen Mitteln nicht zu erbringen. Außerdem vernachlässigen diese Beweise den aus Hochschulsicht zwingend benötigten Begriff des Grenzwertes komplett. Ohne ihn ist ein korrekter Beweis nicht möglich.

Abb. 5.3 Erfolgreiche Studierendenbearbeitung zur Aufgabe C

Weitere 16 Bearbeitungen weisen teilweise korrekt hergestellte Bezüge auf. Bezogen auf Aufgabe B bedeutet dies, dass einige der Beispiele die benannten Fehler passend adressieren, andere nicht, während in Aufgabe C Lücken nur für einen der beiden Beweise korrekt angeführt werden. Fast die Hälfte der analysierten Bearbeitungen enthält jedoch keine bzw. nur inkorrekte Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik, wengleich in den meisten dieser Fälle dennoch Teile der Aufgaben korrekt gelöst wurden. In Abb. 5.4 ist eine exemplarische Aufgabenbearbeitung dargestellt, die gänzlich scheitert. Dort wird im Unterstufenbeweis $0,\overline{9}$ als Prozess aufgefasst, obwohl die Interpretation als Zahl an dieser Stelle zentral wäre. Die Bearbeitung ist also inkorrekt bzgl. der Schulmathematik, wodurch auch kein korrekter Bezug zwischen Schul- und Hochschulmathematik hergestellt werden kann. Unklar ist, ob die Person nicht sogar der Meinung ist, $0,\overline{9}$ wäre kleiner 1, schließlich führt sie in (b) an, dass ein „Rest“ bei der Subtraktion bestünde, welcher fälschlicherweise „einfach gestrichen“ werde. Auffallend ist zudem, dass der Oberstufe kein eigenes Argumentationsniveau zugesprochen wird, sondern der entsprechende Beweis wahlweise auf Hochschul- („wie in Aufgabe 2“) oder Unterstufenniveau („wie in a) (i)“) durchgeführt werden solle.

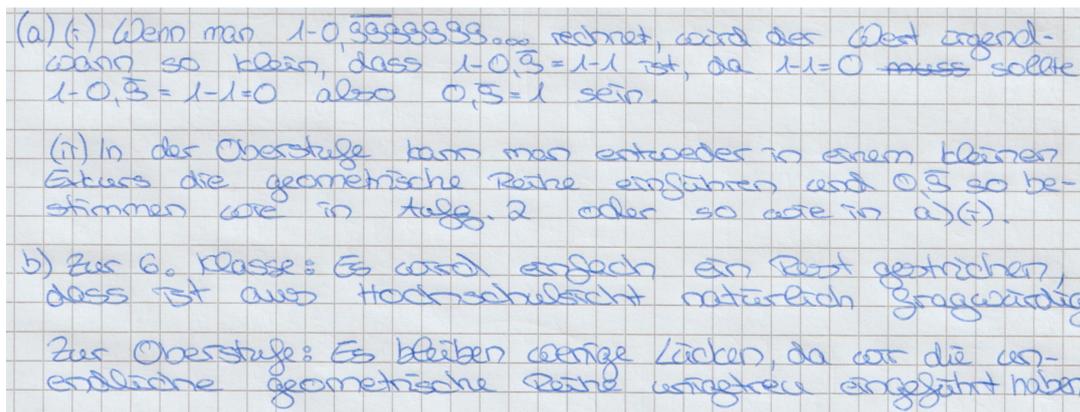


Abb. 5.4 Beispiel einer fehlerhaften Bearbeitung von Aufgabe C

5.5 Interpretation und Diskussion

Die vorliegende Studie wurde mit dem Ziel durchgeführt, zu einer systematischen Beschreibung von Lehramtsaufgaben als spezifische Lerngelegenheiten für Lehramtsstudierende im Rahmen fachmathematischer Veranstaltungen beizutragen. Insbesondere sollten die Lehramtsaufgaben dahingehend untersucht werden, ob sie zum Aufbau eines schulbezogenen Fachwissens beitragen können. Dafür wurden die Gestaltungsmerkmale (allgemeine Merkmale, Art der Bezüge, innermathematische Anforderungen) von 235 Teilaufgaben aus 88 Lehramtsaufgaben expliziert und in 16 Gruppen zusammengefasst. Die ermittelten Klassen können Ausgangspunkt für die Entwicklung neuer Lehramtsaufgaben sein. Insbesondere zeigt sich, dass bottom-up Bezüge relativ häufig gefordert sind, während Bezüge in top-down Richtung und die Anwendung curricularen Wissens bisher eher selten erforderlich sind. Dies steht im Gegensatz dazu, dass in den Zielsetzungen von Lehramtsaufgaben gewöhnlich eine Gleichgewichtung von Bezügen in Richtung Schule→Hochschule und Hochschule→Schule kommuniziert wird (z. B. Ableitinger et al., 2013; Bauer, 2013b) und auch curriculares Wissen explizit adressiert werden soll (Isaev & Eichler, 2017). Ist der Aufbau eines adäquaten schulbezogenen Fachwissens das Ziel, könnte es notwendig sein, bei der Entwicklung von Lehramtsaufgaben die beiden bisher wenig repräsentierten Facetten in Zukunft verstärkt zu adressieren. Etwaige Aufgabenbeispiele, die als Orientierung dienen können, sind in Abb. 5.1 und Abb. 5.2 dargestellt.

Ausgehend von der Klassifikation der Teilaufgaben konnten insgesamt sechs Klassen von Lehramtsaufgaben identifiziert werden: Die Gruppe (1) *SRCK mono und herkömmlich* (16 % der 88 Lehramtsaufgaben) adressiert in allen Teilaufgaben die gleiche SRCK-Facette bei überwiegend herkömmlichem Arbeitstyp (verglichen mit hochschulmathematischen Übungsaufgaben). Die Klasse (2) *SRCK + Schulwissen* (10 %) weist neben Teilaufgaben, die SRCK adressieren, auch Teilaufgaben ohne SRCK auf, die mit Schulwissen lösbar sind. Beispielsweise fallen hierunter Lehramtsaufgaben, in denen zunächst eine Schulbuchaufgabe bearbeitet werden soll, bevor

in einem zweiten Schritt in bottom-up Richtung der mathematische Hintergrund der Aufgabe einzuordnen ist. Demgegenüber besteht (3) *SRCK + Hochschulwissen* (10%) aus SRCK-Teilaufgaben und Teilaufgaben, die nicht dem SRCK zuzuordnen sind, aber nicht allein mit Schulwissen lösbar sind. Dies sind vor allem Aufgaben, die mit einer SRCK-Teilaufgabe starten und in weiteren Teilaufgaben anschließende innermathematische Problemstellungen darbieten, für die der Schulbezug nicht mehr direkt relevant ist. Als größte Gruppe innerhalb der SRCK-Lehramtsaufgaben ergibt sich (4) *Kreislauf herkömmlich* (23%), worunter Lehramtsaufgaben fallen, die mehrere SRCK-Facetten adressieren. In den meisten Fällen ist dabei eine Schülersausage zunächst fachmathematisch zu beurteilen (bottom-up) und in einem zweiten Schritt adäquat zu beantworten (top-down), was einer klassischen professionellen Handlung von Lehrkräften entspricht. Die Gruppe (5) *SRCK nicht-herkömmlich* (9%) beschreibt Lehramtsaufgaben, die SRCK einfordern und größtenteils keinem herkömmlichen Arbeitstyp entsprechen. Sie umfassen z. B. metamathematische Erläuterungen oder die Erstellung von Lernmaterialien. Diese Aufgabentypen sind mehrheitlich erst durch die Entwicklung der Lehramtsaufgaben in den letzten Jahren entstanden und zollen dem Umstand Tribut, dass Mathematiklehrkräfte eben meist nicht wie „herkömmliche“ Mathematikerinnen und Mathematiker arbeiten, sondern darüber hinaus berufseigene Arbeitstätigkeiten beherrschen müssen. Die letzte Gruppe bilden Lehramtsaufgaben, die (6) *kein SRCK* (32%) erfordern. Dieser Aufgabentyp erscheint auf den ersten Blick paradox, sind es doch Aufgaben, die speziell für angehende Lehrkräfte angeboten werden, aber einen Schulbezug nicht explizit adressieren. Beispielsweise würden hierunter Lehramtsaufgaben fallen, die die eingangs erwähnten möglichen Zugänge zur Konstruktion der reellen Zahlen innermathematisch behandeln, ohne eine Einschätzung hinsichtlich ihrer Eignung für die Schule – und damit einen top-down-Prozess – einzufordern. Sicherlich ist eine fachliche Einschätzung der Zugänge notwendige Voraussetzung dafür, den zugehörigen top-down Prozess erfolgreich bewältigen zu können, sie muss aber keine hinreichende sein. Es bedarf eigener Untersuchungen, inwiefern dieser in unserer Studie erst sichtbar gewordene Aufgabentyp Zielsetzungen von Lehramtsaufgaben trotzdem erfüllen kann.

Im Rahmen der dritten Forschungsfrage wurde untersucht, inwiefern exemplarische Studierendenbearbeitungen Hinweise auf die Aktivierung von SRCK liefern. Es zeigte sich, dass in über der Hälfte der analysierten Daten explizite Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik von den Studierenden hergestellt wurden. Dies weist darauf hin, dass die Lehramtsaufgaben nicht nur auf theoretischer Ebene geeignet erscheinen, Verbindungen herzustellen, sondern Studierende auch tatsächlich zu entsprechenden Schnittstellenaktivitäten anregen können, SRCK also aktiviert wird. Gleichzeitig fand sich in der Stichprobe ein beträchtlicher Anteil von Bearbei-

tungen, in denen die intendierten Bezüge nicht hergestellt werden konnten. Unsere Analyse der Bearbeitungen erlaubt hier eine differenziertere Diagnose: Es deutet sich an, dass dies bei den *herkömmlichen Kreislaufaufgaben* teilweise an einer mangelhaften Bearbeitung auf Hochschulniveau und somit womöglich an unzureichendem Fachwissen liegt. Dies gliedert sich in die Befunde von Schadl et al. (2019) ein, die ebenfalls ein teils geringes Fachwissensniveau bei Studierenden feststellen konnten, welches das erfolgreiche Herstellen von Bezügen möglicherweise erschwerte oder verhinderte. Noch häufiger jedoch zeigen sich in den von uns analysierten Bearbeitungen korrekte Bearbeitungsschritte auf Hochschulniveau und somit (zumindest teilweise) erfolgreiche bottom-up Prozesse. Das Herstellen von Bezügen scheitert in diesen Fällen erst im anschließenden top-down Prozess.

Die Bearbeitungen einer curricularen Lehramtsaufgabe wiesen ebenfalls nur in der Hälfte der Daten eine (teilweise) korrekte Verbindung zwischen Schul- und Hochschulmathematik im Sinne des SRCK auf. Hierbei ist besonders auffällig, dass die schulischen Begründungen für $0, \bar{9} = 1$ meist (teilweise) korrekt waren, die Benennung der Lücken aus Hochschulsicht aber misslang. Darüber hinaus fiel es den Studierenden teils schwer, ein adäquates Abstraktionsniveau für die Oberstufe zu wählen.

Die Ergebnisse zur dritten Forschungsfrage weisen somit darauf hin, dass es Studierenden in Lehramtsaufgaben meist gelingt, SRCK nutzen. Gleichzeitig wurden Hinweise auf mögliche Hürden gefunden, welche in weiteren Forschungsarbeiten näher zu untersuchen sind. Beispielsweise zeigt sich bei komplexeren Aufgaben mit bottom-up und top-down Prozessen besonders, dass Schwierigkeiten auch aus fehlenden schulmathematischen Kenntnissen erwachsen können. Andererseits können funktionale schulmathematische Kenntnisse (s. Bearbeitungen zu Aufgabe C, Teilaufgabe a) relativ isoliert von den hochschulischen Kenntnissen existieren. Bei einer Weiterentwicklung von Lehramtsaufgaben ist somit zu untersuchen, ob das explizite Thematisieren von Schulinhalten hier unterstützend wirken kann. Möglicherweise benötigen Studierende Hilfestellung bei der Wahl eines adressatengerechten Abstraktionsniveaus oder es wäre für Studierende hilfreich, ein Thema zunächst ausführlicher aus Schulperspektive zu bearbeiten, bevor anschließend der Wechsel zur Hochschulmathematik (bottom-up) und wieder zurück zur Schulmathematik (top-down) eingefordert wird. Welches Vorgehen beim Aufbau von SRCK am förderlichsten ist, ist in weiterführenden Untersuchungen zu ermitteln.

Einschränkend ist zu erwähnen, dass die untersuchten Bearbeitungen von einem Standort stammen und entsprechend die Erkenntnisse nicht verallgemeinert werden können. Insgesamt fehlen bisher genauere Untersuchungen zum Umgang mit Lehramtsaufgaben und ihren Effekten. Die illustrierenden Bearbeitungen können hier nur einen ersten Einblick bieten.

Zusammenfassend stößt die vorliegende Studie an, nach der intensiven Entwicklungsphase von Lehramtsaufgaben nun verstärkt die Evaluation dieser Aufgaben in den Blick zu nehmen und so Bedingungen für eine zielgerichtete Entwicklung und Implementation von lehramtsspezifischen Lerngelegenheiten identifizieren zu können. In dieser Studie wurde dazu in einem ersten Zugriff das Konstrukt schulbezogenes Fachwissen als Referenzrahmen genutzt, ohne dass dies explizit allen Entwicklungen zugrunde lag. Mit Hilfe der theoretischen Verortung konnte aber bereits eine hohe Vielfalt an Aufgaben herausgearbeitet werden. Die hier vorgestellte Aufgabenklassifikation liefert damit eine erste Grundlage für folgende Forschungsarbeiten. Eine zielgerichtete Weiterentwicklung der Lehrinnovation „Lehramtsaufgaben“ und eine Systematisierung über Standorte hinweg kann schließlich dazu beitragen, die Lehrkräfteausbildung an deutschen Hochschulen nachhaltig zu verbessern.

Danksagung Wir danken herzlich allen Kolleginnen und Kollegen, die ihre Lehramtsaufgaben für diese Studie zur Analyse bereitgestellt haben.

6 | Studie 3

Der folgende Beitrag wurde am 25. Mai 2022 erstmals bei einer Fachzeitschrift eingereicht und befindet sich im Begutachtungsverfahren. Das Supplement, auf welches im Beitrag verwiesen wird, kann in Anhang A dieser Arbeit eingesehen werden.

How do School-Related Mathematical Problems Become Relevant for Prospective Teachers in Mathematics Courses at University? A Qualitative Interview Study

Birke-Johanna Weber, Jana Breuer, & Anke Lindmeier

Abstract Prospective mathematics teachers often have to attend courses in academic mathematics. However, most of them struggle to see the connections between the course content and their future teaching which is detrimental for learning motivation and success. Many universities try to address this issue with interventions focusing on the relevance of the mathematical learning opportunities. School-related mathematical problems (SRMPs) which highlight connections between school mathematics and academic mathematics are a recently suggested innovation. Since SRMPs focus on the demands of the future profession, one would expect that students attribute high relevance to them. However, empirical results on this remain limited. To evaluate and enhance SRMPs, our study aims to elicit the criteria students use for assessing the relevance of SRMPs. Therefore, we analysed ten qualitative interviews with prospective teachers. Our results show that similar criteria determine the perceived relevance in all analysed cases. We discuss practical consequences for the design of school-related learning opportunities and their implementation in teacher education.

Keywords teacher education; school-related content knowledge; academic mathematics; perceived relevance; design of mathematical problems; qualitative study

6.1 Introduction

Secondary teacher education in many countries traditionally contains a substantial amount of academic mathematics. It is often implicitly assumed that prospective teachers can draw the connections to school mathematics they need for teaching on their own as long as they learn academic mathematics (so-called *intellectual trickle-down hypothesis*, see Wu, 2011). However, for more than 100 years it has been discussed that prospective teachers might not be able to draw these connections on their own. Felix Klein (1908) pointed out that prospective teachers experience a double discontinuity: Both at the beginning of their studies and at the entry to their career, they have difficulties to see connections between the mathematical “worlds“ they experience at school and university. As a result, teachers might barely be able to use the academic mathematical knowledge they acquired at university.

In addition to Klein’s assumption, Hoth et al. (2020) found empirical evidence that school-related mathematical content knowledge is not automatically acquired with the knowledge of academic mathematics. Hence, empirical results do not seem to support the intellectual trickle-down hypothesis and the double discontinuity remains a problem many students experience (Buchholtz & Kaiser, 2013; Winsløw & Gronbæk, 2014).

Furthermore, qualitative studies show that many (prospective) teachers attribute little to no relevance to academic mathematics for their (future) teaching (Even, 2011; Wasserman et al., 2018; Zazkis & Leikin, 2010). Since low perceived relevance can have a negative impact on learning motivation and learning success (Frymier & Shulman, 1995), this can result in even greater difficulties for prospective teachers to create connections between academic mathematics and school mathematics. In contrast, higher perceived relevance can have a positive impact on student effort (Guo et al., 2016) and academic achievement (Hulleman & Harackiewicz, 2009). Thus, successfully supporting prospective teachers to assign higher relevance to academic mathematics should have an impact on the usability of their academic knowledge for teaching.

In the last few years, mathematical societies (e.g. CBMS, 2012), as well as universities pointed to the need to support prospective teachers in drawing connections between the two mathematical “worlds“ and to foster their perceived relevance of academic mathematics for teaching. Therefore, it is necessary to develop learning opportunities that address these connections and that students perceive as relevant. For example, there has been a rising number of “connection courses“ in the US (Murray & Star, 2013), whereas in Germany, many universities try to make connections within traditional academic mathematics courses by using “school-related

mathematical problems¹ (SRMPs): These problems are designed to highlight connections between school mathematics and academic mathematics. Thus, one assumes students to perceive SRMPs as relevant. However, empirical results on the impact of SRMPs on the perceived relevance remain small.

As SRMPs are only a recent teaching innovation, we must ask to what extent they actually fulfil the intended goal of being perceived as relevant learning opportunities by students. If we know what exactly makes SRMPs relevant for students, lecturers can pursue targeted development of SRMPs which can possibly lead to better learning outcomes. Therefore, our study aims to elicit the criteria students use to assess the relevance of SRMPs.

6.2 Theoretical background

6.2.1 Teacher education in Germany

We will briefly introduce the national context of our research to contextualize SRMPs. All secondary teacher education programs in Germany are consecutive programs and span two phases: First, prospective teachers must undergo an academic education (typically 5 years) and earn a university degree in a teacher education study program. The academic phase is followed by a post-academic practical phase of teacher training (typically 1.5 to 2 years) which can be best described as a paid training on the job.

Students typically must enrol in a specific teaching program at the very beginning of their studies (Terhart, 2021). Programs leading to a teaching license at the upper secondary level are content-focused with low shares of pedagogy. The mathematics courses within these programs aim to develop sound mathematical knowledge and uphold high academic expectations. Students on a teaching path traditionally have to take the courses together with mathematics majors (Cortina & Thames, 2013; Gildehaus et al., 2021). Therefore, the practical challenge described in many countries (Tatto et al., 2010) remains: prospective teachers should learn academic mathematics to use this knowledge for their later teaching profession, even though the courses are not exclusively designed for them.

6.2.2 School-related content knowledge as part of the professional knowledge for teachers

As outlined in the introduction, mathematics teachers should know the connections between academic mathematics and the mathematics they teach in school. A

¹The terminology is not consistent and other terms exist in Germany for similar types of problems (e.g. interface-problems, Bauer (2013a)).

theoretical framework that further differentiates these connections is given by the construct of school-related content knowledge (SRCK, Dreher et al., 2018). This construct of professional knowledge synthesizes existing models (e.g. Klein's (1908) elementary mathematics from a higher standpoint, Ball's and Bass' (2003) specialized content knowledge and horizon content knowledge), and is in line with the cognitive goals of recent initiatives to strengthen the connection to school mathematics in academic mathematics courses.

Dreher et al. (2018) conceptualized SRCK by three facets: top-down, bottom-up, and curricular (see Fig. 6.1). Knowledge of top-down connections is for example necessary if teachers select approaches from academic mathematics suitable for pupils and adapt them for teaching. In reverse, bottom-up connections are needed if elements of school mathematics are analysed against the background of the underlying academic mathematics. An example of a typical task that requires knowledge about bottom-up connections would be deciding whether the introduction of a mathematical concept in a textbook is “intellectually honest“ (Bruner, 1960, p. 33).

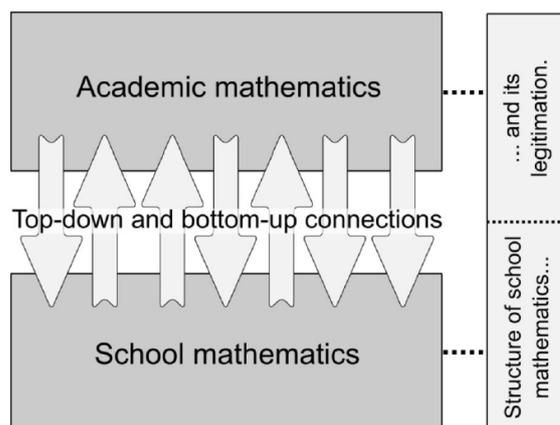


Fig. 6.1 Conceptualization of school-related content knowledge (Dreher et al., 2018, p. 330)

The third facet – curricular knowledge – contains knowledge of the structure of school mathematics and the underlying legitimization from the perspective of academic mathematics. For example, teachers need curricular knowledge if they decide which ideas they use to explain a mathematical concept (e.g. infinity) to a certain grade, taking into account which concepts their pupils learnt earlier or which explanation might prepare for upcoming concepts.

Since SRCK describes knowledge about connections between school mathematics and academic mathematics, it hence also comprises knowledge about elements of both, school and academic mathematics. Heinze et al. (2016) showed that SRCK of prospective teachers can be measured in a valid and reliable way with a pen-and-paper test and is empirical separable from pedagogical content knowledge (PCK) and academic content knowledge (CK) – two other important aspects of professional

knowledge conceptualized by Shulman (1986). In contrast to PCK, which is typically understood as knowledge about mathematical learning processes (e.g. typical pupil misconceptions, instructional representations), SRCK is a kind of pure content knowledge. In contrast to CK, which comprises academic knowledge that is also needed by mathematicians, SRCK is a profession specific knowledge.

However, little is known about the acquisition of SRCK. The longitudinal study of Hoth et al. (2020) indicates that prospective teachers do not gain SRCK automatically when they gain CK, but further research is needed on the processes that determine the acquisition of SRCK.

6.2.3 School-related mathematical problems and their perceived relevance

Traditional academic mathematics courses in Germany consist of lectures and additional tutorials based on mathematical problem-solving. Usually, all students (prospective teachers and others) solve the same problems. Only recently, some universities started to use SRMPs as an opportunity to meet the specific aims of different study programs. While a certain part (e.g. three of four problems) remains the same for all students, others are geared towards the prospective teachers' study program (e.g. in the US: Álvarez et al., 2020, in Germany: Bauer, 2013a; Eichler and Isaev, 2017; Schadl et al., 2019).

These school-related mathematical problems (SRMPs) highlight connections between school mathematics and academic mathematics by addressing typical teacher tasks in the classroom – like responding to pupils' questions (see Fig. 6.2, Subtask a) – or outside – like preparing a proof for class (see Fig. 6.3). Thus, SRMPs mirror a broad spectrum of subject-specific teacher competences (Lindmeier, 2011). Weber and Lindmeier (2022) argued that the cognitive goals of teaching innovations like SRMPs are in line with the SRCK concept. Therefore, SRMPs can be seen as possible learning opportunities for SRCK.

Analysing sets of SRMPs from eight German universities, (Weber & Lindmeier, 2022) showed that SRMPs mainly differ in four characteristics: (1) addressed SRCK-facet(s) (none – one – more), (2) explicit reference to a teaching context (not existing – existing), (3) required mathematical knowledge (school mathematics – academic mathematics – both), and (4) dominant mathematical practices (conventional mathematical² – non-conventional).

²According to Rach et al. (2014), the conventional mathematical practices in academic mathematics courses are schematic application, extra-mathematical application, and proof. As universities implement SRMPs in mathematics courses, problems that require students to use other practices (e.g. visualising a formal concept for pupils) are termed non-conventional in this context.

In your lesson, a discussion started about the question whether $0.\bar{9}$ is equal to 1 or not. One pupil assumes: “Already in appearance, the figure $0.\bar{9}$ looks smaller than 1.” Another pupil states: “I guess $0.\bar{9}$ is equal to 1, but then it is somewhat rounded up.” Someone else considers: “One cannot decide this, because the infinite queue is unimaginable.”

a) How would you comment on this topic? Can you give an adequate and school-oriented explanation to your pupils?

b) Provide a mathematical substantiation by means of the lecture about infinite series.

Fig. 6.2 SRMP for a course in real analysis (Eichler & Isaev, 2017). The problem is situated within school mathematics and asks for a teacher explanation (Subtask a). Subsequently, an academic proof is required (Subtask b, bottom-up connection)

You have already proven that $0.\bar{9} = 1$ using infinite series. This question frequently appears in school as well, especially when the periodic decimal numbers are introduced.

a) Give an age-appropriate proof for this equality for pupils

(i) in grade 6,

(ii) at upper secondary school.

b) Indicate for each case where the school-proofs are incomplete from the view of academic mathematics.

Fig. 6.3 SRMP for a course in real analysis (Weber et al., 2021, translated). It addresses the curricular facet of SRCK as it asks for different argumentations with respect to pupils’ grade (Subtask a) and reflects on gaps within school mathematics (Subtask b). Since the academic proof of $0.\bar{9} = 1$ has to be adapted for the use in mathematics teaching, Subtask a) also addresses the top-down facet of SRCK

It is still unclear whether prospective teachers perceive SRMPs as relevant learning opportunities and how SRMPs and their characteristics affect prospective teachers’ perception of the relevance of academic mathematics for their future teaching. There is currently only little research on SRMPs and their impact. Specifically, there seems to be no study on the perceived relevance of SRMPs itself, but there are a few studies on the influence of SRMPs on the perceived relevance of academic mathematics. In a quasi-experimental design, Isaev et al. (2022) found that prospective teachers who received SRMPs perceived a higher relevance of academic mathematics for their future teaching than students who only received traditional mathematical problems. However, Schadl et al. (2019) found in only one of three cohorts significant changes in students’ perceived relevance of academic mathematics for teaching at the beginning and end of a term in which they received SRMPs. Summarizing, research on the contribution of SRMPs on the perceived relevance of academic mathematics for prospective teachers remains small and the few results ambiguous. Therefore,

we know little about how one could further develop SRMPs to support students' learning by fostering their perceived relevance.

Nevertheless, there are promising results in related subjects and projects: The ULTRA-project, for example, highlights connections between school mathematics and academic mathematics not via SRMPs but focusing on entire seminars. Their evaluation showed that such an intervention can promote the perceived relevance of academic mathematics (Fukawa-Connelly et al., 2020). Furthermore, Massolt and Borowski (2018) found that prospective teachers assess school-related physics problems as more relevant than regular physics problems if the content is distant to school physics.

Therefore, it seems advisable to further investigate SRMPs. Concerning the above mentioned mixed results, it seems appropriate to first focus on the perceived relevance of SRMPs as specific learning opportunities itself, rather than going one step further investigating the impact of SRMPs on students' perceived relevance of academic mathematics in general.

6.2.4 Relevance perception

According to Priniski et al. (2018) relevance as a motivational construct can be defined as “a personally meaningful connection to the individual“ (p. 12). They conceptualize relevance as a continuum with three sections of increasing personal meaningfulness: (1) personal association (connection to memory or experience), (2) personal usefulness (connection to personal goal), and (3) identification (part of one's identity) (see Fig. 6.4).

