

Der Einfluss von Vorwissen auf den Erwerb des Wissens zum Ableitungsbegriff in der gymnasialen Oberstufe

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

vorgelegt von
KRISTIN LITTECK

Kiel, September 2024

Gutachter: Prof. Dr. Aiso Heinze
Zweitgutachter: Prof. Dr. Tobias Rolfes
Drittgutachterin: Prof. Dr. Esther Brunner
Tag der mündlichen Prüfung: 29.11.2024

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Dissertation untersucht den Einfluss mathematischen Vorwissens auf den Erwerb des Ableitungsbegriffs im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe. Sie greift dabei auf theoretische Konzepte der Prozess-Objekt-Theorien zurück, die eine Unterscheidung zwischen operationalem und strukturellem Wissen vornehmen. Ziel dieser Arbeit ist es, die Rolle von mathematischem Vorwissen für den Aufbau komplexer mathematischer am Beispiel des Ableitungsbegriffs zu analysieren und aufzuzeigen, wie das Vorwissensniveau den Lernprozess und das Verständnis neuer mathematischer Inhalte beeinflusst. Dabei steht die Frage im Fokus, welches spezifische Vorwissen Schülerinnen und Schüler auf welchem Niveau benötigen, um strukturelles Wissen zum Ableitungsbegriff zu erwerben. Dieses stellt ein vertieftes Verständnis dar, das auch die Lösung von Modellierungs- oder Problemlöseaufgaben ermöglicht, und beispielweise zum Integralbegriff erweitert werden kann.

Als Hauptergebnis dieser Arbeit lässt sich festhalten, dass die Effektivität von Mathematikunterricht zum Ableitungsbegriff maßgeblich durch das mathematische Vorwissen von Schülerinnen und Schülern beschränkt wird. Viele Schülerinnen und Schüler bringen nicht die notwendigen Wissensvoraussetzungen mit, um diesen komplexen mathematischen Begriff verstehen zu können. Aus den Ergebnissen dieser Arbeit folgt die Notwendigkeit, Vorwissen systematisch zu fördern und vor der Einführung komplexer Inhalte auf dessen Verfügbarkeit zu achten. Dies schließt auch Fertigkeiten zur händischen Durchführung von Term- und Äquivalenzumformungen ein, die nicht nur an Computeralgebrasysteme ausgelagert werden sollten.

ABSTRACT

This thesis examines the influence of mathematical prior knowledge on the acquisition of knowledge about the concept of derivative in upper secondary mathematics education. It draws upon theoretical frameworks from process-object theories, which distinguish between operational and structural knowledge. The aim of this thesis is to elucidate the role of prior knowledge in the acquisition of knowledge about complex mathematical concepts, such as the derivative. The central focus is to identify specific prior knowledge that students require, and at what level, in order to acquire structural knowledge about the concept of derivative. This refers to an in-depth understanding that enables students to solve modeling or problem-solving tasks and serves as a foundation for further topics, such as integration.

In conclusion, this thesis demonstrates that the effectiveness of upper secondary mathematics instruction is significantly constrained by students' mathematical prior knowledge. Many students do not possess the necessary foundational knowledge to fully understand advanced mathematical concepts, such as the concept of derivative. The findings underscore the necessity of systematically fostering and remediating prior knowledge and ensuring its availability before introducing new, especially advanced, topics. This also includes proficiency in performing algebraic manipulations manually, which should not be outsourced to computer algebra systems entirely.