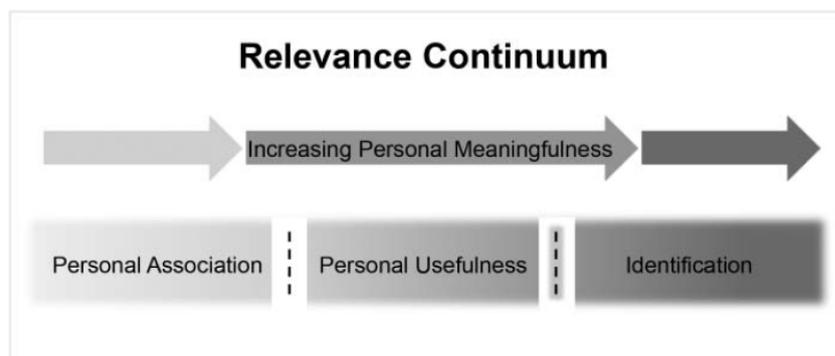


Fig. 6.4 Conceptualization of relevance along a continuum of personal meaningfulness according to Priniski et al. (2018, p. 12)

Different people can perceive a stimulus – the SRMPs can be regarded as such – as relevant in different ways. For instance, if a student works on the SRMP in Figure 6.2 and remembers that s/he also once had the impression that $0.\bar{9}$ “looks smaller than 1“, the student might experience a personal association to that problem. Another student might perceive the same SRMP as personally useful because

s/he can practice giving explanations to pupils, which might be useful for the aspired profession. A third student might see the same SRMP as an opportunity to strengthen the own identity of being a prospective teacher since s/he can act like a teacher in the SRMP.

Priniski et al. (2018) as well as Eccles (2009) point out that an individual can assess the utility of a task relating to either short- or long-term goals. For example, a student working on the SRMP in Figure 3 might find it useful to work out explanations that s/he might need later as a teacher (long-term goal). Or the same student could find the SRMP untimely because s/he does not think that it will help her/him passing the next exam at university (short-term goal). Therefore, the perceived personal usefulness can differ from time to time depending on which goal is currently salient.

6.2.5 Summary and research question

In sum, there is a need to support prospective secondary mathematics teachers in connecting school mathematics and academic mathematics so that they acquire school-related content knowledge (SRCK) and perceive their learning opportunities as relevant which can again lead to better learning outcomes. Therefore, many German universities adopted the idea of school-related mathematical problems (SRMPs). After universities have initially implemented these learning opportunities in teacher education, it is now necessary to identify potentials to optimize them. Therefore, we focus on the relevance students attribute to SRMPs and investigate the following research question: *Which criteria do prospective teachers use to assess the relevance of school-related mathematical problems?*

Gaining deeper insight into what exactly makes SRMPs relevant for students offers opportunities to further develop these learning opportunities. Again, this can support students' academic mathematical learning.

6.3 Methods

Since students might not be explicitly aware of the criteria they use, a qualitative interview study seemed advisable to elicit even criteria that students use implicitly. Therefore, we conducted a material-based structured interview.

6.3.1 Participants

We interviewed $N = 10$ (3 male, 7 female; age: 18–22 years) prospective secondary teachers, that were second-term students at the Kiel University, Germany. We recruited the students through an open project call and they volunteered to take

part in the interviews. The interviews took place in the middle of the summer term 2020 and all participants received a small expense allowance. Five of the students started their studies directly after graduating from school, the other five one year after. Two students worked as assistant teachers for one year whereas all other students had little (short internships, private lessons for struggling pupils) to no teaching experience.

The interviewed students had visited courses in linear algebra and real analysis in their first and second term together with mathematics majors and other prospective teachers. All students had to solve four to five mathematical problems each week in each course and hand-in their answers. Tutors (mostly advanced mathematics students) corrected the students' answers and presented the correct answers during the weekly tutorials. The students had to achieve 50% of the points to be admitted to the course examination. For prospective teachers, one of the problems in each course per week was a SRMP.

6.3.2 Conception of the interviews

Due to the Covid19-pandemic, we conducted the interviews as video calls while using a digital collaborative board³. All ten interviews lasted between 45 and 60 minutes and were audio recorded and transcribed. The interviewer was a master student who was neither engaged in the development of the SRMPs nor in any other part of the courses.

We used a manual to structure the interviews to ensure their comparability. All participants received the same questions but the manual created room for individual opinions. As a warm-up and to orient participants towards their individual perceptions of relevance, we first asked the students to name what is especially important to them in their mathematics studies (open format, see Fig. 6.5). The interview then focused on SRMPs and participants could choose 2–3 statements of a given list of nine statements to describe what is most important to them regarding SRMPs (closed format, see Tab. 6.1).

This part was meant to elicit criteria students use explicitly for assessing the relevance of SRMPs. The nine statements mirrored the theoretical perspectives of teacher knowledge (especially SRCK), profession-oriented teacher education programs, as well as aspects of motivation and interest.

Five of these statements resulted from a pre-study taken two months prior to the interviews. In a survey, all second-term prospective teachers were asked (among other things) to answer the question “What is the most important thing you could learn in SRMPs?” 48 students participated in the pre-study and 23 of them answered

³The board (translated from German) can be found at <https://padlet.com/bsasnenwkz/iduqg90pwe2k7e24>

Fig. 6.5 First question on the virtual board. We asked the students to write down their responses in the three blank spaces

this question. For the interview study, we used these responses to formulate the statements S2, S4, S6, S7, and S8 (see Tab. 6.1) as potentially important aspects of SRMPs. Based on theoretical considerations, we added the statements S1 and S9 to mirror aspects of interest and motivation, and the statements S3 and S5 to picture all three facets of SRCK. Each of the nine statements can be read as a specific criterion that might lead students to evaluate a SRMP as relevant (or not), depending on whether the SRMP resonates with the statement or not.

The third part of the interviews was meant to validate the students' responses from the earlier parts of the interview and furthermore to elicit criteria that are only available implicitly. Therefore, we used the repertory grid-method (e.g. Cohen et al., 2007) and asked the participants to sort six selected SRMPs along bipolar scales of agreement. Each participant completed 4–5 sort sequences according to different criteria. The interviewer asked the students to explain each sort sequence. The first criterion, which was used in all interviews, was *relevance for you*, leading to a global relevance score between 1 and 6 for each of the problems. Afterwards the students sorted the problems along the individual statements that resulted from the first and second part of the interviews. This resulted in different numbers of sort sequences for each statement aggregated across interviews. Table 6.1 shows the statements the students used to sort the SRMPs and the underlying theoretical perspectives (left two columns).⁴

Table 6.2 gives an overview on the SRMPs that we used during the interviews.⁵ All six problems were implemented during the participants' first-term courses. We selected the set of problems specifically with respect to the courses and the components found by Weber and Lindmeier in a recent analysis of SRMPs (2022, see Section 6.2.3).

⁴The column on the far right maps these statements to the categories that were later extracted from the interviews (see Section 6.4).

⁵The SRMPs can be found in the supplement.

Tab. 6.1 Statements students chose to describe what is most important to them in SRMPs

Theoretical perspective (for the given statements S1–S9)	[Shorthand] statement (number of sort sequences aggregated across interviews)	Category according to the analysis (see Section 6.4)
Professional orientation	[S6] Through SRMPs, I gain different ways of thinking about the teaching profession. (3)	Alignment with the future profession; general
<i>(student generated)</i>	[SG02b] SRMPs show a clear reference to teaching. (1) [SG07a] Demands on pupils are realistic in SRMPs. (1)	
SRCK: bottom-up	[S3] SRMPs cultivate my ability to analyse pupils' statements or assignments with a trained eye. (4)	Preparation for teacher tasks in classroom
SRCK: top-down	[S4] SRMPs cultivate my ability to prepare mathematical teaching content correctly (7)	
<i>(student generated)</i>	[SG06] In SRMPs, I learn how to present complex contents simply and correctly in the classroom. (1)	
SRCK: curricular	[S5] SRMPs help me to better understand the structure of school mathematics. (4)	Preparation for teacher tasks/ knowledge outside the classroom
Usability of academic mathematics	[S8] In contrast to previous learning opportunities, I learn professional knowledge through SRMPs that I will need and use later as a teacher. (2)	
<i>(student generated)</i>	[SG02a] Through SRMPs, I can enhance my mathematical background knowledge for teaching. (1) [SG03] SRMPs teach me to define neatly and thereby lay a foundation for teaching. (1) [SG08] Through SRMPs, I gain background information that helps me questioning school mathematics. (1) [SG10] In SRMPs, I learn properly substantiated mathematical background information (1)	
SRCK: general	[S2] Through SRMPs, I better recognize content interfaces between school and academic mathematics. (5)	
Value of academic mathematics	[S7] SRMPs show me why learning academic mathematics is relevant in my studies. (2)	Orientation towards academic mathematics for prospective teachers
Interest in learning academic mathematics	[S1] SRMPs spark my interest in delving deeper into the subject matter. (0)	Affective/ motivational aspects
Motivation for learning academic mathematics	[S9] SRMPs increase my current motivation for my studies. (2)	
<i>(student generated)</i>	[SG01] In SRMPs, I recognize the meaningfulness of the task. (1) [SG05] SRMPs allow for a variety of considerations. (1) [SG07b] SRMPs allow me to look at the content in a different way and offer a change from the other exercises. (1) [SG09] SRMPs provide clarity for me on the mathematical context (1)	Benefit for own mathematical learning

Tab. 6.2 Summary of the six SRMPs discussed during the interviews

Problem	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Related course	Linear algebra	Linear algebra	Real analysis	Linear algebra	Real analysis	Real analysis
Dominant SRCK-facet	Top-down	Top-down	Curricular	Bottom-up	Bottom-up	Curricular
Further SRCK-facet	-	-	Top-down	-	Top-down	-
Explicit reference to a teaching context	School (-book) assignment	Adequate response to pupils	Adequate response to pupils	Other reference to a teaching context	Approach/definition as used in school mathematics	Approach/definition as used in school mathematics
Required mathematical knowledge	School and academic	School and academic	School and academic	Academic	School and academic	Academic
Dominant mathematical practice	Non-conventional	Non-conventional	Conventional	Conventional	Conventional	Conventional

6.3.3 Data analysis

We used qualitative content analysis (see Cohen et al., 2007) to analyse the criteria students use to assess the relevance of SRMPs. We defined the recording unit as a whole interview, the context unit as one answer to an interview-question and the coding unit as single words. It was possible to code text passages with multiple categories. Two independent coders analysed all data. Each coder worked out a category system of criteria by coding the whole material and inductively grouping similar criteria. All resulting categories were illustrated using typical examples. Afterwards, both coders synthesized these systems into one system by consensus. Since the systems were already quite similar, consensus was mainly needed on the naming of the categories. We established interrater-reliability by checking each category regarding whether both coders coded the category in the same transcripts. Cases with discrepancy were recoded by consensus.

6.4 Results

We report the results starting with the global relevance score assigned by the participants to the given SRMPs (scale 1–6). As Table 6.3 shows, the students rated the problems differently which indicates that they did not necessarily assume SRMPs as relevant per se. Nevertheless, they perceived most problems as rather relevant, as most average scores were above 3.5. This first finding supports that the selected

SRMPs are suited to further investigate the criteria which determined the perceived relevance.

Tab. 6.3 Rating of the SRMPs based on global relevance score (range 1–6)^a

Problem	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Average score	4.5	2.8	4.2	4.2	4.0	3.6
<i>N</i>	10	10	10	9	10	9

^aTwo students reported for one SRMP that they had not worked on it. Therefore, we removed the scoring of the two students for these problems from the analysis.

The qualitative analysis of the criteria that students used to assess the relevance of SRMPs in the ten interviews resulted in a system with seven main categories and 23 subcategories (see Tab. 6.4). We describe the system in detail in the following.

6.4.1 Alignment with future profession; general

The first category summarizes aspects that refer to the future profession as a teacher in general without giving specific examples of activities or content teachers might need to engage with.

One of the most frequently named criteria was a clear reference to a teaching context. This clear reference appears to be a fundamental criterion for the perceived relevance of SRMPs and resonates with many of the more specific subcategories of category B and C.

Notably, the absence of a clear reference to teaching was used to state low relevance for problems. In this context, eight of the ten students rated a given reference as unrealistic because they were not introduced to the content when they were pupils (e.g. “And I’ve put problem three at ‘rather not relevant’. [...] I’ve neither seen in grade six nor in upper secondary school that zero point nine repeating equals one. Accordingly, I didn’t really see the reference to a teaching context”⁶, S07 commenting on P3). This was by far the most important criterion that could inhibit the perceived relevance in our interviews.

Seven students considered the importance of the content for teaching as a factor for relevance. They assessed SRMPs that treat central school contents as more relevant. Most of the students explicitly referred to their own experience as a pupil in this context, whereas others referred to their future job.

⁶All quotations from the interviews were translated as literally as possible.

Tab. 6.4 Category system of relevance criteria students used during the interviews^b

Category	Subcategory	Reference frame
A. Alignment with future profession; general	A1. Clear reference to a teaching context + Visible - Not visible/assumed to be unrealistic	Own school experience future profession
	A2. Importance of the content for teaching (+)	
	A3. Preparation for future profession (unspecific) (+)	
	A4. Taking the perspective of a teacher (+)	
	A5. Assumed applicability in future profession + Applicability assumed - Applicability not assumed	
B. Preparation for teacher tasks in classroom	B1. Reduction of abstract content to the essentials (+)	
	B2. Explanations in general (+)	
	B3. Development of adequate proofs with regard to pupils' age (+)	
	B4. Answering pupils' advanced questions (+)	
C. Preparation for teacher tasks/ knowledge outside the classroom	C1. Good foundation of mathematical background knowledge (+)	
	C2. Structure of the school curriculum (incl. implications for teaching) (+)	
	C3. Reflection on pupils' cognitions (+)	
	C4. Reflection on classroom content (+)	
	C5. Identification of gaps in school mathematics (+)	
D. Orientation towards academic mathematics for prospective teachers	D1. Utility/relevance of academic mathematics for (prospective) teachers (+)	
	D2. Connections and differences between school mathematics and academic mathematics (+)	
E. Affective/motivational aspects	E1. Personal value/usefulness + Visible - Not visible/devalued by teaching staff	Personal preferences or aversions
	E2. Personal interest/fun + Personal interest/fun addressed - Personal aversions addressed	
	E3. Interest/fun from pupils' perspective + Interesting for pupils - Not interesting for pupils	
F. Benefit for own mathematical learning	F1. Acquisition of (deeper) own understanding of subject matters (+)	Current studies
G. Structural/organizational aspects	G1. Reference to the contents of the course (+)	
	G2. (Admission to) course exam + Points relevant for admission - Problems irrelevant for the exam	
	G3. Level of difficulty; effort (-)	

^bSubcategories in bold were mentioned in at least half of the interviews. Subcategories that are marked with (-) were only mentioned in a negative manner (impairing relevance), subcategories with (+) only in a positive manner. Sample quotations for each subcategory can be found in the supplement.

The third subcategory is the preparation for the future profession (unspecific). This subcategory summarizes all such statements that did not contain specific examples of activities or contents the students wanted to learn. Preparation for the future profession was a topic in all interviews, often in a very differentiated way (which is reflected in the categories B–D). Hence, one can assume it is quite an important criterion for students' perception of relevance. The prospective teachers clearly used their aspired future profession as a reference frame in this subcategory A3 and did not refer to their own school experience as pupils as they did in subcategory A1 and, partly, in A2.

The same holds for the subcategories A4 and A5. All interviewed students wanted to get an opportunity to take the perspective of a teacher. According to the interviews, this was achieved by SRMPs in which students could reconstruct or simulate typical teacher tasks, for example, the construction of mathematical problems for instruction.

Another criterion five students used was the assumed applicability of a content in the future profession as a teacher. Students rated problems more relevant when they could imagine themselves teaching the topic in school (“I am quite sure that I will introduce this topic at some point as a teacher. I can already see myself standing in front of a class and doing exactly that. Therefore, just exactly this type of problem with this topic, I think it fits perfectly here“, S06 commenting on P3). However, this criterion was also used as a negative argument for the uselessness of a problem as the following statement illustrates: “Well, then I don't know, how much this will actually help me, if, in fact, I can't use it in school“ (S02 commenting on P4 which asks for an academic proof of a division rule).

6.4.2 Preparation for teacher tasks in classroom

In contrast to the first category, statements in the category B are on a very specific level and highlight the potential of SRMPs to prepare students for specific teacher tasks (see action-related competence, Lindmeier, 2011). Therefore, in this category students used their future profession and especially the tasks of teaching mathematics as reference frame to assess the relevance of SRMPs.

Eight students gave examples of SRMPs in which they could learn how to reduce abstract content to its essentials so that it becomes accessible for pupils. They perceived the relevance of corresponding SRMPs as high. The students were aware that their reduction to the essentials had to be correct and specific (“Well, you had to again simplify the complex, you had from the lecture and then also still justify why it's the same and I really liked that“, S09 commenting on P6). Therefore, the students demonstrated a sophisticated view that it is not only necessary to reduce abstract content for teaching but to maintain the mathematical integrity (see top-

down facet of SRCK).

Half of the students also liked SRMPs in which they could explain things in general. The statements that fell into this subcategory were vague compared to the previous subcategory as students did not specify explaining and just labelled it as a fundamental teacher task. Some students offered direct comparisons to more classical (not school-related) problems in this category (“So it’s not just this rigid, ‘yes, this is math and you must learn it now’, but it’s really connected to the question of how I can explain this to a pupil“, S05).

Many of the discussed SRMPs asked for the development of proofs for a certain grade. Thus, all but one student mentioned the development of adequate proofs with regard to pupils’ age as an important teacher task they could learn in SRMPs. This directly refers to the top-down facet of SRCK. The students appreciated that they got a better idea of what pupils can understand (“I find it a bit difficult to find proofs appropriate to the age of the pupils. I can’t even remember, what I did there back then. [...] However, if you then find these proofs, then of course you can see very nicely the differences between the different grades or class levels and the university“, S03 commenting on P3).

Three students also mentioned that SRMPs are relevant for them because they prepare them to answer pupils’ advanced questions. In contrast to the previous subcategories, the focus in this subcategory is not on preparation for teacher tasks in everyday-situations, but on preparation for questions that go beyond the usual school curriculum and may be asked by high-performing pupils.

6.4.3 Preparation for teacher tasks/knowledge outside the classroom

The third category contains aspects and knowledge students named as relevant for mathematics teachers although they might not be of direct use in classrooms (see reflective competence, Lindmeier, 2011). Still, as in the previous category, students refer to the demands of their future jobs as teachers.

The first subcategory of category C is named good foundation of mathematical background knowledge. Eight of the interviewed students thought it relevant to know the academic background of mathematical content they will teach in school – even if pupils never asked for it (cf. subcategory B4). However, the students did not refer to a broad mathematical background knowledge in general but made a clear reference to school mathematics (see subcategory A1).

Six students also mentioned that they like SRMPs in which they learn something about the structure of the school curriculum and its implications for teaching: “So you get a general idea, what is taught when, how can I incorporate and build on

that. This is exciting for sure“ (S01 commenting on P2 and P3). When talking about curricular aspects, many students directly referred to SRMPs designed to address the curricular facet of SRCK. Interestingly, the students did not only want to know what exactly is taught in school. Instead, they found it important to know what ideas they could use to introduce concepts or explain topics in different grades and how to build on these ideas in higher grades. Therefore, the students showed a sophisticated view on the importance of their knowledge about the school curriculum.

In addition, eight students said they wanted to learn what pupils at different ages can understand. Therefore, they liked SRMPs in which they could reflect on pupils' cognitions (“So you can gain an understanding of what kind of comprehension I can expect from a pupil in a specific grade. That is quite enjoyable“, S10). In contrast to the previous subcategory, this subcategory does not focus on how things can be explained based on previous knowledge. Instead, the focus is shifted towards the cognitive prerequisites that pupils have at a certain age from a more general perspective.

Three more subcategories encompass aspects of preparation for teacher tasks/knowledge outside the classroom but were only named by a few students. Three students, for example, highlighted, that they like SRMPs in which they could reflect on classroom content (e.g. a definition in a textbook) and question its formal correctness. Most of them directly referred to processes framed as bottom-up connections in the SRCK framework, like checking a school definition or a pupil's statement for its academic correctness.

Another aspect given by three students was that SRMPs helped them to identify gaps in school mathematics. Whilst the previous subcategory (C3) focused on minor shortfalls in school mathematics (e.g. a proposition that is given without formal proof), this subcategory highlights fundamental gaps that exist in the school curriculum and cannot be bridged within school mathematics (see curricular facet of SRCK). For example, S04 commented on P3, “What I also liked is that this problem eventually shows that school proofs often cannot be done completely accurate – just with the knowledge they [pupils] have. And that academic mathematics helps out instead.“

6.4.4 Orientation towards academic mathematics for prospective teachers

The fourth category contains general aspects of the usefulness of studying academic mathematics as a prospective teacher. Hence, students still used their future profession as reference frame in this category, which means that they focused on the

usefulness for long-term goals.

For six participants, it was important to see the utility or relevance of academic mathematics for (prospective) teachers. The SRMPs could show reasons why it is important for prospective teachers to learn academic mathematics (“It’s very important, that you recognize that there is a purpose in going to university. Because sometimes it actually is the case that at first one doesn’t really see what this has to do with school. And you can see quite well where you are in school right now. Sometimes you don’t even notice it and then see ‘ah we did that in this or that grade’ or so“, S03). The relevance of academic mathematics for teachers was specifically mentioned in connection with subcategory C4 (reflection on school contents) and C5 (identification of gaps in school mathematics). Students noticed that they could not answer all question that arise from school mathematics within school mathematics: “So I think we had some questions from pupils as examples and then we were supposed to refer to them somehow, to what extent that applies. And I found that in some cases you couldn’t have answered these questions with what you learned in school mathematics. And because of the academic mathematics that you have learned, you could have“(S04).

The relevance was rated higher by seven students if they saw clear connections or differences between school mathematics and academic mathematics. Some students mentioned they were initially “a little shocked to see how different this [academic mathematics] is“ (S09) and had difficulties – especially during the lectures – to see the connections with their future work as teachers. SRMPs helped them to make these connections (“That you then realize, okay, I’ve done that before, but in a different way. That you link things together that you might not have done without the problems“, S05).

6.4.5 Affective/motivational aspects

The students also mentioned several affective and motivational aspects when rating the relevance of SRMPs. They used their future profession as well as personal preferences or aversions as reference frame in this category.

Six students stated to rate the relevance of SRMPs higher if they could see a personal value or usefulness in them. This subcategory was mentioned in a positive and a negative manner. Students asked themselves “What’s the point?“ (S01) and did not consider a problem relevant if they could not find a satisfying answer to that question. The personal value of a SRMP was also influenced by the appreciation the students experienced from the teaching staff (“But, in my opinion, this is still not enough. Because some assignment sheets have no SRMP or it is just a small part, a small sub-problem, which is therefore, still so marginal. Along the lines of: Yes, you’re doing a teaching degree, but actually the math studies are more important

for now“, S05; “If we didn’t have enough time, it was always the SRMP that was dropped“, S04 commenting on the way tutors dealt with SRMPs in their tutorials).

Nine students assessed SRMPs based on personal interest/fun. Most of the comments were positive, but some students also mentioned personal aversions that made them dislike a certain problem (“Well, it probably isn’t bad, but I’m probably just not interested in it“, S01). Two students also considered the interest/fun in a topic from pupils’ perspective.

6.4.6 Benefit for own mathematical learning

In seven interviews, students mentioned that they acquired a (deeper) understanding of academic mathematics through the SRMPs. Notably, in this category they did not reference their future profession but rather their current studies (short-term goals). They named several reasons that enabled deeper understanding: First, some students found it helpful to take their prior knowledge and connect it to the newly learned academic mathematics. Second, in many SRMPs students had to reduce academic mathematics to a basic level, which helped them to identify the essentials. Third, some students mentioned that SRMPs could show specific examples that help them gain a better understanding of abstract definitions.

6.4.7 Structural/organizational aspects

The last category summarizes statements that refer to structural or organizational aspects influencing the relevance assessments. The students used their current studies as reference frame in this category. For example, half of the students liked SRMPs with a clear reference to the contents of the course (e.g. reference to a classical (not school-related) problem) better, thereby supporting their own mathematical learning (see subcategory F1).

Five students noted the (admission to the) course exam as another important organizational aspect. On the one hand, some students appreciated that working on SRMPs typically made them earn more points than working on classical problems. Therefore, they saw SRMPs as an opportunity which helped them gain admission to the exam. On the other hand, some students criticized SRMPs as not relevant for the exam itself, as it did not cover such types of problems. In these cases, the short-term goal of passing the exam conflicted with the long-term goal of getting prepared for the future profession.

A few students assessed some SRMPs to be “just somehow too hard“ (S04) or too extensive and therefore not relevant for their future teaching.

6.5 Summary and discussion

The main goal of our study was to elicit the criteria prospective teachers use to assess the relevance of school-related mathematical problems and use the results to identify starting points for optimizing these kind of learning opportunities. Our results show that students use multiple criteria to assess the relevance of SRMPs, showing a wide and – to some extent – sophisticated view on what is important for their future profession. We found seven criteria that determine the perceived relevance of SRMPs. Four of these criteria (categories A–D) show a clear reference to teaching, whereas the three other criteria (categories E–G) relate to less specific aspects.

One basic criterion to assess relevance was the alignment with the future profession in general, and, in particular, a clear reference to a teaching context. Considering the result of an analysis of SRMPs by Weber and Lindmeier (2022), not all SRMPs fulfil this criterion yet. Remarkably, even if a problem showed a reference to a teaching context, many of the interviewed students did not think the reference to be realistic if they could not remember the content from their own experience as pupils (low personal association). This was the most important barrier for perceived relevance revealed during the interviews.

If SRMPs had a clear reference to a teaching context and students accepted it to be realistic, they rated the problem as more relevant if there were opportunities to take the perspective of a teacher (higher identification) and imagine situations in their future job in which they might use a problem's content (higher personal usefulness). In respect to the alignment with the future profession, students differentiated between specific examples of teacher tasks in the classroom and teacher tasks/knowledge outside the classroom, mirroring a broad conception of the needed teacher competences. Both categories seemed to support identification and personal usefulness, which led to higher perceived relevance. Students mentioned all three facets of SRCK in these two categories and assessed them as relevant. These results are in-line with the evaluation of the ULTRA-project (Fukawa-Connelly et al., 2020) which showed that an intervention highlighting connections between school mathematics and academic mathematics can promote the perceived relevance of academic mathematics for the understanding of school mathematics (bottom-up and curricular facet of SRCK) and for explanations prospective teachers would give to pupils (top-down facet of SRCK).

Another important criterion for assessing the relevance of SRMPs was the orientation towards academic mathematics for prospective teachers (personal usefulness). As students encountered SRMPs in the context of academic mathematics courses, it is not surprising that this criterion was applied. However, we would like to emphasize that, unlike criteria from most of the other categories, all students mentioning

this criterion used it in a positive manner.

Apart from the above-mentioned relevance criteria that directly refer to teaching and the profession as a teacher, students mentioned three more categories that seem to be more general and do not only refer to SRMPs: affective and motivational aspects (personal association and personal usefulness), benefit for own mathematical learning (personal usefulness), and structural or organizational aspects (personal usefulness).

Our study has some limitations that we need to consider when interpreting the data. As most qualitative interview studies, our study relies on a limited number of participants which were not randomly recruited but volunteered. Furthermore, we only interviewed students from one German university which means that the results could depend on the way SRMPs were implemented in our context. We tried to address this issue by intentionally selecting the discussed SRMPs based on the criteria found in a sample from different universities (see Tab. 6.2) to display the variety of SRMPs valid for more than one university. Nevertheless, our results need to be replicated in other samples.

We must also discuss to what extent the statements we gave students as impulses to assess the SRMPs might have determined our results. As Table 6.1 shows, these statements can be mapped to the developed category system, but at the same time we were able to elicit further criteria (e.g. benefit for own mathematical learning). Therefore, our methods seem to have given not only opportunities to validate prompted criteria but also to elicit criteria that we did not expect in advance based on theory and the pre-study.

So despite the limitations, we argue that our study yields novel insights into how prospective teachers perceive learning opportunities that are designed to address their needs regarding a focus on the connection between academic mathematics and school mathematics. However, the study is not suited to infer whether these learning opportunities are effective for developing SRCK or whether practicing teachers share similar views on the relevance of the SRMPs, which would be interesting questions for further studies.

6.6 Practical implications

The results of our study offer practical consequences for the design of SRMPs. Several universities started to implement SRMPs as a teaching innovation theoretically suited to support prospective teachers' learning in mathematics courses not exclusively designed for them. Lecturers therefore incorporated a small number of SRMPs as opportunities to learn profession-specific mathematics teacher knowledge (SRCK). We argued that SRMPs could especially support students' mathematical

learning processes if students perceive them as relevant. Hence, our study focused on students' perspectives on SRMPs. Based on our findings we could identify three practical consequences to increase the probability that prospective teachers perceive SRMPs as relevant learning opportunities:

First, it appears that school-related learning opportunities need a very clear reference to a teaching context so that prospective teachers believe a content to be relevant for them. Since students seem to verify the authenticity of a reference to a teaching context by matching it with their own experience as a pupil, it could be sufficient to use material perceived as familiar, like an extract of a textbook, to convince students of the authenticity of a reference even if it does not match their own experiences.

Second, it is not surprising but still important that school-related learning opportunities offer opportunities to learn or simulate typical teacher tasks. For example, students especially appreciated SRMPs in which they could reduce academic mathematics to its essentials as they could practice typical teacher tasks, learn something about the school curriculum, and challenge their own academic mathematical understanding at the same time. These kinds of problems are furthermore well suited to highlight the utility of academic mathematics. For example, the problem could include further information why the learning opportunity illustrates a realistic challenge for teachers (directly communicated utility value) or ask students to explicitly reflect on the usefulness (self-generated utility value) which could both support the perceived personal usefulness (Gaspard et al., 2015).

Third, one must cautiously consider the structural and organizational conditions under which one implements school-related learning opportunities. On the one hand, attention has to be drawn to the manner in which school-related learning opportunities are discussed in the course. Only dealing with the SRMPs very marginally in the tutorials may impair the perception of relevance. On the other hand, in order to appreciate the learning of SRCK as a goal of teacher education in academic mathematics courses, universities should acknowledge this in the course exams as well. This would align learning opportunities and assessment and be especially helpful for students for whom the short-term goal of passing the exam is currently more important than the long-term goal of getting prepared for the future profession.

As we discussed in Section 6.2.1, in Germany students must decide to become a teacher at the beginning of their studies. For other countries in which students do not have to decide this at the beginning of their studies, we would suggest an alternative approach to implementing SRMPs in academic mathematics courses. Such an alternative could be to implement a school-related module in the curriculum for advanced students who have decided to enrol in a teacher program. These modules could also focus on SRMPs (Schadl et al., 2019) or expand the idea of singular school-related

learning opportunities to a whole course similar to the ULTRA-modules (Fukawa-Connelly et al., 2020). Our study is also informative regarding the design of such courses, as the criteria by which prospective teachers judge the relevance of school-related learning opportunities are likely to be similar, regardless of the size of the intervention. In sum, three design principles can be derived:

- 1) Design profession-specific learning opportunities for teachers in a manner that students seldom doubt the reference to the teaching context, e.g. by incorporating authentic materials.

- 2) Design profession-specific learning opportunities for teachers as to be suited to make the students experience, read up on, or reflect the usefulness of mathematical knowledge for future professional demands, e.g. by asking them to solve teacher tasks using their mathematical knowledge or illustrate how mathematical knowledge is used by others to solve such tasks.

- 3) Make sure that the organizational and structural conditions do not impede the effect of school-related learning opportunities, e.g. by ensuring that they are not devalued in comparison to non-school-related learning opportunities.

In summary, our study could elicit criteria that are likely to enhance prospective teachers' perceived relevance as well as factors that could be obstacles. Especially applying the theory of the relevance continuum (Priniski et al., 2018) was helpful to understand how students form their relevance assessment. Therefore, our study revealed valuable aspects that can help improving learning opportunities for prospective teachers, which can have a positive impact on students' academic mathematical knowledge as well as on their SRCK.

7 | Studie 4

Der folgende Artikel wurde am 01. September 2022 bei einer Fachzeitschrift eingereicht und befindet sich im Begutachtungsverfahren.

Welchen Effekt haben Lehramtsaufgaben auf die Wahrnehmung von Studierenden zur doppelten Diskontinuität?

Eine Untersuchung im Fachstudium für das gymnasiale Mathematiklehramt

Birke-Johanna Weber, Aiso Heinze & Anke Lindmeier

Zusammenfassung Viele Lehramtsstudierende haben Schwierigkeiten, Verbindungen zwischen der Mathematik, die sie an der Hochschule lernen, und der Mathematik, die sie später in der Schule unterrichten sollen, zu erkennen. Dieses Phänomen wurde von Klein (1908) als doppelte Diskontinuität beschrieben und beschäftigt die Lehramtsausbildung vor allem im gymnasialen Bereich noch heute. Mittlerweile haben verschiedene Hochschulen sog. Lehramtsaufgaben in ihre Lehre integriert, um diesem Problem entgegenzuwirken und Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik explizit zu adressieren. Ergebnisse dazu, inwiefern Lehramtsaufgaben tatsächlich einer wahrgenommenen doppelten Diskontinuität entgegenwirken, gibt es bisher allerdings nur vereinzelt. Die in diesem Kurzbeitrag berichtete Fragebogenstudie mit 98 Studierenden zielt daher darauf ab, erste Befunde zur Frage nach der Auswirkung von Lehramtsaufgaben auf deren Wahrnehmung der doppelten Diskontinuität zu ergänzen. Unsere Ergebnisse legen nahe, dass Lehramtsaufgaben einem Absinken der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf entgegenwirken und die Wahrnehmung von Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik erhöhen. Ersteres bestärkt vorhandene Forschungsbefunde, Letzteres konnte in bisherigen Studien noch nicht aufgezeigt werden. Es werden Ansatzpunkte für weiterführende Forschung zur hochschuldidaktischen Lehrinnovation der Lehramtsaufgaben abgeleitet.

Schlagwörter Lehramtsstudium, Lehramtsaufgaben, doppelte Diskontinuität, schulbezogenes Fachwissen

Which influence do school-related mathematical problems have on students' perception of the double discontinuity?

A study on the use of profession-specific problems in academic mathematical courses for upper secondary teacher education

Abstract Many prospective secondary mathematics teachers struggle to see connections between the mathematics they learn at university and the mathematics they will teach in school. Klein (1908) described this phenomenon, which is especially relevant in (upper) secondary teacher education, as double discontinuity. To address this problem, several German universities implemented so called school-related mathematical problems that highlight connections between school mathematics and academic mathematics. However, there are only few studies investigating the effect of school-related mathematical problems on the perceived double discontinuity. In this short contribution, we report a questionnaire study with 98 students aiming to supplement first results regarding the influence of school-related mathematical problems on students' perception of the double discontinuity. Our results indicate that school-related mathematical problems prevent the perceived relevance of academic mathematics for the teaching profession from a decrease. Furthermore, school-related mathematical problems seem to increase the perception of connections between contents in school mathematics and academic mathematics. The former is in line with prior research whereas the latter had not been found in prior studies. We discuss implications for future research on the teaching innovation of school-related mathematical problems.

Keywords teacher education, school-related mathematical problems, double discontinuity, school-related content knowledge

7.1 Einleitung

Das Mathematikstudium für das Lehramt an Gymnasien beinhaltet weltweit traditionell einen hohen Anteil fachwissenschaftlicher Kurse, welche meist nicht lehramtsspezifisch ausgestaltet sind (Tatto et al., 2010). Auch in Deutschland findet nur an fünf von 57 Hochschulen, die Gymnasiallehrkräfte ausbilden, der Studieneinstieg

für Fach- und Lehramtsstudierende¹ in getrennten Kursen statt (Gildehaus et al., 2021). Dagegen bieten 56 % der Hochschulen einen gemeinsamen Start für Fach- und Lehramtsstudierende mit Analysis und/oder Linearer Algebra an und weitere 23 % einen teilweise gemeinsamen Start, in welchem Lehramtsstudierende neben den klassischen gemeinsamen Veranstaltungen zusätzlich eine eigene Lehramtsveranstaltung besuchen (Gildehaus et al., 2021). Es besteht insgesamt Konsens darüber, dass eine umfangreiche fachmathematische Ausbildung notwendig ist, da Gymnasiallehrkräfte die zugrundeliegenden Ideen, Verfahren und Begründungen der in der Schule zu unterrichtenden Inhalte kennen müssen (Ball et al., 2005). Jedoch gibt es über die genaue Ausgestaltung der fachwissenschaftlichen Kurse für Lehramtsstudierende eine seit über 100 Jahren andauernde Diskussion. Vielfach wurde angenommen, dass es ausreicht, dass Lehramtsstudierende Hochschulmathematik lernen, da sie dann selbständig in der Lage sein sollten, dieses Wissen auf die weniger komplexe Schulmathematik zu beziehen und im Schulunterricht anzuwenden (s. *intellectual-trickle-down-Annahme*, Wu, 2011). Die entsprechende Gegenrede geht davon aus, dass Lehramtsstudierende nicht in der Lage sind, Schul- und Hochschulmathematik selbständig miteinander in Verbindung zu bringen, was in dem von Klein (1908) formulierten Problem der doppelten Diskontinuität mündet: Lehramtsstudierende sehen weder zu Beginn des Studiums noch beim Eintritt in den Beruf Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik und können in der Folge ihr hochschulmathematisches Fachwissen nicht beim Unterrichten anwenden.

Kleins Annahme wird mittlerweile von empirischen Befunden gestützt, die nahelegen, dass Lehramtsstudierende tatsächlich nicht automatisch schulbezogenes Fachwissen erwerben, wenn sie hochschulmathematisches Fachwissen aufbauen (Hoth et al., 2020). Auch qualitative Studien weisen darauf hin, dass Lehramtsstudierende und praktizierende Lehrkräfte nur eine geringe oder gar keine Relevanz der Hochschulmathematik für das Unterrichten in der Schule sehen (Even, 2011; Wasserman et al., 2018; Zazkis & Leikin, 2010). Die *intellectual-trickle-down-Annahme* erscheint empirisch damit nicht haltbar und die doppelte Diskontinuität bleibt ein aktuelles Problem für Lehramtsstudierende. Dieses Problem wird auch in der Praxis der Hochschullehre wahrgenommen, sodass in den vergangenen Jahren viele Hochschulen begonnen haben, ihre Lehramtsstudierenden bei der Herstellung von Verbindung zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu unterstützen (Murray & Star, 2013; Winsløw & Gronbæk, 2014). Eine verbreitete Maßnahme sind hierbei sogenannte Lehramts-/Schnittstellen-/Vernetzungsaufgaben² (z. B. Álvarez et al., 2020; Bauer,

¹Der Einfachheit halber werden die Ein-Fach-Studierenden in Mathematik in diesem Beitrag kurz als „Fachstudierende“ und die Studierenden für das Lehramt an Gymnasien mit Unterrichtsfach Mathematik als „Lehramtsstudierende“ bezeichnet.

²Wir verwenden im Folgenden den Begriff „Lehramtsaufgaben“, um die Professionsorientierung dieser Lerngelegenheiten zu unterstreichen.

2013a; Eichler & Isaev, 2017; Schadl et al., 2019; Weber et al., 2021).

Da Lehramtsaufgaben explizit Verbindungen zwischen den beiden „mathematischen Welten“ adressieren, ist davon auszugehen, dass diese die wahrgenommene doppelte Diskontinuität abmildern. Empirische Studien hierzu gibt es bisher allerdings kaum. Erste Ergebnisse von Eichler und Isaev (2022) legen nahe, dass der Einsatz von Lehramtsaufgaben keine Auswirkung auf die Wahrnehmung von Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik zeigt, jedoch einem Absinken der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf entgegenwirken kann. Da diese Ergebnisse aus begrenzter Stichprobe mit Studierenden nur eines Standortes stammen, sind sie durch Befunde weiterer Standorte zu ergänzen. Ziel unserer Studie in diesem Kurzbeitrag ist es daher, weitere Ergebnisse zu der Frage beizutragen, welche Auswirkung der Einsatz von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität haben kann.

7.2 Theoretischer Hintergrund

Immer wieder wird gefordert, dass Schul- und Hochschulmathematik von Lehramtsstudierenden als „füreinander nützlich und aufeinander bezogen erlebt werden“ (Bauer, 2013b, S. 41). Wie eingangs skizziert, ist davon auszugehen, dass dieses Ziel bisher vermutlich häufig nicht erreicht wird. Beispielsweise zeigten Hoth et al. (2020) in einer Studie mit über 500 Lehramtsstudierenden, dass sich im ersten Studienjahr zwar das hochschulmathematische Fachwissen signifikant weiterentwickelt, gleichzeitig aber kein Zuwachs im berufsspezifischen Fachwissen über Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu verzeichnen ist. Lehramtsstudierende erleben Schul- und Hochschulmathematik somit nicht automatisch als aufeinander bezogen. Darüber hinaus legen mehrere qualitative Studien nahe, dass Lehramtsstudierende sowie Lehrkräfte Schul- und Hochschulmathematik nicht als füreinander nützlich empfinden, sondern der Hochschulmathematik nur eine geringe bis gar keine Relevanz für den Lehrberuf zuschreiben (Even, 2011; Wasserman et al., 2018; Zazkis & Leikin, 2010). Dies könnte laut Ergebnissen von Wasserman et al. (2018) und Wasserman (2017) darin begründet liegen, dass (angehende) Lehrkräfte dazu tendieren, hochschulische Inhalte ohne große Anpassungen auf den Schulunterricht übertragen zu wollen. Da dies nur in den wenigsten Fällen möglich ist, erachten sie große Teile der Hochschulmathematik in der Folge als nicht relevant für den Lehrberuf. Eine geringe Relevanzwahrnehmung kann sich wiederum negativ auf den Lernerfolg auswirken (Frymier & Shulman, 1995), was das Herstellen von Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik weiter erschweren kann.

Insgesamt erscheint es somit notwendig, Lehramtsstudierende aktiv darin zu unterstützen, Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik herzustellen.

Einen konzeptuellen Rahmen, um genauer zu beschreiben, welches Wissen über Verbindungen aufgebaut werden soll, liefert hierbei das schulbezogene Fachwissen (Dreher et al., 2018), welches im Folgenden vorgestellt wird.

7.2.1 Schulbezogenes Fachwissen

Das schulbezogene Fachwissen (*school-related content knowledge*, SRCK) nach Dreher et al. (2018) wurde als professionsspezifisches Fachwissen von Mathematiklehrkräften über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik konzeptualisiert. Dabei wurden u. a. das Modell des *mathematical knowledge for teaching* (Ball et al., 2008) sowie die Idee der *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt* (Klein, 1908) aufgegriffen und weiter ausdifferenziert. In insgesamt drei Facetten beschreibt SRCK somit das Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik, über welches Lehrkräfte zum Unterrichten verfügen sollten und das der beschriebenen Wahrnehmung von Diskontinuitäten entgegenwirkt. Die erste Facette umfasst das Wissen über bottom-up Verbindungen, d. h. Wissen darüber, wie Elemente der Schulmathematik in der Hochschulmathematik verankert sind. Dieses Wissen wird beispielsweise dann benötigt, wenn eine Lehrkraft beurteilen muss, ob ein Zugang im Schulbuch „intellektuell ehrlich“ (Bruner, 1970) ist. Darüber hinaus benötigen Mathematiklehrkräfte auch Wissen über top-down Verbindungen, welche in der zweiten Facette des SRCK zusammengefasst sind. Wissen über top-down Verbindungen muss beispielsweise dann angewendet werden, wenn eine Lehrkraft eine hochschulmathematische Idee ohne fachliche Verzerrungen für die Schulmathematik zugänglich machen möchte. Die dritte Facette des SRCK bildet schließlich das curriculare Wissen, welches ein Metawissen über die Struktur und den fachsystematischen Aufbau der Schulmathematik darstellt (Dreher et al., 2018). Lehrkräfte benötigen curriculares Wissen beispielsweise, um entscheiden zu können, auf welchen Aspekten sie in einer bestimmten Klassenstufe bei der Vermittlung eines Konzeptes bereits aufbauen können und welche Aspekte sie zusätzlich behandeln sollten, damit in späteren Klassenstufen auf diese zurückgegriffen werden kann. Eine detaillierte Beschreibung der theoretischen Konzeptualisierung von SRCK ebenso wie Anwendungsbeispiele finden sich bei Dreher et al. (2018), Dreher et al. (2022, im Druck) sowie Heinze et al. (2016). Heinze et al. (2016) konnten auch zeigen, dass sich SRCK reliabel und valide messen lässt und empirisch trennbar ist von den beiden anderen fachspezifischen Komponenten des Professionswissens – Fachwissen (CK) und fachdidaktischem Wissen (PCK).

Offen ist jedoch weiterhin die Frage, wie SRCK erworben wird. Ergebnisse einer ersten Studie deuten darauf hin, dass der Aufbau von SRCK nicht automatisch gemeinsam mit CK geschieht (Hoth et al., 2020), also vermutlich eigene Lerngelegenheiten benötigt werden. Lehramtsaufgaben, die Verbindungen zwischen Schul-

und Hochschulmathematik adressieren, können als Lerngelegenheiten für SRCK verstanden werden (Dreher et al., 2022, im Druck; Weber & Lindmeier, 2022).

7.2.2 Lehramtsaufgaben

Mittlerweile integrieren immer mehr Hochschulen im Sinne einer hochschuldidaktischen Lehrinnovation Lehramtsaufgaben als professionsspezifische Übungsaufgaben in ihre fachmathematischen Kurse (z. B. Ableitinger et al., 2013; Álvarez et al., 2020; Bauer, 2013a; Eichler & Isaev, 2017; Hoffmann & Biehler, 2017; Leufer & Prediger, 2007; Schadl et al., 2019; Weber et al., 2021). Diese Aufgaben thematisieren inhaltliche Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik – häufig im Kontext handlungsnaher Anforderungen an Lehrkräfte – und sollen so zu einer Abmilderung der wahrgenommenen doppelten Diskontinuität beitragen. Beispielsweise werden in der Lehramtsaufgabe in Abb. 7.1 auf inhaltlicher Ebene Verbindungen zwischen schulischen Teilbarkeitsregeln und der Modulo-Rechnung adressiert und gleichzeitig eine Unterrichtssituation illustriert, in welcher das Wissen über die inhaltlichen Verbindungen anzuwenden ist. Im Sinne der SRCK-Facetten adressiert in diesem Beispiel Aufgabenteil (a) eine bottom-up Verbindung und Aufgabenteil (b) eine top-down Verbindung. Lehramtsaufgaben wurden parallel an verschiedenen Hochschulen entwickelt und folgen bisher keinen durchgängigen Designprinzipien (vgl. aber für Designprinzipien zur Steigerung der wahrgenommenen Aufgabenrelevanz Weber und Lindmeier, eingereicht). Weber und Lindmeier (2022) zeigten jedoch in einer Analyse von Lehramtsaufgaben acht verschiedener Hochschulen, dass zwei Drittel der analysierten Aufgaben explizit mindestens eine SRCK-Facette adressierten, auch wenn nicht bei der Erstellung aller Lehramtsaufgaben das Konstrukt des SRCK zugrunde gelegt wurde. Darüber hinaus gab es jedoch auch Lehramtsaufgaben im analysierten Korpus, die sich keiner SRCK-Facette zuordnen ließen – in den meisten Fällen, da in ihnen kein Bezug zur Schulmathematik expliziert war. Insofern variiert die Ausgestaltung der Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik derzeit noch, sie kann allerdings vor der Folie des SRCK-Konstrukts charakterisiert werden.

Da in klassischen mathematischen Übungsaufgaben gewöhnlich gar keine Verbindungen adressiert werden, ist generell anzunehmen, dass Studierende durch die Bearbeitung von Lehramtsaufgaben in den fachmathematischen Übungen mehr inhaltliche Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik wahrnehmen als ohne diese Lerngelegenheiten (Ableitinger et al., 2013; Bauer, 2013a). Da in vielen Fällen die Verbindungen im Kontext handlungsnaher Anforderungen an Lehrkräfte illustriert werden, wird zudem davon ausgegangen, dass Studierende durch die Bearbeitung von Lehramtsaufgaben die Hochschulmathematik als relevanter für ihren Beruf einstufen (Eichler & Isaev, 2022).

Bisher gibt es nur vereinzelt Forschung, ob Lehramtsaufgaben tatsächlich zu einer

Aufgabe 5.4 (L) Bereits in der Grundschule wird die folgende Teilbarkeitsregel gelehrt:

Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Ein Fünftklässler fragt Sie: „Warum ist das eigentlich so?“

(a) Beantworten Sie die Frage zunächst mit Mitteln, die bisher in der Vorlesung zur Verfügung gestellt wurden.

(b) Verfassen Sie danach auch eine Antwort für den Fünftklässler.

Hinweis: Man kann jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ schreiben als $n = \sum_{i=0}^k a_i 10^i$ mit $k \in \mathbb{N}$ und $a_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$.

Abb. 7.1 Lehramtsaufgabe aus der Vorlesung „Lineare Algebra I“, welche zunächst eine bottom- up und anschließend eine top-down Verbindung einfordert (Weber et al., 2021)

Abmilderung der wahrgenommenen doppelten Diskontinuität beitragen und Studierende mehr inhaltliche Verbindungen wahrnehmen sowie Hochschulmathematik als relevanter für den Lehrberuf erachten. Letztere Frage wurde in einer Evaluationsstudie von Schadl et al. (2019) adressiert, die erhoben haben, ob Lehramtsstudierende, nachdem sie in einem Semester in einem Seminar Lehramtsaufgaben bearbeiteten, Hochschulmathematik als relevanter für ihren späteren Beruf erachten als zu Beginn des Semesters. Hierbei zeigte sich nur in einer von drei Kohorten eine signifikante Veränderung. Dies lässt sich möglicherweise mit Befunden von Eichler und Isaev (2022) erklären, die in einem quasi-experimentellen prä-post Design untersuchten, wie sich die wahrgenommene Relevanz der Hochschulmathematik für den Beruf in Abhängigkeit davon entwickelt, ob die Studierenden Lehramtsaufgaben bearbeiteten oder nicht. Die Autoren stellten dabei einen signifikanten Interaktionseffekt fest: Während in der Treatmentgruppe keine veränderte Relevanzwahrnehmung zu verzeichnen war, sank die wahrgenommene Relevanz in der Kontrollgruppe signifikant ab. Insofern ist es möglich, dass der Einsatz von Lehramtsaufgaben nicht zu einer Steigerung der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik führt, wohl aber einem Absinken entgegenwirkt.

Eichler und Isaev (2022) untersuchten in ihrer Studie mit 72 Lehramtsstudierenden des ersten und dritten Semesters einer deutschen Universität zudem, inwiefern sich die Wahrnehmung der inhaltlichen Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik in Abhängigkeit von der Bearbeitung von Lehramtsaufgaben verändert. Hierbei zeigte sich entgegen den Erwartungen kein signifikanter Interak-

tionseffekt zwischen Treatment und Zeit, jedoch ein Haupteffekt des Faktors Zeit, welcher auf ein generelles Absinken der wahrgenommenen inhaltlichen Verbindungen hinwies.

Weitere Untersuchungen zum Einfluss von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität sind uns nicht bekannt. Da die bisherigen Befunde aus eher kleinen Stichproben einzelner Hochschulen stammen, sind diese noch durch weitere Untersuchungen zu stärken. Im Folgenden wird daher eine Studie vorgestellt, welche einen weiteren Beitrag zur Beantwortung der bereits in einem ersten Ansatz von Eichler und Isaev (2022) adressierten folgenden Forschungsfrage leisten soll:

Welche Auswirkungen hat der Einsatz von Lehramtsaufgaben auf die von Studierenden wahrgenommenen inhaltlichen Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik sowie auf die wahrgenommene Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf?

7.3 Methoden

Durchgeführt wurde eine Fragebogenstudie mit Mathematikstudierenden der Universität Kiel im ersten Studienjahr. Erhoben wurde zu zwei Messzeitpunkten, um zu ermitteln, wie sich die wahrgenommenen Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik und die wahrgenommene Relevanz von Hochschulmathematik in Abhängigkeit von der Bearbeitung von Lehramtsaufgaben entwickelt. Der erste Messzeitpunkt (T1) lag in der zweiten Hälfte des ersten Semesters, der zweite Messzeitpunkt (T2) am Ende des zweiten Semesters. Der erste Messzeitpunkt wurde bewusst nicht zu Beginn des ersten Semesters angesetzt, damit die Studierenden zunächst ein realistisches Bild der Hochschulmathematik erwerben konnten.

7.3.1 Stichprobe

Erhoben wurde jeweils in den Übungsgruppen der Linearen Algebra, in welchen die Studierenden Anwesenheitspflicht besaßen. Am ersten Messzeitpunkt zu T1 nahmen insgesamt 306 Studierende teil, zum zweiten Messzeitpunkt 153, wobei längsschnittliche Daten von insgesamt 98 Studierenden vorliegen. Es ist anzunehmen, dass viele fehlende Werte darauf zurückgehen, dass Studierende ihr Studium nach T1 abgebrochen oder zumindest das erste Semester nicht erfolgreich abgeschlossen haben und daher nicht an T2 teilnahmen. Umgekehrt ist nicht auszuschließen, dass es sich bei Studierenden, die an T2 aber nicht an T1 teilgenommen haben, um Wiederholerinnen und Wiederholer handelt, die im Jahr zuvor das erste Semester, nicht jedoch das zweite bestanden haben. Es ist somit davon auszugehen, dass die fehlenden Werte in vielen Fällen nicht zufällig auftraten und eine Schätzung dieser auf Basis der vollständigen Datensätze nicht sinnvoll durchzuführen ist. In die Analyse wurden daher

nur die $N = 98$ Personen einbezogen, für die zu beiden Messzeitpunkten Daten vorlagen.

Die Stichprobe setzte sich zusammen aus 74 Studierenden des gymnasialen Lehramts, 20 Fachstudierenden der Mathematik und 4 Fachstudierenden eines anderen Faches (z. B. Informatik) mit Mathematik als Nebenfach. Alle Studierenden besuchten die gleichen Mathematikveranstaltungen (Analysis, Lineare Algebra), in deren Rahmen wöchentlich pro Veranstaltung 4–5 mathematische Übungsaufgaben bearbeitet werden mussten. Mindestens Dreiviertel dieser Aufgaben waren jede Woche klassische mathematische Übungsaufgaben, die von allen Studierenden (Lehramt und Fach) zu bearbeiten waren. Für Lehramtsstudierende war jede Woche in jeder Veranstaltung zusätzlich jeweils maximal eine dieser Aufgaben eine Lehramtsaufgabe. Die Fachstudierenden erhielten statt einer Lehramtsaufgabe eine weitere klassische mathematische Aufgabe, welche von den Lehramtsstudierenden nicht bearbeitet werden musste. Ansonsten wurden alle Studierenden unter den exakt gleichen Bedingungen unterrichtet. Die Fachstudierenden werden daher als Vergleichsgruppe herangezogen. Die Daten wurden in zwei Kohorten erhoben in den Jahren 2018/19 und 2019/20. Tab. 7.1 zeigt eine Übersicht, wie sich die Studierenden auf die Kohorten verteilen. In Kohorte 1 wurden weniger Lehramtsaufgaben eingesetzt als in Kohorte 2: In der Analysis wurde in der Kohorte 1 nur eine Lehramtsaufgabe eingesetzt, während in Kohorte 2 in der Analysis bis auf wenige Ausnahmen jede Woche eine Lehramtsaufgabe angeboten wurde. In der linearen Algebra erhielten beide Kohorten (fast) jede Woche eine Lehramtsaufgabe. Die Erhebung fand, wie oben erwähnt, daher in den Übungsgruppen zur linearen Algebra statt, also in einem Umfeld, in welchem beide Kohorten regelmäßig Lehramtsaufgaben erhielten. Es wurde daher erwartet, dass es keine wesentlichen Unterschiede zwischen den Kohorten in der erhobenen Wahrnehmung der doppelten Diskontinuität gab. Insgesamt hatten die Lehramtsstudierenden zu T1 jeweils bereits sechs (Kohorte 1) bzw. sieben (Kohorte 2) Lehramtsaufgaben bearbeitet und zu T2 schließlich 17 bzw. 33 Lehramtsaufgaben.

Tab. 7.1 Anzahl von Fachstudierenden (Vergleichsgruppe) und Lehramtsstudierenden (Treatmentgruppe) aufgeteilt nach Kohorte

Kohorte	Fachstudierende (davon nicht Mathe)	Lehramtsstudierende	Gesamt
1 (2018/19)	13 (3)	47	60
2 (2019/20)	11 (1)	27	38
Gesamt	24 (4)	74	98

Die Lehramtsaufgaben, welche in der Stichprobe eingesetzt wurden, orientierten sich explizit am Konstrukt des schulbezogenen Fachwissens (SRCK, Dreher et al., 2018) und adressierten Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik sowohl

in bottom-up Richtung (z. B. Schüleraussage, die hochschulmathematisch analysiert werden musste, s. Abb. 7.1 Teilaufgabe a) als auch top-down Richtung (z. B. Formulierung einer schülergerechten Antwort basierend auf hochschulmathematischen Überlegungen, s. Abb. 7.1 Teilaufgabe b). Darüber hinaus bildeten einige Lehramtsaufgaben auch die curriculare Facette ab, indem sie die Entwicklung einer mathematischen Idee über mehrere Klassenstufen beleuchteten oder auf den fachsystematischen Aufbau der Schulmathematik eingingen und beispielsweise Lücken aufzeigten (s. Abb. 7.2).

Aufgabe 8.3 (L) Sie haben $0,\bar{9} = 1$ in Aufgabe 8.2(a) mithilfe der Reihendarstellung berechnet.

(a) Geben Sie nun je einen altersgerechten Beweis für diese Gleichheit

(i) für die Klassenstufe 6,
(ii) für die Oberstufe.

(b) Geben Sie jeweils an, an welchen Stellen die Schulbeweise aus Hochschulsicht Lücken aufweisen (die Sie mit schulischen Mitteln nicht schließen können).

Abb. 7.2 Lehramtsaufgabe aus der Vorlesung „Analysis I“, welche die curriculare Facette des SRCK adressiert (Weber et al., 2021)

7.3.2 Instrument

Genutzt wurde der „Fragebogen zur doppelten Diskontinuität“ (Isaev & Eichler, 2022), welcher die beiden Subskalen *Inhaltliche Verbindungen* (IV, 8 Items) und *Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf* (RB, 10 Items) umfasst (s. Tab. 7.2) und auch in der Studie von Eichler und Isaev (2022) eingesetzt wurde. Die Teilnehmenden konnten bei jedem Item auf einer 6-stufigen Likert-Skala angeben, wie sehr sie der gegebenen Aussage zustimmen (1 – trifft gar nicht zu, 6 – trifft voll zu). Insgesamt traten bei den Items 20 fehlende Werte auf. Für beide Subskalen wurden jeweils die Personen mit fehlenden Werten in der Subskala ausgeschlossen, sodass sich leicht reduzierte Stichprobenzahlen ergeben (s. Tab. 7.2).

7.3.3 Analysemethoden

Um zu überprüfen, ob die wahrgenommene doppelte Diskontinuität sich im Verlauf des ersten Studienjahres bei Treatment- und Vergleichsgruppe unterschied, wurden für beide Subskalen mixed-design Varianzanalysen mit der Statistiksoftware R (R

Tab. 7.2 Beispielitems für beide Subskalen des „Fragenbogens zur doppelten Diskontinuität“ (Isaev & Eichler, 2022). Beide Subskalen zeigten akzeptable bis exzellente Reliabilitäten

Subskala	N	Beispielitem	Cronbach's α T1/T2
Inhaltliche Verbindungen (IV)	91	„Die universitäre Mathematik hat inhaltlich kaum etwas mit der Schulmathematik zu tun.“	.79/.86
Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf (RB)	92	„Die universitäre Mathematik ist sehr nützlich für den Lehrberuf.“	.87/.93

Core Team, 2017) durchgeführt. Die Voraussetzung der Varianzhomogenität wurde mittels des Levene-Tests überprüft und wird erfüllt. Zudem wurde die Normalverteilung der abhängigen Variablen in allen Subgruppen mittels des Shapiro-Wilk-Tests überprüft. Auch hierbei wurden keine Verletzungen festgestellt. Berechnet wurde pro Subskala ein Modell bestehend aus Gruppe und Kohorte als between-subject Faktoren und Messzeitpunkt als within-subject Faktor. Zusätzlich wurde jeweils die Interaktion zwischen Gruppe und Messzeitpunkt analysiert.

7.4 Ergebnisse

In Tab. 7.3 sind die Ergebnisse der Varianzanalysen entsprechend der oben beschriebenen Modelle für beide Subskalen dargestellt. Zudem gibt Abb. 7.3 einen Überblick über die Entwicklung der wahrgenommen doppelten Diskontinuität in der Treatment- und Vergleichsgruppe zwischen beiden Messzeitpunkten.

Tab. 7.3 Ergebnisse der Varianzanalysen zur studentischen Wahrnehmung der Subskala inhaltliche Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik (IV) und der Subskala Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf (RB)

	Subskala IV	Subskala RB
Kohorte	$F(1, 88) = 0.92, \eta^2 < 0.01$	$F(1, 89) = 0.81, \eta^2 < 0.01$
Gruppe	$F(1, 88) = 0.003, \eta^2 < 0.01$	$F(1, 89) = 8.30^{**}, \eta^2 = 0.05$
Messzeitpunkt	$F(1, 89) = 2.79, \eta^2 = 0.01$	$F(1, 90) = 1.21, \eta^2 < 0.01$
Interaktion	$F(1, 89) = 6.51^*, \eta^2 = 0.02$	$F(1, 90) = 4.27^*, \eta^2 = 0.02$
Messzeitpunkt \times Gruppe		

* $p < .5$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

Es zeigt sich in beiden Subskalen, dass kein Haupteffekt der Kohorte vorlag und auch kein Haupteffekt des Messzeitpunktes. Entsprechende Kohortenunterschiede waren auch nicht erwartet worden, daher wird im Folgenden nicht weiter auf die unterschiedlichen Kohorten eingegangen.

Für die Subskala IV der inhaltlichen Verbindungen fiel auch der Haupteffekt der Gruppe nicht signifikant aus, wohl aber die Interaktion zwischen Messzeitpunkt und Gruppe. Die Effektstärke ist allerdings als gering zu bezeichnen. Aufgrund des un-

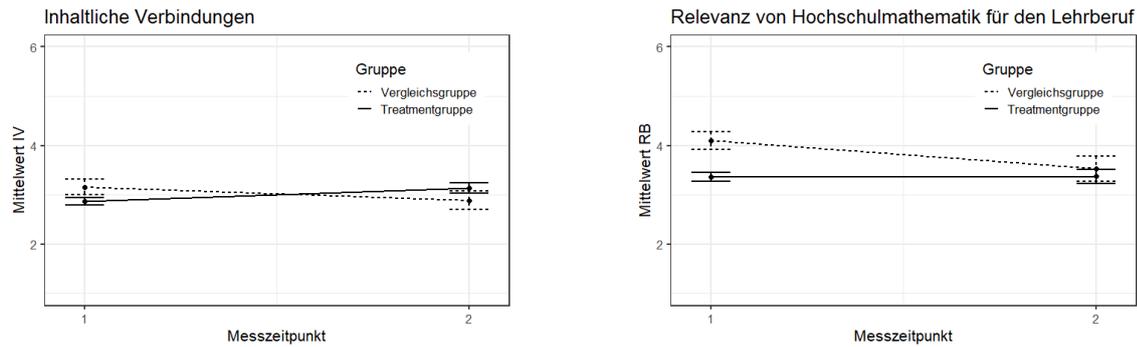


Abb. 7.3 Mittelwerte und Standardabweichungen in beiden Subskalen des Fragebogens zur wahrgenommenen doppelten Diskontinuität. Höhere Werte indizieren eine geringere wahrgenommene doppelte Diskontinuität

balancierten Designs (Verhältnis Treatment-: Vergleichsgruppe ca. 3:1) wurde der Post-hoc Test nach Bonferroni durchgeführt, welcher jedoch keine signifikanten Unterschiede zwischen den Subgruppen ergab. Anzunehmen ist, dass der signifikante Interaktionseffekt auf dem knapp nicht signifikanten Unterschied zwischen T1 und T2 innerhalb der Treatmentgruppe beruht ($t(89) = -2.69, p = .05$). Dieser wies im Post-hoc Test deutlich den geringsten p -Wert auf.

In der Subskala der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf zeigte sich ein signifikanter Haupteffekt der Gruppe mit kleiner Effektstärke. Auch der Interaktionseffekt zwischen Messzeitpunkt und Gruppe fiel signifikant aus mit kleiner Effektstärke. Der Post-hoc Test nach Bonferroni indizierte hierbei zwei signifikante Unterschiede. Zum einen unterschieden sich Treatment- und Vergleichsgruppe signifikant zum ersten Messzeitpunkt ($t(177) = 3.42, p = .005$), zum anderen lag die wahrgenommene Relevanz in der Vergleichsgruppe zum ersten Messzeitpunkt signifikant über der wahrgenommenen Relevanz in der Treatmentgruppe zum zweiten Messzeitpunkt ($t(177) = 3.39, p = .005$). Zum zweiten Messzeitpunkt wurden hingegen keinen signifikanten Unterschied mehr zwischen Treatment- und Vergleichsgruppe beobachtet ($t(177) = 0.70, p = 1.00$).

7.5 Diskussion und Ausblick

Ziel der vorgestellten Studie war es, erste Befunde zu den Auswirkungen von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität zu ergänzen. Es sollte somit ein weiterer Beitrag zu der Frage geleistet werden, inwiefern Lehramtsaufgaben die wahrgenommenen Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik sowie die wahrgenommene Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf beeinflussen. Insgesamt sprechen unsere Ergebnisse für einen positiven Einfluss in dem Sinne, dass Lehramtsaufgaben die wahrgenommene doppelte Diskontinuität abmildern.

Für die Subskala der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf konnten die bisherigen Befunde im Wesentlichen gestützt werden. Ebenso wie bei Eichler und Isaev (2022) zeigte sich kein signifikanter Anstieg der Relevanzwahrnehmung in der Treatmentgruppe. Dies war auch bei der Mehrzahl der von Schadl et al. (2019) untersuchten Kohorten so. Analog zu Eichler und Isaev (2022) zeigte sich zudem auch in unserer Stichprobe eine signifikante Interaktion zwischen den Faktoren Gruppe und Messzeitpunkt, welche auf ein Absinken der Relevanzwahrnehmung in der Vergleichsgruppe hindeutet. Laut einer Interviewstudie von Weber und Lindmeier (eingereicht) ist anzunehmen, dass dieser Einfluss von Lehramtsaufgaben auf die Relevanzwahrnehmung insbesondere durch authentischen Schulbezug sowie Möglichkeiten, typische Lehrkrafthandlungen nachzuahmen, bedingt wird.

Für die zweite Subskala – die der inhaltlichen Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik – weichen unsere Befunde jedoch von den bisherigen ersten Ergebnissen ab. Während Eichler und Isaev (2022) entgegen den Erwartungen keinen Einfluss des Treatments Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommenen Verbindungen feststellten, jedoch ein generelles Absinken der wahrgenommenen Verbindungen über die Zeit, zeigte sich in unserer Studie kein Haupteffekt der Zeit aber ein signifikanter Interaktionseffekt. Dieser ist auf einen tendenziellen Anstieg der wahrgenommenen Verbindungen in der Treatmentgruppe zurückzuführen.

Während die Ergebnisse zur wahrgenommenen Relevanz somit in unserer und anderen Studien darauf hinweisen, dass der Einsatz von Lehramtsaufgaben einem Absinken der Relevanzwahrnehmung entgegenwirken kann, bleibt die Befundlage hinsichtlich der Wahrnehmung inhaltlicher Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik noch inhomogen. Hier bedarf es weiterer Forschung, die auch die Unterschiede der durchgeführten Studien gezielt berücksichtigen sollte. So legten Eichler und Isaev (2022) beispielsweise ihren ersten Messzeitpunkt an den Beginn des ersten bzw. dritten Semesters, während in unserer Studie der Fragebogen bewusst erst später im ersten Semester zum ersten Mal eingesetzt wurde, damit die Studierenden bereits ein realistisches Bild der Hochschulmathematik erhalten konnten. Da sich das Bild, welches Studierende von Mathematik haben, zu Studienbeginn gewöhnlich stark ändert (Geisler & Rolka, 2021) und die Studierenden unter „Hochschulmathematik“ zu Studienbeginn möglicherweise etwas Anderes verstehen als einige Wochen später, ist davon auszugehen, dass Messungen zur Wahrnehmung von inhaltlichen Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu verschiedenen Zeitpunkten in der Eingangsphase möglicherweise stark variieren. Ein weiterer Unterschied zwischen den Studien ergibt sich daraus, dass an den beteiligten Hochschulen unterschiedliche Treatments genutzt wurden, welche die unterschiedlichen Ergebnisse bedingt haben könnten. So können etwa verschiedene Schwerpunkts-

setzungen in der Gestaltung von Lehramtsaufgaben unterschiedlich auf die Wahrnehmung von Studierenden wirken. Erste Hinweise hierauf finden sich bei Isaev et al. (2022), die beobachteten, dass eine Schwerpunktsetzung von Lehramtsaufgaben auf inhaltliche Verbindungen oder eine Schwerpunktsetzung auf beruflich relevante Anwendungssituationen sich in der Entwicklung der Studierendenwahrnehmung widerzuspiegeln scheint. Hier bedarf es weiterer Forschung dazu, welche Auswirkungen konkrete Gestaltungsmerkmale von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität nehmen (für einen Überblick, in welchen Merkmalen sich derzeit verwendete Lehramtsaufgaben unterscheiden können, s. Weber & Lindmeier, 2022).

Als wesentliche Limitation unserer Studie ist anzuführen, dass die Vergleichsgruppe aufgrund der vorhandenen Rahmenbedingungen aus Fachstudierenden bestand, da alle Lehramtsstudierenden der Hochschule im ersten Studienjahr Lehramtsaufgaben erhielten und somit keine Lehramtsstudierenden für eine randomisiert generierte Kontrollgruppe herangezogen werden konnten. Die Fachstudierenden wurden unter den gleichen Bedingungen unterrichtet wie die Lehramtsstudierenden, besuchten die gleichen Mathematikurse (Vorlesungen und Übungen zur Analysis und Linearen Algebra) und bearbeiteten mit Ausnahme der Lehramtsaufgaben, an deren Stelle eine alternative Aufgabe trat, die gleichen Übungsaufgaben. Dennoch ist die Vergleichsgruppe aus Fachstudierenden sicherlich nicht als ideal zu bezeichnen, da unklar ist, ob sich Fach- und Lehramtsstudierende in unserer Studie nicht in wichtigen Variablen wie beispielsweise dem mathematischen Selbstkonzept oder dem Interesse unterscheiden, was eventuell Auswirkungen auf ihre wahrgenommene doppelte Diskontinuität haben kann. Hervorzuheben ist jedoch, dass die Messwerte unserer Vergleichsgruppe aus Fachstudierenden deskriptiv ein ähnliches Muster zeigten wie die der Kontrollgruppe aus Lehramtsstudierenden bei Eichler und Isaev (2022), nämlich ein Absinken sowohl in der Relevanzwahrnehmung als auch hinsichtlich der Wahrnehmung inhaltlicher Verbindungen (jeweils nicht signifikant). Unter den gegebenen Rahmenbedingungen könnte Unterschieden zu Fachstudierende als Vergleichsgruppe damit eine gewisse Aussagekraft zugeschrieben werden.

Zusammenfassend konnte unsere Studie somit Befunde stützen, dass Lehramtsaufgaben einen positiven Einfluss auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität nehmen oder zumindest einer zunehmenden Diskontinuitätswahrnehmung entgegenwirken können. Gleichzeitig wurde weiterer Forschungsbedarf im Bereich der wahrgenommenen Verbindungen aufgezeigt. In diesem Kontext ist zudem zu untersuchen, inwiefern Lehramtsaufgaben nicht nur zu einer erhöhten Wahrnehmung von Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik führen, sondern ob die Aufgaben auch tatsächlich dazu beitragen, dass Lehramtsstudierende Wissen über solche Verbindungen, also schulbezogenes Fachwissen (Dreher et al., 2018), aufbau-

en. Wie eingangs dargelegt, können Lehramtsaufgaben als Lerngelegenheiten für SRCK verstanden werden. Dabei sollte der Wissenserwerb durch die wahrgenommene Relevanz des Lerngegenstands (hier Hochschulmathematik und Verbindungen zur Schulmathematik), welche durch die Aufgaben offenbar aufrechterhalten wird, noch begünstigt werden (Hulleman & Harackiewicz, 2009). Empirische Befunde zum SRCK-Aufbau durch Lehramtsaufgaben stehen jedoch noch aus und können als nächster wichtiger Schritt zur Beforschung der Qualität von Lehramtsaufgaben als professionsspezifische Lerngelegenheiten angesehen werden.

8 | Transfer in die Praxis

Der folgende Beitrag wurde am 27. April 2021 erstmals eingereicht und in der untenstehenden Fassung am 31. Juli 2021 in den **Mitteilung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung** in Heft 29(2) veröffentlicht (DOI: 10.1515/dmvm-2021-0032). Es handelt es sich hierbei nicht um einen Forschungsbeitrag sondern einen Transferbeitrag für die Praxis. Der Beitrag richtet sich an Hochschuldozierende und diskutiert, wie mithilfe des Modells des *schulbezogenen Fachwissens* Lehramtsaufgaben gestaltet und in die Hochschullehre integriert werden können.

Aufbau eines berufsspezifischen Fachwissens für Lehramtsstudierende

Birke-Johanna Weber, Anika Dreher, Aiso Heinze & Anke Lindmeier

„Das ist für mich keine Frage, die ich im Unterricht behandeln würde. Das ist mir von meiner Herangehensweise total fremd. [...] ich wüsste auch gar nicht, wie ich Schüler für so eine Frage motivieren sollte.“

Dies ist die Antwort einer Mathematik-Lehrkraft auf die Frage, wie man Schülerinnen und Schüler entdecken lassen kann, dass die rationalen Zahlen dicht in \mathbb{R} liegen. Selbst wenn die Lehrkraft in ihrem Studium an der Hochschule das nötige Fachwissen zum Thema Dichtheit erworben hat, so scheint ihr die Thematisierung dieser zentralen Eigenschaft im schulmathematischen Kontext eine (zu) große Herausforderung zu sein. Entsprechend entscheidet sie sich, dieses Thema nicht im Unterricht zu behandeln. Dabei ist es durchaus möglich, Schülerinnen und Schüler wesentliche Ideen zur Dichtheit entdecken und diskutieren zu lassen, beispielsweise durch die Aufgabe „Finde den kleinsten Bruch, der größer als $\sqrt{5}$ ist.“ Ein qualitativ hochwertiger Mathematikunterricht sollte genau solche Einblicke in zentrale mathematische Ideen ermöglichen. Dafür müssen Lehrkräfte jedoch ihr hochschulmathematisches Wissen im schulmathematischen Kontext lernförderlich nutzen können. Die notwendige Verbindung zwischen dem hochschulmathematischen Fachwissen und der Schulmathematik gelingt aber nicht immer automatisch und es stellt sich die Frage, wie wir dies in Mathematikvorlesungen unterstützen können.

8.1 Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik

Dass (angehende) Lehrkräfte Schwierigkeiten haben, Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu sehen und zu nutzen, wird seit über 100 Jahren diskutiert und von Felix Klein (1908) zugespitzt als das Phänomen der doppelten Diskontinuität beschrieben: Sowohl zu Studienbeginn als beim Eintritt in den Beruf haben Studierende Schwierigkeiten, Zusammenhänge zwischen den beiden mathematischen „Welten“ zu erkennen. Dies hat zur Folge, dass sie das an der Hochschule erworbene Fachwissen in der Schule kaum fruchtbar nutzen.

Auch heute noch wird dies von (angehenden) Lehrkräften als Problem wahrgenommen. Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik werden im Verlauf der Lehramtsausbildung für sie zu wenig sichtbar gemacht. Es wird davon ausgegangen, dass Lehramtsstudierende diese selbst herstellen können, da das Wissen über die komplexere Hochschulmathematik ein Durchdringen der Schulmathematik problemlos ermöglichen sollte (sogenannte *intellectual trickle-down-Annahme*, vgl. Wu (2011)). Diese Annahme wird jedoch seit längerem angezweifelt, da Schul- und Hochschulmathematik von verschiedenem Charakter sind (z. B. in Bezug auf Begriffserwerb, Zielsetzungen, Beweiskultur; für einen Überblick siehe z. B. Fischer et al. (2009)), so dass die Schulmathematik nicht einfach als Teilmenge der Hochschulmathematik angesehen werden kann. Auch erste empirische Ergebnisse legen nahe, dass die *intellectual trickle-down-Annahme* nicht haltbar ist und Studierende trotz Fachwissenserwerb die gewünschten Verbindungen zur Schulmathematik in der Regel nicht unbedingt selbstständig herstellen (Hoth et al., 2020).

Es ist Konsens und durch obiges Beispiel illustriert, dass fachliches Wissen von Lehrkräften Voraussetzung für qualitativ hochwertigen Mathematikunterricht ist. Auch ist unbestritten, dass die im Schulcurriculum dargestellte Schulmathematik weder die fachsystematische und strukturelle Exaktheit noch die Konsistenz aufweist wie die Hochschulmathematik. Dies ist ihrer altersangemessenen Aufbereitung, ihrer Rolle als Bildungsgegenstand zum Erwerb einer Allgemeinbildung sowie ihrer „zeitlichen Instabilität“ infolge des gesellschaftlich-politischen Einflusses auf die Lehrpläne geschuldet. Die Strukturierung der fachwissenschaftlichen Ausbildung von Lehramtsstudierenden auf Basis der Schulmathematik anstelle der Hochschulmathematik kann entsprechend keine tragfähige Alternative sein. Wenn Lehrkräfte jedoch das in der Hochschule erworbene Fachwissen nur schwer mit der Schulmathematik in Verbindung bringen können, so kann es im Unterricht nicht wirksam genutzt werden. Vor diesem Hintergrund stellt sich für die fachlichen Vorlesungen die Frage, wie ein „in Verbindung bringen“ der mathematischen Welten für Lehramtsstudierende unterstützt werden kann, um eine „professionsorientierte fachwissenschaftliche

Ausbildung“ sicherzustellen¹.

Wir beschreiben dazu im Folgenden, wie sich ein berufsspezifisches Fachwissen für Lehrkräfte charakterisieren lässt, und fassen bestehende Forschungsergebnisse diesbezüglich zusammen. Anschließend leiten wir Vorschläge für eine Ergänzung der fachwissenschaftlichen Ausbildung zukünftiger Lehrkräfte an Universitäten ab. Konkret berichten wir über eine Lehrinnovation der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, in deren Rahmen spezielle Lehramtsaufgaben in den regulären Übungsbetrieb integriert wurden, um den Aufbau eines solchen berufsspezifischen Fachwissens zu unterstützen. Wir zeigen praktische Möglichkeiten zur Konstruktion solcher Lerngelegenheiten auf und geben abschließend einen kurzen Ausblick auf weiterführende Fragestellungen.

8.2 Schulbezogenes Fachwissen als Komponente des berufsspezifischen Fachwissens für Lehrkräfte

Da für zukünftige Mathematiklehrkräfte zusätzlich zur Hochschulmathematik und Schulmathematik insbesondere das In-Beziehung-Setzen dieser beiden Welten zentral ist, nennen wir diese Komponente des berufsspezifischen Fachwissens *schulbezogenes Fachwissen* (school-related content knowledge) und charakterisieren es als ein Wissen über Zusammenhänge zwischen Hochschulmathematik und Schulmathematik (Dreher et al., 2018). Solche Zusammenhänge können aus drei verschiedenen Perspektiven analysiert werden. Einerseits können sie ausgehend von der Schulmathematik (bottom-up) betrachtet werden, so dass entsprechendes Wissen beispielsweise Antworten auf Fragen der folgenden Art gibt:

- Sind bestimmte Elemente der Schulmathematik (Einführungen, Definitionen, Sätze, Begründungen etc. in Schulbüchern und anderen Lernmedien) „intellektuell ehrlich“ oder fachlich verzerrend?²
- Welches Potential für das Entdecken und Thematisieren zentraler mathematischer Ideen und mathematischer Tätigkeiten steckt in bestimmten Aufgaben oder Situationen?

¹Gemäß Zielen der Kultusministerkonferenz soll die Lehramtsausbildung professionsorientiert erfolgen, was sich auch auf die fachwissenschaftlichen Ausbildungsteile bezieht. Aktuell hat die KMK den Wissenschaftsrat damit beauftragt, die Lehramtsausbildung in Deutschland für das Fach Mathematik darauf hin zu untersuchen (vgl. Wissenschaftsrat (2021))

²Mit „fachlicher Verzerrung“ ist gemeint, dass wesentliche Merkmale eines mathematischen Sachverhalts gar nicht oder nicht sachadäquat abgebildet sind. Dies tritt beispielsweise dann auf, wenn bei der Zahlbereichserweiterung von \mathbb{Q} nach \mathbb{R} nicht thematisiert wird, dass auch die bekannten Verknüpfungsoperationen der rationalen Zahlen auf \mathbb{R} fortgesetzt werden. Weitere Beispiele fachlicher Verzerrung wären eine unpräzise/fehlende Unterscheidung zwischen einer Definition und einem zu begründenden Satz oder die Inkonsistenz zwischen einer fachmathematischen Definition eines Begriffs und seiner Einführung in der Schule.

- Inwiefern enthalten bestimmte Schüleräußerungen fachlich adäquate/inadäquate bzw. entwicklungsfähige mathematische Ansätze?

Andererseits können solche Zusammenhänge auch ausgehend von der Hochschulmathematik (top-down) betrachtet werden, so dass Wissen benötigt wird, das beispielsweise Antworten auf Fragen der folgenden Art liefert:

- Wie können bestimmte Elemente der Hochschulmathematik (Begriffe, Sätze, Arbeitsweisen etc.) im schulischen Kontext eingeführt, definiert bzw. begründet werden, so dass diese im Rahmen der Schulmathematik zugänglich, aber nicht fachlich verzerrt sind?
- Mit Hilfe von welchen Situationen oder Problemstellungen können im schulischen Kontext bestimmte mathematische Konzepte und Ideen entwickelt werden, ohne dass fachliche Verzerrungen auftreten?

Darüber hinaus dient die Hochschulmathematik auch als fachlicher Hintergrund des Aufbaus des Schulcurriculums. Daher gehört zum schulbezogenen Fachwissen auch eine curriculare Facette, die sich auf die curriculare Einbettung und Entwicklung mathematischer Definitionen, Konzepte und Sätze bezieht. Solches Wissen liefert beispielsweise Antworten auf Fragen der folgenden Art:

- Auf welchen curricularen Entwicklungsstufen (Abstraktionsgrad, verfügbare mathematische Werkzeuge und Geltungsbereich) lassen sich bestimmte mathematische Fragestellungen und Konzepte an verschiedenen Stellen des Schulcurriculums behandeln?
- Auf welche mathematischen Ideen und Konzepte kann/sollte man bezüglich eines bestimmten Inhalts in einer bestimmten Klassenstufe schon aufbauen?
- Was sind zentrale Aspekte der Behandlung eines mathematischen Inhalts in einer bestimmten Klassenstufe, die Voraussetzung bzw. mögliche Anknüpfungspunkte für das spätere Lernen in einer höheren Klassenstufe sind?

Ausführlichere Begründungen und Beschreibungen dieser drei Facetten von schulbezogenem Fachwissen finden sich in (Dreher et al., 2022, im Druck) sowie (Dreher et al., 2018).

Das Konzept des schulbezogenen Fachwissens wurde jedoch nicht nur theoretisch hergeleitet, sondern im Rahmen der Forschungsprojekte KiL und KeiLa am IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik auch bei Lehramtsstudierenden der Sekundarstufe an verschiedenen Hochschulen in Deutschland empirisch untersucht. In diesem Zuge wurden Testinstrumente zur Erfassung von hochschulmathematischem sowie schulbezogenem Fachwissen und

von fachdidaktischem Wissen entwickelt. Anhand der Struktur der Daten von 505 Mathematiklehramtsstudierenden konnte die Annahme gestützt werden, dass sich diese drei Wissensarten nicht nur theoretisch unterscheiden, sondern sich auch empirisch getrennt abbilden lassen und somit das schulbezogene Fachwissen – wie das hochschulmathematische Fachwissen und fachdidaktische Wissen – als eine eigene Wissensdimension aufgefasst werden kann (Heinze et al., 2016). Darüber hinaus untersuchten Hoth et al. (2020) die trickle-down-Annahme für eine Stichprobe von Mathematiklehramtsstudierenden der Sekundarstufe. Es zeigte sich, dass die Studierenden im ersten Studienjahr zwar einen substantziellen Zuwachs des hochschulmathematischen Fachwissens erreichten, sich jedoch ihr schulbezogenes Fachwissen nicht signifikant veränderte. Die trickle-down-Annahme wird durch diese Ergebnisse nicht gestützt, so dass in der Lehramtsausbildung spezielle Lerngelegenheiten für den Aufbau von schulbezogenem Fachwissen als notwendig erachtet werden.

8.3 Lehramtsaufgaben – eine Lehrinnovation zur Erhöhung des Berufsbezuges

Eine Maßnahme, die inzwischen an vielen Hochschulstandorten in Deutschland gezielt umgesetzt wird, um den Berufsbezug der mathematischen Lehrveranstaltungen sichtbar zu machen, ist der Einsatz sogenannter Lehramts-/Schnittstellen-/Vernetzungsaufgaben im Fachstudium (z. B. Bauer, 2018; Eichler & Isaev, 2017; Schadl et al., 2019). Diese Aufgaben ergänzen die herkömmlichen Übungsaufgaben und sollen Lehramtsstudierende besonders ansprechen, um dem Problem der doppelten Diskontinuität zu begegnen. Wir argumentieren, dass diese Aufgaben auch das Potenzial haben, den Aufbau eines schulbezogenen Fachwissens zu unterstützen. Ein entsprechendes Lehrangebot wurde an der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel entwickelt, um die Lehramtsausbildung systematisch zu verbessern.

Seit dem Wintersemester 2017/18 werden dafür in den Grundvorlesungen Analysis I und II und Lineare Algebra I und II, welche in Kiel gemeinsam von Lehramts- und Hauptfachstudierenden besucht werden, lehramtsspezifische Aufgaben eingesetzt. Mittlerweile erhalten die Lehramtsstudierenden in den genannten Vorlesungen wöchentlich eine dieser Aufgaben auf den regulären Übungsblättern, deren erfolgreiche Bearbeitung auch für die Klausurzulassung relevant ist. Sie ersetzen eine der herkömmlichen Aufgaben oder werden als weiterführender Aufgabenteil in diese integriert. Ziel ist es, dass die Lehramtsstudierenden ihr in der Vorlesung erworbenes Fachwissen in Bezug zur Schulmathematik setzen, welche sie später unterrichten sollen, um so schulbezogenes Fachwissen aufzubauen. Außerdem sollen die Studierenden die Nützlichkeit und Notwendigkeit der Hochschulmathematik für ihren späteren Berufsalltag erfahren können. Die Aufgaben sind so gestaltet, dass sie nicht

ohne Hochschulmathematik lösbar sind. Darüber hinaus orientiert sich die Aufgabenentwicklung an den drei oben beschriebenen Facetten des schulbezogenen Fachwissens, so dass im Wesentlichen drei Grundgerüste von Aufgaben bestehen: (1) bottom-up: Ausgangspunkt ist ein schulisches Element (z. B. Schulbuchausschnitt oder eine Schüleraussage), welches aus fachlicher Sicht mit Mitteln der Vorlesung beurteilt werden soll. (2) top-down: Ausgangspunkt ist ein hochschulisches Element (z. B. Definition/Beweis aus der Vorlesung), welches schülergerecht aufbereitet werden soll. (3) curricular: Ausgangspunkt ist ein hochschulmathematischer Inhalt und es soll untersucht werden, auf welche mathematischen Ideen in verschiedenen Klassenstufen zurückgegriffen werden kann, um diesen Inhalt zu erklären. Dabei kann auch expliziert werden, welche fachlichen Lücken innerhalb der Schulmathematik dabei bestehen bleiben.

Eine Beispielaufgabe³ zur curricularen Facette findet sich in Abb. 8.1. Diese wurde in der Vorlesung Analysis I eingesetzt und knüpft direkt an eine vorangegangene nicht-lehramtsspezifische Aufgabe an, in welcher $\sum_{n=1}^{\infty} 9 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n$ bestimmt wurde. In der Lehramtsaufgabe sind nun altersgerechte Beweise für verschiedene Klassenstufen gefordert, d. h. die Studierenden müssen jeweils ein geeignetes Argumentationsniveau finden, um die Gleichheit zu begründen. Für die sechste Klasse kann dies beispielsweise eine Argumentation über Brüche sein, während in der Oberstufe ein Widerspruchsbeweis geführt werden kann, der die Existenz eines $\varepsilon \neq 0$ mit $0,\bar{9} + \varepsilon = 1$ annimmt. Dadurch, dass die Studierenden im zweiten Aufgabenteil benennen sollen, warum die Beweise trotz ihrer Angemessenheit für die jeweilige Klassenstufe aus fachlicher Sicht ggf. dennoch lückenhaft sind, wird die Bedeutung eines fundierten fachlichen Hintergrundwissens hervorgehoben.

Aufgabe 8.3 (L) Sie haben in Aufgabe 8.2 (a) die Zahl $0,\bar{9} = x$ mithilfe der Reihendarstellung berechnet.

(a) Geben Sie nun je einen altersgerechten Beweis für diese Gleichheit

(i) für die Klassenstufe 6,

(ii) für die Oberstufe.

(b) Geben Sie jeweils an, an welchen Stellen die Schulbeweise aus Hochschulsicht Lücken aufweisen (die Sie mit schulischen Mitteln nicht schließen können).

Abb. 8.1 Lehramtsaufgabe (curricular) zur Vorlesung Analysis I

In Abb. 8.2 findet sich ein weiteres Aufgabenbeispiel. Dieses wurde (in leicht abgewandelter Form) einmal in der Linearen Algebra I eingesetzt und einmal in der Analysis I. Aufgabenteil (a) erfordert eine fachliche Antwort auf eine Schülerfrage, ist also in bottom-up Richtung konstruiert. Die fachliche Antwort ist anschließend

³Hochschullehrende, die Interesse haben, weitere der in Kiel entwickelten Aufgaben einzusehen, können sich gern per Mail an die Erstautorin wenden.

im zweiten Aufgabenteil auf ein schülergerechtes Niveau anzupassen, was einem top-down Prozess entspricht. Eine erfolgreiche Bearbeitung von Aufgabenteil (b) zeichnet sich dadurch aus, dass ein konkretes Zahlenbeispiel verwendet wird, in welchem die zugrundeliegende Beweisidee aus Teil (a) erkennbar bleibt, so dass sich die Begründung auf jedes beliebige Zahlenbeispiel übertragen lässt.

Aufgabe 5.4 (L) Bereits in der Grundschule wird die folgende Teilbarkeitsregel gelehrt:
Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Ein Fünftklässler fragt Sie: „Warum ist das eigentlich so?“

(a) Beantworten Sie die Frage zunächst mit Mitteln, die bisher in der Vorlesung zur Verfügung gestellt wurden.

(b) Verfassen Sie danach auch eine kindgerechte Antwort.

Hinweis: Man kann jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ schreiben als $n = \sum_{i=0}^k a_i 10^i$ mit $k \in \mathbb{N}$ und $a_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$.

Abb. 8.2 Lehramtsaufgabe, welche sowohl bottom-up als auch top-down Prozesse einfordert

Die Konstruktion solcher Lehramtsaufgaben kann zeitintensiv sein und erfordert Wissen darüber, wie Mathematikunterricht aktuell gestaltet ist. In Kiel wurde daher anfangs nicht jede Woche eine Lehramtsaufgabe in beiden Vorlesungen gestellt, sondern schrittweise über 3 Jahre eine Sammlung für die Analysis und Lineare Algebra aufgebaut.

Möchte man selbst Lehramtsaufgaben gestalten, kann die Orientierung an den drei Facetten des schulbezogenen Fachwissens hilfreich sein. In Anlehnung an die oben skizzierten Fragestellungen haben wir in Tab. 8.1 Impulse zusammengestellt, entlang derer Lehramtsaufgaben entwickelt werden können. Die Übersicht ist dabei selbstverständlich nicht als vollständig anzusehen, sondern kann durch eigene Fragestellungen ergänzt werden. Zu bemerken ist weiterhin, dass in tatsächlichen Unterrichtssituationen bottom-up und top-down Prozesse häufig gemeinsam im direkten Wechsel auftreten, z. B. wenn eine Schüleraussage zuerst in bottom-up Richtung auf ihren fachlichen Gehalt untersucht wird, und die Lehrkraft anschließend in einem top-down Prozess eine schülergerechte Antwort gibt (vgl. Abb. 8.2). Entsprechend können in einer Lehramtsaufgabe in authentischer Weise mehrere Facetten des schulbezogenen Fachwissens adressiert werden.

8.4 Diskussion und Ausblick

Obwohl es aus theoretischer Sicht plausibel ist, dass Lehramtsaufgaben den Aufbau eines schulbezogenen Fachwissens fördern und die wahrgenommene doppelte Diskontinuität verringern können, sind diese Prozesse nicht garantiert. Es bedarf daher

Tab. 8.1 Impulse zum Finden von Fragestellungen, die den Kern einer Lehramtsaufgabe bilden

Vorbereitende Frage: An welcher Stelle spielt der aktuelle Vorlesungsinhalt (fachlicher Inhalt oder Methode) eine Rolle für die Schulmathematik?
Mögliche Fragestellungen bottom-up:
<ul style="list-style-type: none"> • Welche mathematischen Ideen oder fachlichen Verzerrungen enthält folgende Schüleräußerung zu dem Thema? • Inwieweit ist die Einführung des Themas im Schulbuch frei von fachlichen Verzerrungen?
Mögliche Fragestellungen top-down:
<ul style="list-style-type: none"> • Wie kann man das Thema für die Schule aufbereiten, so dass es zugänglich aber nicht fachlich verzerrend ist? • Durch welche Aufgabenstellung können Schülerinnen und Schüler eine zentrale hochschulische Idee des Themas entdecken?
Mögliche Fragestellungen curricular:
<ul style="list-style-type: none"> • Warum wird das Thema in der Schule (nicht) explizit behandelt? Welche inner- oder außermathematische Bedeutung hat es? • Mit welchen mathematischen Ideen kann man Schülerinnen und Schülern einer bestimmten Klassenstufe das Thema erklären?

weiterer Forschung zur empirischen Prüfung dieser Annahmen.

Erste Analysen von Studierendenbearbeitungen zeigen, dass es längst nicht allen Studierenden gelingt, die in Lehramtsaufgaben geforderten Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik erfolgreich herzustellen (Weber & Lindmeier, 2022). Teilweise lässt sich mangelndes hochschulmathematisches Wissen als Grund ausmachen, dies ist jedoch längst nicht in allen Fällen so. Entsprechend ist zu untersuchen, welche weiteren Hürden es bei der Bearbeitung von Lehramtsaufgaben gibt und wie diese Aufgaben gestaltet sein müssen, damit möglichst viele Studierende erfolgreich schulbezogenes Fachwissen aufbauen. Entsprechenden Fragestellungen wird in Kiel und anderen Standorten begleitend zum Einsatz der Aufgaben nachgegangen.

Was bisherige empirische Studien – wie zuvor erwähnt – zeigen, ist, dass schulbezogenes Fachwissen in der Regel nicht automatisch mit dem hochschulmathematischen Fachwissen zusammen erworben wird (Hoth et al., 2020). Die Frage ist also weniger, ob Studierende Lerngelegenheiten zum Erwerb schulbezogenen Fachwissens benötigen, sondern vielmehr, wie diese Lerngelegenheiten genau beschaffen sein müssen. Das hier vorgestellte Konstrukt des schulbezogenen Fachwissens kann dabei hel-

fen, genauer zu beschreiben, welches berufsspezifische Fachwissen Lehramtsstudierende erwerben sollen. Gleichzeitig liefert es Ansatzpunkte, um passende Lerngelegenheiten zu entwickeln. Dabei ist es empfehlenswert, in der Praxis mit mehreren Kolleginnen und Kollegen zusammenzuarbeiten, sich auszutauschen und Schritt für Schritt eine gemeinsame Aufgabensammlung aufzubauen. Da nicht selten bei der Erarbeitung Fragen dazu aufkommen, welche Inhalte aktuell in der Schule behandelt werden, wird an vielen Standorten bei der Gestaltung von Lehramtsaufgaben ein Austausch mit der Didaktik gepflegt. Auch die oben dargestellten Impulse können Hochschullehrende konkret dabei unterstützen, einzelne reguläre Übungsaufgaben zu Lehramtsaufgaben weiterzuentwickeln und dabei selbst eine weitere Perspektive auf die mathematischen Gegenstände zu entwickeln.

9 | Diskussion und Ausblick

Gegenstand dieser Arbeit waren Diskontinuitätserfahrungen in mathematischen Studiengängen am Übergang Schule–Hochschule, welche sich aus dem unterschiedlichen Charakter von Schul- und Hochschulmathematik ergeben. Im Folgenden werden die Ergebnisse der vier vorgestellten Studien zusammengefasst, gemeinsam diskutiert und in den Forschungsstand eingeordnet. Anschließend werden Limitationen dargelegt und ein Ausblick auf praktische Implikationen und offene Forschungsfragen gegeben.

9.1 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Entlang der bisherigen Strukturierung dieser Arbeit wird bei der Zusammenfassung erneut zunächst der Übergang Schule–Hochschule allgemein in mathematischen Studiengängen betrachtet und anschließend eine Fokussierung auf das Lehramtsstudium Mathematik vorgenommen. Entsprechend wird zunächst die Abstimmung zwischen Schule und Hochschule zur ersten Diskontinuität diskutiert und anschließend die Ergebnisse zum Einsatz von Lehramtsaufgaben im Kontext der doppelten Diskontinuität.

9.1.1 Abstimmung zwischen Schule und Hochschule als Maßnahme zur Minderung der ersten Diskontinuität

Ausgehend von hohen Abbruchquoten in mathematischen Studiengängen (Heublein et al., 2017) wurde in den Abschnitten 2.1 und 2.2.1 dargelegt, dass diese mit den Theorien der Person-Umwelt-Passung erklärt werden können und insbesondere eine Diskrepanz zwischen den Lernvoraussetzungen der Studierenden und den Anforderungen der Hochschule zu bestehen scheint. Viele Studierende erleben eine erste Diskontinuität am Übergang Schule–Hochschule, welche nicht grundsätzlich aufzuheben ist, da sie sich aus dem unterschiedlichen Charakter von Schul- und Hochschulmathematik ergibt. Dennoch ist davon auszugehen, dass diese Diskontinuität dadurch verstärkt wurde, dass keine Abstimmung zwischen Schule und Hochschule dazu bestand, welche Lernvoraussetzungen Studierende zu Studienbeginn mitbringen müssen, um die hochschulischen Anforderungen bewältigen zu können. Auch

war unklar, ob die Anforderungen der Hochschule an die Bildungsstandards der Schule angepasst sind und von Studienanfängerinnen und Studienanfängern nur das erwartet wird, was sie im Rahmen des Schulunterrichts auch lernen können. Dieses praktische Problem der fehlenden Abstimmung wurde in Studie 1 in einem Design-Based-Research-Projekt adressiert.

Dabei konnte aufgezeigt werden, wie eine Abstimmung zwischen Schule und Hochschule auf erwartete mathematische Mindestvoraussetzungen für mathematische Studiengänge im Konsens gelingen kann (vgl. Forschungsfrage 1). Als zentrale Gelingenbedingungen haben sich die Nennung eines schulamtlichen Referenzrahmens, der abbildet, welche Lernvoraussetzungen in der Schule erworben werden können, sowie Diskussionsmöglichkeiten in offiziellem sowie inoffiziellm Rahmen entlang konkreter Aufgaben erwiesen. So konnte zum einen das bestehende Praxisproblem mangelnder Abstimmung erfolgreich adressiert werden und gleichzeitig bisher fehlendes Wissen darüber generiert werden, wie ein entsprechender Abstimmungsprozess initiiert, begleitet und evaluiert werden kann. Im Gegensatz zu den ersten Ansätzen von *cosh* (2021) und IGeMA (MK & MWK, 2019) liefert die hier durchgeführte Studie 1 somit wertvolles Wissen darüber, wie ein solcher Prozess auf andere Regionen übertragen werden kann. Dadurch ist es nun möglich, dass bundesweit transparent gemacht wird, welche Lernvoraussetzungen zum Studium an einer bestimmten Hochschule in mathematischen Studiengängen erwartet werden und auch auf Basis der Bildungsstandards und Lehrpläne erwartet werden können. Für Schleswig-Holstein ist diese Abstimmung im Rahmen der Studie 1 bereits gelungen. Hierdurch wurden wichtige Bedingungen geschaffen, die Person-Umwelt-Passung zwischen Lernvoraussetzungen und Anforderungen zu verbessern: Zum einen können die Hochschulen nun einen genaueren Überblick erhalten, welche Lernvoraussetzungen sie von Studienanfängerinnen und Studienanfängern erwarten können, und ihre Anforderungen daran anpassen. Zum anderen können die Schulen ebenso wie Hochschulen die erwarteten Anforderungen transparent an Studieninteressierte kommunizieren. Eine solche Transparenz wurde von Studierenden bisher vermisst (Albrecht & Nordmeier, 2011). Mit ihr können sich angehende Studierende jedoch zielgerichtet auf das Studium vorbereiten und sicherstellen, dass ihre vorhandenen mathematischen Lernvoraussetzungen auch den erwarteten entsprechen und somit zur Bewältigung der Hochschulanforderungen genügen.

9.1.2 Lehramtsaufgaben als Maßnahme zur Minderung der doppelten Diskontinuität

Wie alle Studierende mathematischer Studiengänge erleben auch Lehramtsstudierende der Mathematik am Übergang Schule–Hochschule eine erste Diskontinuität,

weil sie häufig keine Verbindung zwischen der an der Schule gelernten Mathematik und der Mathematik, der sie an der Hochschule begegnen, erkennen. Dies ist jedoch für Lehramtsstudierende von besonderer Bedeutung, da sie mit einem klaren Berufsziel in die Hochschule einmünden und eine Ausrichtung ihres Studiums hierauf erwarten, d. h. eine Verbindung zur Schulmathematik, die sie später unterrichten müssen. Ein wesentlicher Schwerpunkt dieser Arbeit lag daher auf den Diskontinuitätserfahrungen von Lehramtsstudierenden. Neben der ersten Diskontinuität erleben diese noch eine zweite Diskontinuität, sofern es ihnen auch nach ihrem Studium beim Eintritt in den Beruf nicht gelingt, Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik herzustellen. In der Folge können sie Schwierigkeiten haben, ihr Hochschulwissen lernförderlich zu nutzen (Klein, 1908). Insgesamt besteht Konsens darüber, dass Lehramtsstudierende Wissen über Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik aufbauen sollten, die doppelte Diskontinuität also abzumildern ist. Auf theoretischer Ebene wurde durch das Modell des *schulbezogenen Fachwissens* (SRCK, Dreher et al., 2018) mittlerweile sehr genau beschrieben, welche Facetten ein solches professionsspezifisches Wissen über Verbindungen umfassen sollte. Auf praktischer Ebene wurden parallel Lehramtsaufgaben als Lerngelegenheiten entwickelt, um Wissen über Verbindungen aufzubauen und gleichzeitig Diskontinuitätserfahrungen auch auf affektiver Ebene abzumildern. Die Lehramtsaufgaben bildeten den Forschungsgegenstand der Studien 2–4. Die angenommenen Wirkmechanismen, bezüglich derer im Folgenden die Ergebnisse der durchgeführten Studien zusammengefasst werden, sind in Abb. 9.1 noch einmal veranschaulicht.

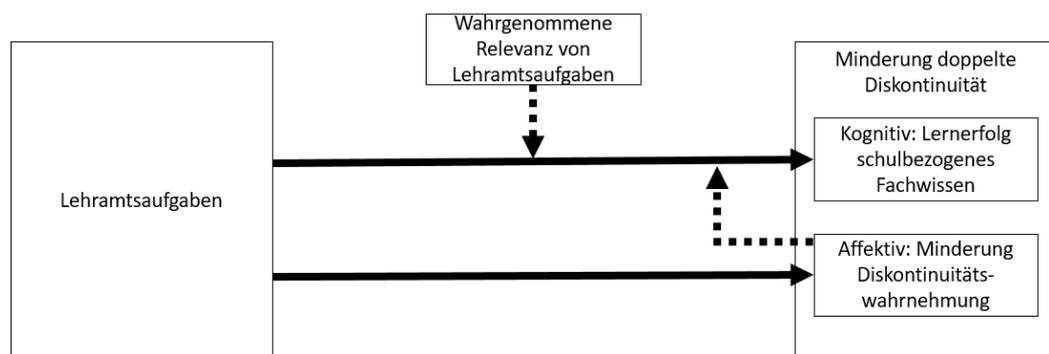


Abb. 9.1 Angenommene und untersuchte Wirkmechanismen zum Einsatz von Lehramtsaufgaben. Die Moderationen auf den Lernerfolg im SRCK (gestrichelte Linien) werden auf Basis des bisherigen Forschungsstandes angenommen, wurden im Rahmen dieser Arbeit aber nicht untersucht

Zunächst galt es zu überprüfen, inwiefern Lehramtsaufgaben als Lerngelegenheiten für SRCK angesehen werden können (vgl. Forschungsfrage 2), da dieses Konstrukt nur an wenigen Hochschulstandorten explizit der Entwicklung der Aufgaben zugrunde lag. Eine Analyse von Lehramtsaufgaben acht verschiedener Hochschulen

(Studie 2) konnte zeigen, dass zwei Drittel der untersuchten Lehramtsaufgaben explizit mindestens eine SRCK-Facette adressierten, was die Annahme stützt, dass diese Aufgaben Lerngelegenheiten für SRCK darstellen. Eine klare Dominanz ließ sich bei der bottom-up Facette feststellen. In der gleichen Studie wurden zudem Studierendenbearbeitungen herangezogen, um zu überprüfen, ob die Studierenden die in den Aufgaben adressierten Verbindungen tatsächlich herstellen, SRCK also wie intendiert aktiviert wird. Auch hier zeigte sich, dass in über der Hälfte der analysierten Bearbeitungen SRCK aktiviert werden konnte und bottom-up Verbindungen einigen Studierenden leichter fielen als die Herstellung von top-down Verbindungen. Gleichzeitig zeigte die Analyse von Studierendenbearbeitungen, dass einige Studierende Schwierigkeiten hatten, Verbindungen korrekt herzustellen. Dies unterstreicht die Bedeutsamkeit, zukünftig auch die Besprechung der Lehramtsaufgaben in den Übungsgruppen stärker in den Fokus zu rücken, da der Lernerfolg nicht nur von der eigentlichen Bearbeitung der Aufgaben, sondern auch von der anschließenden Besprechung abhängen sollte. Die Befunde stützen dennoch die These, dass Lehramtsaufgaben den Erwerb von SRCK unterstützen, also Lehramtsaufgaben, wie in Abb. 9.1 dargestellt, Einfluss auf die kognitive Dimension der doppelten Diskontinuität nehmen.

Hervorzuheben ist, dass umkehrt nun auch erstmals Erkenntnisse vorliegen, wie Lerngelegenheiten für SRCK aussehen können. Bisher war lediglich bekannt, dass sich SRCK nicht analog zum Fachwissen (CK) entwickelt (Hoth et al., 2020), es also separate Lerngelegenheiten benötigt. Wie solche Lerngelegenheiten aussehen können, war jedoch unklar. Da nun erste Ergebnisse vorliegen, dass der Erwerb von SRCK durch Lehramtsaufgaben vermutlich unterstützt werden kann, leistet die vorliegende Arbeit somit einen Beitrag, professionsspezifisches Wissen für Lehrkräfte zielgerichteter aufbauen zu können. Diese ersten Ergebnisse zum Lernerfolg im SRCK sind in weiteren Studien mit größerer Stichprobe daraufhin zu überprüfen, ob sie auch quantitativ repliziert werden können. Um eine entsprechend große Stichprobe realisieren zu können, müssen Lehramtsaufgaben jedoch zunächst vermehrt in der Hochschullehre eingesetzt werden. Daher wurde in dieser Arbeit im Rahmen des Praxisbeitrags (Kap. 8) Dozierenden ein erster Zugang bereitgestellt, um Lehramtsaufgaben in ihre Lehre integrieren und den Aufbau von SRCK in ihren Lehrveranstaltungen forcieren zu können.

In dieser Arbeit wurde des Weiteren die Frage danach verfolgt, wie die Lerngelegenheiten verbessert werden können, und zwar unter dem Fokus der Relevanz, die Studierende Lehramtsaufgaben zuschreiben (vgl. Forschungsfrage 3, Studie 3). Es zeigte sich, dass ein klarer Schulbezug sowie die Abbildung realistischer Anforderungen, denen Lehrkräften begegnen, wichtige Kriterien sind, anhand derer Studierende die Aufgabenrelevanz beurteilen. Ein klarer Schulbezug konnte auch in Studien

zu Lehramtsaufgaben im Fach Physik als wichtiges Relevanzkriterium identifiziert werden (Massolt & Borowski, 2018, 2020); er scheint also erwartungsgemäß nicht exklusiv für Mathematikstudierende bedeutsam zu sein. Was die Studien aus dem Physiklehrstudium jedoch noch nicht herausstellen konnten, war der Befund aus Studie 3, dass ein fehlender Bezug zur Schulmathematik offenbar das wichtigste Kriterium darstellt, auf Basis dessen Studierende eine Lehramtsaufgabe als nicht relevant einschätzen. Studie 2 hat jedoch gezeigt, dass etwa ein Drittel der analysierten Aufgaben SRCK und damit auch einen Schulbezug nicht explizit adressiert. Entsprechend ist davon auszugehen, dass diese Lehramtsaufgaben von Studierenden als weniger relevant wahrgenommen werden, was wiederum negativen Einfluss auf den Lernerfolg im SRCK nehmen kann (Frymier & Shulman, 1995). Umgekehrt wurde in der Studie 3 deutlich, dass Studierende alle drei SRCK-Facetten wahrnehmen und auch als relevant einstufen. Dies deckt sich mit Befunden aus dem ULTRA-Projekt, die zeigen, dass Studierende nach Besuch des Projekts Hochschulmathematik als relevant zum Verständnis der Schulmathematik (bottom-up und curriculare Facette) und zum Umgang mit Äußerungen von Schülerinnen und Schülern einschätzen (bottom-up und top-down Facette) (Fukawa-Connelly et al., 2020). Eine höhere wahrgenommene Relevanz sollte wiederum den Lernerfolg im SRCK begünstigen (Hulleman & Harackiewicz, 2009). Diese in Abb. 9.1 veranschaulichte Moderation der wahrgenommenen Relevanz von Lehramtsaufgaben auf den Lernerfolg im SRCK sowie die Moderation der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik als Teil der affektiven Diskontinuitätswahrnehmung konnte allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht werden. Für weitere Forschungsvorhaben, die diese Moderationen untersuchen, erscheint es lohnenswert, auch die Selbstwirksamkeitserwartung in den Blick zu nehmen, da diese sowohl Auswirkungen auf die wahrgenommene Relevanz als auch den Lernerfolg nehmen kann (Büdenbender-Kuklinski, 2021; Durik et al., 2015). Darüber hinaus stellte Studie 3 – wie schon Studie 2 – heraus, dass die Rahmenbedingungen, unter denen Lehramtsaufgaben eingesetzt werden, verstärkt beachtet werden sollten, da die Kommunikation über und der Umgang mit den Aufgaben in Vorlesung und Übung wichtige Kriterien für die Relevanzeinschätzung darstellen können.

Im Rahmen der vierten Studie wurde schließlich der Einfluss von Lehramtsaufgaben auf die wahrgenommene doppelte Diskontinuität untersucht (vgl. Forschungsfrage 4) und damit die wenigen vorhandenen Forschungsbefunde ergänzt. Es zeigte sich übereinstimmend mit dem Forschungsstand (Eichler & Isaev, 2022; Schadl et al., 2019), dass Lehramtsaufgaben offenbar keine signifikante Steigerung der wahrgenommenen Relevanz von Hochschulmathematik erreichen, jedoch einem Absinken der Relevanzwahrnehmung entgegenwirken. Die Befunde fallen damit an dieser Stelle in der Mathematik anders aus als in verwandten Fächern: Für Physik und Chemie

weisen bisherige Studien darauf hin, dass professionsspezifische Lerngelegenheiten zu einer signifikanten Steigerung der wahrgenommenen Relevanz der an der Hochschule gelernten Physik bzw. Chemie beitragen (Andersen, 2020; Hermanns, 2021; Lorentzen et al., 2019). Die Ergebnisse der mixed-design ANOVA aus Studie 4 legen ferner nahe, dass Studierende durch die Bearbeitung von Lehramtsaufgaben mehr inhaltliche Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik wahrnehmen als ohne. Dieser Effekt, welcher mit der Intention der Aufgaben einhergeht und somit erwartet wurde, konnte in bisherigen Studien noch nicht nachgewiesen werden (Eichler & Isaev, 2022). Entsprechend sind diese Ergebnisse noch durch weitere Studien zu validieren. Insgesamt stützen die Befunde der Studie 4 jedoch die These, dass Lehramtsaufgaben zu einer Minderung der Diskontinuitätswahrnehmung beitragen können und insbesondere einer Verschlechterung, die im ersten Studienjahr ohne Einsatz von Lehramtsaufgaben offenbar zu erwarten ist, entgegenwirken.

Zusammenfassend erscheinen Lehramtsaufgaben auf Basis der hier durchgeführten Studien 2–4 somit als Möglichkeit, die doppelte Diskontinuität für Lehramtsstudierende auf kognitiver und affektiver Ebene abzumildern. Zu klären ist noch, inwiefern die Bearbeitung von Lehramtsaufgaben ggf. auch für Hauptfachstudierende gewinnbringend sein kann. Zum einen ist denkbar, dass auch diese davon profitieren, wenn in der Hochschullehre an ihr schulisches Vorwissen angeknüpft wird, zum anderen argumentieren z. B. Álvarez et al. (2020), dass die Aufgaben als Anwendungsaufgaben des Unterrichtens gesehen werden können, welche ebenso wie beispielsweise Anwendungen zur Ingenieurwissenschaft, die bereits in die Lehre integriert werden, nicht vom Lernen von Mathematik abhalten. Selbstverständlich sind nicht alle Lehramtsaufgaben für Hauptfachstudierende relevant, da sie auf den Professionsbezug für Lehramtsstudierende ausgerichtet sind. Nichtsdestotrotz erscheint es lohnenswert, dass Dozierende beim Einsatz der Aufgaben reflektieren, was an diesen gelernt werden kann, und inwiefern eine Verbindung zur Schulmathematik für Hauptfachstudierende ebenfalls von Bedeutung ist.

9.2 Limitationen

Wie alle Studien weist auch die hier vorgestellte Arbeit einige Limitationen auf, welche bei der Ergebnisinterpretation zu berücksichtigen sind und Ausgangspunkt für weiterführende Forschung bilden können. Spezifische Limitationen einzelner Studien, die bereits in den Abschnitten 4–7 benannt wurden – beispielsweise die Begrenzung einer Stichprobe oder das Fehlen einer idealen Kontrollgruppe – werden dabei im Folgenden nur vereinzelt berichtet und stattdessen übergreifende Limitationen, die auf mehrere Studien zutreffen, hervorgehoben.

Zunächst ist zu betonen, dass die Diskontinuitäten – insbesondere die erste –

nicht gänzlich aufzuheben sind, da sich diese aus dem unterschiedlichen Charakter von Schul- und Hochschulmathematik ergeben und somit in der Natur der Sache begründet liegen. Auch wenn sich Schule und Hochschule ausgehend von dem in Studie 1 vorgestellten Prototyp eines Abstimmungsprozesses bundesweit auf erwartete mathematische Lernvoraussetzungen für mathematische Studiengänge verständigen, können nicht alle Schwierigkeiten am Übergang Schule–Hochschule aufgehoben werden. Es geht in Studie 1 ebenso wie in den anderen vorgestellten Studien also immer um eine Abmilderung – nicht eine Aufhebung – der Diskontinuitäten, sodass das Lernen am Übergang Schule–Hochschule von weniger Schwierigkeiten begleitet wird und Schul- und Hochschulmathematik nicht als zwei getrennte Welten unverbunden nebeneinander stehen bleiben.

Für Studie 1 ist als Limitation vor allem anzuführen, dass hier nicht die in der MaLeMINT-Studie (Neumann et al., 2017) ebenfalls als notwendig angeführte Lernvoraussetzungen *Vorstellungen zur Disziplin Mathematik* und *persönliche Merkmale* betrachtet wurden, sondern nur die *Mathematischen Inhalte* und *Mathematischen Arbeitstätigkeiten*. Diese Fokussierung war dadurch begründet, dass mathematische Lernvoraussetzungen zu Inhalten und Arbeitstätigkeiten einen bedeutenden Einfluss auf Studienerfolg im ersten Semester zeigen (Fleischer et al., 2019; Müller et al., 2018; Rach & Heinze, 2017; Rach & Ufer, 2020), während der Einfluss von Vorstellungen geringer ausgeprägt scheint (Rach et al., 2014). Bekannt ist aus der Forschung aber auch, dass Vorstellungen über die Disziplin der Mathematik am Übergang Schule–Hochschule eine Rolle spielen können und Studierende, die im ersten Semester nicht erfolgreich sind, im Vergleich zu erfolgreichen Studierenden ihr Studium häufiger mit ungünstigen Vorstellungen beginnen und diese auch nicht erfolgreich anpassen können (Geisler & Rolka, 2021). Entsprechend wäre es in einem nächsten Schritt sinnvoll, dass sich Schule und Hochschule auch darüber abstimmen, welche Vorstellungen Studienanfängerinnen und Studienanfänger mitbringen sollten. Gleichzeitig ist in der Forschung zu klären, welche Vorstellungen genau vorteilhaft sind und wie Studierende darin unterstützt werden können, ihre Vorstellungen ggf. zu adjustieren.

Auch konnte in Studie 1 nicht erhoben werden, ob eine Anpassung auf Seiten der Hochschule, der Schule und der Studienanfängerinnen und Studienanfänger entsprechend der Ergebnisse des Abstimmungsprozesses tatsächlich stattfindet, der Übergang Schule–Hochschule damit geglättet und die erste Diskontinuität nachhaltig abgemildert wird (s. Abschnitt 9.3.2). Dies ist dadurch begründet, dass eine Anpassung der Lehre an Schule und Hochschule an die gemeinsam abgestimmten Lernvoraussetzungen einige Zeit in Anspruch nimmt und eine Evaluation daher erst in einigen Jahren möglich wäre und nicht Gegenstand dieser Arbeit bilden konnte.

Für die Studien 2–4, welche den Einsatz von Lehramtsaufgaben in fachmathematischen Veranstaltungen des Lehramtsstudiums untersuchten, ist eine wesentliche

Limitation durch den Untersuchungskontext gegeben, welcher sich – mit Ausnahme von Studie 2 – auf die Christian-Albrechts-Universität zu Kiel beschränkte. Studie 2 konnte zeigen, dass Lehramtsaufgaben verschiedener Hochschulen in vielen Fällen SRCK explizit adressieren, also mit ihnen vermutlich ähnliche kognitive Ziele verfolgt werden. Dennoch wurden in dieser Studie auch Unterschiede in der konkreten Ausgestaltung der Aufgaben deutlich, beispielsweise bei der Explikation eines Schulbezugs. Auch die Ziele auf affektiver Ebene ähneln sich häufig, wobei es auch hier, wie in Abschnitt 2.3.2.1 dargelegt, unterschiedliche Schwerpunktsetzungen gibt. Eine offene Frage ist, inwiefern die Wirkmechanismen des Einsatzes von Lehramtsaufgaben (vgl. Abb. 9.1) sich möglicherweise unterscheiden, je nachdem wie die verwendeten Lehramtsaufgaben genau ausgestaltet sind. Erste Ergebnisse von Isaev et al. (2022) legen nahe, dass sich eine unterschiedliche Fokussierung verschiedener Standorte – in dem Fall auf die erste (inhaltliche Verbindungen zum vorhandenen Schulwissen) oder die zweite Diskontinuität (beruflich relevante Verbindungen in konkreter unterrichtlicher Anforderungssituation) – in der Wahrnehmung der Studierenden widerspiegeln kann. Entsprechend ist davon auszugehen, dass die Ergebnisse der Studien auch von der Art von Lehramtsaufgaben geprägt sind, die an der Universität Kiel eingesetzt wurden. Dies betrifft insbesondere die Ergebnisse der Analyse von Studierendenbearbeitungen in Studie 2 sowie Ergebnisse der Studien 3 und 4.

Darüber hinaus bilden nicht nur die Lehramtsaufgaben selbst eine Kontextbedingung, sondern auch die Art und Weise, wie diese implementiert werden. Die Ergebnisse von Studie 3 weisen darauf hin, dass die Implementation bedeutsam dafür ist, wie relevant die Studierenden die Lehramtsaufgaben einstufen. Der Umgang mit den Lehramtsaufgaben in den Übungen oder die Art, wie in der Vorlesung von der oder dem Dozierenden über diese gesprochen wird, kann somit die Wirkung des Aufgabeneinsatzes beeinflussen. Hierbei ist davon auszugehen, dass die Unterschiede nicht nur zwischen verschiedenen Hochschulen auftreten können, sondern insbesondere auch innerhalb derselben Hochschule zwischen verschiedenen Dozierenden, Hilfskräften und anderen Mitarbeitenden. In der vorliegenden Arbeit wurde nicht näher untersucht, inwiefern beispielsweise unterschiedliche Einstellungen der Dozierenden Einfluss auf die Wirkung des Einsatzes von Lehramtsaufgaben nehmen. Weiterführende Forschung könnte hier mithilfe von Mehrebenenmodellen ansetzen, wofür jedoch entsprechend große Stichproben benötigt werden, die in den hier durchgeführten Studien nicht realisiert werden konnten, da nur drei Kohorten zur Verfügung standen.

9.3 Fazit und Ausblick

Ausgehend von hohen Studienabbruchquoten in der Studieneingangsphase mathematischer Studiengänge wurde in der vorliegenden Arbeit zunächst aufgezeigt, welche Diskontinuitätserfahrungen Studierenden am Übergang Schule–Hochschule begegnen. Anschließend wurden in vier Studien sowie einem Transferbeitrag Ansätze zur Minderung dieser Diskontinuitätserfahrungen vorgestellt und evaluiert. Damit leistet die vorliegende Arbeit einen Beitrag sowohl für die Forschung als auch für die Praxis und liefert Implikationen für beide Ebenen.

9.3.1 Fazit und Implikationen für die Praxis

Auf Ebene der Praxis ist hervorzuheben, dass konkrete Maßnahmen zur Minderung von Diskontinuitätserfahrungen im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und implementiert wurden. Die in Studie 1 berichtete Abstimmung zwischen Schule und Hochschule führte beispielsweise zu einem konkreten Aufgabenkatalog, welcher den ausgehandelten Konsens der für mathematische Studiengänge benötigten Lernvoraussetzungen illustriert. Dieser Aufgabenkatalog kann in der Folge nun eingesetzt werden, um erstens an Hochschulen gemeinsam zu sichten, welche Lernvoraussetzungen auf Basis der Fachanforderungen erwartet werden können, und anschließend zu diskutieren, welche Lernvoraussetzungen für einen bestimmten mathematischen Studiengang möglicherweise besonders wichtig sind. Zweitens kann der Aufgabenkatalog an Schulen hinzugezogen werden, um sich zu informieren, welche Lernvoraussetzungen von Hochschuleseite erwartet werden. Drittens kann der Aufgabenkatalog auch selbständig von Studieninteressierten zur Information genutzt werden, was zu Studienbeginn erwartet wird und inwiefern sie diese Erwartungen erfüllen. Ggf. festgestellte Lücken können so noch vor Studienbeginn geschlossen werden. Viertens kann der Aufgabenkatalog in anderen Bundesländern als Grundlage dienen, ebenfalls eine Abstimmung zwischen Schule und Hochschule auf mathematische Lernvoraussetzungen zu initiieren, um die Diskontinuitätserfahrungen am Übergang abzumildern. Seitens der Politik ist schließlich anzustreben, einen strukturellen Rahmen zu schaffen, in welchem angestoßene Kooperationsprozesse zwischen Schule und Hochschule fortgeführt werden können, sodass der Übergang Schule–Hochschule auch langfristig von beiden Institutionen gemeinsam begleitet wird.

Neben dem angestoßenen Abstimmungsprozess und dem zugehörigen Aufgabenkatalog, welcher zu einer Minderung der ersten Diskontinuität in allen mathematischen Studiengängen beitragen kann, wurde auch hinsichtlich der doppelten Diskontinuität ein wertvoller Beitrag für die Praxis geleistet. So wurde im Rahmen dieser Arbeit je eine umfangreiche Aufgabensammlung für die zweisemestrigen Einstiegsvorlesungen der Analysis und der Linearen Algebra entwickelt und erprobt. Es liegen damit

zahlreiche Lehramtsaufgaben für die Vorlesungen des Lehramtsstudiums vor, die bundesweit vorrangig in Veranstaltungen angeboten werden, die von Lehramts- und Hauptfachstudierenden gemeinsam besucht werden (Gildehaus et al., 2021).

Durch den Einsatz der entwickelten Lehramtsaufgaben kann in diesen Veranstaltungen zwischen Hauptfach- und Lehramtsstudierenden entlang der professionsspezifischen Bedürfnisse differenziert und gleichzeitig die Vorteile polyvalenter Veranstaltungen beibehalten werden. So erscheint der gemeinsame Besuch von Veranstaltungen beispielsweise im Hinblick auf die Enkulturation (Seaman & Szydlík, 2007) sinnvoll. Darüber hinaus erreichen Studiengänge mit höherer Interessenvielfalt – wie sie in Veranstaltungen mit Hauptfach- und Lehramtsstudierenden zu erwarten ist – im Schnitt bessere Studienleistungen als homogen interessierte Lerngruppen (Schelthout et al., 2019). Diese Vorteile können beibehalten werden und gleichzeitig durch den Einsatz von Lehramtsaufgaben der Aufbau des professionsspezifischen Fachwissens SRCK unterstützt werden, welcher bisher in fachmathematischen Veranstaltungen nicht forciert wurde. Die Aufgabensammlungen wurden im vorgestellten Transferbeitrag (Kap. 8) beworben und werden seitdem bundesweit Dozierenden für ihre Lehre zur Verfügung gestellt.

Wie bereits Ball und Even (2009) bemerkten, gibt es bisher kaum Arbeiten dazu, was Dozierende eigentlich wissen müssen, um die Lehrkräfteausbildung unterstützen zu können. Álvarez et al. (2020) heben beispielsweise hervor, dass Dozierende einen Einblick in die Standards der Schulmathematik haben müssen. Als Implikation für die Praxis ergibt sich somit auch, dass Dozierende oder ihre Institute sich für einen entsprechenden Einblick einsetzen sollten. Ein solcher Einblick kann beispielsweise innerhalb eines Kooperationsprozesses wie er in Studie 1 (Kap. 4) vorgestellt wurde, gewonnen werden, sodass bestehende Kontakte genutzt und ausgebaut werden können. Ferner diskutierten Lai et al. (2019), dass eigentlich nicht nur Lehramtsstudierende, sondern auch Dozierende, die fachmathematische Vorlesungen im Lehramtsstudium anbieten, SRCK erwerben müssen¹. Lai et al. (2019) stellten daher ein Rahmenmodell zur Verfügung, welches Dozierenden bei der Beurteilung von Studierendenbearbeitungen von SRCK-Lerngelegenheiten helfen soll. Dies dient jedoch noch nicht zur Erstellung neuer SRCK-Lerngelegenheiten. Daher ist als weiterer Beitrag dieser Arbeit für die Praxis der in Abschnitt 8 vorgestellte Transferbeitrag hervorzuheben, welcher das Konstrukt des SRCK für Dozierende theoretisch vorstellt und anschließend aufzeigt, inwiefern dieses handlungsleitend bei der Entwicklung weiterer Lehramtsaufgaben sein kann. Dozierende oder ihre Institute sollten in der Folge nun beispielsweise Arbeitsgruppen oder Austauschrunden etablieren, die gemeinsam an der (Weiter-)Entwicklung von Lehramtsaufgaben

¹Lai et al. (2019) beziehen sich nicht explizit auf das SRCK-Konstrukt, sondern arbeiten mit dem MKT-Framework (Ball et al., 2008). Da SRCK jedoch aufbauend auf MKT entwickelt wurde, wird die Aussage hier auf SRCK übertragen.

und ihrem Einsatz in fachmathematischen Vorlesungen arbeiten, um die Lehrkräfteausbildung vermehrt professionsbezogen zu gestalten und SRCK zu adressieren. Da dafür neben einer Expertise in der Hochschulmathematik auch eine Expertise in der Schulmathematik notwendig ist, bietet es sich an, dass die Fachmathematik hier geeignete Kooperationen mit der Fachdidaktik sucht.

Es ist hervorzuheben, dass die Erstellung von SRCK-Lerngelegenheiten für fachmathematische Veranstaltungen nicht ausschließlich allein von Dozierenden erwartet werden kann. Sicherlich ist es gemäß den Zielen der Kultusministerkonferenz Aufgabe der Fachmathematik, den von ihr verantworteten Teil der Lehrkräfteausbildung professionsorientiert zu gestalten. Wasserman und Weber (2017) führen aber auch an, dass konkrete Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik im Detail verborgen liegen können – beispielsweise steckt das für Lehrkräfte relevante Wissen über Fehlerkumulation beim Runden in den hochschulischen Beweisen der Grenzwertsätze. Da man nicht von Dozierenden verlangen kann, jeden Beweis auf solche Verbindungen zu überprüfen, kommt für derartig spezielle Verbindungen auch der Community aus Fachwissenschaft und Fachdidaktik eine Verantwortung zu. Neben lokalen Arbeitsgruppen an den Hochschulstandorten ist somit die Etablierung eines Austauschs zwischen diesen Gruppen anzustreben.

9.3.2 Fazit und Implikationen für die Forschung

Wie in Abschnitt 9.2 bereits skizziert wurde, ergibt sich als eine Implikation für zukünftige Forschung, dass zu evaluieren ist, inwiefern die Ergebnisse des in Studie 1 begleiteten Abstimmungsprozesses zwischen Schule und Hochschule nun in die Lehre an beiden Institutionen integriert werden. In erster Instanz kann dabei abgefragt werden, ob die Schule potenziell für mathematische Studiengänge Interessierte gezielt auf den Aufgabenkatalog hinweist, ob die Hochschule in ihren Einstiegsvorlesungen keine über die abgestimmten Lernvoraussetzungen hinausgehenden Anforderungen hinsichtlich mathematischer Inhalte und Arbeitstätigkeiten stellt und inwiefern für einzelne Studiengänge und Hochschulen möglicherweise noch eine Einschränkung auf einen Teil der abgestimmten Lernvoraussetzungen vorgenommen wurde. Zudem ist zu untersuchen, in welchem Maß Studieninteressierte den entwickelten Aufgabenkatalog gezielt zur Studienvorbereitung nutzen. In zweiter Instanz ist die Frage zu adressieren, ob die abgestimmten Lernvoraussetzungen von allen Studierenden mathematischer Studiengänge zu Studienbeginn mitgebracht werden und diese Lernvoraussetzungen (unter den möglicherweise angepassten Bedingungen an der Hochschule) tatsächlich Mindestvoraussetzungen für den Studienerfolg darstellen. Die ersten Ergebnisse aus Studie 1 zu dieser Frage geben Hinweise, dass die abgestimmten Lernvoraussetzungen in einigen Studiengängen über Mindestanforderungen hinausgehen könnten. Dies ist in größerer Stichprobe, die insbesondere

auch die anderen Hochschulen des Landes Schleswig-Holstein einbezieht, genauer zu prüfen. Mit den aus der Studie vorliegenden Daten der Aufgabenevaluation könnte jedoch bereits in einem ersten Ansatz analysiert werden, welche Lernvoraussetzungen für welche Studiengänge besonders wichtig sein könnten. Da die Daten IRT-skaliert vorliegen, lassen sich die eingesetzten Aufgaben entlang ihrer Schwierigkeit anordnen. Zu untersuchen ist, ob sich dabei ein inhaltlich sinnvoll interpretierbares Stufenmodell ableiten lässt, mithilfe dessen sich die für einzelne Studiengänge notwendigen Lernvoraussetzungen beschreiben lassen. Eine erste Analyse in diese Richtung wurde bereits in der Masterarbeit von M. Schumacher (2020) unternommen, die insgesamt vier Kompetenzstufen ermittelte. Während beispielsweise für das Bestehen der Klausur mit 50 %-iger Wahrscheinlichkeit im Studiengang Chemie bereits die Kompetenzstufe 2 ausreichte, musste im Mathematikstudium die vierte Kompetenzstufe vollständig beherrscht werden. Diese Ergebnisse stellen allerdings nur einen ersten Einblick dar und sind durch weitere Analysen zu prüfen, da in der Masterarbeit nicht die vollständigen Klausurergebnisse vorlagen und auch nicht alle eingesetzten Aufgaben berücksichtigt werden konnten, sodass das Modell auf einem vorläufigen Datensatz basiert, der auch nur die Christian-Albrechts-Universität zu Kiel einbezieht.

Bei der Evaluation der nachhaltigen Auswirkungen des in Studie 1 begleiteten Abstimmungsprozesses auf die Hochschullehre kann als weitere relevante Frage für die Forschung untersucht werden, inwiefern Hochschuldozierende durch den Kontakt zur Schule einen besseren Einblick in die Schulmathematik erhalten und inwiefern sie dies für ihre Lehre im Lehramtsstudium nutzen können. Wie bereits in Abschnitt 9.3.1 skizziert wurde, besteht eine große Forschungslücke dazu, was Dozierende wissen müssen, um die Lehrkräftebildung in der Fachwissenschaft professionsspezifisch ausgestalten zu können. Entsprechend sollte zukünftige Forschung verstärkt auch die Dozierenden in den Blick nehmen.

Die vorliegende Arbeit liefert im Rahmen der Studie 2 erste Hinweise, dass Lehramtsaufgaben als professionsspezifische Lerngelegenheiten den Aufbau schulbezogenen Fachwissens unterstützen könnten. Dieser Frage ist in weiteren Studien insbesondere auch quantitativ nachzugehen, um Aufschluss darüber zu erhalten, ob Lehramtsaufgaben zu einem signifikanten Zuwachs im SRCK beitragen können oder es weiterer Lerngelegenheiten bedarf. Langfristig stehen auch Nachweise zu Effekten des SRCK einer Lehrkraft auf das Lernen ihrer Schülerinnen und Schüler noch aus.

Ausgehend von den Studien 2, 3 und 4 der vorliegenden Arbeit stellt sich zudem die Frage danach, inwiefern sich unterschiedliche Charakteristika von Lehramtsaufgaben – wie sie in Studie 2 herausgearbeitet wurden – auf die Wahrnehmung und den Lernerfolg der Studierenden auswirken. Beispielsweise zeigte sich in Studie 2, dass einige Lehramtsaufgaben keine SRCK-Facette explizit adressieren, da sie bei-

spielsweise keinen Bezug zur Schulmathematik explizieren. Ein solcher Schulbezug konnte jedoch in Studie 3 als zentrales Relevanzkriterium herausgestellt werden. Es ist zu untersuchen, inwiefern die implizit enthaltenen Schulbezüge stark genug sind, um von Studierenden wahrgenommen zu werden, also der doppelten Diskontinuität auf affektiver Ebene zu begegnen. Gleichzeitig stellt sich die Frage danach, wie stark ein Schulbezug ausgeprägt sein muss, um den Aufbau von SRCK zu unterstützen.

Zusammenfassend konnten in der vorliegende Arbeit somit für die Praxis Ansätze zur Minderung der in der Studieneingangsphase mathematischer Studiengänge erlebten Diskontinuitäten aufgezeigt und gleichzeitig für die Forschung wichtiges Wissen über Gestaltungsprinzipien und Wirkmechanismen ebendieser Ansätze generiert werden. Insbesondere wurde das theoretische Konstrukt des schulbezogenen Fachwissens in Bezug auf konkrete Lerngelegenheiten untersucht und damit weiter konkretisiert, woran die Hochschullehre ebenso wie zukünftige Forschung wie aufgezeigt anknüpfen kann.

A | Anhang zur Studie 3

Im Folgenden findet sich der Anhang zur Studie 3, auf welchen in Abschnitt 6 mehrfach verwiesen wird. Da der Artikel zur Studie 3 in Englisch verfasst wurde, ist auch der folgende Anhang in englischer Sprache geschrieben.

Supplement

Figure A.1–A.6 show the six SRMPs we used during the interviews. Table A.1 provides sample quotations for each subcategory of the category system shown in Table 6.4.

<p>P1. Work on <i>one</i> of the following two tasks.</p> <p><i>Please note:</i> First, think of what the term „understanding“ means to you.</p> <p>a) Draft a multiple-choice question with at least four possible answers to check whether students in their graduation year understand the concept of linear dependence and linear independence respectively.</p> <p>b) Draft a task to check whether your fellow university students understand the concepts of „spanning set“ and „basis“.</p> <p>Please provide the correct answer for your task.</p>
--

Fig. A.1 The SRMP P1 originates from the course „Linear algebra I“

P2. Let V be a K -vector space and $U \subseteq V$ be a vector subspace. For a vector $v \in V$ define $v + U := \{v + u : u \in U\}$.

- a) Let $v_1, v_2 \in V$. Show that $v_1 + U = v_2 + U$ if and only if $v_2 - v_1 \in U$.
- b) (i) Transfer the statement to school mathematics. In which context and in which grades does it apply?
Please note: Have a look at the subject requirements of mathematics from the state Schleswig-Holstein – found at <https://lehrplan.lernnetz.de/index.php?wahl=221> – and refer to them in your answer.
- (ii) How would you rewrite the statement so that school students can work with it? Give reasons for your decision.

Fig. A.2 The SRMP P2 originates from the course „Linear algebra I“

P3. You have already proven that $0.\overline{9} = 1$ using infinite series. This question frequently appears in school as well, especially when the periodic decimal numbers are introduced.

- a) Give an age-appropriate proof for this equality for students
- (i) in grade 6,
 - (ii) at upper secondary school.
- b) Indicate for each case where the school-proofs are incomplete from the view of academic mathematics.
- c) What is your personal take away from this task?

Fig. A.3 The SRMP P3 originates from the course „Real analysis I“

P4. Look at the following divisibility rule:

A natural number is divisible by 3 if and only if the sum of its digits is divisible by 3.

Prove this rule using resources that were provided in the lectures for real analysis and linear algebra. In order to do this, prove the following statements:

- (i) If a and b are natural numbers that when divided by 3 leave the remainder 1, the same is true for ab .
- (ii) 10^i leaves the remainder 1 when divided by 3 for every $i \in \mathbb{N}$ (induction proof!).

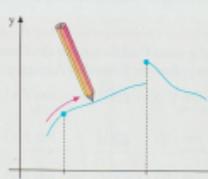
Please note: Every natural number $n \in \mathbb{N}$ can be written as $n = \sum_{i=0}^k a_i 10^i$ with $k \in \mathbb{N}$ and $a_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$.

Fig. A.4 The SRMP P4 originates from the course „Linear algebra I“

P5. The following definition of continuity of functions can be found in an analysis textbook (BIGALKE et al., 2007).

A. Der Begriff der Stetigkeit

Die abgebildete Funktion lässt sich kontinuierlich mit einem Zug an der Stelle x_0 durchzeichnen, ohne dass der Stift abgesetzt werden muss. Man bezeichnet diese Eigenschaft als *Stetigkeit* der Funktion f an der Stelle x_0 .
An der Stelle x_1 ist die kontinuierliche Durchzeichnenbarkeit nicht gegeben. Die Funktion ist dort unstetig.



Eine mathematische exakte Stetigkeitsdefinition erfordert die Verwendung von Grenzwerten.

Definition 1.2: Stetigkeit an einer Stelle
f heißt *stetig an der Stelle x_0* , wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- (1) $f(x_0)$ existiert
- (2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existiert
- (3) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Definition 1.3: Intervallstetigkeit
f heißt *stetig auf dem Intervall $[a, b]$* , wenn f an jeder inneren Stelle des Intervalls stetig sowie bei a rechtsseitig und bei b linksseitig stetig ist.

Rechtsseitige bzw. linksseitige Stetigkeit an der Stelle x_0 liegt vor, wenn dort Definition 1.2 mit dem rechts- bzw. linksseitigen Grenzwert erfüllt ist.

a) Check whether the definition 1.2 from the textbook is consistent or rather equivalent with the definition of continuity from the lecture.

b) A student suggests to relinquish the formal definition using the limit and just use the illustrative criterion of the „possibility to draw continuously“. Check with the help of the examples

$$f_j : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} x^j \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}, \quad \text{with } j \in \{0, 1\},$$

whether this is a sound characterization of continuity. Afterwards, give an answer to the student.

c) After working on the task, one of your fellow university students detects: „I think the task does not make sense. You will never deal with those functions in school“. Comment on this statement.

Fig. A.5 The SRMP P5 originates from the course „Real analysis I“

P6. For $x \in \mathbb{R}$ and $a > 0$, we defined the x -th power of a in the lecture as $a^x := \exp(x \log a)$. In school, powers a^x are usually approached differently by first defining them for $x \in \mathbb{N}$ as the product $a \cdot \dots \cdot a$ with x factors. Afterwards this is extended for $x \in \mathbb{Z}$. After powers $a^{\frac{1}{n}}$ are introduced as the n -th root, it is possible to allow rational numbers $x \in \mathbb{Q}$ as exponents. Finally, the expansion to real numbers $x \in \mathbb{R}$ as exponents takes place, in which x is approximated by a sequence of rational numbers (keyword: interval nesting).

- a) Write out the outlined steps of the school definition in detail. Show – if necessary – in each case that the definition is well-defined.
- b) Give reasons why these definitions lead to the same results as the approach from the lecture.

Fig. A.6 The SRMP P6 originates from the course „Real analysis I“

Tab. A.1 Sample quotations for every subcategory of the system shown in Table 6.4

Category	Subcategory	Quotation
A. Alignment with future profession; general	A1. Clear reference to a teaching context	“I liked this problem when I solved it because [...] I found the connection to a teaching context somehow very clear.“ (S09)
	A2. Importance of the content for teaching	“These are just such basic things that you also learned in primary school.“ (S07)
	A3. Preparation for future profession (un-specific)	“Well and also the preparation for being a teacher. This would be important to me, this is important to me. That I can gain experience respectively that I get a little prepared for what is expecting me.“ (S06)
	A4. Taking the perspective of a teacher	“What I like about this problem is that I have to take the perspective of a teacher, ‘Okay, that is the pupil’s thinking process to understand this task and maybe to see his mistake. And how abstract can I think that the pupil is still understanding what I want to say.’“ (S07)
	A5. Assumed applicability in future profession	“I am quite sure that I will introduce this topic at some point as a teacher. I can already see myself standing in front of a class and doing exactly that. Therefore, just exactly this type of problem with this topic, I think it fits perfectly here“ (S06)
B. Preparation for teacher tasks in classroom	B1. Reduction of abstract content to the essentials	“Well, you had to again simplify the complex, you had from the lecture and then also still justify why it’s the same and I really liked that“ (S09)
	B2. Explanations in general	“I think that teacher studies are somehow about explaining the things, the content that we work through in simple terms“ (S01)
	B3. Development of adequate proofs with regard to pupils’ age	“I find it a bit difficult to find proofs appropriate to the age of the pupils. I can’t even remember, what I did there back then. [...] However, if you then find these proofs, then of course you can see very nicely the differences between the different grades or class levels and the university“ (S03)
	B4. Answering pupils’ advanced questions	“And that you as a math teacher are not left high and dry when a pupil tries to understand something, possibly where it comes from“ (S10)
C. Preparation for teacher tasks/ knowledge outside the classroom	C1. Good foundation of mathematical background knowledge	“It is important for me in my studies that I somehow understand the mathematical background. [...] This is the main goal for me. That – when I’m maybe standing in front of a class at some point in the future – somehow at least I understand where all the things that I tell result from. And that therefore I can explain them better.“ (S10)
	C2. Structure of the school curriculum (incl. implications for teaching)	“So you get a general idea, what is taught when, how can I incorporate and build on that. This is exciting for sure.“ (S01)
	C3. Reflection on pupils’ cognitions	“So you can gain an understanding of what kind of comprehension I can expect from a pupil in a specific grade. That is quite enjoyable.“ (S10)

(continuing tab. A.1)

Category	Subcategory	Quotation
	C4. Reflection on classroom content	“Well, you just do your calculations, but you don’t know why it is true. So now this is exactly the task: to show, why it is true. And you use academic mathematics to show it. So at the beginning, I didn’t know that well what I should do with the academic mathematics part. But if you learn that you can prove simple division rules, I think, you see the connections very clearly“ (S09)
	C5. Identification of gaps in school mathematics	“What I also liked is that this problem eventually shows that school proofs often cannot be done completely accurate – just with the knowledge they [pupils] have. And that academic mathematics helps out instead.“ (S04)
D. Orientation towards academic mathematics for prospective teachers	D1. Utility/relevance of academic mathematics for (prospective) teachers	“It’s very important, that you recognize that there is a purpose in going to university. Because, sometimes it actually is the case that at first one doesn’t really see what this has to do with school. And you can see quite well where you are in school right now. Sometimes you don’t even notice it and then see ‘ah we did that in this or that grade’ or so.“ (S03)
	D2. Connections and differences between school mathematics and academic mathematics	“That you then realize, okay, I’ve done that before, but in a different way. That you link things together that you might not have done without the problems.“ (S05)
E. Affective/motivational aspects	E1. Personal value/usefulness	“In general I think the problems are very good, very appealing. And this [P5] was one of the problems that I enjoyed because I could see, as I said, usefulness – just personally for me.“ (S02)
	E2. Personal interest/fun	“Problem four was really fun. And problem 5 probably would have been fun for me as well, if I’ve had more time.“ (S01)
	E3. Interest/fun from pupils’ perspective	“These are problems that motivate pupils.“ (S07)
F. Benefit for own mathematical learning	F1. Acquisition of (deeper) own understanding of subject matters	“Or I gain a new understanding of the concepts that we learnt.“ (S08)
G. Structural/organizational aspects	G1. Reference to the contents of the course	“First of all, what I liked about this problem is that there is a connection to a non-school-related problem.“ (S02)
	G2. (Admission to) course exam	“And I think the exam is quite a big point. That you know ‘okay, there won’t be a school-related mathematical problem in the exam.’ This is not that motivating.“(S01) “And one just has to say that the school-related mathematical problems have been a surety for gaining scores [for the admission to the exam].“ (S04)
	G3. Level of difficulty; effort	“I think that subtask is not necessary, because it is somehow too hard. I don’t see any sense in it. Vector subspaces – I didn’t even know what that is when I graduated from school.“ (S01)

Abbildungsverzeichnis

2.1	Modell zur Person-Umwelt-Passung nach Nagy (2006)	6
2.2	Facetten des „Mathematical knowledge for teaching“ nach Ball et al. (2008, S. 403)	20
2.3	Modell des „schulbezogenen Fachwissens“ nach Dreher et al. (2018)	22
2.4	Beispiel einer Lehramtsaufgabe aus dem Kurs „Analysis I“	24
2.5	Modell des Relevanzkontinuums nach Priniski et al. (2018, S. 12)	26
2.6	Angenommene Wirkmechanismen zum Einsatz von Lehramtsaufgaben	31
4.1	Darstellung des Designs entlang des Conjecture Mapping nach Sandoval (2014)	45
4.2	Ausschnitt aus dem Arbeitsauftrag: Kriterien, welche die entwickelten Aufgaben erfüllen sollten	48
4.3	Beispielitem zur MaLeMINT-Lernvoraussetzung „Mengen, Mengendarstellungen und Mengenoperationen“	56
4.4	Entwickelte Aufgabe aus der ersten Projektphase zur Lernvoraussetzung „Funktionenscharen (Funktionen mit Parametern)“	58
4.5	Überarbeitete Aufgabe zur Lernvoraussetzung „Funktionenscharen (Funktionen mit Parametern)“	59
4.6	Links die ursprüngliche Formulierung der Lernvoraussetzung zum Folgebegriff, die von der Hochschule gefordert wurde, jedoch ohne Konsens mit der Schule. Rechts die angepasste Lernvoraussetzung mit Konsens	60
4.7	Beispiel einer Lernvoraussetzung („Beweisverfahren (direkter und indirekter Beweis, vollständige Induktion“), welche teilweise gestrichen wurde, weil sie laut Hochschule nicht explizit notwendig ist, und teilweise, weil sie nicht durch die Fachanforderungen Schleswig-Holsteins abgedeckt ist	61
5.1	Aufgabenbeispiel von Bauer zur SRCK-Facette top-down, in welcher kein herkömmlicher Arbeitstyp angesprochen ist	87
5.2	Aufgaben, zu denen Studierendenbearbeitungen analysiert wurden	89
5.3	Erfolgreiche Studierendenbearbeitung zur Aufgabe C	91
5.4	Beispiel einer fehlerhaften Bearbeitung von Aufgabe C	92

6.1	Conceptualization of school-related content knowledge (Dreher et al., 2018, p. 330)	100
6.2	SRMP for a course in real analysis (Eichler & Isaev, 2017)	102
6.3	SRMP for a course in real analysis (Weber et al., 2021, translated) . .	102
6.4	Conceptualization of relevance along a continuum of personal meaningfulness according to Priniski et al. (2018, p. 12)	103
6.5	First question on the virtual board. We asked the students to write down their responses in the three blank spaces	106
7.1	Lehramtsaufgabe aus der Vorlesung „Lineare Algebra I“, welche zunächst eine bottom- up und anschließend eine top-down Verbindung einfordert (Weber et al., 2021)	127
7.2	Lehramtsaufgabe aus der Vorlesung „Analysis I“, welche die curriculare Facette des SRCK adressiert (Weber et al., 2021)	130
7.3	Mittelwerte und Standardabweichungen in beiden Subskalen des Fragebogens zur wahrgenommenen doppelten Diskontinuität. Höhere Werte indizieren eine geringere wahrgenommene doppelte Diskontinuität .	132
8.1	Lehramtsaufgabe (curricular) zur Vorlesung Analysis I	142
8.2	Lehramtsaufgabe, welche sowohl bottom-up als auch top-down Prozesse einfordert	143
9.1	Angenommene und untersuchte Wirkmechanismen zum Einsatz von Lehramtsaufgaben	149
A.1	The SRMP P1 originates from the course „Linear algebra I“	i
A.2	The SRMP P2 originates from the course „Linear algebra I“	ii
A.3	The SRMP P3 originates from the course „Real analysis I“	ii
A.4	The SRMP P4 originates from the course „Linear algebra I“	ii
A.5	The SRMP P5 originates from the course „Real analysis I“	iii
A.6	The SRMP P6 originates from the course „Real analysis I“	iii

Tabellenverzeichnis

4.1	Phasen des Projektes MaLeMINT-Implementation	51
4.2	Übersicht über die hinzugezogenen Datenquellen zur Überprüfung der erwarteten Prozesse und des erwarteten Outcomes	53
4.3	Übersicht über Mittelwerte der Testleistung θ aus dem Test und über Bestehensquoten der Klausuren.	62
4.4	Logistische Regressionsmodelle zur Vorhersage des Klausurbestehens durch den Prädiktor Testleistung. Die unabhängige Variable wurde standardisiert	63
4.5	Übersicht über die Befunde und Evidenzkriterien für das Eintreten erwarteter Prozesse und Outcomes im Projekt MaLeMINT-Implementation. Einzig das erreichte Outcome B fiel geringer aus als das erwartete (s. Hervorhebung)	64
5.1	Stichprobe der analysierten Lehramtsaufgaben sowie Rahmenbedingungen, unter denen die Aufgaben eingesetzt wurden	80
5.2	Verwendetes Kategoriensystem zur Analyse der Lehramtsaufgaben	81
5.3	Übersicht über die relativen Häufigkeiten der Kategorienausprägungen in den 235 Teilaufgaben	84
5.4	Übersicht über die Klassifikation der Teilaufgaben ($N_T = 235$) sowie deren Anteile an der Gesamtstichprobe	86
5.5	Klassifikation der 88 Lehramtsaufgaben in vier Schritten ausgehend von den Klassen der Teilaufgaben laut Tab. 5.4. Insgesamt ergeben sich sechs Aufgabentypen	88
5.6	Übersicht über erfolgreich hergestellte Bezüge	90
6.1	Statements students chose to describe what is most important to them in SRMPs	107
6.2	Summary of the six SRMPs discussed during the interviews	108
6.3	Rating of the SRMPs based on global relevance score (range 1–6) ^a	109
6.4	Category system of relevance criteria students used during the interviews ^b	110
7.1	Anzahl von Fachstudierenden (Vergleichsgruppe) und Lehramtsstudierenden (Treatmentgruppe) aufgeteilt nach Kohorte	129

7.2	Beispielitems für beide Subskalen des „Fragenbogens zur doppelten Diskontinuität“ (Isaev & Eichler, 2022). Beide Subskalen zeigten akzeptable bis exzellente Reliabilitäten	131
7.3	Ergebnisse der Varianzanalysen zur studentischen Wahrnehmung der Subskala inhaltliche Verbindungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik (IV) und der Subskala Relevanz von Hochschulmathematik für den Lehrberuf (RB)	131
8.1	Impulse zum Finden von Fragestellungen, die den Kern einer Lehramtsaufgabe bilden	144
A.1	Sample quotations for every subcategory of the system shown in Table 6.4	iv

Literatur

- Ableitinger, C., Hefendehl-Hebeker, L., & Herrmann, A. (2013). Aufgaben zur Vernetzung von Schul- und Hochschulmathematik. In H. Allmendinger, K. Lengnink, A. Vohns & G. Wickel (Hrsg.), *Mathematik verständlich unterrichten* (S. 217–233). Springer Spektrum.
- Acee, T. W., & Weinstein, C. E. (2010). Effects of a value-reappraisal intervention on statistics students' motivation and performance. *The Journal of Experimental Education*, *78*(4), 487–512. <https://doi.org/10.1080/00220970903352753>
- Albrecht, A., & Nordmeier, V. (2011). Ursachen des Studienabbruchs in Physik: Eine explorative Studie. *Die Hochschule*, *2*, 131–145.
- Albrecht, J. R., & Karabenick, S. A. (2017). Relevance for learning and motivation in education. *The Journal of Experimental Education*, *86*(1), 1–10. <https://doi.org/10.1080/00220973.2017.1380593>
- Álvarez, J. A., Arnold, E. G., Burroughs, E. A., Fulton, E. W., & Kercher, A. (2020). The design of tasks that address applications to teaching secondary mathematics for use in undergraduate mathematics courses. *The Journal of Mathematical Behavior*, *60*(2), 100814. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100814>
- Andersen, J. (2020). *Entwicklung und Evaluierung eines spezifischen Anfängerpraktikums für Lehramtsstudierende im Fach Physik* [Dissertation]. Christian-Albrechts Universität zu Kiel.
- Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, *41*(1), 16–25.
- Bakker, A. (2018). *Design research in education. A practical guide for early career researchers*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203701010>
- Ball, D. L., & Even, R. (2009). Strengthening Practice in and Research on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: Next Steps. In R. Even & D. Loewenberg Ball (Hrsg.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI study* (S. 255–260). Springer.
- Ball, D. L., Ferrini-Mundy, J., Kilpatrick, J., Milgram, R. J., Schmid, W., & Schaa, R. (2005). Reaching for common ground in K–12 mathematics education. *Notices of the AMS*, *52*(9), 1055–1058.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barnett, S. M., & Ceci, S. J. (2002). When and where do we apply what we learn? A taxonomy for far transfer. *Psychological bulletin*, *128*(4), 612–637. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.128.4.612>
- Bass, H., & Ball, D. L. (2004). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching: The case of mathematical reasoning. In W. Jianpan & X. Binyan

- (Hrsg.), *Trends and challenges in mathematics education* (S. 107–123). East China Normal University Press.
- Bauer, L. (2011). Mathematik, Intuition, Formalisierung: Eine Untersuchung von Schülerinnen- und Schülervorstellungen zu $0, \bar{9}$. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 32(1), 79–102. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0024-9>
- Bauer, T. (2013a). *Analysis – Arbeitsbuch: Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen*. Springer Spektrum.
- Bauer, T. (2013b). Schnittstellen bearbeiten in Schnittstellenaufgaben. In C. Ableitinger, J. Kramer & S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 39–56). Springer Spektrum.
- Bauer, T. (2018). Schnittstellenaufgaben als Ansatz zur Vernetzung von Schul- und Hochschulmathematik: Design-Iterationen und Modell. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 201–204). WTM.
- Bauer, T. (2022). Mathematisches Fachwissen in unterschiedlichen Literacy-Stufen – zwei Fallstudien. In V. Isaev, A. Eichler & F. Loose (Hrsg.), *Professionsorientierte Fachwissenschaft. Kohärenzstiftende Lerngelegenheiten für das Lehramtsstudium Mathematik* (S. 7–30). Springer.
- Bauer, T., & Hefendehl-Hebeker, L. (2019). *Mathematikstudium für das Lehramt an Gymnasien: Anforderungen, Ziele und Ansätze zur Gestaltung*. Springer Spektrum.
- Bauer, T., & Partheil, U. (2009). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. *Mathematische Semesterberichte*, 56, 85–103.
- Baumert, J., & Kunter, M. (2011). Das mathematikspezifische Wissen von Lehrkräften, kognitive Aktivierung im Unterricht und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, K. S. & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 163–192). Waxmann.
- Bergin, D. A. (1999). Influences on classroom interest. *Educational Psychologist*, 34(2), 87–98. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3402_2
- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spies, S., & Wickel, G. (2011). *Mathematik neu denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten*. Vieweg+Teubner.
- Biehler, R. (2018). Die Schnittstelle Schule-Hochschule – Übersicht und Fokus. *Der Mathematikunterricht*, 64(5), 3–15.
- Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (2008a). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G., & Lehmann, R. (2010). *TEDS-M 2008: Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Primarstufenlehrkräfte im internationalen Vergleich*. Waxmann.
- Blömeke, S., Lehmann, R., Seeber, S., Schwarz, B., Kaiser, G., Felbrich, A., & Müller, C. (2008b). Niveau- und institutsbezogene Modellierungen des fachbezogenen Wissens. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare;*

- erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 105–134). Waxmann.
- Blömeke, S., Seeber, S., Lehmann, R., Kaiser, G., Schwarz, B., Felbrich, A., & Müller, C. (2008c). Messung des fachbezogenen Wissens angehender Mathematiklehrkräfte. In S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer: Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare; erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 49–88). Waxmann.
- Blum, W., & Kirsch, A. (1991). Preformal proving: examples and reflections. *Educational Studies in Mathematics*, 22(2), 183–203.
- Bond, T., Yan, Z., & Heene, M. (2021). *Applying the Rasch model: fundamental measurement in the human sciences*. Taylor & Francis.
- Brisson, B. M., Dicke, A.-L., Gaspard, H., Häfner, I., Flunger, B., Nagengast, B., & Trautwein, U. (2017). Short intervention, sustained effects: Promoting students' math competence beliefs, effort, and achievement. *American Educational Research Journal*, 54(6), 1048–1078. <https://doi.org/10.3102/0002831217716084>
- Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte: Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Huber.
- Bruner, J. S. (1960). *The process of education*. Harvard University Press.
- Bruner, J. S. (1970). *Der Prozess der Erziehung*. Berlin Verlag.
- Buchholtz, N., & Kaiser, G. (2013). Improving Mathematics teacher education in Germany: Empirical results from a longitudinal evaluation of innovative programs. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11, 949–977.
- Büdenbender-Kuklinski, C. (2021). *Die Relevanz ihres Mathematikstudiums aus Sicht von Lehramtsstudierenden*. Springer Spektrum.
- Buschhüter, D., Spoden, C., & Borowski, A. (2016). Mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten von Physikstudierenden zu Studienbeginn. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 22(1), 61–75. <https://doi.org/10.1007/s40573-016-0041-4>
- Canning, E. A., & Harackiewicz, J. M. (2015). Teach it, don't preach it: The differential effects of directly-communicated and self-generated utility value information. *Motivation science*, 1(1), 47–71. <https://doi.org/10.1037/mot0000015>
- CBMS. (2012). *Mathematical education of teachers II*. American Mathematical Society.
- Charalambous, C. Y., Hill, H. C., Chin, M. J., & McGinn, D. (2020). Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: Exploring their distinguishability and contribution to student learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(6), 579–613. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09443-2>
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. Routledge.
- Cortina, K. S., & Thames, M. H. (2013). Teacher education in Germany. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, K. S. & M. Neubrand (Hrsg.), *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers* (S. 49–62). Springer.

- cosh. (2021). Mindestanforderungskatalog Mathematik (Version 3.0) von Schulen und Hochschulen Baden-Württembergs für ein Studium von WiMINT-Fächern (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaft und Technik). <https://cosh-mathe.de/wp-content/uploads/2021/12/makV3.0.pdf> (Zugegriffen 24. August 2022).
- Davis, J. D. (2012). An examination of reasoning and proof opportunities in three differently organized secondary mathematics textbook units. *Mathematics Education Research Journal*, 24(4), 467–491. <https://doi.org/10.1007/s13394-012-0047-2>
- Deeken, C., Neumann, I., & Heinze, A. (2020). Mathematical Prerequisites for STEM Programs: What do University Instructors Expect from New STEM Undergraduates? *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 6(1), 23–41. <https://doi.org/10.1007/s40753-019-00098-1>
- Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34, 12–25. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001>
- de Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, 24, 17–24.
- Dieter, M. (2012). *Studienabbruch und Studienfachwechsel in der Mathematik: Quantitative Bezifferung und empirische Untersuchung von Bedingungsfaktoren* [Dissertation]. Universität Duisburg-Essen.
- DMV, GDM & MNU. (2019). Mathematik: 19 Maßnahmen für einen konstruktiven Übergang Schule - Hochschule. www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Massnahmenkatalog_DMV_GDM_MNU.pdf (Zugegriffen 24. August 2022).
- Dreher, A., Hoth, J., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2022, im Druck). Der Bezug zwischen Schulmathematik und akademischer Mathematik: Schulbezogenes Fachwissen als berufsspezifische Lehrerwissenskomponente. In S. Krauss & A. Lindl (Hrsg.), *Professionswissen von Mathematiklehrkräften – Implikationen aus der Forschung für die Praxis*. Springer.
- Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A., & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? A conceptualization taking into account academic and school mathematics. *Journal für Mathematikdidaktik*, 39(2), 319–341. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>
- Durik, A. M., Shechter, O. G., Noh, M., Rozek, C. S., & Harackiewicz, J. M. (2015). What if I can't? Success expectancies moderate the effects of utility value information on situational interest and performance. *Motivation and Emotion*, 39(1), 104–118. <https://doi.org/10.1007/s11031-014-9419-0>
- Dürr, R., Dürrschnabel, K., Loose, F., & Wurth, R. (2016). *Mathematik zwischen Schule und Hochschule: Den Übergang zu einem WiMINT-Studium gestalten – Ergebnisse einer Fachtagung, Esslingen 2015*. Springer Spektrum.
- Dürrschnabel, K., & Wurth, R. (2016). Cosh – Ursache, Entstehung und Erfolge. In R. Dürr, K. Dürrschnabel, F. Loose & R. Wurth (Hrsg.), *Mathematik zwischen Schule und Hochschule. Den Übergang zu einem WiMINT-Studium gestalten — Ergebnisse einer Fachtagung, Esslingen, 2015* (S. 13–24). Springer.
- Eccles, J. S., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. L., & Midgley, C. (1983). Expectations, values, and academic behaviors. In

- J. T. Spense (Hrsg.), *Perspective on achievement and achievement motivation* (S. 75–146). W. H. Freeman.
- Eccles, J. S. (2009). Who am I and what am I going to do with my life? Personal and collective identities as motivators of action. *Educational Psychologist*, 44(2), 78–89. <https://doi.org/10.1080/00461520902832368>
- Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2020). From expectancy-value theory to situated expectancy-value theory: A developmental, social cognitive, and sociocultural perspective on motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 61, 101859. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101859>
- Edelson, D. C. (2002). Design research: What we learn when we engage in design. *Journal of the Learning Sciences*, 11(1), 105–121.
- Eichler, A., & Isaev, V. (2017). Disagreements between mathematics at university level and school mathematics in secondary teacher education. In R. Göller, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G. Rück (Hrsg.), *Didactics of Mathematics in Higher Education as a Scientific Discipline* (S. 52–59). khdm.
- Eichler, A., & Isaev, V. (2022). Improving prospective teachers' beliefs about a double discontinuity between school mathematics and university mathematics. *Journal für Mathematik-Didaktik*. <https://doi.org/10.1007/s13138-022-00206-w>
- Even, R. (2011). The relevance of advanced mathematics studies to expertise in secondary school mathematics teaching: Practitioners' views. *ZDM Mathematics Education*, 43(6-7), 941–950. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0346-1>
- Fernández, S., & Figueiras, L. (2014). Horizon content knowledge: Shaping MKT for a continuous mathematical education. *REDIMAT*, 3(1), 7–29. <https://doi.org/10.4471/redimat.2014.38>
- Fischer, A., Heinze, A., & Wagner, D. (2009). Mathematiklernen in der Schule - Mathematiklernen an der Hochschule: die Schwierigkeiten von Lernenden beim Übergang ins Studium. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 245–264). Waxmann.
- Fleischer, J., Leutner, D., Brand, M., Fischer, H., Lang, M., Schmiemann, P., & Sumfleth, E. (2019). Vorhersage des Studienabbruchs in naturwissenschaftlich-technischen Studiengängen. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 22(5), 1077–1097. <https://doi.org/10.1007/s11618-019-00909-w>
- Fleiss, J. L. (1971). Measuring nominal scale agreement among many raters. *Psychological Bulletin*, 76(5), 378–382. <https://doi.org/10.1037/h0031619>
- Fromm, M. (2019). Grid-Methodik: Verbindung qualitativer und quantitativer Erhebungs- und Auswertungsstrategien in der psychologischen Forschung. In G. Mey & K. Mruck (Hrsg.), *Handbuch qualitative Forschung in der Psychologie* (S. 357–372). Springer Fachmedien.
- Frymier, A. B., & Shulman, G. M. (1995). „What's in it for me?": Increasing content relevance to enhance students' motivation. *Communication Education*, 44(1), 40–550. <https://doi.org/10.1080/03634529509378996>
- Fukawa-Connelly, T., Mejía-Ramos, J. P., Wasserman, N. H., & Weber, K. (2020). An evaluation of ULTRA; an experimental real analysis course built on a transformative theoretical model. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 6(2), 159–185. <https://doi.org/10.1007/s40753-019-00102-8>

- Gaspard, H., Dicke, A.-L., Flunger, B., Brisson, B. M., Häfner, I., Nagengast, B., & Trautwein, U. (2015). Fostering adolescents' value beliefs for mathematics with a relevance intervention in the classroom. *Developmental psychology*, *51*(9), 1226–1240. <https://doi.org/10.1037/dev0000028>
- Geisler, S., & Rolka, K. (2021). „That wasn't the math I wanted to do“: —Students' beliefs during the transition from school to university mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *19*(3), 599–618. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10072-y>
- Gildehaus, L., Göller, R., & Liebendörfer, M. (2021). Gymnasiales Lehramt Mathematik studieren – eine Übersicht zur Studienorganisation in Deutschland. *GDM-Mitteilungen*, *111*, 27–32.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Hrsg.), *Educational design research* (S. 72–113). Routledge.
- Guedet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 237–254. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9100-6>
- Guo, J., Nagengast, B., Marsh, H. W., Kelava, A., Gaspard, H., Brandt, H., Cambria, J., Flunger, B., Dicke, A.-L., Häfner, I., Brisson, B., & Trautwein, U. (2016). Probing the unique contributions of self-concept, task values, and their interactions using multiple value facets and multiple academic outcomes. *AERA Open*, *2*(1), 1–20. <https://doi.org/10.1177/2151264515626884>
- Heintz, B. (2000). *Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur, und Praxis einer beweisenden Disziplin*. Springer.
- Heinze, A., Lindmeier, A., & Dreher, A. (2017). Teachers' mathematical content knowledge in the field of tension between academic and school mathematics. In R. Göller, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G. Rück (Hrsg.), *Didactics of mathematics in higher education as a scientific discipline. Conference proceedings* (S. 52–59). Universitätsbibliothek Kassel.
- Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A., & Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *19*, 329–349. <https://doi.org/10.1007/s11618-016-0674-6>
- Hendriks, F., Kienhues, D., & Bromme, R. (2016). Trust in science and the science in trust. In B. Blöbaum (Hrsg.), *Trust and communication in a digitized world* (S. 143–159). Springer.
- Hermanns, J. (2021). Perceived relevance of tasks in organic chemistry by preservice chemistry teachers. *Chemistry Teacher International*, *3*(1), 31–44. <https://doi.org/10.1515/cti-2020-0002>
- Heublein, U., Ebert, J., Hutzsch, C., Isleib, S., König, R., Richter, J., & Woisch, A. (2017). *Zwischen Studiererwartungen und Studienwirklichkeit: Ursachen des Studienabbruchs, beruflicher Verbleib der Studienabbrecherinnen und Studienabbrecher und Entwicklung der Studienabbruchquote an deutschen Hochschulen*. DZHW.
- Heublein, U., & Schmelzer, R. (2018). *Die Entwicklung der Studienabbruchquoten an den deutschen Hochschulen. Berechnungen auf Basis des Absolventenjahrgangs 2016*. DZHW.

- Heublein, U., & Wolter, A. (2011). Studienabbruch in Deutschland: Definition, Häufigkeit, Ursachen, Maßnahmen. *Zeitschrift für Pädagogik*, *57*(2), 214–236.
- Hickey, D. T., Taasoobshirazi, G., & Cross, D. (2012). Assessment as learning: Enhancing discourse, understanding, and achievement in innovative science curricula. *Journal of Research in Science Teaching*, *49*(10), 1240–1270. <https://doi.org/10.1002/tea.21056>
- Hidi, S., & Renninger, K. A. (2006). The four-phase model of interest development. *Educational Psychologist*, *41*(2), 111–127. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_4
- Hill, H. C. (2010). The nature and predictors of elementary teachers' Mathematical Knowledge for Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(5), 513–545. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.5.0513>
- Hill, H. C., Dean, C., & Goffney, I. M. (2007). Assessing elemental and structural validity: Data from teachers, non-teachers, and mathematicians. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, *5*(2–3), 81–92. <https://doi.org/10.1080/15366360701486999>
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, *105*(1), 11–30. <https://doi.org/10.1086/428763>
- Hill, H. C., Rowan, B., & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, *42*(2), 371–406.
- Hoffmann, M. (2018a). *Konzeption von fachmathematischen Schnittstellenmodulen für Lehramtsstudierende am Beispiel ausgewählter Themen der höheren Analysis: Masterarbeit - überarbeitete Version*. khdm.
- Hoffmann, M. (2018b). Schnittstellenaufgaben im Praxiseinsatz: Aufgabenbeispiel zur „Bleistiftstetigkeit“ und allgemeine Überlegungen zu möglichen Problemen beim Einsatz solcher Aufgaben. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 815–818). WTM.
- Hoffmann, M., & Biehler, R. (2017). Schnittstellenaufgaben für die Analysis I – Konzept, Beispiele und Evaluationsergebnisse. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 441–444). Waxmann.
- Holland, J. L. (1997). *Making vocational choices: A theory of vocational personalities and work environments* (3. Aufl.). Psychological Assessment Resources.
- Hoth, J., Jeschke, C., Dreher, A., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2020). Ist akademisches Fachwissen hinreichend für den Erwerb eines berufsspezifischen Fachwissens im Lehramtsstudium? Eine Untersuchung der Trickle-down-Annahme. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *41*(2), 329–356. <https://doi.org/10.1007/s13138-019-00152-0>
- Hoyles, C., Newman, K., & Noss, R. (2001). Changing patterns of transition from school to university Mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *32*(6), 829–845. <https://doi.org/10.1080/00207390110067635>
- Hulleman, C. S., & Harackiewicz, J. M. (2009). Promoting interest and performance in high school science classes. *Science*, *326*, 1410–1412.
- Isaev, V., & Eichler, A. (2022). Der Fragebogen zur doppelten Diskontinuität. In S. Halverscheid, I. Kersten & B. Schmidt-Thieme (Hrsg.), *Bedarfsgerechte fachmathematische Lehramtsausbildung. Analyse, Zielsetzungen und Konzepte*

- te unter heterogenen Voraussetzungen* (S. 321–338). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-63948-1_8
- Isaev, V., Eichler, A., & Bauer, T. (2022). Die Wahrnehmung zur doppelten Diskontinuität im Lehramtsstudium Mathematik. In V. Isaev, A. Eichler & F. Loose (Hrsg.), *Professionsorientierte Fachwissenschaft. Kohärenzstiftende Lerngelegenheiten für das Lehramtsstudium Mathematik* (S. 139–154). Springer.
- Isaev, V., & Eichler, A. (2017). Measuring beliefs concerning the double discontinuity in secondary teacher education. *CERME, 10*, Dublin, Ireland <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01949039> (Zugegriffen: 24. August 2022).
- Jonas, K., Stroebe, W., & Hewstone, M. (2014). *Sozialpsychologie* (6. Aufl.). Springer.
- Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Brunner, M., Kunter, M., & Baumert, J. (2008). Aufgaben im COACTV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik, 29*(2), 83–107. <https://doi.org/10.1007/BF03339055>
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Löwen, K., Brunner, M., & Kunter, M. (2006). *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt. Materialien aus der Bildungsforschung, 81*. Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Kember, D., Ho, A., & Hong, C. (2008). The importance of establishing relevance in motivating student learning. *Active Learning in Higher Education, 9*(3), 249–263. <https://doi.org/10.1177/1469787408095849>
- KFP. (2011). *Empfehlung der Konferenz der Fachbereiche Physik zum Umgang mit den Mathematikkenntnissen von Studienanfängern der Physik*.
- Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus. Arithmetik, Algebra, Analysis* (Bd. 1). Springer.
- Krauss, S., Baumert, J., & Blum, W. (2008a). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: Validation of the COACTIV constructs. *ZDM Mathematics Education, 40*(5), 873–892. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0141-9>
- Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., & Jordan, A. (2008b). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology, 100*(3), 716–725. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.3.716>
- Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M., Kunter, M., & Jordan, A. (2008c). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik, 29*(3-4), 233–258. <https://doi.org/10.1007/BF03339063>
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S., & Neubrand, M. (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Waxmann.
- Lai, Y., Strayer, J., Lischka, A., Anhalt, C., Quinn, C., & Reed, S. (2019). Theoretical report: A framework for examining prospective teachers' use of mathematical knowledge for teaching in mathematics courses. In A. Weinberg, D. Moore-Russo, H. Soto & M. Wawro (Hrsg.), *Proceedings of the 22nd annual*

- conference on research in undergraduate mathematics education (S. 765–733). SIGMAA.
- Lambert, D., & Jacobsen, M. (2019). Implementing an intervention into a grade six learning environment: A design-based research framework. *Educational Design Research*, 3(1), 1–36. <https://doi.org/10.15460/eder.3.1.1388>
- Lecher, S., & Witte, E. H. (2003). FORMOD und PROMOD. Zwei Moderationstechniken zur Verbesserung von Entscheidungen in Gruppen. *Zeitschrift für Arbeits- und Organisationspsychologie*, 47(2), 73–86. <https://doi.org/10.1026//0932-4089.47.2.73>
- Lehtonen, D., Jyrkiäinen, A., & Joutsenlahti, J. (2019). A systematic review on educational design research in Finnish doctoral dissertations on mathematics, science and technology education. *International Journal on Math, Science and Technology Education*, 7(3), 140–165.
- Leufer, N., & Prediger, S. (2007). „Vielleicht brauchen wir das ja doch in der Schule“: Sinnstiftung und Brückenschläge in der Analysis als Bausteine zur Weiterentwicklung der fachinhaltlichen gymnasialen Lehrerbildung. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hußmann & S. Prediger (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis* (S. 265–276). Franzbecker.
- Lindmeier, A. (2011). *Modeling and measuring knowledge and competencies of teachers: a threefold domain-specific structure model for mathematics*. Waxmann.
- Locke, E. A., & Latham, G. P. (2002). Building a practically useful theory of goal setting and task motivation. A 35-year odyssey. *The American psychologist*, 57(9), 705–717. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.57.9.705>
- Lorentzen, J., Friedrichs, G., Ropohl, M., & Steffensky, M. (2019). Förderung der wahrgenommenen Relevanz von fachlichen Studieninhalten: Evaluation einer Intervention im Lehramtsstudium Chemie. *Unterrichtswissenschaft*, 47(1), 29–49. <https://doi.org/10.1007/s42010-018-00036-1>
- Macken-Horarik, M. (1998). Exploring the requirements of critical school literacy: A view from two classrooms. In F. Christie & R. Mission (Hrsg.), *Literacy and schooling* (S. 74–103). Routledge.
- Massolt, J., & Borowski, A. (2018). Increasing the perceived relevance of university physics problems by focusing on school-related content knowledge. *heiEDUCATION Journal*, 1/2, 99–124. <https://doi.org/10.17885/heiup.heied.2018.1-2.23828>
- Massolt, J., & Borowski, A. (2020). Perceived relevance of university physics problems by pre-service physics teachers: Personal constructs. *International Journal of Science Education*, 42(2), 167–189. <https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1705424>
- Masters, G. N. (1982). A rasch model for partial credit scoring. *Psychometrika*, 47, 149–174. <https://doi.org/10.1007/BF02296272>
- Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (11. aktualisierte und überarbeitete Aufl.). Beltz.
- MK & MWK. (2019). MINT in Niedersachsen: Mathematik für einen erfolgreichen Studienstart. Ergebnis des institutionalisierten Gesprächskreises Mathematik Schule-Hochschule IGeMa. <https://www.mint-in-niedersachsen.de/de/studienvorbereitung/wie-kann-ich-mich-auf-ein-mint-studium-vorbereiten/uebergang-schule-hochschule.html> (Zugegriffen 24. August 2022).

- Monk, D. H. (1994). Subject area preparation of secondary mathematics and science teachers and student achievement. *Economics of Education Review*, 13(2), 124–145.
- Müller, J., Stender, A., Fleischer, J., Borowski, A., Dammann, E., Lang, M., & Fischer, H. E. (2018). Mathematisches Wissen von Studienanfängern und Studienerfolg. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 24(1), 183–199. <https://doi.org/10.1007/s40573-018-0082-y>
- Murray, E., & Star, J. R. (2013). What do secondary preservice mathematics teachers need to know? Content courses connecting secondary and tertiary mathematics. *Notices of the American Mathematical Society*, 60(10), 1297–1299. <https://doi.org/10.1090/noti1048>
- Nagy, G. (2006). *Berufliche Interessen, kognitive und fachgebundene Kompetenzen: Ihre Bedeutung für die Studienfachwahl und die Bewährung im Studium* [Dissertation]. Freie Universität Berlin. http://www.diss.fu-berlin.de/diss/receive/FUDISS_thesis_000000002714 (Zugegriffen 24. August 2022).
- Neubrand, J. (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen: Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie: Manual zum Klassifikationssystem für Aufgaben*. Franzbecker.
- Neumann, I., Pigge, C., & Heinze, A. (2017). *Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium? Eine Delphi-Studie*. IPN.
- Offener Brief. (2017). Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung – ein offener Brief. <https://www.tagesspiegel.de/downloads/19549926/2/offener-brief.pdf> (Zugegriffen 24. August 2022).
- Plomp, T. (2013). Educational design research: An introduction. In T. Plomp & N. Nieveen (Hrsg.), *Educational Design Research* (S. 11–51). slo.
- Prediger, S. (2013). Unterrichtsmomente als explizite Lernanlässe in fachinhaltlichen Veranstaltungen. In C. Ableitinger, J. Kramer & S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 151–168). Springer Spektrum.
- Priniski, S. J., Hecht, C. A., & Harackiewicz, J. M. (2018). Making learning personally meaningful: A new framework for relevance research. *Journal of experimental education*, 86(1), 11–29. <https://doi.org/10.1080/00220973.2017.1380589>
- R Core Team. (2017). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing.
- Rach, S. (2022a). Motivational states in an undergraduate mathematics course: relations between facets of individual interest, task values, basic needs, and effort. *ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01406-x>
- Rach, S., Siebert, U., & Heinze, A. (2016). Operationalisierung und empirische Erprobung von Qualitätskriterien für mathematische Lehrveranstaltungen in der Studieneingangsphase. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G. Rück (Hrsg.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze* (S. 601–619). Springer.
- Rach, S. (2014). *Charakteristika von Lehr-Lern-Prozessen im Mathematikstudium: Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester*. Waxmann.

- Rach, S. (2022b). Aufgaben zur Verknüpfung von Schul- und akademischer Mathematik: Haben derartige Aufgaben Auswirkungen auf das Interesse von Lehramtsstudierenden? In V. Isaev, A. Eichler & F. Loose (Hrsg.), *Professionsorientierte Fachwissenschaft. Kohärenzstiftende Lerngelegenheiten für das Lehramtsstudium* (S. 177–192). Springer.
- Rach, S., & Heinze, A. (2017). The transition from school to university in mathematics: Which influence do school-related variables have? *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*, 1343–1363. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9744-8>
- Rach, S., Heinze, A., & Ufer, S. (2014). Welche mathematischen Anforderungen erwarten Studierende im ersten Semester des Mathematikstudiums? *Journal für Mathematikdidaktik*, *35*, 205–228. <https://doi.org/10.1007/s13138-014-0064-7>
- Rach, S., & Ufer, S. (2020). Which prior mathematical knowledge is necessary for study success in the university study entrance phase? Results on a new model of knowledge levels based on a reanalysis of data from existing studies. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *6*(3), 375–403. <https://doi.org/10.1007/s40753-020-00112-x>
- Rasmussen, C., & Ellis, J. (2013). Who is switching out of calculus and why. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Hrsg.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (S. 73–80, Bd. 4). PME.
- Rehfeld, A. (2006). Towards a general theory of political representation. *The Journal of Politics*, *68*(1), 1–21.
- Reichersdorfer, E., Ufer, S., Lindmeier, A., & Reiss, K. (2014). Der Übergang von der Schule zur Universität: Theoretische Fundierung und praktische Umsetzung einer Unterstützungsmaßnahme am Beginn des Mathematikstudiums. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber & T. Wassong (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse* (S. 37–53). Springer Spektrum.
- Rogers, E. M. (2003). *Diffusion of innovations* (5th ed.). Free Press.
- Rolfes, T., Lindmeier, A., & Heinze, A. (2020). Mathematikleistungen von Schülerinnen und Schülern der gymnasialen Oberstufe in Deutschland: Ein Review und eine Sekundäranalyse der Schulleistungsstudien seit 1995. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *17*(2), 395–429. <https://doi.org/10.1007/s13138-020-00180-0>
- Rüede, C., Weber, C., & Eberle, F. (2019). Welche mathematischen Kompetenzen sind notwendig, um allgemeine Studierfähigkeit zu erreichen? Eine empirische Bestimmung erster Komponenten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *40*(1), 63–93. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0137-0>
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, *55*(1), 68–78.
- Sandoval, W. (2014). Conjecture Mapping: An Approach to Systematic Educational Design Research. *Journal of the Learning Sciences*, *23*(1), 18–36. <https://doi.org/10.1080/10508406.2013.778204>
- Sartory, K., Jungermann, A., Hoeft, M., & Bos, W. (2018). *Kommunales Übergangsmanagement in der Praxis: Wie Kommunen und Schulen Übergänge gemeinsam gestalten können*. Waxmann.

- Schadl, C., Rachel, A., & Ufer, S. (2019). Stärkung des Berufsfeldbezugs im Lehramtsstudium Mathematik – Maßnahmen im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung der LMU München. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *107*, 47–51.
- Schelfhout, S., Wille, B., Fonteyne, L., Roels, E., de Fruyt, F., & Duyck, W. (2019). The effects of vocational interest on study results: Student person - environment fit and program interest diversity. *PloS one*, *14*(4), e0214618. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0214618>
- Schiefele, U., Streblov, L., Ermgassen, U., & Moschner, B. (2003). Lernmotivation und Lernstrategien als Bedingungen der Studienleistung. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *17*(3/4), 185–198. <https://doi.org/10.1024//1010-0652.17.34.185>
- Schneider, M., & Preckel, F. (2017). Variables associated with achievement in higher education: A systematic review of meta-analyses. *Psychological bulletin*, *143*(6), 565–600. <https://doi.org/10.1037/bul00000988>
- Schumacher, M. (2020). *Mindestanforderungen für ein MINT-Studium: Welche Aussagekraft hat der schleswig-holsteinische Aufgabenkatalog zu mathematischen Lernvoraussetzungen für den Studienerfolg im ersten Semester?* [Unveröffentlichte Masterarbeit]. Christian-Albechts-Universität zu Kiel.
- Schweiger, F. (1992). Fundamentale Ideen. Eine geistesgeschichtliche Studie zur Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *13*(2-3), 199–214.
- Seaman, C. E., & Szydlik, J. E. (2007). Mathematical sophistication among preservice elementary teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(3), 167–182. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9033-0>
- SEFI. (2013). *A framework for mathematics curricula in engineering education: A report of the mathematics working group*.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1–22.
- Speer, N. M., King, K. D., & Howell, H. (2015). Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*, 105–122. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9277-4>
- Su, R., Murdock, C., & Rounds, J. (2015). Person-environment fit. In P. J. Hartung, M. L. Savickas & W. B. Walsh (Hrsg.), *APA Handbook of Career Intervention* (S. 81–98, Bd. 1). American Psychological Association.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 151–169.
- Tatto, M. T., Lerman, S., & Novotna, J. (2010). The organization of the mathematics preparation and development of teachers: A report from the ICMI Study 15. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*(4), 313–324. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9139-7>
- Terhart, E. (2021). Teacher education in Germany: Historic development, actual status and reforms, and new challenges. In T. Ehmke & K. J. Lee (Hrsg.), *Quality in teacher education and professional development: Chinese and German perspectives*. Routledge.

- The Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5–8.
- Thomas, M. O. J., de Freitas Druck, I., Huillet, D., Ju, M.-K., Nardi, E., Rasmussen, C., & Xie, J. (2015). Key mathematical concepts in the transition from secondary school to university. In S. J. Cho (Hrsg.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (S. 265–284). Springer.
- Tippelt, R. (2007). Übergänge im Bildungssystem. Fragen zum Übergangsmanagement in regionalen Kontexten. In T. Eckert (Hrsg.), *Übergänge im Bildungswesen: 68. Tagung der Arbeitsgruppe für Empirische Pädagogische Forschung vom 11. Bis 13. September 2006 an der Ludwig-Maximilian-Universität München* (S. 11–22). Waxmann.
- Tuckman, B. W. (1965). Developmental sequence in small groups. *Psychological bulletin*, 63(6), 384–399.
- Ufer, S., Rach, S., & Kosiol, T. (2017). Interest in mathematics = interest in mathematics? What general measures of interest reflect when the object of interest changes. *ZDM Mathematics Education*, 49(3), 397–409. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0828-2>
- Wasserman, N. H. (2017). Making sense of abstract algebra: Exploring secondary teachers' understandings of inverse functions in relation to its group structure. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(3), 181–201. <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328635>
- Wasserman, N. H. (2018). Knowledge of nonlocal mathematics for teaching. *The Journal of Mathematical Behavior*, 49(5), 116–128. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.003>
- Wasserman, N. H., & Weber, K. (2017). Pedagogical applications fom real analysis for secondary mathematics teachers. *For the Learning of Mathematics*, 37(3), 14–18.
- Wasserman, N. H., Weber, K., Fukawa-Connelly, T., & McGuffey, W. (2019). Designing advanced mathematics courses to influence secondary teaching: Fostering mathematics teachers' "attention to scope". *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(4), 379–406. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09431-6>
- Wasserman, N. H., Weber, K., Villanueva, M., & Mejía-Ramos, J. P. (2018). Mathematics teachers' views about the limited utility of real analysis: A transport model hypothesis. *The Journal of Mathematical Behavior*, 50, 74–89. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.004>
- Weber, B.-J., Dreher, A., Heinze, A., & Lindmeier, A. (2021). Aufbau eines berufsspezifischen Fachwissens für Lehramtsstudierende. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 29(2), 84–88. <https://doi.org/10.1515/dmvm-2021-0032>
- Weber, B.-J., & Lindmeier, A. (2020a). Typisierung von Aufgaben zur Verbindung zwischen akademischem und schulischem Fachwissen. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 177–192). WTM.
- Weber, B.-J., & Lindmeier, A. (2022). Typisierung von Aufgaben zur Verbindung zwischen schulischer und akademischer Mathematik. In V. Isaev, A. Eichler & F. Loose (Hrsg.), *Professionsorientierte Fachwissenschaft. Kohärenzstiftende Lerngelegenheiten für das Lehramtsstudium Mathematik* (S. 95–121). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-63948-1_6

- Weber, B.-J., & Lindmeier, A. (2020b). Viel Beweisen, kaum Rechnen? Gestaltungsmerkmale mathematischer Übungsaufgaben im Studium. *Mathematische Semesterberichte*, 67, 263–384. <https://doi.org/10.1007/s00591-020-00274-4>
- Weber, B.-J., & Lindmeier, A. (eingereicht). How do school-related mathematical problems become relevant for prospective teachers in mathematics courses at university? A qualitative interview study.
- Winsløw, K., & Gronbæk, N. (2014). Klein's double discontinuity revisited: contemporary challenges for universities preparing teachers to teach calculus. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(1), 59–86.
- Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 4(2), 35–41. <https://doi.org/10.1515/dmvm-1996-0214>
- Wissenschaftsrat. (2021). Arbeitsprogramm des Wissenschaftsrats Januar bis Juli 2021. <https://www.wissenschaftsrat.de/download/2021/Arbeitsprogramm.html> (Zugegriffen 24. August 2022).
- Wu, H.-H. (2011). The mis-education of mathematics teachers. *Notices of the AMS*, 58(3), 372–384.
- Wu, H.-H. (2018). The content knowledge mathematics teachers need. In Y. Li, W. James Lewis & J. Madden (Hrsg.), *Mathematics matters in education* (S. 43–91). Springer.
- Yan, X., Marmur, O., & Zazkis, R. (2022). Advanced Mathematics for Secondary School Teachers: Mathematicians' Perspective. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 42(4), 553–573. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10146-x>
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2010). Advanced mathematical knowledge in teaching practice: Perceptions of secondary mathematics teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(4), 263–281. <https://doi.org/10.1080/10986061003786349>

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von der Beratung durch die Betreuerinnen und Betreuer meines Projekts, in Inhalt und Form selbstständig verfasst habe. Die Arbeit ist unter Einhaltung der Regeln guter wissenschaftlicher Praxis der Deutschen Forschungsgemeinschaft entstanden. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Die vorliegende Arbeit wurde weder im Ganzen noch in Teilen an einer anderen Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegt. Teile dieser Arbeit wurden bereits in Form von Zeitschriftenartikeln oder Buchkapiteln publiziert oder wurden zur Publikation eingereicht. Mir wurde kein akademischer Grad entzogen.

Kiel, den 13. September 2022

Birke-Johanna Weber